

《音乐与数学》期中研究题

2019 — 2020 学年第一学期

每组同学从下列六个大题中任选一题.

一、鼓的振动模态

1. 研读参考文献的相关内容, 讨论鼓所对应的二维振动方程, 试得出其一般解.
2. 进而讨论一般的鼓的振动模态, 说明为什么它属于无固定音高的打击乐器.
3. 查找文献, 研究定音鼓 (timpani) 的发声机理, 说明为什么定音鼓能够敲出固定的音高

参考文献:

- [1] Neville H. Fletcher, Thomas D. Rossing, *The physics of musical instruments*, Springer-Verlag, New York, 1991, 第3章、第18章.
- [2] David J. Benson, *Music: A Mathematical Offering*, Cambridge University Press, Cambridge, 2007, §3.6.
- [3] Gareth Loy, *Musimathics: The Mathematical Foundations of Music*, Vol. I, The MIT Press, Cambridge, 2006, §8.8.

二、关于三分损益的问题

仔细考察《吕氏春秋》中所描述的生律过程和《管子·地员》中描述的“三分损益”过程, 它们各自产生的律制是相同的吗? 请阐明你的观点, 并加以论证.

参考文献

- [1] 刘永福, 《吕氏春秋》音律相生法的分析和解读, 中国音乐学, 2017 (3): 67 - 74.
- [2] 宋克宾, 需回归原典、分清语境解读古代乐律问题, 音乐探索, 2014 (1): 80 - 85.

三、“三分损益”与“五度相生”是否得到相同的律制？

分别研究三分损益和毕达哥拉斯五度相生的生律过程，讨论由这两种生律方法所得律制的异同。

参考文献

- [1] 洛秦, 三分损益不等于五度相生, 音乐艺术 (上海音乐学院学报), 1986 (2): 83–87.
- [2] 华天初, 对三分损益律和五度相生律异同的分析, 音乐艺术 (上海音乐学院学报), 2015 (4): 23–27.

四、马尔科夫链

任选一首你熟悉的歌曲或者乐曲，截取其中适当长度的一段（例如 8~10 小节，视其中包含的音符数目而定）。考虑音符的时值，即把音高相同但时值不同的音符当作不同的状态。

1. 统计计算出这段音乐的 1 阶和 2 阶马尔科夫链的转移概率矩阵；
2. 使用你得到的这两个转移概率矩阵分别产生一段随机音乐；
3. 试描述这两段随机音乐的特点，比较它们的异同，并对你观察到的结果做出理论解释。

参考文献：

- [1] F. Brooks, A. Hopkins, P. Neumann, and W. Wright, An experiment in musical composition, *IRE Transactions on Electronic Computers*, **EC-6** (1957), 175–182.
- [2] Gareth Loy, *Musimathics: The Mathematical Foundations of Music*, Volume I, The MIT Press, Cambridge, 2006, §9.19.

五、机器作曲·遗传算法

1. 采用下述方法 之一 产生初始种群：
 - (a) 从具有相同节拍的若干歌曲、乐曲中选取十个长度相等（例如 4 小节）的片段。

(b) 随机产生: 给定乐音体系

$$S = \{ F_3, \sharp F_3, \dots, B_3, C_4, \sharp C_4, \dots, B_4, C_5, \sharp C_5, \dots, \sharp F_5, G_5 \}.$$

随机选取 S 中的音级, 配以不同的时值, 产生十段 4/4 拍、四小节的“旋律”, 其中音符的最短时值为八分音符.

2. 根据课上介绍, 研读参考文献以及文后给出的相关文献, 在任何一个软件平台 (MATLAB, Mathematica, Python, C++ 等) 上建立遗传算法. 遗传操作应包括交叉 (crossover), 变异 (mutation) 以及对旋律进行的移调、倒影、逆行变换等.
3. 探索建立适应度函数 (fitness function), 用以指导旋律进化的方向.
4. 把初始种群作为遗传算法的输入, 对其进行遗传迭代, 看是否能够得到较好的音乐片段.
5. 真实、客观、准确地描述你所完成的各项工作及得到的实际结果, 形成完整的实验报告. 着重讨论适应度函数的选取对于最终产生旋律的音乐特性之间的联系, 以及对算法本身效率的影响.

参考文献

[1] Dragan Matic, A genetic algorithm for composing music, *Yugoslav Journal of Operations Research*, **20** (2010), 157–177.

六、纯律的实际应用问题.

选取下列 **任意一个**子题目, 讨论**纯律 (just intonation)** 在音乐实践中的应用:

1. 声乐 (有伴奏或者无伴奏的情形);
2. 无品 (fret) 弦乐器 (如提琴、二胡等);
3. 管弦乐队中各组乐器的律制协调;
4. 民族乐器与西洋乐器之间的配合.

可以采用的研究方法包括 (但不限于): 根据自己的音乐实践体会; 查找并研读相关文献; 开展社会调查, 走访专业人士; 等等