

# Лабораторная работа № 3.6.1 "Спектральный анализ электрических сигналов"

Кирилл Шевцов Б03-402

28 ноября 2025 г.

Задача об изучении спектров сигналов сводится к поиску отклика системы  $g(t)$  на внешнее воздействие  $f(t)$ .

## 1. Исследование спектра периодических последовательностей импульсов.

Пусть на вход последовательной RLC-цепочки подается периодическая последовательность импульсов, с длительностью  $\tau$  и периодом  $T$ . Изобразим спектры этого сигнала, изменяя длительность сигнала в диапазоне  $50\mu s - 200\mu s$ .

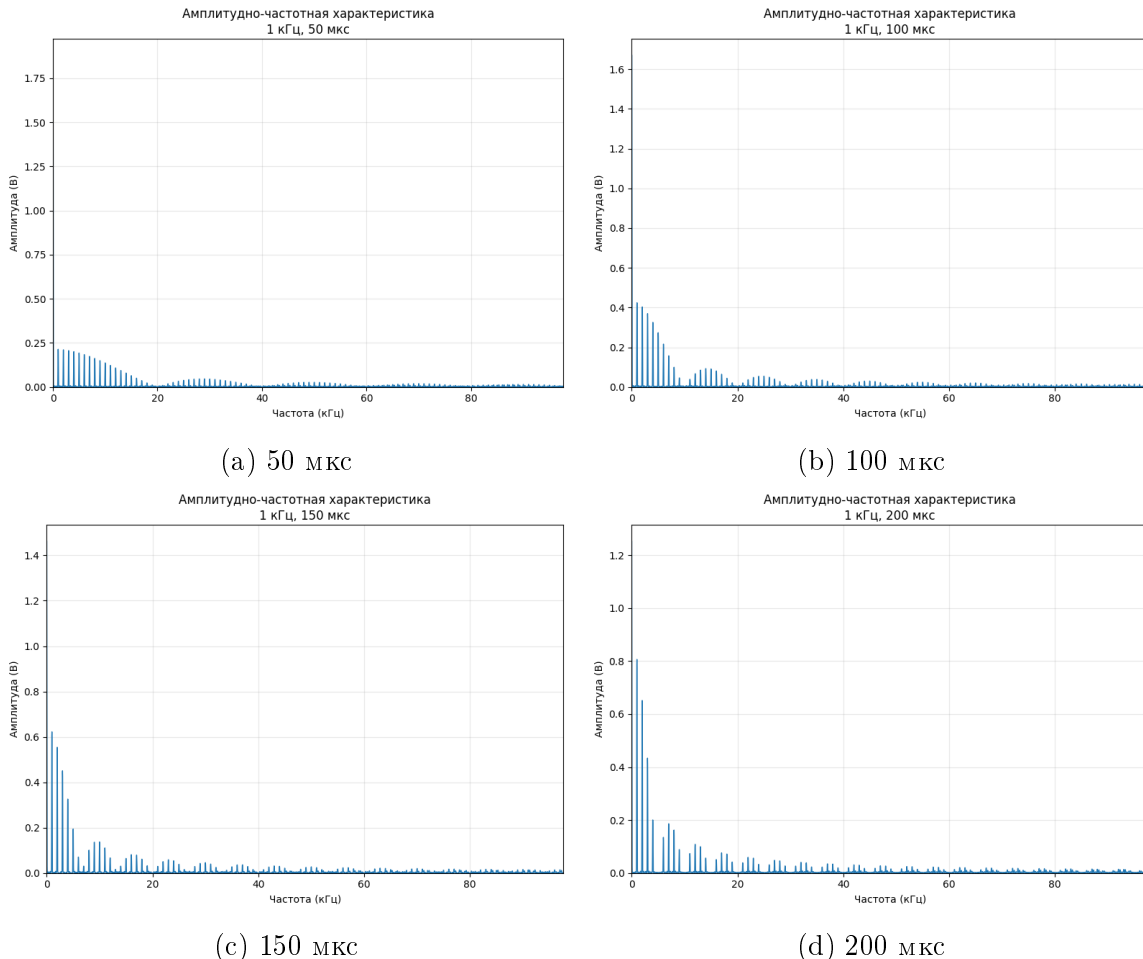


Рис. 1: Спектры при переменном  $\tau$

Как видно, при увеличении длительности сигнала, ширина спектра становится уже. Поскольку сигнал периодический, при уменьшении длительности сигнала, его ширина уменьшается  $\nu_0\tau \sim 1$ , графики это демонстрируют.

## 2. Исследование периодической последовательности цугов гармонических колебаний

Цуг - это "обрывок" синусоиды / косинусоиды. Получим спектр этого сигнала, изменяя частоту

повторения импульсов.

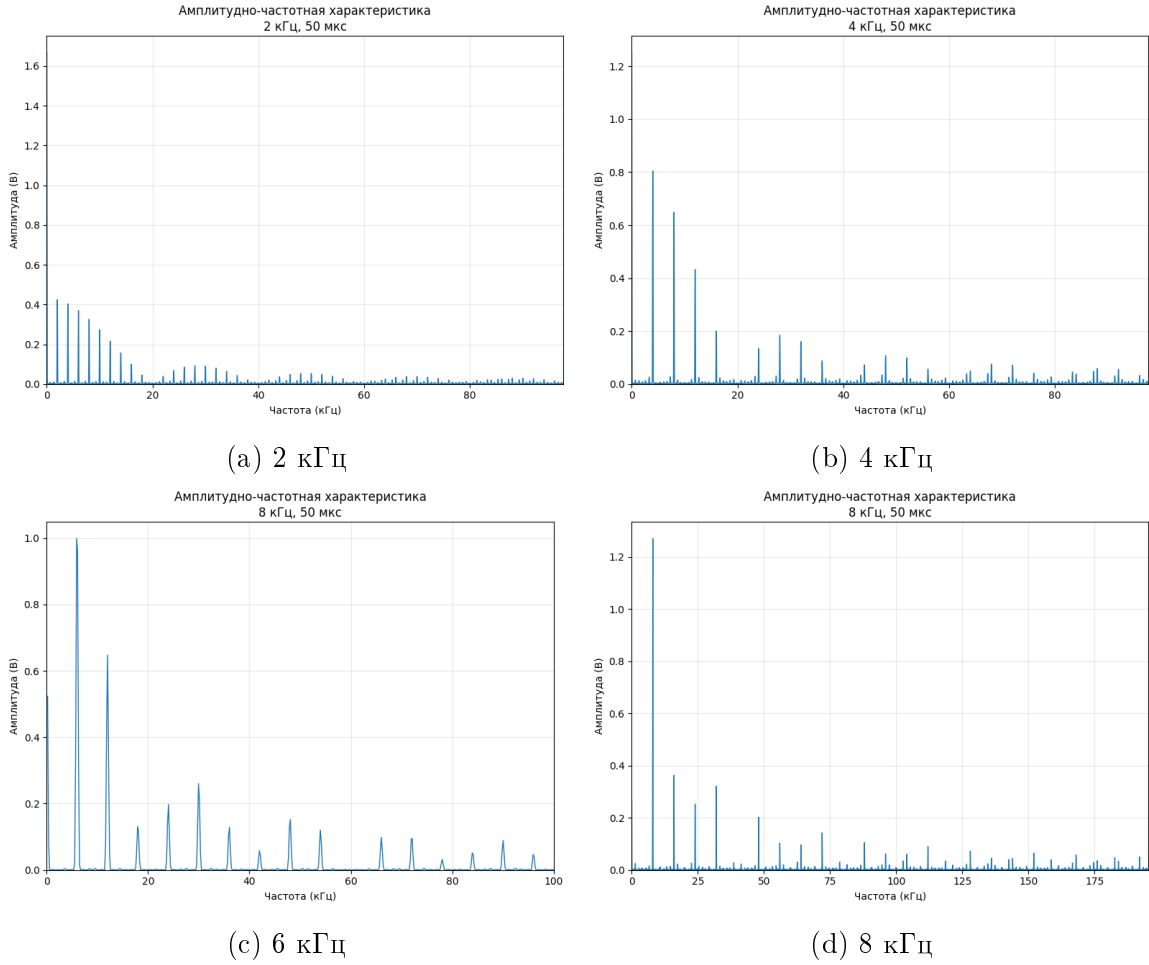


Рис. 2: Спектры при переменном  $\tau$

На фотографиях спектра видно, что ширина цуга неизменна и равна  $\nu_0 = 1/\tau = 20$  кГц, частота самого большого пика соответствует частоте несущей.

### 3. Исследование спектров гармонических сигналов, модулированных по амплитуде

Говорят, что сигнал модулирован по амплитуде, если

$$f(t) = a_0 [1 + m \cos(\Omega t)] \sin(\omega t) = a(t) \sin(\omega t) \quad (1)$$

Для амплитудно-модулированного сигнала делают приближение  $\Omega \ll \omega$  (так как интересно посмотреть на амплитуды близ лежащих частот),  $m \ll 1$ . Получим спектр амплитудно модулированного сигнала.

$$f(t) = a_0 \sin(\omega t) + a_0 m \cos(\Omega t) \sin(\omega t) = a_0 \sin(\omega t) + \frac{a_0 m}{2} \sin((\omega - \Omega)t) + \frac{a_0 m}{2} \sin((\omega + \Omega)t)$$

Аналогичные рассуждения, если модулированный по амплитуде сигнал содержит  $\cos(\omega t)$ . Сигнал, модулированный по амплитуде, очень сильно осциллирует (фотография сделана с прибора) поэтому фильтруют его, усредняя квадрат сигнала. Именно так и детектируют амплитудно-модулированный сигнал.

$$f(t) = a_0^2 [1 + m \cos(\Omega t)]^2 \sin^2(\omega t) = \frac{a_0^2(t)}{2} [1 + 2m \cos(\Omega t)] + \Sigma$$

А затем отрезают слагаемые  $\Sigma$  с высокими частотами (слагаемыми, содержащими косинусы частот  $2\Omega \pm 2\omega$ ,  $\Omega \pm 2\omega$ )

Сигнал, модулированный по амплитуде, с параметром глубины модуляции  $m = 0.5$ .

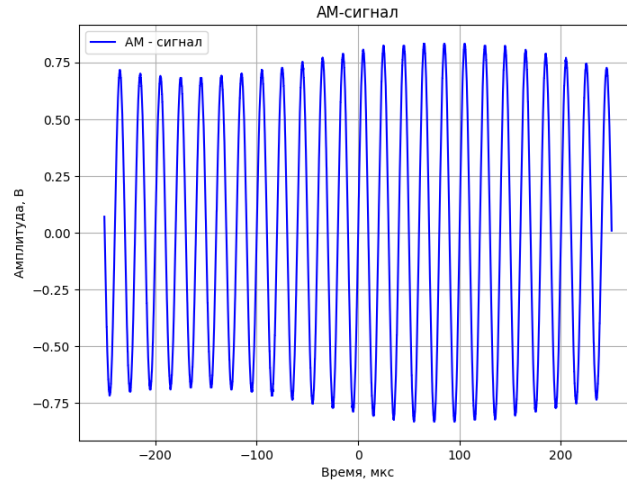


Рис. 3: Амплитудно-модулированный сигнал

Никакой полезной информации из такого сигнала без фильтрации не достать. После фильтрования сигнал выглядит понятнее.

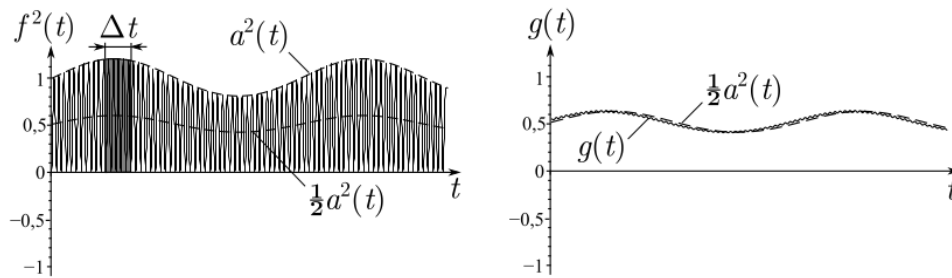


Рис. 4: Отфильтрованный АМ - сигнал

Последний график представляет собой огибающую ам-сигнала - это и есть зашифрованная информация, которую нам пытаются донести. При изменении параметра глубины модуляции, график входного сигнала изменяется.

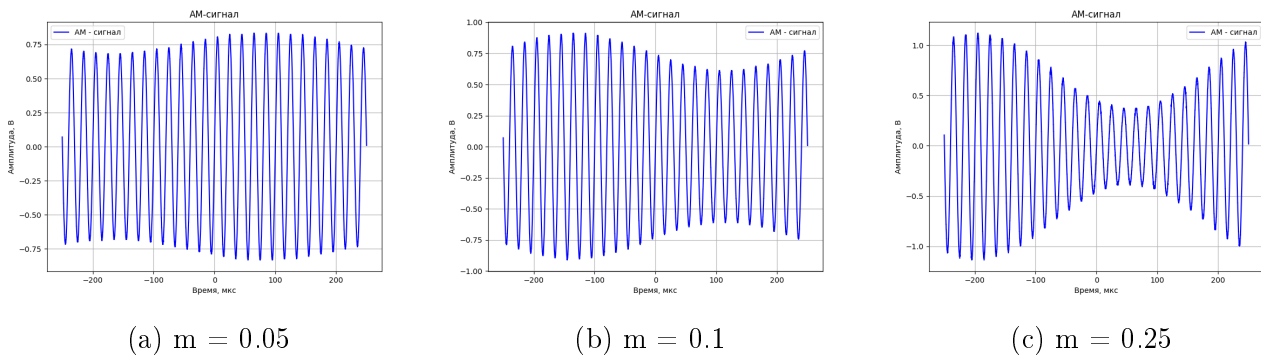


Рис. 5: АМ-сигналы при разной глубине модуляции

При изменении параметра глубины модуляции отношение амплитуд боковых и центральных частот меняется по какому-то закону. Измерим отношение боковой и центральной амплитуды спектра, построим график  $a_1/a_2(m)$

Модуляция m	0.05	0.1	0.15	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
$a_{cent}/a_{bok}$	20.12	10.49	7.13	5.31	4.18	3.52	2.95	2.61	2.30	2.075

Таблица 1: Зависимость отношения амплитуд от глубины модуляции

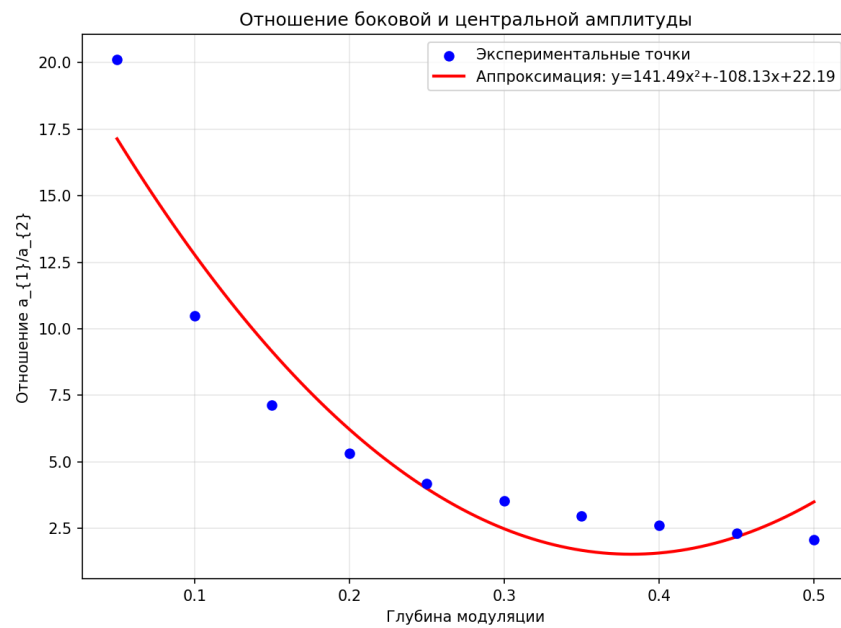


Рис. 6: Зависимость отношения амплитуд от глубины модуляции

Как можно увидеть, зависимость нелинейная. Используем для цепочки RC-Фильтр. Спектр сигнала до и после подключения Фильтра.

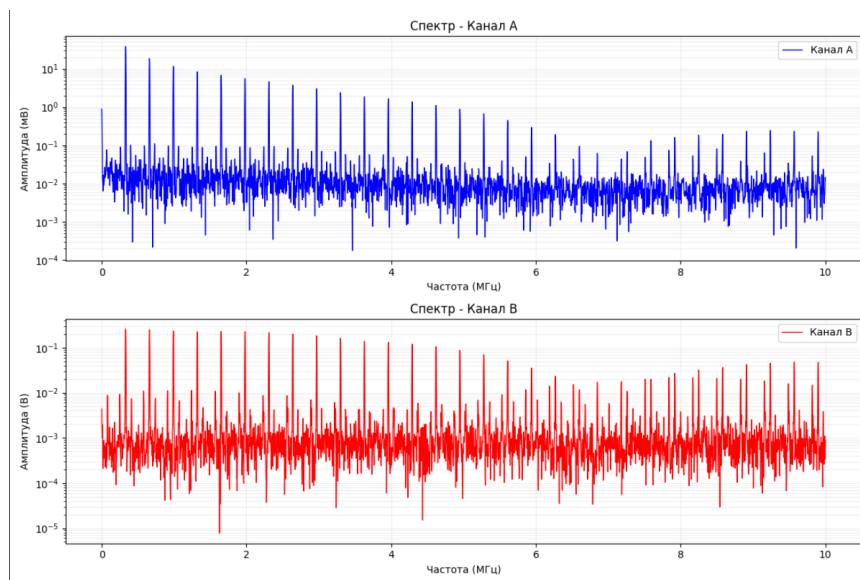


Рис. 7: RC-фильтр

### Определение параметров RC-фильтра

1. **Частота среза  $f_c$**  — определяется по уровню  $-3$  дБ от полки низких частот на канале В. Если максимум на низких частотах  $A_0$ , то находим частоту, где амплитуда

$$A(f_c) \approx 0.707A_0$$

2. **Коэффициент передачи на НЧ** — отношение амплитуд Канал В / Канал А на низких частотах:

$$K_{\text{НЧ}} = \frac{A_{\text{вых}}}{A_{\text{вх}}} \quad \text{при} \quad f \ll f_c$$

3. **Подавление на высоких частотах** — видно, что после  $f_c$  спад  $\sim 20$  дБ/дек (характерно для RC-фильтра 1-го порядка):

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}} \quad \text{при} \quad f > f_c$$

### Вывод

В работе были изучены спектры электрических сигналов, таких как периодическая последовательность импульсов, цуги и спектр амплитудно - модулируемого сигнала.