

采用二阶锥规划和压缩感知的方向图综合算法*

鞠文哲, 夏克文[†], 牛文佳, 周巧
(河北工业大学 电子信息工程学院, 天津 300401)

摘要: 常规自适应方向图综合在求解最优权值向量时需经过复杂的广义矩阵求逆运算, 计算过程繁琐, 占用存储空间大。针对这一问题, 提出一种采用二阶锥规划与压缩感知理论的改进自适应方向图综合算法。改进的算法将传统算法中的误差性能函数通过数学变换转换成标准二阶锥规划形式快速求解, 同时应用压缩感知理论将大规模阵列权值稀疏化处理, 从而得到最优天线阵列权值向量并减少训练时间。仿真结果表明, 采用二阶锥规划与压缩感知的改进算法在大规模阵列天线方向图综合时求解速度快、运算精度高, 且在应用压缩感知后形成的方向图有较低旁瓣, 干扰方向零陷深, 接近满阵时的波束性能。

关键词: 自适应方向图综合; 二阶锥规划; 压缩感知; 大规模阵列天线; 阵列权值稀疏化

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2018)07-2015-03

doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2018.07.021

Pattern synthesis algorithm using second-order cone programming and compressed sensing theory

Ju Wenzhe, Xia Kewen[†], Niu Wenjia, Zhou Qiao
(School of Electronic & Information Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China)

Abstract: In order to solve some problems such as the generalized inverse of a complex matrix consumes a lot of memory space in the conventional adaptive pattern synthesis methods, this paper proposed an improved adaptive pattern synthesis algorithm based on second-order cone programming (SOCP) and compressed sensing (CS) theory. First, the improved algorithm converted the error performance function of traditional algorithm into a standard second-order cone programming. Then, it used the compressed sensing theory in large array weights sparse processing, so as to obtain the optimal weight vector of the antenna array. The simulation results show that the improved algorithm based on SOCP and CS has faster computing speed in large-scale array antenna pattern synthesis and high computing accuracy. And the obtained pattern has better performance, lowest side lobe level and the deepest nulling steering through the application of compressed sensing.

Key words: adaptive pattern synthesis; second-order cone programming; compressed sensing; large-scale array antenna; array weights sparse processing

0 引言

阵列天线方向图综合是指在给定期望方向图的情况下, 设计天线阵列的相关参数如阵元个数、阵元分布形式、阵元间距、各阵元激励的幅度和相位, 使得天线系统产生的方向图与所要求的方向图良好逼近^[1]。

目前方向图综合方法主要有两大类, 第一类主要是针对均匀直线阵列和平面阵列方向图综合问题的解析方法, 典型方法有 Dolph-Chebyshev 综合法和 Taylor 综合法等; 第二类是适应范围更广、精度更高的数值方法, 如各种自适应方向图综合方法^[2,3]、二次规划方向图综合方法^[4,5]等。其中, 自适应方向图可以随外界电磁环境的变化(包括信号方向以及干扰方向的变动)而调整, 使其保持最佳工作状态。常用的自适应方向图综合准则主要有最小均方误差准则(MMSE)、线性约束最小方差准则(LCMV)、最大似然准则(ML)、最小二乘准则(LS)等, 将这些准则与方向图综合基本方法结合, 产生了如最小均方算法(LMS)、递推最小二乘算法(RLS)等自适应综合方法^[6]。由于 LMS 算法实现简单且对信号统计特性变化具有稳定性, 其应用较广泛; 但是, 当输入信号的自相关矩阵的特征值分散时, LMS 算法收敛性变差^[7]。RLS 算法基于 LS 准则实现, 解决了 LMS 算法在输入信号较少时只能

对信号的长期输入特性进行估计的缺点, 其收敛性优于 LMS 算法, 且可以并行处理^[9], 但计算量增大, 占用内存比 LMS 算法多^[9,10]。为此, 需提出实用的改进方法。文献[11]提出一种求解阵元位置和激励的非迭代算法, 通过舍弃非主要奇异值来减少天线数, 再根据等价矩阵和广义特征值分解来得到稀疏阵列的实阵元位置; 但是, 其算法中复杂的 centro-Hermit 处理和酉变换有较高的时间和空间复杂度。在文献[12~14]中, 分别提出各自的采用凸优化(convex optimization)中的二次锥规划(SOCP)理论来解决天线综合中的问题, 将自适应方向图综合转换为二阶锥形式, 再用 MATLAB 的相关工具包如 CVX 或者 SeDuMi 进行求解^[15,16]。然而, 在这些使用 SOCP 算法的基础上, 仍可以通过采用一些策略, 使得在阵元个数较多时能更有效地减少方向图综合时间, 以及在综合出相同方向图效果的前提下, 尽可能地减少阵元个数, 提高设备的经济适用性。

为此, 本文在分析前述算法的基础上, 提出一种采用压缩感知理论的稀疏线阵方向图综合框架, 嵌入 SOCP 算法来综合方向图, 以加快处理速度, 提高方向图综合精度。在将阵元稀疏的情况下, 再采用正交匹配追踪算法(OMP)进行信号重构。最后, 综合出旁瓣电平较低, 在干扰方向能产生较深的零陷的方向图。

收稿日期: 2017-03-10; **修回日期:** 2017-04-26 **基金项目:** 河北省自然科学基金资助项目(E2016202341); 河北省高等学校科学技术研究资助项目(BJ2014013)

作者简介: 鞠文哲(1992-), 男, 江苏宿迁人, 硕士研究生, 主要研究方向为智能信息处理与智能天线; 夏克文(1965-), 男(通信作者), 教授, 博导, 博士, 主要研究方向为智能信息处理(kwxia@hebut.edu.cn); 牛文佳(1990-), 女, 博士研究生, 主要研究方向为智能信息处理; 周巧(1993-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为通信技术与算法研究。

1 阵列天线方向图综合模型分析

自适应方向图综合的算法模型如图 1 所示。

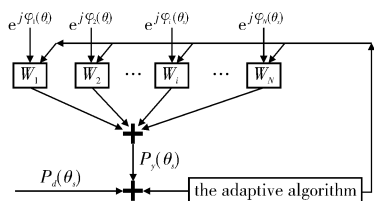


图 1 阵列天线自适应方向图综合算法模型

设阵列天线中的阵元具有相同的阵因子特性,暂不考虑阵元之间的互耦问题,入射信号为窄带信号,根据方向图相乘原理,阵列天线的阵列响应矢量可以表示为

$$\mathbf{V}(\theta) = [f_1(\theta)e^{j\varphi_1(\theta)}, \dots, f_N(\theta)e^{j\varphi_N(\theta)}]^T \quad (1)$$

其中: $f_i(\theta)$ 为第 i 个天线阵元的方向图; θ 为信号的到达角; $\varphi_i(\theta)$ 为由于空间传播而引起的相位延迟。

令 $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T \in \mathbb{C}^N$ 表示阵列的复加权向量,则方向 θ 处的阵列方向图或称为阵列响应为

$$P(\theta) = \sum_{i=1}^N w_i f_i(\theta) e^{j\varphi_i(\theta)} = \mathbf{w}^H \mathbf{V}(\theta) \quad (2)$$

当期望信号已知时,阵列输出与期望信号的均方误差可以估计为

$$e = \sum_{i=1}^N f_i(\theta_i) |P(\theta_i) - P_d(\theta_i)|^2 \quad (3)$$

从而,RLS 算法的误差性能函数为

$$\min \eta(i) |_{\mathbf{w}} = \min \sum_{i=1}^N \lambda^{N-i} |e(i)|^2 \quad (4)$$

最后,使用 RLS 算法递推求得最优权值向量 \mathbf{w} 的递推式:

$$\mathbf{w}(i) = \mathbf{w}(i-1) + \frac{\mathbf{R}_i^{-1}(i-1)\mathbf{v}(i)}{\lambda + \mathbf{v}^T(i)\mathbf{R}_i^{-1}(i-1)\mathbf{v}(i)} [\mathbf{P}_d(i) - \mathbf{v}^T(i)\mathbf{w}(i-1)] \quad (5)$$

由递推式可知,利用传统 RLS 自适应算法求解最优权值需要经过对自相关矩阵的求逆运算,当阵元数目较大时,这些运算求解速度会大大减缓。为了解决这一问题,考虑采用凸优化算法求解,从而避免复杂的矩阵求逆运算,提高求解速度。

2 方向图综合算法分析与改进

a) 为了降低求解阵列权值向量的复杂度,采用压缩感知方法将均匀直线阵列稀疏化为非均匀稀疏阵列。压缩感知理论指出:只要信号是可压缩的或在某个变换域是稀疏的,那么就可以用一个与变换基不相关的观测矩阵将变换所得高维信号投影到一个低维空间上,然后通过求解一个优化问题就可以从这些少量的投影中以高概率重构出原信号,可以证明这样的投影包含重构信号的足够信息^[17]。其主要内容包括信号的稀疏表示、测量矩阵的构造和重建算法三部分。在稀疏化的过程中,算法根据方向图综合的要求约束,决定均匀阵元上的某一阵元保留(正常激励)还是被稀疏掉(激励为 0)。

b) 在重构信号时采用正交匹配追踪算法,OMP 算法中的过完备字典可以由 $\Phi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_M]^T$ 中的 φ_i 构成,是使用 Gram-Schmidt 正交化处理后的模值归一化 N 维向量; φ_i 是该过完备字典中的原子。如果 \mathbf{x} 是 k 稀疏的,那么 \mathbf{x} 中最多有 k 个非零元素,则 \mathbf{y} 可以看成由 k 个原子的线性组合构成。经历多次的循环迭代匹配线性组合,在过完备字典中不断选择能跟原始信号达到最佳匹配的原子。其中,最佳匹配的原则是由残差值来确定,残差值在每次的循环迭代中都会更新,通过不断迭代,达到最小残差值或达到恢复要求,则迭代停止。再用选择出来的所有原子值进行线性组合来重构原始信号,改进算法模型如图 2 所示。

由于递推最小二乘算法中涉及到复杂的自相关矩阵和互相关矩阵的相乘等运算,且含有自相关矩阵的求逆运算,当自相关矩阵是非奇异矩阵时,要求解其广义逆矩阵,若阵列天线

的阵元个数较多时,将导致计算的时间复杂性和空间复杂性显著增加。此时,考虑将 RLS 算法中的误差性能函数转换成二阶锥规划的形式,避开自相关矩阵求逆的复杂过程,而采用二阶锥规划求解 \mathbf{w} 。

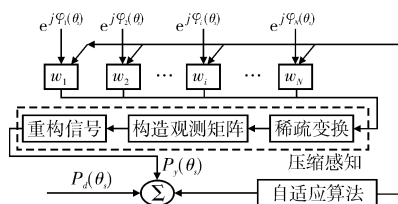


图 2 压缩感知理论框架方向图综合算法改进模型

二阶锥规划可以用来求解线性规划和凸二次规划等非光滑凸规划问题。其标准形式为

$$\begin{cases} \min \mathbf{c}^T \mathbf{x} \\ \text{s. t. } \|\mathbf{A}_i \mathbf{x} + \mathbf{b}\| \leq \mathbf{r}^T \mathbf{x} + d_i \quad i=1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (6)$$

具体方式是给 RLS 算法中的误差函数一个最大约束 ε , 在 $\eta < \varepsilon$ 的前提下加入约束主瓣方向、主瓣宽度、零陷方向等的约束条件,将其转换到 SOCP 的凸空间上,再用求解 SOCP 问题的方法求解最优权值,即自适应方向图综合问题建模为如下的最优化问题:

$$\begin{cases} \min \varepsilon \\ \text{s. t. } \mathbf{w}^T \mathbf{A}_i (\mathbf{w}^T \mathbf{A}_i)^H + 2\text{Re}\{\mathbf{w}^T \mathbf{B}_i\} + D_i \leq \varepsilon \quad i=1, \dots, N \end{cases} \quad (7)$$

综上所述,将 CS 理论与 SOCP 计算最优权值的算法结合起来,得到算法的流程如下:

a) 初始化,产生随机方向作为主瓣和零陷约束并据此产生阵列导向矢量矩阵 $\mathbf{V}_{N \times M}$, 零陷约束矩阵 $\mathbf{A}_{N \times M_0}$, 最大辐射方向阵列导向矢量 $\mathbf{B}_{N \times M_1}$ 。其中 N 是非稀疏矩阵的阵元个数; M 是离散化后的天线方向图辐射角度,与步长以及辐射范围有关; M_0 是要求的零陷个数,通常大于 1; M_1 是要求的最大辐射角度的角度个数,也即主瓣个数,通常为 1。对于一组输入样本 $\mathbf{V}(i)$ 和对应的期望输出 $\mathbf{P}(i)$,使用 OMP 算法估计信号稀疏度 k , 初始化残差 r_0 , 索引集 $\Lambda_0 = \emptyset$, 迭代次数 $i=1$, 初始化观测矩阵 $\Phi_0 = \emptyset$ 。

b) 通过求解最优化问题:

$$\lambda_{i1}, \dots, \lambda_{iN} = \{|\langle \mathbf{r}_{i-1}, \varphi_j \rangle| > \delta\} \quad (8)$$

求得第 i 次迭代的索引值集合 $\lambda_{i1}, \dots, \lambda_{iN}$, δ 为设定的选择原子集阈值。

c) 令 $\Lambda_i = \Lambda_{i-1} \cup \lambda_{i1}, \dots, \lambda_{iN}$ 为扩充索引矩阵, $\Phi_i = [\Phi_{i-1}, \lambda_{i1}, \dots, \lambda_{iN}]$ 为更新测量矩阵。

d) 求解一个 RLS 问题以得到更新后信号的估计值:

$$\mathbf{w}_i = \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{r}_0 - \Phi_i \mathbf{w}\|_2 \quad (9)$$

e) 计算第 i 次循环后的 r_i 。判断 i 是否小于 k 或者残差大于给定阈值,如果是,则 i 增加 1, 返回步骤 b) 继续迭代;否则退出迭代,同时输出原始信号的逼近恢复值。

提出的 CS-SOCP 算法流程如图 3 所示。

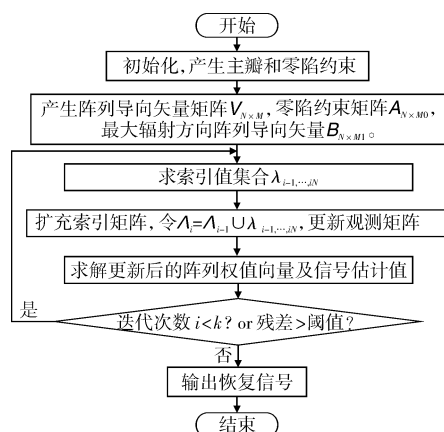


图 3 CS-SOCP 算法方向图综合流程

3 综合仿真结果与分析

为了验证算法的可行性和其相对于传统自适应算法的优势,下面进行仿真实验与分析。仿真系统环境为 MATLAB 2012a, CPU 频率为 2.9 GHz。仿真实验中,分别选取 16 阵元、128 阵元均匀直线阵列,阵元间距 $d = \lambda/2$,期望主瓣方向和零陷方向均由随机序列发生器产生,即方向随机;信噪比为 10 dB,干噪比为 20 dB,采样点数为 200。

图 4 中分别为三种算法对 16 阵元阵列天线方向图综合的仿真结果,即传统的 RLS、LMS 和改进算法。仿真产生的随机数经取整后作为要求产生主瓣和零陷的方向,主瓣方向是 10° ,零陷方向是 70° 。

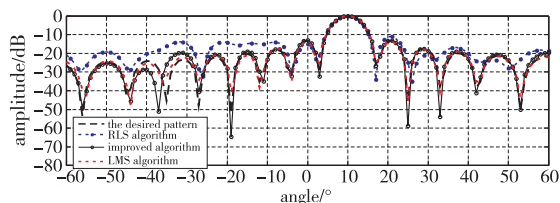


图 4 16 阵元均匀阵列综合结果

由 LMS 算法和 RLS 算法的比较可知,LMS 算法易于实现、性能稳定,但对非平稳信号的适应性差且收敛速度慢;RLS 算法具有较好的收敛性能和跟踪能力,收敛速度快、稳定性强,但计算量比 LMS 算法大,耗时长;改进算法综合出的方向图,在产生相同主瓣的情况下具有最低旁瓣电平和最深的零陷,表明应用改进算法的自适应方向图综合能够很好地逼近期望的方向图。

由图 5 所示算法的误差函数对比可知,LMS 算法综合误差较大;RLS 算法的误差比 LMS 算法的误差小且分布均匀;提出的 CS-SOCP 算法的误差最小。

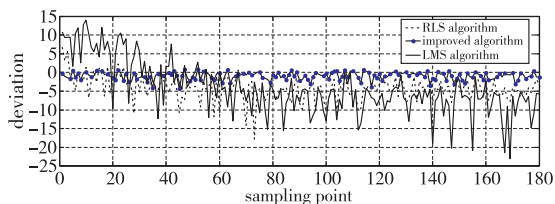


图 5 算法误差函数仿真对比

用压缩感知稀疏化后的天线阵列恢复的信号与原始信号的对比,如图 6 所示,信号可以完整重构。

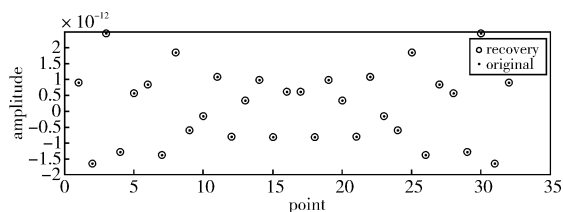


图 6 压缩恢复信号与原始信号对比

在图 7 中,进一步将未使用压缩感知的均匀线性阵列进行方向图综合的结果与采用 CS 的 SOCP 改进方法综合出的稀疏非均匀分布的方向图综合结果作对比。由对比可以看出,两者的方向图综合效果十分接近,而采用压缩感知的方法对于减少阵元数目、提高设备的经济性十分有意义。

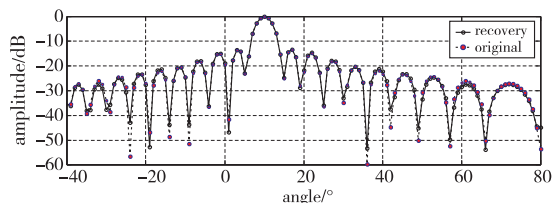


图 7 采用压缩感知方法前后的综合效果对比

由表 1 中应用压缩感知前后运算时间对比可知,使用压缩

感知对均匀直线阵列进行稀疏化处理后再进行方向图的自适应综合比仅用 SOCP 算法耗时少。

表 1 采用压缩感知理论前后算法综合时间比较

算法	16 元阵列天线方向图 综合运算时间	128 元阵列天线方向图 综合运算时间
RLS	791	6 074
SOCP	1 338	1 706
CS-SOCP	304	1 039

图 8 和 9 为对阵元个数增加的情况下选取 128 元均匀直线阵列,分别使用传统 RLS 算法和改进算法的综合效果对比。

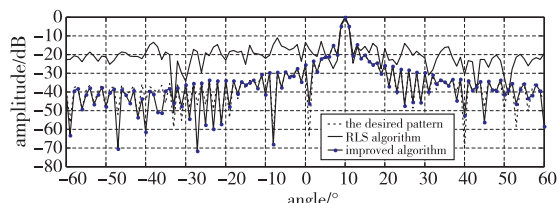


图 8 128 阵元阵列不同算法的方向图综合效果对比

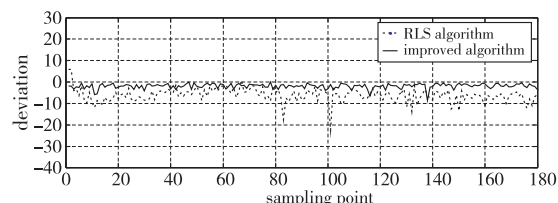


图 9 128 阵元阵列不同算法的误差函数仿真对比

由仿真结果可知,当需要综合的方向图所需阵元数目增多时,传统的算法的综合效果变差,而改进算法仍能较好地逼近期望方向图。

4 结束语

本文提出一种结合二阶锥规划和压缩感知理论的改进自适应阵列天线方向图综合算法,能有效解决传统算法对非平稳信号的适应性差且收敛速度慢的缺点和计算量大、占用计算空间大的缺点。

首先,使用 SOCP 算法求解最优权值,避开复杂的矩阵求逆运算,提高了综合速度;同时,又引入压缩感知理论对 SOCP 算法提出改进,先对阵元进行稀疏化处理,再根据构造出的观测矩阵,采用正交匹配追踪算法重构信号,不仅进一步提高算法计算速度,同时在综合出相同方向图的前提下,可以有效地减少阵元个数。仿真实验结果表明,在相同训练信号和信噪比的情况下,综合出的方向图的旁瓣更低,在干扰方向零陷更深;在阵元稀疏的情况下,用恢复的权值向量激励信号进行方向图综合,性能接近满阵时的方向图性能,可以产生更加符合要求的方向图。此外,采用该算法还可以实现在多个干扰方向产生零陷,满足更多参数约束下的方向图综合问题。

参考文献:

- [1] Liang Huanhui, Zhou Yuanping, Xie Ning, et al. A pattern synthesis algorithm based on adaptive array theory [C]//Proc of International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2005: 60-62.
- [2] Seong C M, Park D C. Study on pattern synthesis of conformal array using enhanced adaptive genetic algorithm [J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2015, 57(5): 592-600.
- [3] 石力,陈鑫,吴玮琦,等.基于自适应遗传算法的方向图综合[J].电波科学学报,2014,29(1):169-177.
- [4] 王绪存,周以国,王岩飞.基于二次规划的线性天线阵列和方向图及差方向图综合算法[J].北京交通大学学报:自然科学版,2015,39(2):117-121.
- [5] 郭晓玲.二次规划的线性锥规划表示及算法研究[D].北京:清华大学,2014.

(下转第 2029 页)

间占有率的增长速度最快, *pq*-Grams 次之。总之,本文提出的方法具有高效率、低存储的特征,具有良好的时空优势。

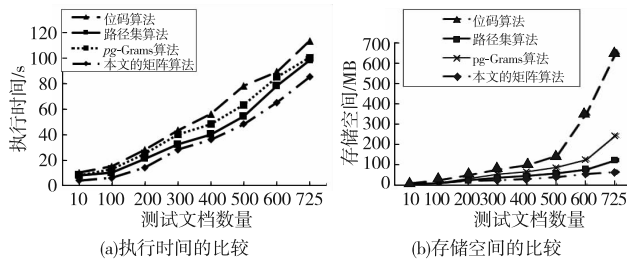


图10 执行时间和存储空间比较

为了进一步评估本文所提出方法的性能,这里使用了分类准确率去评估分类情况。表2给出了最终经过分类后的分类精度。从这些数据可以得出,本文提出的矩阵方法优于其他几种表示方法,它具有很高的分类精度,分类效果良好。

表2 分类准确率比较

类别	路径集	<i>pq</i> -Grams	位码方法	本文方法
C_1	89	95	92	99
C_2	100	100	100	100
C_3	90	95	91	98
C_4	92	96	94	98
C_5	97	99	98	100

4 结束语

本文提出了一种新的XML相似度检测算法,它使用下三角矩阵去存储XML文档的主干结构信息,这种表征方法使得XML文档间的相似度计算转换成了存储矩阵间的相似度比较。半结构化的XML文档转换成下三角矩阵的表示形式,不仅加快了计算的执行效率,而且也有利于相似度检测。实验结果表明,这种方法与其他几种算法相比较而言,有良好的时空效率。提取XML文档的主干结构信息有效地降低了存储矩阵的维数,另一方面,这种检测方法不仅考虑了结构相似性,同时也考虑了语义相似性。实验结果表明,此方法具有较高的分类准确率,分类效果良好。

参考文献:

- [1] Quin L. Extensible markup language (XML) [EB/OL]. (2016-10-11). <http://www.w3.org/XML/>.
- [2] Tekli J, Chbeir R, Yetongnon K. An overview on XML similarity: background, current trends and future directions[J]. *Computer Science Review*, 2009, 3(3): 151-173.
- [3] Augsten N, Bohlen M, Gamper J. Approximate matching of hierarchical data using *pq*-Grams[C]//Proc of the 31st International Conference on Very Large Data Bases. [S. l.]: VLDB Endowment, 2005: 301-312.
- [4] Wang Yunfeng, Du Qinsheng, Li Xiongfei, et al. A bit-code method in XML document structure similarity evaluation[J]. *Journal of Convergence Information Technology*, 2013, 8(6): 1077-1084.
- [5] Helmer S. Measuring and structural similarity of semi-structured documents using entropy[C]//Proc of the 33rd International Conference on Very Large Data Bases. [S. l.]: VLDB Endowment, 2007: 1022-1032.
- [6] Jeong B, Lee D, Cho H, et al. A novel method for measuring semantic similarity for XML schema matching[J]. *Expert Systems with Applications*, 2008, 34(3): 1651-1658.
- [7] Tekli J, Chbeir R, Yetongnon K. Structural similarity evaluation between XML documents and DTDs [C]//Proc of the 8th International Conference on Web Information Systems Engineering. Berlin: Springer-Verlag, 2007: 196-211.
- [8] Nagwani N K, Bhansali A. Clustering homogeneous XML documents using weighted similarities on XML attributes [C]//Proc of the 2nd International Advance Computing Conference. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2010: 369-372.
- [9] 杨建武. 基于核方法的XML文档自动分类[J]. *计算机学报*, 2011, 34(2): 353-359.
- [10] Wu Haitao, Tang Zhenmin. Automatic classification method for XML documents[J]. *International Journal of Digital Content Technology and Its Applications*, 2011, 5(12): 153-161.
- [11] Wu Jemma. A framework for learning comprehensible theories in XML document classification[J]. *IEEE Trans on Knowledge and Data Engineering*, 2011, 24(1): 1-14.
- [12] Hwang J H, Ryu K H. A weighted common structure based clustering technique for XML documents [J]. *Journal of Systems and Software*, 2010, 83(7): 1267-1274.
- [13] Costa G, Manco G, Ortale R, et al. Hierarchical clustering of XML documents focused on structural components[J]. *Data & Knowledge Engineering*, 2013, 84(1): 26-46.
- [14] Ye Chunming, Wang Zhen, Chen Si, et al. Internet traffic classification based on hosts behavior analysis[J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2014, 36(9): 2158-2165.
- [15] Xin Yefei, He Zhen, Cao Jinli. Effective pruning for XML structural match queries[J]. *Data & Knowledge Engineering*, 2010, 69(6): 640-659.
- [16] Nierman A, Jagadish H V. Evaluating structural similarity in XML documents[C]//Proc of International Workshop on the Web and Databases. 2002: 61-66.
- [17] Niagara. NIAGARA experimental data[EB/OL]. (2008-09-08). <http://www.cs.wisc.edu/niagara/data/>.
- [8] Patra S, Nandni N, Kumar A, et al. Study the behavioral change in adaptive beamforming of smart antenna array using LMS and RLS algorithms [J]. *International Journal of Engineering Trends & Technology*, 2014, 17(7): 310-314.
- [7] Hossain M S, Milford G N, Reed M C, et al. Robust efficient broadband antenna array pattern synthesis techniques [J]. *IEEE Trans on Antennas and Propagation*, 2014, 62(9): 4537-4546.
- [8] Constantin I, Lengellé R. Performance analysis of kernel adaptive filters based on LMS algorithm [J]. *Procedia Computer Science*, 2013, 20(2): 39-45.
- [9] Zakia I, Tjondronegoro S, Kurniawan A. Performance comparison of LMS and RLS adaptive array on high speed train delivered from high altitude platforms [C]// Proc of International Conference of Information and Communication Technology. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2013: 28-32.
- [10] Mishral V, Chaitanya G. Analysis of LMS, RLS and SMI algorithm on the basis of physical parameters for smart antenna [C]// Proc of Conference on IT in Business, Industry and Government. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2014: 1-4.
- [11] 沈海鸥, 王布宏, 刘新波. 基于酉变换—矩阵束的稀疏阵列方向图综合[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(10): 2667-2673.
- [12] 贾深惠, 赵拥军, 陈沛, 等. 基于二阶锥规划的共形阵列宽带方向图综合[J]. *信息工程大学学报*, 2016, 17(4): 437-442.
- [13] 卫旭芳, 吴催生, 姚长虹. 基于二阶锥优化的指定零陷宽度方向图综合研究[J]. *弹箭与制导学报*, 2015, 35(1): 169-172.
- [14] 黄超, 张剑云, 朱家兵. 基于二阶锥规划的相干信号深零陷自适应波束形成[J]. *电子信息对抗技术*, 2016, 31(5): 76-82.
- [15] CVX Research. CVX users' guide [EB/OL]. (2011-12-15) [2015-03-01]. <http://cvxr.com/cvx/doc>.
- [16] Sturm J F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones [J]. *Optimization Methods and Software*, 2008, 11(1): 625-653.
- [17] Zhao Xiaowen, Yang Qingshan, Zhang Yunhua. Compressed sensing approach for pattern synthesis of maximally sparse non-uniform linear array [J]. *IET Microwaves Antennas & Propagation*, 2014, 8(5): 301-307.

(上接第2017页)