# 不确定条件下航路点布局优化研究

严 伟,王 瑛,孟祥飞,张文倩,亓 尧 (空军工程大学 装备管理与安全工程学院,西安 710051)

摘 要: 航路网络(air route network, ARN)是支撑飞行器安全高效飞行的载体,是空中交通的基础。针对航路网络的运行成本和安全性相冲突问题,同时考虑到需求、天气和科技发展三类不确定因素影响,对航路点布局问题(crossing waypoints location problem, CWLP)建立了不确定条件下的多目标优化模型,求解时首先将模型中不确定变量进行期望值处理,将不确定问题确定化,再选取随机权重策略的粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法,根据决策者的偏好分配目标权重进行处理。最后以北京飞行情报区进行仿真对比,得到了平滑均匀的非支配解,实现了航路点的布局设计。并将优化后的网络与原始网络相比,数据显示在成本和冲突系数上分别有不同程度的改善。实验结果证明此方法能够给决策者提供多种优化方案,并为在不确定因素影响下设计航路网络提供一种思路。

关键词: 航路点布局; 不确定因素; 粒子群算法

中图分类号: TP183 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2018)08-2338-04 doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2018.08.024

# Optimization study of crossing waypoints location under uncertainty

Yan Wei, Wang Ying, Meng Xiangfei, Zhang Wenqian, Qi Yao (College of Equipment Management & Security Engineering, Air Force Engineering University, Xi' an 710051, China)

Abstract: The air route network (ARN), the basic of air traffic system, is the carrier of supporting secure and efficient flight of aircraft. In respond to the conflict of the operational cost and the security, and taking three kinds of uncertainty factors—the demand for services, the weather and the development of technology into account, this paper built the model of multi-objective optimization for crossing waypoints location problem (CWLP) under uncertainty. In the solution, first of all, it treated the uncertain variables and gained their expected values respectively, turning the uncertainty into certainty. Then, it adopted particle swarm optimization algorithm with random weight to solve the problem, and distributed the object weight reasonably according to the decision makers' preference for the objective function. Finally, it chose Beijing flight information region to simulate, obtaining the smooth and uniform non-dominated solution, and implemented the design of crossing waypoints location. In addition, comparing the optimized network with the original, the data shows that the cost and the conflict coefficient, respectively, can have different improvements. The experimental results indicate that the method can offer various solutions for the decision makers and provide an idea for air route network design under the effect of uncertain factors.

Key words: crossing waypoints location; uncertain factors; PSO algorithm

航路网络拓扑是由机场、航路点和航路段三大要素组成的空中交通网络,是交通运行的复杂基础设施系统。航路点是航路网络中连接各个机场(边界点)的空中航路之间形成的交叉点,其空间布局是影响航路网络结构性能的关键因素。航路点布局规划主要考虑以下两方面因素:a)航路网络交通运行的经济性;航路点的空间结构直接决定着航空器空中航迹的直线程度,从而影响了空中运行成本;b)航路网络交通运行的安全性;航路网络并非像真实道路一样是实际存在的,因此在网络上运行可能会出现因距离过近而导致的安全问题或安全隐患。航路点布局优化就是降低这种潜在风险,提高网络的安全系数。

航路点布局问题是在给定航路网络拓扑结构和初始航路点位置,满足相应约束条件的情况下,建立优化模型,动态调整航路点的空间位置,实现优化目标。国外关于航路网络研究较早,1973年,Siddiquee<sup>[1]</sup>给出了用于评价航路网络优化的一系列数学模型,如航路点的潜在冲突系数、航路容量、航路距离等,但其工作没有给出航路网络设计的具体方法。2000年,Mehadhebi<sup>[2]</sup>第一次提出了较为完整的航路网络设计与优化方法。通过量化管制约束和航线经济性,建立单目标无约束优化模型,实现了航路网络优化。2004年,Riviere等人<sup>[3]</sup>利用Floyd-Warshall 算法寻找城市对间的最短路径,利用模拟退火算法对航路网络进行优化。在国内,2011年,陈才龙<sup>[4]</sup>在航路

点规划中提出了基于介数引导的粒子群算法,在保证网络通畅的情况下实现飞行效率最大化。2013 年,辛正伟<sup>[5]</sup>将航路点冲突系数纳入到网络模型,作为约束条件,保证了网络运行的安全性。2015 年,公言会<sup>[6]</sup>利用元胞自动机模型进行航路网络规划,解决了网络规划中避让三区的问题。但是,以上学者在研究过程中多将流量和飞行速度等看做确定因素,忽视了现实中可能出现其他因素对其造成的影响,如服务需求、天气状况<sup>[7]</sup>、飞机体型和技术发展等。这使得目前设计的网络可能就仅仅适用于当前,忽视了流量网络的时变性。因此,本文在目前已有的航路网络基础上,考虑服务需求、天气、技术发展等不确定因素,建立以成本最低、冲突系数最小为目标不确定多目标优化模型,在保证安全性的同时考虑经济性。

## 1 航路点布局优化模型

#### 1.1 航路网络结构描述

根据现实网络,对模型作出如下假设:

a) 本文研究的是航路网络同一平面间的关系,因此,将航路网络视为二维平面,不考虑航路高度层问题。

b) 航路网络中各航段之间的飞行路径都是单一的,即不考虑一条航线的分流问题。

收稿日期: 2017-04-08; 修回日期: 2017-05-10

作者简介:严伟(1993-),男,江苏盐城人,硕士研究生,主要研究方向为系统工程(lgtgyjw@163.com);王瑛(1967-),女,教授,博导,主要研究方向为装备系统工程与管理决策;孟祥飞(1989-),男,河北邢台人,博士研究生,主要研究方向为系统工程;张文倩(1993-),女,山西临猗人,硕士研究生,主要研究方向为系统工程; 开尧(1990-),男,山东莱芜人,博士研究生,主要研究方向为系统工程.

c) 所有航空器均沿航路中心线直线飞行。

将航路网络表示为 N(V,E,Q,D), 其中: V 是所有航路节点的集合。 $V = \{A,W,B\}$ , 其中: A 代表机场点集合; W 代表航路点集合; B 代表边界点集合。由于边界点既产生流量也接收流量,本文将边界点视为机场点进行处理。设机场点和边界点数目为 m,航路点数目为 n。航路网络各个节点的二维坐标表示为:  $V = \{v_1,v_2,\cdots,v_m,\cdots,v_{m+n}\}$ 。其中,  $v_i = (x_i,y_i)^{\mathrm{T}}$ , $i=1,\cdots,m+n$ 。

E 是航路网络邻接矩阵, $E = (e_{ij})_{(m+n)\times(m+n)}$ ,如果航路点i 和j 相连接,则 $e_{ij} = 1$ ;否则, $e_{ij} = 0$ 。即 $e_{ij} = e_{ji} = \begin{cases} 1 & i \cap j \neq \emptyset \\ 0 & i \cap j = \emptyset \end{cases}$ ,当i = j时 $e_{ii} = 0$ 。

Q 是 航 路 网 络 节 点 间 的 流 量 分 布 矩 阵。  $Q = (q_{ij})_{(m+n)\times(m+n)}$ ,其中  $q_{ij}$ 为 $\langle i,j \rangle$  航段的流量;当  $e_{ij} = 0$  时  $q_{ij} = 0$ 。

D是航路网络节点间的距离矩阵。 $D = (d_{ij})_{(m+n)\times(m+n)}$ ,其中: $d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$ 且  $d_{ij} = d_{ji}$ 。当 i = j时, $d_{ij} = 0$ ;当  $e_{ii} = 0$ , $i \neq j$ 时, $d_{ij} = \infty$ 。

### 1.2 不确定理论基础

不确定理论是 Liu 教授<sup>[8]</sup>在 2004 年提出的。

**定义**1 不确定测度与不确定空间。如果  $\Gamma$  是个非空集合,L 为  $\Gamma$  的  $\sigma$  代数, $\Lambda$  为 L 中的一个元素,M 是从 L 到值[0,1]的集函数,如果 M满足:

- a)对于 $\Gamma$ ,有 $\mathcal{M}(\Gamma)=1$ ;
- b)对于 $\Lambda$ ,其不发生情况为 $\Lambda^c$ ,有 $\mathcal{M}(\Lambda)$ + $\mathcal{M}(\Lambda^c)$ =1;
- c)对于序列事件 $\{\Lambda_1, \Lambda_2, \cdots, \Lambda_n\}$ ,有  $\mathfrak{M}\{\sum_{i=1}^n \Lambda_i\} \leqslant \sum_{i=1}^n \mathfrak{M}(\Lambda_i)$ 。那么称  $\mathfrak{M}$ 为不确定测度; $(\Gamma, \mathcal{L}, \mathcal{M})$ 为一个不确定空间。

**定义** 2 不确定分布函数<sup>[9]</sup>。如果  $\xi$  是不确定变量,对于任意实数  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $\xi$  的不确定分布函数定义为

$$\Phi(x) = \mathcal{M} \{ \xi \leqslant x \} \tag{1}$$

定义 3 正则不确定分布。设不确定变量  $\xi$  的不确定分布为  $\Phi(x)$ ,如果不确定分布在集合 $\{0 < \Phi(x) < 1\}$  范畴内依 x 连续严格单调递增,且  $\lim_{x \to -\infty} \Phi(x) = 0$ ,  $\lim_{x \to +\infty} \Phi(x) = 1$ ,则称  $\Phi(x)$  为正则不确定分布, $\xi$  为正则不确定变量。常见的不确定分布形式包括:

a)线性不确定分布。如果不确定变量 $\xi$ 分布服从

$$\Phi(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{if } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{if } x \geq b \end{cases}$$
 (2)

则称不确定变量  $\xi$  服从线性不确定分布 L(a,b),其中 a,b 为 实数且 a < b。

b)之字形不确定分布。如果不确定变量 *ξ* 分布服从

$$\Phi(x) = \begin{cases}
0 & \text{if } x \leq a \\
\frac{x-a}{2(b-a)} & \text{if } a \leq x \leq b \\
\frac{x+c-2b}{2(c-b)} & \text{if } b \leq x \leq c \\
1 & \text{if } x \geq b
\end{cases} \tag{3}$$

那么称不确定变量  $\xi$  服从之字形不确定分布 Z(a,b,c),其中 a,b,c 为实数且 a < b < c。

定义 4 不确定逆分布<sup>[10]</sup>。当不确定变量  $\xi$  的分布函数为正则不确定分布  $\Phi(x)$  时,函数在集合  $\{0 < \Phi(x) < 1\}$  范畴内必然存在逆分布函数  $\Phi^{-1}(\alpha)$ ,此函数称为不确定变量  $\xi$  的不确定逆分布。

几种常见不确定分布函数的不确定逆分布为

a)线性不确定变量  $\mathcal{L}(a,b)$  的逆分布函数为

$$\Phi^{-1}(\alpha) = (1 - \alpha)a + \alpha b \tag{4}$$

b)之字形不确定变量 Z(a,b,c)的逆分布函数为

$$\Phi^{-1}(\alpha) = \begin{cases} (1-2\alpha)a + 2\alpha b & \text{if } \alpha < 0.5\\ (2-2\alpha)b + (2\alpha - 1)c & \text{if } \alpha \geqslant 0.5 \end{cases}$$
 (5)

# 1.3 航路点布局优化目标及约束条件

航路点布局优化设计的目标函数主要包括运行成本和安全系数 $^{[11-13]}$ 。航路网络运行成本 $(total\ airline\ cost,TAC)$ 主要

取决于飞行流量和航路长度。一般将飞行流量和此航段长度 的乘积作为运行成本。所以,此目标函数表示为

$$\min f_1 = \text{TAC} = \sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} q_{ij} \times d_{ij}$$
 (6)

其中: $q_i$ 是航路段 $\langle j,i \rangle$ 的飞行流量; $d_i$ 是航路段 $\langle j,i \rangle$ 的欧氏距离。

另一方面,航路网络安全系数主要通过航点总潜在冲突系数(total flight conflict coefficient, TFCC)来间接衡量。航路点处的潜在冲突系数是指当连接航路点的航段在两条或两条以上时,此航路点在单位时间内可能发生飞行冲突的次数。表示为

$$c_i = 2 \sum_{j=1}^{s} \sum_{k=j+1}^{s} \frac{q_{ji} \times q_{ki} \times S}{X \times \cos(\frac{\alpha_{jk}^i}{2})}$$
 (7

其中: $q_i$ 、 $q_i$ 分别是航路段 $\langle j,i \rangle \langle k,i \rangle$  的飞行流量;S 是规定水平管制间隔距离标准;X 是飞行器的飞行速度; $\alpha_i$  是航路段 $\langle j,i \rangle \langle k,i \rangle$  在航路点 i 处的夹角;s 是在航路点 i 处相交叉的航路数量。在航路网络中,航路点总潜在冲突系数越小,则网络的安全性越好。所以,此目标函数为

$$\min f_2 = \text{TFCC} = 2\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^s \sum_{k=j+1}^s \frac{q_{ji} \times q_{ki} \times S}{X \times \cos(\frac{\alpha_{jk}^i}{2})} \tag{8}$$

在航路网络规划设计中,不可能只考虑到目前的现状,仅以理想化的状态去建立模型。在航路网络运行中,飞行流量与服务需求、天气状况有很大关系,飞行速度也与天气和技术发展有关。这些不确定因素都需要通过对信息的收集、预测和评估。在本文中主要考虑服务需求、天气和技术发展三种不确定因素,将这三种不确定因素定义在不确定空间( $\Gamma$ , $\Gamma$ , $\Gamma$ , $\Gamma$ )上的不确定变量,记作 $\Gamma$ , $\Gamma$ , $\Gamma$ 0 十多。并邀请专家对此三种不确定变量进行估计,最终得出各具体的不确定分布。

首先考虑运行成本目标函数,其主要影响因素包括飞行流量和航路点间的距离。航路点的距离与本文的决策变量有关,为待优化变量。而飞行流量的分布变化与服务需求和天气状态有着密不可分的关系,当城市对飞行的服务需求增加时,必将带来飞行流量的增加,同时,对于天气状况,良好天气情况下,飞行航班次增加,流量增加;天气恶劣,会减少不必要的飞行,降低飞行流量。因此,将服务需求和天气状况的作用表现在成本目标函数中,则对于式(6)可修正为

$$\min f_1 = \text{TAC} = \xi_1 \sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} q_{ij} \times d_{ij} + \xi_2 / 2 \sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} q_{ij} \times d_{ij}$$
 (9)

再考虑潜在冲突系数目标函数,其影响因素包括飞行流量、飞行速度、水平管制间隔距离以及各航路点的夹角。其中,水平管制间隔距离较长时间内不考虑变化,航路点的夹角也与航路点位置有关,待优化变量,因此主要还是考虑速度变化。因为飞行器的飞行速度是不尽相同的,在不同的天气状况下,飞行速度势必受到不同程度的影响。并且,随着技术发展的推进,对于飞行器的速度变化也将逐步提升,尤其是体现在通用航空,飞行器的效率一直是人们所重视的。所以将服务需求、天气状况和技术发展的作用表现在航路网络潜在冲突系数中,则对于式(8)可修正为

$$\min f_2 = \text{TFCC} = (\xi_1^2 + \xi_2 - \xi_3/3) 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^s \sum_{k=j+1}^s \frac{q_{ji} \times q_{ki} \times S}{X \times \cos(\frac{\alpha_{jk}^i}{2})}$$
(10)

上述三种不确定因素是同时对航路点规划布局的两个目标函数产生影响。其中,服务需求和天气与两个决策目标是严格递增的关系,而技术发展情况与安全系数的决策目标是严格递减的关系。模型的约束条件主要包括航路点边界约束和航段不交叉约束。航路点布局规划是在已知初始航路网络拓扑结构的基础上对网络的局部优化调整,因此对航路点应有空域可用性约束,即航路点被规定在一定可用范围内变动。另外,在进行航路点调整后,新得到的航段不应该出现新的交叉点,即不生成新的航路点。此两种约束条件在模型中表示为

$$x_{\min}^{i} \leqslant x_{i} \leqslant x_{\max}^{i}, y_{\min}^{i} \leqslant y_{i} \leqslant y_{\max}^{i}, \langle a, b \rangle \cap \langle c, d \rangle = \emptyset \quad i = 1, \dots, n$$

$$(11)$$

其中: $x_{\min}^i$ 和  $y_{\min}^i$ 是航路点约束的最小变动边界值; $x_{\max}^i$ 和  $y_{\max}^i$ 是 航路点约束的最大变动边界值; $\langle a,b\rangle$  和 $\langle c,d\rangle$ 分别代表两条

新生成航段。

## 1.4 不确定条件下航路点布局优化模型

在已知初始航路网络 N(V,E,Q,D) 条件下,考虑服务需求、天气和技术发展三类不确定因素的影响下,对航路点位置进行调整使得航路网络能够在获得经济性的同时满足安全保证。因此,CWLP 模型可表示为

$$\begin{cases} \min \text{TAC} = \xi_1 \sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} q_{ij} \times d_{ij} + \ln(\xi_2) \sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} q_{ij} \times d_{ij} \\ \min \text{TFCC} = (\xi_1^2 + \xi_2 - \xi_3/3) 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{s} \sum_{k=j+1}^{s} \frac{q_{ji} \times q_{ki} \times S}{X \times \cos(\frac{\alpha_{jk}^i}{2})} \\ \text{subject to:} \\ x_{\min}^i \leq x_i \leq x_{\max}^i \\ y_{\min}^i \leq y_i \leq y_{\max}^i \\ \langle a, b \rangle \cap \langle c, d \rangle = \emptyset \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, n$$

$$(12)$$

# 2 不确定条件下航路点优化问题求解

CWLP 本身就是非线性、不可微的多目标优化问题,同时由于决策变量维度较高,复杂度大,经典的数学规划方法不容易解决。再结合考虑到多种不确定因素,如果直接对问题进行求解,可能不太现实,所以,首先需要对不确定变量进行处理,减少求解过程中的变量,降低难度。

#### 2.1 不确定变量处理

不确定多目标规划问题的求解方法最早是 2014 年由 Liu 和 Chen 提出来的。其求解思路是先将原问题转换为确定的多目标规划问题,再通过经典多目标规划方法将其转换为确定单目标规划问题,最后利用已知方法求解。

从不确定理论概念来讲,期望值是不确定变量的一种均值,代表着不确定变量的大小。因此,在不确定 CWLP中,本文首先对不确定变量的期望值进行求解,然后采用线性加权法对每个目标函数赋予权值,并求和,最终得到确定的单目标规划问题。最后利用随机权重策略的粒子群算法进行求解。

定义 5 不确定变量  $\xi$  的期望值定义 [14] 为

$$E[\xi] = \int_0^{+\infty} \mathcal{M}\{\xi \geqslant x\} \, \mathrm{d}x - \int_0^0 \mathcal{M}\{\xi \leqslant x\} \, \mathrm{d}x$$
 (13)

其中:两个积分函数至少有一个是有限的。

定理 1 如果不确定变量  $\xi$  存在正则不确定分布  $\Phi(x)$ , 如果期望值  $E[\xi]$  存在,那么不确定变量  $\xi$  的期望值可表示为

$$E[\xi] = \int_0^1 \Phi^{-1}(\alpha) \,\mathrm{d}\alpha \tag{14}$$

## 2.2 随机权重策略的粒子群算法

粒子群优化算法是一种基于群体智能的随机寻优算法<sup>[15]</sup>。粒子群算法在求解优化问题时,具有较好的寻优能力,特别是针对高维复杂问题,通过迭代寻优计算,能够迅速找到问题的最优解,但是基本粒子群算法容易陷入局部最优,导致误差结果较大,因此本文采用随机权重策略的粒子群算法,同时对学习因子采用同步变化的方式。

# 2.2.1 粒子群参数初始化

在粒子群算法中,假设存在一个 d 维的寻优空间,有 n 个粒子组成一个群体,粒子 i 在 d 维空间里的位置和速度都表示为一个矢量。PSO 算法首先在可行解空间里随机初始化粒子群,即得到粒子的初始位置和速度。

其基本参数为

- a) 粒子群是由 n 个粒子组成: $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ ;
- b) 第 i 个粒子位置表示为: $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{id})^T$ ;
- c) 第 i 个粒子的速度: $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{id})^T$ ;
- d) 个体的最优值: $P_i = (P_{i1}, P_{i2}, \dots, P_{id})^{\mathrm{T}}$ ;
- e)全局最优值: $P_{g} = (P_{g1}, P_{g2}, \cdots, P_{gd})^{\mathrm{T}};$

# 2.2.2 速度与位置更新

在每一次迭代中,评价各个粒子的目标函数,确定t时刻每个粒子经过的最优位置 $P_{\text{best}}$ 以及群体发现的最优位置 $g_{\text{best}}$ ,依此来更新各粒子的速度和位置。表示如下:

$$v_{ij}^{t+1} = \omega v_{ij}^{t} + c_{1} r_{1} [P_{ij} - x_{ij}^{t}] + c_{2} r_{2} [P_{gj} - x_{ij}^{t}]$$
 (15)

$$x_{ij}^{t+1} = x_{ij}^t + v_{ij}^{t+1} \quad j = 1, 2, \dots, d$$
 (16)

其中:ω 为惯性权重系数; $c_1$  和  $c_2$  为学习因子,非负; $r_1$  和  $r_2$  为 [0,1]均匀分布的随机数。

#### 2.2.3 随机权重和同步变化学习因子

随机选择权重因子 $\omega$ ,使得粒子的当前速度对未来速度的影响是随机的<sup>[16]</sup>。线性递减的 $\omega$ ,如果在算法初期未找到最优点,算法可能最终收敛不到最优点。而 $\omega$ 随机生成可避免这种局限。其计算公式如下:

$$\begin{cases} \omega = \mu + \sigma \times N(0,1) \\ \mu = \mu_{\min} + (\mu_{\max} - \mu_{\min}) \times \text{rand}(0,1) \end{cases}$$
 (17)

其中: $\mu_{\min}$ 和 $\mu_{\max}$ 表示为随机权重的最大值和最小值; $\sigma$  为随机权重的方差。

学习因子是指粒子的自我认知和社会认知对粒子运动轨迹的影响,一般  $c_1$  和  $c_2$  都取  $2^{[17]}$ ,设定为同步变化,主要指的是将学习因子  $c_1$  和  $c_2$  按照迭代次数 t 共同取值,其取值设定为[ $c_{\min}$ ,  $c_{\max}$ ],在第 t 次迭代时,学习因子取值公式为

$$c_1 = c_2 = \frac{c_{\text{max}} - c_{\text{min}}}{t_{\text{max}}} \times t \tag{18}$$

#### 2.2.4 算法步骤和流程图

粒子群算法的基本实施步骤如下:

- a) 初始化种群中各粒子的速度和位置,将各粒子的初始位置设为当前历史最优位置  $P_{\text{best}}$ ,取全局最优位置为  $g_{\text{best}}$ 。
- b) 计算每个粒子的适应度值  $f(x_i)$  ,将适应度值最好的粒子位置作为种群位置。
  - c)根据式(15)(16)更新每个粒子的速度和位置。
- d) 计算更新位置后粒子的新适应度值,将其与历史最好位置的适应度值 $f(x_{pbest})$ 进行比较,如果 $f(x_{inew}) < f(x_{pbest})$ ,则将当前位置作为 $P_{best}$ 。
- e)将每个粒子的适应度值与全局最优位置的适应度值  $f(x_{\text{abest}})$ 进行比较,如果  $f(x_{\text{inew}}) < f(x_{\text{abest}})$ ,则更新  $g_{\text{best}}$ 的值。
- f)检查终止条件,达到最大迭代次数或已获得较好的适应 度值则停止迭代,输出最优解;否则返回步骤 c)。

算法的基本流程如图1所示。

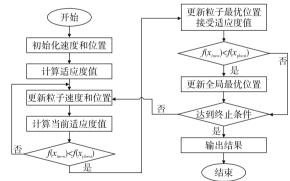


图1 粒子群算法流程

### 3 实例求解

为了便于实验处理,本文从北京飞行情报区内航路网络选取航段为例,包括有5个机场点、6个边界点和待优化的20个航路点。关于机场坐标、节点的连接关系以及飞行流量均是在民航总局资料文件中提取的真实数据。初始航路网络结构如图2所示。

在实例验证中,边界点视为机场点进行处理。基本参数设计如下:a)飞机航线飞行的平均速度 X 设为 800 km/h;b)雷达管制下的安全横向飞行间隔参数 S 为 20 km;c)每个航路点变动的上下边界为 100 km 和 – 100 km;d)假设航段 $\langle j,i \rangle$  和 $\langle k,i \rangle$ 

$$i$$
 在航路点  $i$  处的夹角为  $\alpha_{jk}^{i}$ , 经过计算, 模型中  $\cos\left(\frac{\alpha_{jk}^{i}}{2}\right)$  =

$$\sqrt{rac{1+\cos{lpha_{jk}^i}}{2}}$$
 ,  $\cos{lpha_{jk}^i}=rac{d_{ij}^2+d_{ik}^2-d_{jk}^2}{2 imes d_{ij} imes d_{ik}}\circ$ 

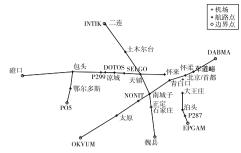


图2 北京飞行情报区航路网络

对影响航路网络运行成本和潜在冲突系数的三种不确定 因素,通过专家分析估计,并基于统计给出不确定分布,假定三 个不确定变量分别服从以下不确定分布:

$$\xi_1 \sim \mathcal{L}(1,8), \xi_2 \sim \mathcal{L}(2,5), \xi_3 \sim \mathcal{Z}(0.4,0.8,2)$$

分别记为 $\Phi_1(\alpha)$ 、 $\Phi_2(\alpha)$ 和 $\Phi_3(\alpha)$ 。此时,根据式(2)(3)可 得  $\xi_1$ 、 $\xi_2$  和  $\xi_3$  的具体不确定分布为

$$\Phi_{1}(\alpha) = \begin{cases}
0 & \alpha \leqslant 1 \\
\frac{(\alpha - 1)}{(8 - 1)} & 1 \leqslant \alpha \leqslant 8 \\
1 & \alpha \geqslant 8
\end{cases} \tag{19}$$

$$\Phi_{2}(\alpha) = \begin{cases}
0 & \alpha \leqslant 2 \\
\frac{(\alpha - 2)}{(5 - 2)} & 2 \leqslant \alpha \leqslant 5 \\
1 & \alpha \geqslant 5
\end{cases} \tag{20}$$

$$\Phi_{3}(\alpha) = \begin{cases}
\frac{(\alpha - 0.4)}{2(0.8 - 0.4)} & 0.4 \leq \alpha \leq 0.8 \\
\frac{(\alpha + 2 - 2 \times 0.8)}{2(2 - 0.8)} & 0.8 \leq \alpha \leq 2 \\
1 & \alpha \geq 2
\end{cases}$$
(21)

对于不确定变量  $\xi_1$ ,根据定义 4,可得其逆分布为

$$\Phi^{-1}(\alpha) = 1 + 7\alpha \tag{22}$$

则不确定变量 ξ 的期望值计算为

$$E(\xi_1) = \int_0^1 \Phi^{-1}(\alpha) d\alpha = \int_0^1 (1 + 7\alpha) d\alpha = 9/2$$
 (23)

同理可得  $E(\xi_2) = 7/2, E(\xi_3) = 1$ 。

那么可以计算出

$$E(f_1) = \left(E(\xi_1) + E(\frac{\xi_2}{2})\right) \int_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} q_{ij} \times d_{ij} = \frac{25}{4} \sum_{i=1}^{m+n} \sum_{j=1}^{m+n} q_{ij} \times d_{ij}$$
(24)

$$E(f_2) = \left(\frac{55}{2}\right) 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{s} \sum_{k=j+1}^{s} \frac{q_{ji} \times q_{ki} \times S}{X \times \cos\left(\frac{\alpha_{jk}^{i}}{2}\right)}$$
(25)

因此,最终得到的多目标优化模型为

$$\begin{cases} \min(E(f_1), E(f_2)) \\ \text{subject to:} \\ x_{\min}^i \leq x_i \leq x_{\max}^i \\ y_{\min}^i \leq y_i \leq y_{\max}^i \quad (i = 1, \dots, n) \\ \langle a, b \rangle \cap \langle c, d \rangle = \emptyset \end{cases}$$

$$(26)$$

CWLP 的决策变量是各个航路点的坐标位置,因此在编码 时将每个粒子设计为一个向量,其中包括所有航路点坐标。在 本文的实例中有20个待优化的航路点,首先将各航路点的经 纬度坐标转换为二维平面坐标,则每个粒子就是一个如图3所 示的 40 维向量,表示为

$$x_i = (x_{i1}, \dots, x_{i20}, y_{i1}, \dots, y_{i20})$$
 (27)

在算法基本参数中,设置种群粒子数为40,最大迭代次数 设置为500,学习因子取值设定为[1,2]。惯性权重最大值取 0.9,最小值取0.4。在确定多目标规划问题上,使用线性加权 法,将其转换为单目标规划问题。根据决策者的偏好,对目标 函数 TAC 赋予权重系数  $\lambda_1$ ,对目标函数 TFCC 的赋予权重系 数  $\lambda_2(\lambda_1 + \lambda_2 = 1)$ 。本文对  $\lambda_1$  采用线性递减的方式,共选取 30 个 Pareto 前沿点。

根据程序运行,最后得到的结果如图3所示。

在对目标函数分配不同权重下,所得到的结果不尽相同。 经济和安全是有冲突关系的两个目标,难以获得两个目标函数

同时的最优解,在成本降低的情况下带来的是潜在冲突系数的 增加;而要减少潜在冲突系数,就必须要牺牲一部分的经济性, 增加运行成本。反映在图 3 中,根据系数的变化,非支配解的 分布较为均匀和平滑,在前期对 TAC 系数  $\lambda$ , 取值较大时,相 应得到的 TAC 值会比较小, TFCC 值会较高; 而当 λ<sub>1</sub>逐渐递减 时,TAC 值会曲线增加,TFCC 值会慢慢变小。直到最后,由于 航路点变动空间的限制,如果极限追求安全性,会需要牺牲相 当大的比例的成本。所以,当决策者在不同的需求前提下,可 以通过对权重系数的权衡,获得不同的决策方案,增加航路点 布局设计的灵活性。

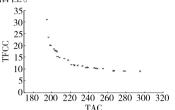


图3 不同权重下目标函数的非支配解

对于对航路点规划的不同方案权重的具体分析,为了更加 明显的数值对比,分别考虑侧重经济性、侧重安全性以及半经 济半安全的情况,因此本文选择了以下三种情况:

a) 
$$\lambda_1 = 0.8$$
,  $\lambda_2 = 0.2_{\circ}$   
b)  $\lambda_1 = 0.5$ ,  $\lambda_2 = 0.5_{\circ}$   
c)  $\lambda_1 = 0.2$ ,  $\lambda_2 = 0.8_{\circ}$ 

在基础参数定义不变的情况下,最后求解的结果如表 1 所示。

表 1 不同权重条件下得到的结果

不同权重情况	目标函数值		
$\lambda_1 = 0.2, \lambda_2 = 0.8$	TFCC = 7.933 5, TAC = 285.091 6		
$\lambda_1 = 0.5, \lambda_2 = 0.5$	TFCC = 10.526 7, TAC = 257.141 2		
$\lambda_1 = 0.8, \lambda_2 = 0.2$	TFCC = 17.736 1, TAC = 211.706 3		

结合图 3 及表 1 的数值也可以看出,在不同的权重系数 下,所得到的结果是不一样的。对于决策者的偏好不同,最后 得到的目标函数值是不一样的。并且三种情况下的值是 Pareto 有效的。当上层对 TAC 需要有较高要求时,则可适当放低 对 TFCC 的要求以实现;反之,亦然。

在不确定条件下,对航路点布局规划设计,考虑了需求、天 气和技术情况三类不确定因素对网络布局的影响。在经过上 述研究之后,选取  $\lambda_1 = 0.5$ ,  $\lambda_2 = 0.5$  的情况,对比分析网络设 计前后的性能指标。其结果如表2所示。

表 2  $\lambda_1 = 0.5, \lambda_2 = 0.5$  时航路网络性能指标

	网络结构	航路网络性能指标				
		航路网长度	TAC	TFCC	非直线系数	
	初始网络	2 929.357	204.786	32.943	1.054 1	
	不确定条件优化网络	3 468.816	257. 141	10.527	1.068 5	
	传统优化网络	3 151.443	212.908 3	17.2648	1.0610	

通过对比表2的数据,优化后的网络与初始网络在各个方 面有了较大差别。考虑到需求和天气对网络中流量的不确定 影响, 航路网络长度增加比较明显, 由此带来的影响是 TAC 增 加比例达到了25%,但是对比TFCC,改善程度十分高,一方面 是由于TAC的提高对TFCC的修正,另一部分是考虑到不确定 技术发展条件下,飞行器速度的提升,在较大幅度上减少了潜 在冲突系数,增加了安全性。

# 结束语

本文考虑航路网的运行成本和安全性,分析了不确定因素 对成本和安全所造成的影响,建立了不确定条件下航路网络中 航路点布局的多目标优化模型,并采用随机权重策略的粒子群 算法进行求解,得到了算法非支配解曲线。并且对于优化网 络,可根据决策者对目标函数的偏好,得到多种决策方案。但 是,由于本文案例中航路网络规模还较小,对空域中不确定因 素的分析还不够透彻,只是为不确定条件下大(下转第2350页)

# 4 实验与结果分析

下面用实验说明 EDZL 可调度性判定的执行效果。实验随机生成 100~000 个任务集。任务的生成规则为:任务的利用率  $U_i$  服从期望值为  $\sigma_u = u$  的指数分布,u 为任务的平均利用率;任务的周期  $T_i$  为区间[10,2000]上的随机分布;任务的最坏执行时间  $C_i = U_i \times T_i$ ;任务的截止期  $D_i$  为区间[ $C_i, T_i$ ]上的随机分布。任务集按以下过程生成:

- a)生成一个具有 m+1 个任务的任务集。
- b) 检查生成的任务集是否满足文献[12] 给出的可调度必要条件,如果不满足条件,转到步骤 a) 重新生成任务集;若满足条件,成为实验的任务集,如果满足实验需要的任务集个数,退出;否则,继续。
- c)在先前生成的任务集中增加一个新任务,形成新的任务集,转步骤b)进行判断。

在生成了 100 000 个任务集后,对本文描述的 EDZL 算法可调度性判定方法进行了测试,为了进行比较,同时对文献 [7,13]提供的方法进行了测试,其结果如图 4 所示。图中,横坐标表示任务集总利用率,纵坐标表示检测为可调度的任务集数量,按利用率 0.1% 间隔取任务集个数。

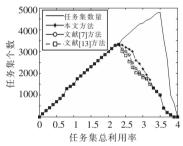


图 4  $\sigma_{u} = 0.3, m = 4$  的实验数据

如图 4 所示,在总利用率[0,2.2)区间生成的任务集,由于总利用率较低,条件宽松,本文方法能通过可调度判定的任务集,其他方法一般也能通过;在总利用率(3.4,4)区间生成的任务集,由于总利用率较高,条件苛刻,其他方法不能通过可调度判定的任务集,本文方法一般也不能通过。而在任务集总利用率[2.2,3.4]的区间中,按生成任务集总数计算,本文方法比较文献[7,13]的方法,通过可调度性判定的任务集分别平均提高了约9.6%和6.7%。由于在实际应用中,任务集总利用率成正态分布,总利用率出现在区间[2.2,3.4]的情况较多,所以,本文方法是一种较好的方法。

(上接第2341页)规模航路网络航路点的布局提供一种思路,同时对如何提高算法的计算效率和精度还有待进一步研究。所以,下一步工作将针对以上问题进行更深程度的研究。

### 参考文献:

- [1] Siddiquee M W. Mathematical aids in air route network design [C]// Proc of the 12th IEEE International Conference on Decisions and Control Including Symposium on Adaptive Processes. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1973: 651-654.
- [2] Mehadhebi K. A methodology for the design of a route network [C]// Proc of the 3rd Air Traffic Management R&D Seminar. 2000: 1-8.
- [3] Riviere T, Brisset P. Shortest path in planar graph and air route network [C]//Proc of the 4th Eurocontrol Innovative Research Workshop and Exhibition. 2005;1-10.
- [4] 陈才龙. 基于复杂网络的航路汇聚点布局优化方法研究[D]. 合肥:中国科学技术大学, 2011.
- [5] 辛正伟. 航路网络规划技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2013
- [6] 公言会. 航路网络规划技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2015.
- [7] 康金霞, 航路网络特征及其抗毁性研究[D]. 南京;南京航空航天 大学, 2016.
- [8] Liu Baoding. Uncertainty theory [M]. 1st ed. Berlin: Springer-Ver-

## 5 结束语

本文通过分析实时调度算法 EDZL 的需求上界,分析了带人作业和带出作业对处理器需求的影响。利用最大忙区间的概念,给出了一种基于需求的 EDZL 可调度性判定的方法。实验结果也表明,本文方法提高了通过可调度性判定的任务集数量。

### 参考文献:

- [1] Baker T P. Multiprocessor EDF and deadline monotonic schedulability analysis [C]//Proc of the 24th Real-Time Systems Symposium. Piscataway, NJ; IEEE Press, 2003; 120-129.
- [2] López J M, Diaz J L, Garcia D F. Utilization bounds for EDF scheduling on real-time multiprocessor systems [J]. Real-Time Systems, 2004,28(1):39-68.
- [3] Park M, Han S, Kim H, et al. Comparison of deadline-based scheduling algorithms for periodic real-time tasks on multiprocessor [J]. IE-ICE Trans on Information & System, 2005, E88-D(3):658-661.
- [4] Cho S, Lee S K, Ahn S, et al. Efficient real-time scheduling algorithms for multiprocessor systems [J]. IEICE Trans on Communications, 2002, E85-B(12):2859-2867.
- [5] Davis R I, Burns A. A survey of hard real-time scheduling for multiprocessor systems[J]. ACM Computing Surveys, 2011, 43(4):88-129.
- [6] Bertogna M, Cirinei M, Lipari G. Schedulability analysis of global scheduling algorithms on multiprocessor platforms [J]. IEEE Trans on Parallel and Distributed Systems, 2009, 20 (4):553-566.
- [7] Lee J, Shin I. EDZL Schedulability analysis in real-time multicore scheduling [J]. IEEE Trans on Software Engineering, 2013, 39 (7):910-916.
- [8] Lee J, Shin I. Demand-based schedulability analysis for real-time multi-core scheduling [J]. Journal of Systems and Software, 2014,89(7):99-108.
- [9] Sun Youcheng, Lipari G. Response time analysis with limited carry-in for global earliest deadline first scheduling [C]//Proc of IEEE Real-Time Systems Symposium. Piscataway, NJ: IEEE Press, 2015; 1-23.
- [10] Lee J. Time-reversibility of schedulability tests [C]//Proc of IEEE Real-Time Systems Symposium. Washington DC: IEEE Computer Society, 2014:294-303.
- [11] Baruah S. Techniques for multiprocessor global schedulability analysis
  [C] //Proc of the 28th IEEE International Real-Time Systems Symposium. Washington DC; IEEE Computer Society, 2007; 119-128.
- [12] Baker T P, Cirinei M. A necessary and sometimes suffcient condition for the feasibility of sets of sporadic hard-deadline tasks[C]//Proc of the 27th IEEE International Real-Time Systems Symposium. Piscataway, NJ; IEEE Press, 2006; 178-190.
- [13] 梁浩, 晏立. 实时调度 EDZL 算法的可调度性判定[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(2):60-61,152.
  - lag,2004.
- [9] Liu Baoding. Uncertainty theory [M]. 3rd ed. Berlin; Springer-Verlag, 2010
- [10] Liu Baoding. Uncertainty theory; a branch of mathematics for modeling human uncertainty [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2010.
- [11] Cai Kaiquan, Zhang Jun, Du Wenbo, et al. Analysis of the Chinese air route network as a complex network [J]. Chinese Physics B, 2012, 21(2):608-614.
- [12] Zhou Chi, Zhang Xuejun, Cai Kaiquan. Comprehensive learning multiobjective particle swarm optimizer for crossing waypoints location in air route network [J]. Chinese Journal of Electronics, 2011, 20(4): 533-538.
- [13] 蔡开泉. 大规模复杂航路网络运行优化及应用研究[D]. 北京: 北京航空航天大学,2013.
- [14] 兰冰玉. 不确定环境下的竞争性物流配送中心选址模型[D]. 上海:上海师范大学,2016.
- [15] 马国庆,李瑞峰,刘丽. 学习因子和时间因子随权重调整的粒子群算法[J]. 计算机应用研究, 2014, 31(11): 3291-3294.
- [16] 赵志刚,黄树运,王伟倩.基于随机惯性权重的简化粒子群优化算法[J].计算机应用研究,2014,31(2):361-363,391.
- [17] 张水平, 仲伟彪. 改进学习因子和约束因子的混合粒子群算法 [J]. 计算机应用研究, 2015, 32(12): 3626-3628, 3653.