NAMA : Sherly Mawarni Kusumah

NIM : 1227030033

PRAKTIKUM FISIKA KOMPUTASI

"Integral Metode Numerik"

1. Selesaikan soal berikut:

$$\int_{1}^{5} x^{-3} + \cos(x)dx$$

   a. Menggunakan metode eksak
   b. Menggunakan metode trapezoid
   c. Menggunakan metode simpson

1) Selesaikan soal berikut :

$$\int_{1}^{5} x^{-3} + \cos(x)\, dx$$

a) Menggunakan metode eksak

Penyelesaian :

$$\int_{1}^{5} x^{-3} + \cos(x)\, dx$$

$$= \frac{1}{-3+1} x^{-3+1} + \sin(x)\, dx$$

$$= -\frac{1}{2} x^{-2} + \sin(x)\, dx$$

$$= -\frac{1}{2x^2}\Big|_1^5 + \sin(x)\Big|_1^5$$

$$= -\frac{1}{2(5)^2} + \frac{1}{2(1)^2} + \sin(5) - \sin(1)$$

$$= -\frac{1}{50} + \frac{1}{2} + (-0,958924) - (0,841471)$$

$$= \frac{-1+25}{50} + (-1,8)$$

$$= \frac{24}{50} - 1,8$$

$$= 0,48 - 1,8$$

$$= -1,32$$

KODE PROGRAM

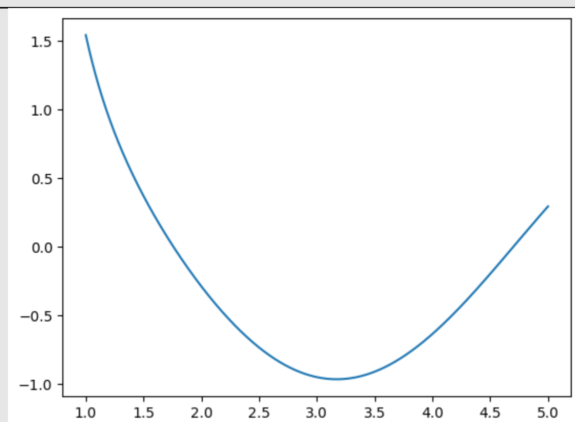
```
# Mengimport Library
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
#Integral
def func(x):                    #Nama Fungsi
    return (x**-3)+np.cos(x)         #Fungsi yang akan dinintegralkan
a = 1.0                         #Batas bawah
b = 5.0                         #Batas Atas
```

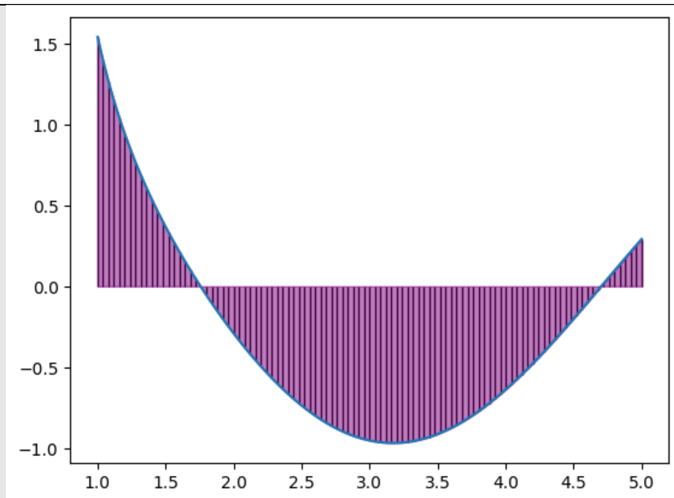
```
#Metode Trapezoid
n = 100                         #Jumlah grid
dx = (b-a)/(n-1)
x = np.linspace(a,b,n)

sigma = 0
for i in range(1,n -1):
    sigma+=func(x[i])

hasil = 0.5*dx*(func(x[0])+2*sigma+func(x[-1]))

print(hasil)
```

```
-1.319743079146315
```

```
xp =np.linspace(a,b,1000)
plt.plot(xp,func(xp))
plt.show()
```

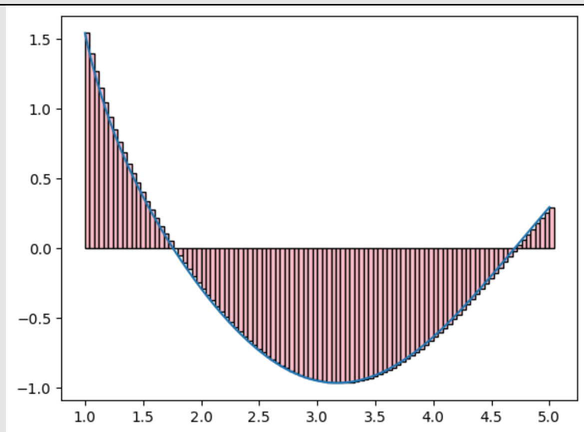



```
xp =np.linspace(a,b,1000)
plt.plot(xp,func(xp))

for i in range (n):
    plt.bar(x[i],func(x[i]), align = 'edge',width = 0.000001, edgecolor='black')

plt.fill_between(x,func(x),color= 'Purple', alpha=0.5)

plt.show()
```




```
# Mengimport Library
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Fungsi yang akan diintegralkan
def func(x):
    return (x**-3) + np.cos(x)

#Batas integrasi
a = 1.0   #Batas bawah
b = 5.0   #Batas atas
n = 100   #Jumlah grid, harus ganjil untuk metode Simpson
```

```
# Simpson's Rule
if n % 2 == 0:
    n +=1   #Jika n genap, tambah 1 agar menjadi ganjil

x = np.linspace(a, b, n)
dx = (x[-1] - x[0]) / (n-1)

# Menghitung integral menggunakan metode Simpson
hasil = func(x[0]) + func(x[-1])    #Tambah f(a) dan f(b)

for i in range(1, n-1, 2):
    hasil += 4 * func(x[i])   #Untuk indeks ganjil

for i in range(2, n-2, 2):
    hasil += 2 * func(x[i])   #Untuk indeks genap

hasil *= dx / 3   #Faktor dx/3

# Visualisasi grafik dan bar
xp = np.linspace(a, b, 1000)
plt.plot(xp, func(xp))

for i in range(n):
    plt.bar(x[i], func(x[i]), align='edge', width=dx, color='Pink', edgecolor='black')
```

plt.show() **print(hasil)**

-1.3203944385483368

PENJELASAN KODE PROGRAM

Dengan menggunakan Metode Trapezoid, digunkan Library numpy yang berfungsi untuk menyelesaikan perhitungan numerik dengan berbagai operasi dan library matplotlib yang berfunsgi untuk menampilkan data dengan visual berupa grafik. Kemudian definisikan fungsi yang kita integralkan yaitu (def func(x): return (x**-3) + np.cos(x)) dan tidak lupa memasukan interval dengan batas bawah (a) sebesar 1 dan batas atas (b) sebesar 5. Setelah itu memasuki metode Trapezoid, kode program yang digunakan adalah memasukan telebih dahulu jumlah grid yang akan digunakan atau bisa disebut juga titik data yang dibagi sepanjang interval, disini saya menggunakan sebanyak 100. Selanjutnya memasukan persamaan (dx = (b-a)/(n-1)) untuk mengetahui jarak diantara setiap dua titik, dan juga memasukan (x = np.linspace(a, b, n)) sebagai deretan angka berisi n yang dimulai dari batas bawah integral a dan berakhir di batas atas integral b, dengan jarak antar angkanya sama. Lalu menjumlahkan fungsi dititik tengah dengan menggunakan sigma, dimana terdapat pula (for i in range(1, n - 1):)) yang digunakan untuk menghitung nilai fungsi pada setiap titik di grid, diantara 1 sampai titik sebelum terakhir (n−1). Kemudian memsukan persamaan untuk mencari integral dengan metode Trapezoid (hasil = 0.5 * dx * (func(x[0]) + 2 * sigma + func(x[-1]))), dan (print(hasil)) untuk memperoleh hasil sebesar **-1.319743079146315.** Dilanjutkan dengan menggunakan kode program untuk menampilkan grafik fungsi f(x)= $x^{-3} + \cos(x)dx$ pada interval [1, 5]. Selanjutnya dengan (xp = np.linspace(a, b, 1000)) digunakan untuk membuat deret xp dari 1000 titik dengan batas bawah a=1 dan b=5 dengan tujuan menghasilkan grafik yang dan (plt.plot(xp, func(xp)) yang digunakan untuk membuat grafik fungsi f(x) dengan nilai xp sebagai sumbu x f(xp) sebagai sumbu y. Setelah itu digunakan (plt.bar(x[i], func(x[i]), align='edge', width=0.000001, edgecolor='black'), dengan (plt.bar) untuk menggambar batang vertikal ditiap titik grid, (x[i]) sebagai lokasi sumbu x dimana batang akan Digambar, (func(x[i])) merupakan tinggi dari tiap batang sesuai dengan niali f(x) di titik x[i]. Adapula (align='edge') digunakan untuk mengatur bar agar sejajar dengan titik grid, (width=0.000001) merupakan lebar batang yang dibuat sangat kecil dan terakhir (edgecolor=’black’) yang merupakan pengaturan warna yang ingin digunakan di tepi batang agar terlihat dengan jelas. Kemudian digunakan juga perintah (`plt.fill_between(x, func(x), color='Purple', alpha=0.5)` digunakan untuk mengisi area di bawah kurva fungsi (f(x)) dengan warna ungu, yang menampilkan secara visual area yang dihitung dengan metode trapezoid. Area ini terletak di antara sumbu (x) dan nilai-nilai fungsi (f(x)) pada titik-titik dalam deret (x). Dengan pengaturan transparansi alpha sebesar 0.5, warna ungu yang dihasilkan akan tampak setengah transparan, sehingga elemen-elemen lain seperti garis kurva atau batang vertikal pada grid masih bisa terlihat dengan jelas di bawahnya. Terakhir adalah (plt.show()) yang digunakan untuk perintah dalam menampilkan grafik sesuai dengan perintah yang dimasukan diatas.

Pada metode Simpson yang juga menghitung integral dari fungsi Kode ini menghitung integral dari fungsi f(x)= $x^{-3} + \cos(x)dx$, untuk library yang digunakan sama seperti metode sebelumnya yaitu numpy dan matplotlib. Kemudian fungsi didefinisikan, lalu batas integrasi (a = 1.0) dan (b = 5.0) serta jumlah grid (n = 100) ditentukan, dan jika (n) genap, maka harus ditambah 1 agar ganjil sesuai syarat metode Simpson. Selanjutnya, deret titik-titik grid (x = np.linspace(a, b, n)) dibuat dengan jarak antar titik (dx = (x[-1] - x[0]) / (n-1)), dan integral dihitung dengan (hasil = func(x[0]) + func(x[-1])). Kemudian titik-titik batas ditambahkan, lalu nilai fungsi di titik-titik ganjil dikalikan 4 dan di titik-titik genap dikalikan 2. Hasil akhirnya dikalikan dengan (dx/3) untuk mendapatkan nilai integral. Setelah itu, grafik fungsi (f(x)) diplot, dan batang-batang vertikal digambar di setiap titik grid untuk memvisualisasikan area di bawah kurva. Hasil integral ditampilkan sebesar -1.3203944385483368, dan grafiknya juga ditampilkan.

2. Jelaskan hasil dari setiap metode yang telah dikerjakan dengan bahasa sendiri!

   Pada praktikum kali ini digunakan 3 metode untuk mencari integral. Pertama adalah Metode Eksak, dimana metode yang digunakan untuk mencari integral dengan cara menghitung manual dengan menggunakan beberapa operasi matematika. Pada metode ini, menghitung integral f(x) secara langsung, menggunakan kalkulus untuk menemukan antiderivatifnya dan kemudian mengevaluasi pada batas atas dan bawah yang menghasilkan integral sebesar -1,32.

   Kedua metode trapezoid merupakan metode numerik yang menghitung integral dengan cara membagi area di bawah kurva menjadi beberapa trapezoid. Untuk setiap segmen yang dibentuk antara titik grid, luas trapezoid dihitung dan dijumlahkan untuk mendapatkan hasil integral. Metode ini lebih sederhana dibandingkan metode Simpson, tetapi umumnya kurang akurat, terutama jika fungsi yang diintegrasikan tidak cukup linear dalam interval tersebut. Hasil dari metode trapezoid akan memberikan pendekatan yang cukup baik, tapi dapat membuat hasil yang sangat salah jika jumlah grid tidak banyak, dengan menghasilkan integral sebesar -1.319743079146315.

   Ketiga metode Simpson menggunakan polinom kuadratik untuk mendekati fungsi yang ingin diintegrasikan, dengan mengambil nilai fungsi pada titik-titik tertentu yaitu 4 untuk titik ganjil dan 2 untuk titik genap. Metode ini lebih akurat dibandingkan metode trapezoid, terutama jika fungsi tersebut memiliki bentuk yang lebih rumit. Jika kita menambah jumlah titik grid dengan memastikan tetap ganjil, hasil yang diperoleh dari metode Simpson akan semakin mendekati nilai integral yang sebenarnya atau sama dengan nilai yang dihasilkan pada metode eksak yaitu sebesar -1.3203944385483368.

3. Apa saja perbedaan dari setiap metode tersebut, mana yang menurutmu lebih efektif untuk digunakan?

   Dari ketiga metode yang digunkan untuk mencari integral dari fungsi yang sama, tentu memiliki beberapa perbedaan. Dimulai dari perbedaan hasil walupun berbeda sedikit, yaitu pada metode eksak dihasilkan nilai yang paling akurat, metode trapezoid lebih sederhana tetapi mungkin kurang akurat untuk fungsi yang tidak linear, sedangkan metode simpson memberikan hasil yang lebih akurat dibandingkan dengan metode trapezoid karena menghasilkan hasil yang hampir sama dengan metode eksak yang memiliki keakuratan lebih tinggi. Perbedaan lainnya terdapat pada persamaan yang digunakan, pada metode eksak menggunakan rumus analitik untuk menghitung integral secara langsung, metode trapezoid dengan membagi area di bawah kurva menjadi beberapa trapezoid dan menjumlahkan luasnya, sedangkan metode simpson menggunakan polinom kuadratik untuk mendekati fungsi, dengan bobot berbeda pada titik-titik grid.

   Metode yang paling efektif menurut saya adalah metode Simpson, hal itu karena walaupun metode eksak menghasilkan integral yang paling akurat, namun dibeberapa fungsi yang lebih kompleks, metode eksak tidak dapat digunakan. Beda halnya dengan metode Simpson yang memang digunakan untuk menyelesaikan integral yang kompleks dengan hasil yang mendekati dan hampir sama dengan metode eksak.