# 概率论与数理统计

张梓卫 10235101526

9 October 2024

## 第三周概率论作业

**1 第一章习题 14** **1**

1.1 14(1) . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1

1.2 14(2) . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1

**2 第一章习题 15** **1**

**3 第一章习题 17** **2**

**4 第一章习题 20** **2**

## 1 第一章习题 14

### 1.1 14(1)

已知:

(1)$P(\overline{A}) = 0.3, P(B) = 0.4, P(A\overline{B}) = 0.5$, 求 $P(B|A \cup \overline{B})$.

**解答 1.1: 14(1)**

$P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 0.7, P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 0.6$

$\because P(A\overline{B}) = P(A - B) = P(A) - P(AB) = 0.5$

$\therefore P(AB) = P(A) - P(A\overline{B}) = 0.7 - 0.5 = 0.2$

$P(B|A \cup \overline{B}) = \frac{P((A\cup\overline{B})\cap B)}{P(A\cup\overline{B})} = \frac{P(AB)}{P(A\cup\overline{B})} = \frac{P(AB)}{P(A)+P(\overline{B})-P(A\overline{B})}$

$\therefore P(B|A \cup \overline{B}) = \frac{0.2}{0.7+0.6-0.5} = \frac{1}{4}$.

### 1.2 14(2)

(2) $P(A) = \frac{1}{4}, P(B|A) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{2}$. 求 $P(A \cup B)$.

**解答 1.2: 14(2)**

*From* $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{3}$, *and* $P(A) = \frac{1}{4}$, *we can get* $P(AB) = \frac{1}{12}$.

$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{2}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 3P(AB) + 2P(AB) - P(AB) = 4P(AB) = 4 \times \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$

## 2 第一章习题 15

掷两颗骰子，已知两颗骰子点数之和为 7，求其中有一颗为 1 点的概率（用两种方法）.

**解答 2.1: 15**

法一：枚举法：
已知两颗骰子点数之和为 7，那么只有以下可能：
1+6, 2+5, 3+4, 4+3, 5+2, 6+1.
其中有一颗为 1 点的概率为：$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.
法二：条件概率法：
记两颗骰子点数之和为 7 的概率为 P(A)：$P(A)=\frac{6}{36}$
记两颗骰子中，有其中一颗为 1 的概率为 $P(B)$，则 $P(AB)=\frac{2}{36}$.
根据条件概率公式，有 $P(AB)=P(B)\times P(A|B)$,
则有 $P(B|A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{\frac{2}{36}}{\frac{6}{36}}=\frac{1}{3}$.

## 3 第一章习题 17

17. 已知在 10 件产品中有 2 件次品, 在其中取两次, 每次任取一件, 作不放回抽样. 求下列事件的概率:

- 两件都是正品
- 两件都是次品.
- 一件是正品, 一件是次品.
- 第二次取出的是次品.

**解答 3.1: 17**

(1) $p=\frac{C_8^2}{C_{10}^2}=\frac{28}{45}$
(2) $p=\frac{C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{45}$
(3) $p=\frac{C_2^1\times C_8^1}{C_{10}^2}=\frac{16}{45}$
(4) $p=\frac{A_2^1\times A_8^1+A_2^1\times A_8^0}{A_{10}^2}=\frac{1}{5}$

## 4 第一章习题 20

20.某种产品的商标为“MAXAM”, 其中有 2 个字母脱落, 有人捡起随意放回, 求放回后仍为“MAXAM”的概率.

**解答 4.1: 5**

由于商标呈现为回文状，应该分类讨论不同的掉落情况。
以 $D_1,D_2,D_3,D_4,D_5$ 表示不同的脱落情况：$D_1$:”M, M”,$D_2$:”A, A”,$D_3$:”M, A”,$D_4$:”A, M”,$D_5$:”X, M”,
以 $G$ 表示事件” 放回后仍为 MAXAM”.
可知 $D_1,D_2,D_3,D_4,D_5$ 两两互不相容, 且 $D_1\cup D_2\cup D_3\cup D_4\cup D_5=S$. 已知

$$P(D_1)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10},\quad P(D_2)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10},$$

$$P(D_3)=\frac{C_2^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{4}{10},\quad P(D_4)=\frac{C_1^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{2}{10},P(D_5)=\frac{C_1^1C_2^1}{C_5^2}=\frac{2}{10}.$$

当情况为"M,M" 和"A,A" 脱落时，空出的位置无论如何放置都会变为原本的模样。

$$P(G|D_1) = P(G|D_2) = 1,$$

而其他情况下，有可能会导致字母互换位置导致错位，此时概率应为 $\frac{1}{2}$.

$$P(G|D_3) = P(G|D_4) = P(G|D_5) = \frac{1}{2}.$$

由全概率公式得

$$P(G) = \sum_{i=1}^{5} P(G|D_i)P(D_i) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{3}{5}.$$

PROVE: proof Examplelabel 证明如下：

$P(AB) = P(A) + P(B) - P(AB)$ ■