数字图像处理

第 4 章

频率域图像增强

前章小结

- 灰度变换增强
  - （图像反转、对数变换、幂次变换、分段线性变换）、
- 直方图统计增强
  - （均衡化、规定化、直方图统计对增强处理的意义）
- 算术/逻辑操作增强
- 邻域处理增强：
  - 空间平滑滤波器的均值滤波器和中值滤波器
  - 空间锐化滤波器的拉普拉斯算子和梯度算子
  - 去噪声和保细节的综合考虑

本章主要内容

- 图像频率域增强基本概念
- 图像傅立叶变换及其性质
- 空间域滤波和频率域滤波关系、卷积运算
- 频率域图像平滑基本概念
  - 巴特沃斯低通滤波器、高斯低通滤波
- 频率域图像锐化基本概念
  - 巴特沃斯高通滤波器、高斯高通滤波
- 同态滤波基本概念
- 空域和频域相结合的图像增强方法及应用

本章基本要求

- 基本要求
  - 图像傅立叶变换、空域和频域处理的对应关系
  - 掌握各种图象频率域增强算法的基本原理、应用特点和实现方法
  - 学会结合实际需求，选择合适的增强算法进行图象处理，并分析处理结果
  - 通过实践环节学会利用Matlab工具进行图象增强处理

§4.1 基本概念

- 4.1频域滤波基本概念
- 4.2平滑频域滤波（低通）
- 4.3锐化频域滤波（高通）
- 4.4带通和带阻滤波
- 4.5 同态滤波

§4.1 基本概念

- 频域增强是通过在频域的滤波处理来达到增强图象的目的
- 频域滤波的概念
  - 把图象用FFT变化到频域，将结果乘一个滤波函数再变回到空域，就实现了频域滤波。
  - 低通滤波无非是在频域中去掉了一些高频分量，高通滤波正好相反。
  - 从概念上来说在频域设计滤波器比较直截了当。但由于要经过正、反两次傅里叶变换，计算量较大，还是直接的空间滤波使用广泛。

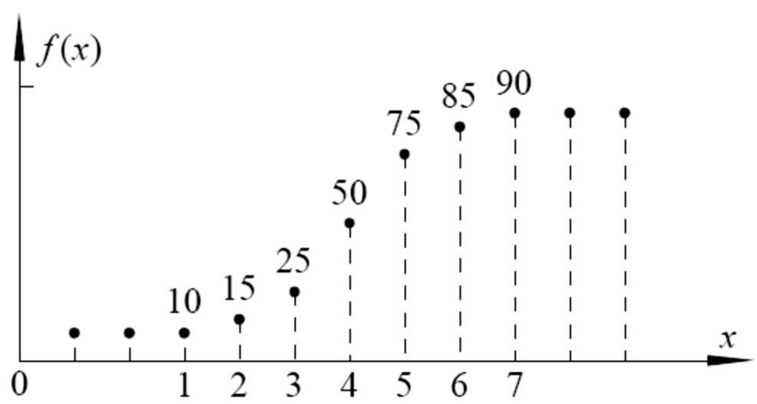
§ 4.1 基本概念—傅里叶变换

➢ 1-D离散傅立叶变换

正变换

$$\mathcal{F}\{f(x)\} = F(u) = \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1} f(x)\exp[-\mathrm{j}2\pi ux/N]$$

对1个连续函数 $f(x)$ 等间隔采样



§ 4.1 基本概念—傅里叶变换

N=4

正变换示例

$$F(u)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}f(x)\exp[-j2\pi ux/N]$$

$$F(0)=\frac{1}{4}\{f(0)+f(1)+f(2)+f(3)\}$$

$$F(1)=\frac{1}{4}\{f(0)+f(1)\exp[-j\pi/2]+f(2)\exp[-j\pi]+f(3)\exp[-j3\pi/2]\}$$

$$F(2)=\frac{1}{4}\{f(0)+f(1)\exp[-j\pi]+f(2)\exp[-j2\pi]+f(3)\exp[-j3\pi]\}$$

$$F(3)=\frac{1}{4}\{f(0)+f(1)\exp[-j3\pi/2]+f(2)\exp[-j3\pi]+f(3)\exp[-j9\pi/2]\}$$

§ 4.1 基本概念--傅里叶变换

反变换

$$\mathcal{F}^{-1}\{F(u)\}=f(x)=\sum_{u=0}^{N-1}F(u)\exp[\mathrm{j}2\pi ux/N]$$

变换表达

$$F(u)=R(u)+\mathrm{j}I(u)=|F(u)|\exp[\mathrm{j}\,\phi(u)]$$

频谱（幅度）

$$|F(u)|=\left[R^2(u)+I^2(u)\right]^{1/2}$$

相位角

$$\phi(u)=\arctan[I(u)/R(u)]$$

§4.1 基本概念—傅里叶变换

- 1-D离散傅里叶变换的特别说明
  - 基本性质
    - 线性、尺度、时移、平移
  - 周期性
    - 时域离散化（T_s）→ 频域周期性重复（$\omega_s=2\pi/T_s$）–频域序列长度
    - 频域离散化（ω_1）→ 时域周期重复（$T_1=2\pi/\omega_1$）–时域序列长度
  - 实函数的奇偶性
    - 频域函数实部是ω**的偶函数，虚部是**ω**的奇函数**
    - 频域幅频特性是ω**的偶函数，相频特性是**ω**的奇函数**
    - $F(\omega)$**和** $F(-\omega)$**共轭对称**
  - 频域函数的高频与低频
    - $|F(\omega)|$低频在$\omega=0$,**也就是频域序列最前端**
    - $|F(\omega)|$**高频在**$\omega=\omega_s/2$，**也就是频域序列最中间**

§ 4.1 基本概念—傅里叶变换

➢ 2-D离散傅立叶变换

变换公式

$$F(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\exp[-\mathrm{j}2\pi(ux+vy)/N]$$

$$f(x,y)=\frac{1}{N}\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1}F(u,v)\exp[\mathrm{j}2\pi(ux+vy)/N]$$

频谱（幅度）

$$|F(u,v)|=\left[R^2(u,v)+I^2(u,v)\right]^{1/2}$$

相位角

$$\phi(u,v)=\arctan[I(u,v)/R(u,v)]$$

§ 4.1 基本概念--傅里叶变换

2-D傅立叶变换性质-分离

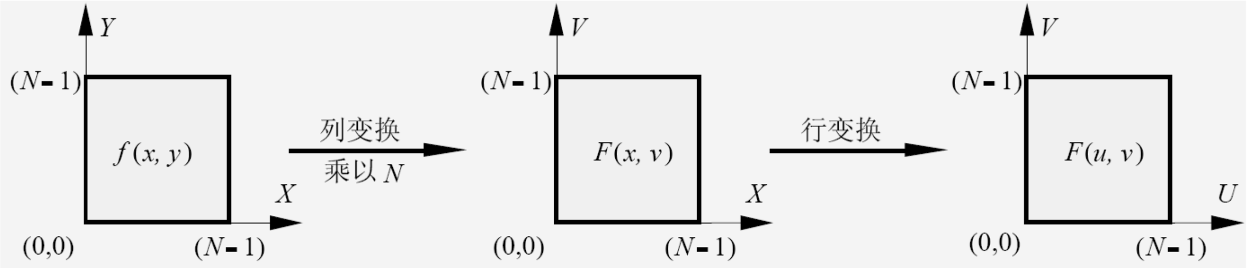
分离性质

$$F(x,v)=N\left[\frac{1}{N}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\exp[-j2\pi vy/N]\right]$$

$$F(u,v) = \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}F(x,v)\exp[-j2\pi ux/N]$$

1次2-D $\Rightarrow$ 2次1-D

$O(N^4)$减为$O(N^2)$



§ 4.1 基本概念—傅里叶变换

➢ 2-D傅立叶变换性质-平移

平移性质

$$f(x,y)\exp[\mathrm{j}2\pi(u_0x+v_0y)/N] \Leftrightarrow F(u-u_0,v-v_0)$$

$$\mathcal{F}\{f(x,y)\exp[\mathrm{j}2\pi(u_0x+v_0y)/N]\}$$

$$=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\exp[\mathrm{j}2\pi(u_0x+v_0y)/N]\exp[-\mathrm{j}2\pi(ux+vy)/N]$$

$$=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1} f(x,y)\exp\{-\mathrm{j}2\pi[(u-u_0)x+(v-v_0)y]/N\}$$

$$=F[(u-u_0),(v-v_0)]$$

§ 4.1 基本概念—傅里叶变换

➢ 2-D傅立叶变换性质-周期、分配、尺度

周期性

$$F(u,v)=F(u+N,v)=F(u,v+N)=F(u+N,v+N)$$

分配律

$$\mathcal{F}\{f_1(x,y)+f_2(x,y)\}=\mathcal{F}\{f_1(x,y)\}+\mathcal{F}\{f_2(x,y)\}$$

尺度变换（缩放）

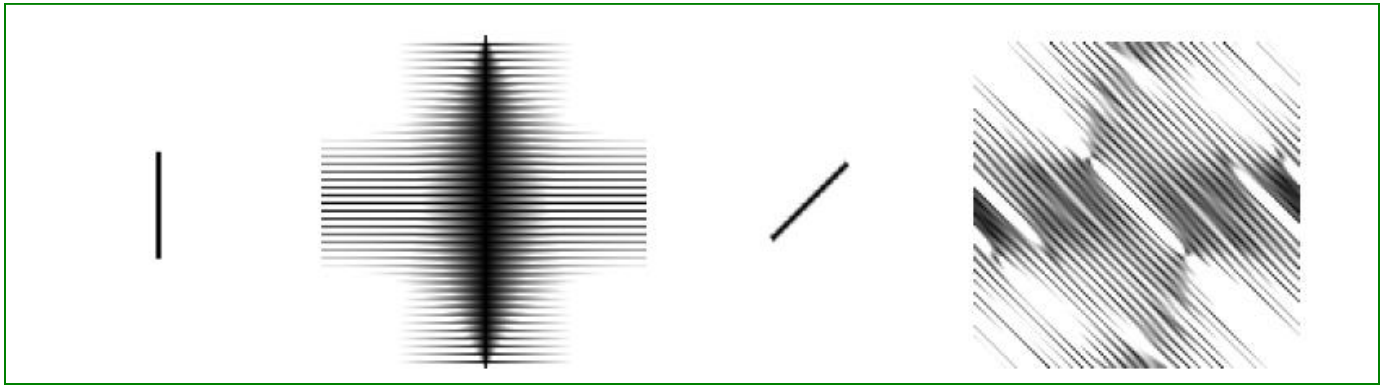
$$af(x,y)\Leftrightarrow aF(u,v) \qquad f(ax,by)\Leftrightarrow \frac{1}{|ab|}F\left(\frac{u}{a},\frac{v}{b}\right)$$

平均值

$$\bar{f}(x,y)=\frac{1}{N^2}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)$$

§ 4.1 基本概念--傅里叶变换

- 2-D傅立叶变换性质-旋转
  - 如果使用极坐标，
    - $x=rCos\theta$, $y=rSin\theta$, $u=\omega Cos\phi$, $v=\omega Sin\phi$,
  - 则$f(r,\theta)$的傅里叶变换是$F(u,\phi)$，它们有旋转对应关系。
    - $f(r,\theta+\theta_0) <=> F(\omega,\phi+\theta_0)$



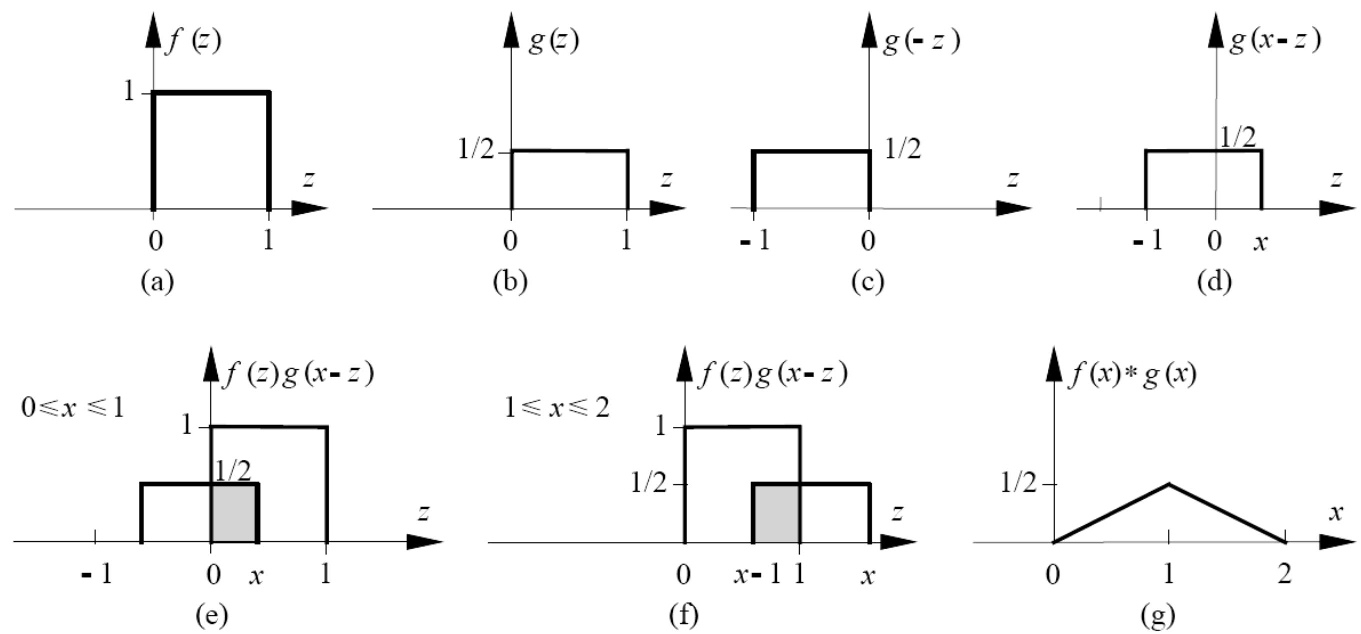
§4.1 基本概念—傅里叶变换

一维卷积的图解

- 2-D傅立叶变换性质-卷积

卷积

$$f(x)*g(x)=\int_{-\infty}^{\infty}f(z)g(x-z)\mathrm{d}z$$



§ 4.1 基本概念--傅里叶变换

- 周期序列的卷积-不重叠的条件
  - f(x)和g(x)的周期为M，卷积后的周期还是M
  - f(x)和g(x)为在周期内有限长序列，各自的非0值序列长度分别为A和B，只有在
    - M大于等于A+B-1时，卷积结果才不会重叠

§ 4.1 基本概念—傅里叶变换

- 2-D傅立叶变换性质-卷积

卷积定理

$$f(x) * g(x) \Leftrightarrow F(u)G(u)$$

$$f(x)g(x) \Leftrightarrow F(u) * G(u)$$

2-D卷积定理

$$f(x,y) * g(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(p,q)g(x-p,y-q)\mathrm{d}p\mathrm{d}q$$

$$f(x,y) * g(x,y) \Leftrightarrow F(u,v)G(u,v)$$

$$f(x,y)g(x,y) \Leftrightarrow F(u,v) * G(u,v)$$

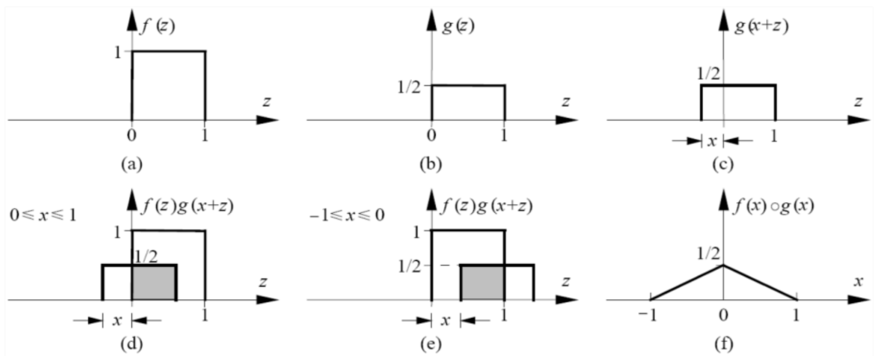
§ 4.1 基本概念—傅里叶变换

一维相关的图解

➢ 1-D相关的概念

相关

$$f(x)\circ g(x)=\int_{-\infty}^{\infty} f^{*}(z)g(x+z)\mathrm{d}z$$



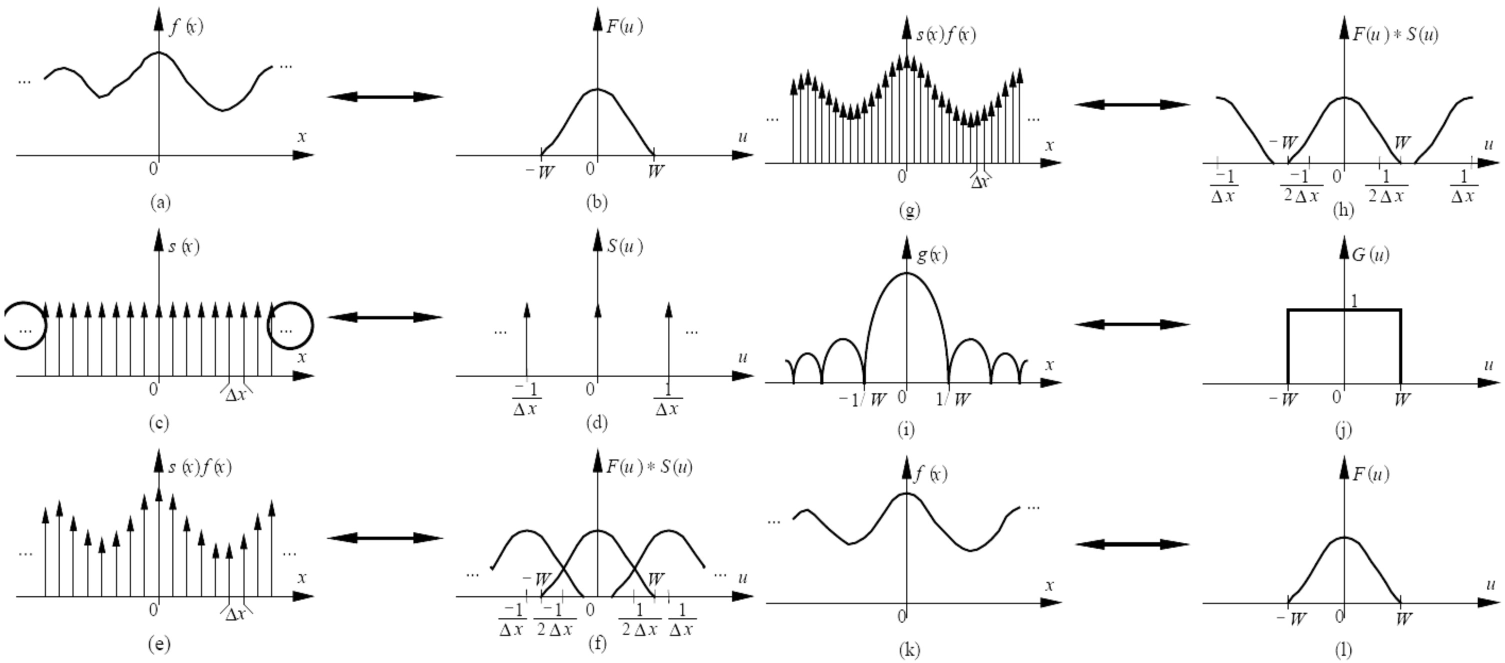
➢ 相关与卷积

- ➢ 根据相关的定义不难看出 $f(x)\circ g(x)=f(x)*g(-x)$
- ➢ 用傅里叶变换表示 $f(x)\circ g(x)\Leftrightarrow F(\omega)G(-\omega)$
- ➢ 函数是实函数时 $f(x)\circ g(x)\Leftrightarrow F(\omega)G^{*}(\omega)$

§ 4.1 二维傅立叶变换和性质

➢ 由采样重建图象

带限函数 $\Delta x \leqslant 1/(2W)$ $G(u)=\begin{cases}1 & -W\leqslant u\leqslant W\\ 0 & 其它\end{cases}$

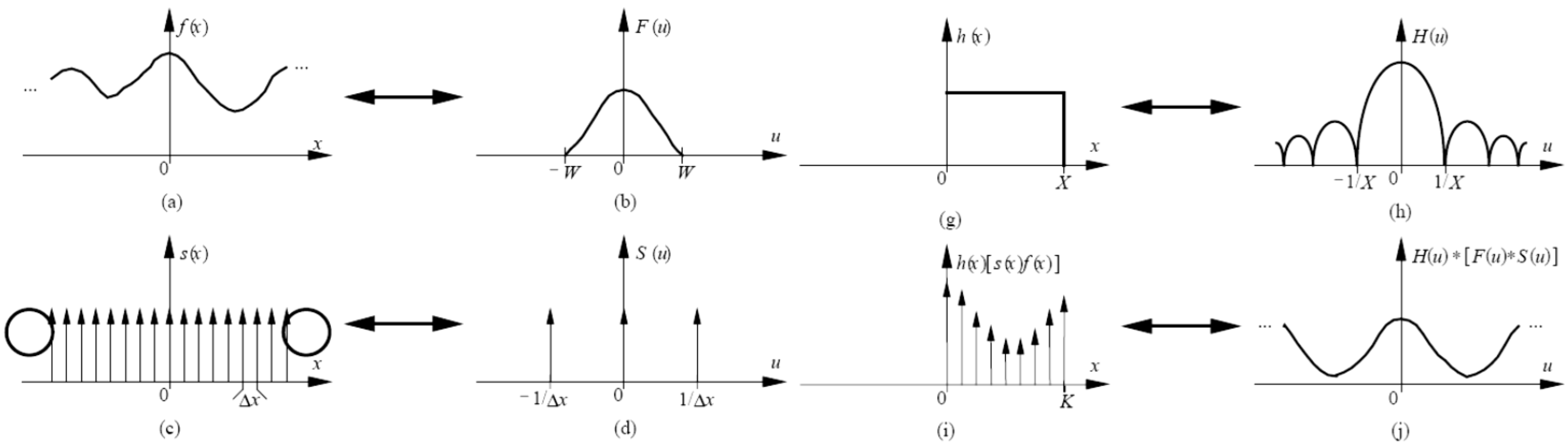


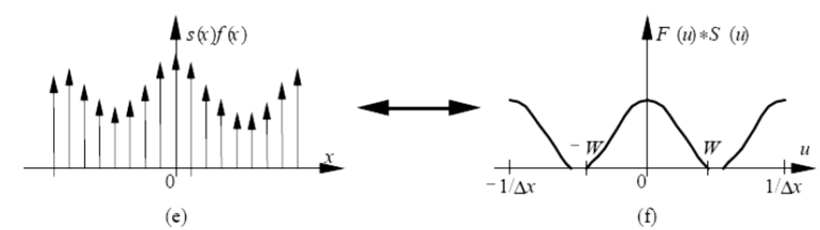
§ 4.1 基本概念—傅里叶变换

➢ 由采样重建图象

有限采样区间

$$h(x)=\begin{cases}1 & 0\leqslant x\leqslant K\\ 0 & \text{其它}\end{cases}$$





完全恢复：被采样函数是带限的且周期的，采样间隔满足采样定理

§ 4.1 基本概念—傅里叶变换

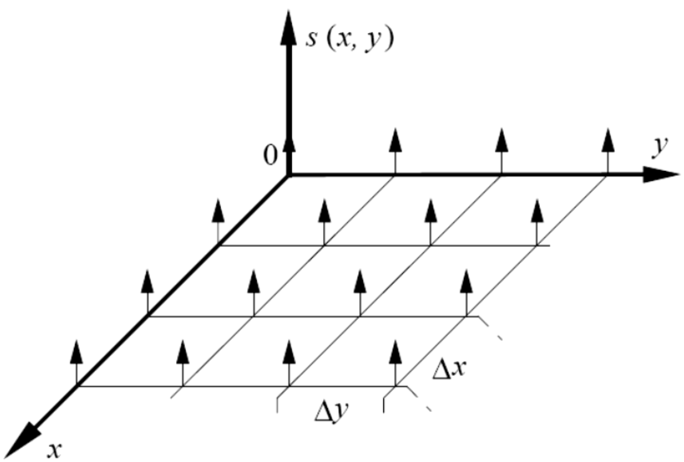
➢ 由采样重建图象

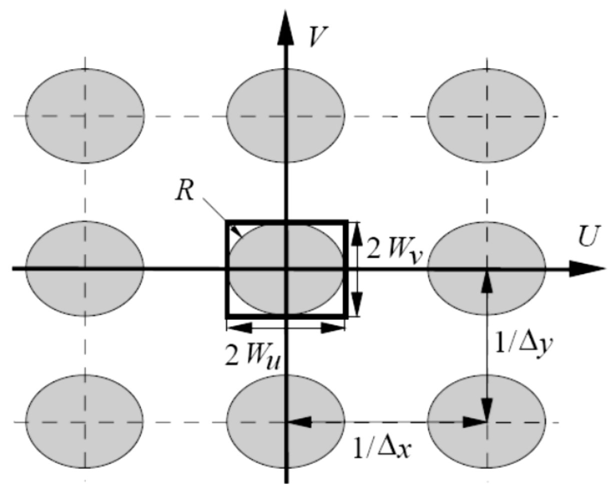
2-D采样

$$\Delta x \leqslant \frac{1}{2W_u}$$

$$G(u,v) = \begin{cases} 1 & (u,v)\text{在包含}R\text{的一个矩形中} \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$\Delta y \leqslant \frac{1}{2W_v}$$



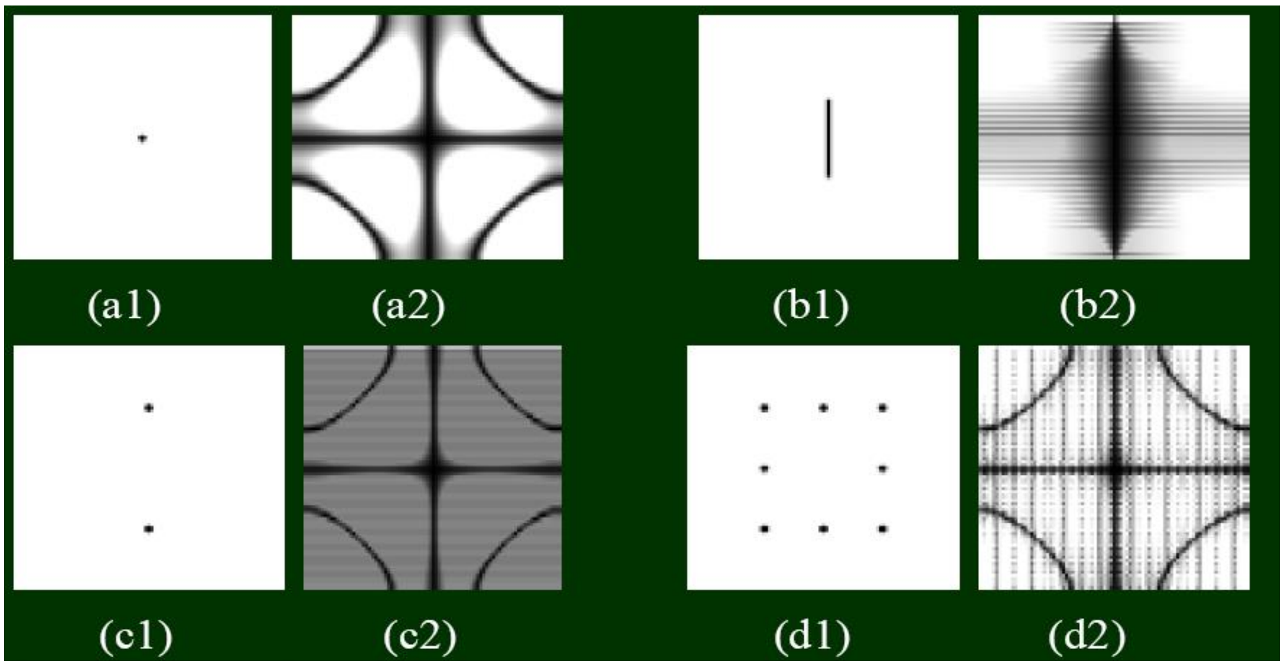


§4.1 基本概念--傅里叶变换

- 2-D离散傅里叶变换的特别说明
  - 基本性质： 线性、尺度、时移、平移、旋转
  - 离散与周期
    - 时域离散化→ 频域周期重复 $F(u,v)=F(u+kM,v+lN)$
    - 频域离散化→ 时域周期重复 $f(x,y)=F(x+kM,y+lN)$
  - 实函数的奇偶性
    - 频域函数实部是u,v的偶函数，虚部是u,v的奇函数
    - 频域幅频特性是u,v的偶函数，相频特性是u,v的奇函数
  - 频域函数的高频与低频
    - $|F(u,v)|$低频在频域图像左上端$F(0,0)$
    - $|F(u,v)|$高频在频域图像最中间$F(M/2,N/2)$
  - 一般为观察方便要对变换的结果进行位置置换
    - 低频在图像中间，高频在图像的周边

§ 4.1 基本概念--傅里叶变换

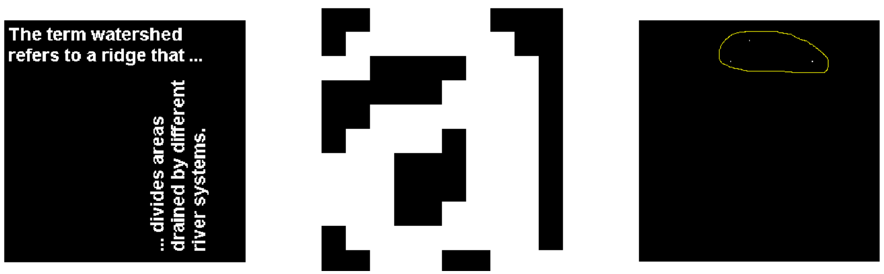
- 简单的傅里叶频谱
  - 以下简单图象的傅立叶频谱在检查傅立叶变换程序时十分有用。
  - 频谱的原点为图象的中心。并且用 $D(u,v) = c \, Log(1+F(u,v))$压缩了动态范围



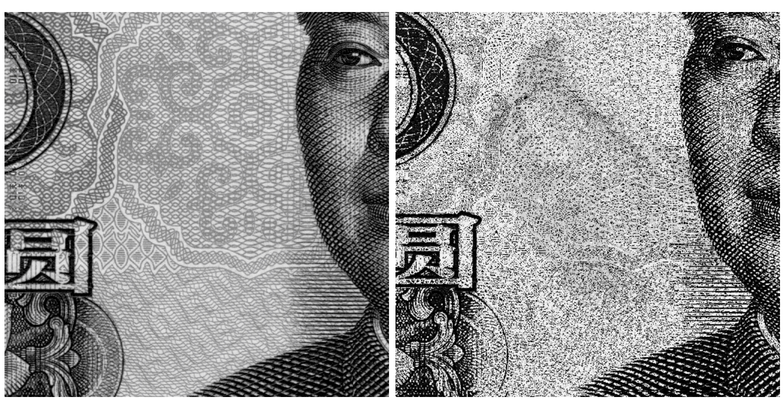
原图　　傅里叶结果　　原图　　傅里叶结果

§ 4.1 基本概念--傅里叶变换应用

- 利用傅里叶变换进行相关性检测
  - 特征的提取



  - 图像的配准



§ 4.1 基本概念-空域滤波器的频域分析

- 1.图像锐化
  - 拉普拉斯锐化的表达式

$$g(m,n)=(1+4\alpha)f(m,n)-\alpha(f(m+1,n)+f(m-1,n)+f(m,n+1)+f(m,n-1))$$

  - Z变换

$$G(z_m,z_n)=F(z_m,z_n)\left[(1+4\alpha)-\alpha(z_m+z_m^{-1}+z_n+z_n^{-1})\right]$$

  - 系统函数

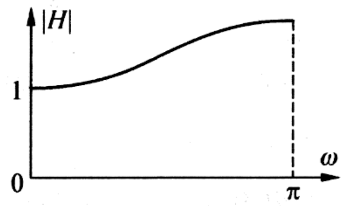
$$H(z_m,z_n)=\frac{G(z_m,z_n)}{F(z_m,z_n)}=\left[(1+4\alpha)-\alpha(z_m+z_m^{-1}+z_n+z_n^{-1})\right]$$

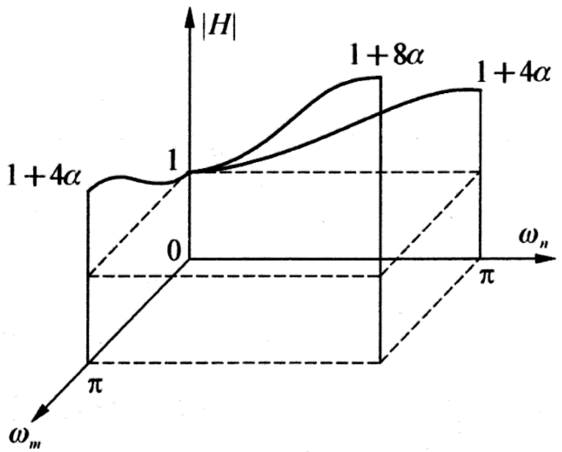
$$H(\omega_m,\omega_n)=\left[(1+4\alpha)-\alpha(e^{j\omega_m}+e^{-j\omega_m}+e^{j\omega_n}+e^{-j\omega_n})\right]$$

$$=\left[(1+4\alpha)-2\alpha(\cos\omega_m+\cos\omega_n)\right]$$

§4.1 基本概念-空域滤波器的频域分析

- 系统函数的说明
  - 频谱图





$$H(0,0)=1$$

  - 最低响应

$$H(\pi,\pi)=1+8\alpha$$

  - 最高响应

$$H(\pi,0)=H(0,\pi)=1+4\alpha$$

  - 具有高通特性
  - 系统函数为实函数，无相移

§ 4.1 基本概念-空域滤波器的频域分析

- 2.图像平滑
  - 均值平滑的表达式
  - Z变换
  - 系统函数

$$g(m,n)=\frac{1}{9}\sum_{i=-1}^{1}\sum_{j=-1}^{1}f(m+i,n+j)$$

$$G(z_m,z_n)=\frac{1}{9}\sum_{i=-1}^{1}\sum_{j=-1}^{1}F(z_m,z_n)z_m^i z_n^j$$

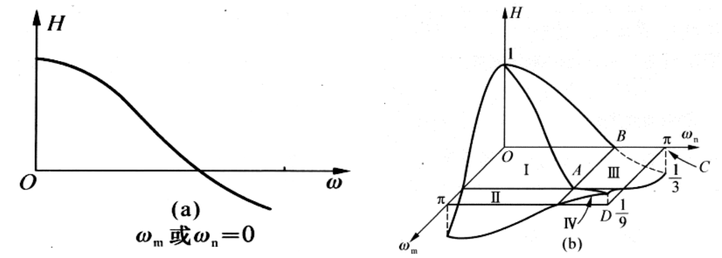
$$H(z_m,z_n)=\frac{G(z_m,z_n)}{F(z_m,z_n)}=\frac{1}{9}(1+z_m+z_m^{-1})(1+z_n+z_n^{-1})$$

$$H(\omega_m,\omega_n)=\frac{1}{9}(1+e^{j\omega_m}+e^{-j\omega_m})(1+e^{j\omega_n}+e^{-j\omega_n})$$

$$=\frac{1}{9}(1+2\cos\omega_m)(1+2\cos\omega_n)$$

§ 4.1 基本概念-空域滤波器的频域分析

- 系统函数的说明



  - 频谱图

$$H(0,0)=1$$

  - 最高响应

$$H\left(\frac{2\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{1}{9}$$

  - 最低响应

$$H\left(\frac{2\pi}{3},0\right)=H\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)=\frac{-1}{3}$$

  - 具有低通特性

  - 系统函数为实函数，但在个别区域会倒相

    - 图中II、III区域存在倒相现象，需要注意

§4.1 基本概念-空域滤波器的频域分析

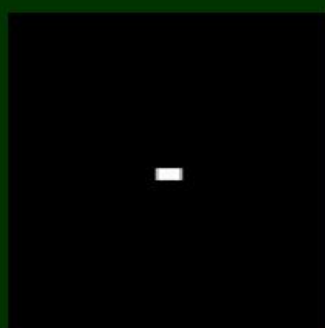
- 空域滤波到频域滤波
  - 空域的锐化、平滑模板处理，其实就是频域的高通、低通处理
  - 空域的处理模板，映射到频域可以看到，它们并非都是无相移系统，将造成处理后图像，目标会有位置变化。而这种不利影响在频域处理中可以避免。

§ 4.1 基本概念-频域处理准备

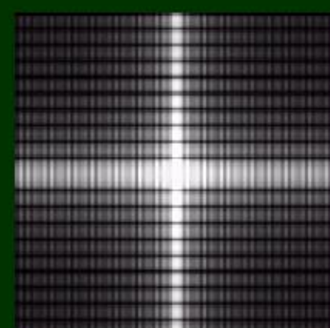
- 傅立叶变换的频率低端移至图像中心的办法
  - 频域的位移对应空域增加指数项的相乘

$$F(u-\frac{M}{2},v-\frac{N}{2}) \Leftrightarrow f(m,n)e^{j\frac{2\pi}{M}m(\frac{M}{2})}e^{j\frac{2\pi}{N}n(\frac{N}{2})} = f(m,n)e^{j\pi m}e^{j\pi n} = f(m,n)(-1)^{m+n}$$

$$\Im\left[f(x,y)(-1)^{x+y}\right] = F(u-M/2, v-N/2)$$



原图



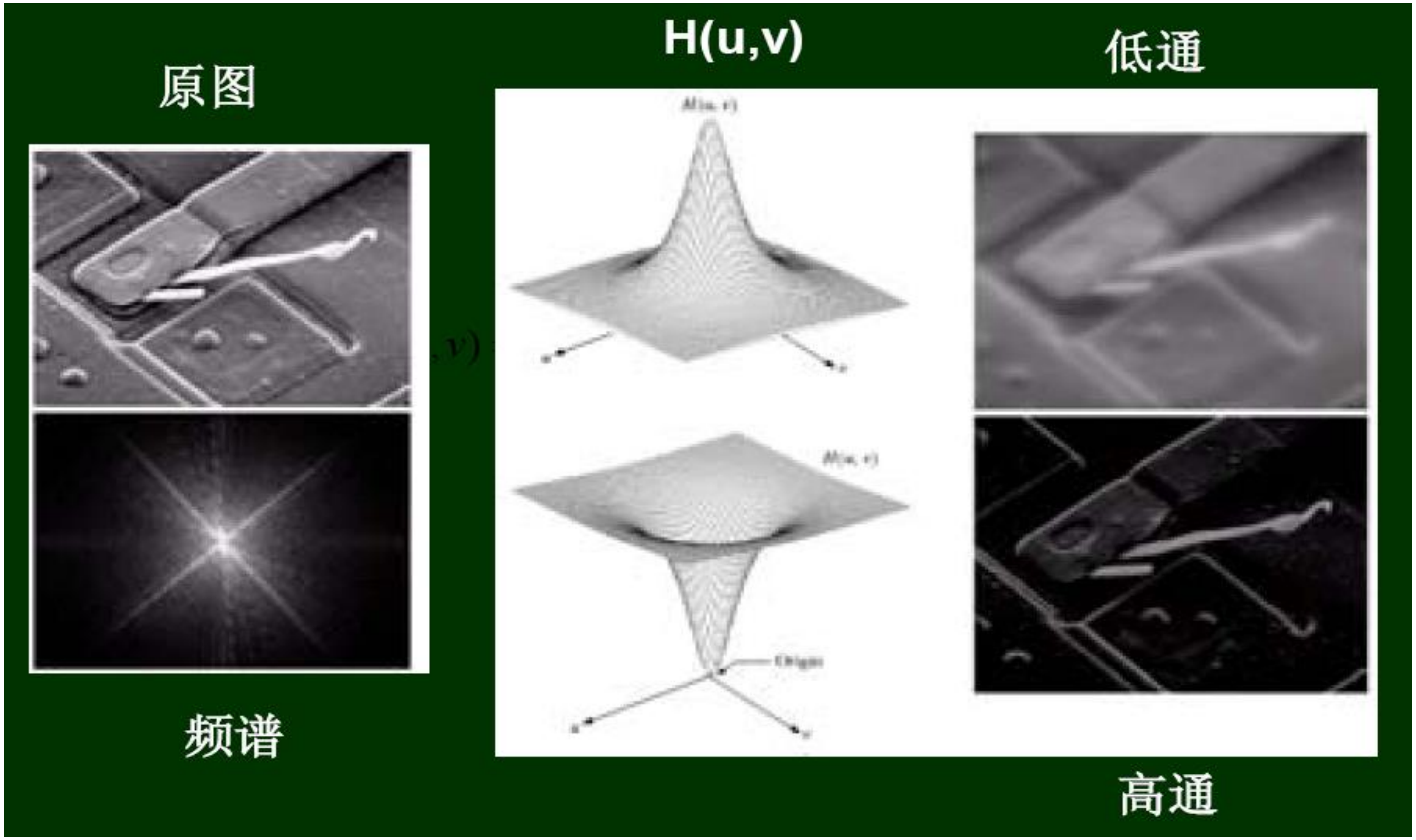
经fft变换、原点移至中心取对数后的频谱

§4.1 基本概念

- 频域滤波步骤
  - 1. 输入图f(x,y)乘(-1)^x+y 使变换原点为中心
  - 2. 计算f(x,y) 的FFT， F(u,v)
  - 3. 计算G(u,v)=F(u,v) ×H(u,v)，进行滤波
  - 4. 计算G(u,v) 的IFFT g(x,y)
  - 5. 取得g(x,y)的实部
  - 6. 结果乘(-1)^(x+y)变回原来的形状

§4.1 基本概念

➤ 频域滤波举例



§4.2 低通滤波

- 基本概念
  - 在频域中将高频分量除去或衰减就构成了低通滤波。
  - 设图象是F(u,v)，变化后的图象是G(u,v)，则问题就是选择滤波器H(u,v)，使得变换后高频分量得以衰减，即G(u,v)＝H(u,v) ×F(u,v) ，将G(u,v)变回空域就得到变化后真正的图。
  - 一般只考虑H(u,v)为实数的滤波器，它不影响变化前后的相位特性，称为0相位漂移滤波器

§4.2 低通滤波

- 1、理想低通滤波器
  - 如果D_0是一个正数，D(u,v)是到原点的距离，

$$D(u,v)=\sqrt{u^2+v^2}$$

  - 那么满足下列关系的滤波器为理想低通滤波器。

$$H(u,v)=\begin{cases}1 & \text{if } D(u,v)\le D_0\\ 0 & \text{if } D(u,v)>D_0\end{cases}$$

    - 称D_0为截至频率。

§ 4.2 低通滤波

截止频率选择

- 选择方法是决定让频谱中的多少功率通过

总功率为 $$P_T = \sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1} P(u,v)$$

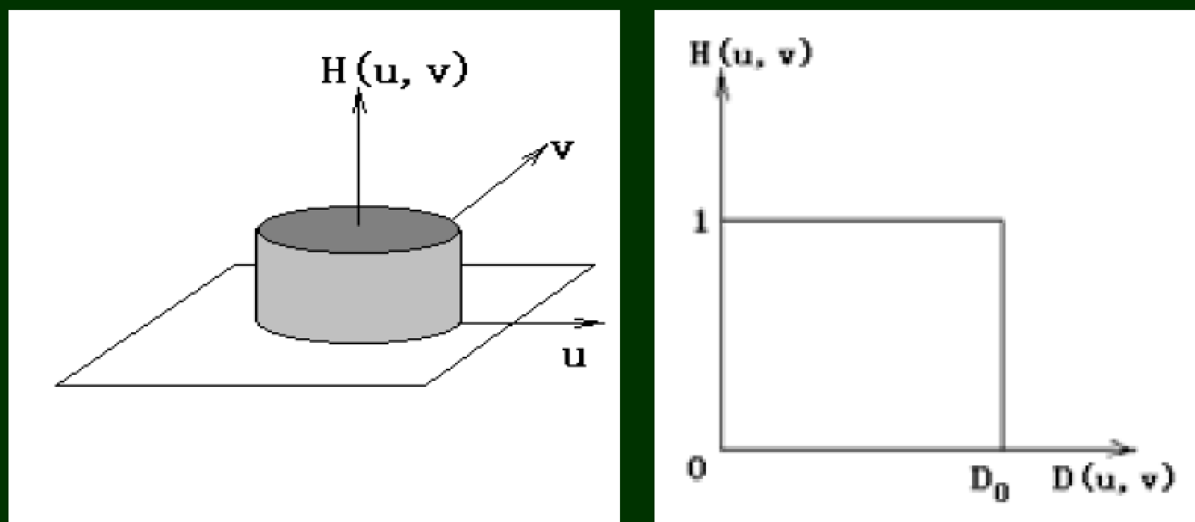
其中 $P(u,v) = R^2(u,v) + I^2(u,v)$ 为F(u,v)实部和虚部的平方和。取部分频率通过

$$\beta = 100\left[\sum_u \sum_v P(u,v) / P_T\right]$$

给出 β 反求相应的半径，即为选定的截止频率。

§ 4.2 低通滤波

理想低通滤波器的形状及其截面



§4.4.2 低通滤波

理想低通滤波器示例

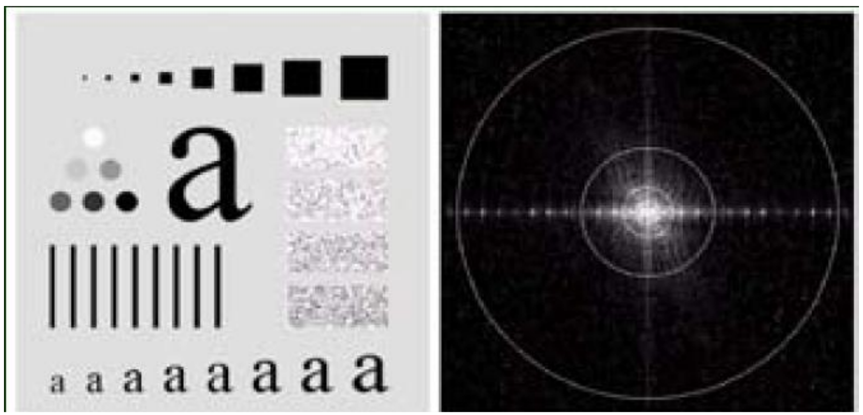
原图

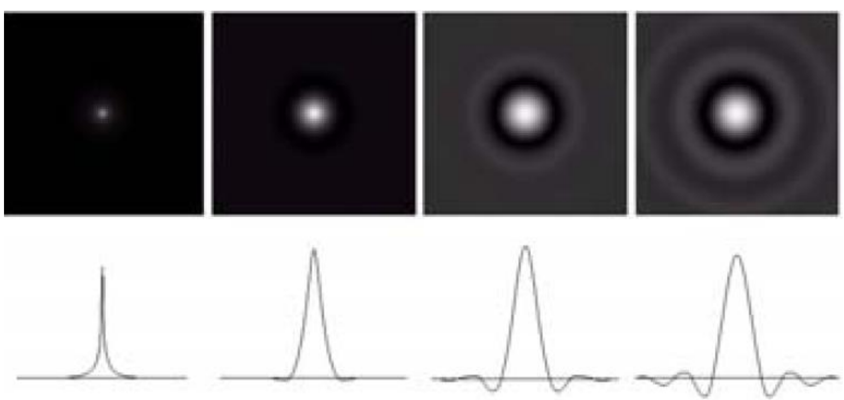
频谱和各占功率 $\beta = 95, 98, 99, 99.5$ 所对应的半径10, 22, 39, 64

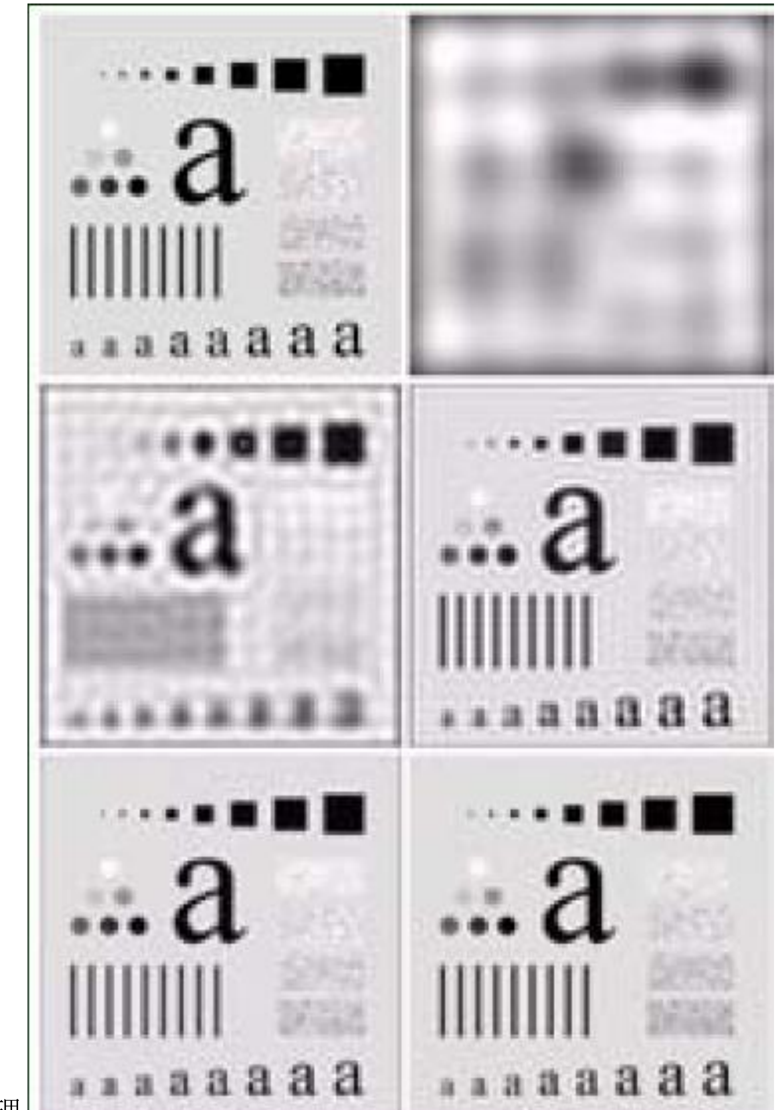
§ 4.2 低通滤波

§4.2 低通滤波

➢ 理想低通滤波器的振铃现象







§ 4.2 低通滤波

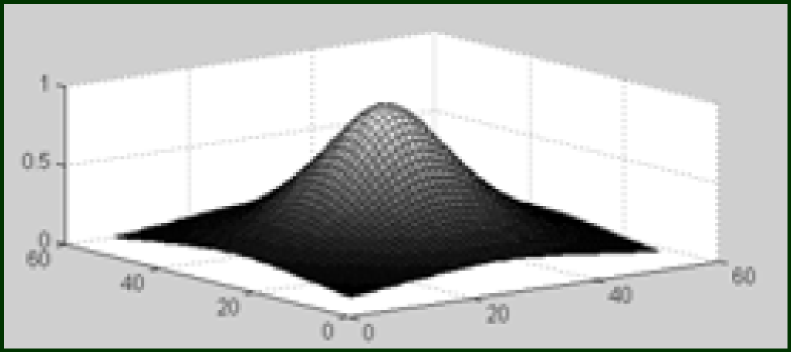
- 2、Butterworth低通滤波器
  - 减少振铃效应，高低频率间的过渡比较光滑
  - n阶、截止频率为D_0的Butterworth低通滤波器的传输函数定义为

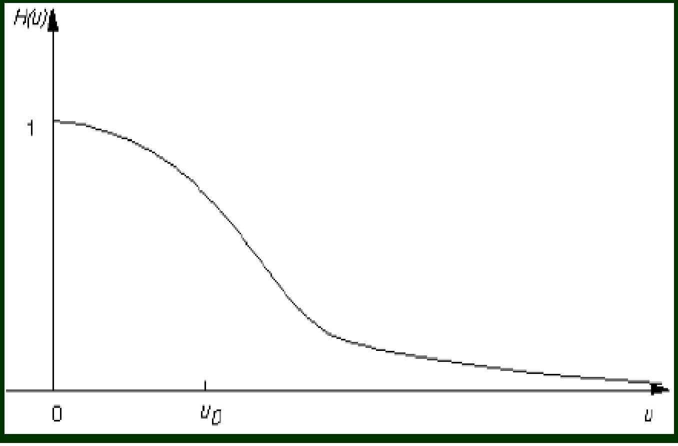
$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left[D(u,v)/D_0\right]^{2n}}$$

  - 其中D(u,v)为半径。

§ 4.4.2 低通滤波

Butterworth低通滤波器的形状及其截面





§4.2 低通滤波

公式调整

对于平滑、没有阶跃的传输函数，把传输函数降为峰值一半，或 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 处定为截止频率。

将公式略加修改就可以满足在截止频率点，传输函数值降至 $\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left(\sqrt{2}-1\right)\left[D(u,v)/D_0\right]^{2n}}$$

§4.2 低通滤波

调整后的公式示例

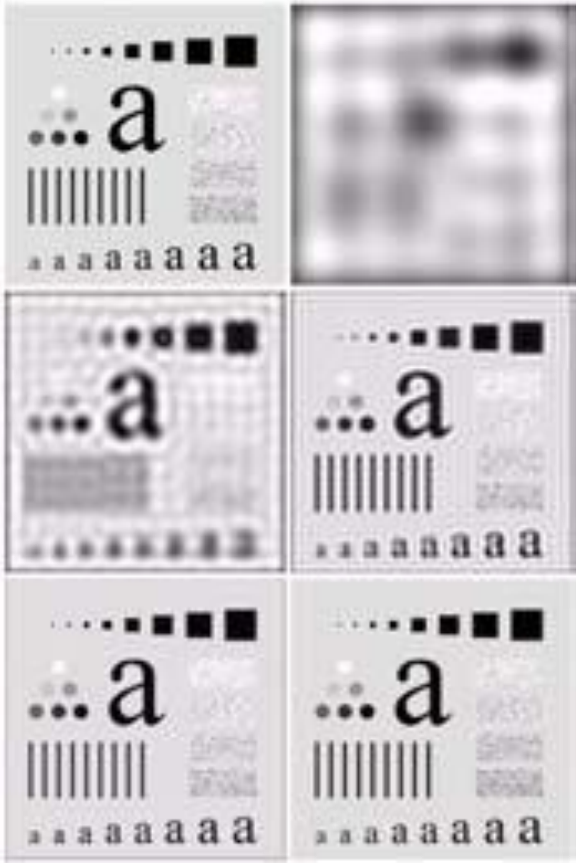
半径10 半径22

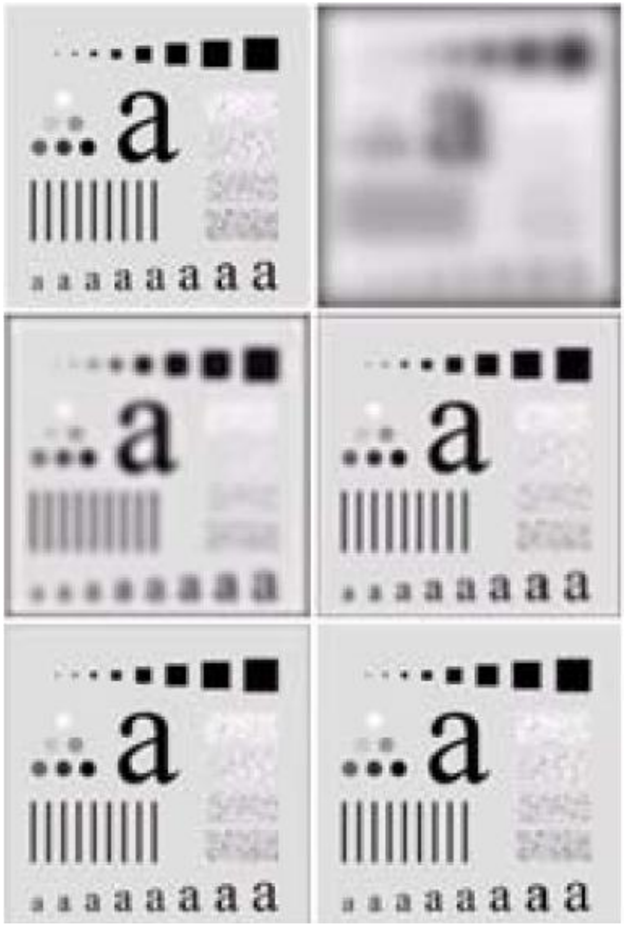
半径39 半径64

测试图和参数与前面相同，可见结果更加平滑一些。

§ 4.2 低通滤波

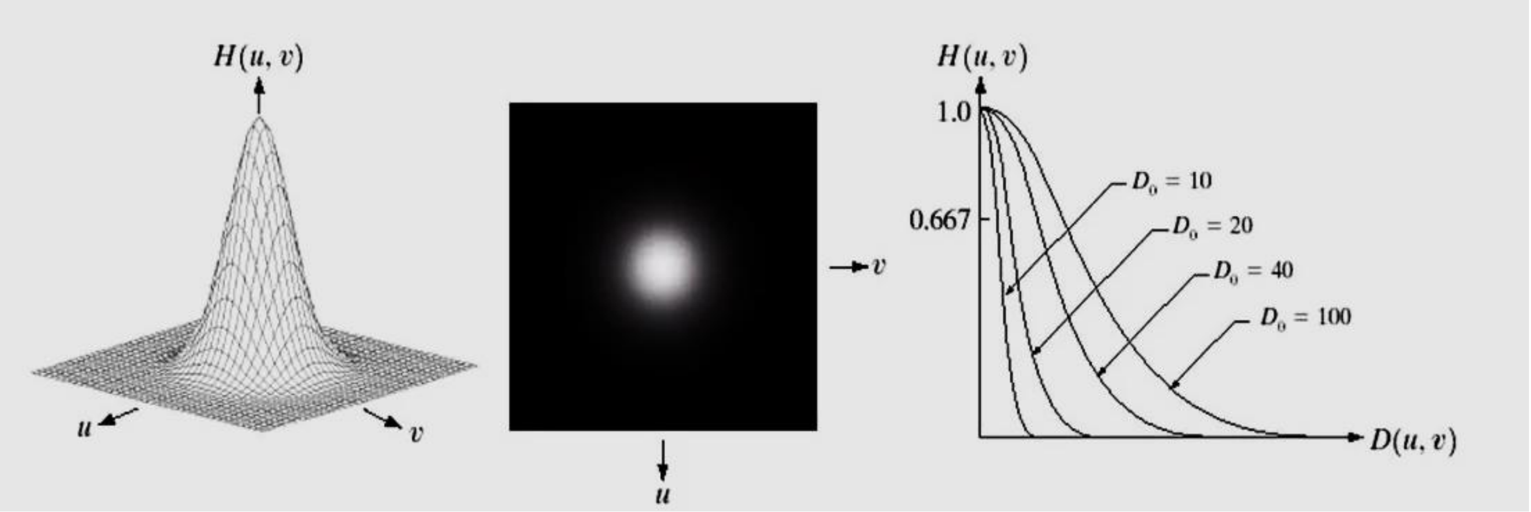
➢ 理想低通滤波器与Butterworth低通滤波比较



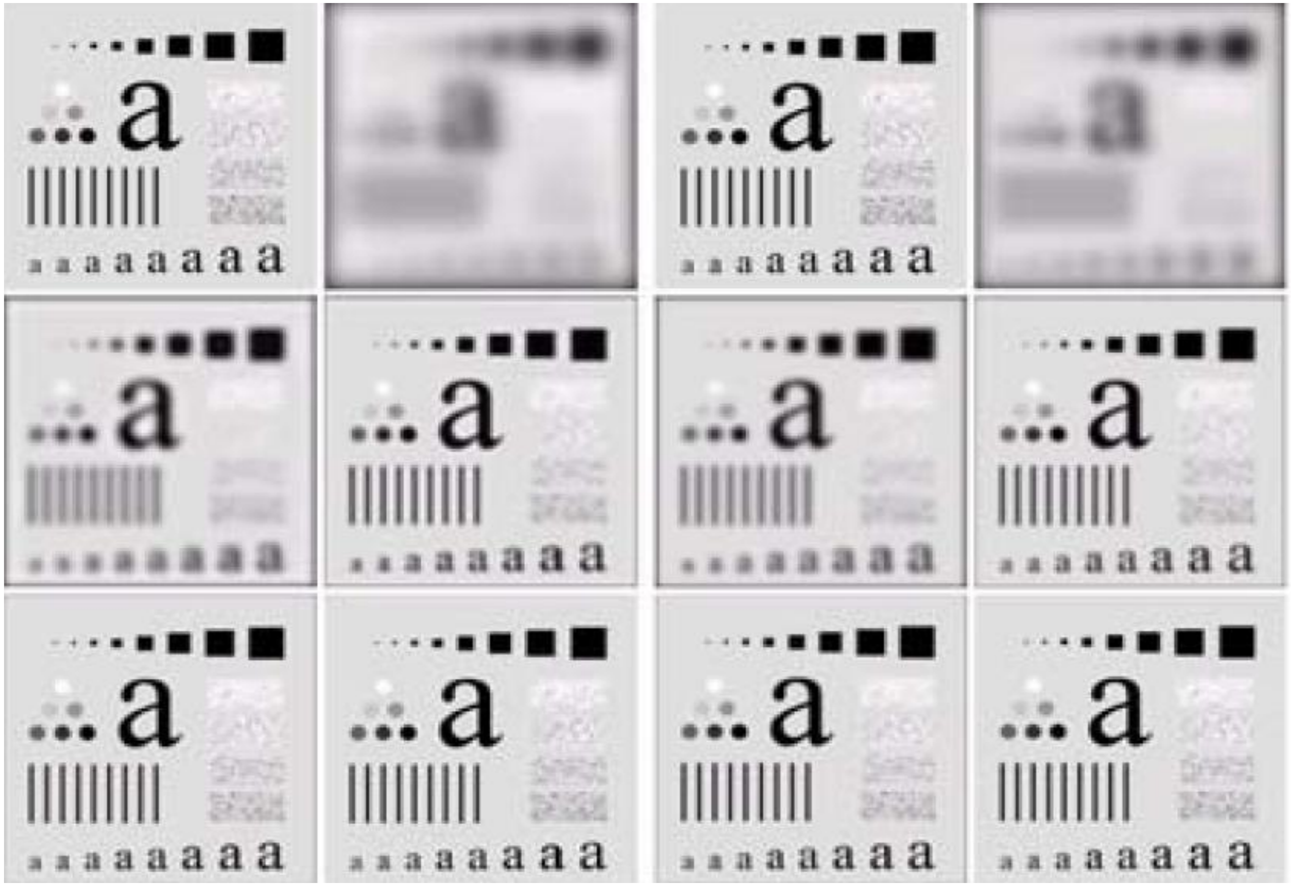


§ 4.4.2 低通滤波

➤ 3、Gaussian 低通滤波



§ 4.2 低通滤波



Butterworth Gaussian

§ 4.2 低通滤波

➢ 应用1，美容处理-去皱

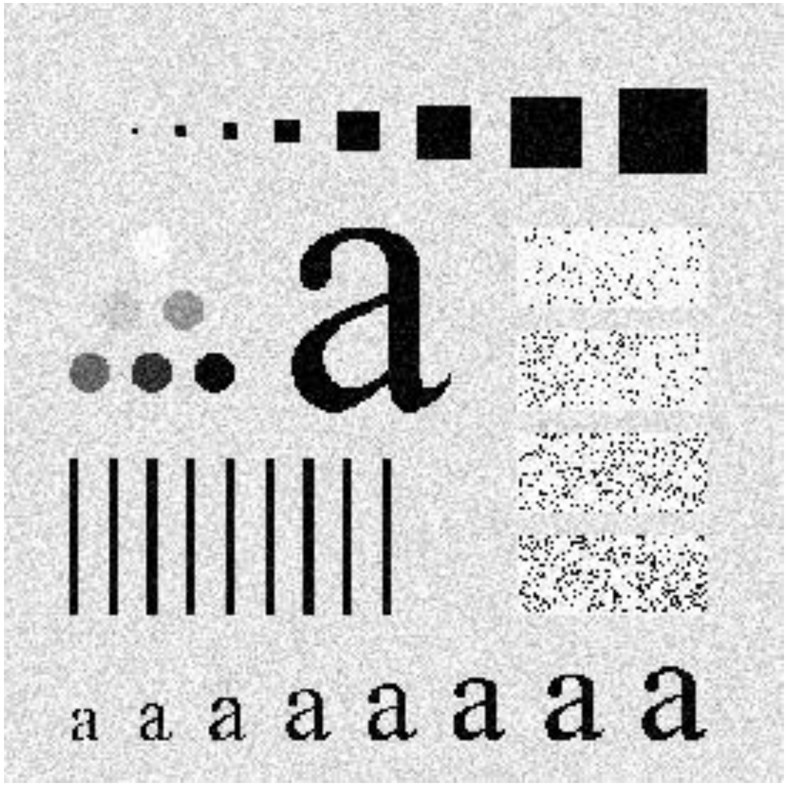
原始图像

高斯低通滤波器σ=63.2456

§ 4.2 低通滤波

➢ 应用2，降噪处理

降 噪 处 理 原 始 图 像

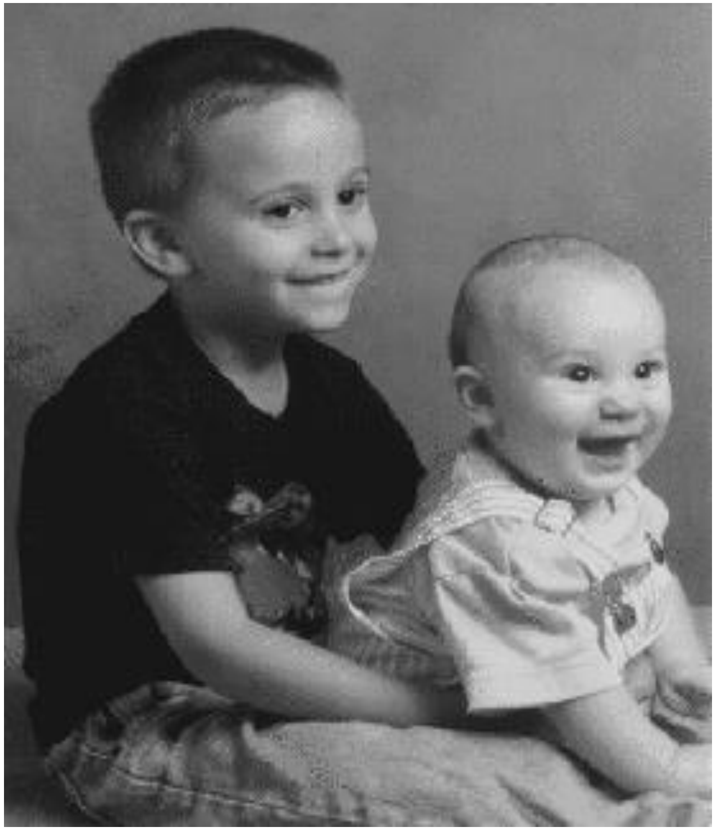


高 斯 低 通 滤 波 器 σ=63.2456

§4.2 低通滤波

➢ 应用3，照片补偿，消除彩色量化后的纹理

照片补偿 原始图像



巴特沃斯低通滤波器半径=80

§4.2 低通滤波

➢ 应用4，消除遥感图片扫描条纹

扫描条纹 原始图像

高斯低通滤波器σ=44.7214

巴特沃斯低通滤波器半径=80

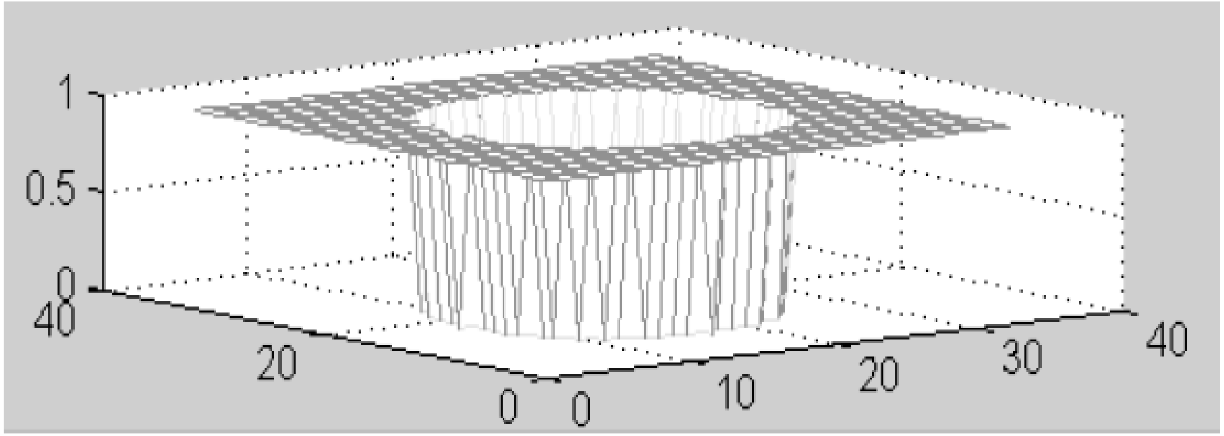
§4.3 高通滤波

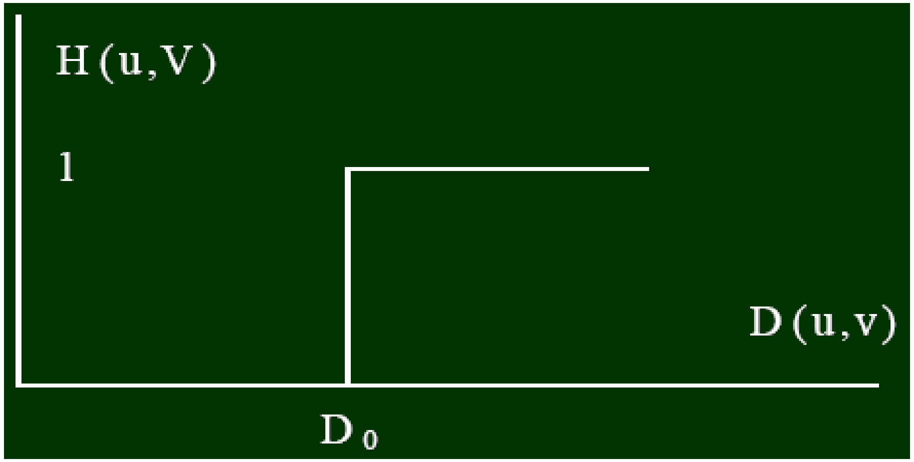
- 1.基本概念
  - 高通滤波是想保留图象中灰度急剧变化的部分。
  - 一般只讨论零相移高通滤波器
- 2.理想高通滤波器
  - 可以类比低通滤波器来定义理想高通滤波器

$$H(u,v)=\begin{cases}0 & \text{if } D(u,v)\le D_0\\ 1 & \text{if } D(u,v)> D_0\end{cases}$$

§4.4.3 高通滤波

➤理想高通滤波器的形状及其截面





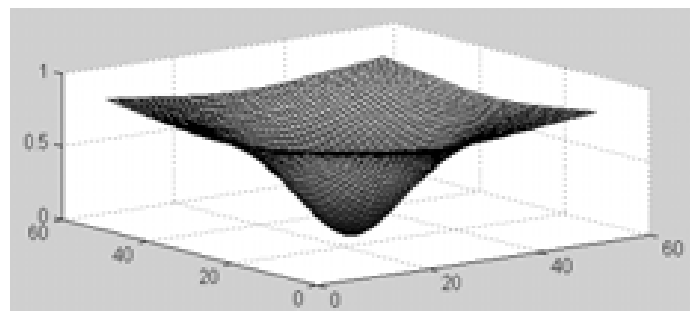
§ 4.3 高通滤波

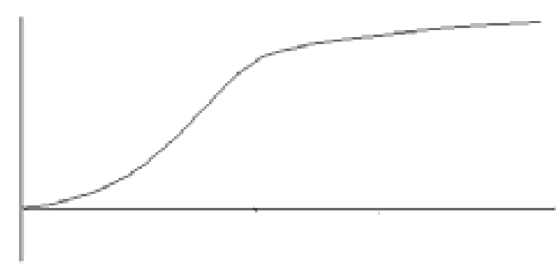
- 3. Butterworth高通滤波器
  - 模仿低通滤波的情况可以设计高通Butterworth滤波器
  - Butterworth高通滤波器的形状及其截面

$$H(u,v)=\frac{1}{1+[D_0/D(u,v)]^{2n}}$$

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left(\sqrt{2}-1\right)[D_0/D(u,v)]^{2n}}$$

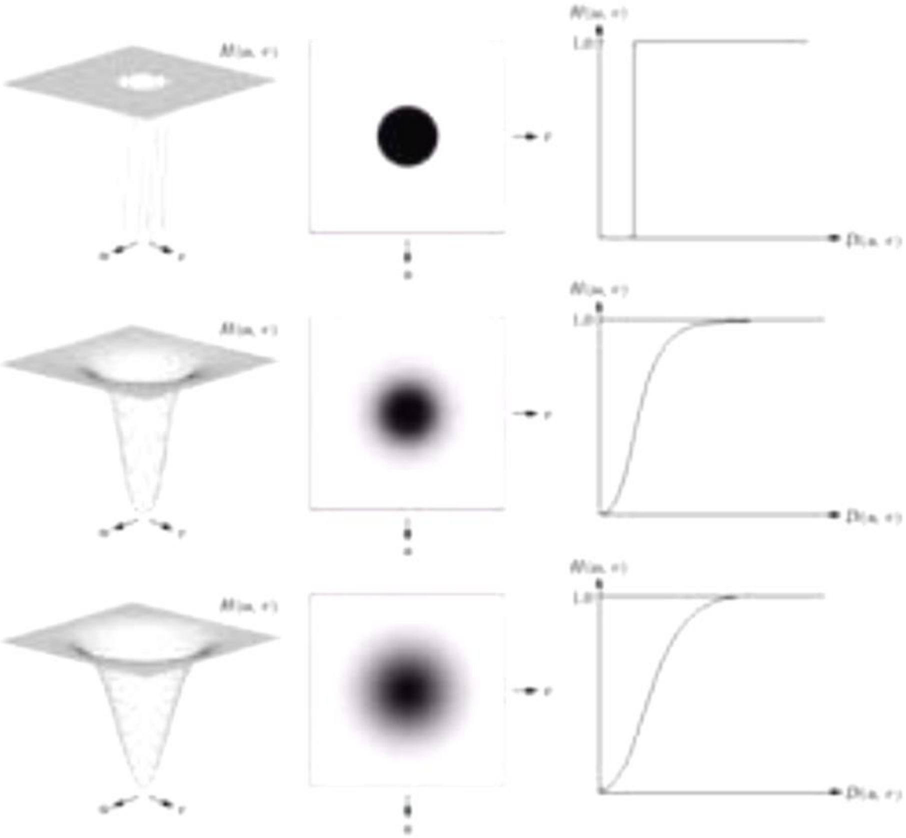
$$H_{hp}(u,v)=1-H_{lp}(u,v)$$





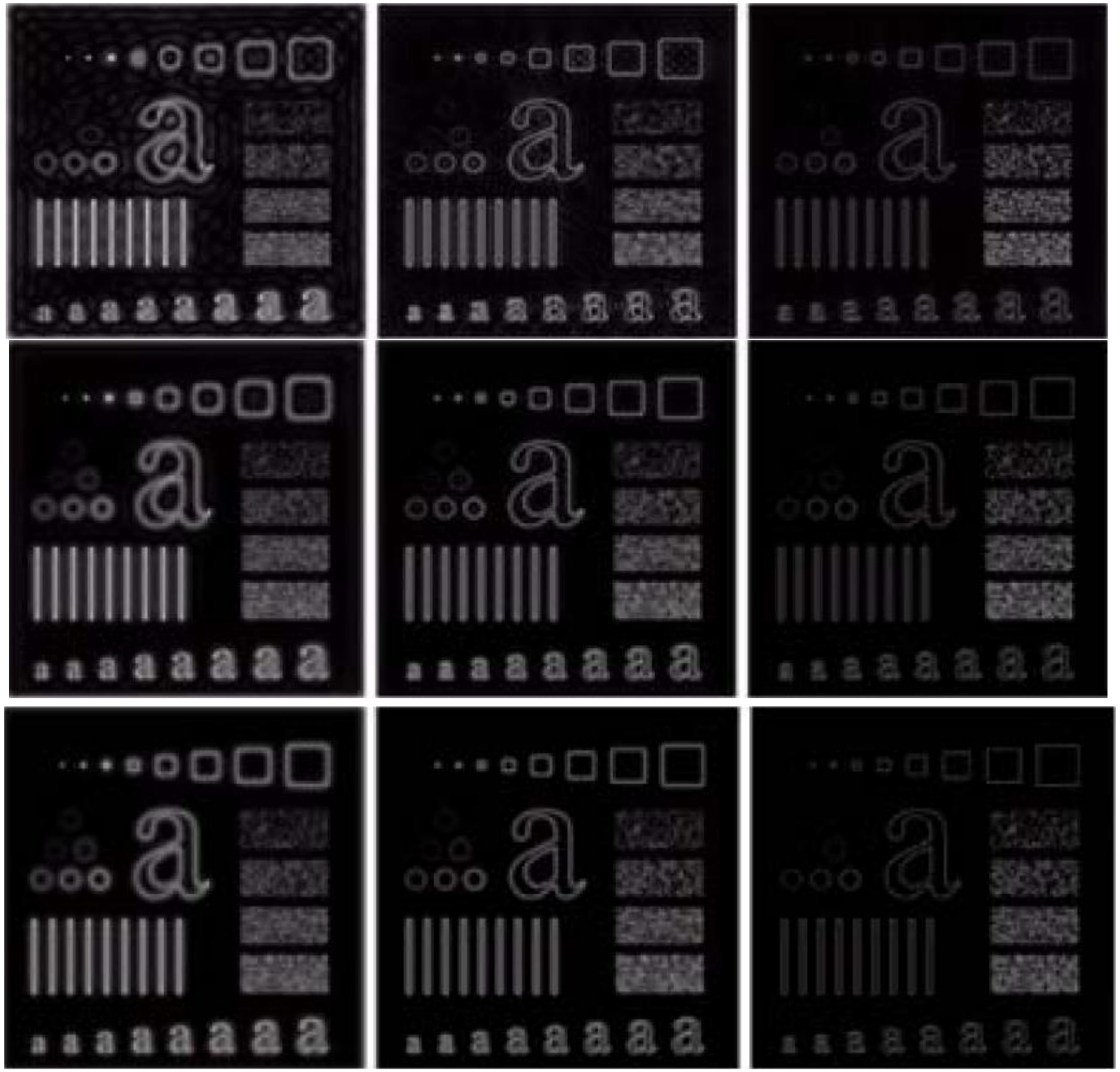
§4.3 高通滤波

- 4.几种不同高通滤波器比较
  - 形状、图象、截面
  - 理想
  - Butterworth
  - Gaussian



§ 4.3 高通滤波

- ➢处理结果比较
- ➢理想
- ➢Butterworth
- ➢Gaussian



§4.3 高通滤波

- 5.频域的拉普拉斯算子
  - 拉普拉斯算子频域表示

$$\mathbf{Z}\left[\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2}\right]=(j2\pi u)^2 F(u,v)+(j2\pi v)^2 F(u,v)=-4\pi^2(u^2+v^2)F(u,v)$$

  - 滤波器描述 $H(u,v)=-4\pi^2(u^2+v^2)$
  - MXN图像中心化 $H(u,v)=-((u-M/2)^2+(v-N/2)^2)$
  - 拉普拉斯算子 $\nabla^2 f(x,y)=\mathbf{Z}^{-1}\left\{-((u-M/2)^2+(v-N/2)^2)F(u,v)\right\}$
  - 锐化增强 $g(x,y)=f(x,y)-\nabla^2 f(x,y)$
  - 锐化频域表示 $g(x,y)=\mathbf{Z}^{-1}\left\{(1+(u-M/2)^2+(v-N/2)^2)F(u,v)\right\}$

§ 4.3 高通滤波

- 6.高频提升与高频加强
  - 高频提升

$$
\begin{aligned}
f_{hb}(x,y) &= Af(x,y) - f_{lp}(x,y) \\
&= (A-1)f(x,y) + f(x,y) - f_{lp}(x,y) \qquad A \geq 1 \\
&= (A-1)f(x,y) + f_{hp}(x,y)
\end{aligned}
$$

  - 滤波器表示

$$
H_{hb}(u,v) = (A-1) + H_{hp}(u,v)
$$

  - 高频加强

$$
H_{hfe}(u,v) = a + bH_{hp}(u,v)
$$

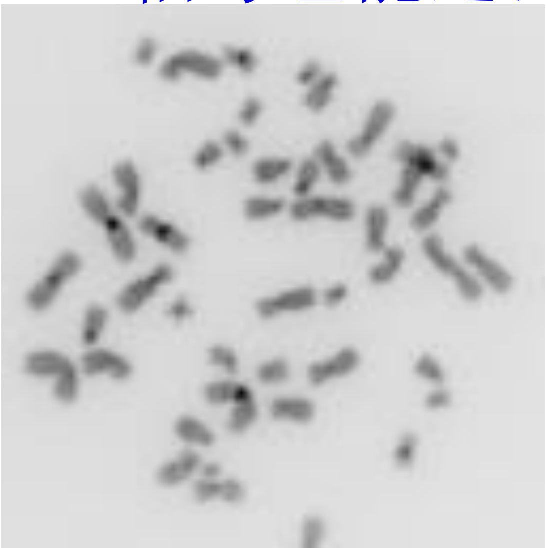
其中 $a \geq 0, \quad b > a$

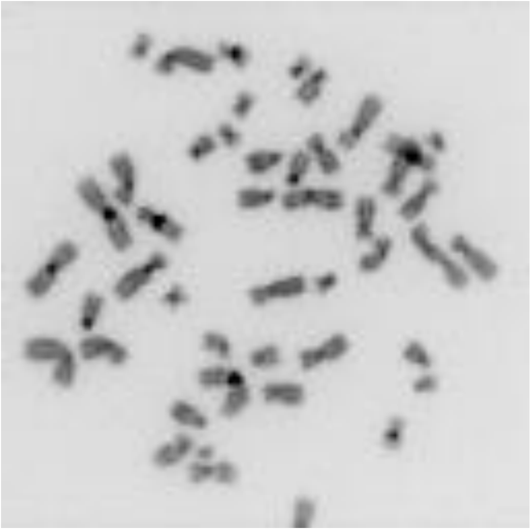
一般： a在0.25到0.5之间取值

b在1.5到2.0之间取值

§4.3 高通滤波

- 5.高频增强滤波
  - 如果在上述高通滤波器上再加一个常数使得低频信号也能过去。这时称之为高频增强滤波。





原图　　　Butterworth高通　　　高频增强

§ 4.3 高通滤波

- 复习
  - [题面] 对于低通和高通巴特沃斯滤波器不正确的叙述是：
    - (A) 均有相同的截止频率
    - (B) 均能减弱振铃效应
    - (C) 均可用于消除虚假轮廓
    - (D) 均比对应的理想滤波器的效果要好
  - [答案] (A)，(C)。

§ 4.4 带通带阻滤波

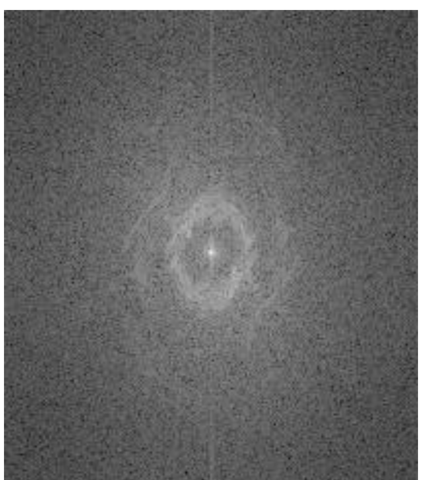
- 低通解决不好的滤波问题

原始指纹

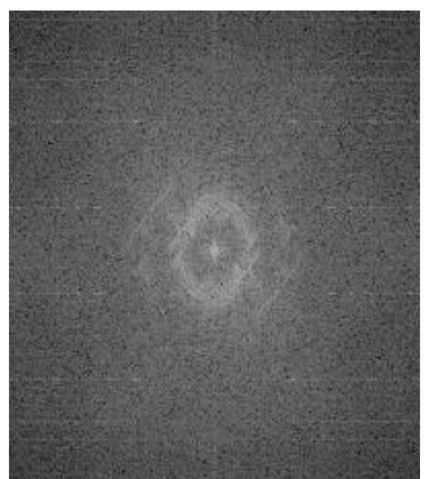
有干扰指纹1

有干扰指纹2

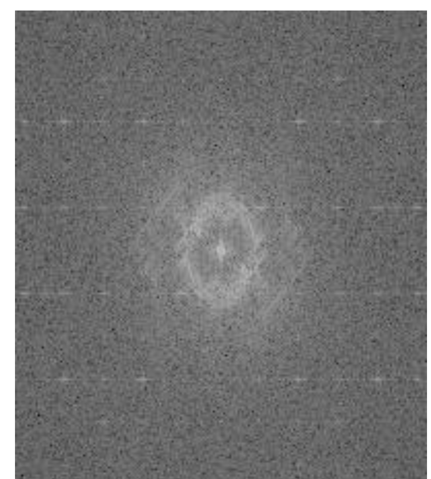
原始指纹频谱



有干扰指纹1频谱



有干扰指纹2频谱



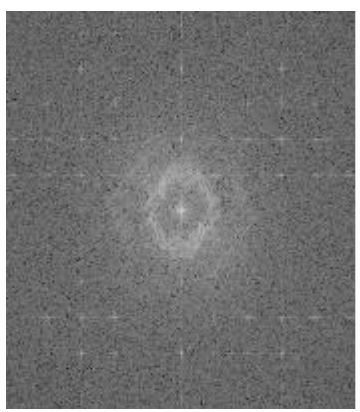
§ 4.4 带通带阻滤波

- 高斯低通滤波器处理结果

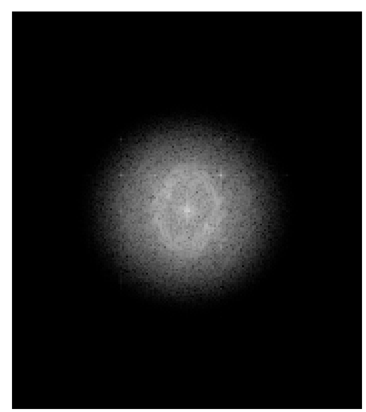
有干扰指纹2

高斯低通滤波器σ=25.4951

有干扰指纹2频谱

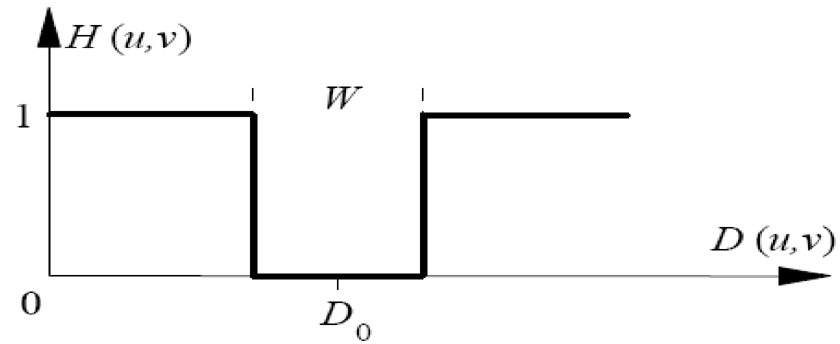


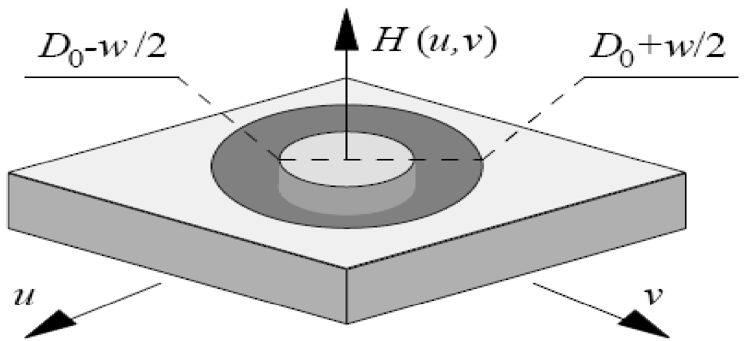
滤波后图像频谱



§ 4.4 带通带阻滤波

- 带阻滤波器
  - 阻止一定频率信号（允许其它频率范围信号）
  - 旋转对称



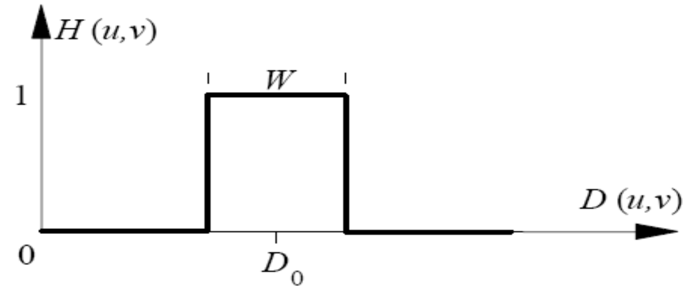


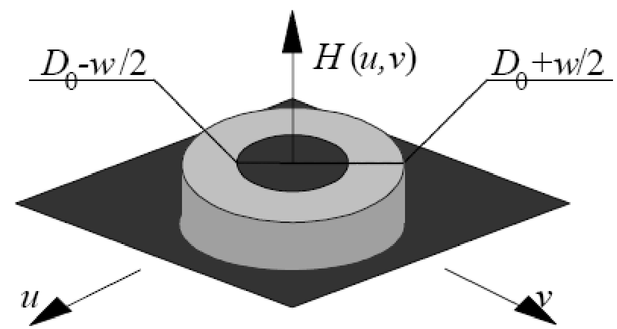
$$H(u,v)=\begin{cases}1 & \text{如}\quad D(u,v)<D_0-W/2\\ 0 & \text{如}\quad D_0-W/2\leqslant D(u,v)\leqslant D_0+W/2\\ 1 & \text{如}\quad D(u,v)>D_0+W/2\end{cases}$$

$$H(u,v)=\frac{1}{1+\left[\dfrac{D(u,v)W}{D^2(u,v)-D_0^2}\right]^{2n}}$$

§ 4.4 带通带阻滤波

- 带通滤波器
  - 与带阻滤波器互补，允许一定频率信号（阻止其它频率信号）
  - 旋转对称





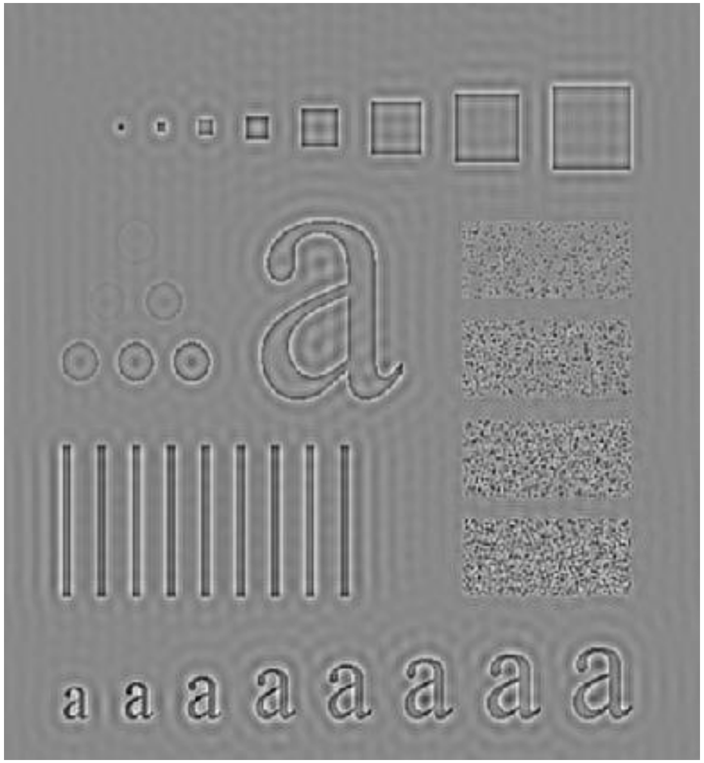
$$H(u,v)=\begin{cases}0 & \text{如}\quad D(u,v)<D_0-W/2\\ 1 & \text{如}\quad D_0-W/2\leqslant D(u,v)\leqslant D_0+W/2\\ 0 & \text{如}\quad D(u,v)>D_0+W/2\end{cases}$$

$$H(u,v)=\frac{1}{\left[\dfrac{D^2(u,v)-D_0^2}{D(u,v)W}\right]^{2n}+1}$$

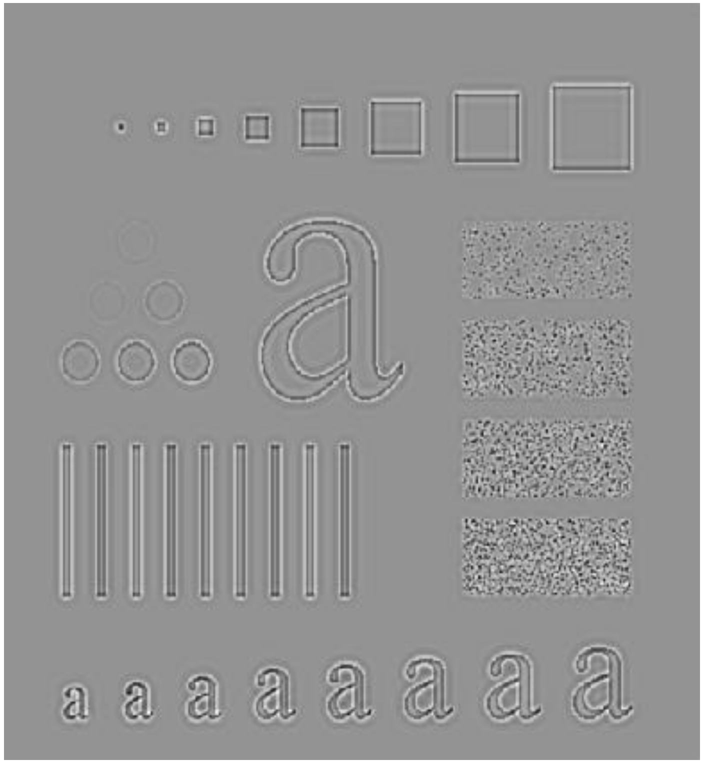
§ 4.4 带通带阻滤波

- 带通滤波器实验结果

理想带通滤波器宽度=120中心=100



巴特沃斯带通滤波器宽度=120中心=100



§ 4.5 同态滤波

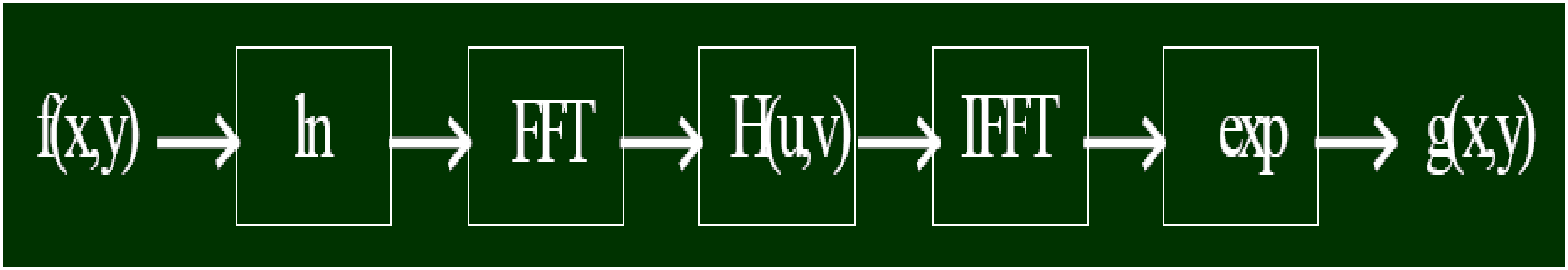
- 基本概念
  - 同态滤波是在频域中同时压缩动态范围并增强局部对比度，来实现图象增强的方法。
- 同态滤波器设计思想
  - 当用照相机采集具有很大的动态范围的景观，例如阳光灿烂时的风景照，由于底片的动态范围比较窄，照片中的对比度要降低很多。这个现象在亮区或暗区会尤其明显。图可以认为是记录了受照物体的反射光，因此可以将其分成两部分$f(x,y)=i(x,y)\cdot r(x,y)$
  - 前一部分表示入射光照，r表示反射光。一般假定入射光的动态范围很大但变化缓慢，而反射光部分变化迅速，它确定了图的细部和局部的对比度。因此补救办法应该是减少i(x,y)并同时增加r(x,y)。

§ 4.5 同态滤波

- 设计实现－续
  - 空域中的乘积关系变到频域后不便处理，因此先将其变成相加关系然后再变到频域，经过处理后再变回来。对数运算完成这一功能。
    - $\log f(x,y) = \log i(x,y) + \log r(x,y)$
  - 取对数后，图像灰度变化的趋势不变，即logi(x,y)大动态范围、缓慢变化， logr(x,y)变化迅速。
  - 在频域用高通滤波减少低频信号i(x,y) 的影响，然后再反变换并取指数可以达到预期效果

§4.5 同态滤波

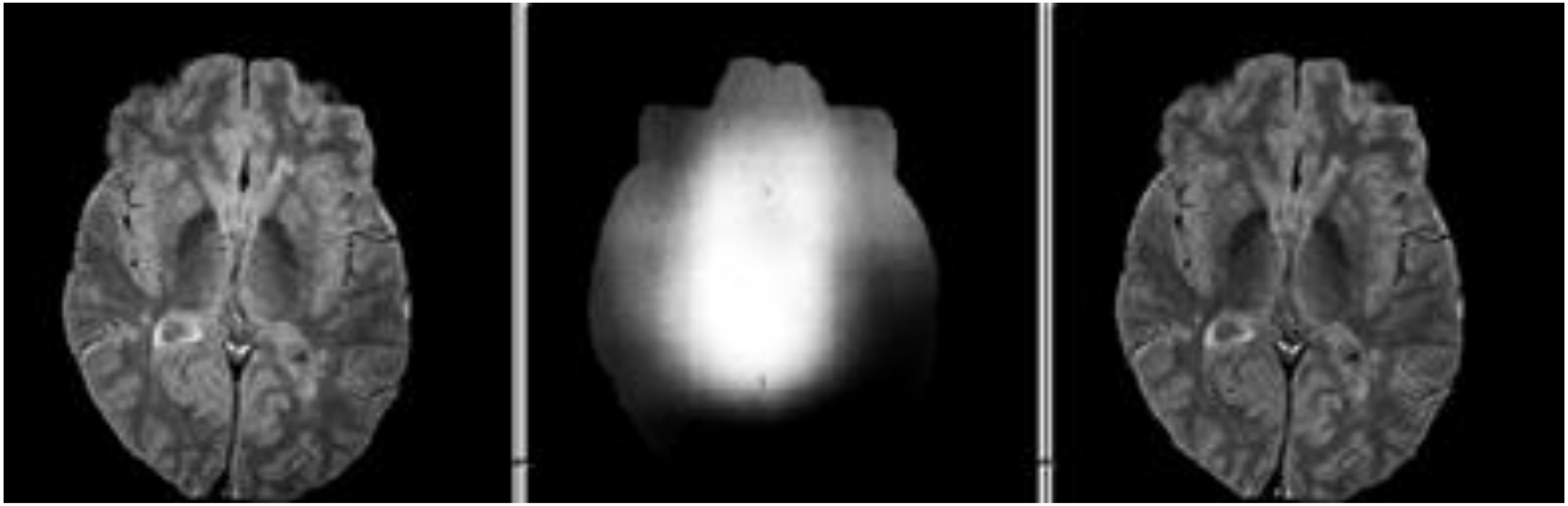
➢ 同态滤波器设计思想图示



➢ 先进行对数运算，然后再进行线性运算，最后以指数运算结束，称之为乘法同态系统。用这类系统进行滤波叫同态滤波。其中取对数的目的使信号满足线性系统的要求，取指数使其变回来。

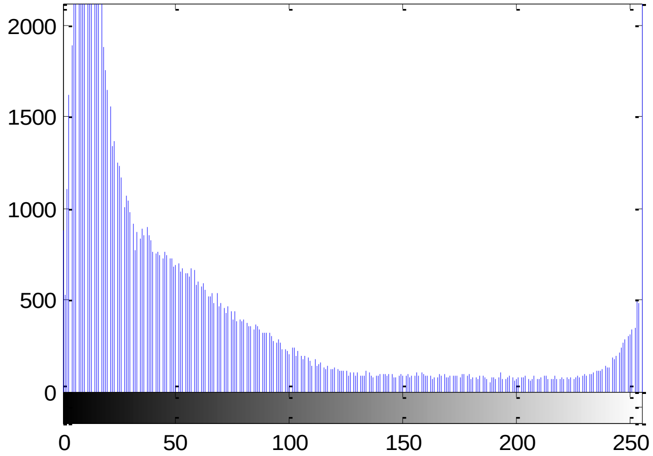
§4.5 同态滤波

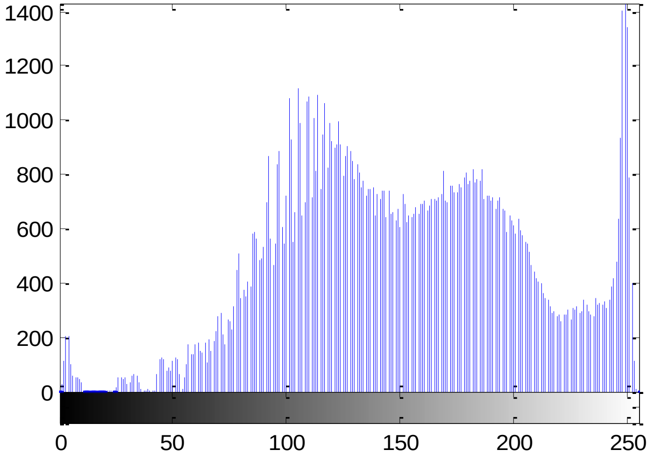
➢ 同态滤波示例



原图　　同态低通滤波结果　　除低频信号后

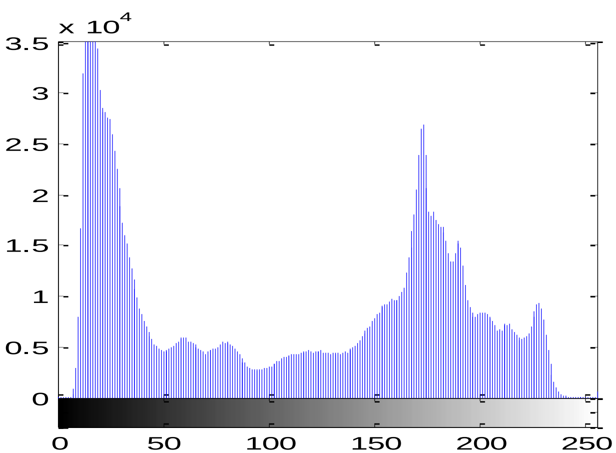
§ 4.5 同态滤波

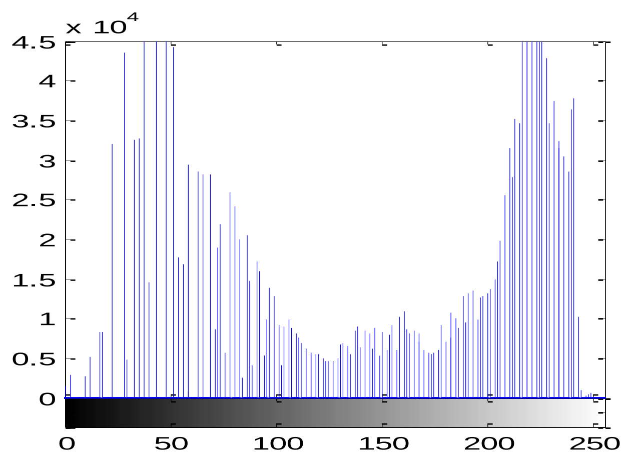

2000
1500
1000
500
0
0
50
100
150
200
250


1400
1200
1000
800
600
400
200
0
0
50
100
150
200
250

§4.5 同态滤波

➢ 同态滤波的结果





§4.6 局部增强

- 基本概念
  - 实际应用中常常需要对图象某些局部区域的细节进行增强
  - 局部增强方法比全局增强方法在具体进行增强操作前多了一个选择/确定局部区域的步骤
- 局部增强效果（7 × 7的子图象）

§4.6 局部增强

➢ 局部直方图自适应增强

原始图像

直方图均衡图像

自适应直方图均衡图像

§ 4.6 局部增强

- 简化局部统计特性增强算法举例
  - 利用每个象素邻域内象素的均值和方差
    - $g(x, y) = A(x, y)[\,f(x, y) - m(x, y)] + m(x, y)$
  - 局部增益函数

$$A(x,y) = k\frac{m(x,y)}{\sigma(x,y)} \qquad 0 < k < 1$$

  - $A(x, y)$反比于均方差，与$f(x, y)$和$m(x, y)$的差相乘能放大图象的局部变化，对比度较小的区域得到的增益较大

§4.6 局部增强

➢ 处理结果对比

➢ 上图：原始图像
➢ 右上：局部直方图自适应均衡
➢ 右下：简化局部统计特征增强

§ 本章小结

- 频域处理的基本概念
- 低通频域处理
  - 理想滤波器、巴特沃斯滤波、高斯滤波
  - 低通滤波应用
- 高通频域处理
  - 理想滤波器、巴特沃斯滤波、高斯滤波
  - 高通滤波应用
  - 拉普拉斯滤波、高频提升、高频增强
- 带通滤波
- 同态滤波