华北理工大学

NORTH CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

数值计算方法

Numerical Computational Method

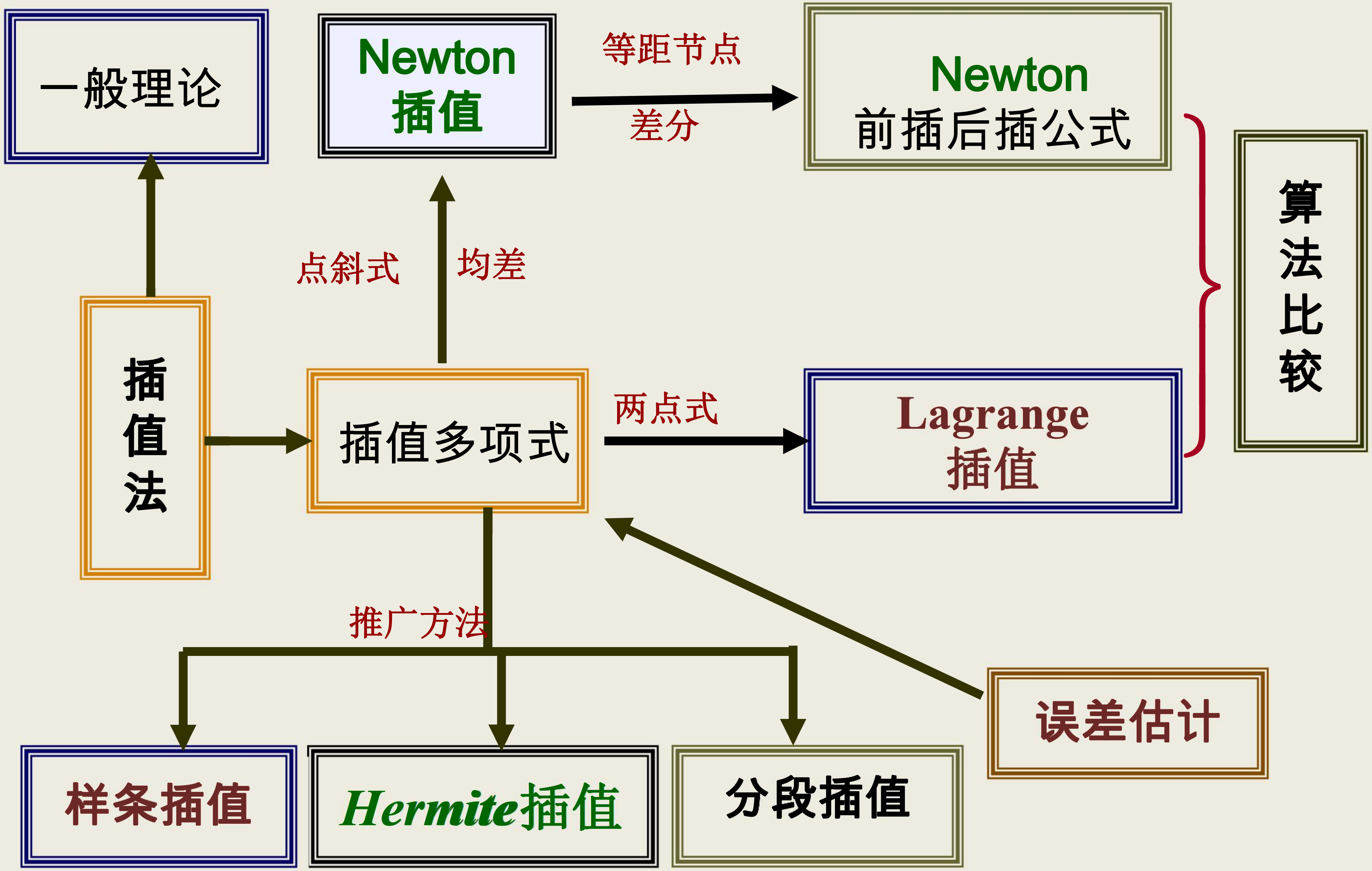
课程负责人：刘春凤 教授

第二章

插值法

第二章 插值法

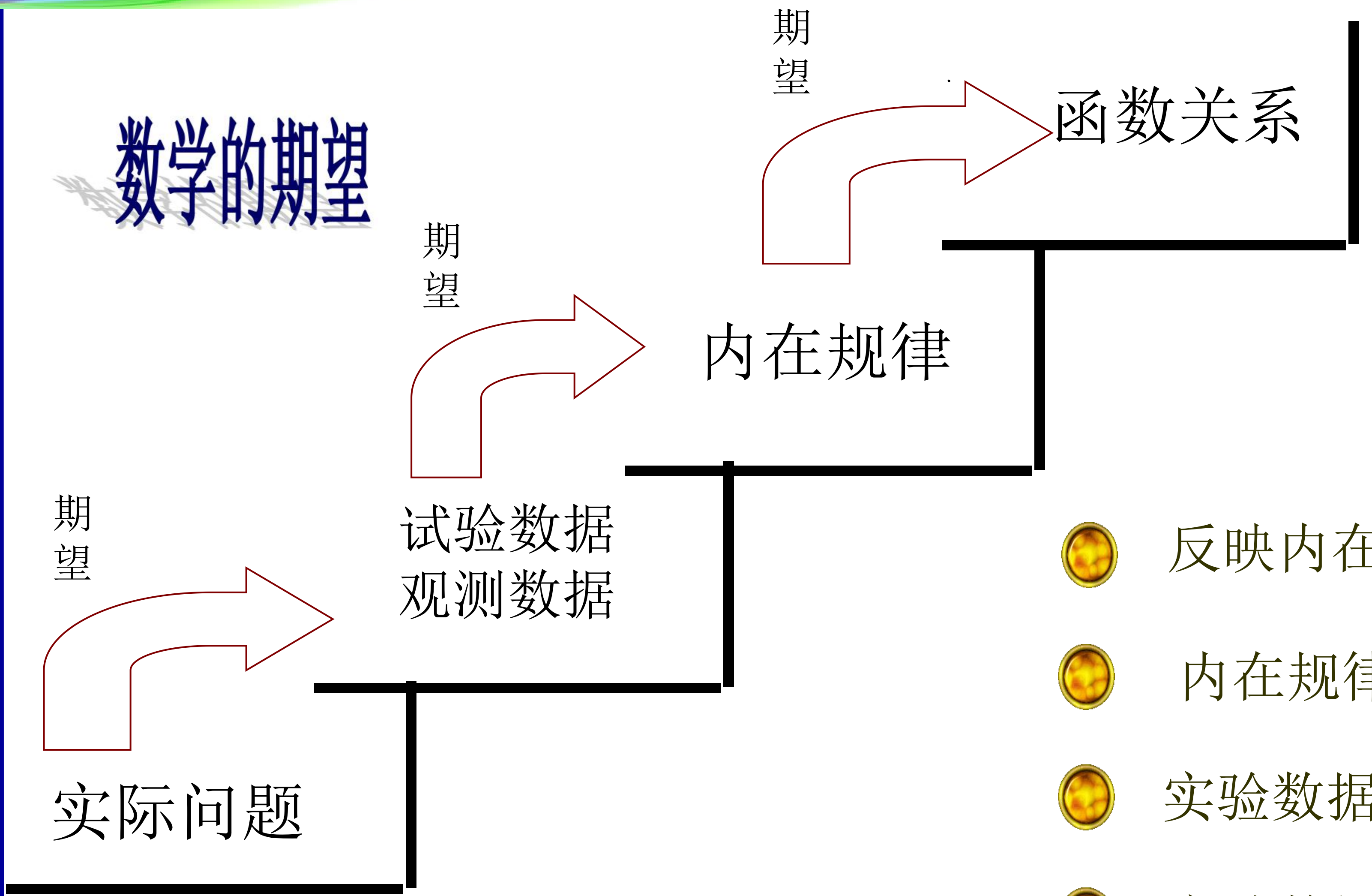
知识结构图


一般理论
Newton 插值
等距节点
差分
Newton 前插后插公式
算法比较
点斜式
均差
插值法
插值多项式
两点式
Lagrange 插值
推广方法
误差估计
样条插值
Hermite插值
分段插值

一、插值法的一般理论

- 问题的引入
- 插值法及其相关概念
- 一般插值多项式的原理
- 一般插值的程序设计

数学的期望与烦恼



数学的烦恼

- 反映内在规律的解析式是什么?
- 内在规律是否有函数解析式?
- 实验数据的内在规律是什么?
- 实验数据是否存在内在规律?

问题的引入

引例1

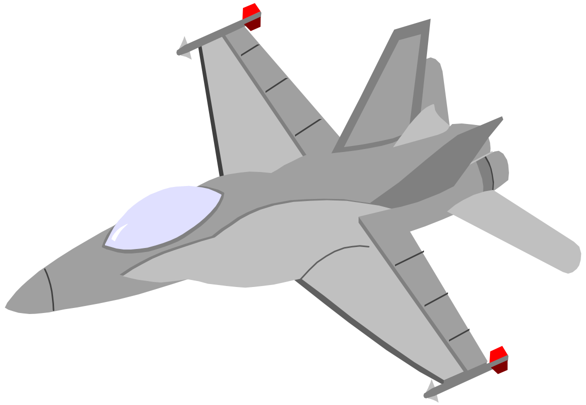
标准正态分布函数 $\Phi(x)$

x	0	1	2	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	…
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	…
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

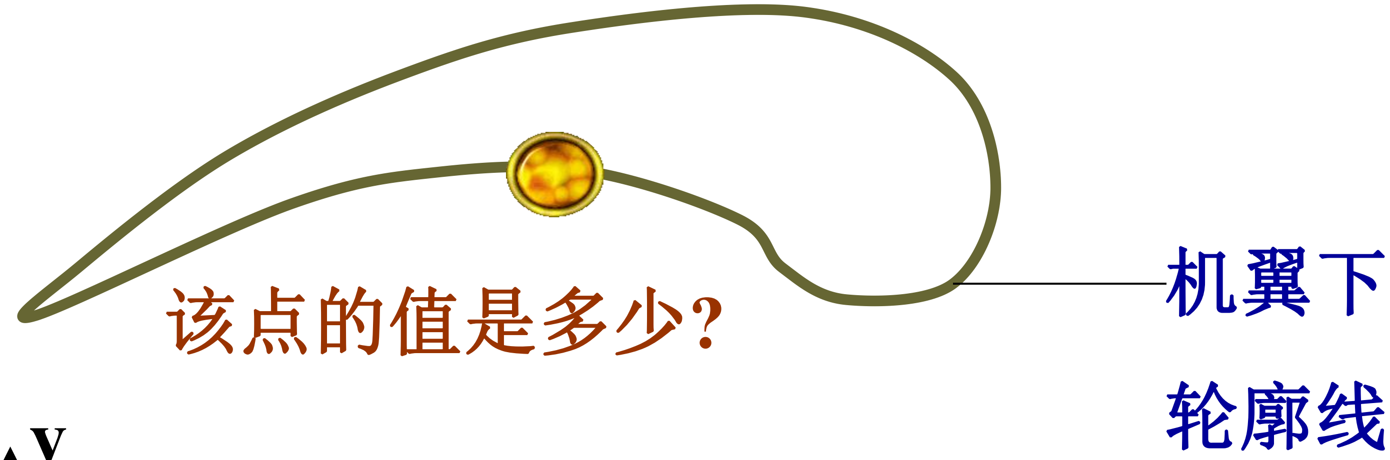
求$\Phi(1.014)$

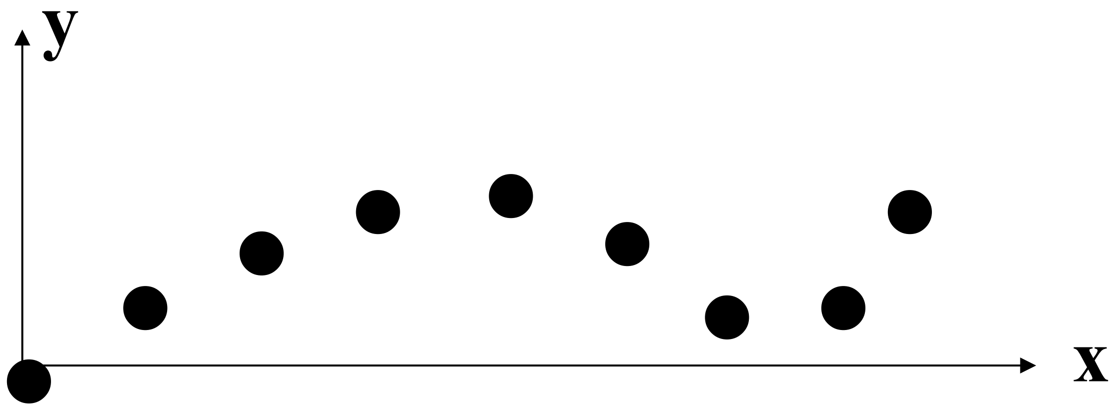
问题的引入

引例2 求机翼下轮廓线上一点的近似数值



机械加工



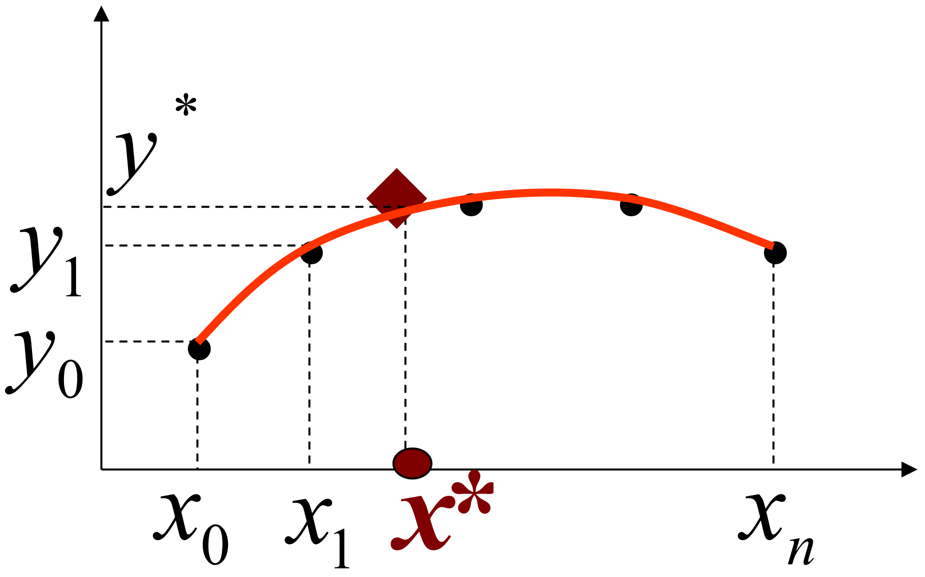


插值问题的一般提法

插值法概述

已知 n+1个节点(x_i, y_i) $(i=0,1,\cdots n)$，其中 x_i 互不相同，不妨设 $a=x_0<x_1<\cdots<x_n=b)$，

求任一插值点 $x^*(\neq x_i)$处的插值 y^*.



构造平面曲线

$$y=G(x)$$

使其通过所有节点，即：

$$y_i=G(x_i)$$

$$(i=0,1,\ldots,n)$$

插值法的基本思路

插值法概述

目标

求点 $x^*(\neq x_i)$处的插值

$$y^* = G(x^*)$$

思路

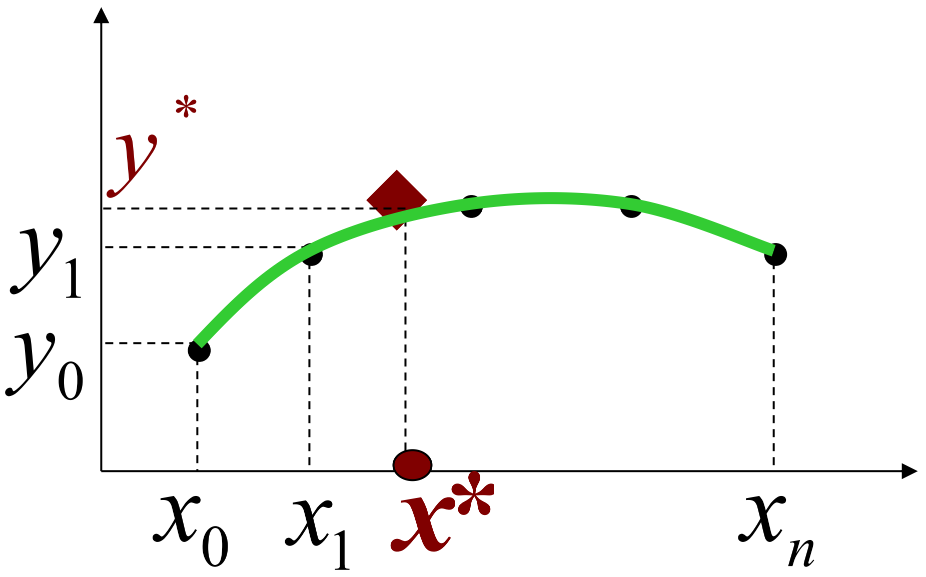
构造一个（相对简单的）函数

$$y = G(x)$$

使其通过所有节点，即：

$$y_i = G(x_i)$$

$$(i = 0, 1, \ldots, n)$$



插值法的概念

插值法的一般定义

设函数 $y = f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上有定义，且已知在点

$$a \le x_0 < x_1 < \cdots < x_n \le b$$

上的值分别为： $y_0, y_1, \cdots, y_n$,

若存在一简单 函数 $P(x)$，使 ?

$$P(x_i) = y_i \qquad (i = 0,1,2\cdots,n) \qquad (1.1)$$

则称 $P(x)$ 为 $f(x)$ 的插值函数， 点 $x_0, x_1, \cdots, x_n$ 称为插值节点，包含插值节点的区间 $[a,b]$ 称为插值区间，求插值函数 $P(x)$ 的方法称为插值法。

主要概念

- 插值函数
- 插值
- 插值法

插值法的概念

插值法的一般定义

- 若$P(x)$ 是次数不超过n的代数多项式，即

$$P(x)=a_0+a_1x+\cdots+a_nx^n,$$

- 若$P(x)$为分段多项式，就称为 分段插值。
- 若$P(x)$为三角多项式，就称为三角插值。

本章只讨论多项式插值和分段插值。

主要概念

- 分段插值
- 插值多项式
- 三角插值

華北理工大學

2018.7