

任课教师:

学号:

姓名:

班级:

线  
订  
装

线  
订  
装

线  
订  
装

# 西安电子科技大学

考试时间 120 分钟

## 试 题

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

1.考试形式: 闭卷 ☒ 开卷 ☐ ; 2.本试卷共五大题, 满分 100 分;

3.考试日期: 2021 年 7 月 2 日

### 一、 填空题。(每题 4 分, 共 20 分)

1. 设函数  $u = x^2 + 2yz - y^2$ , 则  $du|_{(1,2,-1)} =$  \_\_\_\_\_。

2. 极限  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{x^2 y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2} =$  \_\_\_\_\_。

3.  $\int_0^1 dx \int_{x^2}^1 \frac{3xy}{\sqrt{1+y^3}} dy =$  \_\_\_\_\_。

4. 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  绝对收敛, 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  必定\_\_\_\_\_; 若级数  $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$  条件收敛, 则级数  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$  必定\_\_\_\_\_。

5. 设  $L$  为连接  $(1,0)$  及  $(0,\frac{1}{2})$  两点的直线段, 则  $\int_L (x+2y) ds =$  \_\_\_\_\_。

### 二、 选择题。(每题 4 分, 共 20 分)

1. 设有平面闭区域  $D = \{(x,y) | -a \leq x \leq a, x \leq y \leq a\}$ ,

$D_1 = \{(x,y) | 0 \leq x \leq a, x \leq y \leq a\}$ , 则  $\iint_D (xy + \cos x \sin y) dx dy = ( )$ 。

A.  $2 \iint_{D_1} \cos x \sin y dx dy$

B.  $2 \iint_{D_1} xy dx dy$

C.  $4 \iint_{D_1} (xy + \cos x \sin y) dx dy$

D. 0

2. 设曲面 $\Sigma$ 是上半球面： $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  ( $z \geq 0$ )，曲面 $\Sigma_1$ 是曲面 $\Sigma$ 在第一卦限中的部分，则有( )。

- A.  $\iint_{\Sigma} x dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x dS$                       B.  $\iint_{\Sigma} y dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x dS$   
 C.  $\iint_{\Sigma} z dS = 4 \iint_{\Sigma_1} x dS$                       D.  $\iint_{\Sigma} xyz dS = 4 \iint_{\Sigma_1} xyz dS$

3. 将函数 $\sin x \cos x$ 展开成 $x$ 的幂级数时， $x^3$ 的系数是( )。

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $-\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $-\frac{1}{3}$

4. 设有直线 $L: \begin{cases} x+3y+2z+1=0, \\ 2x-y-10z+3=0 \end{cases}$ 及平面 $\Pi: 4x-2y+z-2=0$ ，则直线 $L$ ( )。

- A. 平行于 $\Pi$       B. 在 $\Pi$ 上      C. 垂直于 $\Pi$       D. 与 $\Pi$ 斜交

5. 已知函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & x^2 + y^2 \neq 0, \\ 0, & x^2 + y^2 = 0, \end{cases}$ ，则  $f(x, y)$  在  $(0, 0)$  处( )。

- A. 极限存在但不连续                      B. 连续但不可微  
 C. 可微但偏导数不连续                      D. 偏导数连续

三、计算题。(每题 5 分，共 30 分)

1. 设  $z = f(u, x, y)$ ， $u = ye^x$  且  $f$  具有连续的二阶偏导数，求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

2. 计算曲线积分  $I = \oint_C x^2 y dx + xy^3 dy$ ，其中  $C$  是四个顶点为  $(0,0)$ 、 $(1,0)$ 、 $(1,1)$  和  $(0,1)$  的正方形区域的正向边界。

3. 计算曲线积分  $\oint_\Gamma y dx + z dy + x dz$ ，其中  $\Gamma$  为圆周  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ， $x + y + z = 0$ ，若从  $x$  轴的正向看去，这圆周是取逆时针方向。

4. 计算曲面积分  $\iint_{\Sigma} z dx dy + x dy dz + y dz dx$ , 其中  $\Sigma$  是柱面  $x^2 + y^2 = 1$  被平面  $z=0$  及  $z=3$  所截得的在第一卦限内的部分的前侧。

5. 曲面  $\Sigma$  为球面  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$  被锥面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  所截得的部分, 计算  $I = \iint_{\Sigma} (x^2 + y^2) dS$ 。

6. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n}$  的收敛域以及和函数，并求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{n-1} \cdot n}$  的和。

四、(15 分) 已知函数  $f(x, y) = x + y + xy$ ，(1) 求函数  $f(x, y)$  在点  $(x, y)$  处的最大方向导数；(2) 求此最大方向导数在曲线  $C: x^2 + y^2 + xy = 3$  上的最大值。

五、(15分) 设函数  $f(x, y)$  满足  $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = (2x+1)e^{2x-y}$ ，且  $f(0, y) = y+1$ ， $L_t$  是从点  $(0, 0)$  到点  $(1, t)$  的光滑曲线，(1) 计算曲线积分  $I(t) = \int_{L_t} \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} dy$ ；(2) 求  $I(t)$  的最小值。