高压油管压力控制的数学模型

摘要　对高压油管中的燃油注入和喷出的数学模型的建立，是研究和改善燃油发动机工作状况的必要前提。在本问题中，我们考察了一个由高压油泵、高压油管、喷油嘴和减压阀等部件组成的简单高压油路系统。我们将复杂的高压油路系统建立成一个形式简单而统一的数学形式

$$\frac{\mathrm{d}p}{E\mathrm{d}t} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{V}$$

并从这个简洁优美的式子，推导出关于这个高压油路的控制理论依据。
关键词　高压油管　压力控制　数学模型

1 问题重述与分析

对高压油管中的燃油注入和喷出的数学模型的建立，是研究和改善燃油发动机工作状况的必要前提。在本问题中，我们考察了一个由高压油泵、高压油管、喷油嘴和减压阀等部件组成的简单高压油路系统。

我们首先考虑了这个高压油路系统最简单的情况，即油泵可以稳定注入恒压的高压油，喷嘴以简单函数方式喷出油料；随后，我们把高压油泵的实际工作情况考虑进来，同时考虑了喷油嘴工作的本质，模型变得复杂起来；最后，我们考虑了实践中常见的多喷嘴油路的工作情况，并引入减压阀来控制高压油管内部的压力变化。问题不断复杂化，并不断接近高压油路的真实工作状态，实用性不断提高。

2 模型设计与计算

2.1 基本模型设计

我们的目标是解出高压油管内部压力 p 与时间 t 的关系, 记作

$$p = p(t) \tag{1}$$

由条件可见，高压油管的内部体积 V 不变，由 $\rho = \frac{m}{V}$ 可见，对高压油管内燃油密度造成影响的仅有高压油管内的燃油质量，用微分方程来表达就是

$$\mathrm{d}\rho = \mathrm{d}\left(\frac{m}{V}\right) = \frac{\mathrm{d}m}{V} \tag{2}$$

首先我们考虑 $\mathrm{d}\rho$ 和 p 的关系。

根据注 1 给出的条件，燃油的压力与其密度具有正相关关系，其关系可以用微分方程

$$\begin{cases} \mathrm{d}p = \frac{E}{\rho}\mathrm{d}\rho \\ p_0 = 100\,\mathrm{MPa}, \rho_0 = 0.850\,\mathrm{mg\,mm^{-3}} \\ E = E(p) \end{cases} \tag{3}$$

描述，其中 $E(p)$ 由附件 3 的数据给出，对附件 3 的数据用 MATLAB 作图并拟合得到方程，如图 Figure 1

$$E(p) = 0.0001p^3 - 0.001082p^2 + 5.474p + 1532 \quad (r^2 = 1.0000) \tag{4}$$

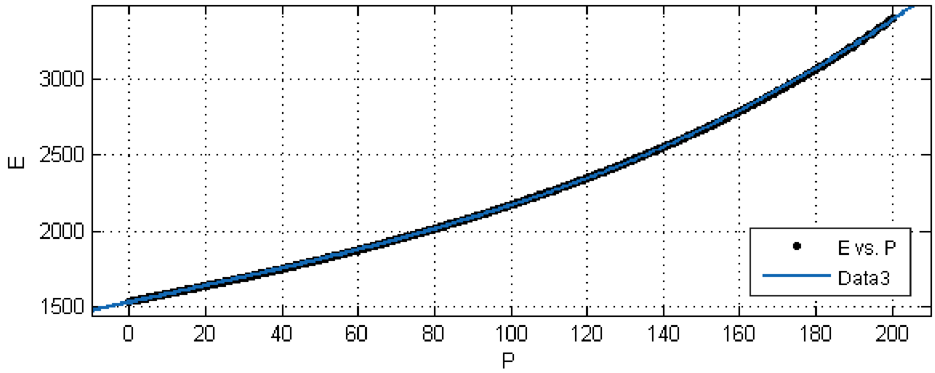

Figure 1. 燃油弹性模量 E 与压力 p 的非线性拟合结果

由以上的方程我们可以解出关系

$$\rho(p) = 0.850e^{\int_{100}^{p} \frac{\mathrm{d}p}{E(p)}} \tag{5}$$

其次，我们再来考虑 $\mathrm{d}m$ 和 p 与 t 的关系。

$\mathrm{d}m$ 由进入和喷出两部分组成。喷出部分对 $\mathrm{d}m$ 的贡献是时间的函数。单位时间喷出的油量（体积）用函数 $Q_{out}(t)$ 表示，它的解析式在各个小题中有所不同，并且分段可微，所以喷出端造成的 $\mathrm{d}m$ 可以表述成

$$\mathrm{d}m_{out} = -\rho Q_{out}(t)\mathrm{d}t \tag{6}$$

进入部分对 $\mathrm{d}m$ 的贡献也是时间的函数。这个函数含有参数 T，在上面提及过，它描述了单向阀的开启时间。单位时间进入的油量（体积）用函数 $Q_{in}(t)$ 表示，它的解析式在各个小题中也有所不同，并且分段可微，所以喷出端造成的 $\mathrm{d}m$ 可以表述成

$$\mathrm{d}m_{in} = \rho Q_{in}(t)\mathrm{d}t \tag{7}$$

综上，联立方程 2、5、6、7，我们可以列出方程

$$\frac{\mathrm{d}p}{E\mathrm{d}t} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{V} \tag{8}$$

方程 8就是我们对本题建立的基本数学模型。接下来的部分中，我们将根据 $Q_{in}(t)$ 和 $Q_{out}(t)$ 的具体形式，对整个体系最佳 T 值的选择进行讨论。

2.2 问题 1

在问题 1 中 $Q_{out}(t)$ 的形式比较简单，它是由题目中图 Figure 2给出的

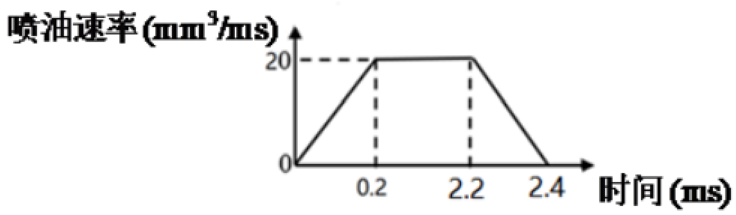

Figure 2. 问题 1 中的喷油速率

写成函数为

$$Q_{out}(t) = \begin{cases} 100(t-100k) & 100k \le t \le 100k+0.2, k \in \mathbb{N} \\ 20 & 100k+0.2 \le t \le 100k+2.2, k \in \mathbb{N} \\ -100(t-100k)+240 & 100k+2.2 \le t \le 100k+2.4, k \in \mathbb{N} \end{cases} \tag{9}$$

在问题 1 中 $Q_{in}(t)$ 的形式也比较简单，它包括一个参数 T，描述力单向阀每次开启的时长。我们定义 $0-1$ 变量 $\lambda = \lambda(t)$ 来描述供油处入口的截面积，它的形式为

$$\lambda = \begin{cases} 1 & k(T+10) \le t \le k(T+10)+T, k \in \mathbb{N} \\ 0 & k(T+10)+T \le t \le (k+1)(T+10), k \in \mathbb{N} \end{cases} \tag{10}$$

代入题目中给出的流量公式可得

$$Q_{in}(t) = \lambda CA\sqrt{\frac{2(p_h-p)}{\rho_h}} \tag{11}$$

将 $Q_{in}(t)$ 和 $Q_{out}(t)$ 的具体形式代入方程 8，发现所得方程是一阶常微分方程，所以尝试用差分法通过计算机进行数值解微分方程，取 $\Delta t = 0.01\,\mathrm{ms}$，用 C++ 程序进行计算并用 Python 绘制出对应于不同 T 取值 $p-t$ 变化图，以及差分过程中选用不同 Δt 对结果的影响，发现两条曲线非常接近，可以认为结果收敛可靠，如图 Figure 3

$$\frac{p_{i+1}-p_i}{E(p_i)\Delta t} = \frac{1}{V_0}\left(\lambda CA\sqrt{\frac{2\left(p_h-p_i\right)}{\rho_h}} - Q_{out}(t_i)\right) \tag{12}$$

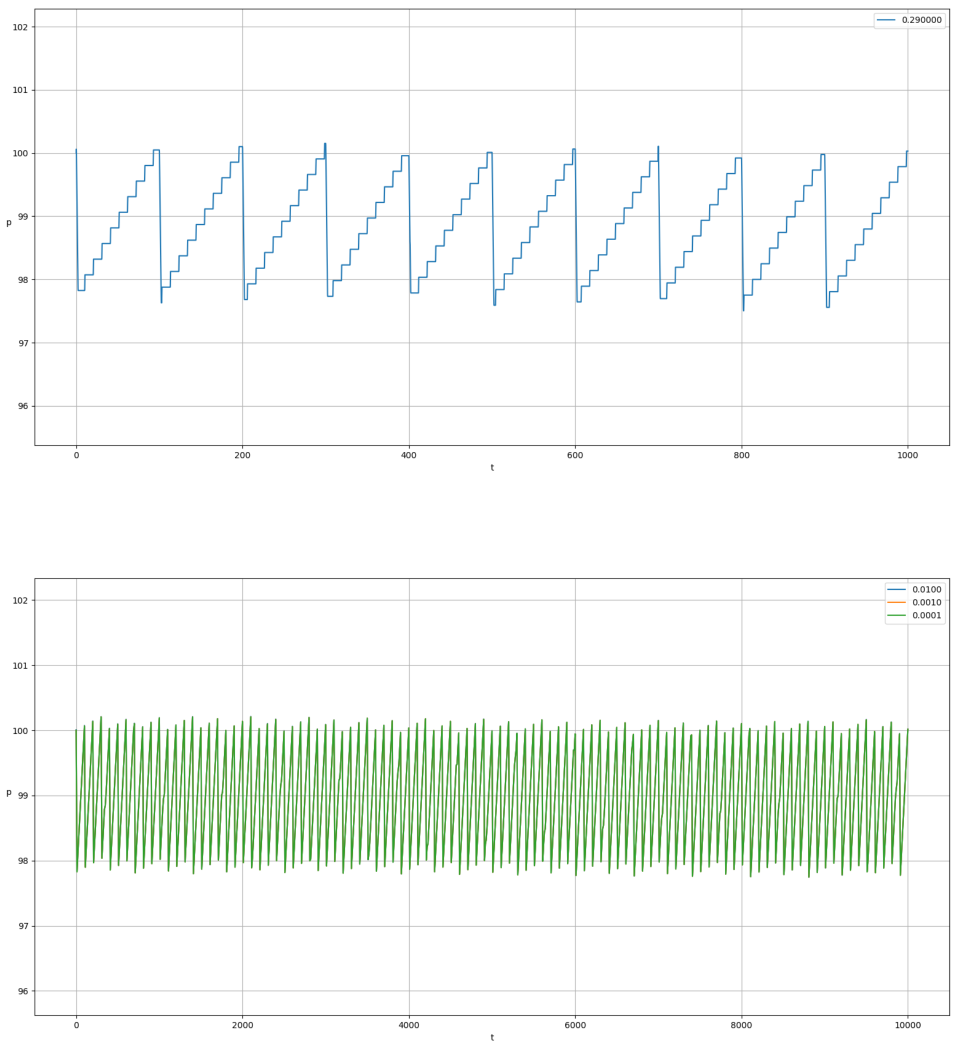

Figure 3. 差分方程数值模拟结果

我们使用二分法对一定范围内的 T 进行搜索，用经过一定时间段后高压油管内油压力的变化 Δp 来评价“压力稳定在100 MPa”的好坏，搜索出使压力变化最小时的单向阀开启时长 $T = 0.29\,\mathrm{ms}$。

同时，在数值模拟的过程中我们发现，只要 T 处于一定的范围内，在经过较长时间后，高压油管内的压力 p 都可以稳定地收敛到一个区间内，如图 Figure 4，它描述了取不同的 T 值之后200 000 ms内高压油管内压力的变化趋势和范围。利用数值模拟可以求出这个区间大致为 $[0.292, 0.298]\mathrm{ms}$。

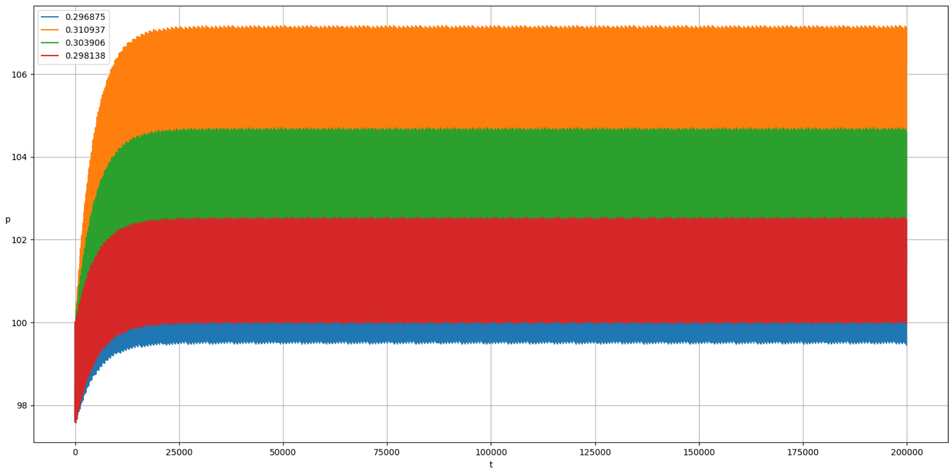

Figure 4. 200 000 ms内不同喷油间隔值下高压油管压力与时间的关系

同时，在前面的计算中我们只考虑了 $t = 0$ 时刻同时开始喷油和开始供油的情况，实际问题中，供油周期和喷油周期可能存在着相位差，但是通过数值模拟发现相位差造成的影响很小，在较长时间段内可以忽略，如图 Figure 5。

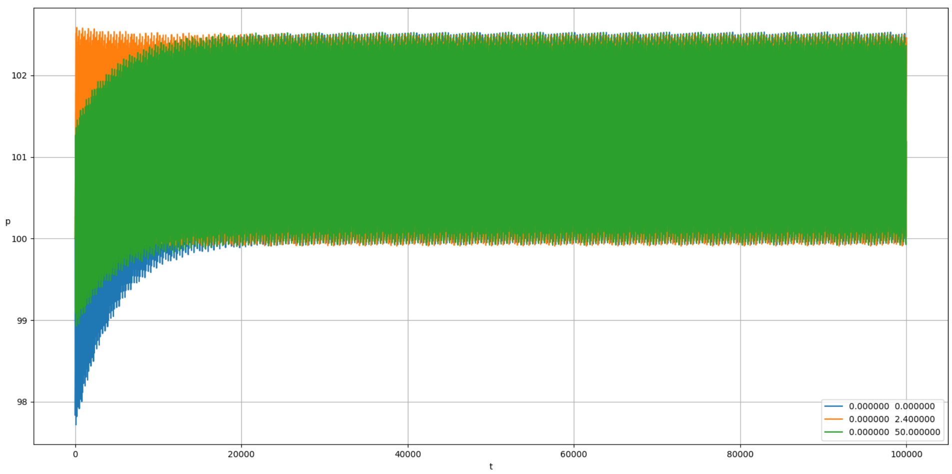

Figure 5. 相位差对 $p - t$ 关系的影响

对于将油管内的压力从100 MPa提高到150 MPa的情况，我们可以用同样的差分方程,分别模拟起始压力与2 s、5 s和10 s后的压力差别为50 MPa时的情况，同样通过二分法可以找出最佳的精确到百分位的单向阀开启时长 $T_{2s} = 0.89$ ms、$T_{5s} = 0.71$ ms 和 $T_{10s} = 0.70$ ms。

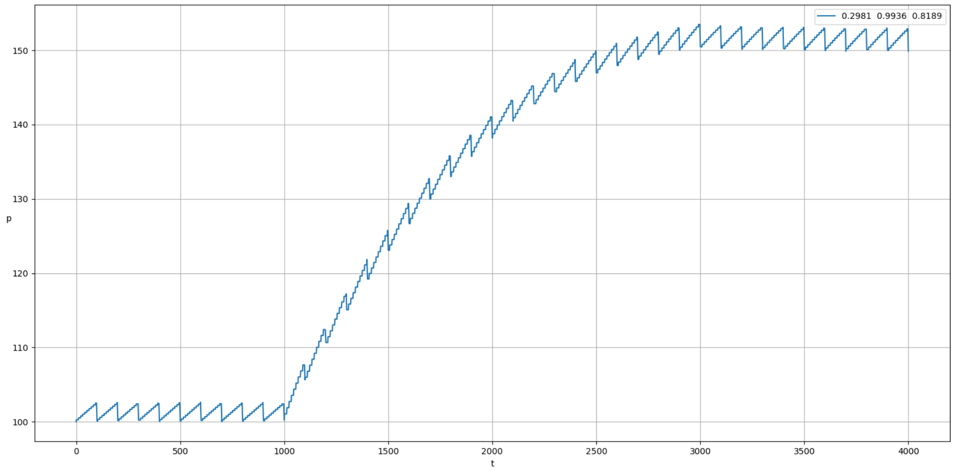

Figure 6. 调整过程中的压力周期变化

图 Figure 7描述了相位差对调整过程的影响，在调节完成后依旧可以收敛。

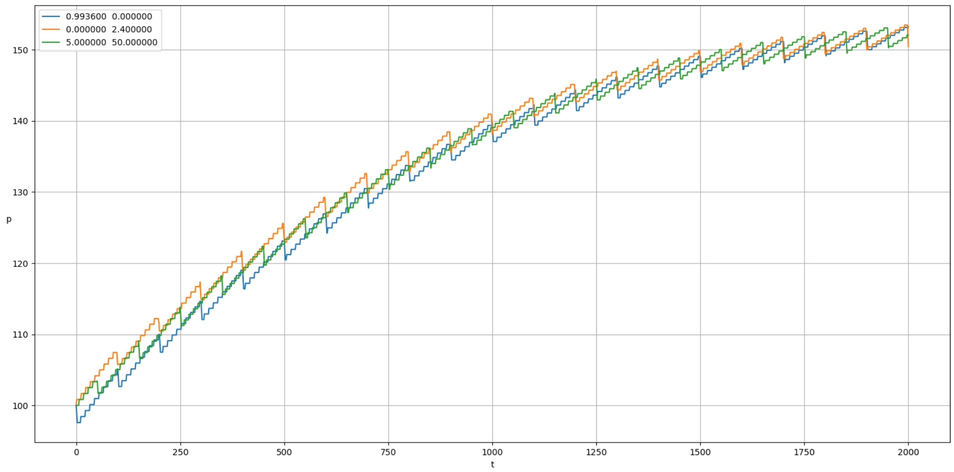

Figure 7. 相位差对调节过程的影响

而经过该段时间后，维持150 MPa所需要的单向阀开启时长为 $T_{150} = 0.70\,\mathrm{ms}$。图 Figure 6展示了其中一个调整过程中的压力对时间的变化图像。

问题 1 结论 综上所述，将高压油管内的压力尽可能稳定在100 MPa左右，应该设置单向阀每次开启0.29 ms。如果要将高压油管内的压力从100 MPa增加到150 MPa, 且分别经过约2 s、5 s和10 s的调整之后稳定在150 MPa时的

情况，对应时长内单向阀应分别先调整为开启 $T_{2s}=0.89\,\mathrm{ms}$、$T_{5s}=0.71\,\mathrm{ms}$ 和 $T_{10s}=0.70\,\mathrm{ms}$，随后维持开启时长为 $T_{150}=0.70\,\mathrm{ms}$，以维持150 MPa。

3 问题 2

问题 2 中 $Q_{out}(t)$ 的形式比较复杂。

首先我们定义等效面积函数 $B(t)$，用来描述针阀运动过程中喷油嘴喷孔的等效面积。由简单的几何计算可知，它的形式如下。

$$B(t)=\pi\left(\left(\frac{d_B}{2}+h(t)\tan 9^\circ\right)^2-\left(\frac{d_B}{2}\right)^2\right) \tag{13}$$

但是，当针阀上升到一定高度时，等效面积函数值会超过喷嘴的面积，此时喷油能力转而由喷嘴的面积限制，为了不改变 $B(t)$ 的表达形式，我们定义了等效升程函数 $h(t)$，它表示针阀的等效升程，由题目附件 2 给出的数据拟合，并按照前述进行修正得到，其图形和拟合结果如下

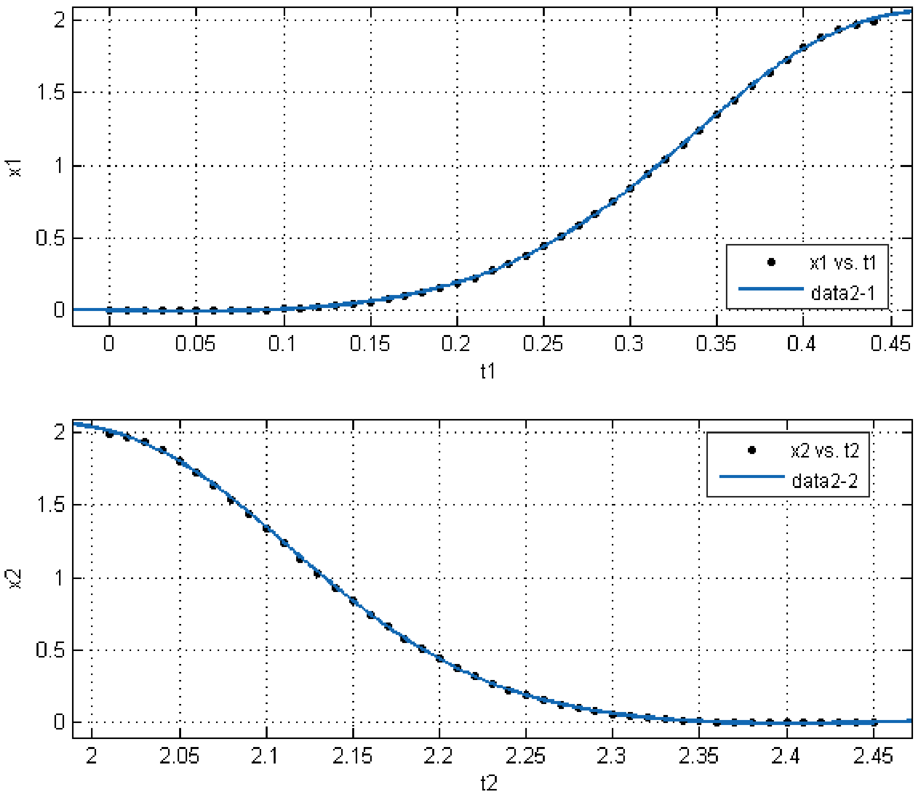

Figure 8. 针阀升程

$$h(t)=\begin{cases}\frac{0.5342(t-100k)^2-0.04835(t-100k)+0.000726}{(t-100k)^2-0.7362(t-100k)+0.1716} & 100k\le t\le 100k+0.3309, k\in\mathbb{N}\\ 1.1532 & 100k\le t+0.3309\le 100k+2.1213, k\in\mathbb{N}\\ \frac{0.5358(t-100k)^2-2.576(t-100k)+3.096}{(t-100k)^2-4.163(t-100k)+4.368} & 100k+2.1213\le t\le 100k+2.45, k\in\mathbb{N}\\ 0 & 100k+2.45\le t\le 100(k+1), k\in\mathbb{N}\end{cases} \tag{14}$$

由于高压油管内的油压远高于大气压，所以我们可以忽略喷油嘴外的压强，即 $\Delta p\approx p$，由此 $Q_{out}(t)$ 就可以被写成

$$Q_{out}(t)=CB\sqrt{\frac{2p}{\rho}} \tag{15}$$

再来看 Q_{in} 的表达形式，它形式上与上一题类似，如方程 16（以下下标为 h 的项均为油泵油缸的性质）

$$Q_{in}(t)=\delta CA\sqrt{\frac{2(p_h-p)}{\rho_h}} \tag{16}$$

其中 $0-1$ 变量 δ 定义如下

$$\delta=\begin{cases}1 & p_h\ge p\\ 0 & p_h<p\end{cases} \tag{17}$$

下面我们来求油缸内压力 p_h 的表达式。油缸的体积可以表示为时间 t 的周期函数

$$V_h(t)=20+(R_{up}-R(\theta(t)))\pi\left(\frac{5}{2}\right)^2 \tag{18}$$

其中 R_{up} 为凸轮位于上止点时的极径，由题目给出，此时缸内压力为0.5 MPa，$R(\theta)$ 的表达式由题目附件 1 给出，$\theta(t)$ 的表达式如下，为了计算方便，我们把时刻 $t=0$ 的相位设置为下止点，也就是 $\theta=\pi$。

$$\theta(t)=\omega t+\pi-2k\pi, k\in\mathbb{N}, \theta(t)\ge 0 \tag{19}$$

当油泵活塞运行到下止点时，油泵吸慢了油，并不再把油返回低压油路，所以我们可以在油泵位于下止点时直接给定一个初值 $p_0=0.5$ MPa，对每一个周期都是这样。

考虑油泵油缸的质量守恒，可以得到下面的方程。

$$\frac{\mathrm{d}m_h}{\mathrm{d}t}=-Q_{in}\rho \tag{20}$$

又由密度的定义 $m_h = \rho_h V_h$ 微分得到

$$\mathrm{d}m_h = \rho_h \mathrm{d}V_h + V_h \mathrm{d}\rho_h \tag{21}$$

将方程 3、20、21联立，加入初值条件，可以整理得到

$$\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}p_h}{E(p_h)\mathrm{d}t} = \frac{1}{V_h}\left(-Q_{in}\frac{\rho}{\rho_h} - \frac{\mathrm{d}V_h}{\mathrm{d}t}\right) \\ &p_h(\frac{2k\pi}{\omega}) = 0.5, k \in \mathbb{N} \end{aligned} \tag{22}$$

在高压油泵供油的过程中我们可以用方程 22去描述它的情况。这个方程的形式和刚才对高压油管的建模模型——方程 8形式很相似，也就是我们可以把高压油泵的油缸视作另一个高压油管，活塞对它的压缩可以视作 Q_{in}，而向高压油管供油可以视作 Q_{out}，当然此时 V 是变量，所以不可以直接代入。

同时，根据方程 8我们可以写出高压油管的方程

$$\frac{\mathrm{d}p}{E\mathrm{d}t} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{V} \tag{23}$$

联立方程 23、22并使用和问题 1 中相似的差分方程计算

$$\begin{aligned} &\frac{p_{h\ i+1} - p_{h\ i}}{E(p_{h\ i})\Delta t} = \frac{1}{V_h(t_i)}\left(-\delta CA\sqrt{\frac{2\left(p_h - p_i\right)}{\rho_h}}\frac{\rho}{\rho_h} - \frac{\mathrm{d}V_h}{\mathrm{d}t}\right) \\ &\frac{p_{i+1} - p_i}{E(p_i)\Delta t} = \frac{1}{V_0}\left(\delta CA\sqrt{\frac{2\left(p_h - p_i\right)}{\rho_h}} - Q_{out}(t_i)\right) \\ &p_h(\frac{2k\pi}{\omega}) = 0.5, k \in \mathbb{N} \end{aligned} \tag{24}$$

我们使用二分法对一定范围内的 ω 进行搜索，用经过一定时间段后高压油管内油压力的变化 Δp 来评价“压力稳定在100 MPa”的好坏，搜索出使压力变化最小时的 $\omega = 0.027\,\mathrm{rad\,ms^{-1}}$。对应的 $p-t$ 变化曲线如图 Figure 9。

下面的曲线则描述了二分搜索中不同 ω 的选取造成的 $p-t$ 变化曲线。

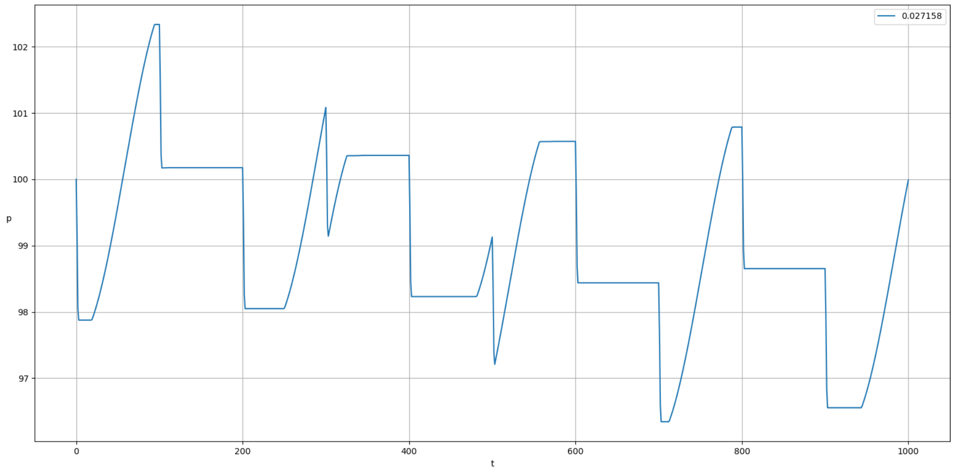

Figure 9. 问题 2 中高压油管内压力和时间的变化图

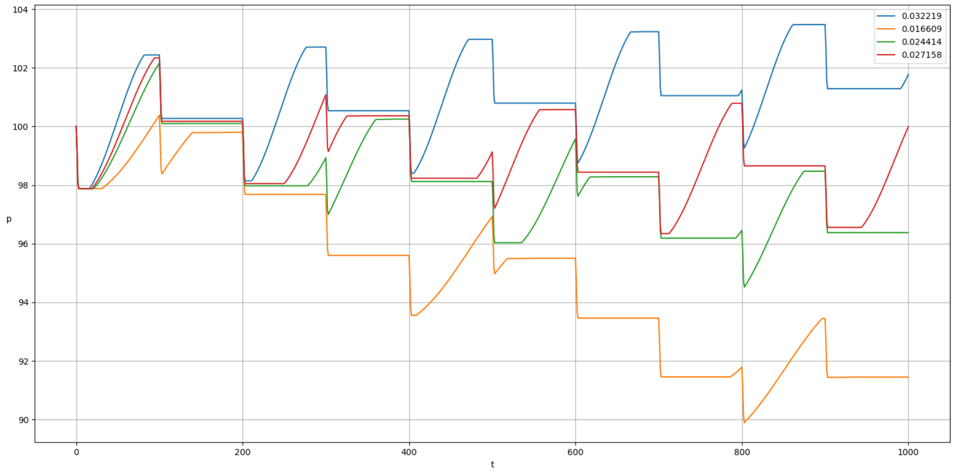

Figure 10. 二分搜索中不同 ω 的选取造成的 $p-t$ 变化

问题 2 结论 通过数值模拟和二分搜索，我们给出凸轮的角速度 $\omega = 0.027\,\mathrm{rad\,ms^{-1}}$ 时，高压油管内的压力尽量稳定在100 MPa左右。

4 问题 3

从问题 2 给出的图 Figure 9可以看到，造成压力波动的主要因素是喷油和注油过程。相比两个喷油嘴同时喷油，交替喷油可以减少高压油管中的压力波动。我们可以通过数值模拟验证这一点。

增加一个喷油嘴只改变了问题 2 中 $Q_{out}(t)$ 的具体形式，对于交替喷油模型，$Q_{out}(t)$ 的具体形式如下。

$$Q_{out}(t) = CB\sqrt{\frac{2p}{\rho}} \tag{25}$$

$$B(t) = \pi\left(\left(\frac{d_B}{2} + h(t)\tan 9^\circ\right)^2 - \left(\frac{d_B}{2}\right)^2\right) \tag{26}$$

$$h(t) = \begin{cases} \frac{0.5342(t-50k)^2-0.04835(t-50k)+0.000726}{(t-50k)^2-0.7362(t-50k)+0.1716} & 50k \leq t \leq 50k+0.3309, k \in \mathbb{N} \\ 1.1532 & 50k \leq t+0.3309 \leq 50k+2.1213, k \in \mathbb{N} \\ \frac{0.5358(t-50k)^2-2.576(t-50k)+3.096}{(t-50k)^2-4.163(t-50k)+4.368} & 50k+2.1213 \leq t \leq 50k+2.45, k \in \mathbb{N} \\ 0 & 50k+2.45 \leq t \leq 50(k+1), k \in \mathbb{N} \end{cases} \tag{27}$$

将这个结果代回方程 23就可以进行与问题 1 相同的数值模拟，解出此时最合适的凸轮角速度为 $\omega = 0.053\,\mathrm{rad\,ms^{-1}}$。图 Figure 11中的红色线描述了此时的 $p-t$ 变化情况，其他色线描述了二分逼近的结果。

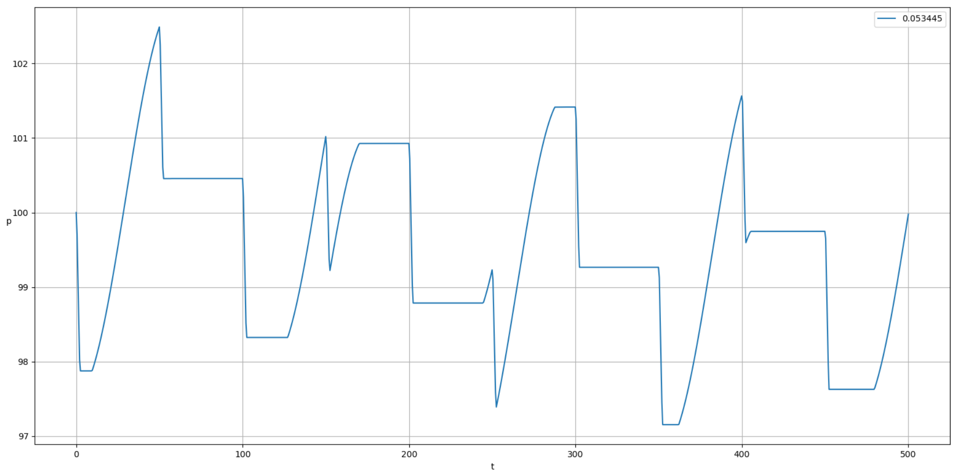

Figure 11. 增加一个喷油嘴之后的高压油管内压力与时间变化

减压阀可以控制体系内部压力不高于某一定值，该定值即为减压阀的开放阈值，记作 p_0，通过设定 p_0 即可控制减压阀，减压阀可以视为一个受压力控制的的喷油嘴，其对 $Q_{out}(t)$ 的贡献为

$$Q_{out}(t) = \gamma CA\sqrt{\frac{2p}{\rho}} \tag{28}$$

其中 $0-1$ 变量 γ 定义如下

$$\gamma = \begin{cases} 1 & p \geq p_0 \\ 0 & p < p_0 \end{cases} \tag{29}$$

由于减压阀的流量亦受到流量公式的限制，所以我们不妨设定 $p_0 = 100\,\mathrm{MPa}$，并在这一条件下用经过足够长的时间后的压力变化 Δp 来衡量“控制高压油管压力”的好坏，利用二分搜索使 Δp 最小的油泵转速 ω 的值，数值模拟得到的图如下。

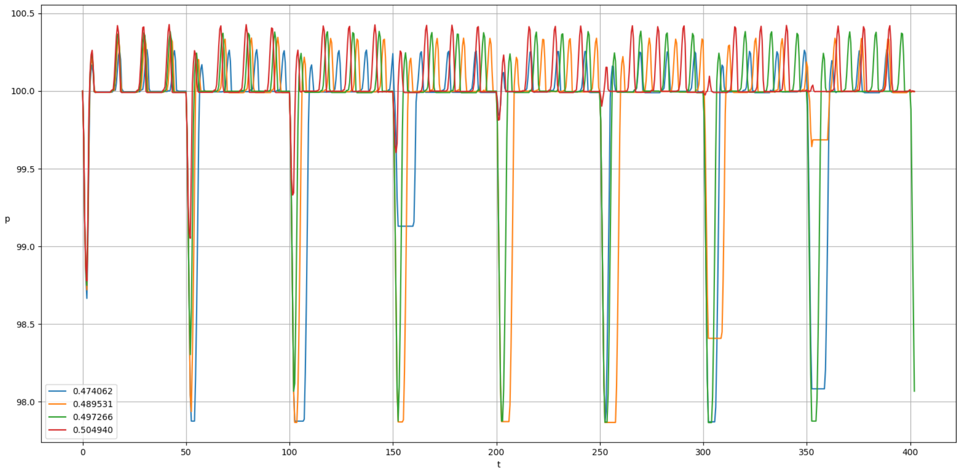

Figure 12. 不同转速 ω 对高压油管压力对时间关系的影响

数值模拟结果显示，当 $\omega = 0.505\,\mathrm{rad\,ms^{-1}}$ 时，Δp 值最小，且压力波动范围已经显著小于原先不加减压阀的情况，所以我们选择这种方案。

问题 3 结论　在增加一个喷嘴的情况下，最佳方案是使两个喷嘴交替喷油，每次喷油时间间隔相等，此时油泵转速设定为$0.053\,\mathrm{rad\,ms^{-1}}$。加入减压阀后，控制方案为设定减压阀的打开阈值为 $p_0 = 100\,\mathrm{MPa}$，此时油泵转速对应设定为$0.505\,\mathrm{rad\,ms^{-1}}$。

5　总结

在本题中，我们从简单到复杂考虑了高压油路系统的三种模型，并把它们统一到

$$\frac{\mathrm{d}p}{E\mathrm{d}t} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{V}$$

这一简洁的形式，利用具体条件下不同 Q_{in} 和 Q_{out} 的形式代入方程，将微分方程离散化为差分方程，利用计算机模拟求解，将优化目标量化为 Δp 这样的函数，并用二分法高效取得我们需要优化的值。

6 附录

我们使用的软件与工具包括 MATLAB、Python、C++、LaTeX、git、github 和 cnki.net。

6.1 MATLAB 代码

我们使用 MATLAB 进行拟合运算，没有输入交互代码，只用鼠标操作。

6.2 Python 代码

我们使用 Python 绘制本文中几乎大多数插图，使用的程序代码如下

```python
import matplotlib.pyplot as plt
f=open('data.out')
r=f.read()
r=r.split('\n\n')
r.pop()
x=[];y=[]
for i in range(len(r)):
    x.append([]);y.append([])
    r[i]=r[i].split('\n')
    for j in range(len(r[i])-1):
        r[i][j]=r[i][j].split(' ')
        x[i].append(float(r[i][j][0]))
        y[i].append(float(r[i][j][1]))
    plt.plot(x[i],y[i],label=str(r[i][len(r[i])-1]))
    print(str(r[i][len(r[i])-1]))
plt.xlabel('t');plt.ylabel('p',rotation=0)
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

6.3 C++ 代码

本题中所有的二分法优化都是通过不断改动以下程序的参数实现的

```cpp
#include<cstdio>
#include<cmath>
#define TimeLimit 1000
#define GAP 0.01
```

```
#define INIT 100
#define V (3.1416*500*25)
#define C 0.85
#define Phigh 160
#define Precision 0.001
#define DIF 0
#define phinit 0.5
double omege = 20;
// #define INF
/*//this part for question 1
double T = 0.3;
double A(double t)
{
    double temp = t-(double)((int)(t/(T+10)))*(T+10);
    if(temp <= T){
        return (0.49*3.1416);
    }
    else return 0;
}
double Qout(double t)
{
    double temp = t-(double)((int)(t/(100)))*(100);
    // printf("%f",temp);
    if(temp <= 0.2)
    {
        return 100*temp;
    }
    else if(temp >0.2 && temp < 2.2)
    {
        return 20;
    }
    else if(temp >= 2.2 && temp <= 2.4)
    {
        return temp*(-100)+240;
    }
    else return 0;
}
double p()
{
```

```
        double t = 0;
        double press = INIT;
        // printf("%f\n%f\n",t,press);
        while (t < TimeLimit)
        {
            // printf("press=%f\t",press);
            if(press > Phigh)press = Phigh;
            press = press + ((C*A(t)*sqrt(2*(Phigh-
            press)/0.87113)-Qout(t))/V)*GAP
            *(0.0001*press*press*press-0.001082
            *press*press+5.474*press+1532);
            t += GAP;
            // printf("%f\n%f\n",t,press);
        }
        return (press - INIT);
    }
    */
    double rho(double p){
        double sum=0;
        if(p>100){
            for(double i=100;i<=p;i+=0.001){
                sum+=0.001/(0.0001*i*i*i-0.001082*i
                *i+5.474*i+1532);
            }
            return 0.85*pow(2.718281828459,sum);
        }
        else if(p<100){
            for(double i=100;i>=p;i-=0.001){
                sum-=0.001/(0.0001*i*i*i-0.001082*i
                *i+5.474*i+1532);
            }
            return 0.85*pow(2.718281828459,sum);
        }
        return 0.85;
    }
    inline double E(double p)
    {
        return (0.0001*p*p*p-0.001082*p*p+5.474*p
        +1532);
```

```
    }
    inline int delta(double ph, double p)
    {
        return (ph >= p);
    }
    inline double Theta(double t)
    {
        return (omege*t+3.14-6.28*(int)((omege*t
        +3.14)/6.28));
    }
    inline double R(double theta)
    {
        return (4.826+2.413*sin(theta+1.5708));
    }
    double Vh(double t)
    {
        return (20+(7.239-R(Theta(t)))*3.1416*2.5
        *2.5);
    }
    double h(double t)
    {
        double temp = t - ((int)(t/50))*50;
        if(temp < 0.3309)
        {
            return (0.5342*temp*temp-0.04835*temp+
            0.000726)/(temp*temp-0.7362*temp+0.1716);
        }
        else if(temp >= 0.3309 && temp <= 2.1213)
        {
            return 1.1532;
        }
        else if(temp > 2.1213 && temp < 2.45)
        {
            return (0.5358*temp*temp-2.576*temp+
            3.096)/(temp*temp-4.163*temp+4.368);
        }
        else
        {
            return 0;
```

```
            }
        }
        double B(double t)
        {
            return 3.1416*((1.25+h(t)*0.1584)*(1.25
            +h(t)*0.1584)-1.25*1.25);
        }
        double Qout(double t, double p)
        {
            return (0.85*B(t)*sqrt(2*p/rho(p)));
        }
        double p()//for question 2
        {
            double t = 0;
            double press = INIT;
            double pressh = phinit;
            // printf("%f\n%f\n",t,press);
            while (t < TimeLimit)
            {
                // printf("press=%f\t",press);
                t += GAP;
                if(omege*t/6.2832-(int)(omege*t
                /6.2832) < 0.001 && omege*t/6.2832
                -(int)(omege*t/6.2832) > -0.001)
                {
                    pressh = phinit;
                }
                // printf("Qout = %f\t",
                Qout(t,press)); //喷油
                if(delta(pressh,press))
                {
                    // printf("inittime = %f\tpressh
                    = %f\tpress = %f\n",t,pressh,press);
                    pressh = pressh + (GAP*E(pressh)
                    /Vh(t))*(-0.85*3.1416*0.49*sqrt(2
                    *(pressh - press)/rho(pressh))
                    *(rho(press)/rho(pressh)) - (Vh(t)
                     - Vh(t - GAP))/GAP);
                    if(delta(pressh,press))
```

```
                    {
                        press = press + (GAP*E(press)/V)
                        *(0.85*3.1416*0.49*sqrt(2*(pressh
                         - press)/rho(pressh)) - Qout(t
                         ,press));
                    }
                    else
                    {
                        press = press + (GAP*E(press)/V)
                        *( - Qout(t,press));
                    }
                }
                else
                {
                    pressh = pressh + (GAP*E(pressh)
                    /Vh(t))*( - (Vh(t) - Vh(t - GAP))/GAP);
                    press = press + (GAP*E(press)/V)
                    *( - Qout(t,press));
                }
                // printf("time = %f\tpressh = %f\tpress
                 = %f\n",t,pressh,press);
            }
            return (press - INIT);
        }
        void binarysearch(double start, double end)
        {
            printf("search[%f,%f]\t",start,end);
            if (end - start < Precision)
            {
                    printf("found the solution : %f",end);
                return;
            }
            omege = start + (end - start)/2;
            double mid = p();
            printf("mid p=%f\n",mid);
            if(mid - DIF > 0){
                binarysearch(start, start + (end - start)/2);
            }
            else
```

```
        {
            binarysearch(start + (end - start)/2, end);
        }
    }
    int main()
    {

        // freopen("dataof1.out","w",stdout);
        // printf("%f",(GAP*E(102)/V)*( - Qout(57,102)) );
        binarysearch(0.03,0.1);

        return 0;
    }
```

6.4 LaTeX 代码

本文用 LaTeX 排版，LaTeX 代码置于支持文件中。