# Matrizes e Operações Matriciais – Parte 2

**Transposta**

**Definição (Transposta)** – Se **A** for uma matriz m x n qualquer, então a transposta de A, determinada por $A^T$ é definida como a matriz n x m que resulta da troca das linhas com as colunas de **A**.

$$\begin{array}{c} \textbf{3x1} \qquad\qquad \textbf{1x3} \\ B=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix} \Rightarrow b^T=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix}\end{array}$$

**Definição (Traço)** – Se **A** for uma matriz quadrada, então o traço de **A**, denotado por $tr(A)$ , é definido pela soma das entradas na diagonal principal de **A**.

$$\begin{array}{c} \textbf{2x2} \\ C=\begin{bmatrix}1 & 2\\3 & 4\end{bmatrix} \Rightarrow tr(C)=1+4=5\end{array}$$

**Exemplos:**

Encontre a transposta e o traço da matriz A

$$A=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 7 & 0\\-3 & 5 & -8 & 4\\1 & 2 & 7 & -3\\4 & -2 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

**RESPOSTA:**

$$A^T=\begin{bmatrix}-1 & 3 & 1 & 4\\2 & 5 & 2 & -2\\7 & -8 & 7 & 1\\0 & 4 & -3 & 0\end{bmatrix} \;\; e \;\; tr(A)=-1+5+7+0=11 \;\; (tr(A)=tr(A^T))$$

**EXERCÍCIOS:**

Considere as matrizes:

$$A=\begin{bmatrix}3 & 0\\-1 & 2\\1 & 1\end{bmatrix},\; B=\begin{bmatrix}4 & -1\\0 & 2\end{bmatrix},\; C=\begin{bmatrix}1 & 4 & 2\\3 & 1 & 5\end{bmatrix},\; D=\begin{bmatrix}1 & 5 & 2\\-1 & 1 & 2\\1 & 4 & 3\end{bmatrix} \; e \; E=\begin{bmatrix}6 & 1 & 3\\-1 & 1 & 2\\4 & 1 & 3\end{bmatrix}$$

em cada parte, calcule a expressão dada (se possível):

a) $2A^T+C$
b) $tr(4E^T-D)$
c) $(BA^T-2C)^T$

**RESPOSTAS**

a) $A^T=\begin{bmatrix}3 & -1 & 1\\ 0 & 2 & 1\end{bmatrix}\Rightarrow 2\,A^T=\begin{bmatrix}6 & -2 & 2\\ 0 & 4 & 2\end{bmatrix}\Rightarrow 2\,A^T+C=\begin{bmatrix}7 & 3 & 4\\ 3 & 5 & 7\end{bmatrix}$

b) $E^T=\begin{bmatrix}6 & -1 & 4\\ 1 & 1 & 1\\ 3 & 2 & 3\end{bmatrix}\Rightarrow 4\,E^T=\begin{bmatrix}24 & -4 & 16\\ 4 & 4 & 4\\ 12 & 8 & 12\end{bmatrix}\Rightarrow 4\,E^T-D=\begin{bmatrix}23 & -9 & 14\\ 5 & 4 & 3\\ 9 & 6 & 8\end{bmatrix}\Rightarrow tr\left(4\,E^T-D\right)=35$

c)

$$A^T=\begin{bmatrix}3 & -1 & 1\\ 0 & 2 & 1\end{bmatrix}\Rightarrow B\cdot A^T=\begin{bmatrix}12 & -6 & 3\\ 0 & 4 & 2\end{bmatrix}\Rightarrow B\cdot A^T-2C=\begin{bmatrix}10 & -14 & -1\\ -6 & 2 & 8\end{bmatrix}\Rightarrow\left(B\cdot A^T-2\,C\right)^T=\begin{bmatrix}10 & -6\\ -14 & 2\\ -1 & -8\end{bmatrix}$$

Encontre todos os valores de K, se existir, que satisfazem a equação:

$$\begin{bmatrix}K & 1 & 1\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}1 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 2\\ 0 & 2 & -3\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}K\\ 1\\ 1\end{bmatrix}$$