函数极限练习题

一、求下列函数的极限：

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} x(\ln(1+x)-\ln x)$；

2. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x-\frac{x^2}{2})^{\frac{1}{x^2}}$；

3. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}-\sqrt{x})$ ；

4. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sin\sqrt{1+x}-\sin\sqrt{x})$；

5. $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos\sqrt{x}}$；

6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{1+2x^2}}{\ln(1+3x)}$；

7. $\lim\limits_{n\to\infty}\tan^n(\frac{\pi}{4}+\frac{1}{n})$；

8. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2}{\sqrt[3]{1+3x}-(1+x)}$；

9. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}$；

10. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{2+\tan x}-\sqrt{2+\sin x}}{x^3}$.

11. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x-\sqrt{x}}-\sqrt{x+\sqrt{x}})$;

12. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{a^x+b^x+c^x}{3})^{\frac{1}{x}}$ $(a,b,c>0)$;

13. $\lim\limits_{x\to+\infty}[\sqrt[n]{(x+1)(x+2)\cdots(x+n)}-x]$.

14. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{(1+x+x^2)^{\frac{1}{n}}-1}{\sin 2x}$；

15. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{x+x^2+\cdots+x^n}{n}\right)^n$ $(|x|<1)$;

16. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x\cos 2x\cdots\cos nx}{x^2}$ $(n\in N^+)$；

17. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{(1-\sqrt{x})(1-\sqrt[3]{x})\cdots(1-\sqrt[n]{x})}{(1-x)^{n-1}}$ $(n\in N^{+})$;

18. $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{\ln(1+e^{\frac{2}{x}})}{\ln(1+e^{\frac{1}{x}})}-2[x]\right)$ ($[x]$为取整函数).

19. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(e^{\sin x}+\sqrt[3]{1-\cos x})-\sin x}{\arctan(4\sqrt[3]{1-\cos x})}$.

20. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos x\sqrt{\cos 2x}\sqrt[3]{\cos 3x}}{x^2}$.

二、确定c和α，使下列无穷小量等价于cx^{α}.

1. $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}\,(x\to0^{+})$;

2. $f(x)=\sqrt{1+x\sqrt{x}}-e^{2x}\ (x\to0^{+})$.

3. $f(x)=\ln\cos x-\arctan x^2\ (x\to0)$.

三、(1) 请给出当$x\to x_0$时，$f(x)$是非无穷大量的正面陈述.

(2) 请给出$\lim\limits_{x\to x_0}f(x)\neq A$和 $\lim\limits_{x\to\infty}f(x)\neq A$的正面陈述.

四、设$f(x)$在$[a,+\infty)$是单调增且有上界，证明极限$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$存在.

五、证明：若$f(x)$为定义在R上的周期函数，且 $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$，则$f(x)\equiv0\ (x\in R)$.