2016级《一元分析学》期中考试试卷A卷

院(系)______ 班级______ 学号______ 姓名______

考试日期：2016.11.21

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

得分	
评阅人	

一. 填空题(每小题4分，共20分)

1. $\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt[4]{n^3+1}\sin(n!)}{n^2+1}=$ ______.

2. $x_1=4$,$x_{n+1}=\frac{1}{2}(x_n+\frac{4}{x_n})$,设集合$E=\{x_n|n=1,2,...\}$, 则

   $\sup E=$ ______, $\inf E=$ ______.

3. 已知$f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x+a}-3}{x-2}, & x>2\\ x+b, & x\le 2\end{cases}$在$x=2$处连续，则

   $a=$ ______, $b=$ ______.

4. $y=(x^3-1)\arctan\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$的导数为________________________.

5. 阿基米德螺线$r=2\theta$在$\theta=\frac{\pi}{2}$时的切线方程为__________________.

得分	
评阅人	

二. 选择题(每小题4分,共12分)

1. 当$x \to 0^+$时，与$\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$等价的无穷小量为_________

   (A) $x^{\frac{1}{2}}$ (B) $x^{\frac{1}{4}}$ (C) $x^{\frac{1}{8}}$ (D) $x^{\frac{1}{3}}$

2. 设$f(x) = \cos(x + |\sin x|)$,则在$x = 0$处有________

   (A) $f'(0) = 2$ (B) $f'(0) = 1$ (C) $f'(0) = 0$ (D) $f(x)$不可导

3. 设复合函数$f(g(x))$满足$\lim_{x\to 0} f(g(x)) = A$,且有$\lim_{x\to 0} g(x) = b$,则$f(x)$在$x = b$处连续是$f(b) = A$的________

   (A) 充分条件 (B) 必要条件
   (C) 充要条件 (D) 即非充分也非必要条件

得分	
评阅人	

三. 计算题(每小题6分,共30分)

1. 已知$y = x^{\ln x}$, 求y'.

2. 计算$\lim_{x\to 0}\left(\frac{1-x}{1+2x}\right)^{\csc 2x}$.

3. 设$f(x)=\frac{x}{2x^2+3x+1}$，求$f^{(n)}(x)$.

4. 设$y^2+2\ln y=x^4$确定函数$y(x)$, 计算d^2y.

5. 计算$\lim_{x\to 0}\frac{(x-2)e^x+x+2}{x^3}$.

得分	
评阅人	

四. 解答题(每小题7分,共14分)

1. 设若对一切$x>0$, 都有$3f(x)+xf'(x)=0$, 且$f(1)=3$, 求$f(x)$.

2. 讨论：函数$f(x) = x\sin x$在$(0, +\infty)$上的一致连续性，给出理由.

得分	
评阅人	

五. 证明题(每小题8分,共24分)

1. 用极限的定义($\epsilon - \delta$语言)证明：$\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{x^2-2x} = \frac{1}{2}$.

2. 设$f(x)$在$[0,3]$中连续，在(0,3)中可导, 且有$f(0)=f(3)=0$，

$f(2)=3$, 则至少存在一个$\xi\in(0,3)$, 使得

$$f'(\xi)=1.$$

3. 若$f(x)$是$(-\infty,+\infty)$的可微函数，且$\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=A$

证明：存在$\xi\in(-\infty,+\infty)$, 使得$f'(\xi)=0$.