

2019 年 4 月 高中一年级 练习题

高一数学

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = n^2$, 则 a_8 的值为 ()
A. 15 B. 16 C. 49 D. 64
2. 已知数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, 其前 n 项和为 S_n , 若 $a_3 = 6, S_3 = 12$, 则公差 d 等于 ()
A. 1 B. $\frac{5}{3}$ C. 2 D. 3
3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $a_{2016} = S_{2016} = 2016$, 则 a_1 等于 ()
A. -2017 B. -2016 C. -2015 D. -2014
4. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a \sin A \sin B + b \cos^2 A = \sqrt{3}a$, 则 $\frac{b}{a} =$ ()
A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$
5. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_3 = 9, S_6 = 36$, 则 $a_7 + a_8 + a_9$ 等于 ()
A. 63 B. 45 C. 36 D. 27
6. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = 5, b = 7, c = 8$, 则 $A + C =$ ()
A. 90° B. 120° C. 135° D. 150°
7. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a = 2b \cos C$, 则此三角形是 ()
A. 等腰直角三角形 B. 直角三角形
C. 等腰三角形 D. 等腰三角形或直角三角形
8. 已知数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1 = 1, x_2 = \frac{2}{3}, \frac{1}{x_{n-1}} + \frac{1}{x_{n+1}} = \frac{2}{x_n} (n \geq 2)$, 则 x_n 等于 ()
A. $(\frac{2}{3})^{n-1}$ B. $(\frac{2}{3})^n$ C. $\frac{n+1}{2}$ D. $\frac{2}{n+1}$
9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, S_n 是它的前 n 项和, 若 $S_{16} > 0$, 且 $S_{17} < 0$, 则当 S_n 取最大值时 n 的值为 ()
A. 16 B. 8 C. 9 D. 10
10. 若两个等差数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别是 S_n, T_n . 已知 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{7n}{n+3}$, 则 $\frac{a_5}{b_5}$ 等于 ()
A. 7 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{27}{8}$ D. $\frac{21}{4}$
11. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 7, AC = 6, M$ 是 BC 的中点, $AM = 4$, 则 $BC =$ ()
A. $\sqrt{21}$ B. $\sqrt{106}$ C. $\sqrt{69}$ D. $\sqrt{154}$
12. 在 $\triangle ABC$ 中, $a = x, b = 2, B = 45^\circ$, 若三角形有两解, 则实数 x 的取值范围为 ()
A. $x > 2$ B. $2 < x < 2\sqrt{2}$ C. $x < 2$ D. $2 < x < 2\sqrt{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_2 = 5, a_{n+2} = a_{n+1} - a_n (n \in N_+)$, 则 $a_{2015} =$ _____.

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_{n+1} = a_n + \ln \frac{n+1}{n}$, 则 $a_n =$ _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 互不相等, 且 $a = 4, c = 3, A = 2C$, 则 $b =$ _____.

16. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2, a_n = \frac{2a_{n-1}}{a_{n-1} + 2} (n \geq 2)$, 则 $a_n =$ _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\cos(A - C) + \cos B = 1, a = 2c$, 求角 C .

18. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $\sin^2 B = 2 \sin A \sin C$

(1) 若 $a = b$, 求 $\cos B$;

(2) 设 $B = 90^\circ$, 且 $a = \sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (12 分)

数列 a_n 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n(n+1), n \in N_+$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n = \frac{b_1}{3+1} + \frac{b_2}{3^2+1} + \cdots + \frac{b_n}{3^n+1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

20. (12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $a+c=6, b=2, \cos B = \frac{7}{9}$.

(1) 求 a, c ;

(2) 求 $\sin(A-B)$ 的值.

21. (12 分)

已知等差数列 a_n 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_3 + a_6 = 4, S_5 = -5$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $T_n = |a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_n|$, 求 T_5 的值和 T_n 的表达式.

22. (12 分)

已知数列 $\{\log_2 a_n\}$ 是以 1 为首项, 1 为公差的等差数列; 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = 1$, 且 $b_{n+1} = 2b_n + 2a_n (n \in N_+)$.

(1) 证明: 数列 $\{\frac{b_n}{a_n}\}$ 为等差数列;

(2) 若对任意 $n \in N_+$, 不等式 $(n+2)b_{n+1} \geq \lambda b_n$ 总成立, 求实数 λ 的最大值.