

МФТИ

Алгоритмы и структуры данных, весна 2023

Домашнее задание №08. Кратчайшие пути в графах

Всюду в этом листке (если не оговорено иное) n означает количество вершин в графе, а m — количество рёбер.

1. (2 балла) Дан ориентированный взвешенный граф без отрицательных циклов. За $O(n^3)$ найдите цикл минимального веса.
2. (3 балла) Дан ориентированный взвешенный граф без отрицательных циклов. За $O(nm)$ найдите в нём цикл длины 0 (или сообщите, что его нет). Считайте, что веса всех рёбер целые, а вещественные типа данных недоступны.
3. (2 балла) Во взвешенном неориентированном графе определите минимальный средний вес цикла. Средним весом цикла называем вес этого цикла, делённый на число рёбер в нём. Ответ определите с точностью до ε . Асимптотика: $O\left(nm \cdot \log\left(\frac{C}{\varepsilon}\right)\right)$, где C — ограничение сверху на веса всех рёбер.
4. В неориентированном графе стоимостью пути назовём максимальный вес среди всех весов рёбер, входящих в него. По двум заданным вершинам найдите кратчайшее расстояние между ними за
 - а) (1 балл) $O(m \log n)$;
 - б) (3 балла) $O(n + m)$.