# 基于批发价格事前和事后决策的 供应链合作促销策略研究\*

王永龙,蹇 明节

(西南交通大学 交通运输与物流学院,成都 610031)

摘 要:针对单一供应商和单一零售商组成的二级供应链系统,构建了批发价格事前和事后决策下的合作促销模型,探讨了批发价格事前和事后决策对合作促销的影响,并求得 Stackelber 主从博弈下的均衡合作促销策略。研究结果表明,在批发价格事前决策且零售商努力影响需求、或批发价格事后决策且供应商努力影响需求的情形下,合作促销均不是一个有效的激励策略;在批发价格事前决策且供应商努力影响需求的情形下,只有当促销努力成本共担系数小于一定的阈值时,合作促销才是一个有效的激励策略;在批发价格事后决策且零售商努力影响需求的情形下,合作促销始终是有效的激励策略。最后通过算例分析验证了上述结论的有效性。

关键词: 批发价格事前决策; 批发价格事后决策; 合作促销

中图分类号: F272 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2018)06-1686-05

doi:10.3969/j. issn. 1001-3695. 2018. 06. 019

# Research on supply chain cooperation promotion strategy based on wholesale price ex-ante and ex-post decision

Wang Yonglong, Jian Ming<sup>†</sup>

(School of Transportation & Logistics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract:** This paper considered a two echelon supply chain consisting of one supplier and one retailer. Through constructing the model of cooperative promotion under the wholesale price ex-ante and ex-post decision, it discussed the influence of wholesale price ex-ante and ex-post decision on cooperation promotion, and obtained the equilibrium cooperation promotion strategy under the stackelberg game. Research results show that; when wholesale price ex-ante decision and the retailer efforts to influence demand, or wholesale price ex-post decision and the supplier efforts to influence demand, only the condition that sales effort cost sharing coefficient is less than a certain threshold, cooperative promotion is an effective incentive strategy. When wholesale price ex-post decision and the retailer efforts to influence demand, cooperative promotion is always an effective incentive strategy. At last, it verified the validity of the conclusion by an example.

Key words: wholesale price ex-ante decision; wholesale price ex-post decision; cooperative promotion

# 0 引言

在实践中,一些企业向供应链下游批发商出售产品时的批发价格是固定的,即交易之前就决定了批发价格,本文称为事前(ex-ante)批发价格;而一些企业出售产品时的批发价格不是固定的,即交易之后再决定其批发价格,本文称为事后(expost)批发价格。比如,方便面供应商向零售店出售单位方便面的价格通常是固定的,因此批发价格契约在方便面等日常生活用品交易市场运用得比较广泛;而服装和汽车行业的批发价格往往与批发商的订货量等相关,一般情况下批发价格会随着订货量的增加而降低。本文基于上述背景,研究了考虑批发价格事前和事后决策下的供应链合作促销问题。

促销手段是许多企业用来凸显其产品与其他产品的区别, 以达到刺激需求的目的<sup>[1]</sup>。近年来,对于促销供应链问题的 研究成为了焦点。例如 Taylor<sup>[2]</sup> 研究了需求受销售努力影响时的供应链协调问题,发现单一的回购契约无法协调供应链,而合适的回扣和回购组合契约可以实现供应链协调及双赢的结果。He 等人<sup>[3]</sup> 在 Taylor 的基础上,考虑了需求受销售努力和零售价格影响时的协调问题,发现回购和惩罚组合契约能够协调供应链。张廷龙等人<sup>[4]</sup> 在 He 等人相似的背景下,考虑了固定价格和相机定价两种定价策略下的供应链协调问题。Krishnan 等人<sup>[5]</sup> 和侯玉梅等人<sup>[6]</sup> 指出回购—促销成本分担契约可协调促销的供应链。徐最等人<sup>[7]</sup> 提出了两种限制性回购契约,通过限制回购产品的数量来协调供应链。马利军等人<sup>[8]</sup> 和 He 等人<sup>[9]</sup> 进一步考虑了单供应商多个零售商组成的供应链系统,发现具有销售努力成本分摊的回购合约可实现供应链协调。何勇等人<sup>[10]</sup>、曲道钢等人<sup>[11]</sup> 及庞庆华等人<sup>[12]</sup> 均论证了收益共享契约无法协调供应链,从而设计了可协调供应

**收稿日期**: 2017-01-12; **修回日期**: 2017-02-27 **基金项目**: 2016 年度四川省学术和技术带头人培养支持经费资助项目;重庆市基础与前沿研究计划一般项目(cstc2013jcyjA0998);成都市科技计划项目(2015-RK00-00207-ZF)

作者简介:王永龙(1990-),男,四川宜宾人,博士研究生,主要研究方向为供应链管理;蹇明(1973-),男(通信作者),四川南充人,教授,博导,主要研究方向为供应链管理和物流系统优化等(jianming@swjtu.cn).

链的改进型收益共享契约。刘鹏飞<sup>[13]</sup>考虑需求与零售商努力水平满足相乘型时,提出了采用零售商承担供应商部分滞销成本,供应商分担零售商部分努力成本的协调方法。冯花平等人<sup>[14]</sup>在需求依赖于零售商促销投资水平的情形下,研究了制造商的生产成本和零售商的存货投资成本同时出现扰动时的应急协调问题。Pang等人<sup>[15]</sup>针对需求依赖于努力且需求存在扰动情形下,构建了能协调供应链的改进型收益共享契约。代建生等人<sup>[16]</sup>运用 CVaR 风险度量准则,构建了风险规避的零售商实施销售努力影响市场需求且允许二次订货下的报童模型。

以上文献除了文献[1,16]外,文献[2~15]均是研究需求受努力水平影响时的供应链协调问题。在现实生活中,许多企业均不是为了争取渠道协调,而更可能是最大努力地提高自己的预期利润<sup>[17]</sup>,这也是本文与文献[2~15]的一个主要差异。其次,与文献[2~15]区别还有:本文分别考虑了供应商和零售商投入促销努力的情形,同时分析了批发价格事前和事后决策对合作促销策略的影响。

#### 1 模型描述

考虑由一个供应商和一个零售商组成的二级供应链系统。供应商的单位产品生产成本为c,并将产出的产品以w的单位价格出售给零售商,零售商再将购买的产品以每单位p的零售价格销售到市场,从而需求得以实现。此外,供应商(零售商)的促销努力e可对市场需求产生影响,且销售努力成本为 $ke^2$ ,k为销售努力成本系数。参照文献[3,4],假设市场需求为

$$D = a - bp + \eta e \tag{1}$$

其中:a 为市场规模;b 为价格弹性系数; $\eta$  为促销努力效率。

在本文的模型中,假设供应商是主导者,零售商是追随者,并且两者均是风险中性的理性个体且所有信息都是共同知晓。

文章用下标 1、2 分别表示供应商和零售商促销努力影响需求的情形;上标 aC、aW、pC、pW 分别表示批发价格事前决策时的合作促销、批发价格事前决策时的非合作促销、价格事后决策时的合作促销、批发价格事后决策时的非合作促销; $\pi_R$  和 $\pi_s$  分别表示零售商和供应商的利润;"\*"表示最优值。

# 2 批发价格事前决策下的合作促销模型

针对供应商或零售商促销努力影响需求的情形,本章考虑

了批发价格事前决策下的供应链合作促销(促销努力成本共享策略)模型,即供应商在交易前就决定了批发价格。接下来对供应商主导的 Stackelberg 博弈进行分析,研究合作促销对供应链决策和利润的影响。

#### 2.1 供应商促销努力影响需求时的合作促销模型

在供应商促销努力影响需求时的合作促销策略下,假设供应商承担促销努力成本的比例为 $\lambda(0 \le \lambda < 1)$ ,零售商则共享余下 $(1-\lambda)$ 比例的成本。此时,零售商和供应商的利润分别为

$$\pi_{1R}^{aC} = (p - w)(a - bp + \eta e) - (1 - \lambda)ke^2$$
 (2)

$$\pi_{1S}^{aC} = (w - c) (a - bp + \eta e) - \lambda k e^{2}$$
 (3)

从式(2)可知, $\pi_{1R}^{aC}$ 关于 p 的一阶和二阶偏导数为  $\partial \pi_{1R}^{aC}/\partial p = a - 2bp + \eta e + wb$ , $\partial^2 \pi_{1R}^{aC}/\partial p^2 = -2b < 0$ 

故  $\pi_{1R}^{ac}$  是 p 的凹函数。由最优值的存在性条件,令  $\partial \pi_{1R}^{ac}/\partial p=0$  即可求出唯一最优的零售价格满足

$$p_1^{aC^*} = \frac{a + \eta e + wb}{2b} \tag{4}$$

将式(4)代入式(3)有

$$\pi_{1S}^{aC} = \frac{(w-c)(a+\eta e - wb)}{2} - \lambda ke^2$$
 (5)

从式(5)也容易求得 $\pi_{1s}^{ac}$ 是e的凹函数,存在唯一最优的 $e_1^{ac^*}$ 满足

$$\partial \pi_{1S}^{aC} / \partial e = \eta (w - c) / 2 - 2\lambda ke = 0$$
 (6)

求解式(6)有

$$e_1^{aC^*} = \frac{\eta(w-c)}{4\lambda k} \tag{7}$$

将式(7)代入式(4)有

$$p_{1}^{aC^{*}} = \frac{4\lambda k(a + bw) + \eta^{2}(w - c)}{8\lambda bk}$$
 (8)

再将式(7)(8)分别代入式(2)(3),有

$$\pi_{1R}^{aC^*} = \frac{\left[4\lambda k(a-bw) + \eta^2(w-c)\right]^2 - 4bk\eta^2(1-\lambda)(w-c)^2}{64b\lambda^2k^2}$$
(9)

$$\pi_{1S}^{aC^*} = \frac{(w-c) \left[ 8\lambda k(a-bw) + \eta^2(w-c) \right]}{16\lambda k}$$
 (10)

在供应商促销努力影响需求且批发价格事前决策时的非合作促销策略下,供应商需独自承担所有的促销努力成本。令  $\lambda=1$ 即可求出分散决策下的子博弈精练纳什均衡解 $(p_1^{aW^*},e_1^{aW^*})$ 及零售商和供应商的利润,如表1所示。

表 1 批发价格事前决策下的最优决策和利润汇总

		e	p	$oldsymbol{\pi}_R$	$oldsymbol{\pi}_S$
S	С	$\frac{\eta(w-c)}{4\lambda k}$	$\frac{4\lambda k(a+bw)+\eta^2(w-c)}{8\lambda bk}$	$\frac{\left[4\lambda k(a-bw)+\eta^2(w-c)\right]^2-4bk\eta^2(1-\lambda)(w-c)^2}{64b\lambda^2k^2}$	$\frac{(w-c) \left[ 8\lambda k(a-bw) + \eta^2(w-c) \right]}{16\lambda k}$
	W	$\frac{\eta(4ak-4bck)}{4k(8bk-\eta^2)}$	$\frac{6ak + 2bck - c\eta^2}{8bk - \eta^2}$	$\frac{b(2ak - 2bck)^2}{(8bk - \eta^2)^2}$	$\frac{(2ak-2bck)^2}{4k(8bk-\eta^2)}$
R	$\boldsymbol{c}$	$\frac{\eta(a-bw)}{4b\lambda k - \eta^2}$	$\frac{2a\lambda k + 2bw\lambda k - w\eta^2}{4b\lambda k - \eta^2}$	$\frac{\lambda k( a-bw )^2}{4b\lambda k - \eta^2}$	$\frac{2b\lambda k(w-c)(a-bw)}{4b\lambda k-\eta^2} - \frac{k\eta^2(1-\lambda)(a-bw)^2}{(4b\lambda k-\eta^2)^2}$
	W	$\frac{\eta(a-bw)}{4bk-\eta^2}$	$\frac{2ak + 2bwk - w\eta^2}{4bk - \eta^2}$	$\frac{k(a-bw)^2}{4bk-\eta^2}$	$\frac{2bk(w-c)(a-bw)}{4bk-\eta^2}$

注:S 和 R 分别表示供应商努力和零售商努力影响需求的情形;C 和 W 分别表示合作促销和非合作促销策略

证明 a) 从 
$$p_1^{aC^*} - p_1^{aW^*} = \frac{\eta^2 (1-\lambda)(w-c)}{8\lambda bk} > 0$$
,可知  $p_1^{aC^*} > p_1^{aW^*}$ ;从  $e_1^{aC^*} - e_1^{aW^*} = \frac{\eta(1-\lambda)(w-c)}{4\lambda k} > 0$ ,可知  $e_1^{aC^*} > e_1^{aW^*}$ 。
b ) 由于  $\pi_{1R}^{aC^*} - \pi_{1R}^{aW^*} = \frac{\eta^2 (1-\lambda)(w-c)[8\lambda k(a-bw) + \eta^2(w-c)(1+\lambda) - 4bk(w-c)]}{4\lambda k}$ ,

从而,当
$$\frac{(4bk-\eta^2)(w-c)}{8k(a-bw)+\eta^2(w-c)}$$
 <  $\lambda$  < 1 时,有  $\pi_{1R}^{aC^*} > \pi_{1R}^{aW^*}$ ;反之,当  $0 \le \lambda < \frac{(4bk-\eta^2)(w-c)}{8k(a-bw)+\eta^2(w-c)}$  时,有  $\pi_{1R}^{aC^*} < \pi_{1R}^{aW^*}$ 。证毕。

性质1说明了在供应商促销努力影响需求且批发价格事前决策的情形下,零售商共享供应商的促销努力成本可激励供应商促销努力水平和零售商零售价格的增加;相对于非合作促销策略而言,零售商共享供应商的促销努力成本可使得供应商受益,但对于零售商而言存在一个阈值,当零售商共享的促销努力成本比例小于此阈值时才能获益,否则利润将会受损。这也暗示了零售商共享供应商促销努力成本比例必须在一定范围时两者的利润才能获得 Pareto 改进,此时的合作促销策略才是一个有效的激励策略。

# 2.2 零售商促销努力影响需求时的合作促销模型

在零售商促销努力影响需求时的合作促销策略下,假设零售商承担促销努力成本的比例为 $\lambda(0 \le \lambda < 1)$ ,供应商则共享余下 $(1 - \lambda)$ 比例的成本。此时,零售商的决策变量为零售价格p和促销努力水平e。零售商和供应商的利润分别为

$$\pi_{2R}^{aC} = (p - w)(a - bp + \eta e) - \lambda ke^2$$
 (11)

$$\pi_{2S}^{aC} = (w - c) (a - bp + \eta e) - (1 - \lambda) ke^{2}$$
 (12)

 $\pi_{2R}^{aC}\pi_{1R}^{aC^*} < \pi_{1R}^{aW^*}$ 关于 p 和 e 的一阶偏导数分别为

$$\partial \pi_{2R}^{aC} / \partial p = a - 2bp + \eta e + bw = 0 \tag{13}$$

$$\partial \pi_{2R}^{aC} / \partial e = \eta (p - w) - 2\lambda ke = 0$$
 (14)

由于 $\partial^2 \pi_{2R}^{aC}/\partial p^2 = -2b < 0$ 

$$\begin{vmatrix} \partial^2 \pi_{2R}^{aC} / \partial p^2 & \partial^2 \pi_{2R}^{aC} / \partial p \partial e \\ \partial^2 \pi_{2R}^{aC} / \partial e \partial p & \partial^2 \pi_{2R}^{aC} / \partial e^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2b & \eta \\ \eta & -2\lambda k \end{vmatrix} = 4b\lambda k - \eta^2 > 0$$

所以当 $4b\lambda k > \eta^2$  时, $\pi_{2R}^{aC}$ 是p和e的联合凹函数,联立求解式(13)(14)即可得到最优的。

$$p_2^{aC^*} = \frac{2a\lambda k + 2bw\lambda k - w\eta^2}{4b\lambda k - \eta^2} \tag{15}$$

$$e_2^{aC^*} = \frac{\eta (a - bw)}{4b\lambda k - \eta^2}$$
 (16)

将式(15)和(16)分别代入式(11)和(12)得

$$\pi_{2R}^{aC^*} = \frac{\lambda k (a - bw)^2}{4b\lambda k - n^2} \tag{17}$$

$$\pi_{2S}^{aC^*} = \frac{2b\lambda k(w-c)(a-bw)}{4b\lambda k - \eta^2} - \frac{k\eta^2(1-\lambda)(a-bw)^2}{(4b\lambda k - \eta^2)^2}$$
(18)

令  $\lambda$  = 1 即可得到零售商促销努力影响需求且批发价格 事前决策时的非合作促销策略下的子博弈精练纳什均衡解  $(p_2^{aC^*}, e_2^{aC^*})$ ,以及零售商的利润  $\pi_{2R}^{aW^*}$  和供应商的利润  $\pi_{2S}^{aW^*}$ ,如表 1 所示。

性质 2 当  $4b\lambda k > \eta^2$  时, 在零售商促销努力影响需求且 批发价格事前决策的情形下: a)  $p_2^{aC^*} > p_2^{aW^*}$  和  $e_2^{aC^*} > e_2^{aW^*}$ ; b)  $\pi_{2R}^{aC^*} > \pi_{2R}^{aW^*}$  和  $\pi_{2S}^{aC^*} < \pi_{2S}^{aW^*}$ 。

证明 a)由于所有决策变量和利润均需为正,则有  $4b\lambda k - \eta^2 > 0$  和 a - bw > 0,从而 $\frac{\partial p^{c^*}}{\partial \lambda} = -\frac{2k\eta^2(a - bw)}{(4b\lambda k - \eta^2)^2} < 0$  和  $\frac{\partial e^{c^*}}{\partial \lambda} = -\frac{4bk\eta(a - bw)}{(4b\lambda k - \eta^2)^2} < 0$ ,所以  $p^{c^*}$  和  $e^{c^*}$  均是关于  $\lambda$  的递减函数,有  $p^{c^*} > p^{w^*}$  和  $e^{c^*} > e^{w^*}$ ;

b)由于
$$\frac{\partial \pi_R^{c^*}}{\partial \lambda} = -\frac{k\eta^2(a-bw)^2}{(4b\lambda k - \eta^2)^2} < 0$$
,从而  $\pi_R^{c^*}$  是关于  $\lambda$  的

递 减 函 数, 所 以 
$$\pi_R^{c^*}$$
 >  $\pi_R^{v^*}$ ;  $\frac{\partial \pi_S^{c^*}}{\partial \lambda}$  =

$$\frac{k\eta^{2}(a-bw)\left[\left.(4bk\lambda-\eta^{2}\right)\left(a-3bw+2bc\right)+8bk(1-\lambda)\left(a-bw\right)\right.\right]}{\left.(4b\lambda k-\eta^{2}\right)^{3}}>$$

0,从而  $\pi_s^{c^*}$  是关于  $\lambda$  的递增函数,因此  $\pi_s^{c^*} < \pi_s^{w^*}$ 。证毕。

性质 2 说明了在零售商促销努力影响需求且批发价格事前决策的情形下,相对于非合作促销而言,供应商共享零售商的促销努力成本可激励零售商促销努力和零售价格的增加;供应商共享零售商的促销努力成本可使得零售商的利润增加,但供应商的利润会因此而受损。这意味着合作促销策略对于供应商而言不是一个有效的激励策略。

# 3 批发价格事后决策下的合作促销模型

批发价格事后决策与事前决策是有区别的,事后决策是指 供应商的批发价格是根据零售商的决策而决策的。接下来在 批发价格事后决策的情形下,考虑供应商或零售商促销努力影响需求时合作促销对决策和利润的影响。

# 3.1 供应商促销努力影响需求时的合作促销模型

从2.1节式(5)和(9)可知供应商和零售商的利润分别为

$$\pi_{1S}^{pC} = \frac{(w-c)(a+\eta e - wb)}{2} - \lambda ke^2$$
 (19)

$$\pi_{1R}^{pC} = \frac{\left[4\lambda k(a-bw) + \eta^{2}(w-c)\right]^{2} - 4bk\eta^{2}(1-\lambda)(w-c)^{2}}{64b\lambda^{2}k^{2}} (20)$$

 $\pi_{1S}^{pC}$ 关于 e 和 w 的一阶偏导数为

$$\partial \pi_{1S}^{pC} / \partial w = a + \eta e - 2wb + bc = 0 \tag{21}$$

$$\partial \pi_{1S}^{pC} / \partial e = \eta (w - c) - 2\lambda ke = 0$$
 (22)

$$\begin{vmatrix} \partial^2 \pi_{1S}^{pC} / \partial w^2 & \partial^2 \pi_{1S}^{pC} / \partial w \partial e \\ \partial^2 \pi_{1S}^{pC} / \partial e \partial w & \partial^2 \pi_{1S}^{pC} / \partial e^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2b & \eta \\ \eta & -2\lambda k \end{vmatrix} = 4b\lambda k - \eta^2 > 0$$

所以当  $4b\lambda k > \eta^2$  时, $\pi_{1S}^{pc}$ 是 e 和 w 的联合凹函数,联立求解式 (21)和(22)可得唯一最优的  $e_1^{pc^*}$  和  $w_1^{pc^*}$  满足

$$e_1^{pC^*} = \frac{\eta (4a\lambda k - 4bc\lambda k)}{4\lambda k (8b\lambda k - \eta^2)}$$
 (23)

$$w_1^{pC^*} = \frac{4a\lambda k + 4bc\lambda k - c\eta^2}{8b\lambda k - \eta^2}$$
 (24)

将式(23)和(24)分别代入式(4)(19)和(20)得

$$p_1^p c^* = \frac{6a\lambda k + 2bc\lambda k - c\eta^2}{8b\lambda k - \eta^2}$$
 (25)

$$\pi_{1R}^{pC^*} = \frac{\left[4kb\lambda^2 - \eta^2 (1 - \lambda)\right] (2ak - 2bck)^2}{4\lambda^2 k (8bk - \eta^2)^2}$$
 (26)

$$\pi_{1S}^{pC^*} = \frac{(2a\lambda k - 2bc\lambda k)^2}{4\lambda k (8b\lambda k - n^2)}$$
 (27)

令  $\lambda = 1$  即可得到供应商促销努力影响需求且批发价格 事后决策时的非合作促销策略下的子博弈精练纳什均衡解  $(p_1^{pW^*}, e_1^{pW^*}, w_1^{pW^*})$ ,以及零售商的利润  $\pi_{1R}^{pC^*}$  和供应商的利润  $\pi_{1S}^{pC^*}$ ,如表 2 所示。

性质 3 当  $4b\lambda k > \eta^2$  时,在供应商促销努力影响需求且 批发价格事后决策的情形下: a)  $p_1^{pC^*} > p_1^{pW^*}$ 、 $e_1^{pC^*} > e_1^{pW^*}$  和  $w_1^{pC^*} > w_{1R}^{pW^*}$ ; b)  $\pi_{1R}^{pC^*} < \pi_{1R}^{pW^*}$  和  $\pi_{1S}^{pC^*} > \pi_{1S}^{pW^*}$ 。 证明 a)由于所有的决策变量和利润均需为正,则有

$$8b\lambda k-\eta^2>0$$
 和  $a-bc>0$ ,从而  $\frac{\partial w_1^{pc^*}}{\partial \lambda}=-\frac{4k\eta^2\left(a-bc\right)}{\left(8b\lambda k-\eta^2\right)^2}<0$ ,

$$\frac{\partial e_{1}^{\rho C^{*}}}{\partial \lambda} = -\frac{8kb\eta\left(\left(a-bc\right)\right)}{\left(\left(8b\lambda k - \eta^{2}\right)\right)^{2}} < 0\,, \\ \frac{\partial p_{1}^{\rho C^{*}}}{\partial \lambda} = -\frac{6k\eta^{2}\left(\left(a-bc\right)\right)}{\left(\left(8b\lambda k - \eta^{2}\right)\right)^{2}} < 0\,, \quad \text{FT U.}$$

 $w_1^{pC^*}$ 、 $e_1^{pC^*}$  和  $p_1^{pC^*}$  均是关于  $\lambda$  的递减函数,故  $w_1^{pC^*} > w_1^{pW^*}$ , $e_1^{pC^*} > e_1^{pW^*}$  和  $p_1^{pC^*} > p_1^{pW^*}$ 。

b) 从 
$$\pi_{1S}^{pC^*}$$
  $\pi_{1S}^{pW^*}$   $=$   $\frac{\eta^2 (1-\lambda) (2ak-2bck)^2}{4k(8b\lambda k-\eta^2)(8bk-\eta^2)} > 0$ ,可 知

$$\begin{split} & \pi_{1S}^{pC^*} > \pi_{1S}^{pW^*} ; \text{从} \ \pi_{1R}^{pC^*} - \pi_{1R}^{pW^*} = \frac{-\eta^2 \left(1 - \lambda\right) \left(2ak - 2bck\right)^2}{4\lambda^2 k (8bk - \eta^2)^2} < 0\,, \\ & \text{可知} \ \pi_{1R}^{pC^*} < \pi_{1R}^{pW^*} \ \text{。证毕} \,. \end{split}$$

性质 3 说明了在供应商促销努力影响需求且批发价格事后决策的情形下,相对于非合作促销而言:零售商共享供应商的促销努力成本可激励供应商促销努力水平和批发价格及零售商零售价格的增加;零售商共享供应商的促销努力成本可使得供应商获益,但零售商的利润会因此而受损,从而合作促销策略不可行。

表 2 批发价格事后决策下的最优决策和利润汇总

		e	p	w	$oldsymbol{\pi}_{\scriptscriptstyle R}$	$oldsymbol{\pi}_{\scriptscriptstyle S}$
S	С	$\frac{\eta(4a\lambda k - 4bc\lambda k)}{4\lambda k(8b\lambda k - \eta^2)}$	$\frac{6a\lambda k + 2bc\lambda k - c\eta^2}{8b\lambda k - \eta^2}$	$\frac{4a\lambda k + 4bc\lambda k - c\eta^2}{8b\lambda k - \eta^2}$	$\frac{\left[4kb\lambda^2 - \eta^2(1-\lambda)\right](2ak-2bck)^2}{4\lambda^2k(8bk-\eta^2)^2}$	$\frac{\left(2a\lambda k - 2bc\lambda k\right)^2}{4\lambda k\left(8b\lambda k - \eta^2\right)}$
	W	$\frac{\eta(4ak - 4bck)}{4k(8bk - \eta^2)}$	$\frac{6ak + 2bck - c\eta^2}{8bk - \eta^2}$	$\frac{4ak + 4bck - c\eta^2}{8bk - \eta^2}$	$\frac{b\left(2ak-2bck\right)^{2}}{\left(8bk-\boldsymbol{\eta}^{2}\right)^{2}}$	$\frac{(2ak - 2bck)^2}{4k(8bk - \eta^2)}$
R	C	$\frac{\eta(a-bw)}{4b\lambda k - \eta^2}$	$\frac{2a\lambda k + 2bw\lambda k - w\eta^2}{4b\lambda k - \eta^2}$	$\frac{\lambda (a+bc) (4b\lambda k - \eta^2) + a\eta^2 (1-\lambda)}{b[2\lambda (4b\lambda k - \eta^2) - \eta^2 (1-\lambda)]}$	$\frac{\lambda k (a - bw)^2}{4b\lambda k - \eta^2}$	$\frac{2b\lambda k(w-c)(a-bw)}{4b\lambda k-\eta^2} - \frac{k\eta^2(1-\lambda)(a-bw)^2}{(4b\lambda k-\eta^2)^2}$
	W	$\frac{\eta(a-bw)}{4bk-\eta^2}$	$\frac{2ak + 2bwk - w\eta^2}{4bk - \eta^2}$	$\frac{(a+bc)(4bk-\eta^2)}{2b(4bk-\eta^2)}$	$\frac{k(a-bw)^2}{4bk-\eta^2}$	$\frac{2bk(w-c)(a-bw)}{4bk-\eta^2}$

注:S 和 R 分别表示供应商努力和零售商努力的情形;C 和 W 分别表示合作促销和非合作促销

# 3.2 零售商促销努力影响需求时的合作促销模型

从 2.2 节的式(17)和(18)可知零售商和供应商的利润分别为

$$\pi_{2R}^{pC^*} = \frac{\lambda k (a - bw)^2}{4b\lambda k - \eta^2}$$
 (28)

$$\pi_{2S}^{pC^*} = \frac{2b\lambda k(w-c)(a-bw)}{4b\lambda k - \eta^2} - \frac{k\eta^2(1-\lambda)(a-bw)^2}{(4b\lambda k - \eta^2)^2}$$
(29)

 $\pi_{28}^{pC*}$  关于 w 一阶和二阶偏导数分别为

$$\frac{\partial \pi_{2S}^{pC^*}}{\partial w} = \frac{2b\lambda k(a + bc - 2bw)}{4b\lambda k - \eta^2} + \frac{2bk\eta^2(1 - \lambda)(a - bw)}{(4b\lambda k - \eta^2)^2} = 0$$
 (30)  
$$\frac{\partial^2 \pi_{2S}^{pC^*}}{\partial w^2} = -\frac{4b^2\lambda k}{4b\lambda k - \eta^2} - \frac{2b^2k\eta^2(1 - \lambda)}{(4b\lambda k - \eta^2)^2} < 0$$

因此  $\pi_{2S}^{pC^*}$  是 w 的凹函数,求解式(30)即可得到唯一最优的  $w_2^{pC^*}$  满足

$$w_{2}^{pC^{*}} = \frac{\lambda (a + bc) (4b\lambda k - \eta^{2}) + a\eta^{2} (1 - \lambda)}{b[2\lambda (4b\lambda k - \eta^{2}) - \eta^{2} (1 - \lambda)]}$$
(31)

将式(31)分别代入式(15)和(16)有

$$p_2^{pC^*} = \frac{2a\lambda k + 2bw\lambda k - w\eta^2}{4b\lambda k - \eta^2}$$
 (32)

$$e_2^{pC^*} = \frac{\eta (a - bw)}{4b\lambda k - \eta^2}$$
 (33)

将式(31)~(33)分别代入式(28)和(29)可得

$$\pi_R^{C^*} = \frac{\lambda k (a - bw)^2}{4b\lambda k - \eta^2} \tag{34}$$

$$\pi_{S}^{c^{*}} = \frac{2b\lambda k(w-c)(a-bw)}{4b\lambda k - \eta^{2}} - \frac{k\eta^{2}(1-\lambda)(a-bw)^{2}}{(4b\lambda k - \eta^{2})^{2}}$$
(35)

令  $\lambda = 1$  即可得到零售商促销努力影响需求且批发价格 事后决策时的非合作促销策略下的子博弈精练纳什均衡解  $(p_2^{pW^*}, e_2^{pW^*}, w_2^{pW^*})$ ,以及零售商的利润  $\pi_{2R}^{pW^*}$  和供应商的利润  $\pi_{2S}^{pW^*}$  ,如表 2 所示。

性质 4 当  $4b\lambda k > \eta^2$  时,在零售商促销努力影响需求且批发价格事后决策的情形下;a)  $p_2^{pC^*} > p_2^{pW^*}$  、 $e_2^{pC^*} > e_2^{pW^*}$  和  $w_2^{pC^*} > w_{2R}^{pW^*}$  ;b)  $\pi_{2R}^{pC^*} > \pi_{2R}^{pW^*}$  和  $\pi_{2S}^{pC^*} > \pi_{2S}^{pW^*}$  。

**证明** 由于所有的决策变量和利润均需为正,则有 a -

 $bw > 0 \ 4bk - \eta^2 > 0$  和  $2\lambda (4b\lambda k - \eta^2) - \eta^2 (1 - \lambda) > 0$ ,从而可以证得

$$\begin{split} w_2^{pC^*} - w_2^{pW^*} &= \frac{\eta^2 (1 - \lambda) \left(3a + bc\right)}{2b \left[2\lambda \left(4b\lambda k - \eta^2\right) - \eta^2 (1 - \lambda)\right]} > 0 \\ e_2^{pC^*} - e_2^{pW^*} &= \frac{\eta^3 \left(a - bc\right) \left(1 - \lambda\right)}{2\left(4bk - \eta^2\right) \left[2\lambda \left(4b\lambda k - \eta^2\right) - \eta^2 \left(1 - \lambda\right)\right]} > 0 \\ p_2^{pC^*} - p_2^{pW^*} &= \\ \frac{2\lambda \left(4bk - \eta^2\right) \left(4b\lambda k - \eta^2\right) \left[4ab\lambda k + \left(2b\lambda k - \eta^2\right) \left(a + bc\right)\right] - a\eta^4 \left(1 - \lambda\right)}{2b \left(4b\lambda k - \eta^2\right) \left[2\lambda \left(4b\lambda k - \eta^2\right) - \eta^2 \left(1 - \lambda\right)\right]} - \\ \frac{\left[4abk + \left(2bk - \eta^2\right) \left(a + bc\right)\right] \left(4b\lambda k - \eta^2\right) \left[2\lambda \left(4b\lambda k - \eta^2\right) - \eta^2 \left(1 - \lambda\right)\right]}{2b \left(4b\lambda k - \eta^2\right) \left[2\lambda \left(4b\lambda k - \eta^2\right) - \eta^2 \left(1 - \lambda\right)\right]} > \\ \frac{\eta^2 \left(1 - \lambda\right) \left(4bk - \eta^2\right) \left[2a \left(2bk - 1\right) + \left(2bk - \eta^2\right) \left(a + bc\right)\right]}{2b \left(4b\lambda k - \eta^2\right) \left[2\lambda \left(4b\lambda k - \eta^2\right) - \eta^2 \left(1 - \lambda\right)\right]} > 0 \\ \frac{\eta^{pC^*}}{2a \left(4b\lambda k - \eta^2\right) \left[2\lambda \left(4b\lambda k - \eta^2\right) - \eta^2 \left(1 - \lambda\right)\right]}{4(4bk - \eta^2) \left[2\lambda \left(4b\lambda k - \eta^2\right) - \left[2\lambda \left(4b\lambda k - \eta^2\right) - \eta^2 \left(1 - \lambda\right)\right]^2\right)} > \\ \frac{16bk^2\lambda^2 \left(1 - \lambda\right) \left(4b\lambda k - \eta^2\right) \left(a - bc\right)^2}{4\left(4bk - \eta^2\right) \left[2\lambda \left(4b\lambda k - \eta^2\right) - \eta^2 \left(1 - \lambda\right)\right]^2} > 0 \end{split}$$

$$\frac{(\lambda a + 3\lambda bc + 2a - 2bc) + (a - bc) \left[ (1 - \lambda) \eta^2 + 4\lambda^2 (4bk\lambda - \eta^2) \right]}{2(4bk - \eta^2) \left[ 2\lambda (4b\lambda k - \eta^2) - \eta^2 (1 - \lambda) \right]^2} \times k\eta^2 (1 - \lambda) (a - bc) 2\lambda (4bk - \eta^2) > 0$$

 $\pi_{2S}^{pC^*} - \pi_{2S}^{pW^*} =$ 

性质 4 说明了在零售商努力影响需求且批发价格事后决策的情形下,相对于非合作促销而言,供应商共享零售商的促销努力成本可激励零售商促销努力和零售价格及供应商批发价格的增加;供应商共享零售商的促销努力成本可使得供应商和零售商的利润实现双赢。因此合作促销是一个有效的激励策略。

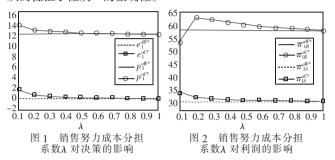
# 4 算例分析

为了进一步验证以上结论的正确性,在确保各决策变量和利润均为正的前提下,取 a=20, b=1, c=1, w=5,  $\eta=2$ , k=10, 从而得到图  $1\sim8$ 。

# 4.1 批发价格事前决策下的合作促销分析

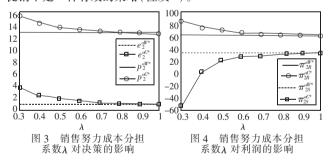
在供应商促销努力影响需求且批发价格事前决策的情形 下,图1和2分别表示促销努力成本共享系数λ对决策和利 润的影响。从图1可知,合作促销下的供应商的促销努力水平和零售商的零售价格均大于非合作促销下的对应值,且促销努力和零售价格均随着促销努力成本共享系数的增加而减小。

从图 2 可以发现,供应商在合作促销下的利润大于非合作促销下的利润且随着促销努力成本共享系数的增加而减小。然而,对于零售商而言,只有当促销努力成本共享系数满足 0.118 < \(\lambda\) < 1 时,零售商在合作促销下的利润才高于非合作促销下的水平。因此零售商分担的促销努力成本比例存在一个阈值 0.882,一旦超过这个阈值,零售商则不会选择合作促销,从而佐证了性质 1 的正确性。



在零售商促销努力影响需求且批发价格事前决策的情形下,图3和4分别表示促销努力成本共享系数λ对决策和利润的影响。从图3可以看出,合作促销下零售商的零售价格和促销努力均大于非合作促销下的水平,且两者随着促销努力成本共享系数的增加而减小。

从图 4 可知,零售商在合作促销下的利润大于非合作促销下的利润,且随着促销努力成本共享系数的增加而减小。但供应商在合作促销下的利润小于非合作促销下的利润且随着促销努力成本共享系数的增加而增加,从而对于供应商而言合作促销不是一种有效的策略(性质 2)。



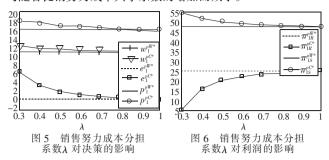
# 4.2 批发价格事后决策下的合作促销分析

在供应商促销努力影响需求且批发价格事后决策的情形下,图 5 和 6 分别表示促销努力成本共享系数 λ 对决策和利润的影响。从图 5 可知,合作促销下供应商的批发价格和促销努力及零售商的零售价格均大于非合作促销下的水平,且三者均随着促销努力成本共享系数的增加而减小。

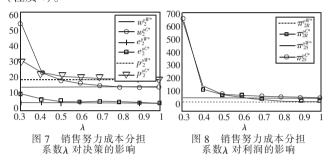
图 6 说明了供应商在合作促销下的利润大于非合作促销下的利润,且随着促销努力成本共享系数的增加而减小;零售商在合作促销下的利润小于非合作促销下的利润且随着促销努力成本共享系数的增加而增加,因此非合作促销是零售商的最优策略(性质 3)。

在零售商促销努力影响需求且批发价格事后决策的情形下,图7和8分别表示促销努力成本共享系数λ对决策和利润的影响。从图7可知,合作促销下供应商的批发价格、零售商

的零售价格和促销努力均大于非合作促销下的对应值,且三者均随着促销努力成本共享系数的增加而减小。



从图 8 可知,供应商和零售商在合作促销下的利润均高于 非合作促销下的水平,且两者的利润均随着促销努力成本共享 系数的增加而减小,从而选择合作促销是供应商的最优策略 (性质 4)。



# 5 结束语

考虑了由单一供应商和单一零售商组成的二级供应链系统,其中需求受供应商或零售商促销努力影响。本文从批发价格事前和事后决策的角度出发,对合作促销策略(促销努力成本共享策略)进行了分析。通过全文分析可以得到以下结论。

在批发价格事前决策的情形下:a)当供应商促销努力影响需求时存在一个阈值,只有在零售商分担供应商促销努力成本的比例小于此阈值的情形下,两者的利润才能获得双赢,此时的合作促销才是一个有效的激励策略;b)当零售商努力影响需求时,供应商共享零售商的促销努力成本会导致其利润受损,因此合作促销策略不可取。

在批发价格事后决策的情形下:a)当供应商促销努力影响需求时,相对于非合作促销策略而言,零售商在合作促销策略下的利润会减少,从而合作促销不可取;b)当零售商促销努力影响需求时,供应商共担零售商的促销努力成本会使得两者利润获得 Pareto 改进,此时的合作促销是一个有效的激励策略。

#### 参考文献:

- [1] Tsao Y C. Cooperative promotion under demand uncertainty[J]. International Journal of Production Economics, 2015, 167(9):45-49.
- [2] Taylor T A. Supply chain coordination under channel rebates with sales effort effects [J]. Management Science, 2002, 48 (8):992-1007.
- [3] He Yong, Zhao Xuan, Zhao Lindu, et al. Coordinating a supply chain with effort and price dependent stochastic demand [ J]. Applied Mathematical Modelling, 2009, 33(6):2777-2790.
- [4] 张廷龙,梁樑. 销售努力和价格影响需求时的供应链协调研究[J]. 软科学,2012,26(1):132-136. (下转第1706页)

# 参考文献:

- [1] Looney C G. Fuzzy Petri nets for rule-based decision making [ J ].

  IEEE Trans on Systems Man & Cybernetics, 1988, 18(1):178183.
- [2] Cho J H. Tradeoffs between trust and survivability for mission effectiveness in tactical networks [ J ]. IEEE Trans on Cybernentics, 2015,45(4):754-766.
- [3] Liu Bo, Huang Keman, Li Jianqiang, et al. An incremental and distributed inference method for large-scale ontologies based on MapReduce paradigm[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2015, 45(1):53-64.
- [4] Kang Yongbin, Krishnaswamy S, Zaslavsky A. A retrieval strategy for cased-based reasoning using similarity and association knowledge[J]. IEEE Trans on Cybernetics, 2014, 44(4):473-487.
- [5] Liu Huchen, Lin Qinglian, Mao Lingxiang, et al. Dynamic adaptive fuzzy Petri nets for knowledge representation and reasoning [J]. IEEE Trans on Systems Man & Cybernetics, 2013, 43(6):1399-1410.
- [6] Hu Hesuan, Li Zhiwu, Al-Ahmari A. Reversed fuzzy Petri nets and their application for fault diagnosis [J]. Computers & Industrial Engineering, 2011, 60(4):505-510.
- [7] Liu Huchen, Lin Qinglian, Ren Minglu. Fault diagnosis and cause analysis using fuzzy evidential reasoning approach and dynamic adaptive fuzzy Petri nets [J]. Computers & Industrial Engineering, 2013,66(4):899-908.
- [8] Qiao Fei, Wu Qidi, Li Li, et al. A fuzzy Petri net-based reasoning method for rescheduling[J]. Transactions of the Institute of Measurement & Control, 2011, 31(5):435-455.
- [9] Gniewek L. Sequential control algorithm in the form of fuzzy interpreted Petri net[J]. IEEE Trans on Systems Man & Cybernetics, 2013,43(2):451-459.
- [10] Hamed R I. Esophageal cancer prediction based on qualitative features using adaptive fuzzy reasoning method [J]. Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences, 2015, 27 (2): 129-139.
- [11] Gao Meimei, Zhou Mengchu, Huang Xiaoguang, et al. Fuzzy reasoning Petri nets [J]. IEEE Trans on Systems Man & Cybernetics, Part A; Systems and Humans, 2003, 33(3):314-324.
- [12] Liu Huchen, You Jianxin, Tian Guangdong. Determining truth degrees of input places in fuzzy Petri nets [J]. IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics: Systems, 2017, 47(12):3425-3431.
- (上接第1690页)
- [5] Krishnan H, Kapuscinski R, Butz D A. Coordinating contracts for decentralized supply chains with retailer promotional effort [ J ]. Management Science, 2004, 50(1):48-63.
- [6] 侯玉梅,田歆,马利军,等.基于供应商促销与销售努力的供应链协同决策[J].系统工程理论与实践,2013,33(12):3087-3094.
- [7] 徐最,朱道立,朱文贵. 销售努力水平影响需求情况下的供应链回购契约[J]. 系统工程理论与实践,2008,28(4):1-11.
- [8] 马利军,薛巍立,王汝现. 零售商销售努力竞争时的供应链协调 [J]. 系统管理学报,2013,22(6):808-813.
- [9] He Xiuli, Krishnamoorthy A, Prasad A, et al. Retail competition and cooperative advertising[J]. Operations Research Letters, 2011, 39 (1):11-16.
- [10] 何勇,杨德礼,吴清烈.基于努力因素的供应链利益共享契约模型研究[J]. 计算机集成制造系统,2006,12(11):1865-1868.
- [11] 曲道钢,郭亚军. 需求与销售努力相关下混合渠道供应链协调研

- [13] Chen S M, Ke J S, Chang Jinfu. Knowledge representation using fuzzy Petri nets[J]. IEEE Trans on Knowledge & Data Engineering, 1990,2(3):311-319.
- [14] Zhang Huimin. The multi-attribute group decision making method based on aggregation operators with interval-valued 2-tuple linguistic information[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2012, 56 (1-2):27-35.
- [15] Wang Jianqiang, Wang Dandan, Zhang Hongyu, et al Multi-criteria group decision making method based on interval 2-tuple linguistic information and Choquet integral aggregation operators[J]. Soft Computing, 2015, 19(2):389-405.
- [16] Palomares I, Estrella F J, Martinez L, et al. Consensus under a fuzzy context:taxonomy analysis framework AFRYCA and experimental case of study[J]. Information Fusion, 2014, 20(15):252-271.
- [17] 张世涛,朱建军,刘小弟.基于重要度引导偏好识别修正的多粒度 语言共识模型[J].控制与决策,2015,30(9);1609-1616.
- [18] Zhang Bowen, Dong Yucheng, Xu Yinfeng. Multiple attribute consensus rules with minimum adjustments to support consensus reaching [J]. Knowledge-Based Systems, 2014, 67(9):35-48.
- [19] Dong Yucheng, Zhang Hengjie, Herrera-Viedma E. Consensus reaching model in the complex and dynamic MAGDM problem [J]. Knowledge-Based Systems, 2016, 106(8):206-219.
- [20] Lotfi F H, Fallahnejad R. Imprecise Shannon's entropy and multi attribute decision making [J]. Entropy, 2010, 12(1):53-62.
- [21] Singh A, Gupta A, Mehra A. Energy planning problems with intervalvalued 2-tuple linguistic information [J]. Operational Research, 2017,17(3):821-848.
- [22] Onisawa T, Sugeno M, Nishiwaki Y, et al. Fuzzy measure analysis of public attitude towards the use of nuclear energy [J]. Fuzzy Set & Systems, 1986, 20(3):259-289.
- [23] Marichal J L. An axiomatic approach of the discrete Choquet integral as a tool to aggregate interacting criteria[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems,2000,8(6):800-807.
- [24] Grabisch M. k-order additive discrete fuzzy measures and their representation [J]. Fuzzy Sets & Systems: Special Issue on Fuzzy Measures and Integrals, 1997, 92(2):167-189.
- [25] 武建章,张强.基于最大熵原则的2-可加模糊测度确定方法[J]. 系统工程与电子技术,2010,32(11);2346-2351.
- [26] MarichaL J L. Entropy of discrete Choquet capacities [J]. European Journal of Operational Research, 2002, 137(3):612-624.
  - 究[J]. 运筹与管理,2010,19(4):8-13.
- [12] 庞庆华,蒋晖,侯岳铭,等. 需求受努力因素影响的供应链收益共享契约模型[J]. 系统管理学报,2013,22(3):371-378.
- [13] 刘鹏飞. 需求依赖零售商努力水平的 VMI 协调[J]. 系统工程学报,2012,27(5):679-684.
- [14] 冯花平,黄俊莲,李光杰. 基于促销投资的供应链应急协调研究 [J]. 计算机应用研究,2012,29(4):1249-1252.
- [15] Pang Qinghua, Hou Yanli, Lyu Yifei. Coordinating three-level supply chain under disruptions using revenue-sharing contract with effort dependent demand [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2016,2016(7):1-10.
- [16] 代建生,谢梦萍. 销售努力下基于 CVaR 的二次订货模型[J]. 软科学,2016,30(8):139-144.
- [17] Lau H S, Lau H L. Manufacturer's pricing strategy and return policy for a single-period commodity [J]. European Journal of Operational Research, 1999, 116(2):291-304.