Aula 8 -

À medida que cresce o numero de equações e de incógnitas num sistema linear, cresce também a complexidade da álgebra envolvida em sua solução.

Podemos escrever um sistema de equações qualquer usando uma matriz aumentada.

$$\left[\begin{array}{c} x_1+x_2+2x_3=9 \\ 2x_1+4x_2-3x_3=1 \\ 3x_1+6x_2-x_3=0 \end{array}\right. \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & / & 3 \\ 2 & 4 & -2 & / & 1 \\ 3 & 6 & -5 & / & 0 \end{bmatrix}$$

Um método para resolver sistemas lineares consiste em efetuar operações algébricas no sistema que não alterem seu conjunto solução e que produzem uma sucessão de sistemas cada vez mais simples.

As operações típicas são as seguintes:

1 – Multiplicar uma equação inteira por uma constante não nula.
2 – Trocar duas equações entre si.
3 – Somar uma constante vezes uma equação a outra equação.

Essas operações são denominadas operações elementares com linhas de uma matriz.

Exemplo

$$\left[\begin{array}{c} x_1+x_2+2x_3=9 \\ 2x_1+4x_2-3x_3=1 \\ 3x_1+6x_2-x_3=0 \end{array}\right.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & ¿ & 3 \\ 2 & 4 & -2 & ¿ & 1 \\ 3 & 6 & -5 & ¿ & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} L_1 \\ L_2=L_2-2L_1 \\ L_3=L_3-3L_1 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & ¿ & 9 \\ 0 & 2 & -7 & ¿ & -17 \\ 0 & 3 & -11 & ¿ & -27 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{c} L_1 \\ L_2 \\ L_3=L_3-(\frac{3}{2})L_1 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & ¿ & 9 \\ 0 & 2 & -7 & ¿ & -17 \\ 0 & 0 & -(\frac{1}{2}) & ¿ & -(\frac{3}{2}) \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{c} x_1+x_2+2x_3=9 \\ 2x_2-7x_3=-17 \\ -(\frac{1}{2})x_3=-(\frac{3}{2}) \end{array}\right.$$

Elaborando as equações:

$$-\left(\frac{1}{2}\right)x_3=-\left(\frac{3}{2}\right)$$
$$-x_3=-3$$
$$x_3=3$$

$$2x_2-7x_3=-17$$
$$2x_2-7\cdot3=-17$$
$$2x_2=-17+21$$
$$2x_2=4$$
$$x_2=2$$

$$x_1=9-2-2\cdot3 \rightarrow x_1=1$$

Usando Gauss no exemplo da aula passada: