

## МФТИ

Алгоритмы и структуры данных, осень 2022

Домашнее задание №01. Базовые структуры данных

1. (3 балла) Пусть  $T(n) = 3T(\sqrt{n}) + \log_2 n$ . Найдите асимптотику  $T(n)$ .
2. (2 балла) Пусть  $T(n) = 2T(n/2) + n \log_2 n$ . Найдите асимптотику  $T(n)$ .
3. (1 балл) Вам дан массив  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , где  $a_i$  — цена на акции через  $i$  дней. Найдите два дня, в которые выгоднее всего купить и продать акции. Асимптотика:  $O(n)$ .
4. (3 балла) Дан массив из  $n$  чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Необходимо обработать  $q$  запросов вида  $l_i, r_i, b_i, d_i$ . В ответ на такой запрос нужно увеличить число  $a_{l_i}$  на  $b_i$ , число  $a_{l_i+1}$  увеличить на  $b_i + d_i$  и так далее вплоть до  $a_{r_i}$ , которое нужно увеличить на  $b_i + d_i \cdot (r_i - l_i)$ . Неформально, на подотрезке нужно прибавить арифметическую прогрессию. Выведите массив после всех запросов. Асимптотика:  $O(n + q)$ .
5. (1 балл) В массиве из нулей и единиц длины  $n$  первый и последний элемент различны. За  $O(\log n)$  найдите две соседние позиции в массиве, на которых стоят различные элементы.
6. (1 балл) Даны два массива:  $a_1, \dots, a_n$  и  $b_1, \dots, b_n$ . Найдите  $\max(a_i + b_j)$  по всем  $i \leq j$  за  $O(n)$ .
7. (1 балл) Даны два строго возрастающих массива:  $a_1, \dots, a_n$  и  $b_1, \dots, b_m$ , а также число  $k$ . За  $O(n + m)$  найдите количество пар  $(i, j)$ , таких что  $a_i + b_j = k$ .
8. (2 балла) Дана квадратная матрица  $n \times n$  из нулей и единиц. Найдите в ней прямоугольник максимальной площади, целиком состоящий из нулей, за  $O(n^2)$ .