《计算方法》课程考试试卷

(A 卷)

院(系)___________**专业班级**_______________ **学号**______________ **姓名**_______________

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	**总分**
得分											

得　分	
评卷人	

解答内容不得超过装订线

一. (20 分，每小题 2 分) 填空题

1. 已知自然对数的底数 $e = 2.718281828\ldots$ ，则其近似值 2.7182 有_________位有效数字。

2. 设 $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ -2 & 1\end{pmatrix}, X=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$，则 $\|A\otimes X\|_\infty =$_______，$cond\left(A\right)_2 =$________。

3. 设 $f(x)=6x^5+x^2+9$，求积公式 $\sum_{k=0}^{2} A_k f(x_k) \approx \int_a^b f(x)dx$ 是 Gauss 型的，则

$$\int_a^b f(x)dx - \sum_{k=0}^{2} A_k f(x_k) = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad}。$$

4. 对矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 3 & -5 & 9\\ -2 & -8 & 12\end{bmatrix}$ 进行 LU 分解, 则单位下三角阵

L=______________________，上三角阵 U=______________________。

5. 求解方程 $x-e^x=0$ 的弦截法公式为_____________________，Steffensen 公式为______________________________。

6. 若求解方程 $x^2=3$ 的迭代格式 $x_{k+1}=ax_k+\dfrac{b}{x_k}$ 在根 $\sqrt{3}$ 附近平方收敛，则 $a\times b =$_____________。

7. 求解常微分方程初值问题的两步 Euler 公式： $y_{n+2}=y_n+2hf\left(t_{n+1},y_{n+1}\right)$ 是

________阶相容的。

得　分	
评卷人	

二．(15 分) 对函数 $y=f(x)$，已知 $f(0)=2, f(1)=0, f(4)=6$：

(1) 试求过这 3 点的 Newton 插值多项式 $N_2(x)$，并写出其余项表达式；

(2) 如果还已知 $x=0$ 处的导数值 $f'(0)=1$，求三次插值多项式 $H_3(x)$。

得　分	
评卷人	

三．(6 分) 用最小二乘法求一个形如 $y=ax+b$ 的经验公式，使之与以下数据相拟合：

x	1	2	3	4
y	4	7	8	10

得　分	
评卷人	

四．(15 分) 应用 Romberg 算法计算定积分

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x}\,dx$$

的近似值，要求所得近似值精确到10^{-2}。

解答内容不得超过装订线

得　分	
评卷人	

五．(15 分) 对于线性方程组

$$\begin{cases} x_1+2x_2-2x_3=-1 \\ x_1+x_2+x_3=6 \\ 2x_1+2x_2+x_3=9 \end{cases},$$

(1) 分别写出其 Jacobi 迭代公式、Gauss-Seidel 迭代公式及基于 Gauss-Seidel 迭代

公式的 SOR 迭代公式 (取松弛因子$\omega = 0.8$)；

(2) 判断上述 Jacobi 迭代公式和 Gauss-Seidel 迭代公式的敛散性。

得　分	
评卷人	

六．(14 分) **(1)** 用 Newton 迭代法求方程$x^2 - x - 2 = 0$在 1.5 附近的实根的近似值，要求取初值$x_0 = 1.5$，计算精度满足$\left|x_{k+1} - x_k\right| \le \frac{1}{2} \times 10^{-2}$；

(2) 证明迭代格式 $x_{k+1} = \sqrt{2 + x_k}$ $(k = 0, 1, 2, \dots)$ 产生的数值解序列，对任意初值 $x_0 \geq 0$ 均收敛到 2 。

得　分	
评卷人	

七．(15 分) **(1)** 用改进 Euler 法求解初值问题

$$\begin{cases} y'(x) = y(x) - x \\ y(0) = 2 \end{cases},$$

取步长 $h=0.2$，试计算 $y(0.4)$ 的近似值；

(2) 确定解 $y'=f(x,y)$ 的公式

$$y_{n+1}=A(y_n+y_{n-1})+h(Bf_n+Cf_{n-1})$$

中的待定系数 A、B、C, 使公式具有 2 阶相容性, 并给出其局部截断误差和绝对稳定域。