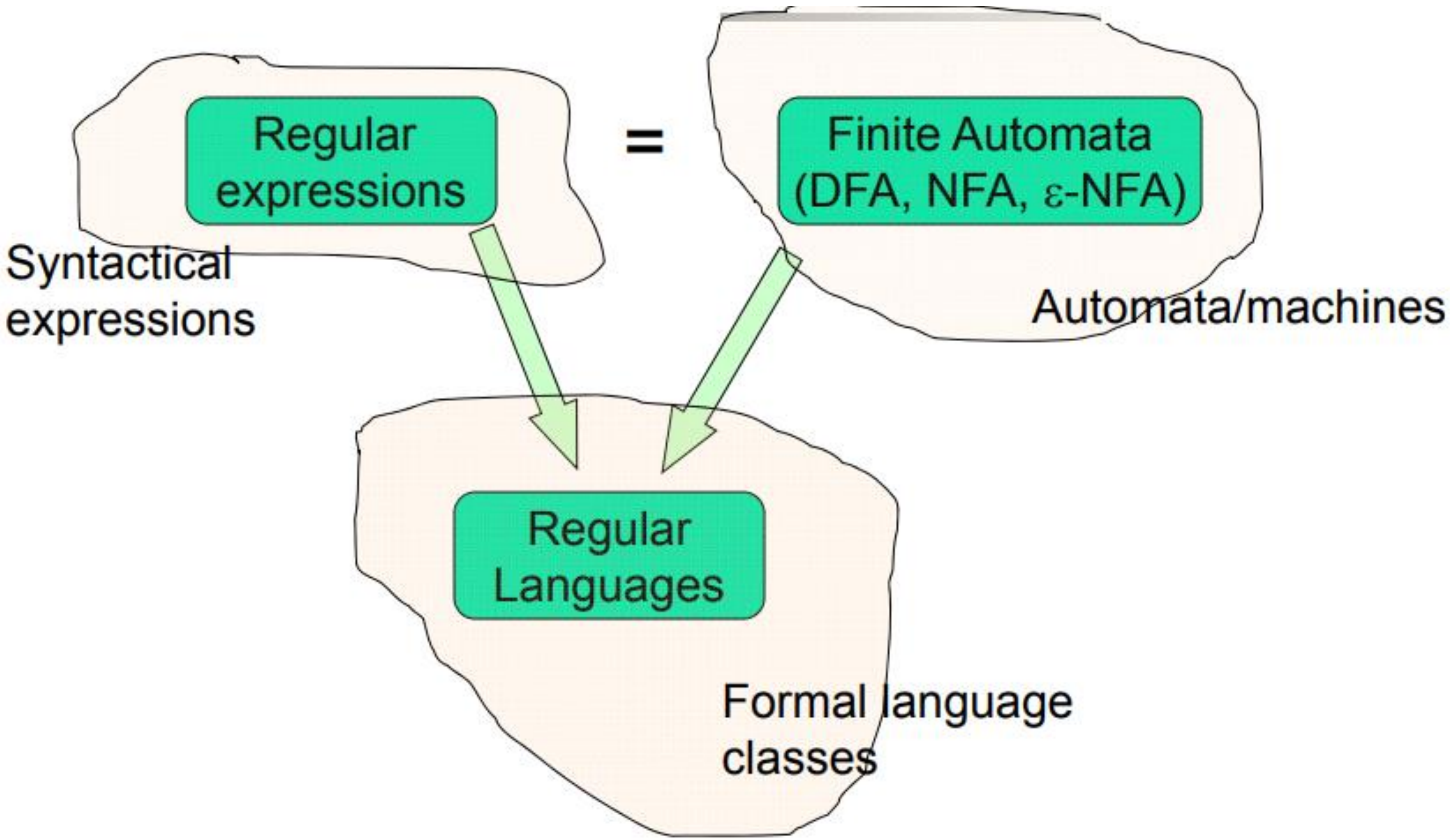
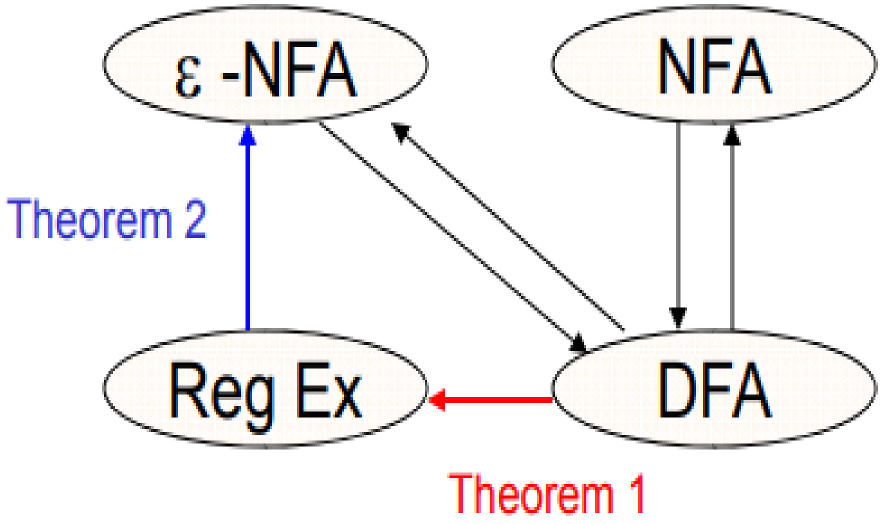

REGEX

# Regular Expression / ביטויים רגולריים



# Regular Expression / ביטויים רגולריים

- *Theorem 1:* For every DFA A there exists a regular expression R such that L(R)=L(A)
- *Theorem 2:* For every regular expression R there exists an ε -NFA E such that L(E)=L(R)




**Kleene Theorem**

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

- אחת השיטות לייצוג (תיאור) של שפות פורמליות היא ע"י **ביטוי רגולרי**.
- לכל **ביטוי רגולרי** ( ב"ר )מתאימה **שפה רגולרית**.

- בהינתן אלפבית סופי ביטוי רגולרי מעל האלפבית $\Sigma$ מוגדר בצורה הרקורסיבית הבאה:


1. $\varnothing$ וכל איבר ב-$\Sigma$ הוא ביטוי רגולרי.
2. אם $\alpha$ ביטוי רגולרי אז גם $(\alpha^*)$ ביטוי רגולרי.
3. אם $\alpha,\beta$ ביטוים רגולריים אז גם $(\alpha\cup\beta)$ ביטוי רגולרי.
4. אם $\alpha,\beta$ ביטוים רגולריים אז גם $(\alpha\cdot\beta)$ ביטוי רגולרי.

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

כמו כן

1. $r=\varnothing$ משמעו $L(r)=\varnothing$ (השפה הריקה)
2. $r=\sigma$ משמעו $L(r)=\{\sigma\}$ (שפה בעלת מלה אחת).
3. $r=(r_1\cup r_2)$ משמעו $L(r)=L(r_1)\cup L(r_2)$
4. $r=(r_1\cdot r_2)$ משמעו $L(r)=L(r_1)\cdot L(r_2)=\{w_1w_2 : w_1\in L(r_1), w_2\in L(r_2)\}$
5. $r=(r_1^*)$ משמעו $L(r)=(L(r_1))^*=\{w_1w_2\cdots w_k : \forall i=1\ldots k \; : \; w_i\in L(r_1)\}$

שימו לב, אם $r=\varnothing$ אזי $L(r^*)=\{\varepsilon\}$, שפה המכילה מילה אחת והיא המילה הריקה.

- **L** היא שפה רגולרית $\Leftrightarrow$ ניתנת לתיאור ע"י ביטוי רגולרי,
  כלומר, קיים ביטוי רגולרי **r** כך ש - **L = L(r)**.

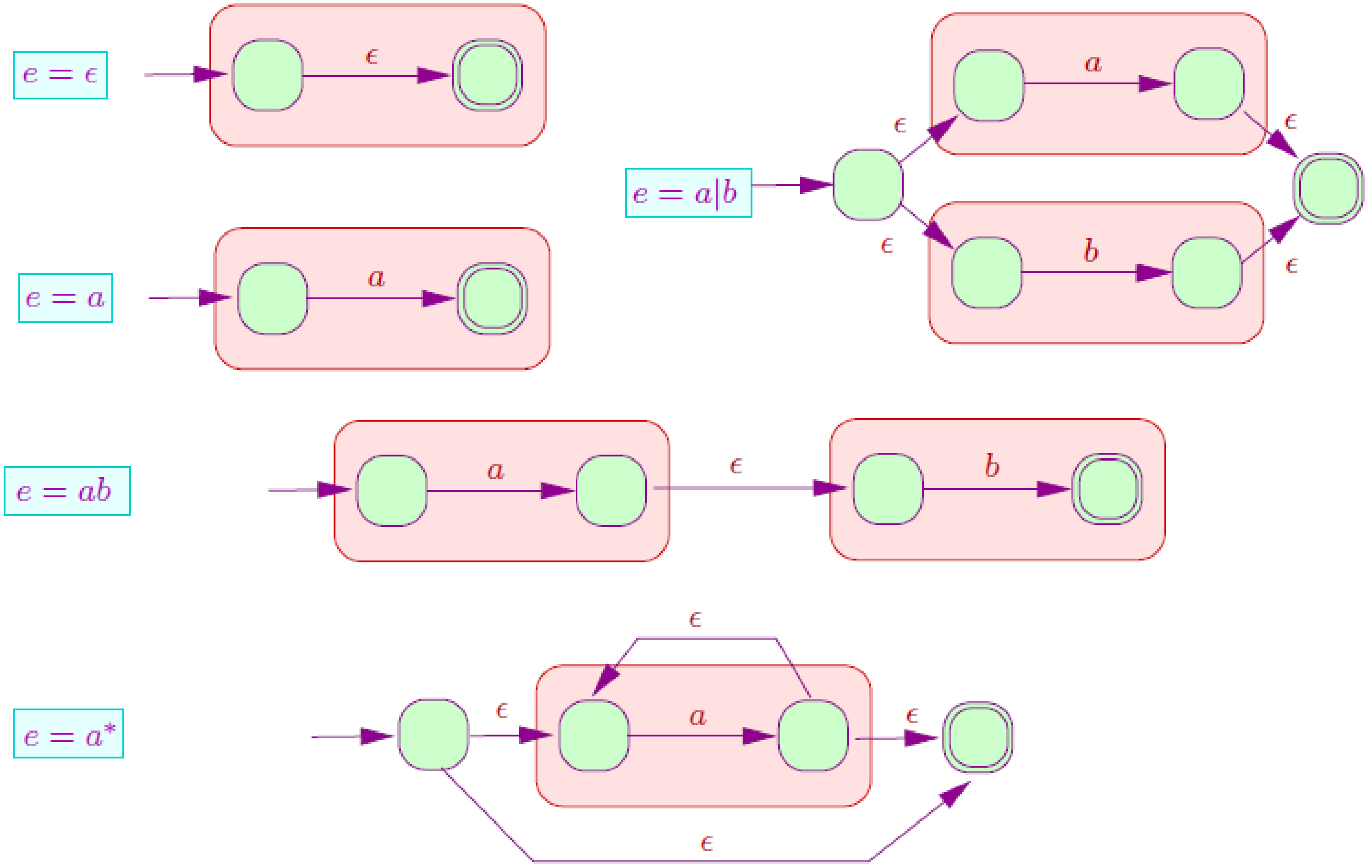
# Regular Expression / ביטויים רגולריים

דוגמאות לביטויים רגולריים:

| משמעות | השפה אותה הוא מייצג | הביטוי הרגולרי |
|---|---|---|
| השפה המוגדרת היא קבוצת בת 2 מילים<br>a b | {a,b} | a+b |
| כיוון שלשרשור יש עדיפות גבוהה יותר מאופרטור "או" , השפה המוגדרת מכילה מילים שהם שרשור של 2 אותיות. | {aa,ab,ba,bb} | (a+b)·(a+b) |
| השפה המתקבלת היא השפה המכילה את כל המילים שמתקבלות ע"י שרשור של 0 או יותר פעמים של a | {є,a,aa,aaa,…} | a* |
| שפת כל המילים שיש בהן a או b | {a, b, ab, aaab, bbb, baabab, ε } | (a+b)* |

# Regular Expression / ביטויים רגולריים


- בניית אוטומט **NFA** מביטוי רגולרי ( **Thompson's Algorithm** )



# Regular Expression / ביטויים רגולריים

דוגמה 1

נתון ביטוי רגולרי הבא :

$$0^{*}\ 1\ \ |\ \ 1^{*}\ 0$$

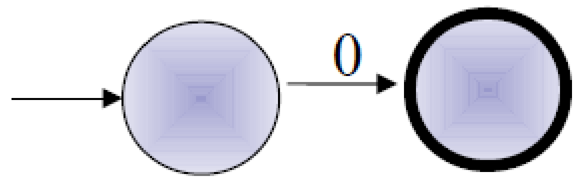
בנה אוטומט **NFA** לפי Thompson’s Algorithm
עבור ביטוי רגולרי הנ"ל.

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

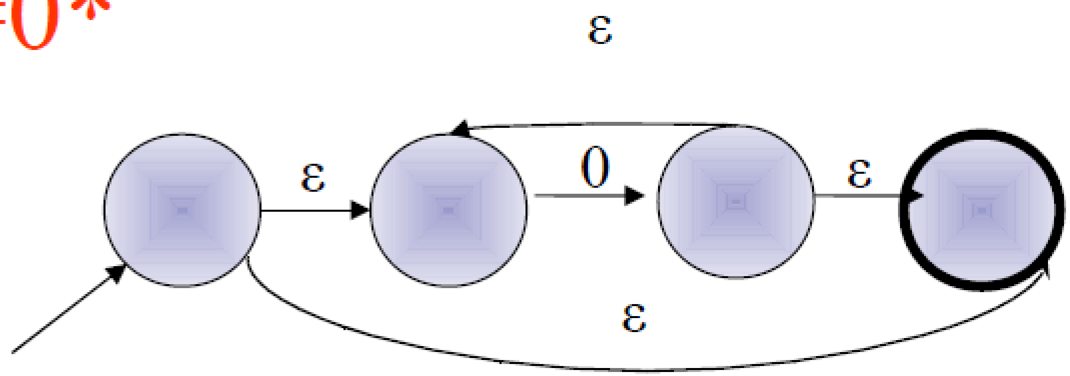
- בניית אוטומט **NFA** מביטוי רגולרי

נתבונן בביטוי רגולרי הבא : $0^*1 + 1^*0$

$r=0$

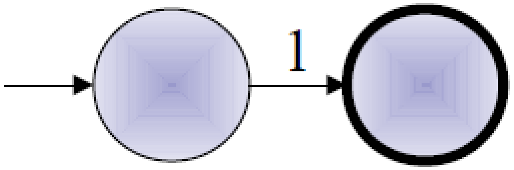



$r=0^*$

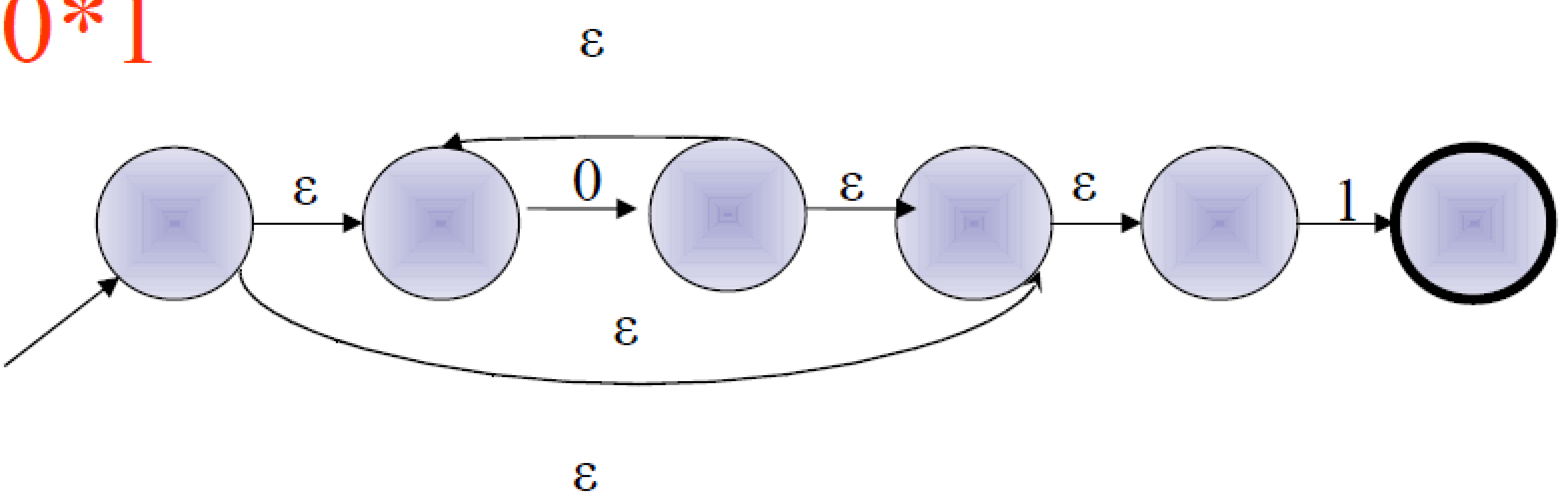


# Regular Expression / ביטויים רגולריים

r=1

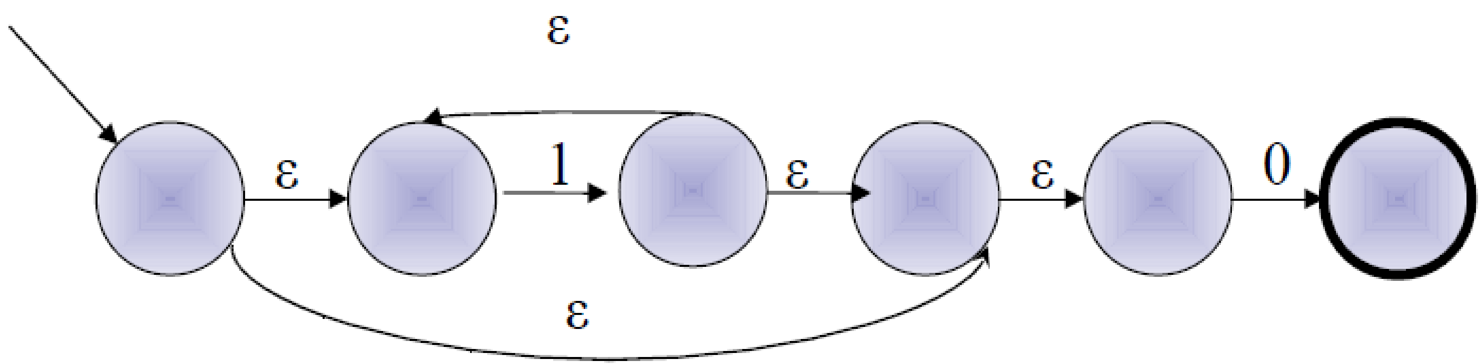



r=0*1

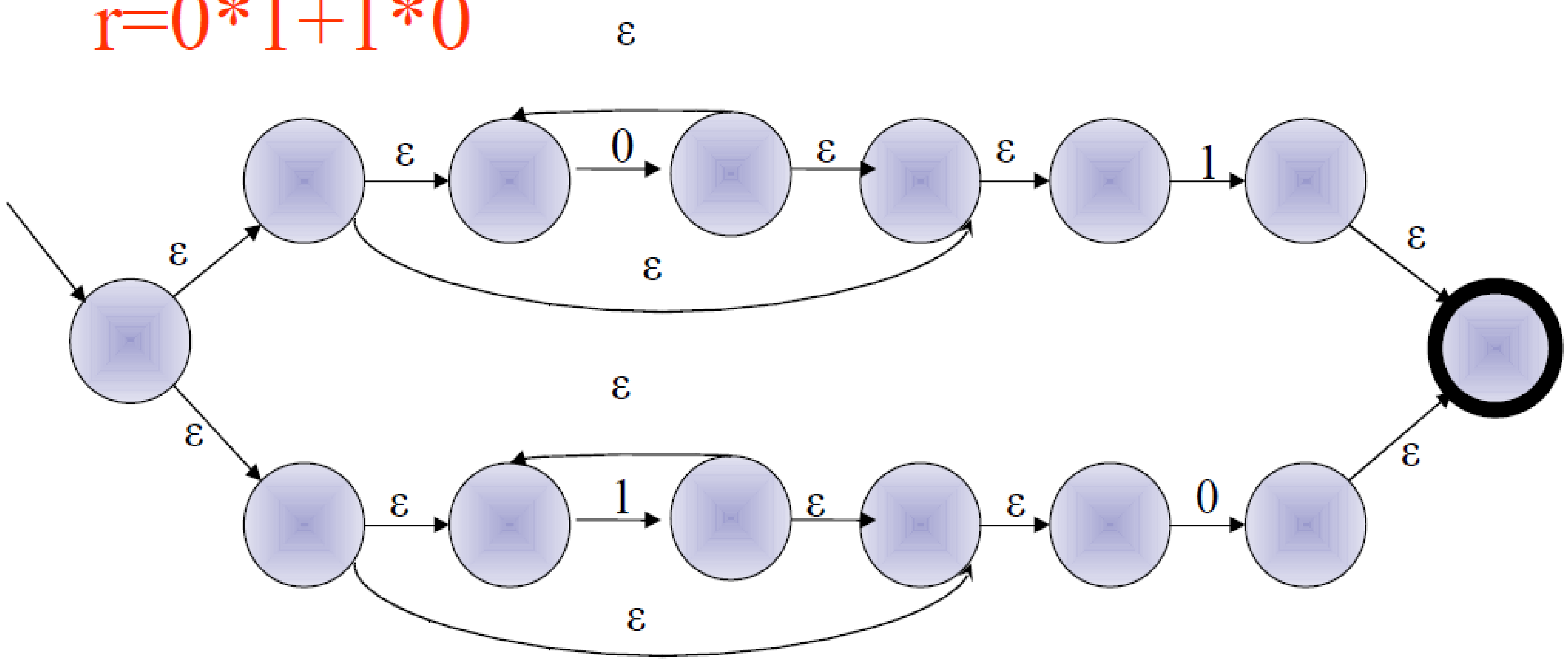


# Regular Expression / ביטויים רגולריים

$r=1^*0$

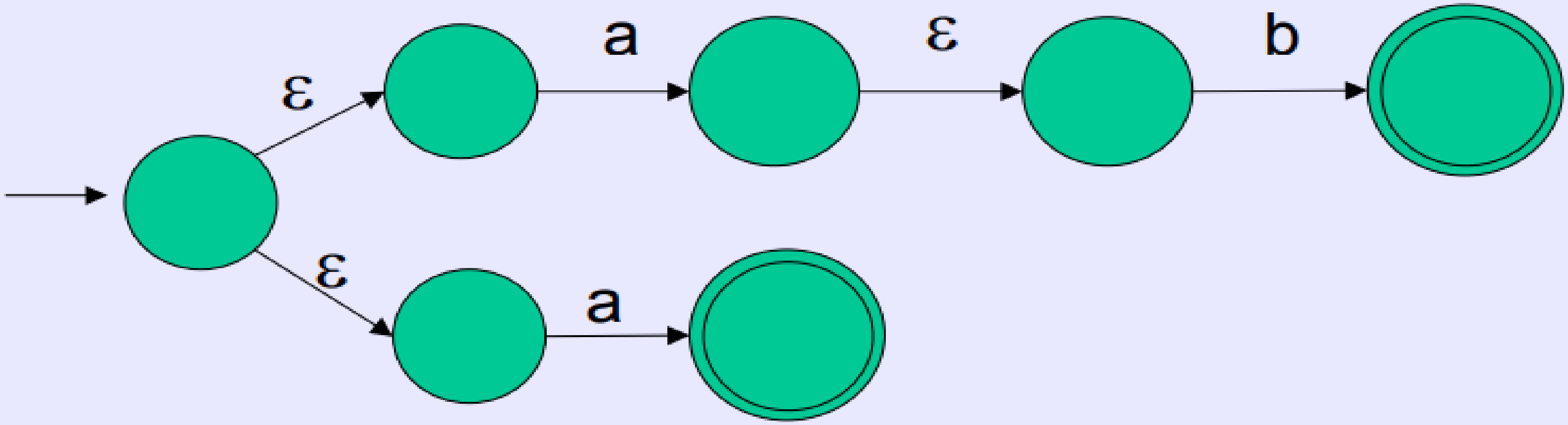



$r=0^*1+1^*0$

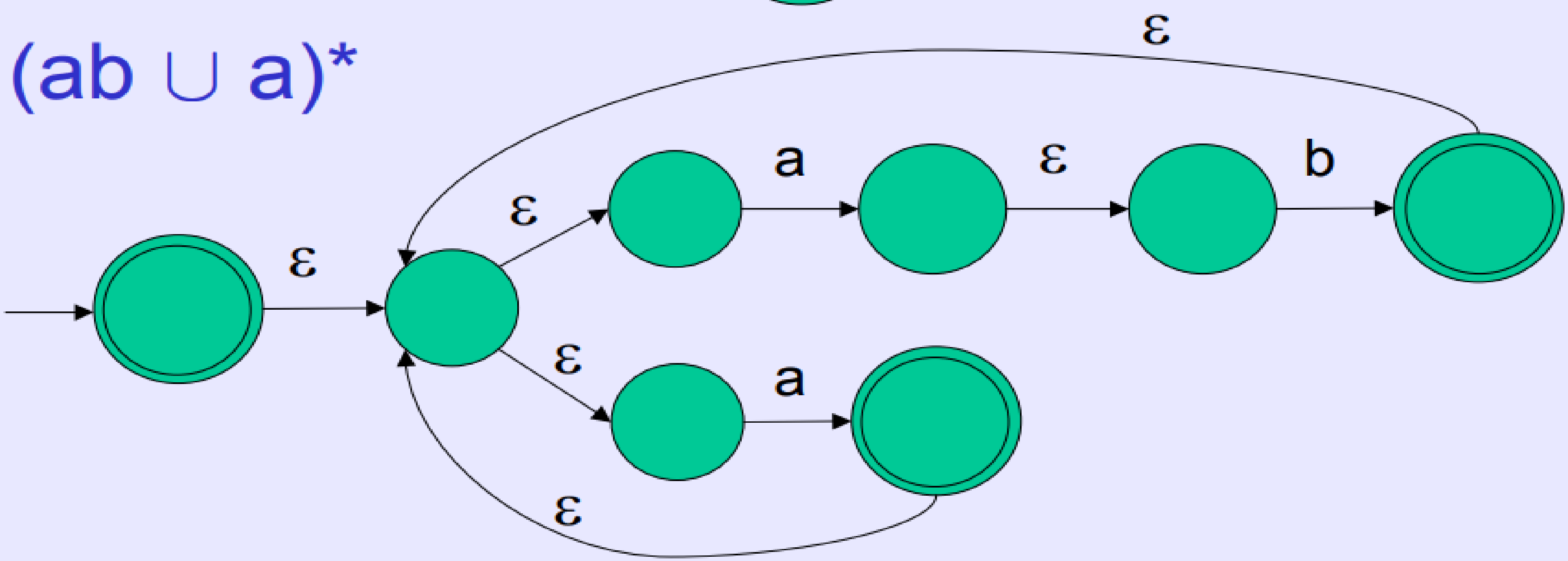


# Regular Expression / ביטויים רגולריים

$ab \cup a$




$(ab \cup a)^*$



# Regular Expression / ביטויים רגולריים

## שאלה 1

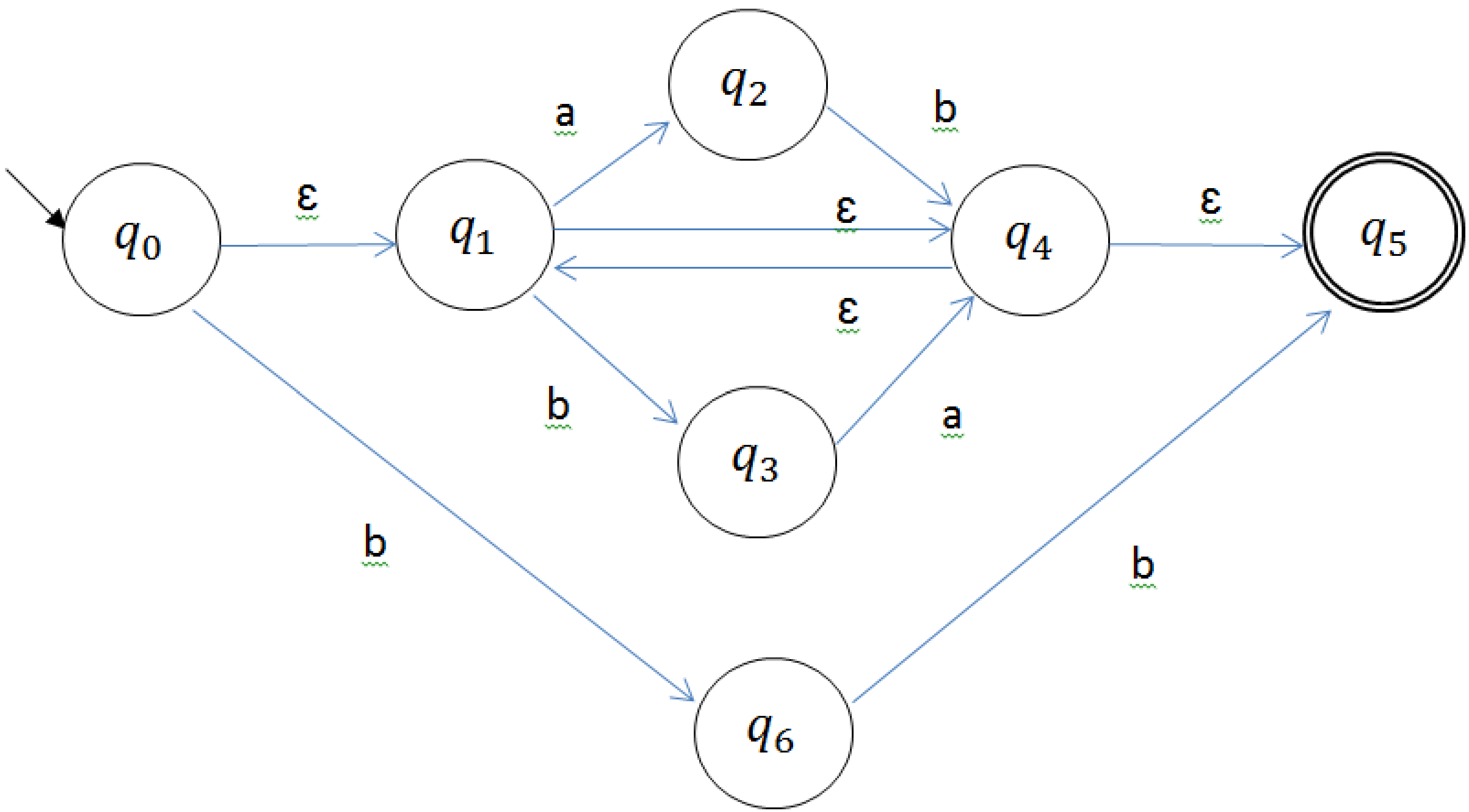
נתון ביטוי רגולרי הבא :

$$(ab \mid ba)^* \mid bb$$

בנה אוטומט **NFA** לפי Thompson’s Algorithm
עבור ביטוי רגולרי הנ"ל.

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

$(ab \mid ba)^* \mid$ bb



# Regular Expression / ביטויים רגולריים

## שאלה 2

כתוב ביטוי רגולרי עבור השפות הבאות מעל $\{0,1\}$ :

1. $L = \{ w \mid w = 0X0, X \in \Sigma^* \}$
2. $L = \{ w \mid \#1(w) \geq 5 \}$
3. $L = \{ w \mid \#1(w) \geq 2$ AND $\#0(w) \leq 1 \}$

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

שאלה 2

1. $0(0|1)^*0$

2. $0^*\ 10^*\ 10^*\ 10^*\ 10^*1(0|1)^*$
$0^*\ 10^*\ 10^*\ 10^*\ 10^*1(0+1)^*$
$0^*\ 10^*\ 10^*\ 10^*\ 10^*1(0 \cup 1)^*$

3. $111^*|\ 1^*(011|101|110)1^*$

?

$L = \{\, w \mid \#1(w) \geq 2$ AND $\#0(w) \leq 1 \,\}$

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

## שאלה 3

נתונה שפה L מעל ה - א"ב { 0, 1 } :

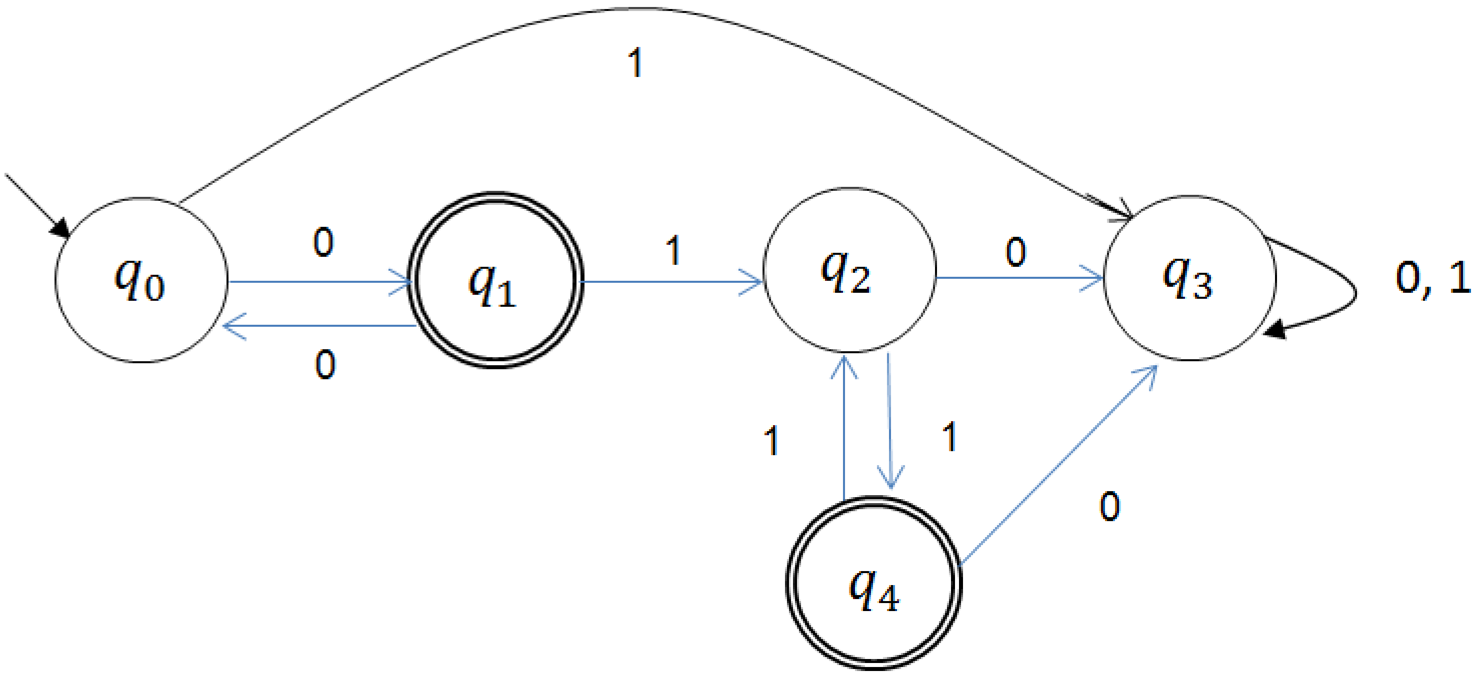
$$L = \{\, w \mid w = 0^m 1^n, m \,\%\, 2 = 1, n \,\%\, 2 = 0 \,\}$$

א. בנה אוטומט סופי דטרמיניסטי המקבל את השפה L .

ב. כתוב ביטוי רגולרי עבור השפה L .

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

א.




ב.

$$0(00)^*(11)^*$$

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

## שאלה 4

נתונה שפה L מעל ה - א"ב { a, b } :

$$L = \{ w \mid w = a^n b^m, (m + n) \% 2 = 0 \}$$

כתוב ביטוי רגולרי עבור השפה L .

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

שאלה 4

$$(aa)^*(bb)^* \mid (aa)^*a(bb)^*b$$

?

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

## שאלה 5

כתוב ביטוי רגולרי עבור חיתוך, איחוד ושרשור של שתי שפות הבאות
מעל האייב { 0, 1 } :

$L_A = \{ W \mid W = 11X, X \in \Sigma^* \}$

$L_B = \{ W \mid W = y00, y \in \Sigma^* \}$

---

1. $r( L_A \cap L_B )$
2. $r( L_A \cup L_B )$
3. $r( L_A \bullet L_B )$

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

שאלה 5

1. $r( L_A \cap L_B ) = 11(1|0)^*00$

2. $r( L_A \cup L_B ) = (11(1|0)^*) \mid ((1|0)^*00)$

3. $r( L_A \bullet L_B ) = 11(1|0)^*00$

$L_A = \{ W \mid W = 11X, X \in \Sigma^* \}$

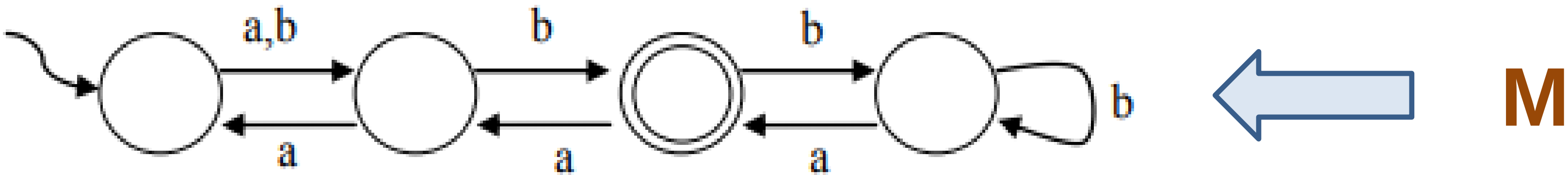
$L_B = \{ W \mid W = y00, y \in \Sigma^* \}$

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

## שאלה 6

בכל סעיף של שאלה זו 4 טענות. בכל טענה עליך להסביר מדוע היא נכונה או לא נכונה.

יהיה **M** האוטומט **DFA** המוגדר ע"י התרשים הבא :




א. $L(M) = (\{a,b\}\{a\})^*\{a,b\}\{b\} \cdot (\{ba\} \cup \{ab\} \cup (\{a^2\}(\{a,b\}\{a\})^*\{b\})^*)$

ב. $L(M) = \{a,b\}\{b\} \cdot (\{ba\} \cup \{a,b\} \cup \{a^2\}\{a,b\}\{b\})^*$

ג. $L(M) \subsetneq \{a,b\}\{b\} \cdot (\{ba\} \cup \{a,b\} \cup \{a^2\}\{a,b\}\{b\})^*$

ד. אף תשובה אינה נכונה.

# ביטויים רגולריים / Regular Expression

## שאלה 6

**תשובה : ד**

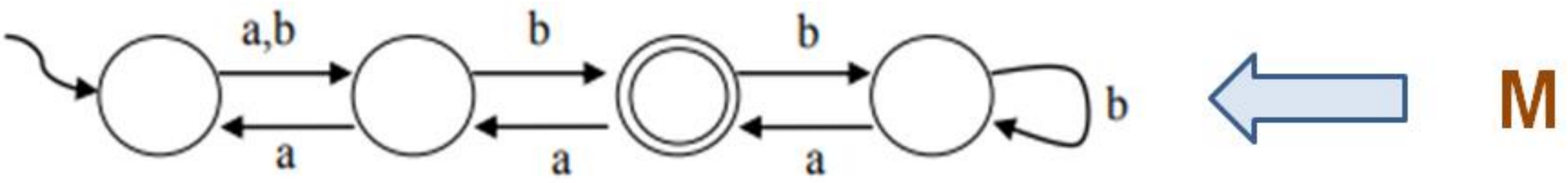
א' אינו נכון. למשל, עבור המילה $bbbba$ מתקיים כי $bbbba \in L(M)$, אולם,

$$bbbba \notin (\{a,b\}\{a\})^*\{a,b\}\{b\}\cdot(\{ba\}\cup\{ab\}\cup(\{a^2\}(\{a,b\}\{a\})^*\{b\})^*)$$

.

ב' ו-ג' אינם נכונים. למשל, עבור המילה $aaab$ מתקיים כי $aaab \in L(M)$, אולם,

$$aaab \notin \{a,b\}\{b\}\cdot(\{ba\}\cup\{a,b\}\cup\{a^2\}\{a,b\}\{b\})^*$$ .



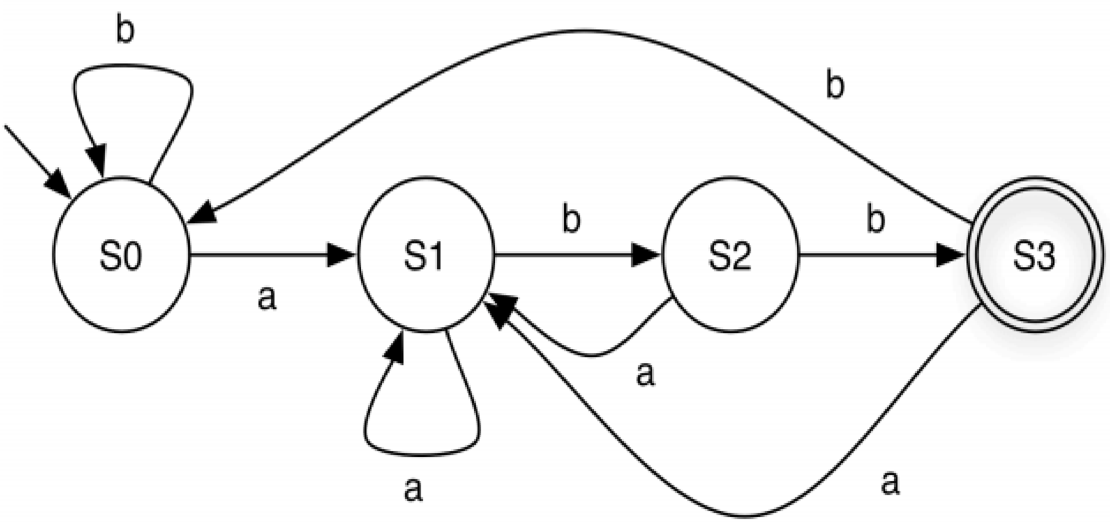
# ביטויים רגולריים / Regular Expression

## שאלה 7

נתון אוטומט סופי דטרמיניסטי **A** הבא :

$\Sigma = \{ a, b \}$

$A = (Q_A, \Sigma, \delta_A, S0 , F_A)$




א. בנה אוטומט סופי *לא דטרמיניסטי* **M** שקול לאוטומט סופי דטרמיניסטי **A**.

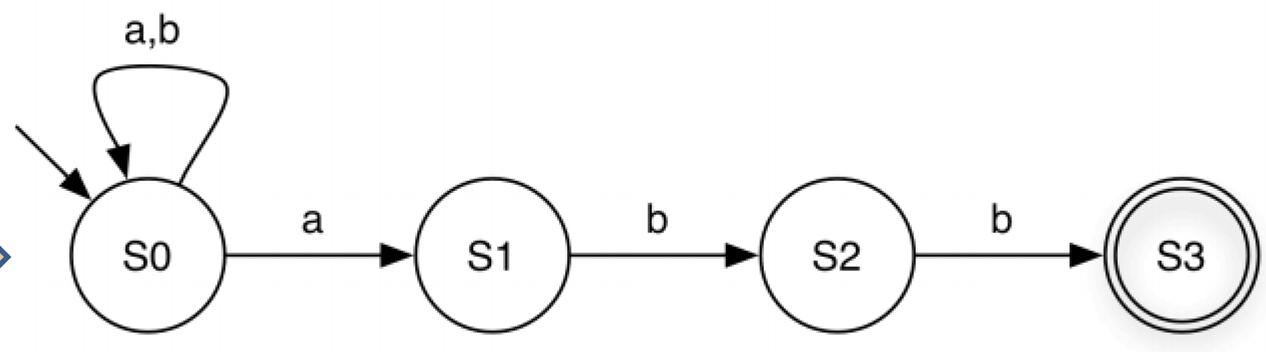
ב. כתוב ביטוי רגולרי עבור האוטומט **M** .

# Regular Expression / ביטויים רגולריים

## שאלה 7

א.

M




ב.

(a|b)*abb