

打车软件混合随机均衡模型时间可靠性研究*

周溪召¹, 许 琰¹, 智路平^{1,2†}

(1. 上海理工大学 管理学院, 上海 200093; 2. 上海海事大学 交通运输学院, 上海 201306)

摘要: 为了探究打车软件出现后对乘客打车行为的影响, 揭示是否使用打车软件对乘客候车时间长短的变化规律, 基于路网混合随机均衡模型理论, 在考虑打车软件对出租车司机搜索行为影响和随机变化的 OD 对需求条件下, 构建基于弹性需求的打车软件随机用户均衡模型; 然后结合乘客等车、司机空驶时间和可靠性计算模型, 引入连续平均(MSA)算法和随机路径流量分配(Dial)算法进行求解; 最后通过算例验证了所建模型和算法的有效性。研究表明不同需求弹性下, 是否使用打车软件会对乘客候车时间及候车时间可靠性产生明显的差异。

关键词: 打车软件; 时间可靠性; 弹性需求; 混合随机均衡模型

中图分类号: U121

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2018)08-2332-06

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2018.08.023

Research on time reliability of mixed stochastic user equilibrium models for taxi-calling mobile apps

Zhou Xizhao¹, Xu Yan¹, Zhi Luping^{1,2†}

(1. Business School, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai 200093, China; 2. College of Transport & Communications, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China)

Abstract: In order to get the impact of taxi-hailing mobile apps, found the laws between taxi-hailing mobile apps and passengers' waiting time, considered influence to drivers who used taxi-hailing mobile apps for search passengers calling taxi with taxi-calling mobile apps, this paper established mixed stochastic user equilibrium model for taxi-calling mobile apps based on variable demand, and proved its equivalence and uniqueness of the model. Then, combined with waiting time of the passengers, empty time of the drivers and the reliability, it designed a solved algorithm by MSA algorithm and Dial algorithm. Finally, it used an example to demonstrate the effectiveness of the model and algorithm. The results show that under different demand elasticity, whether the use of taxi software will have a significant difference in the waiting time and waiting time reliability.

Key words: taxi-calling mobile apps; time reliability; variable demand; mixed stochastic equilibrium model

0 引言

随着打车软件的日益盛行,其应用势必会影响出租车出行各个环节的时间变化,目前一些模型研究了打车软件对于乘客等车时间与司机空驶时间的影响,但对于乘客等车时间可靠性与司机空驶时间可靠性产生何种影响的研究较少。目前虽有不少人使用打车软件出行,但仍有相当数量的传统扬招乘客,因此有必要对比研究在既有扬招乘客又有使用打车软件乘客的混合情况下,各自的等车时间、司机的空驶时间,特别是乘客的等车时间可靠性,从而为打车软件的使用普及提供建议。

打车软件能在乘客与司机之间传递出行信息,而 ATIS 系统同样可以为出行者提供丰富的出行信息,因此针对打车软件构建随机用户均衡模型时可以借鉴 ATIS 影响下的对应模型。况爱武等人^[1]将出行者按是否配有 ATIS 分为两类,都用随机方式选择出行路径,最终建立了在 ATIS 条件下基于效用的变分不等式模型。黄中祥等人^[2]同样将出行者按是否配有 ATIS 分为两类,使用混合随机用户均衡模型构建信息诱导下的出行路径选择模型,研究基于信息影响的出行时间可靠性。李茜^[3]使用双层规划模型来描述 ATIS 条件下的行程时间可靠性,其中下层规划模型为 ATIS 条件下的路径选择。Liao 等人^[4]认为 ATIS 提供的出行时间可靠性对于出行者之间存在信息异质性,因此利用贝叶斯博弈来分析出行者在选择路径时如何保证满意度最大。Huang 等人^[5]也根据 ATIS 将出行者分类,并使用混合随机用户均衡模型结合蒙特卡罗仿真来研究基

于出行时间可靠性的路径选择模型。Ben-Elia 等人^[6]研究出行时间可靠性时,考虑了 ATIS 提供的信息准确性对于出行者随机路径选择行为的影响,并运用调查实验来进行研究。然而,基于 ATIS 的研究虽然按是否配有 ATIS 来区分两类出行者选择路径的差异,但没有考虑搜索乘客的过程,主要是由于一般路网中的出行者都可以理解为不进行出租车运营行为的司机,只进行自驾车出行。基于 ATIS 条件下研究的司机是从出发地前往目的地,属于正向行驶,可以 OD 守恒;而基于打车软件条件下研究的司机往往是从乘客目的地前往乘客出发地搜索乘客,属于逆向行驶,即使乘客数量等于出租车数量,也会由于司机搜索乘客的差异而导致每个乘客出发地的需求未必都能被满足。由此可见,普通的 ATIS 研究与打车软件虽然看起来类似,但仍有较大的差异。

现实中受到路网运行状态等各种外部因素的影响,OD 之间的需求往往是随机变化的。对于使用打车软件的乘客来说,如果他们因为使用打车软件而导致其等车时间大幅降低且可靠性很高时,则很有可能会因此带动更多的乘客,甚至一些原本不打车的乘客,为了追求更少的等车时间以及等车时间可靠性转而使用打车软件打车,从而增加了需求。这种受到等车时间或等车时间可靠性影响的弹性需求能够比固定需求更加真实地反映路网的实际情况,导致路段流量更加合理地分布^[7],从而得到更加准确的等车时间与等车时间可靠性。由此,在弹性需求条件下,研究将乘客与司机分为使用打车软件与不使用打车软件两类,其中不使用打车软件的司机载扬招乘

收稿日期: 2017-04-10; 修回日期: 2017-05-08 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61273042); 上海理工大学管理学院博士启动项目(YJRC201601)

作者简介: 周溪召(1964-),男,浙江宁波人,教授,博士,主要研究方向为交通规划与管理; 许琰(1992-),女,安徽合肥人,硕士,主要研究方向为交通规划与管理; 智路平(1982-),男(通信作者),山西太原人,工程师,博士研究生,主要研究方向为交通规划与管理(zhi19821027@163.com)。

客,使用打车软件的司机载使用打车软件乘客。不使用打车软件的司机只能根据其对乘客需求的估计以及行程时间的估计进行载客,因为信息不对称而产生误差,导致其对路径选择的随机性更大。而使用打车软件的司机因为能够准确地知道乘客的出行需求,能够更有针对性地进行载客,选择的路径会更加合理。由此构建基于弹性需求的打车软件混合随机用户均衡模型,并证明该模型的等价性和解的唯一性,然后引入连续平均(MSA)算法和随机路径流量分配(Dial)算法设计求解算法,最后通过一个算例验证所建模型和算法的有效性。

1 基于弹性需求的打车软件混合随机用户均衡模型

1.1 符号定义

设路网 G 有 N 个节点、 N_{od} 个 OD 对,每个节点对应一个交通小区,乘客分为扬招乘客(一类乘客)与使用打车软件乘客(二类乘客)。其中乘客的出发地节点为 i ,有 N_o 个出发地,乘客出发需求量为 O_i ,其中一类乘客出发需求量为 \bar{O}_i ,二类乘客出发需求量为 \hat{O}_i , $O_i = \bar{O}_i + \hat{O}_i$, I 为出发地域集, $i \in I$; 目的地节点为 j ,有 N_d 个目的地,乘客到达需求量为 D_j ,其中一类乘客到达需求量为 \bar{D}_j ,二类乘客到达需求量为 \hat{D}_j , $D_j = \bar{D}_j + \hat{D}_j$, J 为目的地域集, $j \in J$; 乘客从出发地 i 到目的地 j 的需求量为 q_{ij} ,其中一类乘客的需求量为 \bar{q}_{ij} ,二类乘客的需求量为 \hat{q}_{ij} ; 出租车从目的地 j 到出发地 i 载一类乘客的空驶需求量为 q_{ji} ,载二类乘客空驶需求量为 \hat{q}_{ji} ; 使用打车软件人数的比例为 λ 。出租车从当前目的地 j 选择驶往下一个一类乘客出发地 i 空驶时选择第 k 条路径的路径选择概率为 P_{ji}^k ,二类乘客的路径选择概率为 \hat{P}_{ji}^k 。 θ_1 表示不使用打车软件司机对于路网及乘客需求不确定性的熟悉程度,值越大则熟悉程度越准确; θ_2 表示不使用打车软件司机对于路网状态的熟悉程度,因为该熟悉程度主要针对的是路网的行程时间,显然 $\theta_2 > \theta_1$; θ_3 表示使用打车软件司机对于路网状态的熟悉程度,由于使用了打车软件,消除了乘客需求的不确定性,所以 $\theta_3 > \theta_1$,而且一般打车软件可以准确定位乘客的具体位置,比起不使用打车软件的司机只是驶往乘客需求出发地来说目标更明确,如果配合导航以及实时的交通拥堵信息,使得司机对于路网的熟悉程度能更高一些,所以一般 $\theta_3 > \theta_2$ 。OD 对间路径 k 上不使用打车软件和使用打车软件出租车的流量分别为 f_{ji}^k 和 \hat{f}_{ji}^k 。 $t_a^{(0)}$ 为路段 a 的自由行程时间(min), x_a 为路段 a 的机动车流量(辆/h)。 δ_{ji}^k 表示路段与从 j 到 i 路径的关联变量,取值方法如下:

$$\delta_{ji}^k = \begin{cases} 1 & \text{路段 } a \text{ 在从 } j \text{ 到 } i \text{ 之间的路径 } k \text{ 上} \\ 0 & \text{路段 } a \text{ 不在从 } j \text{ 到 } i \text{ 之间的路径 } k \text{ 上} \end{cases} \quad a \in A, k \in K \quad (1)$$

1.2 模型构建

弹性需求分为两种,一种是扬招乘客的弹性需求与使用打车软件乘客的弹性需求是弹性变化且相互独立的,其需求上限可以不同,一类乘客的弹性需求变化不会影响到另一类乘客的弹性需求变化;另一种是扬招乘客的弹性需求与使用打车软件乘客的弹性需求是弹性变化的,但他们两者的需求上限总和固定,一类乘客的弹性需求变化会影响到另一类乘客的弹性需求变化,即扬招乘客可以转变为使用打车软件乘客,而使用打车软件乘客也可以转变为扬招乘客。

鉴于一般的弹性需求均衡模型^[7]都是将行程时间作为影响弹性需求的重要因素^[8,9],为了能够关联路径流量的均衡条件与弹性需求的均衡条件,这里选取 OD 对出发地的扬招乘客弹性需求量 \bar{O}_i 为关于 i 点扬招乘客最小等车时间期望的感知估计值 \bar{C}_i 的严格单调递减函数,且这里的等车时间期望只考虑其中行程时间部分,当弹性需求相互独立时,即

$$\bar{O}_i = \bar{D}e_i(\bar{C}_i) \leq \bar{O}_i^{\max} \quad i \in I \quad (2)$$

其中: $\bar{D}e_i$ 为关于 i 点扬招乘客等车时间期望的严格单调递减函数,上限为 \bar{O}_i^{\max} 。

根据 Ben-Akiva 等人^[10]的分析结论,可类似得到

$$\bar{C}_i = -\frac{1}{\theta_2} \ln \left\{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)] \right\} \quad i \in I \quad (3)$$

一般 $\bar{D}e_i$ 为负指数函数形式^[7,9],可得

$$\bar{O}_i = \bar{O}_i^{\max} \exp[-\bar{\xi}_i(\bar{C}_i)] = \bar{O}_i^{\max} \exp \left\{ \frac{\bar{\xi}_i}{\theta_2} \ln \left\{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)] \right\} \right\} \quad i \in I \quad (4)$$

其中: $E(t_{ji}^k)$ 为从小区 j 到小区 i 第 k 条路径的广义行程时间的期望值; $\bar{\xi}_i$ 为正比例参数,反映出出发地 i 的扬招乘客需求量对于等车时间期望的弹性^[9]。同理可得当弹性需求相互独立,OD 对出发地使用打车软件乘客弹性需求量 \hat{O}_i 的关系为

$$\hat{O}_i = \hat{D}e_i(\hat{C}_i) \leq \hat{O}_i^{\max} \quad i \in I \quad (5)$$

$$\hat{C}_i = -\frac{1}{\theta_3} \ln \left\{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_3 E(t_{ji}^k)] \right\} \quad i \in I \quad (6)$$

$$\hat{O}_i = \hat{O}_i^{\max} \exp \left\{ \frac{\hat{\xi}_i}{\theta_3} \ln \left\{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_3 E(t_{ji}^k)] \right\} \right\} \quad i \in I \quad (7)$$

其中: $\hat{D}e_i$ 为关于 i 点使用打车软件乘客等车时间期望的严格单调递减函数,上限为 \hat{O}_i^{\max} ; $\hat{\xi}_i$ 为正比例参数,反映出出发地 i 使用打车软件乘客需求量对于等车时间期望的弹性^[9]。一般 $\hat{\xi}_i > \bar{\xi}_i$,因为使用打车软件的乘客往往是因为扬招等车时间过长或扬招等车时间可靠性过低,而从原本的扬招乘客变为使用打车软件的乘客,显然他们对时间的敏感性更强,弹性也就更大。当等车时间或等车时间可靠性略微波动时,弹性越大将会导致需求量波动越大。当弹性需求总和固定时,可将 $\exp[-\bar{\xi}_i(\bar{C}_i)]$ 与 $\exp[-\hat{\xi}_i(\hat{C}_i)]$ 进行归一化处理,此时 OD 对出发地乘客弹性需求量的关系为

$$\bar{O}_i = O_i^{\max} \frac{\exp[-\bar{\xi}_i(\bar{C}_i)]}{\exp[-\bar{\xi}_i(\bar{C}_i)] + \exp[-\hat{\xi}_i(\hat{C}_i)]} \quad i \in I \quad (8)$$

$$\hat{O}_i = O_i^{\max} \frac{\exp[-\hat{\xi}_i(\hat{C}_i)]}{\exp[-\bar{\xi}_i(\bar{C}_i)] + \exp[-\hat{\xi}_i(\hat{C}_i)]} \quad i \in I \quad (9)$$

其中: O_i^{\max} 为弹性需求总和固定上限。

基于弹性需求的打车软件混合随机用户均衡模型的路径流量分布的均衡条件,积极弹性需求量 \bar{O}_i 与 \hat{O}_i ,可以将弹性需求量转换为对应的弹性空驶需求量,因此弹性需求的均衡条件为

$$\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji} = \bar{O}_i = \bar{D}e_i \left\{ -\frac{1}{\theta_2} \ln \left\{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)] \right\} \right\} \quad i \in I \quad (10)$$

$$\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji} = \hat{O}_i = \hat{D}e_i \left\{ -\frac{1}{\theta_3} \ln \left\{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_3 E(t_{ji}^k)] \right\} \right\} \quad i \in I \quad (11)$$

参考多类型弹性需求的随机用户平衡均衡问题^[7],可以构建模型如下:

$$\begin{aligned} \min z = & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} E[t_a(x)] dx + \frac{1}{\theta_2} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k \ln(\bar{f}_{ji}^k) + \\ & \frac{1}{\theta_3} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k \ln(\hat{f}_{ji}^k) - \frac{1}{\theta_2} \sum_{i \in I} \left(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji} \right) \ln \left(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji} \right) - \\ & \frac{1}{\theta_3} \sum_{i \in I} \left(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji} \right) \ln \left(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji} \right) - \sum_{i \in I} \int_0^{\bar{O}_i} \bar{D}e_i^{-1}(\omega) d\omega - \\ & \sum_{i \in I} \int_0^{\hat{O}_i} \hat{D}e_i^{-1}(\omega) d\omega \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k = \bar{q}_{ji} \quad i \in I, j \in J \quad (13)$$

$$\sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k = \hat{q}_{ji} \quad i \in I, j \in J \quad (14)$$

$$\bar{f}_{ji}^k \geq 0, \hat{f}_{ji}^k \geq 0 \quad i \in I, j \in J, k \in K \quad (15)$$

$$0 \leq \bar{O}_i \leq \bar{O}_i^{\max}, 0 \leq \hat{O}_i \leq \hat{O}_i^{\max} \quad i \in I \quad (16)$$

其中路段流量与载不同乘客的路径流量关系为

$$x_a = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} (\bar{f}_{ji}^k + \hat{f}_{ji}^k) \delta_{ji}^k \quad a \in A \quad (17)$$

上述约束条件中,式(13)(14)分别是载扬招乘客与载使用打车软件乘客的路段流量和空驶需求量守恒;式(15)是这两类司机载客路径流量非负条件;式(16)是 OD 需求范围;式(17)是路段流量与这两类司机载客路径流量之间的关系。

2 模型等价性和解的唯一性证明

2.1 模型等价性证明

该模型是一个求解极小值的线性规划模型。下面证明该模型的等价性,即该模型的路径流量分配满足混合随机用户路径流量分布的均衡条件式(10)与(11)。

建立该模型的拉格朗日函数:

$$L = Z(\bar{f}_{ji}^k, \hat{f}_{ji}^k, \sum_{j \in J} \bar{q}_{ji}, \sum_{j \in J} \hat{q}_{ji}) + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} L_{ji}^1 (\bar{q}_{ji} - \sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k) + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} L_{ji}^2 (\hat{q}_{ji} - \sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k) \quad (18)$$

其中: L_{ji}^1, L_{ji}^2 是对应不使用打车软件司机载扬招乘客流量守恒与使用打车软件司机载使用打车软件乘客的流量守恒式(13)与(14)的拉格朗日乘子。根据库恩-塔克条件,可得该拉格朗日函数需要满足以下条件^[11]:

$$\begin{cases} \bar{f}_{ij}^k \frac{\partial L}{\partial \bar{f}_{ij}^k} = 0, \frac{\partial L}{\partial \bar{f}_{ij}^k} \geq 0 \\ (\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji}) \frac{\partial L}{\partial (\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji})} = 0, \frac{\partial L}{\partial (\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji})} \geq 0, \bar{f}_{ij}^k \geq 0 \\ \frac{\partial L}{\partial L_{ji}^1} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

$$\begin{cases} \hat{f}_{ij}^k \frac{\partial L}{\partial \hat{f}_{ij}^k} = 0, \frac{\partial L}{\partial \hat{f}_{ij}^k} \geq 0 \\ (\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji}) \frac{\partial L}{\partial (\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji})} = 0, \frac{\partial L}{\partial (\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji})} \geq 0, \hat{f}_{ij}^k \geq 0 \\ \frac{\partial L}{\partial L_{ji}^2} = 0 \end{cases} \quad (20)$$

文献[9]可证明本模型的司机载扬招乘客与使用打车软件乘客选择第 k 条路径将遵循基于 Logit 混合随机用户均衡。下面证明本模型满足弹性需求的均衡条件。

根据建立的拉格朗日函数可得

$$\frac{\partial L}{\partial (\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji})} = -\frac{1}{\theta_2} [\ln(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji}) + 1] - \bar{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji}) + L_{ij}^1 \quad (21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial (\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji})} = -\frac{1}{\theta_3} [\ln(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji}) + 1] - \hat{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji}) + L_{ij}^2 \quad (22)$$

因为 $\ln(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji})$ 与 $\ln(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji})$ 存在,则 $\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji} > 0$ 且 $\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji} > 0$,根据式(19)与(20)可知此时 $\frac{\partial L}{\partial (\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji})} = 0, \frac{\partial L}{\partial (\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji})} = 0$,因此

此式(21)与(22)为

$$\frac{\partial L}{\partial (\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji})} = -\frac{1}{\theta_2} [\ln(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji}) + 1] - \bar{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji}) + L_{ij}^1 = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial L}{\partial (\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji})} = -\frac{1}{\theta_3} [\ln(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji}) + 1] - \hat{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji}) + L_{ij}^2 = 0 \quad (24)$$

经过变换可得

$$\ln(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji}) + \theta_2 \bar{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji}) = \theta_2 L_{ij}^1 - 1 \quad (25)$$

$$\ln(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji}) + \theta_3 \hat{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji}) = \theta_3 L_{ij}^2 - 1 \quad (26)$$

等式两边同时用指数函数变换得

$$(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji}) \exp[\theta_2 \bar{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji})] = \exp(\theta_2 L_{ij}^1 - 1) \quad (27)$$

$$(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji}) \exp[\theta_3 \hat{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji})] = \exp(\theta_3 L_{ij}^2 - 1) \quad (28)$$

由此可得

$$\sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k = \bar{q}_{ji} = (\sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)]) \times \exp(\theta_2 L_{ij}^1 - 1) \quad (29)$$

$$\sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k = \hat{q}_{ji} = (\sum_{k \in K} \exp[-\theta_3 E(t_{ji}^k)]) \times \exp(\theta_3 L_{ij}^2 - 1) \quad (30)$$

将式(29)和(30)求和可得

$$\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k) = \sum_{j \in J} \bar{q}_{ji} = \{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)] \} \times \exp(\theta_2 L_{ij}^1 - 1) \quad (31)$$

$$\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k) = \sum_{j \in J} \hat{q}_{ji} = \{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_3 E(t_{ji}^k)] \} \times \exp(\theta_3 L_{ij}^2 - 1) \quad (32)$$

将式(31)与(32)代入式(29)与(30)可得

$$\{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)] \} \times \exp(\theta_2 L_{ij}^1 - 1) \times \exp[\theta_2 \bar{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji})] = \exp(\theta_2 L_{ij}^1 - 1) \quad (33)$$

$$\{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_3 E(t_{ji}^k)] \} \times \exp(\theta_3 L_{ij}^2 - 1) \times \exp[\theta_3 \hat{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji})] = \exp(\theta_3 L_{ij}^2 - 1) \quad (34)$$

等式化简得

$$\{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)] \} \times \exp[\theta_2 \bar{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji})] = 1 \quad (35)$$

$$\{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_3 E(t_{ji}^k)] \} \times \exp[\theta_3 \hat{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji})] = 1 \quad (36)$$

等式两边同时用对数函数变换得

$$\ln \{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)] \} + \theta_2 \bar{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji}) = 0 \quad (37)$$

$$\ln \{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_3 E(t_{ji}^k)] \} + \theta_3 \hat{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji}) = 0 \quad (38)$$

等式化简得

$$\bar{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \bar{q}_{ji}) = -\frac{1}{\theta_2} \ln \{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)] \} \quad (39)$$

$$\hat{D}e_i^{-1}(\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji}) = -\frac{1}{\theta_3} \ln \{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_3 E(t_{ji}^k)] \} \quad (40)$$

$$\text{即} \quad \sum_{j \in J} \bar{q}_{ji} = \bar{D}e_i \left\{ -\frac{1}{\theta_2} \ln \{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)] \} \right\} \quad (41)$$

$$\sum_{j \in J} \hat{q}_{ji} = \hat{D}e_i \left\{ -\frac{1}{\theta_3} \ln \{ \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \exp[-\theta_3 E(t_{ji}^k)] \} \right\} \quad (42)$$

因此本模型的司机载扬招乘客与使用打车软件乘客的空驶需求量满足弹性需求的均衡条件。

2.2 模型解的唯一性证明

目标函数将 \bar{q}_{ji} 与 \hat{q}_{ji} 用 \bar{f}_{ji}^k 与 \hat{f}_{ji}^k 表示后可以分为三块^[7]:

$$\begin{aligned} \min z = & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} E[t_a(x)] dx + \\ & \left\{ \frac{1}{\theta_2} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k \ln(\bar{f}_{ji}^k) + \frac{1}{\theta_3} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k \ln(\hat{f}_{ji}^k) - \right. \\ & \frac{1}{\theta_2} \sum_{i \in I} \left[\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k) \right] \ln \left[\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k) \right] - \\ & \frac{1}{\theta_3} \sum_{i \in I} \left[\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k) \right] \ln \left[\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k) \right] \Big\} + \\ & \left\{ - \sum_{i \in I} \int_0^{\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k)} \bar{D}e_i^{-1}(\omega) d\omega - \sum_{i \in I} \int_0^{\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k)} \hat{D}e_i^{-1}(\omega) d\omega \right\} \quad (43) \end{aligned}$$

根据文献[9],可以得知目标函数第一块为严格凸函数。

目标函数第二块对 \bar{f}_{ji}^k 与 \hat{f}_{ji}^k 求导:

$$\frac{\partial Z}{\partial (\bar{f}_{ji}^k)} = \frac{1}{\theta_2} [\ln(\bar{f}_{ji}^k) + 1] - \frac{1}{\theta_2} \left\{ \ln \left[\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k) \right] + 1 \right\} \quad (44)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial (\bar{f}_{ji}^k)^2} = \frac{1}{\theta_2} \left(\frac{1}{\bar{f}_{ji}^k} - \frac{1}{\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k)} \right) \quad (45)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial (\hat{f}_{ji}^k)} = \frac{1}{\theta_3} [\ln(\hat{f}_{ji}^k) + 1] - \frac{1}{\theta_3} \left\{ \ln \left[\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k) \right] + 1 \right\} \quad (46)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial (\hat{f}_{ji}^k)^2} = \frac{1}{\theta_3} \left(\frac{1}{\hat{f}_{ji}^k} - \frac{1}{\sum_{j \in J} (\sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k)} \right) \quad (47)$$

由于 $\bar{f}_{ji}^k < \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k, \hat{f}_{ji}^k < \sum_{j \in J} \sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k$, 所以 $\frac{\partial^2 Z}{\partial (\bar{f}_{ji}^k)^2} > 0$ 且 $\frac{\partial^2 Z}{\partial (\hat{f}_{ji}^k)^2} > 0$, 即目标函数第二块也为严格凸函数。

因为 $\bar{D}e_i$ 与 $\hat{D}e_i$ 为严格单调递减函数,所以目标函数第三块中的 $\bar{D}e_i^{-1}$ 与 $\hat{D}e_i^{-1}$ 仍为严格单调递减函数;积分后为严格凹函数,加负号后为严格凸函数,所以目标函数第三块也为严格凸函数^[11]。目标函数为凸函数,又因为约束集为凸集,所以该等价模型的最优解唯一。

3 模型求解算法

对于弹性随机用户均衡模型可用连续平均法(MSA)以及

随机路径流量分配法来求解^[7,9]。

3.1 连续平均(MSA)算法

a) 初始化。迭代次数 $n=0$ 。用初始路段流量为零的自由行程时间 $t_a^{(0)}$ 来作为初始的路段行程时间,可以根据弹性需求量的式(4)(7)或(8)(9)计算 \bar{O}_i 与 \hat{O}_i 。这里假设从出发地 i 到目的地 j 的需求量 q_{ij} 占 i 点的出发需求量 O_i 的比例为 Ψ_{ij} , 可以划分扬招乘客需求量 \bar{q}_{ij} 与打车软件乘客需求量 \hat{q}_{ij} 为

$$\bar{q}_{ij} = \Psi_{ij} \bar{O}_i, i \in I, j \in J \quad (48)$$

$$\hat{q}_{ij} = \Psi_{ij} \hat{O}_i, i \in I, j \in J \quad (49)$$

b) 空驶需求量确定。根据文献[12,13],确定每个目的地与出发地之间的空驶需求量 \bar{q}_{ij} 与 \hat{q}_{ij} ,可以得到 $N_d \times N_o$ 个空驶 OD 对。

c) 随机路径流量分配。每次选择一对空驶 OD 对的出发地与目的地,然后用 Dial 算法分别针对扬招乘客与打车软件乘客两种情况进行随机路径流量分配,记录各路段的流量,并统计出发地节点流入的空驶流量 $\sum_{k \in K} \bar{f}_{ji}^k$ 与 $\sum_{k \in K} \hat{f}_{ji}^k$ 。当所有空驶 OD 对的流量都分配完后,把流量汇总得到各路段的总流量 $x_a^{(n)}$ 以及各个出发地流入的空驶总流量 $\sum_{j \in J, k \in K} \bar{f}_{ji}^k$ 与 $\sum_{j \in J, k \in K} \hat{f}_{ji}^k$ 。令 $n=n+1$ 。

d) 路段实际行程时间与空驶需求量更新。用 $E(t_a^{(n)}) = E\{t_a[x_a^{(n)}]\}$, $a \in A$ 来更新行程时间。根据弹性需求量的式(4)(7)或(8)(9)更新 \bar{O}_i 与 \hat{O}_i 。再根据文献[12,13],确定每个目的地与出发地之间的空驶需求量 \bar{q}_{ij} 与 \hat{q}_{ij} 。

e) 确定迭代搜索方向。根据步骤 d) 中更新后的路段实际行程时间 $t_a^{(n)}$ 以及更新后的 \bar{q}_{ij} 与 \hat{q}_{ij} 来再次执行步骤 c) 的 Dial 算法随机路径流量分配,得到每个路段由此产生的附加交通流量 $y_a^{(n)}$,从而得到迭代搜索方向。

$$d_a^{(n)} = y_a^{(n)} - x_a^{(n)}, a \in A \quad (50)$$

f) 路段流量更新。第 $n+1$ 迭代次数时的路段流量 $x_a^{(n+1)}$ 为

$$x_a^{(n+1)} = x_a^{(n)} + \frac{1}{n} d_a^{(n)} = x_a^{(n)} + \frac{1}{n} [y_a^{(n)} - x_a^{(n)}], a \in A \quad (51)$$

g) 收敛条件判断。令 $\bar{x}_a^{(n)}$ 表示最后 m 次(一般 $m=3$)迭代的平均路段流量^[14],令 $\bar{q}_{ij}^{(n)}$ 与 $\hat{q}_{ij}^{(n)}$ 表示最后 m 次(一般 $m=3$)迭代的载扬招乘客空驶需求量与载使用打车软件乘客空驶需求量。如果满足以下条件,则执行步骤 h),否则更新返回步骤 b),令 $n=n+1$ 。

$$\begin{aligned} \max \left[\frac{\sqrt{(x_a^{(n+1)} - x_a^{(n)})^2}}{\bar{x}_a^{(n)}} \right] &\leq \varepsilon_1 \\ \max \left[\frac{\sqrt{(\bar{q}_{ij}^{(n+1)} - \bar{q}_{ij}^{(n)})^2}}{\bar{q}_{ij}^{(n)}} \right] &\leq \varepsilon_2, a \in A, i \in I, j \in J \\ \max \left[\frac{\sqrt{(\hat{q}_{ij}^{(n+1)} - \hat{q}_{ij}^{(n)})^2}}{\hat{q}_{ij}^{(n)}} \right] &\leq \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (52)$$

其中: ε_1 为路径流量迭代求解精度; ε_2 为空驶需求量迭代求解精度。

h) 根据分配到的路段流量对应的行程时间 $t_a^{(n)}$ 以及乘客等车时间、司机空驶时间、乘客等车时间可靠性和司机空驶时间可靠性的公式来计算这些时间及时空可靠性。

3.2 随机路径流量分配(Dial)算法

由于计算连接每个从目的地 j 到出发地 i 之间所有路径的选择概率的计算工作量太大,所以 Dial 算法只计算连接每个从 j 到 i 之间所有有效路径的选择概率。一般 Dial 算法的有效路段为从 j 到 i 之间路径中所包含的任意路段 a 的两个节点 b 、 c ,流量方向为 $b \rightarrow c$,符合式(53)^[15]:

$$j(b) < j(c), i(b) > i(c) \quad (53)$$

其中: $j(\cdot)$ 为从目的地 j 沿最短路到达对应点时最短空驶行程时间期望值; $i(\cdot)$ 为从对应点沿最短路到达出发地 i 点时最短空驶行程时间期望值。

定义 $up(\cdot)$ 为以对应节点为终点的所有路段的起点集合; $down(\cdot)$ 为以对应节点为起点的所有路段的终点集合。

Dial 算法步骤^[15]如下:

假设路网中没有环路且两节点之间只存在单向路段。

a) 初始化。选取路网中的空驶出发节点 j 与空驶到达节点 i 。计算每个节点的 $j(\cdot)$ 与 $i(\cdot)$ 。为了确保路网能参与后续计算,需要将流入 j 点的路段、流出 i 点的路段以及 $j(\cdot) = \infty$ 或 $i(\cdot) = \infty$ 对应节点的相应路段全部去除^[16]。

b) 路段似然值 $L(b \rightarrow c)$ 计算。根据载扬招乘客与使用打车软件乘客不同情况分别计算:

$$L(b \rightarrow c) = \begin{cases} \exp\{\theta_2[j(c) - j(b) - E(t_{a(b \rightarrow c)})]\} & \text{载扬招乘客时符合式(35)的有效路段} \\ \exp\{\theta_3[j(c) - j(b) - E(t_{a(b \rightarrow c)})]\} & \text{载使用打车软件乘客时符合式(35)的有效路段} \\ 0 & \text{其余路段} \end{cases} \quad (54)$$

c) 路段权重值 $W(b \rightarrow c)$ 计算。对于每个节点 b ,根据升序的 $j(b)$ 值得到排列后的节点编号顺序,前推计算 $W(b \rightarrow c)$, $c \in down(b)$ 。

$$W(b \rightarrow c) = \begin{cases} L(b \rightarrow c) & b = j \\ L(b \rightarrow c) \sum_{m \in up(b)} W(m \rightarrow b) & b \neq j \end{cases} \quad (55)$$

d) 路段流量值 $x_a(b \rightarrow c)$ 计算。对于每个节点 b ,根据载扬招乘客与使用打车软件乘客时的流量,以及升序的 $i(c)$ 值得到排列后的节点编号顺序分别后推计算 $x_a(b \rightarrow c)$, $b \in up(c)$ 。

$$x_a(b \rightarrow c) = \begin{cases} \frac{\bar{q}_{ji} \sum_{m \in up(c)} W(m \rightarrow c)}{\sum_{m \in up(c)} W(m \rightarrow c)} & \text{若 } \sum_{m \in up(c)} W(m \rightarrow c) \neq 0 \\ & \text{且 } c = i, \text{载扬招乘客} \\ \frac{\hat{q}_{ji} \sum_{m \in up(c)} W(m \rightarrow c)}{\sum_{m \in up(c)} W(m \rightarrow c)} & \text{若 } \sum_{m \in up(c)} W(m \rightarrow c) \neq 0 \\ & \text{且 } c = i, \text{载使用打车软件乘客} \\ \frac{[\sum_{m \in down(b)} x_a(c \rightarrow m)] \sum_{m \in up(c)} W(m \rightarrow c)}{\sum_{m \in up(c)} W(m \rightarrow c)} & \text{若 } \sum_{m \in up(c)} W(m \rightarrow c) \neq 0 \\ & \text{且 } c \neq i \\ 0 & \text{若 } \sum_{m \in up(c)} W(m \rightarrow c) = 0 \end{cases} \quad (56)$$

下面证明 Dial 算法中运用路段似然值是符合司机载扬招乘客与使用打车软件乘客的 Logit 选择概率。

由于路段 $a(b \rightarrow c)$ 的路段似然值与司机在节点 b 选择路段 $a(b \rightarrow c)$ 的选择概率成正比,且每个选择概率相互独立,所以司机载扬招乘客选择路径 k 的概率与路径 k 上所有路段在司机载扬招乘客时的路段似然值成正比^[17],即

$$\begin{aligned} \bar{P}_{ji}^k &= \tau \prod_{b \rightarrow c} L(b \rightarrow c) \delta_{ji}^{ak} = \\ &= \tau \prod_{b \rightarrow c} \exp\{\theta_2[j(c) - j(b) - E(t_{a(b \rightarrow c)})]\} \delta_{ji}^{ak} = \\ &= \tau \times \exp\{\theta_2[\sum_{b \rightarrow c} [j(c) - j(b) - E(t_{a(b \rightarrow c)})]]\} \delta_{ji}^{ak} = \\ &= \tau \times \exp\{\theta_2[j(i) - j(j) - \sum_{a \in A} E(t_a) \delta_{ji}^{ak}]\} = \\ &= \tau \times \exp\{\theta_2[E(t_{ji}^{\min}) - E(t_{ji}^k)]\} = \\ &= \tau \times \exp[\theta_2 E(t_{ji}^{\min})] \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)] \end{aligned} \quad (57)$$

其中 τ 为常数,用来确保^[17]:

$$\sum_{k \in K} \bar{P}_{ji}^k = 1, j \in J \quad (58)$$

对式(57)求和得

$$\sum_{k \in K} \bar{P}_{ji}^k = \tau \times \exp[\theta_2 E(t_{ji}^{\min})] \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)] = 1 \Rightarrow \tau = \frac{1}{\exp[\theta_2 E(t_{ji}^{\min})] \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)]} \quad (59)$$

$$\bar{P}_{ji}^k = \frac{\exp[\theta_2 E(t_{ji}^{\min})] \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)]}{\exp[\theta_2 E(t_{ji}^{\min})] \sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)]} = \frac{\exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)]}{\sum_{k \in K} \exp[-\theta_2 E(t_{ji}^k)]} \quad (60)$$

所以司机载扬招乘客时的路段似然值是符合其对应的 Logit 选择路径概率。同理可以证明司机载使用打车软件乘客

时的路段似然值也是符合其对应的 Logit 选择路径概率。

4 算例分析

下面通过一个算例验证所建模型和算法的有效性。图1所示的算例网络,有12个节点、3个出发地(11、10、9)与3个目的地(1、3、4)。乘客需求量为弹性需求量,共有7个OD对,为9→3,9→4,10→1,10→3,10→4,11→1,11→4。 $\bar{O}_9^{\max} = \hat{O}_9^{\max} = O_9^{\max} = 850$, $\bar{O}_{10}^{\max} = \hat{O}_{10}^{\max} = O_{10}^{\max} = 1075$, $\bar{O}_{11}^{\max} = \hat{O}_{11}^{\max} = O_{11}^{\max} = 550$; $\xi_9 = \xi_{10} = \xi_{11} = 0.001$, $\hat{\xi}_9 = \hat{\xi}_{10} = \hat{\xi}_{11} = 0.01$; $\Psi_{93} = 55.88\%$, $\Psi_{94} = 44.12\%$, $\Psi_{101} = 32.56\%$, $\Psi_{103} = 37.21\%$, $\Psi_{104} = 30.23\%$, $\Psi_{111} = 45.45\%$, $\Psi_{114} = 54.55\%$; $\varepsilon_2 = 0.1$ 。

算例图中箭头显示的是从目的地走向出发地可以走的路段方向,箭头旁的数字为自由流的行程时间,括号里为路段容量的最小值,路段容量最大值为最小值的20倍。BPR函数参数为 $\alpha = 0.15$ 与 $\beta = 4.00$ 。

其余参数为 $\theta_1 = 0.1$, $\theta_2 = 0.5$, $\theta_3 = 1$; $\lambda = 0.5$; $s_9 = 1.5$, $s_{10} = 3$, $s_{11} = 2$; $\hat{m}_9 = 3$, $\hat{m}_{10} = 5$, $\hat{m}_{11} = 4$; $\sigma = 600$; $\varphi = 0.5$; $\varepsilon_1 = 0.001$; 所有路段的 $\gamma_a = 1.15$ 。乘客数量等于出租车数量,且载相应乘客的出租车数量等于相应乘客的数量。

当乘客数量等于出租车数量时,且 \hat{P}_{ji} 为平衡系数。

弹性需求结果如表1、2所示。

表1 弹性需求等车时间可靠性

等车时间可靠性	扬招乘客 /%	使用打车 软件乘客/%	总数
弹性需求相互独立的等车时间可靠性	21.83	82.01	51.92
弹性需求总和固定的等车时间可靠性	21.64	77.40	49.52

表2 弹性需求乘客数量比例表

弹性需求	扬招乘客 比例/%	使用打车软件 乘客比例/%	总数	总数占上限 的比例/%
弹性需求相互独立	51.96	48.04	4 733.88	95.63
弹性需求总和固定	51.96	48.04	2 475.00	100.00

注:平衡系数是指为了确保使用打车软件时,每个出发地的需求能被匹配而引入的系数。

从表1可知,弹性需求相互独立时与弹性需求总和固定时的等车时间可靠性差不多,其中弹性需求相互独立地使用打车软件,等车时间可靠性较高。虽然表2显示乘客的比例没有变化,但由于乘客总数不同,使得每类乘客人数都增加了近一倍,而使用打车软件乘客的等车时间可靠性增幅更大,说明打车软件适合具有较大弹性的乘客使用,即使这类乘客数量增加,当弹性需求相互独立时,他们的等车时间可靠性也可以增加。

从表2的乘客总数占上限的比例还可知,弹性需求总和固定时,所有的潜在需求都被发掘了;而弹性需求相互独立时,仍有少数潜在需求没有被发掘。

下面通过在其他参数不变的情况下调节某些参数用来研究等车时间可靠性。

a) 相互独立的弹性需求上限之比 $\frac{\hat{O}_i^{\max}}{O_i^{\max}}$ 与弹性需求总和固定上限 O_i^{\max} 。

弹性需求相互独立则上限之比对等车时间可靠性的影响如图2所示。根据图2可知,当弹性需求相互独立时,等车时间可靠性随着使用打车软件乘客需求上限与扬招乘客需求上限之比的增加,显现出先递减后增加的趋势,其中使用打车软件乘客的需求上限波动最大。比值小时,使用打车软件乘客人数比扬招乘客数量少很多,使用打车软件让司机往往集中到距离近且乘距远的节点,导致其他节点的需求满足比例下降,等车时间可靠性下降。随着上限增加,产生的弹性需求量也逐渐增加,此时使用打车软件的司机分布将会变得均匀,因此使用打车软件乘客达到一定数量时,会使得等车时间可靠性又缓慢上升。所以,随着越来越多的潜在乘客变为使用打车软件乘客时,等车时间可靠性虽然最终会增加,但会经过一个下降期。

在此期间有必要用打车软件运用合理的方式来匹配乘客与司机,从而减少这段下降期对等车时间可靠性产生的不利影响。

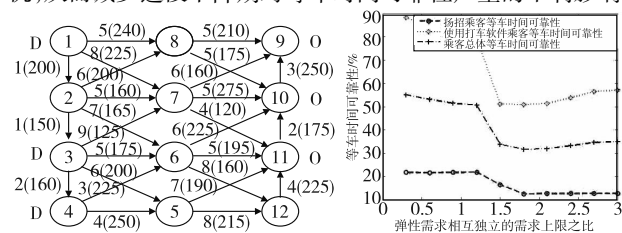


图1 算例网络图

图2 弹性需求相互独立的上限之比对等车时间可靠性的影响

对于弹性需求总和固定上限 O_i^{\max} ,采用 $L_9(3^3)$ 的正交表来进行简单的算例分析与说明。因素为乘距,其分类参照上一章算例。水平为弹性需求总和固定上限,其分类中,上限低的为500(人),上限中等的为1 500(人),上限高的为2 500(人),结果如表3所示。

表3 弹性需求总和固定上限正交实验

实验 次数	乘距远	乘距中等	乘距近	等车时间可靠性/%		
				扬招乘客	使用打车 软件乘客	乘客总体
1	上限低	上限低	上限低	56.86	65.30	61.08
2	上限低	上限中等	上限中等	13.02	56.24	34.63
3	上限低	上限高	上限高	4.85	20.31	12.58
4	上限中等	上限低	上限中等	14.01	62.25	38.13
5	上限中等	上限中等	上限低	14.01	62.25	38.13
6	上限中等	上限高	上限高	18.46	17.68	18.07
7	上限高	上限低	上限高	6.22	39.40	22.81
8	上限高	上限中等	上限中等	46.85	73.14	60.00
9	上限高	上限高	上限低	8.99	77.78	43.39

从表3可以看出,第4与5次实验结果相同,是因为本算例中的乘距中等的与乘距近相差较小,所以结果一样;第3、6、7次实验的等车时间可靠性都很低,且第6次中使用打车软件乘客的等车时间可靠性更低,这是因为此时路网中的流量太大,超过了许多路段的路段容量最大值,导致大面积拥堵,使总体等车时间可靠性较低。当潜在乘客数量较少时,扬招乘客与使用打车软件乘客的等车时间可靠性相差较少;当潜在乘客数量较多且在路段能承受范围之内,无论乘距远近,一般使用打车软件乘客的等车时间可靠性较高。

b) 使用打车软件乘客需求量对于等车时间期望的弹性 $\hat{\xi}_i$ 。

对于需求量对于等车时间期望的弹性 $\hat{\xi}_i$,同样采用 $L_9(3^3)$ 的正交表来进行简单的算例分析与说明。因素为乘距,其分类参照上一章算例。水平为需求量对于等车时间期望的弹性 $\hat{\xi}_i$,其分类中,弹性低的为0.001,弹性中等的为0.01,弹性高的为0.1。实验结果如表4、5所示。

表4 弹性需求相互独立的使用打车软件乘客需求量对于等车时间期望的弹性正交实验

实验 次数	乘距远	乘距中等	乘距近	等车时间可靠性/%		
				扬招乘客	使用打车 软件乘客	乘客总体
1	弹性低	弹性低	弹性低	21.68	85.81	53.60
2	弹性低	弹性中等	弹性中等	21.69	84.63	53.16
3	弹性低	弹性高	弹性高	21.72	64.17	42.94
4	弹性中等	弹性低	弹性中等	21.69	85.63	53.66
5	弹性中等	弹性中等	弹性低	21.69	87.43	54.56
6	弹性中等	弹性高	弹性高	21.73	67.01	44.37
7	弹性高	弹性低	弹性高	21.73	78.83	50.28
8	弹性高	弹性中等	弹性中等	21.73	86.01	53.87
9	弹性高	弹性高	弹性低	21.76	93.59	57.67

对比表4与5可知,弹性需求相互独立的等车时间可靠性相对略好一些。乘距远的使用打车软件乘客需求量对于等车时间期望的弹性大小对于等车时间可靠性影响较小,而乘距中

等与乘距近的对应弹性都高时,一般等车时间可靠性越小。这是由于乘距远的使用打车软件乘客往往被司机优先接单,所以他们的需求满足率往往最高,相对来说,等车时间可靠性越高,由此导致的弹性需求量下降较小。而乘距中等或乘距近的乘客因为不能被优先接单,等车时间可靠性较差,当弹性都高时,往往导致需求量下降也越多。从表中还能看出,当乘距中等与乘距近的对应弹性都低、都中等或两者弹性差异大时,相应的等车时间可靠性也大。因此打车软件可以通过收集乘客打车的历史数据,分析每个出发地乘客需求量对等车时间期望的弹性大小,从而在乘客打车之前就可以给出一个估计的等车时间可靠性,不同地方不同弹性的乘客根据这个等车时间可靠性估计值可以对自己的打车出行行为进行合理的选择。

表5 弹性需求总和固定的使用打车软件乘客需求量对于等车时间期望的弹性正交实验

实验次数	乘距远	乘距中等	乘距近	等车时间可靠性/%		
				扬招乘客	使用打车软件乘客	乘客总体
1	弹性低	弹性低	弹性低	21.73	77.18	49.46
2	弹性低	弹性中等	弹性中等	21.94	76.50	49.22
3	弹性低	弹性高	弹性高	23.60	67.78	45.69
4	弹性中等	弹性低	弹性中等	21.98	78.28	50.13
5	弹性中等	弹性中等	弹性低	21.09	77.18	49.14
6	弹性中等	弹性高	弹性高	23.32	68.76	46.04
7	弹性高	弹性低	弹性高	23.99	89.84	56.91
8	弹性高	弹性中等	弹性中等	19.18	82.86	51.02
9	弹性高	弹性高	弹性低	16.52	76.65	46.59

c) 平均加价金额对应行程时间的增加值 $\text{avg}(\hat{m}_i)$ 。

加价是乘客吸引司机接单的一个重要手段。司机以自己利益最大化时,偏好挑选乘距最长的乘客。对于乘客乘距短的乘客,只有通过加价,相当于增加了自己对应的出行时间来获得司机的青睐,从而减少等车时间并增加时间可靠性。为了研究平均加价金额对应行程时间的增加值 $\text{avg}(\hat{m}_i)$ 对打车软件时间可靠性的影响,需要考虑每个出发地节点的乘距。这里根据每个出发地节点的最远乘距 $\max(t_i^{\text{min}})$ 分为乘距远、乘距中等、乘距近三类;将平均加价金额对应行程时间的增加值也分为加价多、加价中等、加价少三类。把最远乘距分类看成因素,加价平均加价金额对应行程时间的增加值看成水平,则相当于3因素3水平的研究,需要做 $3^3 = 27$ 次实验。实验结果如表6、7所示。由于正交实验法可以通过具有代表性的组合实验,在全面反映因素对比关系的情况下用最少的实验次数来提高效率^[8],所以采用 $L_9(3^3)$ 的正交表来进行简单的算例分析与说明。

表6 弹性需求相互独立的平均加价金额对应行程时间的增加值正交实验

实验次数	乘距远	乘距中等	乘距近	等车时间可靠性/%		
				扬招乘客	使用打车软件乘客	乘客总体
1	加价低	加价低	加价低	21.72	75.64	48.68
2	加价低	加价中等	加价中等	21.53	68.73	45.13
3	加价低	加价高	加价高	21.59	59.80	40.69
4	加价中等	加价低	加价中等	21.76	57.47	39.61
5	加价中等	加价中等	加价低	21.73	74.38	48.06
6	加价中等	加价高	加价高	21.53	68.73	45.13
7	加价高	加价低	加价高	21.76	55.96	38.86
8	加价高	加价中等	加价中等	21.78	47.43	34.60
9	加价高	加价高	加价低	21.73	70.67	46.20

由表6、7可知,加价对于弹性需求相互独立和弹性需求总和固定的等车时间可靠性影响较大,对扬招乘客影响较小。无论乘距远近,全都加价低能够以较小的费用成本实现最大的等车时间可靠性,而全都加价高或加价中等或不同出发地之间加价差异大时反而等车时间可靠性可能最低且费用成本最大;乘距远的加价越高,则使用打车软件乘客等车时间可靠性越低;

乘距中等与近的加价比乘距远的加价更高时能够有较高的等车时间可靠性;乘距近的加价低时未必比使用打车软件乘客的等车时间可靠性低。总体而言,弹性需求总和固定时的加价效果最好。

表7 弹性需求总和固定的平均加价金额对应行程时间的增加值正交实验

实验次数	乘距远	乘距中等	乘距近	等车时间可靠性/%		
				扬招乘客	使用打车软件乘客	乘客总体
1	加价低	加价低	加价低	21.66	78.36	50.01
2	加价低	加价中等	加价中等	21.62	77.89	49.76
3	加价低	加价高	加价高	21.62	65.55	43.58
4	加价中等	加价低	加价中等	21.69	56.30	38.99
5	加价中等	加价中等	加价低	21.63	70.09	46.36
6	加价中等	加价高	加价高	21.62	77.89	49.76
7	加价高	加价低	加价高	21.69	54.31	38.00
8	加价高	加价中等	加价中等	21.65	37.58	29.61
9	加价高	加价高	加价低	21.62	70.56	46.09

5 结束语

本文通过构建基于弹性需求的打车软件混合随机用户均衡模型,设计 MSA 和 Dial 算法,量化分析了使用打车软件对乘客等车时间可靠性与司机空驶时间可靠性的影响,并对相互独立的弹性需求上限、弹性需求总和固定上限、使用打车软件乘客需求量对于等车时间期望的弹性、平均加价金额对应行程时间的增加值等情况进行了详细分析,成果显著有效。

参考文献:

- [1] 况爱武, 黄中祥, 张生. ATIS 影响下基于广义出行负效用的随机分配[J]. 系统工程, 2010, 28(10): 108-113.
- [2] 黄中祥, 况爱武, 范文婷, 等. 出行信息对道路网络出行时间可靠性的影响[J]. 交通运输系统工程与信息, 2012, 12(6): 93-99.
- [3] 李茜. 基于 ATIS 的城市道路交通网络设计及相关问题研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2009.
- [4] Liao C H, Chen Chunwei. Use of advanced traveler information systems for route choice: interpretation based on a Bayesian model[J]. Journal of Intelligent Transportation Systems, 2015, 19(3): 1-10.
- [5] Huang Zhongxiang, Kuang Aiwu, Fan Wenting, et al. Impact of traveler information on road network travel time reliability[J]. Journal of Transportation Systems Engineering & Information Technology, 2012, 12(6): 93-99.
- [6] Ben-Elia E, Pace R D, Bifulco G N, et al. The impact of travel information's accuracy on route-choice[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2013, 26(1): 146-159.
- [7] 张波, 隗志才, 林徐勋. 基于有限理性的弹性需求随机用户均衡交通分配模型[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(9): 3268-3271.
- [8] 刘海旭. 城市交通网络可靠性研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2004.
- [9] 况爱武. 基于可靠性的城市交通网络分析[D]. 长沙: 长沙理工大学, 2012.
- [10] Ben-Akiva M E, Lerman S R. Discrete choice analysis: theory and application to travel demand[J]. Journal of the Operational Research Society, 1987, 38(4): 370-371.
- [11] 程琳. 城市交通网络流理论[M]. 南京: 东南大学出版社, 2010.
- [12] 边扬, 王炜, 陆建. 城市出租车运营网络平衡模型[J]. 交通运输工程学报, 2007, 7(1): 93-98.
- [13] 曹伟, 罗霞. 打车软件背景下出租车运营平衡模型[J]. 长安大学学报: 自然科学版, 2015, 35(S1): 203-207.
- [14] 陆化普. 交通规划理论与方法[M]. 2版. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [15] 吴开信, 牟瑞芳. 基于行程时间可靠性的弹性需求 SUE 配流模型[J]. 铁道运输与经济, 2011, 33(4): 66-70.
- [16] 袁鹏程, 韩印, 马万达. 基于行程时间可靠性的随机交通网络均衡模型[J]. 上海理工大学学报, 2008, 30(4): 352-356.
- [17] 潘义勇, 马健霄, 孙璐. 基于可靠度的动态随机交通网络耗时最优路径[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2016, 46(2): 412-417.