# 机器学习导论 习题三

学号, 作者姓名, 邮箱 2017 年 4 月 21 日

# 1 [30pts] Decision Tree Analysis

决策树是一类常见的机器学习方法,但是在训练过程中会遇到一些问题。

- (1) [**10pts**] 试证明对于不含冲突数据(即特征向量完全相同但标记不同)的训练集,必存在与训练集一致(即训练误差为0)的决策树;
  - (2) [10pts] 试分析使用"最小训练误差"作为决策树划分选择的缺陷。

### Solution. 此处用于写证明(中英文均可)

- (1)假设不存在与训练集一致的决策树,则必然存在一棵决策树,它的某个叶子节点上有两个标记不同的示例。因为该叶子节点无法继续划分,所以,这两个标记不同的示例必然有相同的特征向量,这就和训练集中不含冲突数据矛盾。
- (2)使用最小训练误差,会使得决策树过拟合,从而泛化能力降低。

# 2 [30pts] Training a Decision Tree

考虑下面的训练集:共计6个训练样本,每个训练样本有三个维度的特征属性和标记信息。详细信息如表1所示。

请通过训练集中的数据训练一棵决策树,要求通过"信息增益"(information gain)为准则来选择划分属性。请参考书中图4.4,给出详细的计算过程并画出最终的决策树。

表 1: 训练集信息

| 序号 | 特征 A | 特征 B | 特征 C | 标记 |
|----|------|------|------|----|
| 1  | 0    | 1    | 1    | 0  |
| 2  | 1    | 1    | 1    | 0  |
| 3  | 0    | 0    | 0    | 0  |
| 4  | 1    | 1    | 0    | 1  |
| 5  | 0    | 1    | 0    | 1  |
| 6  | 1    | 0    | 1    | 1  |

Solution. 此处用于写解答(中英文均可)

$$Ent(D) = -\sum_{k=1}^{2} p_k log_2 p_k = -(\frac{1}{2} log_2 \frac{1}{2} + \frac{1}{2} log_2 \frac{1}{2}) = 1$$

$$Ent(D_A^0) = -(\tfrac{1}{3}log_2\tfrac{1}{3} + \tfrac{2}{3}log_2\tfrac{2}{3}) = 0.918, Ent(D_A^1) = -(\tfrac{1}{3}log_2\tfrac{1}{3} + \tfrac{2}{3}log_2\tfrac{2}{3}) = 0.918$$

$$Gain(D, A) = Ent(D) - \sum_{v} \frac{|D_{A}^{v}|}{|D|} Ent(D_{A}^{v}) = 0.082$$

$$Ent(D_B^0) = -(\frac{1}{2}log_2\frac{1}{2} + \frac{1}{2}log_2\frac{1}{2}) = 1, Ent(D_B^1) = -(\frac{2}{4}log_2\frac{2}{4} + \frac{2}{4}log_2\frac{2}{4}) = 1$$

$$Gain(D, B) = Ent(D) - \sum_v \frac{|D_B^v|}{|D|} Ent(D_B^v) = 0$$

$$Gain(D, B) = Ent(D) - \sum_{v} \frac{|D_B^v|}{|D|} Ent(D_B^v) = 0$$

$$Ent(D_C^0) = -(\frac{1}{3}log_2\frac{1}{3} + \frac{2}{3}log_2\frac{2}{3}) = 0.918, Ent(D_C^1) = -(\frac{1}{3}log_2\frac{1}{3} + \frac{2}{3}log_2\frac{2}{3}) = 0.918$$

$$Gain(D,C) = Ent(D) - \sum_v \frac{|D_C^v|}{|D|} Ent(D_C^v) = 0.082$$

$$Gain(D,C) = Ent(D) - \sum_{v} \frac{|D_c^v|}{|D|} Ent(D_C^v) = 0.082$$

在A和C属性上均取得最大信息增益,选取A作为划分属性。

生成两个子节点: D1=1,3,5, D2=2,4,6

$$Ent(D1) = 0.918$$

$$Ent(D1_B^0) = 0, Ent(D1_B^1) = 1$$

$$Gain(D1, B) = 0.918 - (\frac{1}{3}0 + \frac{2}{3}1) = 0.251$$

$$Ent(D1_C^0) = 1, Ent(D1_C^1) = 0$$

$$Gain(D1, C) = 0.251$$

在B和C属性上均取得最大信息增益,选取B作为划分属性。

生成两个子节点: D11=3, D12=1,5。其中, D11不需要再划分, D12按照C属性的取值, 可以再次划分为两个子节点: D121=5, D122=1。

$$Ent(D2) = 0.918$$

$$Ent(D2_B^0) = 0, Ent(D2_B^1) = 1$$

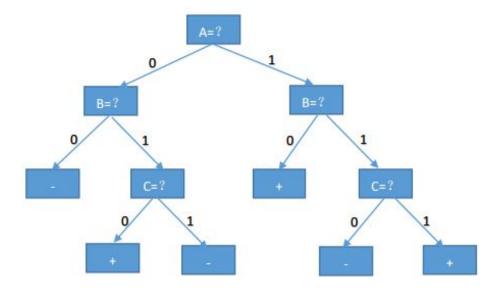
$$Gain(D2, B) = 0.251$$

$$Ent(D2_C^0) = 0, Ent(D2_C^1) = 1$$

$$Gain(D2, C) = 0.251$$

在B和C属性上均取得最大信息增益,选取B作为划分属性。

生成两个子节点: D21=6, D22=2,4。其中, D21不需要再划分, D22按照C属性的取值, 可以再次划分为两个子节点: D221=2, D222=4。



## 3 [40pts] Back Propagation

单隐层前馈神经网络的误差逆传播(error BackPropagation, 简称BP)算法是实际工程实践中非常重要的基础,也是理解神经网络的关键。

请编程实现BP算法,算法流程如课本图5.8所示。详细编程题指南请参见链接: http://lamda.nju.edu.cn/ml2017/PS3/ML3\_programming.html

在实现之后,你对BP算法有什么新的认识吗?请简要谈谈。

### Solution. 此处用于写解答(中英文均可)

我原来错误地以为如果一个样例的标号为3,那么它的10个输出值当中,第三个数必定会逼近1,其余的9个数都逼近0,但是实际上并不是。这10个预测值可以是任意的,只要满足第三位的值比其他几个值大,就可以正确分类了。这点是我有点没明白的。

另外就是,我一开始将调整的值的符号写错了,全部都是加(书上是权重加,阈值减),然 而貌似并不会特别影响整个模型,模型似乎任然可以正确预测,并有较高的精度。我觉得 应该是模型可以主动纠正,所以符号的正负并不会有什么影响。

## 附加题 [30pts] Neural Network in Practice

在实际工程实现中,通常我们会使用已有的开源库,这样会减少搭建原有模块的时间。 因此,请使用现有神经网络库,编程实现更复杂的神经网络。详细编程题指南请参见链接: http://lamda.nju.edu.cn/ml2017/PS3/ML3\_programming.html

和上一题相比,模型性能有变化吗?如果有,你认为可能是什么原因。同时,在实践过程中你遇到了什么问题,是如何解决的?

#### Solution. 此处用于写解答(中英文均可)

模型的预测准确度更高了。同样迭代次数(100次),大概高2到3个百分点。

我认为性能提高可能是由于模型训练中使用的优化函数的区别。这一题的优化器是Adam,而不是SGD。