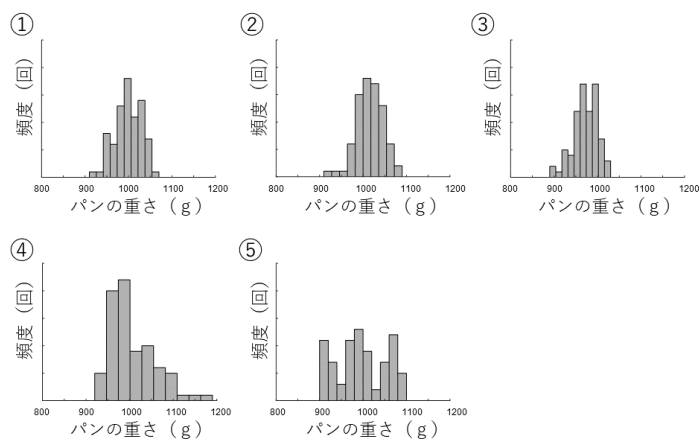


1. 以下は、数学者ポアンカレの逸話です。これを読んで以下の問いに答えなさい。

ポアンカレは、毎日同じパン屋さんで 1kg として売っているパンを買っていました。彼はいつもパンを買うと重さを量って記録していました。手作りのパンですので、当然毎日重さは全く同じではなく、1kg より軽いときもあれば重いときもあります。1 そのデータを見て、2 ポアンカレはパン屋さんは、故意に 1kg よりも軽いパン作って、それを 1kg と偽って売っていることを見抜きました。ポアンカレは、パン屋さんに苦情を言いいき、パン屋さんは不正を認め、次からはちゃんと 1kg のパンを作ると約束しました。その後も、ポアンカレは毎日そのパン屋さんでパンを買い、量り、データを収集しました。苦情を入れて以降、ポアンカレが買うパンはいつも 1kg よりも重くなりました。しかし、3 そのデータを見て、ポアンカレは、まだパン屋さんが不正を行っていることを見抜き、ふたたびパン屋さんに苦情を言いました。実は、パン屋さんは、一度目の苦情の後も作るパンの重さは変更しておらず、ポアンカレが買いに来た時だけ、店の中にあるパンの中で重そうなパンを選んで渡していたのです。

(1) 下線部 1 のデータについて、パンの重さのヒストグラムで表すと、どのようなグラフになるか、次の①～⑤から考えられるものを選び。



(2) ポアンカレはどのように下線部 2 の結論を得たと考えられるか、簡潔に述べよ。

(3) 下線部 3 のデータについて、パンの重さのヒストグラムで表すと、どのようなグラフになるか、簡潔に述べよ。

2. 次の文章を読んで以下の問いに答えなさい。

赤、青 2 台のスロットマシンがあるとします。スロットを回すごとにポイントがもらえます（もらえるポイントは非負の整数）。もらえるポイントは確率的に決まり期待値は事前に決まっています。例えば、赤のスロットマシンは平均して 30 ポイント当たるものの、そこから外れた値の大きいポイントや小さいポイントとなることもよくあり、青のスロットマシンは平均して 15 ポイントしか当たらないものの、ほぼ 15 ポイント周辺の値のポイントが当たる、などです。ある人（以下、プレイヤーとします）が、ポイントの累計を最大化するようにこれら 2 台のスロットマシンで何度も遊びます。プレイヤーは 2 台のマシンのポイントについての事前の知識は全くありません。このような場合に、プレイヤーがそれぞれの期待値を学習する手続きについて考えます。

最初は、赤、青、両方の期待値について何もわからないので、仮に、プレイヤーは最初の期待値を、10 ポイントと思っていたとします。この”期待値”は、客観的な確率に基づく期待値とは異なる主観的なものなので、このような主観的な期待値を価値と呼ぶことにします。プレイヤーは価値の大きいマシンを選択して、プレイすることでポイントを最大化しようとしています。ここでは、二つのマシン両方の価値が 10 で等しいので、最初の試行ではランダムにどちらかを選びます。

仮に赤を選んで、その結果、20 ポイントを得たとしましょう。このとき、10 の価値しかないと思っていたのに、実際には 20 ポイントを得たので、 $(20-10)$ ポイントぶんだけ、予想外に多くポイントが得られたことになり、プレイヤーは赤いマシンの価値を大きくする必要があります。ここでは、予想外だったポイント $(20-10)$ に $0 < \alpha < 1$ の係数を掛けて、元の価値に足すことで赤いマシンの価値を更新します。結果として、新しい赤いマシンの価値は $10 + \alpha \times (20-10)$ となります。

今、青いマシンの価値は 10 のまま、赤いマシンの価値は $10 + \alpha \times (20-10)$ になっているので、次の試行では、両者の価値を比べて、より大きい価値を持っている赤いマシンを選ぶことになります。結果、今度ははずれで、0 ポイントだったとしましょう。 $10 + \alpha \times (20-10)$ ポイントの価値を見込んでいたのに、実際には 0 ポイントだったのですから、実際と予想のポイントの差は $0 - \{10 + \alpha \times (20-10)\}$ ポイントで、予想外にポイントが少なかったことになり、プレイヤーは赤いマシンの価値を小さくする必要があります。1 回目と同じルールで新しい価値を決めると、赤いマシンの価値は、 $10 + \alpha \times (20-10) + \alpha \times [0 - \{10 + \alpha \times (20-10)\}]$ となります。

このあとは、同じ手続きで、赤、青両方のマシンの価値を更新しながら、両方の価値を比べて価値が高い方のマシンを選択するということを繰り返すと、主観的な価値が客観的な期待値に近づいていき、両方の期待値が学習されます。

- (1) 下線部 1 に関連して、係数 α を掛けずに（もしくは $\alpha=1$ ）、赤いマシンの価値を $0+(20-0)=20$ とするとどのような不都合があると考えられるか、簡潔に述べよ。
- (2) 下線部 1 に関連して、 $\alpha=0.3$ としたとき、2 回目の選択後の赤いマシンの価値、2 回目の選択後の青いマシンの価値、3 回目に選択するマシンの種類、をそれぞれ答えよ。
- (3) 二重下線部に関連して、ここでは価値の初期値を 10 とした。初期値の値が小さすぎるとうまく学習が進まないことが知られている。どのような不都合があると考えられるか、簡潔に述べよ。
- (4) 異なるタイプの学習として、例えば、最初に青いマシンと赤いマシンの両方を n 回ずつプレイして(n は正の整数)、両方の期待値を計算し、その推測される期待値が大きいほうを以降の選択では選び続けるというものがあると考えられる。このような手続きと比べて、本文の学習手続きはどのような利点あるいは欠点があると考えられるか、簡潔に述べよ。

3. 次の文章を読んで以下の問いに答えなさい。

我々人間を含む動物は、時折、自分自身の利得を犠牲にして他者の利得をあげる利他的行動をとることがあります。これはもちろん進化的に獲得された行動です。進化とは、生存に有利な性質を持つ個体が多く生き残り、遺伝することで、その性質（に関連する遺伝子）が広まることです。しかし、利他的行動は自身の生存確率を下げる行動であるため、一見すると、このような進化の仕組みと反しており、進化上、生き残りえない性質のように思われます。どのように利他的行動は進化しうるのでしょうか？以下のようなゲームを想像してみましょう。

- ・ ゲームは二人で行われ、同時に「協力」もしくは「裏切り」を選択する
- ・ 二人の選択に応じて、以下の利得表に基づく得点を双方が得る
 - － 双方が「協力」を選択すると、両方が4点を得る
 - － 双方が「裏切り」を選択すると、両方が2点だけを得る
 - － 二人の選択が異なる場合は、「裏切り」を選択したほうは6点を得るが、「協力」を選択したほうは0点となる
- ・ ゲームは、同じ相手との間で繰り返し行われ、いつ終わるかはわからない

	相手が協力する	相手が裏切る
協力する	4点	0点
裏切る	6点	2点

このような状況で、どのような選択をするべきでしょうか？お互いに協力して4点ずつを得るのが良さそうにも見えますが、それでは裏切られたら損しますし、さっさと裏切って自分の得を取ったほうが良いようにも見えます。ここでの「協力」行動は、自分自身の利得が増える可能性を下げて、相手が得する可能性を高めているので利他的行動と言えます。

1979年、政治学者アクセルロッドによって、このゲームをプレイするコンピュータプログラム同士が対戦するリーグ戦が開かれ、15人のゲーム理論の専門家が参加しました。ここでは、それぞれ工夫された戦略が組み込まれた2つのプログラムが「協力」、もしくは「裏切り」を選択し、得点が計算されます。プログラムは総当たりで対戦後、全対戦の総得点を競いました。

結果、1しっぺ返し戦略と呼ばれる戦略が優勝しました。しっぺ返し戦略は、基本的には「協力」を選択し、もし裏切られたら、直後に1度だけ「裏切り」を選択します。具体的には、以下のとおりです。

- － 基本的に「協力」を選ぶ
- － 相手に裏切られたら、直後に仕返しとして「裏切り」を選択する
- － その後はまた「協力」に戻る

そのほかのプログラムにおいても、自分からは裏切ることのない協力的な戦略が上位を占め、2 相手を積極的に裏切るプログラムの多くは下位に終わりました。この結果は、このゲームが表すような環境においては、利他的行動が進化する可能性を示唆しています。

- (1) 下線部 1 に関連して、問題文中の利得表によって得点が決まるゲームを、二人が 20 回繰り返し行ったとする。ひとはしっぺ返し戦略をとって、もう一人は 20 回のうち 3 回裏切ったとする。このとき、双方の得点の組み合わせをすべて挙げよ。
- (2) しっぺ返し戦略では、対戦相手よりも高い点を取ることができない（各対戦で相手よりも高い点を取るには必ず裏切りが必要）。それにもかかわらず、下線部 2 のように、相手を裏切るプログラムが上位に入れず、しっぺ返し戦略が優勝できた理由を考え、簡潔に述べよ。
- (3) 進化生物学者トリヴァースは、しっぺ返し戦略に基づく協力的な社会では、裏切りであるかどうかははっきりとしないため仕返しを受けないような微妙な裏切りが、協力行動とともに進化することを予想した。我々の社会生活における微妙な裏切りの例を一つ挙げ、そのような行動が引き起こしうる社会問題について説明せよ。