Estymacja Przedziałowa

Wzory

Szacujemy parametry w populacji generalnej na podstawie parametrów próbki

I. Szacowanie średniej m w populacji generalnej

I.1. Populacja generalna ma rozkład normalny i znamy jej odchylenie standardowe σ.

- Z tablic **rozkładu normalnego** odczytujemy kwantyl z_α taki, że $P(-z_\alpha < Z < z_\alpha) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ to poziom ufności) – rysując przybliżony wykres
- Stosujemy statystykę $Z = \frac{\overline{X}-m}{\sigma}\cdot\sqrt{n}$ i mamy przedział ufności: $P\left(-z_\alpha < \frac{\overline{X}-m}{\sigma}\sqrt{n} < z_\alpha\right) = 1-\alpha$, z której wyznaczamy m
- Mamy przedział ufności: $P(\ldots < m < \ldots) = 1-\alpha$
- Interpretujemy wynik

I.2.a Populacja generalna ma rozkład normalny, nie znamy jej odchylenia standardowego σ, liczebność próbki n jest mała.

- Z tablic **rozkładu t-Studenta** odczytujemy kwantyl $t_{\alpha;n-1}$ – nie rysując wykresu, tylko wprost z tablic ($1-\alpha$ to poziom ufności)
- Stosujemy statystykę $t = \frac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n-1}$ i mamy przedział ufności: $P\left(-t_{\alpha;n-1} < \frac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n-1} < t_{\alpha;n-1}\right) = 1-\alpha$, z której wyznaczamy m
- Mamy przedział ufności: $P(\ldots < m < \ldots) = 1-\alpha$
- Interpretujemy wynik

I.2.b Populacja generalna ma rozkład normalny, nie znamy jej odchylenia standardowego σ, liczebność próbki n jest duża.

- Z tablic **rozkładu normalnego** odczytujemy kwantyl z_α taki, że $P(-z_\alpha < Z < z_\alpha) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ to poziom ufności) – rysując przybliżony wykres
- Stosujemy statystykę $Z = \frac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n}$ i mamy przedział ufności: $P\left(-z_\alpha < \frac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n} < z_\alpha\right) = 1-\alpha$, z której wyznaczamy m
- Mamy przedział ufności: $P(\ldots < m < \ldots) = 1-\alpha$
- Interpretujemy wynik

I.3 Nie znamy rozkładu populacji generalnej, liczebność próbki n jest duża.

- Z tablic **rozkładu normalnego** odczytujemy kwantyl z_α taki, że $P(-z_\alpha < Z < z_\alpha) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ to poziom ufności) – rysując przybliżony wykres
- Stosujemy statystykę $Z = \frac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n}$ i mamy przedział ufności: $P\left(-z_\alpha < \frac{\overline{X}-m}{S}\sqrt{n} < z_\alpha\right) = 1-\alpha$, z której wyznaczamy m
- Mamy przedział ufności: $P(\ldots < m < \ldots) = 1-\alpha$
- Interpretujemy wynik

II. Szacowanie wariancji i odchylenia standardowego w populacji generalnej

II.a Populacja generalna ma rozkład normalny, nie znamy jej odchylenia standardowego σ, liczebność próbki n jest mała.

- Z tablic **chi-kwadrat** odczytujemy dwa kwantyle $\chi_{\frac{\alpha}{2};n-1}$, $\chi_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}$ – (możemy narysować wykres, $1-\alpha$ to poziom ufności)
- Stosujemy statystykę $\chi^2 = \frac{nS^2}{\sigma^2}$ i mamy przedział ufności:

  $P\left(\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2};n-1} < \frac{nS^2}{\sigma^2} < \chi^2_{\frac{\alpha}{2};n-1}\right) = 1-\alpha$, z której wyznaczamy σ
- Mamy przedział ufności: $P(\ldots < \sigma < \ldots) = 1-\alpha$
- Interpretujemy wynik

II.b Populacja generalna ma rozkład normalny, nie znamy jej odchylenia standardowego σ, liczebność próbki n jest duża.

- Z tablic **rozkładu normalnego** odczytujemy kwantyl z_α taki, że $P(-z_\alpha < Z < z_\alpha) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ to poziom ufności) – rysując przybliżony wykres
- Stosujemy statystykę $Z = \frac{S-\sigma}{\sigma}\sqrt{2n}$ i mamy przedział ufności:

  $P\left(S - z_\alpha \cdot \frac{S}{\sqrt{2n}} < \sigma < S + z_\alpha \cdot \frac{S}{\sqrt{2n}}\right) = 1-\alpha$
- Interpretujemy wynik

III. Szacowanie prawdopodobieństwa (odsetka, frakcji) w populacji generalnej

Liczebność próbki n jest duża.

p - prawdopodobieństwo (odsetek, frakcja) w populacji generalnej

m - liczba jednostek w próbie mających daną cechę

$\frac{m}{n}$ - odsetek jednostek w próbie mających daną cechę

- Z tablic **rozkładu normalnego** odczytujemy kwantyl z_α taki, że $P(-z_\alpha < Z < z_\alpha) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ to poziom ufności) – rysując przybliżony wykres
- Stosujemy statystykę $Z = \dfrac{\frac{m}{n} - p}{\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}}$ i mamy przedział ufności:

$$P\left(\frac{m}{n} - z_\alpha \sqrt{\frac{\frac{m}{n}\left(1-\frac{m}{n}\right)}{n}} < p < \frac{m}{n} + z_\alpha \sqrt{\frac{\frac{m}{n}\left(1-\frac{m}{n}\right)}{n}} \right) = 1-\alpha$$

- Interpretujemy wynik

Minimalna liczebność próby

d - dopuszczalny poziom błędu

1. **Szacujemy średnią m w rozkładzie normalnym przy znanym odchyleniu standardowym σ.**
   - Z tablic **rozkładu normalnego** odczytujemy kwantyl z_α taki, że:

     $P\left(-z_\alpha < Z < z_\alpha\right) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ to poziom ufności) – rysując przybliżony wykres
   - $n \geq \dfrac{z_\alpha^2 \sigma^2}{d^2}$

2. **Szacujemy średnią m w rozkładzie normalnym przy nieznanym odchyleniu standardowym σ.**
   - Wyznaczamy $\hat{S} = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{X}\right)^2}{n-1}}$ z wstępnej próbki
   - Z tablic **rozkładu t-Studenta** odczytujemy kwantyl $t_{\alpha;n-1}$ – nie rysując wykresu, tylko wprost z tablic ($1-\alpha$ to poziom ufności)
   - $n \geq \dfrac{t_{\alpha;n-1}^2 \cdot \hat{S}^2}{d^2}$

3. **Szacujemy prawdopodobieństwo p.**
   - Z tablic **rozkładu normalnego** odczytujemy kwantyl z_α taki, że:

     $P\left(-z_\alpha < Z < z_\alpha\right) = 1-\alpha$ ($1-\alpha$ to poziom ufności) – rysując przybliżony wykres
   - $n \geq \dfrac{z_\alpha^2 \cdot \frac{m}{n}\left(1-\frac{m}{n}\right)}{d^2}$