

**知识点 1：角的概念的推广——任意角**

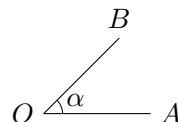
角的概念：平面内一条\_\_\_\_\_绕着\_\_\_\_\_从一个位置\_\_\_\_\_到另一个位置所形成的图形。

(1.1) 如图，OA 为角  $\alpha$  的\_\_\_\_\_，OB 为角  $\alpha$  的\_\_\_\_\_。

(1.2) 正角：按\_\_\_\_\_方向旋转形成的角；

负角：按\_\_\_\_\_方向旋转形成的角；

零角：射线没有作\_\_\_\_\_形成一个零角。



终边相同的角：所有与角  $\alpha$  终边相同的角，连同角  $\alpha$  在内，可构成一个集合： $S =$ \_\_\_\_\_。

(1.3) 轴线角的表示：

- ① 终边在  $x$  轴正半轴的所有角组成的集合： $\{\alpha | \alpha = 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$ ；
- ② 终边在  $y$  轴正半轴的所有角组成的集合：\_\_\_\_\_；
- ③ 终边在  $x$  轴负半轴的所有角组成的集合：\_\_\_\_\_；
- ④ 终边在  $y$  轴负半轴的所有角组成的集合：\_\_\_\_\_；
- ⑤ 终边在  $x$  轴上的所有角组成的集合：\_\_\_\_\_；
- ⑥ 终边在  $y$  轴上的所有角组成的集合：\_\_\_\_\_；
- ⑦ 终边在坐标轴上的所有角组成的集合：\_\_\_\_\_；

(1.4) 象限角的表示：

- ① 终边在第一象限的角的所属范围： $(2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi), k \in \mathbf{Z}$ ；
- ② 终边在第二象限的角的所属范围：\_\_\_\_\_；
- ③ 终边在第三象限的角的所属范围：\_\_\_\_\_；
- ④ 终边在第四象限的角的所属范围：\_\_\_\_\_或  $(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, 2k\pi), k \in \mathbf{Z}$ 。

**知识点 2：弧度制**

将长度等于\_\_\_\_\_长的弧所对的圆心角叫 1 弧度的角，记作\_\_\_\_\_。（弧度单位 rad 一般省略不写）  
这种用\_\_\_\_\_作单位来度量角的单位制称为弧度制。

(2.1) 角度、弧度的换算：

$$\pi = 180^\circ \quad 1 = \underline{\hspace{1cm}} \quad 1^\circ = \underline{\hspace{1cm}}$$

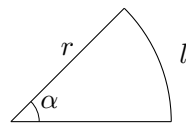
(2.2) 弧长公式：

$$l = \underline{\hspace{1cm}} \quad (\text{等价推广: } r = \underline{\hspace{1cm}} \quad |\alpha| = \underline{\hspace{1cm}}.)$$

(2.3) 扇形面积公式：

$$S = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

(其中  $r$  为圆的半径， $\alpha$  为圆心角的弧度数， $l$  为弧长， $S$  为扇形面积)



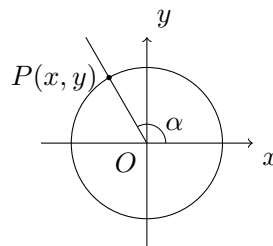
### 知识点 3：任意角的三角函数

(3.1) 任意角三角函数的定义：

**定义一：**（借助单位圆来定义）

如图，设  $\alpha$  为一个任意角，它的终边与单位圆交于  $P(x, y)$ ，则：

- ①  $y$  叫做  $\alpha$  的 \_\_\_\_\_，记作  $\sin \alpha = y$ ；
- ②  $x$  叫做  $\alpha$  的 \_\_\_\_\_，记作 \_\_\_\_\_；
- ③  $\frac{y}{x}$  叫做  $\alpha$  的 \_\_\_\_\_，记作 \_\_\_\_\_；

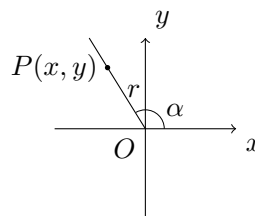


**定义二：**（不再限定必须在单位圆内）

如图，设  $\alpha$  为一个任意角，在  $\alpha$  的终边上任取一点  $P(x, y)$ （但  $P$  不能为原点），则：

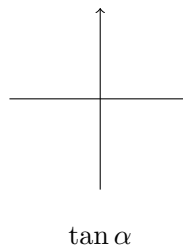
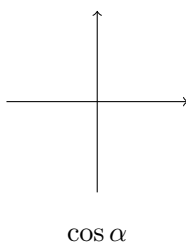
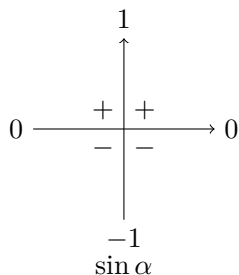
$$r = |OP| = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} \quad \cos \alpha = \underline{\hspace{2cm}} \quad \tan \alpha = \underline{\hspace{2cm}}.$$



(3.2) 正弦、余弦、正切函数值在各象限的符号问题：

请仿照  $\sin \alpha$  在各坐标轴以及在各象限的符号情况，写出  $\cos \alpha$  及  $\tan \alpha$  的符号情况。



(3.3) 常用特殊角三角函数值表：

角 $\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$
角 $\alpha$ 的弧度数									
$\sin \alpha$									
$\cos \alpha$									
$\tan \alpha$									

(3.4) 同角三角函数的基本关系式：

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \underline{\hspace{2cm}} \quad \tan \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$$

### 知识点 4 : 诱导公式

口诀：“奇变偶不变，符号看象限”。

- ① “奇” “偶” 指 “ $\frac{\pi}{2}$ ” 的奇数倍和偶数倍；
- ② “变” 与 “不变” 是指函数名称是否改变；
- ③ 把  $\alpha$  当作锐角  $\rightarrow$  找象限  $\rightarrow$  判断符号。

	$2k\pi + \alpha$	$2\pi + \alpha$	$\pi + \alpha$	$\pi - \alpha$	$-\alpha$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$
sin									
cos									
tan									

### 知识点 5 : 基础三角函数的图象与性质

	$f(x) = \sin x$	$f(x) = \cos x$	$f(x) = \tan x$
① 列表			
② 图象			
③ 定义域			
④ 值域			
⑤ 周期			
⑥ 单调性			
⑦ 最值			
⑧ 奇偶性			
⑨ 对称性	对称中心: $(k\pi, 0)$ 对称轴: $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$		

## 知识点 6：正弦型、余弦型、正切型函数的图象与性质

一般情况下，题目会说明， $A > 0, \omega > 0$ ，以及  $\varphi$  具体的所属范围。

	$f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 如： $f(x) = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{3})$	$f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$ $f(x) = -3 \cos(\frac{1}{2}x + \frac{\pi}{4})$	$f(x) = A \tan(\omega x + \varphi)$ $f(x) = 2 \tan(\frac{\pi}{6}x + \frac{7\pi}{12})$
① 列表			
② 图象			
③ 定义域			
④ 值域			
⑤ 单调性			
⑥ 最值			
⑦ 奇偶性			
⑧ 对称性	对称中心： $(k\pi, 0)$ 对称轴： $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$		
① 振幅			
② 周期			
③ 频率			
④ 相位			
⑤ 初相			