**启明学院 2014 ～2015 学年第二学期**

**《微积分》（一）（下）课程期中考试试题及参考解答**

**一、解答题（每空7分，共49分）**

1. 判别级数的敛散性，并说明理由.

解：因 , 所以由跟值判别法知原级数发散.

2. 级数是绝对收敛的、条件收敛的、还是发散的？给出理由.

解：易知级数是交错级数, . 设，则，即 时单调减，时单调减.

又 ，由莱布尼兹判别法知原级数收敛.

因 所以发散，故原级数条件收敛.

3. 求函数的麦克劳林展开式.

解：



4. 求幂级数的收敛域及和函数.

解：易知，收敛域为 令 则



5.求二元函数 在点处的二阶泰勒多项式.

解：



6. 将直线方程化为标准方程（点法式）和参数方程.

解：在直线上取一点，直线的方向向量为

 ，

标准方程为： ，参数方程为：

7. 求锥面与柱面所围立体在三个坐标面的投影，并绘图表示.

解：由两个方程消去，得，所以该立体在面上的投影区域为.

消去得：，立体在面上的投影区域为.

立体在面上的投影区域为.

（图略）.

**二、计算题（每小题6分，共30分）**

8. 求极限：.

解：令 ，则

,

因，所以，

故

9. 设函数有二阶连续偏导数，考虑变换，，改写.

解：解得，

 



10. 若函数由方程确定，试求.

解：令 则



11.将函数展开成正弦级数.

解：先将在内延拓为奇函数，再延拓成的以为周期的周期函数，按展开定理，有





，.

12. 求函数在区域上的最大、最小值.

解：在的内部，由 得驻点.

在上，求驻点，即求在条件下的驻点. 作

 ，

由 解得驻点, , 

,  ,  ,

所以最大值 ，最小值.

**三、证明题（9分）**

13. 证明函数在处沿任意方向的方向导数都存在，但在处的全微分不存在.

证明：任取一方向，记其单位方向为，因极限

存在，所以在处沿任意方向的方向导数都存在.

又  同理.

记 ，而极限



与有关，所以极限不存在，即在处不可微分.

**四、讨论题（12分）**

14. 讨论函数项级数在上的一致收敛性.

解：设，，则



即的部分和一致有界. 而

 即一致趋于0. 由Dirichlet判别法知原级数一致收敛.