编号　　　　　　　　　班级　　　　　　　　　　　姓名　　　　　　　　　　学号

《一元分析学》练习册习题答案

习题 1　1（1）√；（2）√；（3）╳；（4）╳；（5）；√ (6)　╳（7）╳　；**2**（1）1, 0；（2）$0<x<10, (-\infty,+\infty)$；

（3）$2(x-2)-(x-2)^2$；（4）$\begin{cases} x+1, & x<-1 \\ x+2, & x\ge -1 \end{cases}$；（5）$-\sqrt{1-x^2}\quad (0\le x\le 1)$；**3.** 略；**4.** 略；

5. $f(x)=x^2-2$；**6.**　(1) $f(1/2)=\sqrt{2}$，$f(1/4)=\sqrt[4]{2}$；(2)略；**7.** $f(g(x))=\begin{cases} 0, & |x|\ne 1 \\ 1, & |x|=1 \end{cases}$；

$g(f(x))=\begin{cases} 1, & |x|\le 1 \\ 2, & |x|>1 \end{cases}$；**8.** $y=\begin{cases} 130x, & 0\le x\le 700 \\ 117x+9100, & 700\le x\le 1000 \end{cases}$；**9.** 略；**10.**　略.

习题 2.1　1（1）√；（2）√；（3）√；（4）╳；（5）╳；2（1）、（2）略；（3）提示：无论n为奇偶，都有$|a_n -1|<\dfrac{1}{n}$；（4）略；3.(1)　10；(2) $\dfrac{1}{2}$；(3) 3；(4)　$\dfrac{1}{2}$；.　(5) a；(6) 0.　4.(1)—(3)略；（4）提示：利用$\dfrac{1}{n+1}<\ln(1+\dfrac{1}{n})<\dfrac{1}{n}$　；5　提示：(1) $x=0,\pi$ 时显然

$\lim\limits_{n\to\infty}\overbrace{\sin[\sin(\cdots\sin}^{n个} x)]=\lim\limits_{n\to\infty}\mathrm{a_n}=0$；(2) $0<x\le\dfrac{\pi}{2}$ 时利用单调有界收敛定理知 $\lim\limits_{n\to\infty}\mathrm{a_n}=0$；

(3) $\dfrac{\pi}{2}<x<\pi$时，$\sin x=\sin(\pi - x)=\mathrm{siny}, \mathrm{y}=\pi - x\in(0,\dfrac{\pi}{2})$；

(4) $\pi<x<2\pi$时，$\sin x=-\sin(2\pi - x)=-\mathrm{sinz}, \mathrm{z}=2\pi - x\in(0,\pi)$ 同理可得 $\lim\limits_{n\to\infty}\mathrm{a_n}=0$.

6.（1）　$\sqrt{e}$；(2) e.　7.　n充分大时，有$b-\dfrac{b}{2}<b_n<b+\dfrac{b}{2}$　. 8. 提示:用数学归纳法证明奇子列与偶子列都单调有界. 9. 用单调有界定理和 Cauchy 收敛准则.　**习题 2.2**　1. 略.　2（1）$\dfrac{1}{4}$；

（2）$\dfrac{2^{2000}.7^{12}}{9^{2012}}$；（3）$1$；（4）$\dfrac{b}{a}$；（5）$2$；（6）$e$；(7) $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；　(8) $1/e$.　3. a=1, b=−1.　4. $a=\dfrac{1}{2e}$ 时极限存在，极限为 e.

习题 2.3　1(1) 等价；(2) 高阶;(3)高阶;(4)同阶; (5)低阶. 2.(1)主部为$\dfrac{1}{2}x^{\frac{3}{2}}$,阶为$\dfrac{3}{2}$；(2)主部为$\dfrac{1}{2}x^3$,阶为3；(3)主部为$\sqrt{3}x$,阶为1；(4)主部为$-\dfrac{1}{6}x^2$,阶为2；（5）主部为$\dfrac{x}{2}$,阶为1；（6）主部

为$n(x-1)$,阶为1. 3.(1)0;(2)1 (3) $\frac{1}{2}$; (4) $\frac{1}{a}$; (5)4;(6)1;(7) $\sin 2\tau$;(8)1. 4(1) $-\frac{1}{2}e$;

(2) $\sqrt[3]{abc}$.

习题 3.1 1(1)╳;(2)╳;(3);╳; **2**(1)$(-\infty,-1),(-1,0),(0,2),(2,+\infty)$;(2)$(-\infty,0),(0,+\infty)$;

3(1)$x=0$(跳跃)$,x=1$(可去)$,x=-1$(无穷);(2)$x=0$(无穷);(3)$x=\pm\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z$(跳跃);

(4)$\forall x_0\neq 0$都是第二类间断点 ; **4.** $A=1$;**5**(1)$1+\ln 2$;(2)1;(3)$\frac{\sqrt{2a}}{2a}$;(4)$-\ln 2$;

(5) e^{ab};(6) 0;**6–10** 略;**11.** 提示: (1)$\frac{f(x)}{x}=\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\cdot\frac{x-a}{x}+\frac{f(a)}{x}$; $\left|\frac{f(x)}{x}-\frac{f(y)}{y}\right|$

$=\frac{|yf(x)-xf(y)|}{|xy|}\le\frac{|f(x)-f(y)|}{|x|}+\frac{|f(y)|}{|xy|}|x-y|$. **12.** 令$a_{n+1}=f(a_n)$, 用例 2.1.14.

习题 3.2 **1−2.** 略;**3.** 等分$[a,b]$, 记子区间$[a_1,b_1]$为让函数$f(x)$在其上无界, 再等分$[a_1,b_1]$, 记子区间$[a_2,b_2]$为让函数$f(x)$在其上无界, 如此继续. **4.** 略. **5.** 略.

习题 4.1.1 1(1)√;(2)╳;(3)╳;(4)╳;(5)╳;(6) √;2(1)0;(2)$(n+m)f'(a)$;

(3)$y=2(x-1),y=2(x+1)$;(4)$y=4x-6$;(5) $f(x)=x^2(x-1)^2D(x)$, 其中$D(x)$为 Dirichlet 函数;3(1)不可导;(2)$(-1)^{n-1}\frac{1}{n(n+1)}$;(3)0;(4)$a=2,b=-1$;4. $\varphi(a)$;5. $2c$;6. e^x;7. $\arctan\frac{4}{3}$;8. 提示: $f(x)=\begin{cases}1, & |x|\le 1\\ |x|^3, & |x|>1\end{cases}$, $x=\pm 1$为$f(x)$的两个不可导点; 9. 提示: $I_n=\frac{f(\beta_n)-f(\alpha_n)}{\beta_n-\alpha_n}=J_n\frac{f(\beta_n)-f(x_0)}{\beta_n-x_0}+(1-J_n)\frac{f(\alpha_n)-f(x_0)}{\alpha_n-x_0}$, 其中

$J_n=\frac{\beta_n-x_0}{\beta_n-\alpha_n}\in(0,1)$. 于是, I_n介于$\frac{f(\beta_n)-f(x_0)}{\beta_n-x_0}$与$\frac{f(\alpha_n)-f(x_0)}{\alpha_n-x_0}$ 之间, 用迫敛性定理.

习题 4.1.2 1(1)╳;(2)╳;(3)╳;(4)√;(5)√;2(1)$\frac{1}{2}\sec^2\frac{t}{2}$;(2)10;(3)

$1/\sqrt{1+x^2}$；（4）$2^x\ln 2+\arccos x-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$；（5）$x^x(1+\ln x)\ln x+x^{x-1}$；（6）$-99!$；（7）$\cos 2x/\sqrt{\sin 2x}$；（8）$1/(x-1)$；（9）$-e/2$；（10）$(2+x)e^{x+1}$．3 略．4（1）$1$；（2）$4^{\frac{\pi}{4}}(\dfrac{\pi}{4}+\ln 2)$；（3）0；（4）$1/\sin^2(\sin 1)$；5．$a=2,b=-1$；　7．$2.4(m/s)$；8. 三线交于点 $(-1/2,3/2)$．**习题 4.1.3**　1（1）$-\dfrac{x+1}{2x(x+\ln x)}$；（2）$\dfrac{y(y-x\ln y)}{x(x-y\ln x)}$；（3）$1$；（4）$\dfrac{x+y}{x-y}$；

2. 提示：任意点 (x_0,y_0) 处的切线方程为 $\dfrac{x}{x_0+\sqrt{x_0y_0}}+\dfrac{y}{y_0+\sqrt{x_0y_0}}=1$．3．$y=2x\pm 1$. 4(1) $\dfrac{t}{2}$；(2) $\dfrac{e}{2}$. 5．$x+y=2$. 6．定数为 a.

习题 4.1.4 1(1) 3；(2) $(2\tan x+x\sec^2 x+x\tan^2 x)\varphi'(\sec x)\sec x+x\varphi''(\sec x)(\tan x\sec x)^2$；(3) $\dfrac{21}{32}$；(4) $-\dfrac{3t^2+1}{4t^3}$．2．$f'(x)=2|x|$，$f''(x)=\begin{cases}2, & x>0\\ -2, & x<0\end{cases}$，$f''(0)$ 不存在；对 $n\geq 3$，$f^{(n)}(x)=0\ (x\neq 0)$，而 $f^{(n)}(0)$ 不存在. 3．提示：$\varphi'(y)=\dfrac{1}{f'(x)},\ \varphi''(y)=\dfrac{d}{dx}(\dfrac{1}{f'(x)})\cdot\dfrac{1}{f'(x)}$. 4. $a\neq 1,b=c=0$．5. (1) $\dfrac{n!}{3}\left(\dfrac{2}{(2-x)^{n+1}}-\dfrac{(-1)^n}{(1+x)^{n+1}}\right)$; (2)用 Leibniz 公式; (3)提示：将函数变形为 $y=\dfrac{3}{4}+\dfrac{\cos 4x}{4}$；(4) m^n．**习题 4.2** 1(1)1.1；(2)同；(3)0；(4) $\dfrac{1}{x(1+\ln y)}dx$. 2（1）$5^{\ln\tan x}\cot x\sec^2 x\ln 5dx$；（2）$e^{f(x)}[f'(\ln x)/x+f'(x)f(\ln x)]dx$；

（3）$\{2[f(x^2)]^{\frac{1}{x}-1}f'(x^2)-\dfrac{1}{x^2}[f(x^2)]^{\frac{1}{x}}\ln f(x^2)\}dx$；（4）$\dfrac{\sqrt{x}sh\sqrt{x}-ch\sqrt{x}}{2x\sqrt{x}}dx^2$.

3（1）0.7954；（2）1.007；4（1）$-\cos\omega t/\omega$；（2）$\ln|1+x|$；（3）$-e^{-2x}/2$；（4）$\csc x$；5（a）$\Delta y>0,dy>0,\Delta y-dy>0$；（b）$\Delta y>0,dy>0,\Delta y-dy<0$；（c）$\Delta y<0,dy<0,\Delta y-dy<0$；

（d） $\Delta y<0, dy<0, \Delta y-dy>0$；**习题 4. 3. 1** 1（1）√；（2）╳；（3）√. 2(1) $\frac{\alpha+\beta}{2}$; (2) 3, (1, 2), (2, 3), (3, 4); (3) $f(x)在x=0$ 处不可导. 3(1) 提示: 令 $F(x)=xf(x)$; (2) 提示: 令 $F(x)=e^{-x}f(x)$; (3)用 Cauchy 中值定理. 4. 用 Lagrange 中值定理, (1)函数 $\ln x$; (2) 函数 $a^{\frac{1}{x}}$, 区间 $[n,n+1]$. 5. 用 $f'(x)\equiv 0 \Rightarrow f\equiv 常数$. 6. (1)令 $F(x)=f(x)+x-1$; (2) $f(x)$ 在区间 $[0,\xi],[\xi,1]$ 上依次用 Lagrange 定理. 7. (1) 令 $F(x)=f(x)-x$; (2) 令 $h(x)=(x+\sqrt{x^2+1})(f(x)-x)$, 在 $[0,\eta]$ 上用 Rolle 定理. 8. 先用介值定理再用 Rolle 定理. 9. 用 Cauchy 中值定理和 Lagrange 中值定理. 10. 令 $h(x)=f(x)-\frac{x}{1+x^2}$, 用推广的 Rolle 定理. **习题 4. 3. 2** 1(1) 2; (2) 1/6; (3) $-\infty$; (4) 1/2; (5) 1; (6) $1/e$; (7) $-e/2$; (8) $a_1a_2\cdots a_n$. 2（1）1;（2）$\frac{1}{\pi}+\frac{1}{2}$; (3) $a=-3, b=9/2$; (4) A/a.

习题 4. 3. 3 1. $\sum_{k=0}^{n}(-1)^k 2^k x^k$; 2. $\sum_{k=1}^{n}\frac{x^k}{(k-1)!}+\frac{e^{\theta x}(\theta x+n+1)}{(n+1)}x^{n+1} \quad (0<\theta<1)$; 3. 略; 4. (1) $\frac{1}{2013!}$; (2) $-\frac{1}{2}$; (3) 1; (4) $\frac{1}{2}$; (5) 6; 5(1) -3, 0, 9; (2)9/2; 6. $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}$; 7. 提示: 依题意知 $f(0)=0, f'(0)=1$, 再写出 Taylor 公式. 8. 提示: 写出 Taylor 公式(L 型余项)知 $f(-f(0)/f'(0))<0$. 9. 提示:写出 $f(x_0+h)$ 的 Taylor 公式(x_0 处 L 型余项), 与已知式子一起推出 $f'(x_0+\theta h)-f'(x_0)=\frac{f^{(n)}(\xi)}{n!}h^{n-1}$; 又, $f'(x_0+\theta h)-f'(x_0)=\frac{f^{(n)}(\eta)}{(n-1)!}\theta^{n-1}h^{n-1}$. 从而得到 θ^{n-1} 的表达式. 10. 依题意写出 $f(x)$ 在 $x=b$ 的 Taylor 公式, 再代入 $x=a$. 11. 依题意, 存在 $x_0\in(0,a)$ 使得 $f(x_0)$ 为最小值, 从而 $f'(x_0)=0$. 于是, $f'(a)=f''(\xi)(a-x_0)$, $f'(0)=f''(\eta)(-x_0)$. 12. 分别写出 $f(\frac{a+b}{2})$ 在 $x=a, x=b$ 的 Taylor 公式, 再相减. 13. 分别写出 $f(0), f(1)$ 在 $x=1/2$ 的 Taylor 公式, 再相减. 最后用 Darbourx 导数定理. **习题 4. 3. 4** 1.（1）╳;（2）╳;（3）╳;（4）╳;（5）╳;（6）√;（7）╳;（8）╳; 2. DCB; 3(1)略; (2)对左不

等式，令 $f(x)=\ln x/x$；对右不等式，令 $g(x)=x\ln x$．考虑它们的单调性. 4. $[0,n]$严格单增，$(n,+\infty)$严格单减; 5. 在$(-\infty,0)$与$(0,+\infty)$上均严格递增; 6（1） $y(-2)=\dfrac{8}{3}$为极小值， $y(0)=4$为极大值；（2） $y(-\dfrac{1}{2}\ln 2)=2\sqrt{2}$为极小值；（3） $f(\sqrt{3})=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$为极小值； $f(-\sqrt{3})=-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$为极大值；7. $a=-\dfrac{9}{2},b=6$；8. $(\dfrac{n}{n+1})^{n+1},\dfrac{1}{e}$；9. 转为求函数$3x-x^3$在区间$[-2,2]$上的最值; 10. 点$(1,0)$; 11. 350 件, 售价 6.5 元, 最大利润 225 元; 12. 讨论 $f(1/a)$ 的符号可确定问题的解: $a>1/e$时无根，$a=1/e$时仅一个根$x=e$，$a<1/e$时有两根，分别位于$(0,1/a)$与$(1/a,+\infty)$内．**习题 4.3.5**　1.（1） √；（2） √；（3）╳；（4）╳；2.（1） $(\dfrac{5}{3},-\dfrac{250}{27}),(\dfrac{5}{3},+\infty),(-\infty,\dfrac{5}{3})$；（2） $a=-\dfrac{3}{2},b=\dfrac{9}{2}$；(3) $(1,4),(1,-4)$； 3. 用函数的凹凸性. (1)令 $f(x)=\arctan x$； (2)令 $f(x)=x\ln x$;4(1) 上凸 ;(2) 切点 $(2,3)$， 切线 $y=x+1$．**习题 4.3.6**　1(1) $y=-\dfrac{1}{2}$，$y=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}$ ；(2) $y=\dfrac{1}{5}$；2. $x=0, y=x$；3. 略

习题 5.1.1　1.　1）$\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{4}{3}x^{\frac{3}{2}}+\ln|x|+C$；2）$\dfrac{8}{13}x^{\frac{13}{8}}-\dfrac{4}{3}x^{\frac{3}{4}}+C$；3）$\dfrac{1}{3}x^3-x+\arctan x+C$；4） $\tan x-x+C$ ；5） $-\dfrac{2\cdot 5^{-x}}{\ln 5}+\dfrac{2^{-x}}{5\ln 2}+C$；6) $-\dfrac{\cos(m+n)x}{2(m+n)}-\dfrac{\cos(m-n)x}{2(m-n)}+C$；

7) $3x^2-x+1$；8）$x+\cos x-\dfrac{\pi}{2}$.　2. 1）$-\dfrac{1}{x}-\arctan x+C$；2）$\dfrac{10^{2x}}{2\ln 10}+\dfrac{2\cdot 9^{2x}}{\ln 90}+\dfrac{3^{4x}}{4\ln 3}+C$；3） $\dfrac{1}{2}(x-\sin x)+C$；4） $-\cot x-\tan x+C$；5） $2\arcsin x+C$． 3. $y=-5x^4+11$．

习题 5.1.2　1. 1） $\dfrac{1}{2}\arcsin(x^2)+C$；2） $\dfrac{1}{2}(\arcsin x)^2+C$；3） $\dfrac{1}{2}\arctan(\sin^2 x)+C$；

4） $\dfrac{1}{2\ln\dfrac{2}{3}}\ln\left|\dfrac{3^x+2^x}{3^x-2^x}\right|+C$；5） $\arctan(e^x)+C$；6） $\dfrac{1}{6}(1+x^4)^{\frac{3}{2}}-\dfrac{1}{2}(1+x^4)^{\frac{1}{2}}+C$；

7） $-2\cos\sqrt{x}+C$；8） $\dfrac{(1-x)^{-2011}}{2011}-\dfrac{2(1-x)^{-2010}}{2010}+\dfrac{(1-x)^{-2009}}{2009}+C$；

9） $x-4\sqrt{x+1}+4\ln(\sqrt{x+1}+1)+C$；10） $\dfrac{x}{a^2\sqrt{x^2+a^2}}+C$；

11） $\dfrac{x}{2}\sqrt{x^2-a^2}-\dfrac{a^2}{2}\ln\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right|+C$；12） $\dfrac{2}{3}(1+\ln x)^{\frac{3}{2}}-2(1+\ln x)^{\frac{1}{2}}+C$.

2. 1) $x\arcsin x-\sqrt{1-x^2}+C$；2） $\dfrac{x^3}{3}\ln x-\dfrac{1}{9}x^3+C$；3） $x^2\sin x+2x\cos x-2\sin x+C$ ；

4） $-\dfrac{1}{x}\ln^2 x-\dfrac{2}{x}\ln x-\dfrac{2}{x}+C$；5） $\dfrac{1}{2}e^x+\dfrac{1}{5}e^x\sin 2x+\dfrac{1}{10}e^x\cos 2x+C$；

6） $\dfrac{1}{2}(\sec x\tan x+\ln|\sec x+\tan x|)+C$；3. 1） $\dfrac{x^3}{3}\sin x^3+\dfrac{1}{3}\cos x^3+C$；2） $x-\ln(1+e^x)+C$；

3） $\dfrac{x^3}{3}\ln\dfrac{1-x}{1+x}-\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{\ln|x-1|+\ln|x+1|}{3}+C$；4） $\sqrt{1+x^2}\ln(x+\sqrt{1+x^2})-x+C$；

5） $x\tan\dfrac{x}{2}+C$；6） $-\cot x\ln(\sin x)+\cot x+x+C$.　4. $x\cos x-\sin x-\dfrac{\sin x}{x}+C$.

习题 5. 1. 3　　1. 1) $\ln|x-2|+\ln|x+5|+C$；　2) $\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+x+\ln|x-1|+C$；

3) $\dfrac{3}{4}\ln|x-1|-\dfrac{3}{8}\ln(x^2+1)-\arctan x-\dfrac{1}{4}\dfrac{3-x}{x^2+1}+C$；

4) $\dfrac{\sqrt{2}}{8}\ln\left|\dfrac{x^2+2\sqrt{x}+1}{x^2-2\sqrt{x}+1}\right|+\dfrac{1}{2\sqrt{2}}[\arctan(\sqrt{2}x+1)+\arctan(\sqrt{2}x-1)]+C$.

2. 1） $\dfrac{1}{\sqrt{6}}\arctan(\dfrac{\sqrt{6}}{2}\tan x)+C$；

2） $-\dfrac{1}{2}\ln\left|\tan\dfrac{x}{2}-1\right|-\dfrac{1}{2(1+\tan\frac{x}{2})^2}-\dfrac{1}{1+\tan\frac{x}{2}}+\dfrac{1}{2}\ln|\tan\dfrac{x}{2}+1|+C$；

3） $x+\dfrac{6}{5}\sqrt[6]{x^5}+\dfrac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt{x}+3\sqrt[3]{x}+6\sqrt[6]{x}+6\ln|\sqrt[6]{x}-1|+C$；

4） $\dfrac{7}{8}\arcsin\dfrac{2x-1}{\sqrt{5}}-\dfrac{3}{4}(1+x-x^2)^{\frac{1}{2}}-\dfrac{1}{2}x(1+x-x^2)^{\frac{1}{2}}+C$.

习题 5. 2. 1　1. 1）$\frac{\pi}{4}$；2）0；3）1；4）$n(n-1)/2$．　2. 1）$M=\sum_{i=1}^{n}V(t_i)\Delta t_i$；2）$M=\int_{T_0}^{T}V(t)dt$．

3. 1）$e-1$；2）$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$．　4. 提示：用定积分的定义，取ξ_i分别为有理数和无理数．　6.提示：$f(x)$单调增加，用推论 5.2.3.　7. 用推论 5.2.1.

习题 5. 2. 2 1. 1）>;　2) >;　3) >;　4) >．　2. 2)提示：在$x\in(0,\frac{\pi}{2})$上，$\frac{2}{\pi}<\frac{\sin x}{x}<1$. 3. 用反证法. 与例 5.2.2 对照. 5. 取$\phi(x)=f(x)$，再结合例 5.2.2.　6. 将$f(x)$在$x_0=\frac{a+b}{2}$处展开成一阶 Taylor 公式，略去余项。再积分.

习题 5. 2. 3 1. 1）$2x\cos x^4-\frac{\cos x}{2\sqrt{x}}$；　2) $5xf(5x^2)-xf(x^2)$；　3) 0;　4) $\frac{2}{\pi}$.

2. $-\frac{1}{4}f(0)$．3. 用定义（作等分）及连续性．　4. 极小值$F(0)=0$．　5. 化为证明$\int_T^{a+T}f(x)dx=\int_0^a f(x)dx$．6. 设存在$x_0$及$\xi$，使得$|f(x_0)|=\max\limits_{0\le x\le 1}|f(x)|$及$f(\xi)=\int_0^1 f(x)dx$，再用不等式性质．　7. 1）$\frac{2}{7}$；2）$2(\sqrt{3}-1)$；3）$\frac{\pi}{12}-\frac{1-\ln 2}{6}$；4）$2(1-\frac{1}{e})$；　5）$\frac{\pi}{4}$；　6）$\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$；　7）$2(e^y-e^{-1})-y(e+e^{-1})$；8）$\frac{1}{2}(e\sin 1-e\cos 1+1)$．9. 对右边分部积分，或用变上限积分求导法．10. 将左边改写成变上限积分，再用罗比达法则．　11. 将$f(x)$在$x_0=\frac{a+b}{2}$处展开成一阶 Taylor 公式，再在[a,b]上积分，对余项用积分第一中值定理．　12.构造辅助函数，在$f(x)$的最大值点和 1 之间用介值定理．　13. 构造辅助函数，再用 Rolle 定理.

14. 先用积分第一中值定理，再用积分不等式性质.

习题 5. 3　1. 1）$\frac{16}{3}$；2）$\frac{8}{15}$，提示：t 从 0 到 2 变化时，曲线封闭．　3）$\frac{5\pi}{4}$．　2. 1）$\frac{4\sqrt{3}}{3}R^3$；

2）$5\pi^2a^3$，$6\pi^3a^3$．　3. 1）$\frac{e^a-e^{-a}}{2}$；　2）8a；　3）6a．　4.　1）$2\pi(\sqrt{2}+\ln(\sqrt{2}+1))$；

2）$2\pi a^2(2-\sqrt{2})$.

习题 5. 4. 1　1. 1)　2;　2) $1-\ln 2$；　3) -1；4) $\frac{1}{5}$.　 2. 1）收敛；2）收敛. 3. $\int_1^{+\infty} \sin x^2 dx$.

习题 5. 4. 2　1. 1) $\frac{\pi}{4}$；2) π；3) π.　2. 1）收敛；2）发散. 3. $(-1)^n n!$.

习题 6. 1. 1　1(1)2; (2)1; (3)4; (4) $y=e^{-2x}$;(5) $xy'+y=0$;(6) $y=C_1\sin x+C_2\cos x$. 2. $C_1=0, C_2=1$; 3 略. 4. $x(y')^2-(x+y-2)y'+y=0$. 习题 6.1.2 1(1) $(x-1)^2+y^2=C$;(2) $(1+x^2)(1+y^2)=Cx^2$;(3) $y=\sqrt{1+x^2}$;(4) $\cos\frac{y-x}{2}=(C-x)\sin\frac{y-x}{2}$. 2(1) $\ln\frac{y}{x}-1=Cx$; (2) $\sin\frac{y}{x}=\ln|x|+C$. 3(1) $y=Ce^{-\frac{1}{3}x^3}$;(2) $y=(x+C)e^{-x}$;(3) $xy=e^x+ab-e^a$. 4. $y^5(\frac{5}{2}x^3+Cx^5)=1$; 5. $y=e^x-\frac{1}{x+C}$ 以及 $y=e^x$; 6(1) $y=xe^x-3e^x+C_1x^2+C_2x+C_3$;(2) $y=1+\frac{\sqrt{2}}{4}\ln\left|\frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}\right|$;(3) $y=\frac{1}{C_1x+C_2}+1$;(4) $C_1y^2+C_2=C_3e^x$. 7(1) $y=C_1x^{-2}+C_2$;(2) $y=C_1(x+1)+C_2e^x$;(3) $y=C_1x+C_2e^x-(x^2+x+1)$. **习题 6.1.3** 1-2 略; 3.

$$A=\begin{pmatrix}-a_1 & a_1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ a_4 & -a_3 & a_2\end{pmatrix},\quad \vec{f}(t)=\begin{pmatrix}\frac{1}{R_1}\frac{de}{dt}\\ 0\\ 0\end{pmatrix}.\ 4\ \vec{x}=\begin{pmatrix}t^2\\ t\end{pmatrix};\ 5.\ \vec{x}=\begin{pmatrix}C_1e^t+C_2e^{3t}+\frac{1}{2}e^{3t}-e^t\\ -C_1e^t+C_2e^{3t}+\frac{1}{2}e^{3t}-2e^{2t}+e^t\end{pmatrix}.$$

6. $\vec{x}=\begin{pmatrix}te^t-\frac{1}{2}(e^t+e^{-t})\\ 1\end{pmatrix}$. **习题 6.1.4** 1(1)-(3)无关;(4)相关.2 无关, $y=C_1e^{x^2}+C_2xe^{x^2}$. 3 略; 4(1) $y=C_1+C_2e^{4x}$;(2) $y=C_1+C_2\cos x+C_3\sin x$;(3) $y=e^{-\frac{x}{2}}(C_1\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x+C_2\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x$; (4) $y=C_1e^{(-1+\sqrt{1-a})x}+C_2e^{(-1-\sqrt{1-a})x}$. 5(1) $y=(7-3x)e^{x-2}$;(2) $y=\cos\sqrt{2}x+\sqrt{2}\sin\sqrt{2}x$. 6(1) $y=C_1e^x+C_2-(x+\frac{x^2}{2})$;(2) $y=C_1e^{6x}+C_2e^x+\frac{7}{74}\cos x+\frac{5}{74}\sin x$;(3) $y=C_1e^{2x}+C_2xe^{2x}$

$+\dfrac{1}{16}e^{-2x}+\dfrac{3}{4}$;(4) $y=x-2\cos x-x\sin x$. 7(1) $y=C_1x^2+C_2x^3+\dfrac{x}{2}$;

(2) $y=C_1(2x+3)+C_2(2x+3)^{1/2}+C_3(2x+3)^{3/2}$. 8. $f(x)=\dfrac{1}{2}(\cos x+\sin x+e^x)$. **习题 6.2**

1(1) √;(2)╳;(3)╳;(4)√;2(1)√;(2)╳;(3)╳;(4)╳;3-5 略;6(1) $y=C5^k, y=\dfrac{7}{3}5^k$;

(2) $y=C(-1)^k, y=2(-1)^k$;(3) $y=C_1(\dfrac{1}{2})^k+C_2(-\dfrac{7}{2})^k+4, y=3(\dfrac{1}{2})^{k+1}+\dfrac{1}{2}(-\dfrac{7}{2})^k+4$;

(4) $y=4^k(C_1\cos\dfrac{k\pi}{3}+C_2\sin\dfrac{k\pi}{3}), y=\dfrac{4^{k-1}}{\sqrt{3}}\sin\dfrac{k\pi}{3}$;

(5) $y=2^{\frac{k}{2}}(C_1\cos\dfrac{k\pi}{4}+C_2\sin\dfrac{k\pi}{4}), y=2^{1+\frac{k}{2}}\cos\dfrac{k\pi}{4}$