了本小节定义的谓词或其他术语的示例。

表 2-5　本节中定义术语的示例

术　语	示　例	注　释
简单谓词	p $q \wedge r$ $a+b<c$	p、q、r 是布尔变量 a、b、c 是整型变量
复合谓词	$\neg(a+b<c)$ $(a+b<c) \wedge \neg p$	圆括号用于对简单谓词的精确分组
布尔表达式	p，$\neg p$ $p \wedge q \vee r$	p、q、r、s 是布尔变量
奇异布尔表达式	$p \wedge q \vee \bar{r} \wedge s$	
非奇异布尔表达式	$p \wedge q \vee \bar{r} \wedge p$	

布尔表达式是指用布尔运算符连接的一个或多个布尔变量所组成的表达式。换句话说，布尔表达式就是不包含任何关系表达式的谓词。在不影响上下文含义的前提下，可以省略运算符 $\wedge$，用运算符 + 代替 $\vee$。例如，可以将布尔表达式 $p \wedge q \vee \bar{r} \wedge s$ 写为 $pq+\bar{r}s$。

注意，项 pq 可以看作是布尔变量 p 与 q 之积；同样，rs 是 r 与 s 之积。表达式 $pq+\bar{r}s$ 指的是项 pq 与 $\bar{r}s$ 的和。假设运算符的优先级顺序为从左至右，且“与”运算优先于“或”运算。

布尔表达式中的布尔变量或变量的非，都是该表达式的文字。例如，p、q、$\bar{r}$、p 就是表达式 $p \wedge q \vee \bar{r} \wedge p$ 的 4 个文字。

用布尔变量分别替换谓词 p_r 中的关系表达式，可以将谓词 p_r 转换为布尔表达式。例如，谓词 $(a+b<c) \wedge (\neg d)$ 等价于布尔表达式 $e_1 \wedge e_2$，其中 $e_1 = a+b<c$，$e_2 = \neg d$。

当各变量在布尔表达式中只出现一次时，则称该布尔表达式为奇异的（singular）。考虑布尔表达式 E，它包含 k 个不同的布尔表达式，分别记为 e_1，e_2，...，e_k，则有以下等式：

$$E = e_1 bop\ e_2\ bop \ldots e_{k-1} bop\ e_k$$

对于任意 $1<(i,j) \leq k$，$i \neq j$，如果 e_i、e_j 没有任何相同的布尔变量，称它们为相互奇异的。称 e_i 是 E 的一个奇异组件，当且仅当 e_i 是奇异的并且 e_i 与 E 中另外 $k-1$ 个组件（即 e_1，e_2，...，e_{i-1}，e_{i+1}，...，e_{k-1}，e_k，$1 \leq i \leq k$）都是相互奇异的；我们称 e_i 是 E 的一个非奇异组件，当且仅当 e_i 本身是非奇异的并且 e_i 与 E 中另外 $k-1$ 个组件都是相互奇异的。

当布尔表达式被表示为积项之和时，称之为析取范式，记为 DNF；例如 $pq+\bar{r}s$ 就是 DNF 表达式。当布尔表达式被表示为和项之积时，称之为合取范式，记为 CNF；例如 $(p+\bar{r})(p+s)(q+\bar{r})(q+s)$ 就是 CNF 表达式，其等价于 $pq+\bar{r}s$。需要指出的是，任何布尔表达式 CNF 都可以转换为与之等价的 DNF，反之亦然。

布尔表达式可以表示为抽象语法树，如图 2-17 所示。将谓词 p_r 的抽象语法树记为 $AST(p_r)$。$AST(p_r)$ 的每个叶结点代表一个布尔变量或一个关系表达式；$AST(p_r)$ 的内部结点是布尔运算符，比如 $\wedge$、$\vee$、$\forall$、$\neg$，分别被称作 AND 结点、OR 结点、XOR 结点、NOT 结点。

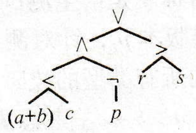

图 2-17　复合谓词 $(a+b<c) \wedge (\neg p) \vee (r>s)$ 的抽象语法树