

高数 B(I)期末考试试题答案(A)

一. 填空题。(每题 4 分, 共 20 分)

1.  $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$

2. -2

3.  $\frac{1}{2}\ln(1+2\ln x)+1$

4.  $\frac{1}{2}\left(\ln\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)$

5.  $2\sqrt{3}-\frac{4}{3}$

二. 选择题。(每题 4 分, 共 20 分)

1. D

2. A

3. B

4. D

5. D

三. 计算题。(每题 6 分, 共 30 分)

1. 1

2.  $\frac{2}{3}(\sqrt{3x+9}-1)e^{\sqrt{3x+9}}+C$

3.  $\frac{e}{2}$

4.  $1+\ln(1+e^{-1})$

5. 驻点为  $x=0$  和  $x=1$ , 拐点为  $(0,1)$  和  $\left(\frac{2}{3}, \frac{11}{27}\right)$ 。

四. (1)  $S = \int_0^2 (y+2)dy - \int_0^2 y^2 dy = \frac{10}{3}$ ; (8 分)

(2)  $V = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx - \pi \int_2^4 (x-2)^2 dx = \frac{16}{3}\pi$ 。(7 分)

五. (1) 因为  $f(x)$  及  $x^2$  在  $[a, b]$  满足柯西中值定理条件, 利用柯西中值

定理得  $\frac{f(b)-f(a)}{b^2-a^2} = \frac{f'(\xi)}{2\xi}, \xi \in (a, b)$ , 于是  $2\xi[f(b)-f(a)] = f'(\xi)(b^2-a^2)$ ;

(8 分)

(2) 因为  $f(x)$  在  $[a, b]$  满足拉格朗日中值定理条件, 利用拉氏中值定理

得  $f(b)-f(a) = f'(\eta)(b-a), \eta \in (a, b)$ , 联合上面两式得  $f'(\eta) = \frac{a+b}{2\xi} f'(\xi)$ 。

(7 分)