2016～2017 学年第二学期

《微积分学(一)下》课程期末考试试卷(A 卷) (闭卷)

院(系) 启明学院 专业班级__________学号____________ 姓名___________

考试日期: 2017-06-18 考试时间: 8:30 - 11:00

题号	一	二	三	四	五	总分
满分	28	8	12	28	24	100
得 分						

解答内容不得超过装订线

得 分	
评卷人	

一、填空题（每空 4 分，共 28 分）

1、用 Beta 函数表示积分 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^3}}dx=$___________________.

2、级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\ln x+\frac{1}{n}\right)^n$ 的收敛域是______________.

3、曲线 $\vec{r}(t)=\{1-\sin t,1-\cos t,t\}$ 的曲率 $\boldsymbol{\kappa}=$____________.

4、函数 $f(x)=\begin{cases}1, 0\le x\le h,\\ 0, h<x\le\pi\end{cases}$ 在 $[0,\pi]$ 上的正弦级数是____________________________.

5、交换积分次序后，$\int_{-1}^{1}dx\int_{x^3}^{1}f(x,y)\mathrm{d}y=$_________________________.

6、函数 $f(x,y)=x^2+y^2+8x$ 在 $D:x^2+y^2\le 16$ 上的最大值是___________,

最小值是 ___________.

7、直线 $L:x=2t,y=1,z=t$ 绕 z 轴旋转一周所得的曲面方程是___________________.

得　分	
评卷人	

二、 判断题(每小题 2 分，共 8 分). 请在正确说法相应的括号中画"√ "，在错误说法的括号中画"×".

8. 若级数发散, 则对其任意加括号后所得级数也必发散. （　　）

9. 若级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_{2n-1}-a_{2n})$ 收敛，且 $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$，则 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 收敛. （　　）

10. 设 S 是球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 的外侧，它关于 xoy 坐标面对称，所以第二型曲面积分 $\iint_S z^{2017}dxdy = 0$. （　　）

11. 若在点 (x_0, y_0) 的某邻域内 $f(x, y)$ 的两个偏导函数连续，则 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 沿任意方向的方向导数都存在. （　　）

得　分	
评卷人	

三、解答题（每小题 6 分, 共 12 分）

12. 设 $z=z(x, y)$ 是由方程 $F(xyz, x^2+y^2+z^2)=0$ 所确定的可微隐函数，试求 gradz.

13．设 $D=\{(x,y)\,|\,(x^2+y^2)^2\le 2(x^2-y^2)\}$，求 $\iint_D (x+y)^2dxdy$.

得　分	
评卷人	

四、计算题（每小题 7 分，共 28 分）

14．求幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\dfrac{n+(-1)^n}{(2n)!!}x^n$ 的收敛域及和函数.

15. 设 L 为圆柱面 $x^2+y^2=1$ 与平面 $z=y$ 的交线，计算曲线积分 $\int_L z^2 ds$，并将结果用 B 函数表示.

16. 设 S 是圆柱面 $x^2+y^2=1$ 介于平面 $z=0$ 和 $z=1$ 之间部分的外侧，试计算第二型曲面积分 $I=\iint_S (y-z)xdydz+(x-y)zdxdy$.

17. 计算 $I=\int_L \frac{(y-1)dx-xdy}{x^2+(y-1)^2}$，其中 L 是椭圆 $x^2+2y^2=4$，沿逆时针方向.

得　分	
评卷人	

五、证明题（每小题 8 分，共 24 分）

18. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n}\arctan\frac{x}{n}$ 在 $(-\infty,\infty)$ 内一致收敛.

19.设曲面S方程由$F(x,y,z)=0$确定，其中$F(x,y,z)$具有连续的偏导数，且$F_z' \neq 0$，又S可一对一地投影到xOy面的区域D，证明：S的面积$A=\iint\limits_D \frac{\sqrt{F_x'^2+F_y'^2+F_z'^2}}{|F_z'|}dxdy$.

20. 设函数$z=f(x,y)$在点(x_0,y_0)的某邻域$N((x_0,y_0))$内具有二阶连续偏导数，且$f(x,y)$在(x_0,y_0)点取得极大值， 证明: $f_{xx}(x_0,y_0)+f_{yy}(x_0,y_0)\le 0$.