

# Левитирующая лягушка Андре Гейма

Шевцов Кирилл Б03-402

8 января 2026 г.

## 1 Общее о магнетиках

В природе есть вещества, свойства которых проявляются при попадании их во внешнее магнитное поле. Такие вещества могут усиливать магнитное поле, либо ослаблять его, иные свойства могут проявиться при всяком изменении этого магнитного поля. Имя этих уникальных веществ - магнетики. Магнетики разделяют на 3 основные группы: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

## 2 Модель и математический аппарат

Для качественного описания свойства магнетиков была предложена особая модель строения вещества, а именно, что оно состоит из частиц, в которых электрон с зарядом  $e$  вращается вокруг ядра. Круговое движение электрона эквивалентно круговому току  $I$ , который циркулирует вдоль замкнутого контура, на который «натянута» поверхность площадью  $S$ . Для описания свойств кругового тока физики ввели величину, называемую магнитным моментом:

$$\vec{m} = \frac{1}{c} I \vec{S} = \frac{1}{c} I S \vec{n} \quad (1)$$

Магнитный момент аналогичен силе, которая стремится ориентировать магнитный диполь по линии внешнего магнитного поля - либо по его направлению, либо против.

Для магнетиков вводится величина объемного магнитного момента - вектора намагниченности:

$$\vec{M} = \frac{\sum_{i=0}^N \vec{m}_i}{V} = n \langle \vec{m} \rangle \quad (2)$$

Намагниченность показывает, насколько сильно вещество может вести себя как магнит. Про вещество с ненулевым вектором намагниченности говорят, что оно намагниченено. Парамагнетики обладают собственной намагниченностью, диамагнетики без внешнего поля - нет.

Также, как и в теории электричества, в магнетизме физики ввели вектор напряженности магнитного поля  $\vec{H}$ . Если магнитное поле внутри магнетика равно  $\vec{B}$ , то:

$$\vec{H} = \vec{B} - 4\pi \vec{M} \quad (3)$$

Вектор напряженности введен физиками, чтобы не учитывать токи проводимости в веществе, а брать во внимание только свободные токи. Это подобно тому, как вектор электрической индукции  $\vec{D}$  зависит только от наличия свободных зарядов в проводнике.

Магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость вещества связаны соотношением:

$$\mu = 1 + 4\pi\chi \quad (4)$$

Это полезные характеристики для описания диамагнетиков и парамагнетиков. Для ферромагнетиков зависимости намагниченности от внешнего поля, зависимости внешнего магнитного поля от напряженности - нелинейные. Ферромагнетики имеют красивую петлю гистерезиса.

## 3 Явление диамагнетизма

Диамагнетиками являются вещества, которые не обладают магнитным моментом в отсутствии внешнего магнитного поля. Без внешнего магнитного поля на электрон в атоме действует только сила со стороны атомного ядра и других электронов. Поэтому, если диамагнетик не помещается в магнитное поле, он не будет намагничен. Для диамагнетика с хорошей точностью выполняется связь между намагниченностью и напряженностью поля:

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (5)$$

При помещении димагнитического образца в постоянное поле  $B_0$  на движущийся электрон будет действовать сила Лоренца:

$$\vec{f}_B = -\frac{e}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] \quad (6)$$

Рассмотрим движение электрона в системе отсчета, которая вращается вокруг направления магнитного поля с угловой скоростью  $\vec{\Omega}$ , причем  $\Omega \ll \omega_e$ , где  $\omega_e$  - угловая скорость электрона. Во вращающейся системе отсчета к действующим на электрон силам добавятся сила Кориолиса  $\vec{f}_k$  и центробежная сила  $\vec{f}_c$ :

$$\vec{f}_k = 2m_e [\vec{v}_r \times \vec{\Omega}] \quad (7)$$

$$\vec{f}_c = m_e \vec{\Omega} \times [\vec{\Omega} \times \vec{r}] \quad (8)$$

Центробежной силой, модуль которой пропорционален  $\Omega^2$ , пренебрежем. Абсолютная скорость электрона (скорость с индексом  $r$  относительная,  $p$  - переносная):

$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_p = \vec{v}_r + [\vec{\Omega} \times \vec{r}] \quad (9)$$

Подставим полученную скорость в формулу Кориолиса (это допустимая замена для приближения  $\Omega \ll \omega_e$ ):

$$\vec{f}_{1k} = \vec{f}_k + 2m_e [\vec{\Omega} \times \vec{r}] \times \vec{\Omega} = \vec{f}_k - \frac{1}{2}\vec{f}_c \approx \vec{f}_k \quad (10)$$

Теперь, угловая скорость, с которой вращается выбранная система отсчета, выбирается так, чтобы компенсировать силы Кориолиса и Лоренца:

$$2m_e [\vec{v} \times \vec{\Omega}] - \frac{e}{c} [\vec{v} \times \vec{B}] = 0 \Rightarrow \vec{\Omega} = \frac{e}{2m_e c} \vec{B} \quad (11)$$

В такой вращающейся системе отсчета никаких новых сил, действующих на электрон нет. Частота из соотношения (11) называется ларморовской. Из рассуждений понятно, что при постоянном внешнем магнитном поле движения электрона остается неизменным, но атом в целом получает дополнительное вращение с частотой  $\Omega$ . (*Теорема Лармора*).

С ларморовской частотой электрон имеет момент импульса  $L = m_e \Omega r^2$ , и обладает магнитным моментом:

$$\vec{m} = \frac{1}{c} I S \vec{n} = -\frac{e \pi r^2}{2c\pi} \vec{\Omega} = -\frac{er^2}{2c} \vec{\Omega} = -e^2 \frac{\vec{B} r^2}{4m_e c^2} \quad (12)$$

Ось  $Z$  перпендикулярна плоскости движения электрона, и  $r^2 = x^2 + y^2$ . Три направления осей координат являются равновероятными:

$$\langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle = \langle z^2 \rangle = \frac{1}{3} \langle \rho^2 \rangle \quad (13)$$

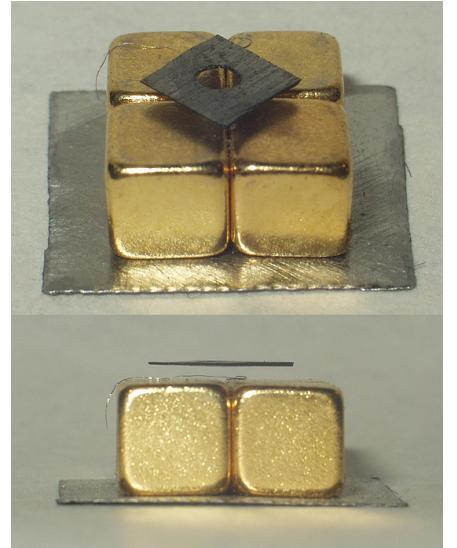


Рис. 1: Пиролитический углерод, парящий над недимовым магнитом

Средний магнитный момент, с учетом, что атом содержит  $Z$  электронов:

$$\langle \vec{m} \rangle = -e^2 \frac{Z \langle \rho^2 \rangle \vec{B}}{6m_e c^2} \quad (14)$$

Вектор намагниченности в таком случае:

$$\vec{M} = n \langle \vec{m} \rangle = -e^2 \frac{nZ \langle \rho^2 \rangle \vec{B}}{6m_e c^2} \quad (15)$$

$$\chi = -e^2 \frac{nZ \langle \rho^2 \rangle}{6m_e c^2} < 0 \quad (16)$$

Средний магнитный момент направлен против направления внешнего магнитного поля - это создает в диамагнетике намагниченность, также противонаправленную с магнитным полем. Отсюда понятно, что диамагнетик будет выталкиваться из области сильного магнитного поля. В этом и заключается диамагнетизм. Магнитные восприимчивости для некоторых диамагнетиков:

Вещество	Магнитная восприимчивость $\chi \times 10^{-6}$
Вода (жидкая)	-13,0
Нафталин	-91,8
Висмут (металл)	-284,0
Графит	-600

Самая рекордная из них - восприимчивость графита, открыта Андре Геймом. Во внешнем магнитном поле допустимого порядка человек себя проявляет себя как диамагнетик, поскольку он на 80% состоит из воды.

## 4 Опыты с левитирующей лягушкой