数字图象处理

第 11 章

表示与描述

本章主要内容

- 图像表示的基本概念
  - 区域边界的链码表示
  - 区域形状的骨架表示
- 图像描述的基本概念
  - 边界描述子中的形状数
  - 傅里叶描述子
- 区域描述-拓扑、纹理
- 主分量描述
- 关系描述的概念
- 对图像表示与描述算法的评价
  - 性能优劣及应用适应性

本章基本要求

- 基本要求
  - 图像表示、图像描述各种方法的明确定义以及之间的关系
  - 链码、骨架、形状数、纹理的计算方法

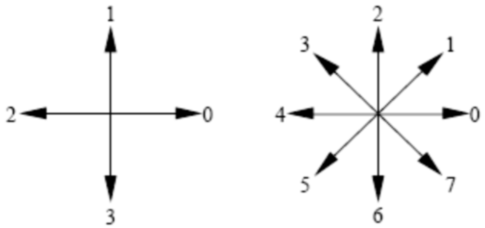
§11.1 目标的表达与描述

- 1.表达（表示）
  - 图像分割得到基于目标的像素集合
  - 采用一种合适的方式对集合进行表示-目标表达
  - 区域边界的表达：
    - 体现边界的延续关系
    - 体现边界勾勒出的目标的形状
  - 区域的表达
    - 体现区域的灰度、纹理以及在空间的位置关系
- 2.描述
  - 在表达的基础上，进一步对目标特征进行定义
  - 边界的描述：边界形状的定量化说明
  - 区域的描述：区域形状的定量化说明

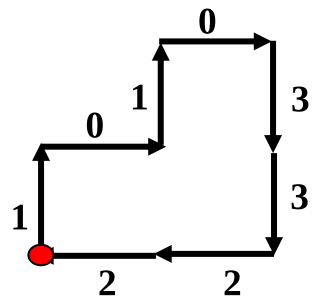
§11.2边界的表达

1.边界的链码

- 本质：对轮廓点的一种编码



- 特点：
  - 边界由一系列直线段构成
  - 边界的走向与采用的连接表达方式有关，
    - 4-连接、8-连接



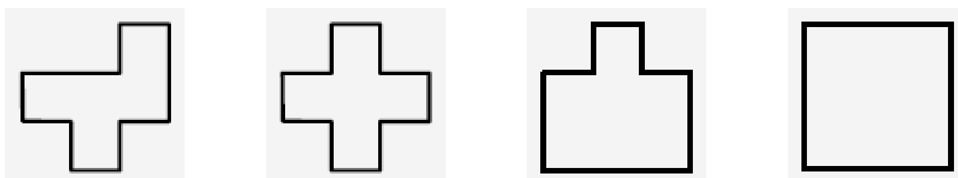
1 0 1 0 3 3 2 2

- 表达方法：
  - 编码顺序采用顺时针方向
  - 起点用（绝对）坐标表示
  - 其余点只用接续方向代表
  - 方向可用，4-方向（连接）或者8-方向（连接）

§ 11.2边界的表达

- 复习
  - 采用4方向链码
  - 链码010303232121表示下面哪个图形？

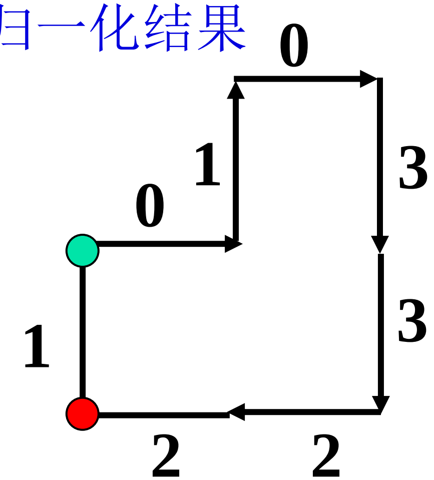
(A) (B) (C) (D)



  - 答案：(B)

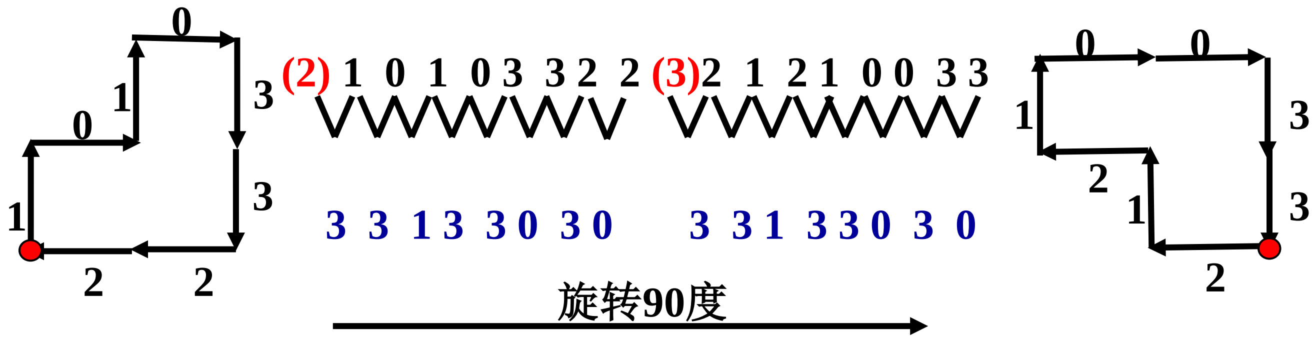
§ 11.2边界的表达

- 2.链码的归一化
  - 归一化的原因
    - 不进行归一化，同一个目标由于起点的选择不同，链码不同，对目标表达的一致性受到影响
    - 起点归一化
      - 链码看作一个循环序列，依次取各个边界作为起点，从所有链码中选取构成自然数值最小的码，作为归一化结果
      - 原链码：
        - 1 0 1 0 3 3 2 2
      - 归一化链码：
        - 0 1 0 3 3 2 2 1



§11.2边界的表达

- 旋转归一化
  - 利用链码的一阶差分，差分码不随轮廓旋转而变化
  - 计算方法：
    - **旋转前后的边界链码起点需选择相同点**
    - **计算差分采用反向差分，结果按方向数取模**



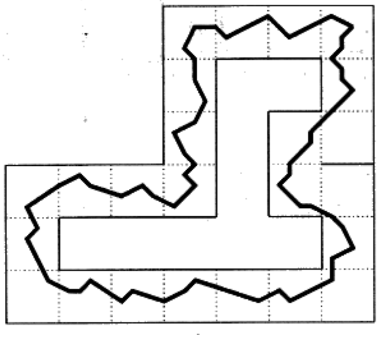
- 链码的平滑

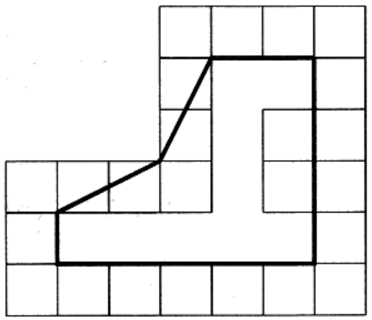
§11.2边界的表达

- 复习
  - 下列哪一个链码正确地表示了闭合的边界？
    - (A) 03202133
    - (B) 13200231
    - (C) 31222001
    - (D) 03032211
  - 答案：(D)

§ 11.2边界的表达

- 3.边界的多边形表达
  - 链码易于受到噪声影响，多边形近似是一种节省数据量的近似边界表达
  - 方法：
    - 基于收缩的最小周边多边形
    - 基于聚合的最小均方误差线段逼近(merge)
    - 基于分裂的最小均方误差线段逼近(split)





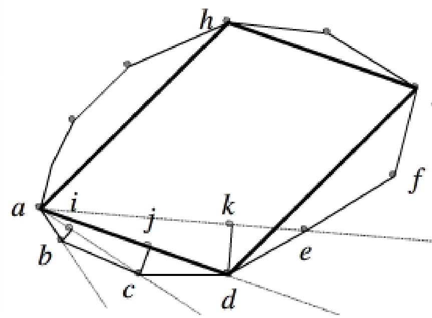
§ 11.2边界的表达

- 聚合方法

先选一个边界点为起点，用直线依次连接该点与相邻的边界点，直至拟合误差超过某个限度。然后以线段的另一段为起点继续连接边界点，直至绕边界一周。

先从点a出发，依次做直线ab，ac，ad，ae等。对从ac开始的每条线段计算前一边界点与线段的距离作为拟合误差。

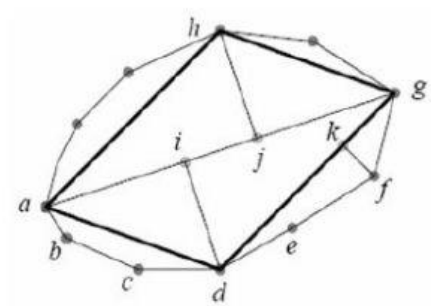
bi、cj没超过预定的误差限度，而dk超过该误差限度，所以选d为紧接点a 的多边形顶点。



- 分裂方法

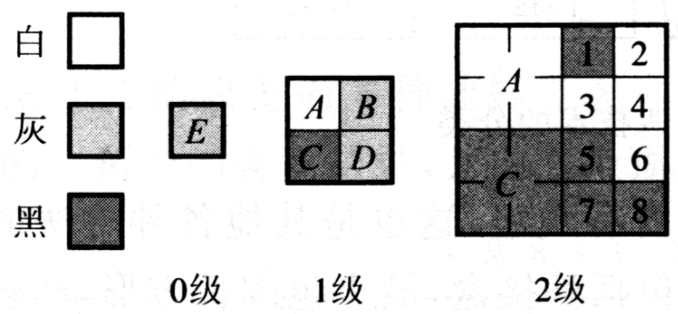
先连接边界上相距最远的两个点（即把边界分成两部分），然后根据一定的准则进一步分解边界，构成多边形逼近边界，直到拟合误差满足一定的条件。

做出相距最远的线段ag,计算di和hj均超过限度，所以分解边界为ad、dg、gh、ha四段。



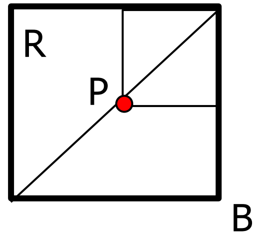
§11.3区域的表达

- 1.空间占有数组
  - 也就是目标的二值化表达，属于区域像素为1，否则为0
- 2.四叉树表达
  - 采用四叉树对空间占有数组进行有效编码
    - 背景：白节点
    - 目标：黑节点
    - 混合：灰节点
    - 对n级四叉树，节点总数

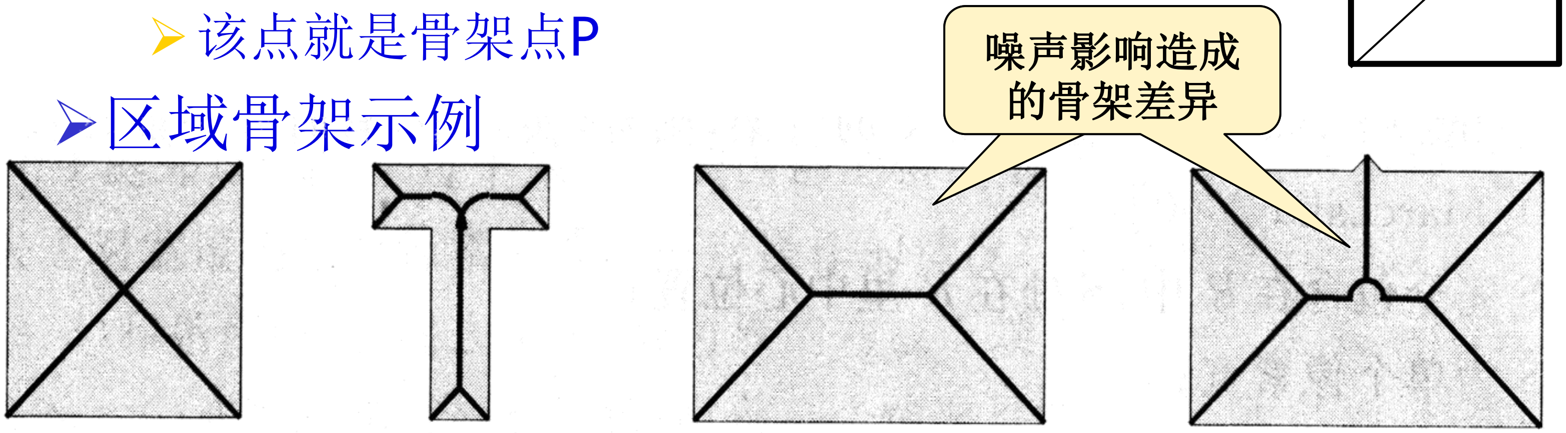


§11.3区域的表达

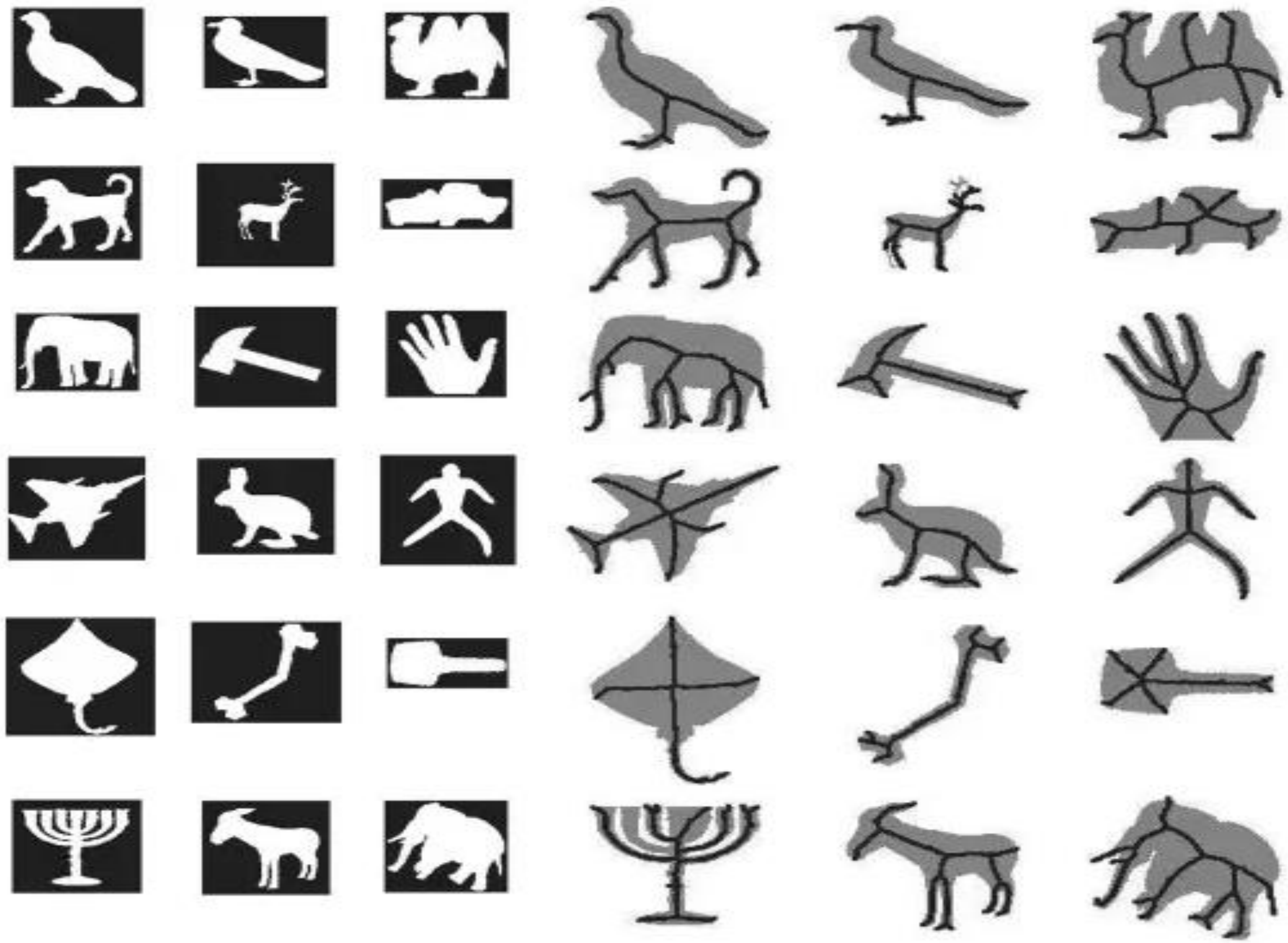
- 3.骨架
  - 3.1骨架定义和特点
    - 平面区域简化为图结构-骨架化
    - 最具代表性处理-中轴变换*(medial axis transform MAT)*
      - 对于区域R，边界B，骨架P的确定：
      - 在R中的点，若在B中有多于一个的最短距离
      - 该点就是骨架点P



    - 区域骨架示例

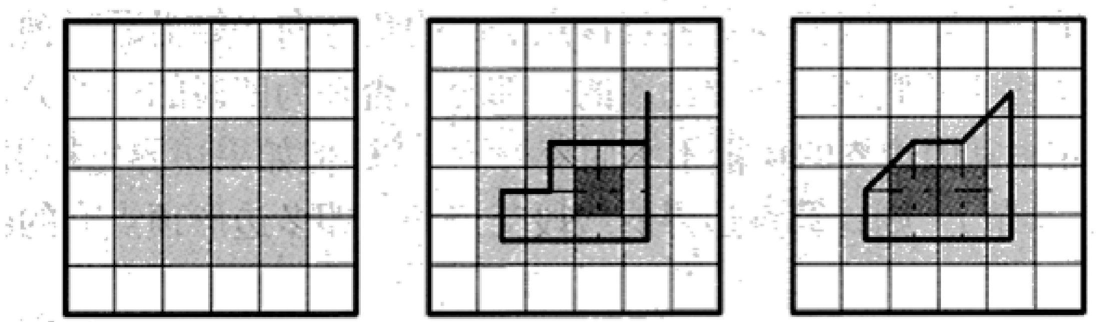


骨架提取举例



§11.4边界的描述

- 1.简单描述
  - 1.1边界的长度
    - 边界点定义：本身属于目标区域R，其邻域点有不属于目标区域R的点
    - 边界的连接：有4-方向连通或8-方向连通两种情况
      - 边界4-方向连通表示，则内部区域由8-方向连通判定
      - 边界8-方向连通表示，则内部区域由4-方向连通判定

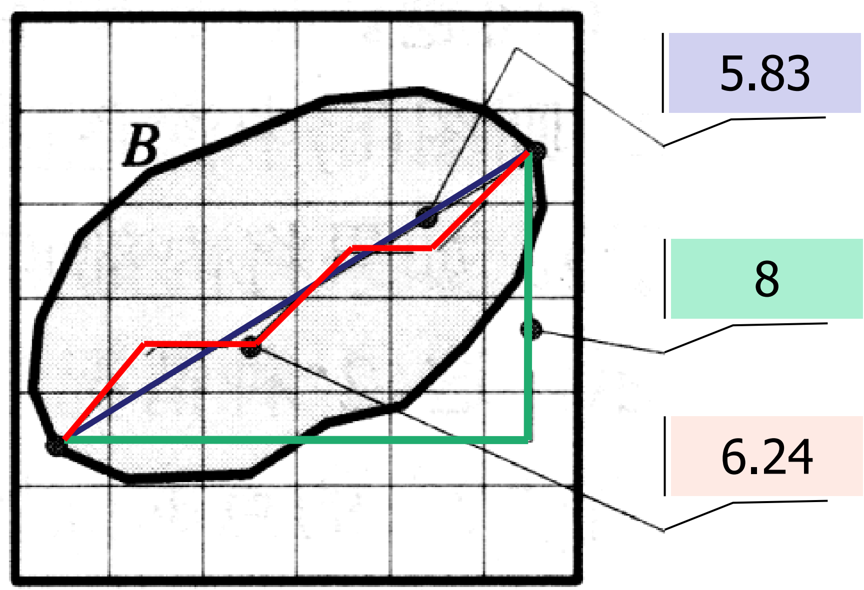


    - 边界长度：水平、垂直方向为单位长度，对角方向为单位长度

§ 11.4边界的描述

➢1.2边界的直径

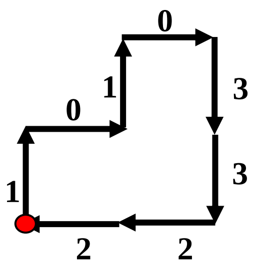
- ➢边界上相隔最远的两点之间的距离，
- ➢也称边界的长轴或是主轴
- ➢采用不同的距离度量方法，有不同的直径值



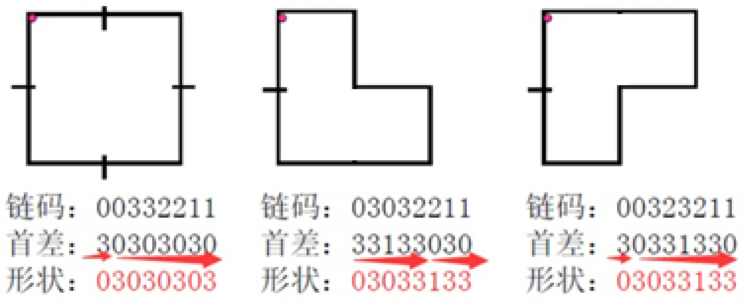
§11.4边界的描述

2.形状数

- 基于链码的一种边界形状描述
- 定义：形状数为链码的差分码中取值最小的序列
  - 链码为：10103322
  - 差分码为：33133030
  - 形状数为：03033133



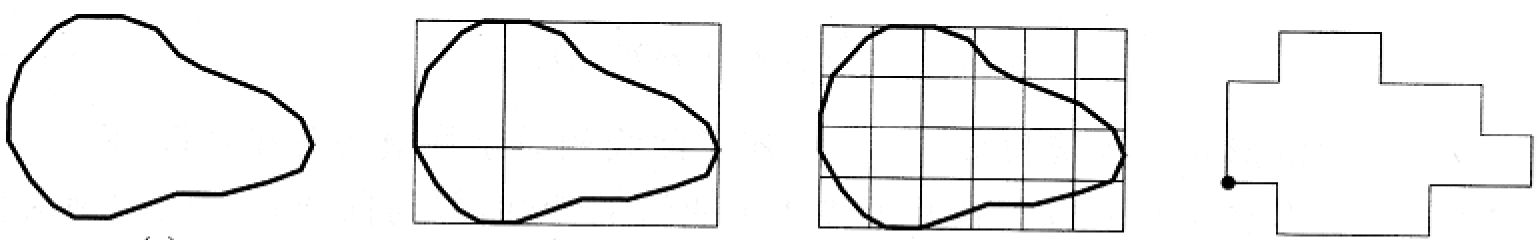
- 形状数的阶：形状数序列的长度



§11.4边界的描述

2.1指定阶数的形状数计算

- 从满足指定阶要求的矩形中选取长短轴比例最接近边界形状的矩形 (b)
- 根据指定阶将矩形划分为多个正方形(c)
- 根据覆盖关系，得到与边界最吻合的多边形(d)
- 计算多边形链码、差分码和形状数



(a) (b) (c) (d)

- 链码 110100300303223222122
- 差分码 303130310313301300031
- 形状数 003130313031031330013

§11.4边界的描述

3.傅里叶描述子

- 边界点的复数序列表示 $s(k) = x(k) + jy(k)$
- 对离散序列s(k)计算傅里叶变换（DFT）

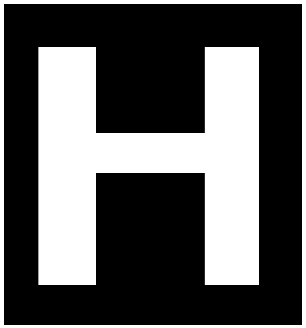
$$a(u) = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} s(k)e^{-j2\pi uk/K} \quad s(k) = \sum_{u=0}^{K-1} a(u)e^{j2\pi uk/K}$$

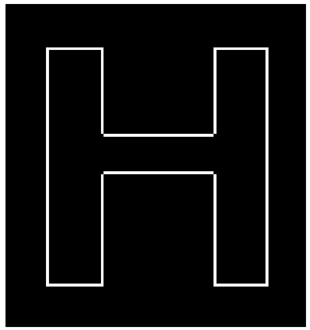
- 称a(u)为边界的傅里叶描述子，对其反变换可恢复边界
- 反变换时可以只选择部分系数重建边界

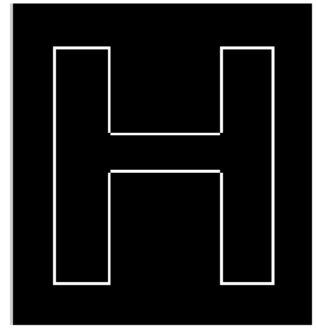
$$\hat{s}(k) = \sum_{u=0}^{p-1} a(u)e^{j2\pi uk/K}, p < K$$

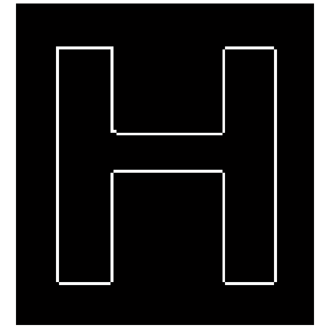
- 选择低频系数，可去掉细节信息，只保留边界形状
- 傅里叶描述子用于描述边界的形状具有对平移、旋转、缩放和起点选择不敏感的优点

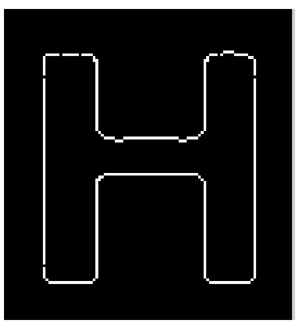
§11.4边界的描述

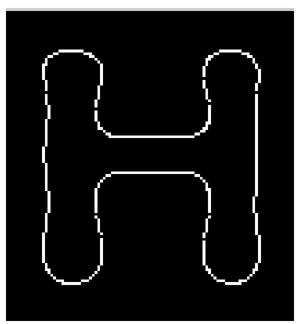

（a）字母‘H’


（b）边界图

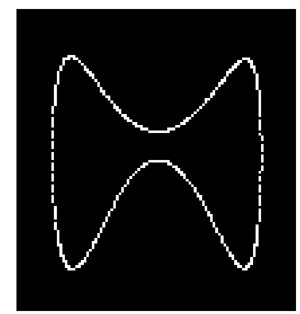

（c）全部傅立叶
452项


（d）采用225项
50％


（e）采用45项
10％


（f）采用27项
6％


（g）采用18项
4％


（h）采用9项
2％

§11.5区域的描述

1.简单描述

1.1面积

- 设正方形像素的边长为1，最有效的面积计算就是对属于区域的像素计数。

$$A=\sum_{(x,y)\in R}1$$

- 其他方法与之误差较大

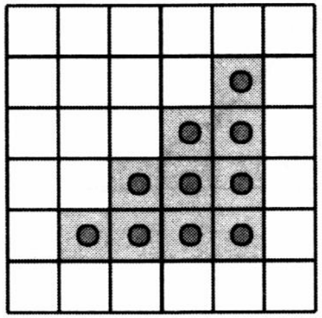
1.2重心

$$\bar{x}=\frac{1}{A}\sum_{(x,y)\in R}x \qquad \bar{y}=\frac{1}{A}\sum_{(x,y)\in R}y$$

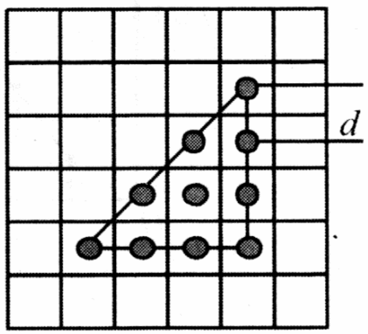
- 在区域本身尺寸相对区域间距离较小时，区域可以直接用位于重心坐标的质点来近似

1.3其他特征

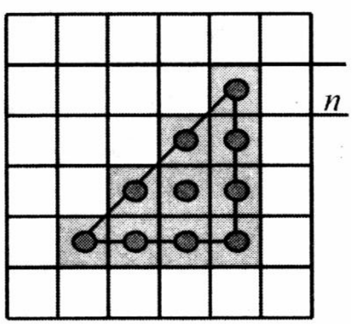
- 最大值、最小值、中值、平均值、方差等



$A_1=\#\text{ of pixels}=10$



$A_2=3d\times 3d/2=4.5$



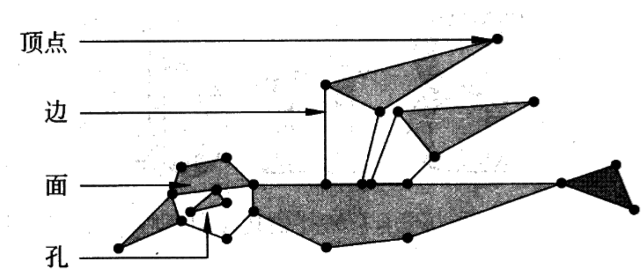
$A_3=4n\times 4n/2=8$

§11.5区域的描述

- 2.拓扑描述
  - 拓扑性质可以描述区域的全局情况
  - 可以不受畸变的影响（撕裂和粘贴除外）
  - 拓扑描述参数：欧拉数(Euler number)E
    - 区域的孔数H、区域内的连通组元C，可得到 $E=C-H$
  - 二值图像根据考虑的连通性不同，有两种欧拉数
    - 4连通 $E_4(A)=C_4(A)-H_8(A)$
    - 8连通 $E_8(A)=C_8(A)-H_4(A)$
  - 全直线构成的区域
    - 根据 顶点数V、边线数B、面数F
    - $V-B+F=E=C-H$
    - $V=26$, $B=33$, $F=7$, $C=3$, $H=3$
    - $E=0$

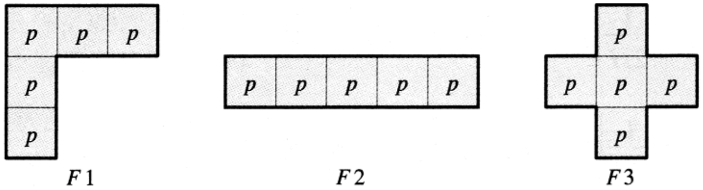
-1 2 1 0

欧拉数描述的是区域的连通性



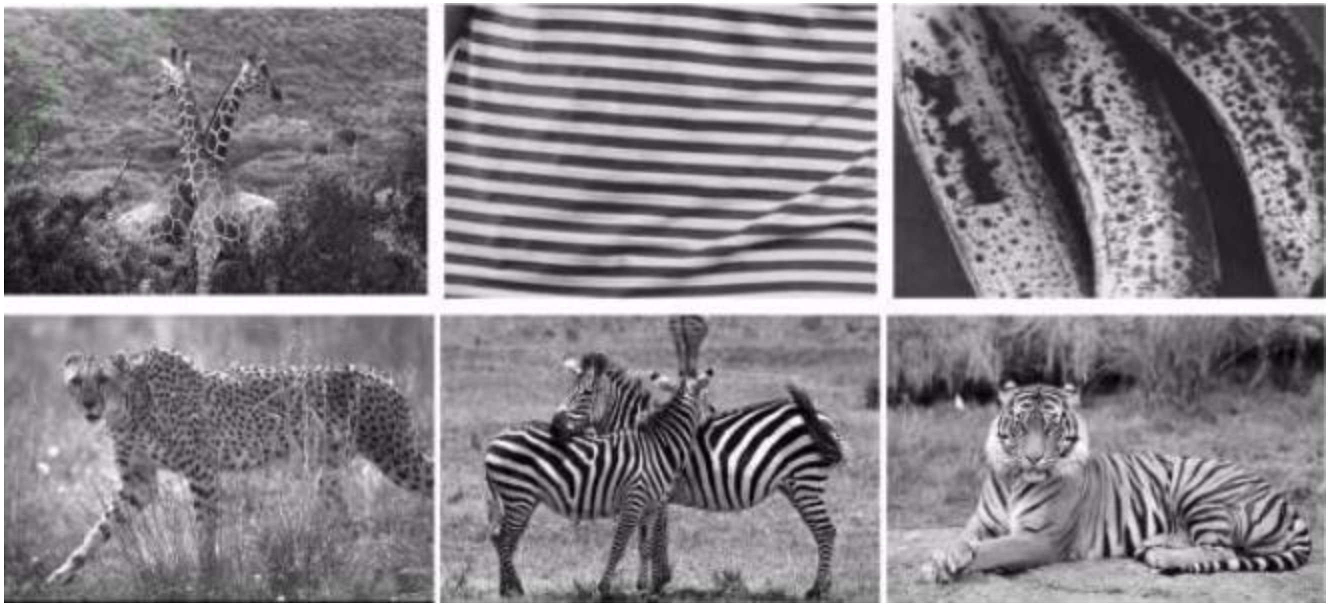
§11.5区域的描述

- 3.形状描述
  - 目标区域的周长和面积可以反映形状的差异
  - 形状参数：$$F=\frac{|B|^2}{4\pi A}$$
    - 其中B为周长，A为面积
  - 参数说明：
    - 光滑的圆具有最小的形状参数F=1
    - 对数字图像而言
      - 边长按4-连通计算，区域按8-连通考虑，正8边形F值最小
      - 边长按8-连通计算，区域按4-连通考虑，正菱形F值最小
    - 形状参数相等，也可能实际形状差别大
      - *A=5*
      - *B=12*
      - *F1=F2=F3*



§11.5区域的描述

- 4.纹理描述
  - 纹理是描述区域的重要特征
  - 纹理的描述主要有统计方法和结构性方法



§ 11.5区域的描述

纹理——统计法

- 统计法：基于图像的灰度直方图的特性来描述纹理。

灰度均值m的n阶矩

$$\mu_n = \sum_{i=0}^{L-1} (z_i - m)^n p(z_i)$$

L为图像可能的灰度级

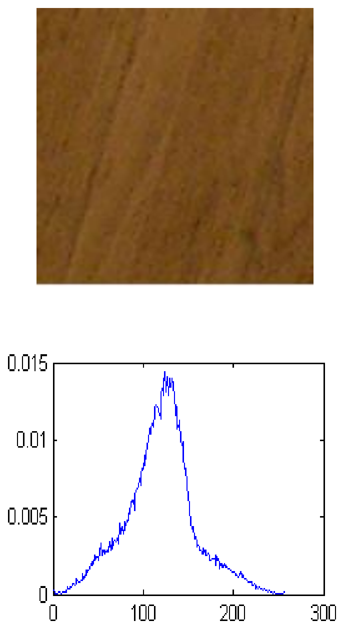
§ 11.5区域的描述

常用的纹理的统计度量

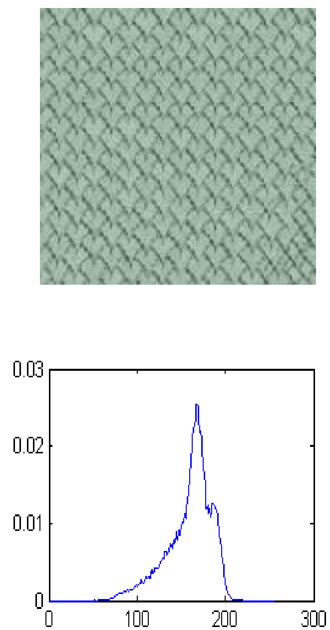
均值	$m = \sum_{i=0}^{L-1} z_i p(z_i)$
标准差	$\sigma = \sqrt{\mu_2(z)}$
平滑度	$R = 1 - 1/(1 + \mu_2)$
一致性	$U = \sum_{i=0}^{L-1} p^2(z_i)$
熵	$e = -\sum_{i=0}^{L-1} p(z_i) \log_2 p(z_i)$

§11.5区域的描述

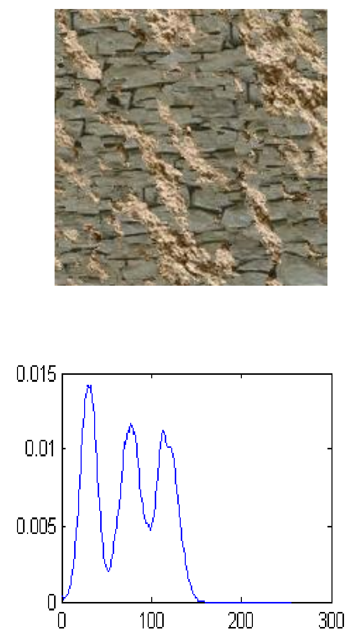
纹理——统计法



木纹



周期纹理



砖块

纹理图像及其直方图

§11.5区域的描述

纹理——频谱法

（a）鹅卵石　（b）沙石　（c）鹅卵石频谱图　（d）沙石频谱图

纹理图像及其频谱图

图像特征提取之LBP算子

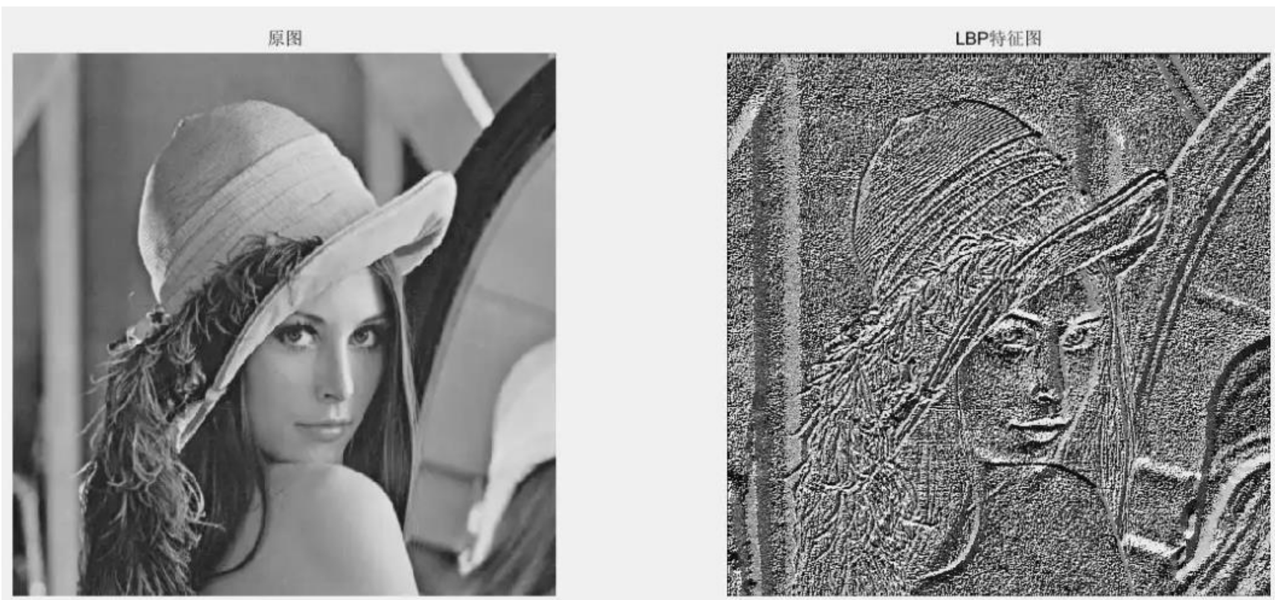
LBP（Local Binary Patterns）

10	1	34
9	20	23
9	8	22

0	0	1
0		1
0	0	1

0	0	1
0		1
0	0	1

00111000



§11.6主分量描述

- 主分量变换
  - 变换要点和特点
    - 常称为：特征值变换、PCA变换、离散KL变换
    - 其变换基于图象统计特性
      - 变换系数不固定（没有基本函数）
    - 变换思路是：把输入图象看作一组随机矢量，求取协方差矩阵的特征矢量进行变换
    - 目的：解除原始图象数据间的相关

§11.6主分量描述

随机矢量，均值，协方差

每一个图像像素都
是一个N维矢量

$$\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{x}_1 \quad \boldsymbol{x}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{x}_N]$$

$$\boldsymbol{x}_i = [\boldsymbol{x}_{1i} \quad \boldsymbol{x}_{2i} \quad \cdots \quad \boldsymbol{x}_{Mi}]^{\mathrm{T}} \qquad i = 1,\ 2,\ \cdots,\ N$$

考虑M个像
素的情况

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1N} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{M1} & x_{M2} & \cdots & x_{MN} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{m}_{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\boldsymbol{x}_k$$

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\boldsymbol{x}_k\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{m}_{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}$$

§11.6主分量描述

协方差矩阵

$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{x}}$是$N \times N$阶实对称矩阵

C_{ii}是各矢量的第i个分量组成的矢量$\boldsymbol{x}_i$的方差

C_{ij}是矢量$\boldsymbol{x}_i$和矢量$\boldsymbol{x}_j$之间的协方差

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} \boldsymbol{x}_k \boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{x}} \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}$$

$$C_x = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1N} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{N1} & C_{N2} & \cdots & C_{NN} \end{bmatrix}$$

§11.6主分量描述

均值和协方差计算示例

$$\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{x}_1 \quad \boldsymbol{x}_2 \quad \boldsymbol{x}_3]$$

$$\boldsymbol{m}_{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\boldsymbol{x}_k$$

$$\boldsymbol{x}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{x}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{x}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\boldsymbol{x}_k\boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{m}_{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{m}_{\boldsymbol{x}}^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{m}_{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{x}} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{9}\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

§11.6主分量描述

基本步骤：

（1）选3个以上点的坐标构成一组矢量 $\boldsymbol{x}$

（2）计算$\boldsymbol{x}$的均值矢量$\boldsymbol{m}_x$和协方差矩阵$\boldsymbol{C}_x$

（3）计算 $\boldsymbol{C}_x$ 的特征值，获得特征矢量矩阵$\boldsymbol{A}$

（4）霍特林变换：用$\boldsymbol{A}$乘以原始矢量和均值矢量的差

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{m}_x)$$

$\boldsymbol{y}$：均值为零 $\boldsymbol{m}_y = 0$

§11.6主分量描述

基本步骤：

y 矢量的协方差矩阵 $C_y = AC_xA^{\mathrm{T}}$

C_y是1个对角矩阵

（对角矩阵的主对角线上的元素是特征值）

$$C_y = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & 0 \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_N \end{bmatrix}$$

C_y: 主对角线上的元素是C_x的特征值

主对角线以外的元素均为零（不相关）

§11.6主分量描述

计算 $\boldsymbol{C}_x$ 的特征值

特征矩阵 $$\boldsymbol{C}_x - \lambda\boldsymbol{I} = \begin{bmatrix} 2-\lambda & -1 & -1 \\ -1 & 2-\lambda & -1 \\ -1 & -1 & 2-\lambda \end{bmatrix}$$

特征多项式 $$\begin{vmatrix} 2-\lambda & -1 & -1 \\ -1 & 2-\lambda & -1 \\ -1 & -1 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (2-\lambda)^3 - 3(2-\lambda) - 2$$

特征方程 $$(2-\lambda)^3 - 3(2-\lambda) - 2 = 0$$

协方差矩阵 $$\boldsymbol{C}_y = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

§ 11.6主分量描述

近似重建（在均方误差意义下最优）

从 $\boldsymbol{y}$ 重建 $\boldsymbol{x}$：

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{m}_{x}$$

$\boldsymbol{A}$的各行都是正交归一化矢量，$\boldsymbol{A}^{-1} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$

用部分特征根

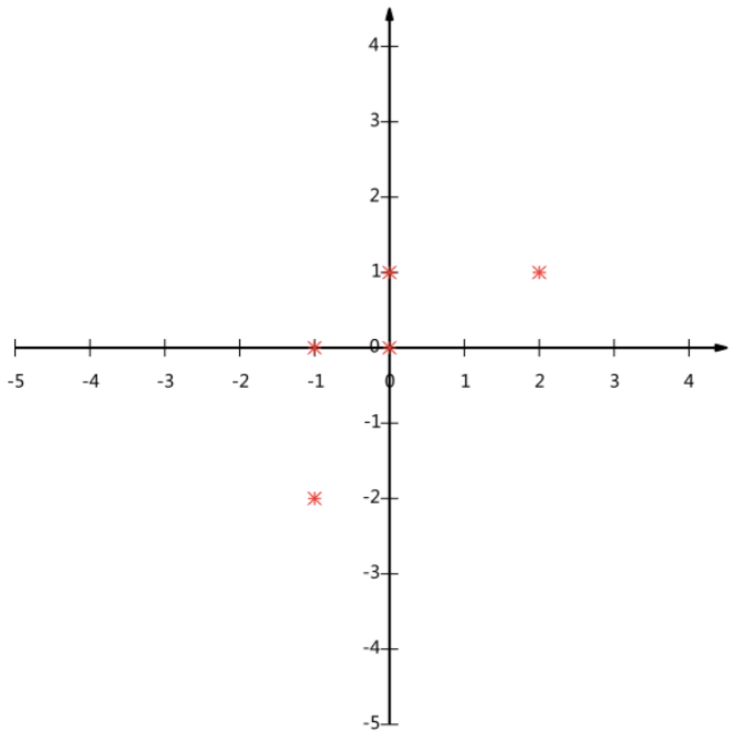
近似重建：

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}_{K}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{m}_{x}$$

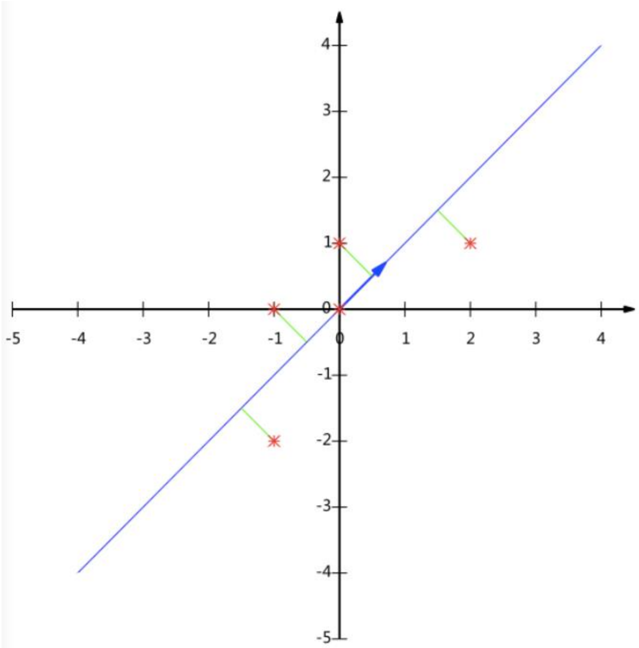
均方误差：

$$e_{\mathrm{ms}} = \sum_{j=1}^{N}\lambda_{j} - \sum_{j=1}^{K}\lambda_{j} = \sum_{j=K+1}^{N}\lambda_{j}$$

主成分应用到图像旋转角度计算



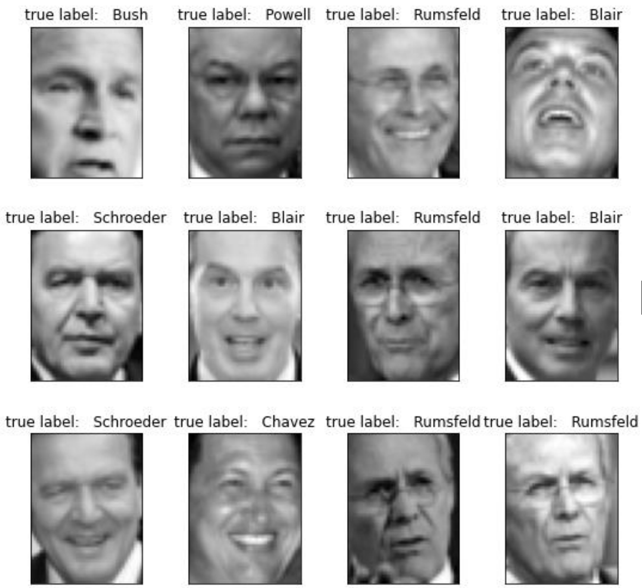
如果我们必须使用一维来表示这些数据，又希望尽量保留原始的信息，你要如何选择？



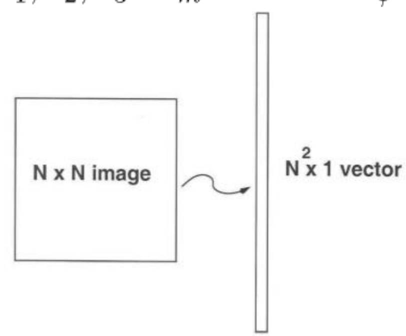
主成分应用到图像旋转角度计算

利用主成分分析，实现图像旋转纠正

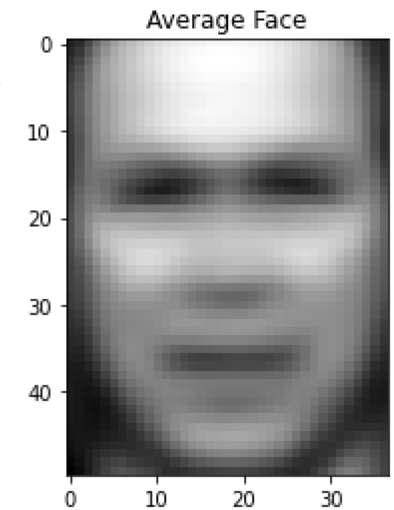
主成分应用到人脸识别

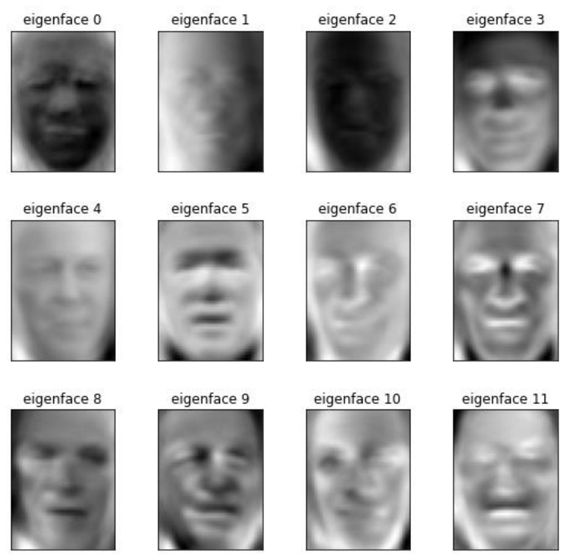


$x_1, x_2, x_3 \ldots x_m$



$\psi = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} x_i$





特征脸 **EigenFaces**

$a_i = x_i - \psi$

$A = [a_1 \quad a_2 \quad a_3 \quad \ldots. \quad a_m]$

$A^T A \nu_i = \lambda_i \nu_i$

$A A^T A \nu_i = \lambda_i A \nu_i$

$C' u_i = \lambda_i u_i$

主成分应用到人脸识别

Linear Combination of EigenFaces