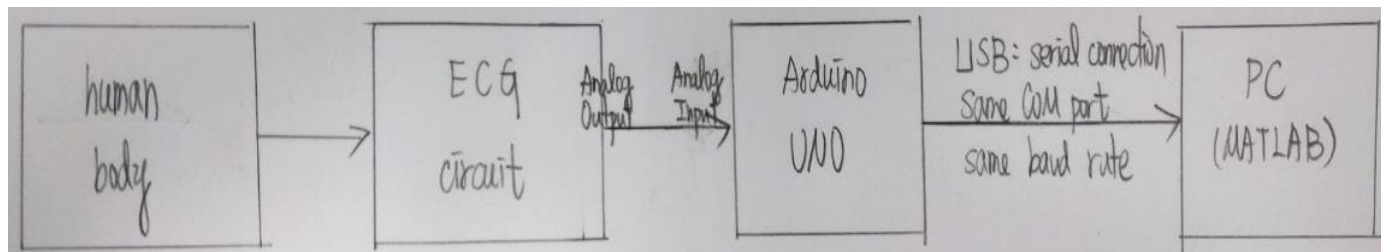


## 105061254 林士平 數位訊號處理實驗報告 Lab2

### 1. 2. 3.

#### (1) Design Specification :

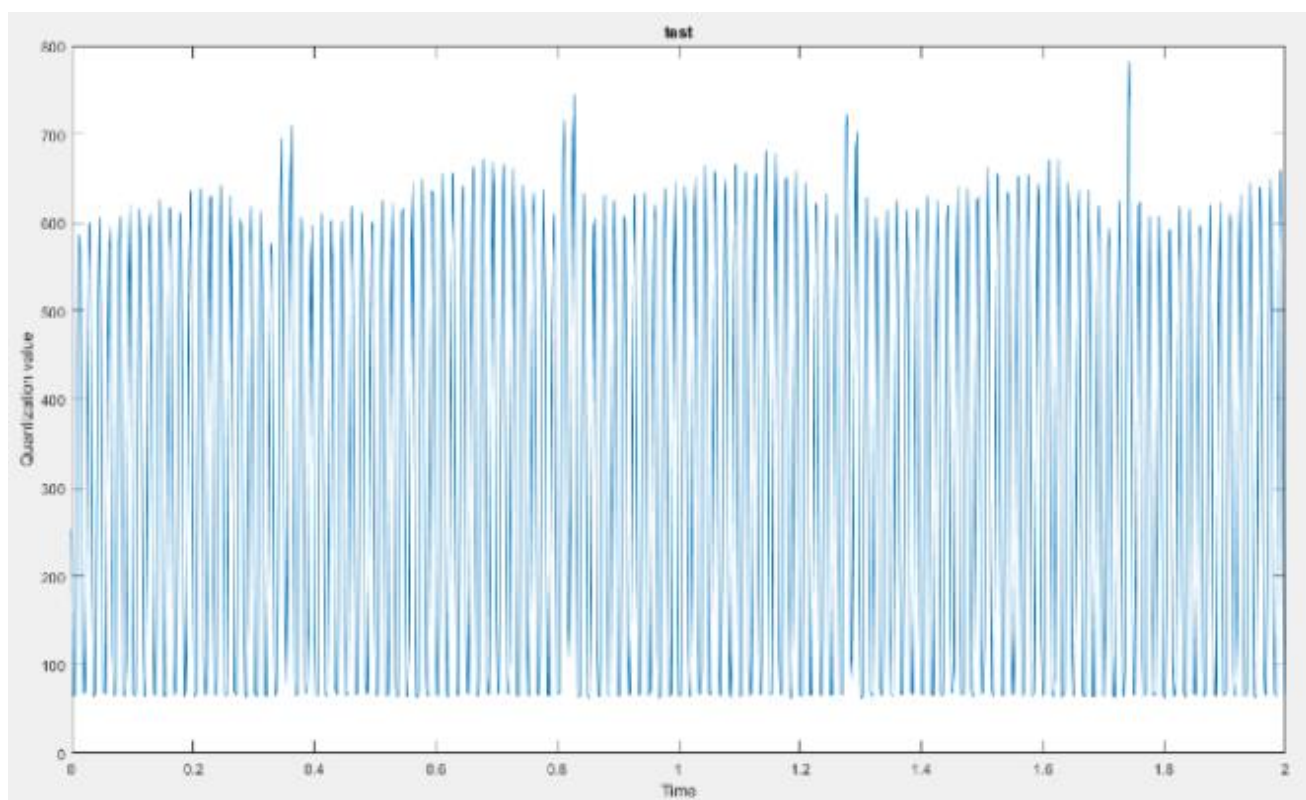


↑ 本實驗的 block diagram

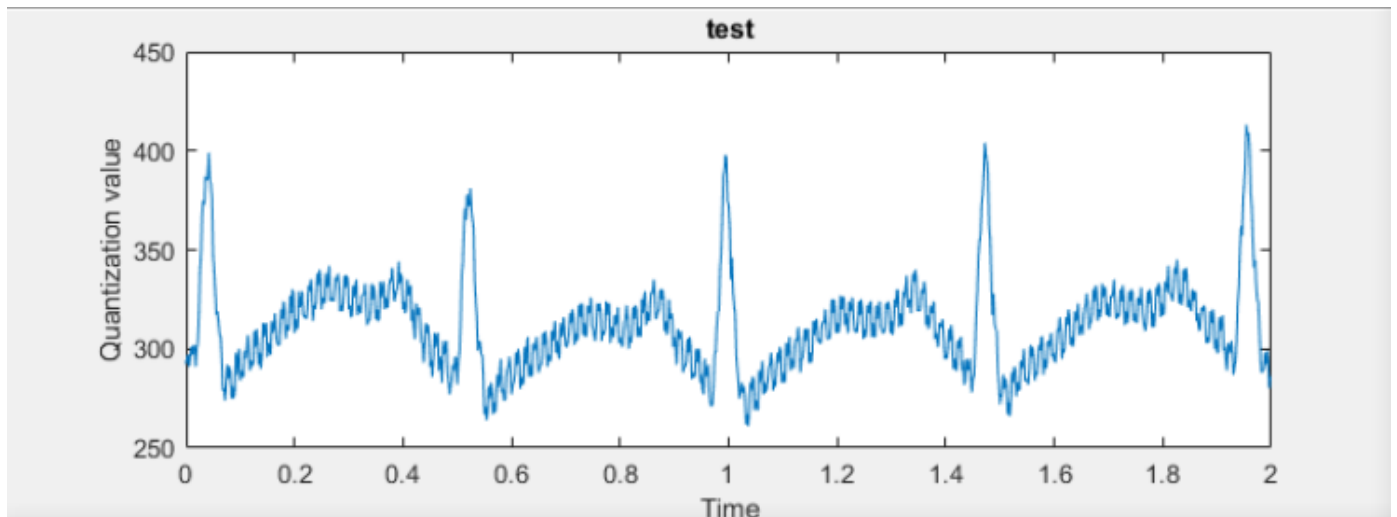
#### (2) Experiment Objective :

- 實現 ECG 訊號放大電路，並利用 Arduino 和 MATLAB 在電腦上顯示出 ECG 訊號的 time domain 和 frequency domain。
- 實現類比 notch filter，輸入為 ECG 訊號放大電路的輸出，並將 notch filter 的輸出結果利用 Arduino 和 MATLAB 在電腦上顯示出它的 time domain 和 frequency domain。
- 比較 a.和 b.的 time domain 和 frequency domain 訊號，分析兩者的差異與原因。

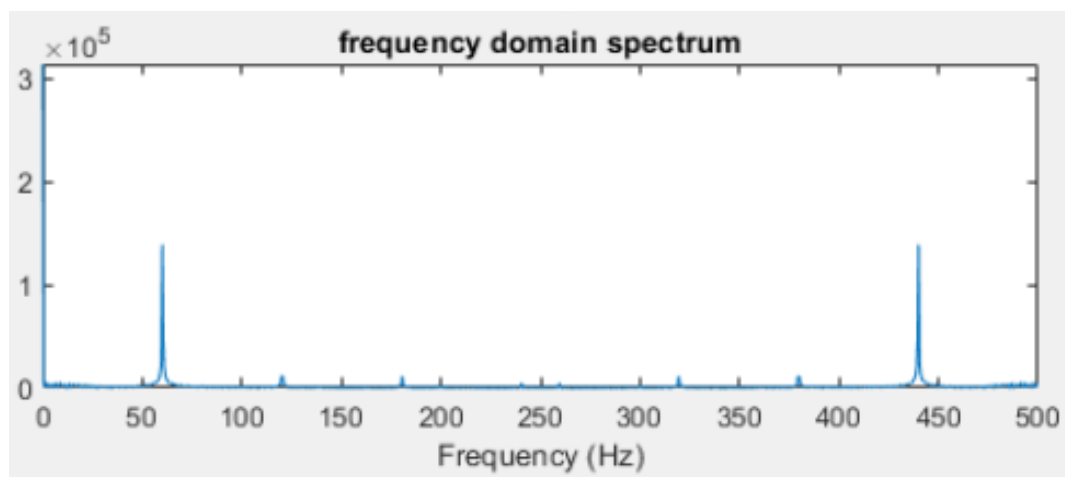
#### (3) Results and analysis :



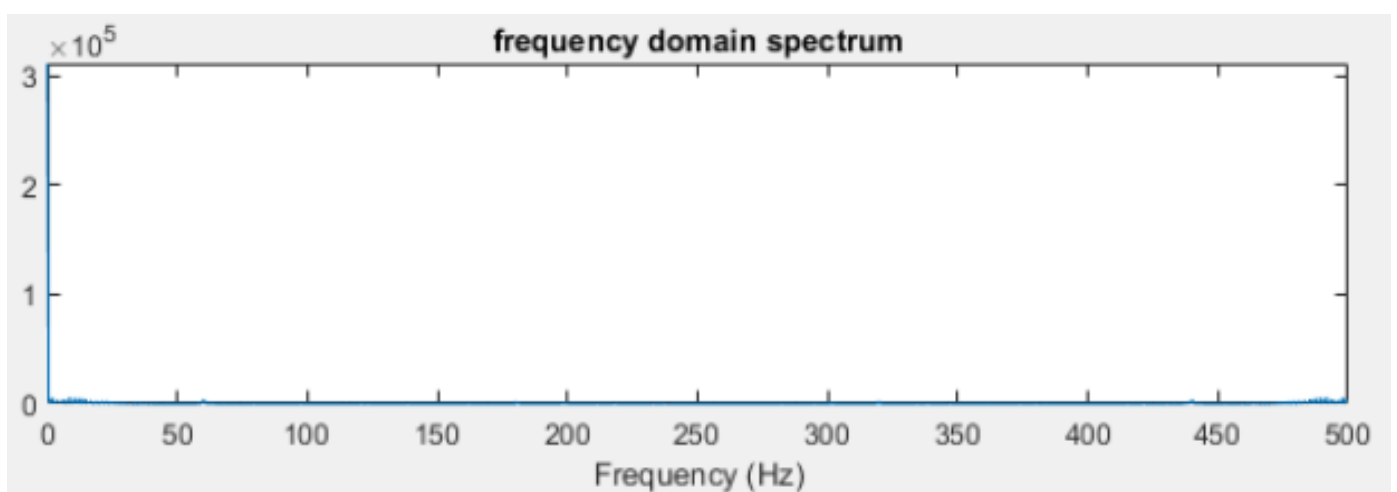
↑ 沒有 notch filter 下的 time domain 訊號



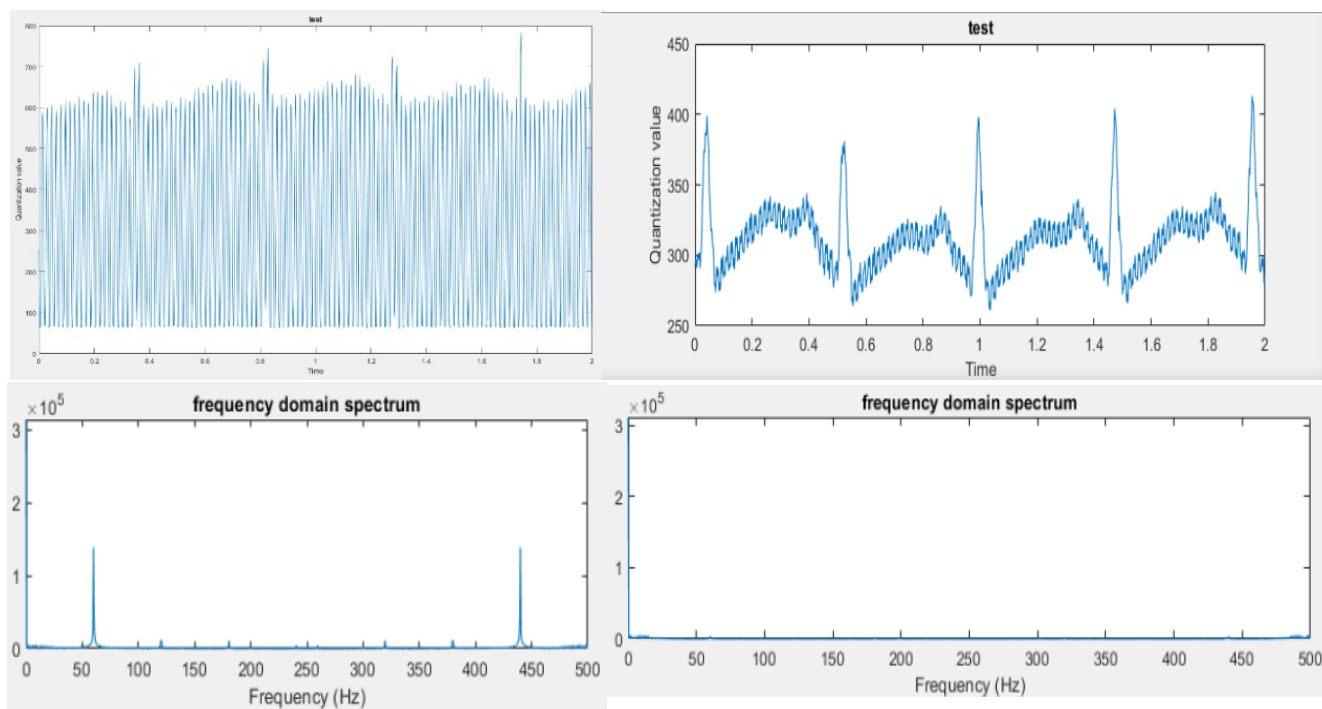
↑ 使用 notch filter 下的 time domain 訊號



↑ 沒有 notch filter 下的 frequency domain 訊號



↑ 使用 notch filter 下的 frequency domain 訊號



↑ 所有結果

由上面四張圖可以觀察到，在使用 notch filter 後，對於心率的計算會有幫助，因為由 time domain 來看 ECG 訊號更清楚，可以更輕易觀察到 R peak，從 frequency domain 來看，則可以發現 60 Hz power-line interference 被 notch filter 濾掉了。

#### 4. Discussion :

(1) Please compare your recorded ECG signals with and without 50 to 60-Hz notch filtering in TIME and in FREQUENCY DOMAIN (should be included in your report). From your results, what would be the suppression ratio in dB of the analog notch filter?

這個部分在 3. Results and analysis 的分析部分已經有提到，而 suppression ration 由網路資料查到的定義為 "suppression ratio is normally defined as being the rate of responding in the **presence** of the suppression divided by the sum of the response rate in the **presence** of the suppression and in the **absence** of the suppression"，也就是說，數學式子可以寫成如下：

$$\text{suppression ratio} = \frac{A}{A+B}$$

A 為有 notch filter 下 60Hz 的頻譜值

B 則為沒有 notch filter 下 60Hz 的頻譜值

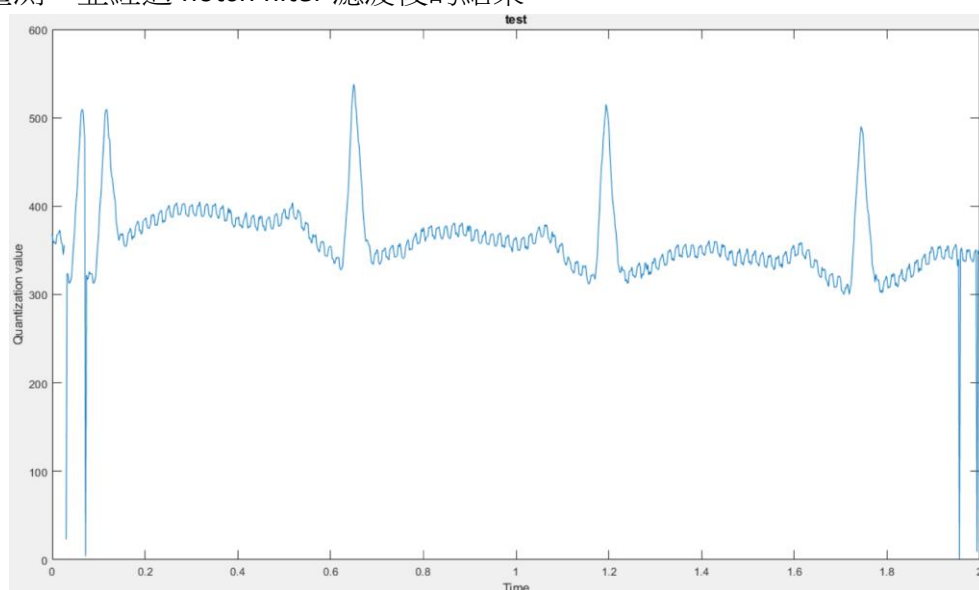
所以觀察 3. Results and analysis 的結果圖，可以發現 suppression ratio 幾乎= 0。suppression ratio = 0 的意義如下 "A suppression which **completely suppresses** responding will score **0.0**, one that has **no particular effect** will score **0.5**, a stimulus which **elevates responding for some reason** will score between **0.5 and 1.0**."，可見 notch filter 幾乎完全壓制了 60Hz power-line interference。

(2) Please analyze the recorded ECG signals in TIME and in FREQUENCY DOMAIN to see by what kind of noises (see the ECG introduction slides) the signals are contaminated.

常見 ECG 的 noise 與成因整理如下：

noise 類型	成因
Baseline wander	低頻的雜訊，成因為電極、呼吸和身體動作所造成的偏壓。由 time domain 波型來看，它會造成 ECG 訊號的不水平。
50 or 60Hz Power Line Interference:	主要成因是電源使用的交流電頻率為 50-60Hz 產生電磁干擾，是 ECG 訊號中最明顯的雜訊。
Electromyogram	肌電訊號，因在量測時肌肉出力而產生，最大可以到 10kHz。
Motion artifact	因為受測者的動作造成電擊滑動，使得電極和皮膚間的阻抗發生改變，電位也隨之改變。
例子見講義 P.9-10。	

由 P.3 的結果圖可以很明顯看得出來，在沒有經過 notch filter 濾波前，60Hz power-line interference 非常的大，R peak 幾乎快被蓋掉，觀察經過 notch filter 濾波後的波型到 60Hz power-line interference 減小非常多，但波型還是不大水平，有 Baseline wander 的問題，下圖是我後來再做一次量測，並經過 notch filter 濾波後的結果：



↑ 重新量測，使用 notch filter 下的 time domain 訊號

可以看到依然有 Baseline wander 的問題，而且還出現 Motion Artifact(瞬間下降的部分)。

(3) In addition to the 60-Hz ( $f_0$ ) power-line noise, do you see 120-Hz ( $2*f_0$ ), 180-Hz ( $3*f_0$ ), and even 240-Hz ( $4*f_0$ ) harmonic noises. If you do, why?

從 P.2 沒有 notch filter 下的 frequency domain 訊號圖可以發現，確實在 120Hz, 180Hz, 240Hz 也有突起，為 60Hz 的整數倍頻率，也就是 60Hz 的共振頻率。會有這些共振頻率的原因是系統有非線性的負載(non-linear load)，當有非線性的負載例如整流器(rectifier)，會使交流電的大小變化不一定是正弦函數(sinusoidal)，使得波型變得複雜，不過不管再怎麼複雜，由傅立葉級數可知，任何週期函數均可由頻率為基頻整數倍的正弦和餘弦函數來表示，將它們轉到頻譜上便能看到頻譜在 60Hz 的共振頻率部分亦有突起。

(4) Based on the recorded signals, you may try to design FIR filters (as learned in Introduction of DSP) to remove the noises. (what kind of filters can be applied to remove the harmonic noises mentioned in 3) e.g., digital 60-Hz notch filter

下圖為設計的過程：

Using zero placement, considering sampling issue

- ① 設取樣頻率 =  $f_s$
- ② 想濾除  $f_c$  Hz 的雜訊
- ③  $\omega_c = 2\pi f_c$
- ④ normalized frequency =  $\frac{\omega_c}{f_s}$  (rad/sample) =  $\omega_{c,d}$
- ⑤ 讓 transfer function =  $H(z) = (z - e^{j\omega_{c,d}})(z - e^{-j\omega_{c,d}}) \rightarrow$  zero placement

$$\therefore H(z) = z^2 - (e^{j\omega_{c,d}} + e^{-j\omega_{c,d}})z + 1$$

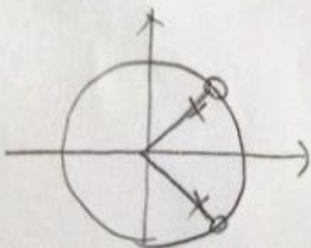
$$= \underline{z^2 - 2\cos(\omega_{c,d})z + 1}$$

↑ 以上是利用 zero placement 的方式，在頻率正負 60Hz 的地方放置零點，並且考慮取樣問題 (normalized frequency) 的 FIR digital 60-Hz notch filter 設計過程，不過這樣設計出來的問題是 **bandwidth** 不夠小，白話來說就是不夠尖，可能會影響到很多 60Hz 以外頻率的地方。



如果想要得到更尖 (bandwidth width 更小) 的 notch filter  
 可以讓兩個 pole 在單位圓內和 zero 同角度且離 zero 很近的地方。

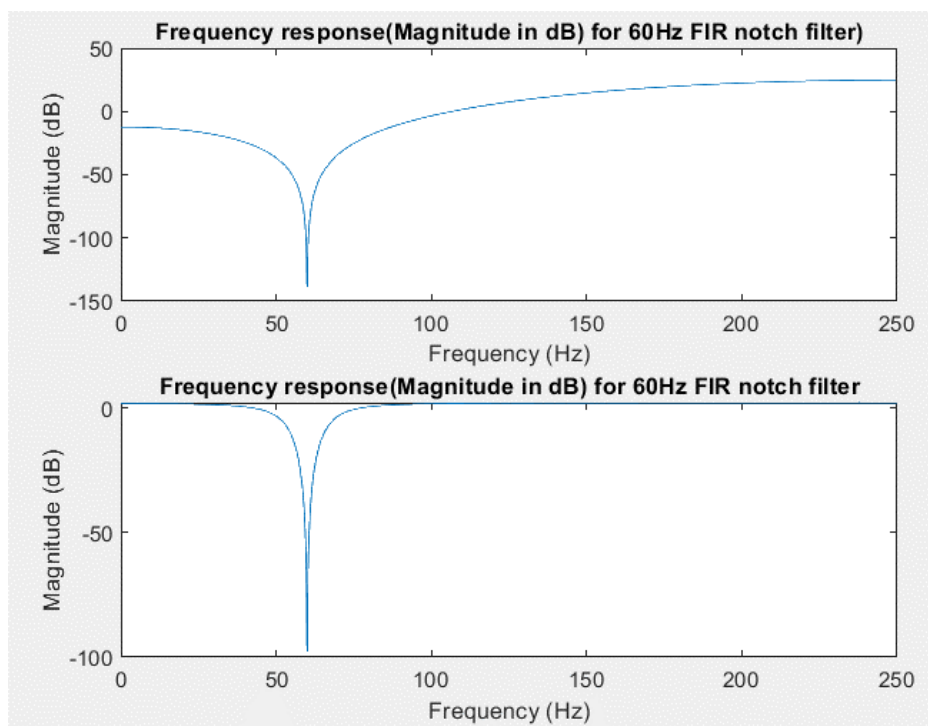
ex:



$$\therefore H(z) = \frac{(z - e^{j\omega_{c,d}})(z - e^{-j\omega_{c,d}})}{(z - 0.9e^{j\omega_{c,d}})(z - 0.9e^{-j\omega_{c,d}})}$$

$$= \frac{z^2 - 2\cos(\omega_{c,d})z + 1}{z^2 - 1.8\cos(\omega_{c,d})z + 0.81}$$

↑ 改進的方法可以利用 pole placement，放置 pole 在和 zero 同角度但在單位圓內與 zero 距離很近的地方，如此一來可以讓 bandwidth 縮小，也就是 filter 看起來更尖。



↑ 60Hz FIR notch filter 設計結果，結果符合預期，也是 60Hz 為 stopband。下圖為加入 pole 之後的結果，可以發現和上圖相比 bandwidth 更小(看起來更尖)。(兩圖的  $f_s = 500\text{Hz}$ ,  $f_c = 60\text{Hz}$ )

(5) What is the proper sampling rate for the ECG signal?

Electrocardiogram Sampling Frequency Range Acceptable for Heart Rate Variability Analysis 這篇文章提到，他們利用 1000Hz (標準), 500Hz, 250Hz, 100Hz 和 50Hz 五種 sampling rate 並找 83 位病人來做測試，比較 500Hz, 250Hz, 100Hz 和 50Hz 的結果與 1000Hz 之間的關係(1000Hz 應最為精準，故作為標準)，來看 sampling rate 最低可以低到多少還不至於喪失精準度。由研究結果發現 500Hz 和 250Hz 均沒問題，100Hz 只有 time domain 是可以拿來分析的、frequency domain 不行，50Hz 則是 time domain 和 frequency domain 均不可拿來分析，所以本研究得到的 ECG 訊號最低 sampling rate 為 250Hz，不過如果不看 frequency domain，可以將 sampling rate 低至 100Hz。下圖為本研究 time domain 在 1000Hz, 250Hz, 100Hz 和 50Hz 的訊號圖：

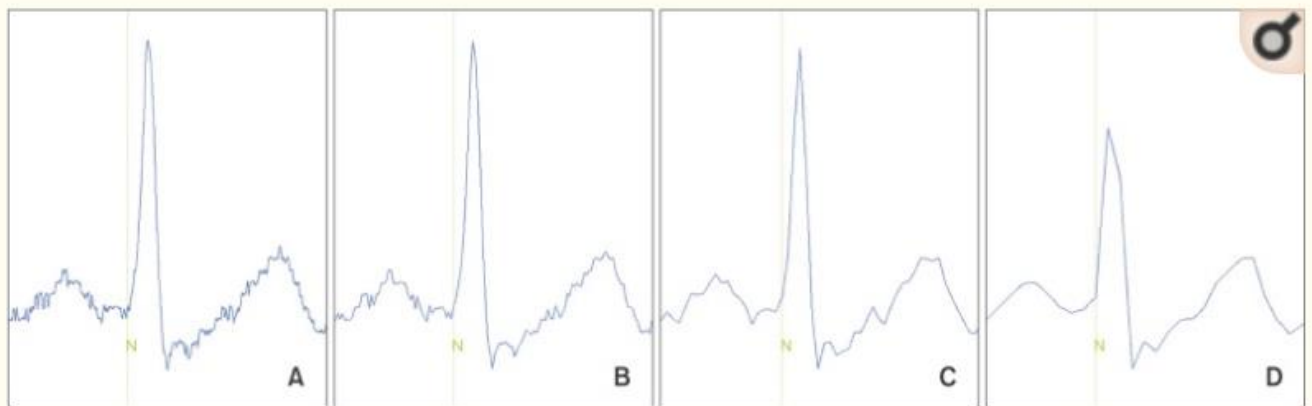


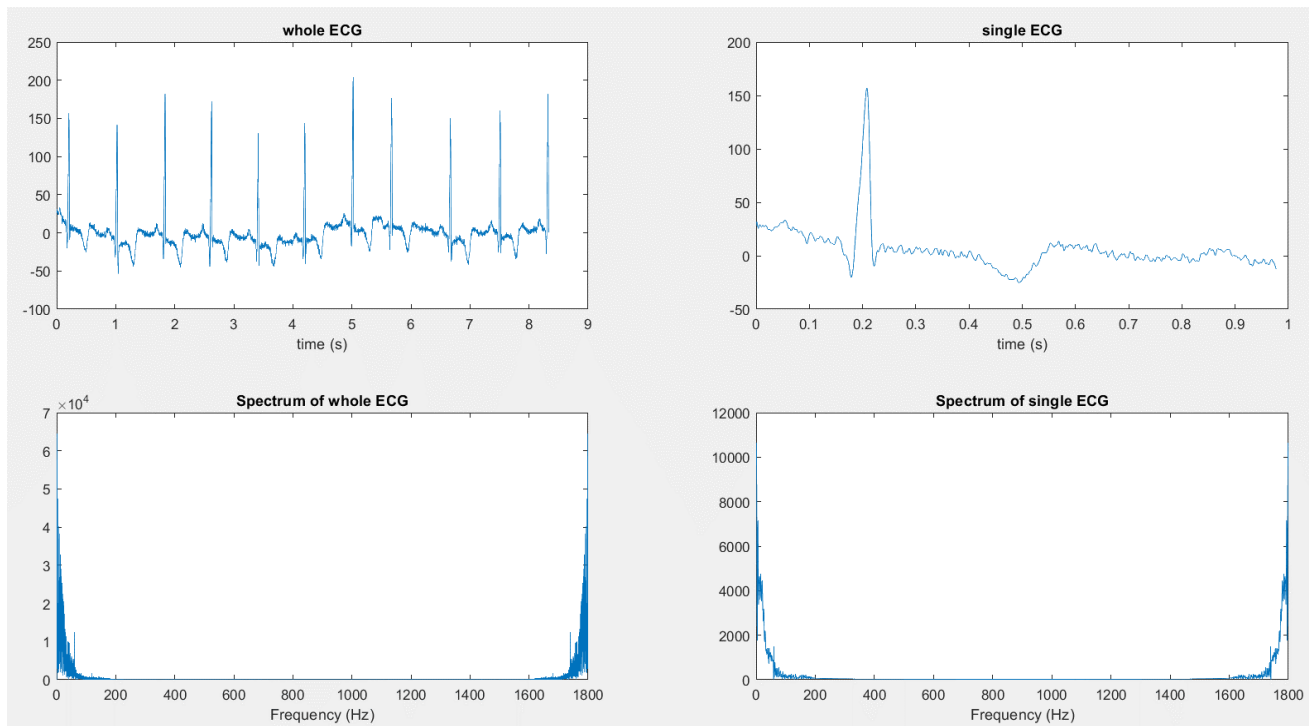
Figure 5

Electrocardiograms of single cardiac cycle and onset of QRS complexes detected by the *gqrs* command in Physio-Toolkit from various sampling frequencies. (A) 1,000 Hz, (B) 250 Hz, (C) 100 Hz, and (D) 50 Hz.

(6) Please find the given MATLAB data file – ECG.mat where a raw ECG signal and  $F_s$  (in Hz) used to acquire the ECG signal are stored, and perform Fourier analysis over (a) a single ECG wavelet (i.e., one heart-beat cycle) and (b) the whole ECG signal.

Please tell what ECG information you can obtain via the Fourier spectra (a) and (b), respectively.

結果見下一頁：



↑ 使用 ECG.mat 的 time domain 和 frequency domain 結果，與只取其中一個週期的 time domain 和 frequency domain 結果

可以發現 frequency domain 低頻的訊號在只取一個週期的情形下比較沒有那麼強。我認為那些低頻的訊號為 **Baseline wander**，取多個週期時的 **Baseline wander** 大於只取一個週期時的 **Baseline wander**，我認為這是疊加的結果。

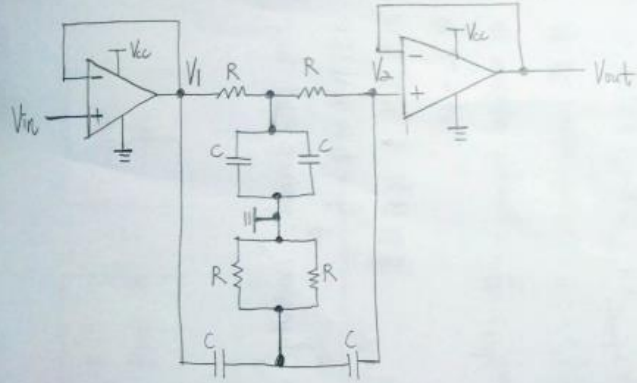
(7) Please comment why differential amplifier is used for ECG signal amplification

首先是心電訊號值非常小，所以勢必得要利用放大器將其放大，再者使用 **differential amplifier** 有助於提升 **CMRR**，對於避免雜訊很有幫助，而且心電訊號的量測通常需要至少兩個電極橫跨心臟，本身就是一個 **differential signal**，便使用 **differential amplifier**。

(8) Can you derive the system transfer function or frequency response of the analog notch filter?

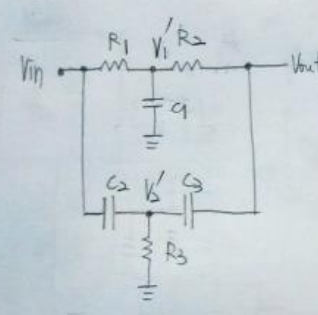
結果見下一頁：





①  $\frac{V_1}{V_{in}} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1} = 1 + \frac{0}{\infty} = 1 \quad \therefore V_1 = V_{in} \quad \text{同理} \quad V_{out} = V_2$

②



$$\begin{cases} \frac{V_1' - V_{in}}{R_1} + \frac{V_1'}{\frac{1}{sC_1}} + \frac{V_1' - V_{out}}{R_2} = 0 & \text{--- I} \\ \frac{V_2' - V_{in}}{\frac{1}{sC_2}} + \frac{V_2'}{R_3} + \frac{V_2' - V_{out}}{\frac{1}{sC_3}} = 0 & \text{--- II} \\ \frac{V_{in} - V_1'}{R_1} + \frac{V_{in} - V_2'}{\frac{1}{sC_2}} = 0 & \text{--- III} \\ \frac{V_{out} - V_2'}{\frac{1}{sC_3}} + \frac{V_{out} - V_1'}{R_2} = 0 & \text{--- IV} \end{cases}$$

③ After solving I, II, III, IV  
we can get:  $\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{s^3 + s^2 \frac{1}{C_1} (\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) + s \frac{1}{R_1 R_2 C_1} (\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}) + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2 C_3}}{s^3 + s^2 (\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{C_1 R_2} + \frac{1}{C_2 R_2} + \frac{1}{C_2 R_3} + \frac{1}{C_3 R_2}) + s (\frac{1}{C_2 R_3 C_1 R_1} + \frac{1}{C_3 R_1 R_2} + \frac{1}{C_3 R_1 R_2} + \frac{1}{C_3 R_2 R_3} + \frac{1}{C_3 C_2 R_1 R_2 R_3}) + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2 R_3}}$

④ for  $R_1 = R_2 = 2R_3 = R$ ;  $C_1 = 2C_2 = 2C_3 = C \quad \therefore \text{let } C_1 = \frac{C}{2}, R_1 = R$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{s^3 + s^2 \frac{4}{RC} + s \frac{4}{R^2 C^2} + \frac{1}{R^3 C^3}}{s^3 + s^2 \frac{13}{2RC} + s \frac{13}{2R^2 C^2} + \frac{1}{R^3 C^3}}$$

↑ Twin T notch filter 的 tranfer function 推導過程

## 5. Extra stuff :

因為 ECG 電路很可能在來回宿舍的途中，或在宿舍放置的過程中損毀，所以我強烈建議這個實驗的 ECG 電路使用一個禮拜就好，後面的部分可以使用現成的 data 或是在這週就先把之後會用到的 data 先和同學說，讓我們在這個禮拜就把 data 都先收完，之後就不用每次還要接電路，擔心電路不能使用，甚至每次使用前都要 debug 一次。

## 6. Conclusion :

經由這次的實驗，我重拾了一些電子電路的知識，並且學到 ECG 訊號中可能會有的雜訊以及對應的解決方法，並看到了濾波器(notch filter)的實際應用。讓我收穫最大的應該是 ilms 上老師 po 的大量問題，藉由這些問題可以重新審視這個實驗並對實驗內容有更深入的了解，雖然找資料的過程還滿痛苦的。

## 7. Reference :

(1) Discrete-Time Signal Processing, Alan V. Oppenheim, Ronald W. Schafer

(2) The Suppression Ratio

<http://brembs.net/classical/suppress.html#targetText=The%20measure%20of%20the%20extent,the%20absence%20of%20the%20CS.>

(3) Various Techniques for Removal of Power Line Interference From ECG Signal, Snehal Thalkar, Prof. Dhananjay Upasani

(4) Harmoics(electrical power), From Wikipedia

(5) Simple Finite Impulse Response Notch Filter

<https://tttapa.github.io/Pages/Mathematics/Systems-and-Control-Theory/Digital-filters/FIR-Notch.html>

(6) Electrocardiogram Sampling Frequency Range Acceptable for Heart Rate Variability Analysis

<https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC6085204/>