

## 西安电子科技大学

考试时间 120 分钟

## 试 题

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

1. 考试形式: 闭卷  √ 开卷  ; 2. 本试卷共五大题, 满分 100 分;  
 3. 考试日期: 2021 年 7 月 2 日

## 一、 填空题。(每题 4 分, 共 20 分)

1. 设函数  $u = x^2 + 2yz - y^2$ , 则  $du|_{(1,2,-1)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。2. 极限  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{x^2 y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。3.  $\int_0^1 dx \int_{x^2}^1 \frac{3xy}{\sqrt{1+y^3}} dy = \underline{\hspace{2cm}}$ 。4. 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  绝对收敛, 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$  必定       ; 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  条件收敛, 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$  必定       。5. 设  $L$  为连接  $(1,0)$  及  $(0,\frac{1}{2})$  两点的直线段, 则  $\int_L (x+2y) ds = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

## 二、 选择题。(每题 4 分, 共 20 分)

1. 设有平面闭区域  $D = \{(x, y) \mid -a \leq x \leq a, x \leq y \leq a\}$ , $D_1 = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq a, x \leq y \leq a\}$ , 则  $\iint_D (xy + \cos x \sin y) dxdy = (\quad)$ 。

A.  $2 \iint_{D_1} \cos x \sin y dxdy$

B.  $2 \iint_{D_1} xy dxdy$

C.  $4 \iint_{D_1} (xy + \cos x \sin y) dxdy$

D. 0

2. 设曲面  $\Sigma$  是上半球面:  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \ (z \geq 0)$ , 曲面  $\Sigma_1$  是曲面  $\Sigma$  在第一卦限中的部分, 则有( )。

A.  $\iint_{\Sigma} x dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x dS$

B.  $\iint_{\Sigma} y dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x dS$

C.  $\iint_{\Sigma} z dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x dS$

D.  $\iint_{\Sigma} xyz dS = 4 \iint_{\Sigma_1} xyz dS$

3. 将函数  $\sin x \cos x$  展开成  $x$  的幂级数时,  $x^3$  的系数是( )。

A.  $\frac{2}{3}$

B.  $-\frac{2}{3}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $-\frac{1}{3}$

4. 设有直线  $L: \begin{cases} x+3y+2z+1=0, \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$  及平面  $\Pi: 4x-2y+z-2=0$ , 则直线  $L$  ( )。

A. 平行于  $\Pi$       B. 在  $\Pi$  上      C. 垂直于  $\Pi$       D. 与  $\Pi$  斜交

5. 已知函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$ , 则  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  处( )。

A. 极限存在但不连续

B. 连续但不可微

C. 可微但偏导数不连续

D. 偏导数连续

### 三、计算题。(每题 5 分, 共 30 分)

1. 设  $z = f(u, x, y)$ ,  $u = ye^x$  且  $f$  具有连续的二阶偏导数, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

2. 计算曲线积分  $I = \oint_C x^2 y dx + xy^3 dy$ , 其中  $C$  是四个顶点为  $(0, 0)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(1, 1)$  和  $(0, 1)$  的正方形区域的正向边界。

3. 计算曲线积分  $\oint_{\Gamma} y dx + z dy + x dz$ , 其中  $\Gamma$  为圆周  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ,  $x + y + z = 0$ , 若从  $x$  轴的正向看去, 这圆周是取逆时针方向。

4. 计算曲面积分  $\iint_{\Sigma} z dx dy + x dy dz + y dz dx$ , 其中  $\Sigma$  是柱面  $x^2 + y^2 = 1$  被平面  $z=0$  及  $z=3$  所截得的在第一卦限内的部分的前侧。
5. 曲面  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  被锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  所截得的部分, 计算  $I = \iint_{\Sigma} (x^2 + y^2) dS$ 。

6. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n}$  的收敛域以及和函数，并求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1} n}$  的和。

四、(15分) 已知函数  $f(x, y) = x + y + xy$ ，  
(1) 求函数  $f(x, y)$  在点  $(x, y)$  处的最大方向导数；  
(2) 求此最大方向导数在曲线  $C: x^2 + y^2 + xy = 3$  上的最大值。

五、(15分) 设函数  $f(x, y)$  满足  $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = (2x+1)e^{2x-y}$ ，且  
 $f(0, y) = y+1$ ， $L_t$  是从点  $(0, 0)$  到点  $(1, t)$  的光滑曲线，(1) 计算曲线  
积分  $I(t) = \int_{L_t} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} dy$ ；(2) 求  $I(t)$  的最小值。