

# گزارش پروژه اول آنالیز عددی

شروین عمرانی

شماره دانشجویی: 9912223407

ماتریس به نام [nos7](#) برای بررسی در این پروژه انتخاب شده است.

ابتدا درایه های موجود در ماتریس را خوانده و در سطر و ستون متناظر با آن در متغیر *matrix* ذخیره میکنیم.

در مرحله بعد با استفاده از تابع *random.uniform* , [بردار x ها](#) را به صورت اعداد رندومی بین -10 و 10 تولید کرده و با ضرب این بردار در *matrix* مقدار  $b = RHS$  را بدست می آوریم (تشکیل معادله به شکل  $Ax = b$ ).

حال به تجزیه ماتریس اولیه میپردازیم.

تجزیه ماتریس به صورت  $(P)LU$  با مقدار درایه های دقیق در خروجی برنامه آمده است و نمودار رسم شده مربوط به [Lower triangular](#) , [Upper triangular](#) , [Permutation](#) , [Lower triangular transpose](#) آورده شده است. (اسم ها به صورت هایپرلینک هستند و با کلیک روی هر کدام میتوان تصویر متناظر با آن را مشاهده کرد).

با استفاده از روش حذفی گاوس و backward-substitution جواب های معادله را با استفاده از *matrix* با جایگذاری متغیر *matrix* به عنوان  $A$  در معادله بدست می آوریم. نتیجه جواب های بدست آمده در [این تصویر](#) قابل مشاهده است.

با استفاده از روش تکراری ژاکوبی با تولید حدس اولیه در متغیر *guess* , و شروع الگوریتم از آن, در 10 تکرار به جواب نزدیک میشویم. که خطای جواب در هر تکرار با استفاده از نورم بینهایت به شکل زیر میباشد:

13.407559349790057  
6.49192846274237  
3.6575306907365164  
2.0179577792037686  
0.841461644645495  
0.5532128834830994  
0.3492575037803318  
0.0994704647107938  
0.05422464012730366  
0.034212548457780656

و همچنین مقدار بردار X ها در هر مرحله به صورت زیر است:

X ها بعد از تکرار اول

X ها بعد از تکرار دوم

X ها بعد از تکرار سوم

X ها بعد از تکرار چهارم

X ها بعد از تکرار پنجم

X ها بعد از تکرار ششم

X ها بعد از تکرار هفتم

X ها بعد از تکرار هشتم

X ها بعد از تکرار نهم

X ها بعد از تکرار دهم (آخر)

روش تکراری SOR برای سه مقدار متفاوت امگا یعنی 0.5, 1, 1.5 اعمال میکنیم و در برای هر کدام از این سه مقدار خطای همگرایی  $10^{-5}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-1}$  را امتحان میکنیم. (روش تکراری گوس سایدل با قرار دادن امگا برابر 1 نیز بررسی میشود.)

**اگر امگا برابر با 0.5 باشد, داریم:**

جواب حاصل از قرار دادن خطای همگرایی برابر با  $10^{-1}$  آورده شده است و تعداد تکرار ها برای رسیدن به این خطا برابر با 38 میباشد.

جواب حاصل از قرار دادن خطای همگرایی برابر با  $10^{-3}$  آورده شده است و تعداد تکرار ها برای رسیدن به این خطا برابر با 47 میباشد.

جواب حاصل از قرار دادن خطای همگرایی برابر با  $10^{-5}$  آورده شده است و تعداد تکرار ها برای رسیدن به این خطا برابر با 55 میباشد.

همچنین خطای محاسبه شده در 55 مرحله با استفاده از تفاضل نورم بینهایت در اینجا آورده شده است. چهار تکرار اول:

مقدار x ها بعد از تکرار اول

مقدار x ها بعد از تکرار دوم

مقدار x ها بعد از تکرار سوم

مقدار x ها بعد از تکرار چهارم

**اگر امگا برابر با 1 باشد (گوس سایدل), داریم:**

با استفاده از این روش تنها با یک تکرار به جوابی با دقت  $10^{-8}$  میرسیم.

که جواب حاصل از قرار دادن خطای همگرایی برابر با  $10^{-5}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-1}$  با یکدیگر برابر و برابر با این مقدار میباشد.

همچنین خطای محاسبه شده در 1 مرحله با استفاده از تفاضل نورم بینهایت برابر با  $1.22855e-08$  میباشد.

**اگر امگا برابر با 1.5 باشد, داریم:**

جواب حاصل از قرار دادن خطای همگرایی برابر با  $10^{-1}$  آورده شده است و تعداد تکرار ها برای رسیدن به این خطا برابر با 59 میباشد.

جواب حاصل از قرار دادن خطای همگرایی برابر با  $10^{-3}$  آورده شده است و تعداد تکرار ها برای رسیدن به این خطا برابر با 47 میباشد.

جواب حاصل از قرار دادن خطای همگرایی برابر با  $10^{-5}$  آورده شده است و تعداد تکرار ها برای رسیدن به این خطا برابر با 55 میباشد.

همچنین خطای محاسبه شده در 55 مرحله با استفاده از تفاضل نورم بینهایت در [اینجا](#) آورده شده است. چهار تکرار اول:

مقدار x ها بعد از تکرار اول

مقدار x ها بعد از تکرار دوم

مقدار x ها بعد از تکرار سوم

مقدار x ها بعد از تکرار چهارم

در روش های استفاده شده برای ماتریس مورد نظر، بهترین روش گوس-سایدل یا همان SOR به ازای امگا برابر با 1 میباشد.