

承诺书

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

2008 高教社杯全国大学生数学建模竞赛

编 号 专 用 页

赛区评阅编号（由赛区组委会评阅前进行编号）：

赛区评阅记录（可供赛区评阅时使用）：

评 阅 人										
评 分										
备 注										

全国统一编号（由赛区组委会送交全国前编号）：

全国评阅编号（由全国组委会评阅前进行编号）：

高等教育学费标准探讨

摘要

高等教育学费标准的合理定价，是关系到国家、高等学校和受教育者及其家庭利益的大事。在充分了解高等教育学费标准定价问题的背景下，如何收集、分析大量数据，筛选变量，建立学费计算模型及定量分析成为本问题的关键。

首先，我们进行数据的大量收集、分析与处理，通过变量的筛选原则，选出影响高校学费定价的因素，并量化。

然后，在已有的标准学费计算公式^[2]的基础上，重点考虑我国地区经济发展不平衡对生均培养成本造成的影响，引入“区域差异系数”，建立标准学费模型。旨在改变我国高校学费定价几乎不考虑不同地区经济发展的差异，而采取学费标准“一刀切”的现状。利用 C++编程求解模型一，求得三所高校，两类专业的标准学费（见表七）。以武汉某高校为例：

		应用数学	计算机科学与技术
	年份	标准学费（元）	标准学费（元）
武汉某大学	2002	4861.24	5099.86
	2003	4602.04	4841.01
	2004	4162.77	4402.22
	2005	3183.42	3428.19
	2006	2767.93	3018.41

接着，为保护贫穷阶层子女获得平等的高等教育机会，防止因学费过高而上不了大学的现象发生，体现教育公平的原则，各高校在制定各专业具体学费时，应受到一个上限的约束。同时，为保护高校正常的招生秩序和财政运营状况，预防出现为抢生源而不计成本和教育质量的恶性竞争现象，各高校在制定各专业具体学费时，也应受到一个下限的约束。针对此种情况，本文建立带有上下限的学费模型。利用 C++编程求解模型二，求得三所高校，两类专业的上限学费与下限学费（见表九），在给予各高校学费标准自主确定权的同时，加以必要的约束。以南京某高校为例：

		应用数学		计算机科学与技术	
	年份	上限学费（元）	下限学费（元）	上限学费（元）	下限学费（元）
南京某大学	2002	14071.5	4608.32	14071.5	4890.51
	2003	14702.6	4229.91	14702.6	4517.91
	2004	16331.2	3719.74	16331.2	4019.1
	2005	18170	2006.33	18170	2284.19
	2006	20257.1	1618.1	20257.1	1918.71

随后，利用学费标准不超过学生培养成本的 25% 这一指标对模型进行检验，论证模型的合理性。在此基础上，对模型求解得到的结果进行量化分析，得到一些结论，如：根据东西部学费差异是由于区域差异引起的，高等教育以及收费价格也可以按区域性划分，而不必“一刀切”。

最后，评价模型的优缺点，并提出模型的推广以及考虑学费减免模型、回归分析模型和多元收费价格模型（CUSEE）的改进方案。根据建模分析的结果，撰写一份报告，给有关部门提出了具体建议。

关键字：区域差异系数 变量筛选 量化分析 减免模型

一 问题重述

高等教育事关高素质人才培养、国家创新能力增强、和谐社会建设的大局，因此受到党和政府及社会各方面的高度重视和广泛关注。培养质量是高等教育的一个核心指标，不同的学科、专业在设定不同的培养目标后，其质量需要有相应的经费保障。高等教育属于非义务教育，其经费在世界各国都由政府财政拨款、学校自筹、社会捐赠和学费收入等几部分组成。对适合接受高等教育的经济困难的学生，一般可通过贷款和学费减、免、补等方式获得资助，品学兼优者还能享受政府、学校、企业等给予的奖学金。学费问题涉及到每一个大学生及其家庭，是一个敏感而又复杂的问题：过高的学费会使很多学生无力支付，过低的学费又使学校财力不足而无法保证质量。

请根据中国国情，收集诸如国家生均拨款、培养费用、家庭收入等相关数据，并进行分析。通过数学建模的方法，就几类学校或专业的学费标准进行定量分析，得出明确、有说服力的结论。最后，根据建模分析的结果，给有关部门写一份报告，提出具体建议。

二 符号说明

I ：权重人均可支配收入比例

I_{low} ：中下等偏下户城镇居民人均可支配收入

I_{cou} ：农村居民人均纯收入

e ：普通高等学校农村学生比例

a ：区域差异系数

b ：学历系数

c ：专业系数

d ：名校系数

L ：生均学习生活费

r ：银行最低贷款利率

G ：人均 GDP

f ：成本系数

n ：农村居民平均每户常住人口

m ：城镇居民平均每户常住人口

E ：生均事业性经费支出

$T_{标准}$ ：标准学费

$T_{上限}$ ：上限学费

$T_{下限}$ ：下限学费

N ：某高校的招生总人数

s ：贫困生数占总招生人数的百分比

$p(N)$ ：贫困生总未支付费用

$\gamma(N)$ ：人均分担贫困生总未支付费用的教育成本

A ：学生交的实际学费

三 模型假设

- 1、不考虑因突发事件对学费收取的影响；
- 2、不包括军事院校、部属专业学校等不缴纳学费的院校；
- 3、在相当长的时间内国家教育主管部制定的收费标准政策稳定；
- 4、各高校自主确定的收费标准并报国家教育主管和物价主管部门批准
- 5、本文论述的标准学费、上下限学费不包含杂费等其他费用
- 6、同一地方、同一专业因学校的不同专业费用而不同

四 问题分析

高等教育事关高素质人才培养、国家创新能力增强、和谐社会建设的大局，因此受到党和政府及社会各方面的高度重视和广泛关注。而高等教育属于非义务教育，其经费在世界各国都由政府财政拨款、学校自筹、社会捐赠和学费收入等几部分组成。对适合接受高等教育的经济困难的学生，一般可通过贷款和学费减、免、补等方式获得资助，品学兼优者还能享受政府、学校、企业等给予的奖学金。

要求我们完成以下任务：

任务一，数据的收集、分析与处理，采取筛选变量原则选取变量，并量化；

据调查，各省市各高校各专业的学费近五年来未有太大变化，很多高校学费甚至没有做任何调整。导致我们无法对学费和影响它的因素做有效的回归分析或是相关性分析。必须寻求一种适当的标准，将影响学费的因素进行筛选。

任务二，建立数学模型并求解；

通过建立数学模型及求得结果，对几类学校或专业的学费标准进行定量分析。

任务三，对模型进行检验，结果进行分析，提炼观点，得出明确、有说服力的结论。

任务四，根据建模结果的分析，给高层部门写一份报告，并提出了极具价值的建议。

五 建模前准备

为了后面建模与程序设计的方便，在建立此模型前，我们有必要做一些准备工作。

5.1 变量的确定

选择变量的原则。可供选择的变量很多，但从实际应用的角度出发，应当依据下列原则进行适当筛选。

(1) 可定量性。所选择的变量将用于标准学费计算公式和上下限学费计算公式，必须有确定的定量数值方可通过计算得出定量的结论。若不可定量，则该变量对计

算公式而言没有任何价值。

(2) 权威性。数据的来源应当具备较强的权威性,其计算结果才能够具有说服力。因此,选择变量时应当从权威统计刊物或者权威内部资料中选择数据丰富的指标。

(3) 有效性。变量的主要作用是依据相应的数据变化对结果产生一定的影响。有效性是选择变量的关键性因素,应当在确立有效性的前提下,再考虑其他因素。

(4) 简便性。越简便的计算公式、计算参数,在实际应用时越不易出现错误,也便于大面积推广应用。因此,所选择的变量数据最好是一次数据,即可以直接从统计资料上获取的数据。少量的二次数据也应当是可以通过简单的换算即可使用的数据。

(5) 公开性。与权威性相匹配,所选择的标量也应当具备公开性。因为收取学费是一项社会行为,需要接受社会监督。只有公布学费的计算公式、提供权威的统计资料来源,任何人均可自行计算出学费的平均数据。向社会定期公布标准学费、上下限学费,也是接受社会监督的公开性的一种方式。

在以有效性为主选择变量之后,根据上述原则,提供一套核算学费标准的方法,建立标准学费的计算公式、上学费与下限学费的计算公式。

在设计标准学费公式时,根据中国国情以及模型应用的广度,应考虑如下因素^[2]:

区域差异:

考虑东中西地区经济发展差异巨大,高校的办学成本必然也相差悬殊,以省为单位分别计算各高校学费比较更有实际意义。本文采用调节系数的方法引入地区差异系数。

专业差异:

考虑不同高校不同专业间生均成本的差别,按专业的实际成本作为基准计算学费标准更符合实际情况,本文采用调节系数的方法引入专业调节系数,简称为专业系数。

学历差异:

考虑不同学历层次间的成本也不同,如培养硕士、博士的成本显然比本科生、专科生要高。故本文采用调节系数的方法引入学历系数。

生活学习费:

由于高等教育投资是多元化的,既有各级政府的教育投资,也有大学生及其所在家庭的投资,还有一些社会零散投资等。标准学费仅考虑国家投资、不考虑个人投资也是不合理也是不符合高等教育实际的。所以,在设计标准学费公式时,也当把大学生及其家庭支付的生活学习费用投资考虑在内。

城乡差别:

考虑到同省的城镇人均可支配收入的差异,本文利用权重人均可支配收入来反应可支配收入的城乡差别问题。

高等教育的收益:

根据市场经济学投资与回报,既然是投资,就应当允许有收益,高等教育投资也是如此,否则高等教育经费将无以为继。因此在高等教育经费基数中应当考虑社会最低投资报酬率(最低贷款利率),因此应乘以投资报酬率的计算式 $(1+\text{银行最低贷款利率})$ 。

成本分摊理论:

按照成本分摊理论,成本应当按照主体各方获益的比例分摊成本。对于高等教育而言,高校是教学与研究机构,并未参与教育投资。所以,依据我国的基本国情,高等教育成本主要在各级政府、大学生及其家庭之间进行分摊。企业或其他用人单位通过薪金的方式对大学毕业生所支付的高等教育费用进行补偿。当然,也可以由企业先支付高等教育费用,大学生毕业后用服务期的方式对用人单位进行补偿。成本分担的比例应当与收益的比例相对应,但由于我国目前还没有公认的收益比例指标,所以,采用人均可支配收入与人均GDP的比值来替代。

5.2 数据的搜集与处理

5.2.1 根据对题目的理解，我们从 1997——2007 年度的《中国统计年鉴》、《中国教育经费统计年鉴》和中国人民银行官方网上，搜集了 1996——2006 各年的以下数据（见附录一）。

1. 生均教育经费支出（标准生均成本）
2. 生均事业性经费支出
3. 农村居民人均纯收入
4. 农村居民平均每户家庭人口
5. 城镇居民人均可支配收入
6. 城镇居民平均每户家庭人口
7. 银行最低贷款利率
8. 人均国民生产总值

5.2.2 我们从 1998——2006 年度的《中国统计年鉴》上搜的全国居民消费水平、各省居民人均消费水平（见附录二）。

六 模型的建立与求解

6.1 模型一的建立

为给各高校制定具体专业学费提供参照，依据高等教育成本建立标准学费模型。

6.1.1 相关参数的量化

（1）权重人均可支配收入

为保护贫穷阶层子女的高等教育机会，体现社会公平的精神，权重人均可支配收入可以利用中等偏下户城镇居民人均可支配收入和农村居民人均纯收入与普通高等学校农村学生比例权重来体现。

权重人均可支配收入 I 表示为：

$$I = I_{low} \times (1 - e) + I_{cou} \times e \quad (1)$$

其中： I_{low} 为中等偏下户城镇居民人均可支配收入

I_{cou} 为农村居民人均纯收入

e 为普通高等学校农村学生比例

（2）普通高等学校农村学生比

普通高等学校农村学生比例的量化有两种方法：

其一，某普通高等学校城乡学生比例可以对该高校进行问卷调查，选择 Q 名随机调查对象，统计出城镇学生 N_1 名，农村学生 N_2 名，则该普通高等学校农村学生比为：

$$e = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \quad (2)$$

其二，某普通高等学校农村学生比例可采用本省该高校高考录取时表格里所填的农

$$\text{城应和农城往计算, 即 } e = \frac{\text{农应} + \text{农往}}{\text{城应} + \text{城往} + \text{农应} + \text{农往}} \quad (3)$$

(3) 区域差异系数

利用该省居民消费水平绝对值除以全国居民消费水平绝对值所得的值来衡量东中西地区各省经济发展差异问题。

$$\text{定义区域差异系数: } a = \frac{\text{某省居民消费水平绝对值}}{\text{全国居民消费水平绝对值}} \quad (4)$$

(4) 学历系数

学历是等级数据, 按照我国现行教育制度, 将学历划分为博士、硕士、本科、大专、中专五类, 将不同学历受教育年数约定如下 (表一)。

表一 不同学历受教育年数

无学历	中专	专科	本科	硕士	博士
0	4	6	9	12	15

同时, 由于获得学历的途径不同, 相应的学费也有相当大的差别。对于我国现存获得学历的不同途径, 可以分别赋予不同的权重 (如表二)。

表二 不同获得学历途径的权值

普通院校	职业院校	成人教育	自学考试	国民教育
1.0	0.6	0.6	0.6	0.4

$$\text{定义学历系数: } b = \text{学历途径权重} \times \frac{\text{某学历受教育年数}}{\text{本科教育年数}} \quad (5)$$

则博士、硕士、本科、大专、中专学历系数如下 (表三)。

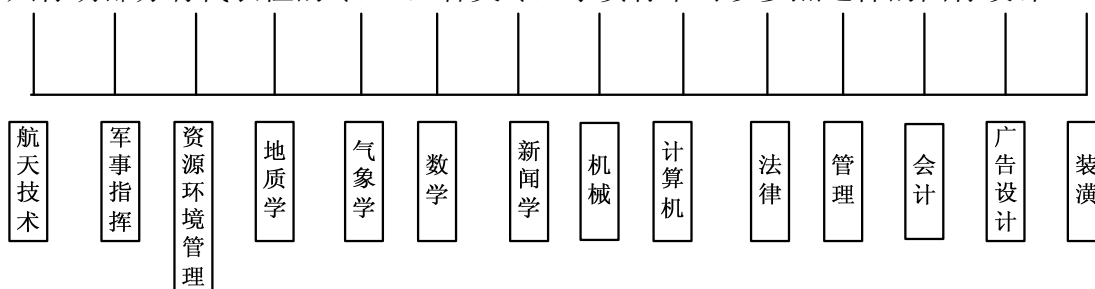
表三 不同学历的学历系数

学历	博士	硕士	本科	专科	中专	无专业学历者
学历系数	1.67	1.33	1	0.67	0.44	0

本文以本科生为研究对象, 故 $b=1$ 。

(5) 专业系数:

高等教育收费要根据产出的内部收益和外部收益大小而定。根据高等教育产出属性准则^[1], 高等教育各类专业可以按其产出属性排成一个连续谱, 像光谱一样, 靠近左端的专业社会公众直接受益较大, 靠近右端的专业社会公众直接受益程度小。如图一 (图中只标明部分有代表性的专业), 各类专业学费标准可以参照这样的图标设计。



图一 高等教育产出属性分布图

不妨将位于最中间的新闻学专业设为 1, 向右顺次为 1.01、1.02、.....1.07, 向左顺

次为 0.99、0.98.....0.94 等等（如表四）。

表四 专业系数一览表

专业	专业系数	专业	专业系数
航天技术	0.94	机械	1.1
军事指挥	0.95	计算机	1.2
资源环境管理	0.96	法律	1.3
地质学	0.97	管理	1.4
气象学	0.98	会计	1.5
数学	0.99	广告设计	1.6
新闻学	1	装潢	1.7

本文模型的求解以数学类和计算机类专业为例进行求解，则对应的专业系数分别为 0.99 和 1.02。

（6）名校系数

名校系数难以定量，根据市场经济投入与回报理论，名校的无形资产可以而且应当作为高校的资产投入而要求获得回报，也应当获得投资受益率。在国外，其名校的学费数额可以是不知名学校学费的几倍甚至几十倍。基于此种理念，名校的无形资产仅仅在以省级教育管理部门为单位进行核算的学费计算公式中体现为一个因子，放在高校的自主权范围内，由高校灵活掌握和决定。名校系数的平均值为 1，名气越高的高校，名校系数也越高；反之，越小；但 $0 < \text{名校系数} < 2$ 。鉴于中国国情，政府的宏观调控，对学费的基本无影响，所以本文取 $d = 1.0$ 。待今后国家政策改革，对引进名校系数变量的模型使用范围更广、更科学。

（7）生均学习生活费

生均学习费的量化分为两种情况。

① 某高校的生均学习生活费

其一，某高校的生均学习生活费可以通过该省的居民消费水平来衡量。生均学习生活费：

$$L = \text{该省居民人均消费水平绝对值}$$

其二，某高校的生均学习生活费也可以采取某高校进行问卷调查，选择 N 名随机调查对象，统计出第 n 名大学生每年（或者每月）的学习生活费总额 M_n ，则生均学习生活费：

$$L = \frac{\sum_{n=1}^N M_n}{N} \quad (6)$$

② 全国各大高校的生均学习生活费

全国各大高校的生均学习生活费可以通过该国家的居民消费水平来衡量。

生均学习生活费： $L = \text{该年全国居民人均消费水平绝对值}$

（8）成本系数

由于种种原因，高校的一部分支出并未列入其财务统计报表，我们把实际生均支出称为“实际生均成本”，为化简公式起见，我们采用标准生均成本乘以成本系数，调节到接近实际生均成本。若今后的高校经费统计资料可以准确反映实际生均成本，则成本系数就逐渐接近或等于 1。由于具体成本系数值需要采取抽样调查的方式取得，短时间

内无法通过搜索得到，故本文取为 1.1。

6.1.2 标准学费模型的建立

综合以上相关参数的量化分析，在已有的标准学费计算公式^[2]的基础上，考虑我国地区经济发展不平衡对生均培养成本造成的影响，添加区域差异系数，建立标准学费模型：

$$T_{\text{标准}} = \frac{I}{G} \times (C \times f \times a + L) \times (1+r) \times b \times c \times d - L \quad (7)$$

其中：I 权重人均可支配收入

G 人均 GDP

C 标准生均成本

L 生均生活学习费

r 银行最低贷款利率

a 区域差异系数

b 学历系数

c 专业系数

d 名校系数

f 成本系数

6.1.3 模型一的求解

模型的求解涉及不同省市，不同普通高等院校，不同专业相应学费的计算，由于时间和精力的限制，不可能就每所普通高等学校每个专业的学费进行详细的求解。我们根据惯例将我国各省、市、自治区从地域上划分为三个区域（如表五）。

表五 地域划分表

东部	辽宁，河北，北京，天津，山东，江苏，浙江，上海，福建，广东，广西和海南
中部	黑龙江，吉林，内蒙古自治区，山西，河南，湖北，江西，安徽和湖南
西部	陕西，甘肃，青海，宁夏回族自治区，新疆维吾尔自治区，四川，重庆，云南，贵州和西藏自治区

在全国普通高等学校中，我们在东部、中部、西部各选取一所院校为例（当然也可以选择同一区域，只是这时区域差异系数相等），对其开设的 2 个专业的学费，通过模型进行求解并进行定量分析。求解的地区、院校及专业如表六所示。其余省市各高校、各专业类别的学费均可参照表六中例子选择高校求解得到。

表六 院校和专业的选择

地区	省份	院校	专业
东部	江苏	南京某普通高等院校	应用数学专业 计算机科学与技术专业
中部	湖北	武汉某普通高等院校	应用数学专业 计算机科学与技术专业
西部	重庆	重庆某普通高等院校	应用数学专业 计算机科学与技术专业

根据前面建立的模型一，利用 VC++ 进行编程求解（程序见附录三），可得到两种情况下的标准学费。

第一种情况，考虑区域差异、专业类别求得标准学费，结果见表七。

表七 考虑区域差异、专业类别求得标准学费

		应用数学	计算机科学与技术
	年份	标准学费（元）	标准学费（元）
南京某普通高等院校	2002	7589.54	7962.07
	2003	7390.74	7774.52
	2004	6857.05	7251.48
	2005	4659.35	5017.6
	2006	4179.58	4557.81
武汉某普通高等院校	2002	4861.24	5099.86
	2003	4602.04	4841.01
	2004	4162.77	4402.22
	2005	3183.42	3428.19
	2006	2767.93	3018.41
重庆某普通高等院校	2002	4575.67	4800.26
	2003	4508.15	4742.25
	2004	4003.57	4233.86
	2005	3110.57	3349.74
	2006	2727.15	2973.94

第二种情况，不考虑区域差异、专业类别求得标准学费，结果见表八。由于未考虑区域差异和专业类别，所以无论是哪所大学还是哪个专业，所得的标准学费是一致的。

表八 不考虑区域差异、专业类别求得标准学费

	全国标准
年份	标准学费（元）
2002	6733.11
2003	6288.36
2004	5588.33
2005	3644.62
2006	3170.9

6.2 模型二的建立

为保护贫困阶层子女获得平等的受高等教育机会，防止因学费过高而上不了大学的现象发生，体现教育公平的原则，各高校在制定各专业具体学费时，应受到一个上限的约束。同时，为保护高校正常的招生秩序和财政运营状况，预防出现为抢生源而不计成本和教育质量的恶性竞争现象，各高校在制定各专业具体学费时，也应受到一个下限的约束。

6.2.1 带有上下限学费模型的建立

大学生的学费是由家庭为单位筹集的，所以，不能仅仅以人均收入来限定学费的上限，而应该以家庭年均可支配收入为计算的基数。考虑到家庭经济和社会普遍承受能力，我们以中等偏下户城镇人均可支配收入和农村居民家庭人均纯收入为基本依据，参照上限学费计算公式^[2]，建立上限学费模型。

$$\text{上限学费: } T_{\text{上限}} = I_{\text{cou}}ne + I_{\text{low}}m(1-e) \quad (8)$$

其中: n 为农村居民平均每户常住人口
 m 为城镇居民平均每户常住人口
 e 为普通高等学校农村学生比例

以高校的最低运营成本为依据, 考虑高校财政运营状况, 在下限学费计算公式^[2]的基础上, 同时也考虑我国地区经济发展不平衡以及专业对生均事业性支出造成的影响, 添加区域差异系数和专业系数, 建立下限学费模型:

$$T_{\text{下限}} = \frac{I}{G} \times (E \times a + L) \times c - L \quad (9)$$

其中: E 生均事业性经费支出

6.2.2 模型二的求解

根据前面建立的模型二, 利用 VC++ 进行编程求解 (程序见附录三), 可得到两种情况下的标准学费。

第一种情况, 考虑区域差异、专业类别求得上下限学费, 结果见表九。

表九 考虑区域差异和专业类别的上下限学费

		应用数学		计算机科学与技术	
		上限学费(元)	下限学费(元)	上限学费(元)	下限学费(元)
南京某普通高等院校	2002	14071.5	4608.32	14071.5	4890.51
	2003	14702.6	4229.91	14702.6	4517.91
	2004	16331.2	3719.74	16331.2	4019.1
	2005	18170	2006.33	18170	2284.19
	2006	20257.1	1618.1	20257.1	1918.71
武汉某普通高等院校	2002	14071.5	2951.72	14071.5	3132.47
	2003	14702.6	2633.87	14702.6	2813.2
	2004	16331.2	2258.18	16331.2	2439.91
	2005	18170	1370.79	18170	1560.63
	2006	20257.1	1071.59	20257.1	1270.66
重庆某普通高等院校	2002	14071.5	2778.32	14071.5	2948.45
	2003	14702.6	2580.13	14702.6	2755.8
	2004	16331.2	2171.81	16331.2	2346.59
	2005	18170	1339.42	18170	1524.92
	2006	20257.1	1055.8	20257.1	1251.94

第二种情况, 不考虑区域差异、专业类别求得上下限学费, 结果见表十。由于未考虑区域差异和专业类别, 所以无论是哪所大学还是哪个专业, 所得的上限学费和下限学费是一致的。

表十 不考虑区域差异和专业类别的上下限学费

年份	全国标准	
	上限学费(元)	下限学费(元)
2002	14071.5	4104.59
2003	14702.6	3618.05
2004	16331.2	3054.26
2005	18170	1600.8
2006	20257.1	1265.44

七 模型结果的检验、探讨和分析

7.1 模型结果的检验

根据目前各地高校的收费情况，虽然不同专业的学费不同，同一专业在不同学校特别是在不同省市的高校学费标准也不一样，甚至同一地方、同一专业，因学校的不同仍然不同。但一般专业的大体收费范围是 3500~6500^[6]。由表八我们模型求解所得的数据可知，在目前的国情下，现行的高校收费标准是合理的。

取附录一中生均教育经费支出该列 2002 年至 2006 年的数据，把该列数据乘以 1/4 和成本系数可得实际学生负担学费（如表十一）。

表十一 实际学生负担学费

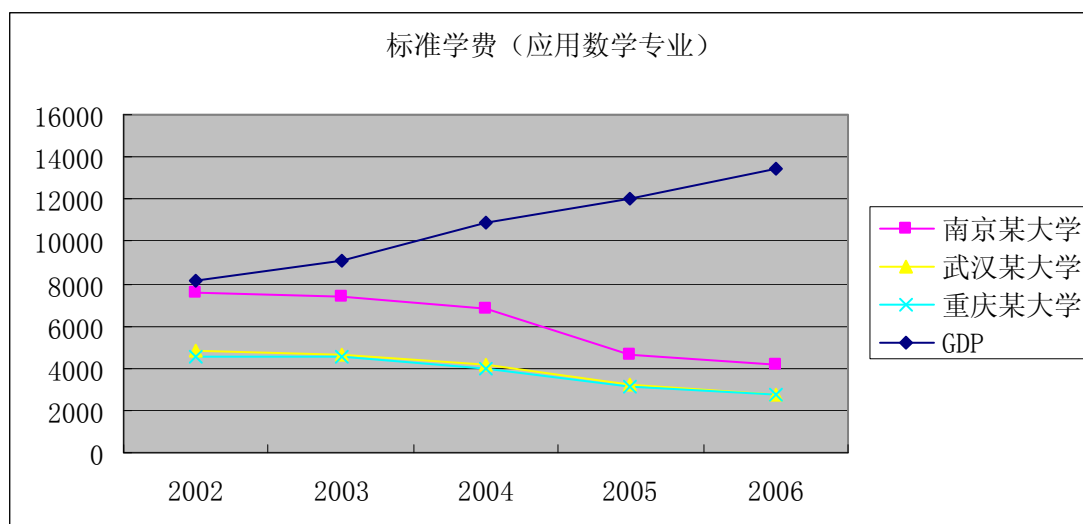
生均教育经费支出（元）	实际学生负担学费（元）
15119.56	4157.879
14962.77	4114.76175
14928.92	4105.453
15025.47	4132.00425
15332.8	4216.52

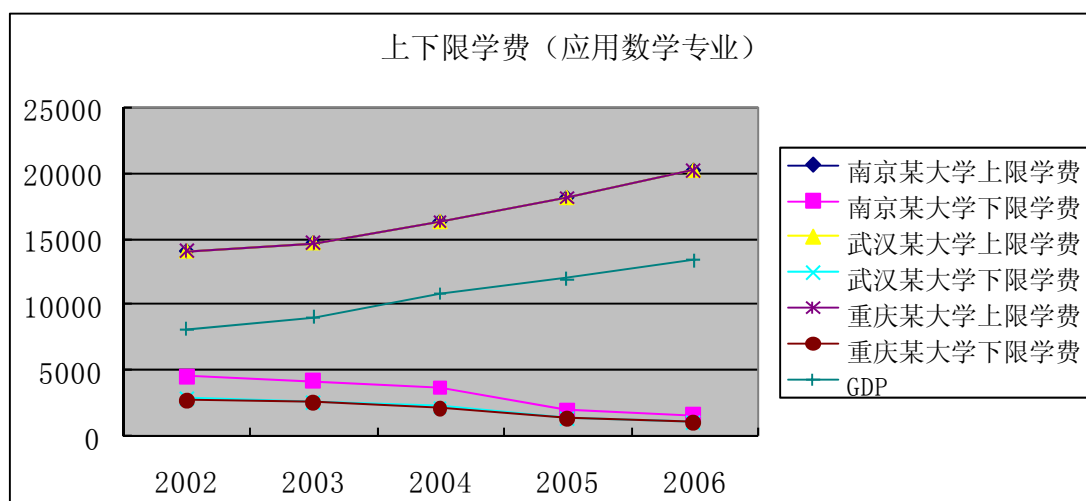
将表十上限学费和下限学费这两列和表十一实际学生负担学费列作比较可得：下限学费都低于实际学生负担学费，而上限学费都高于实际学生负担学费。因此，学生费用收取为学生培养成本的 25%，教育部这一规定是合理的且各大高校完全履行了。故本模型完全通过检验。

7.2 模型结果的探讨和分析

这里我们将以应用数学专业为例，对模型求得的结果进行探讨和分析。

一、图二为分别处于我国东中西三部的三所高校应用数学专业的标准学费和上下限学费随着时间变化的走势图。





图二 东中西部三所高校应用数学专业的标准学费和上下限学费

根据如图二，三所高校应用数学专业的学费与东中西部区域差异、人均 GDP 和专业有如下关系：

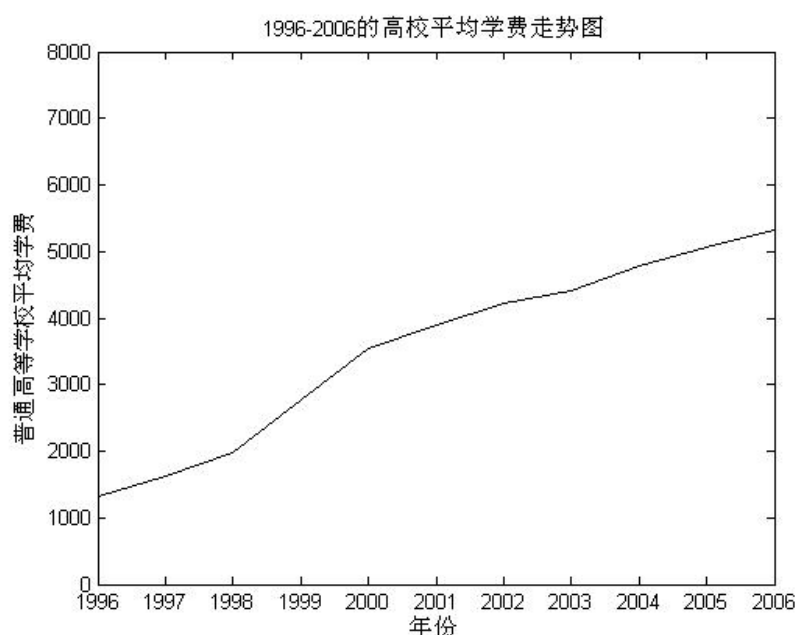
1. 在同一年份上，三所高校应用数学专业的标准学费随东部、中西部区域差异的显著而递减，中西部差异相差不是很大，故武汉某大学和重庆某大学应用数学专业的标准学费几乎相同。造成这种现象的原始是东西部区域经济发展水平相差巨大，

由此可以得出以下结论和建议：

结论：区域差异对标准学费影响显著。

建议：建议国家根据东西部区域差异制定学费，先进行普通高等学校试点实验。在实践中检验此种理论的可行性，然后再决定是否推广到全国。

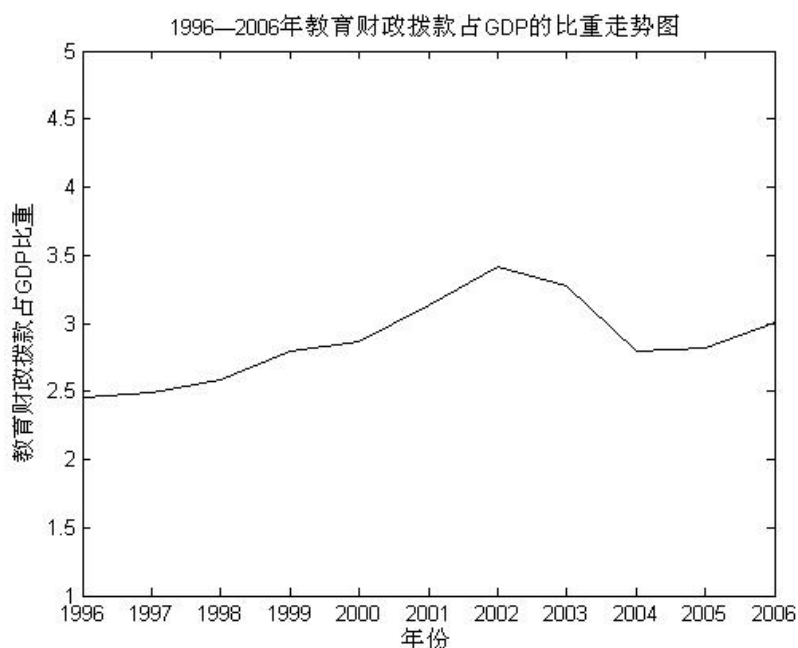
2. 三所高校应用数学专业的标准学费随年份的增加而减少，但是根据上海教科院智力所沈百福的计算得到的结果，如图三所示：实际的标准学费随年份的增加而增加。



图三 1996-2006 年高校平均学费走势图（数据引自上海教科院智力所沈百福的计算）

由 1996 年—2006 年教育财政拨款占 GDP 的比重走势图（如图四）我们可以看出：

教育财政拨款占 GDP 的比重偏低，教育财政拨款占 GDP 的比重大致维持在 3% 左右，而主要市场经济国家教育财政拨款占 GDP 比例年平均值大体在 4%–6% 之间。因此我国教育财政拨款相对于主要市场经济国家而言是偏低的。



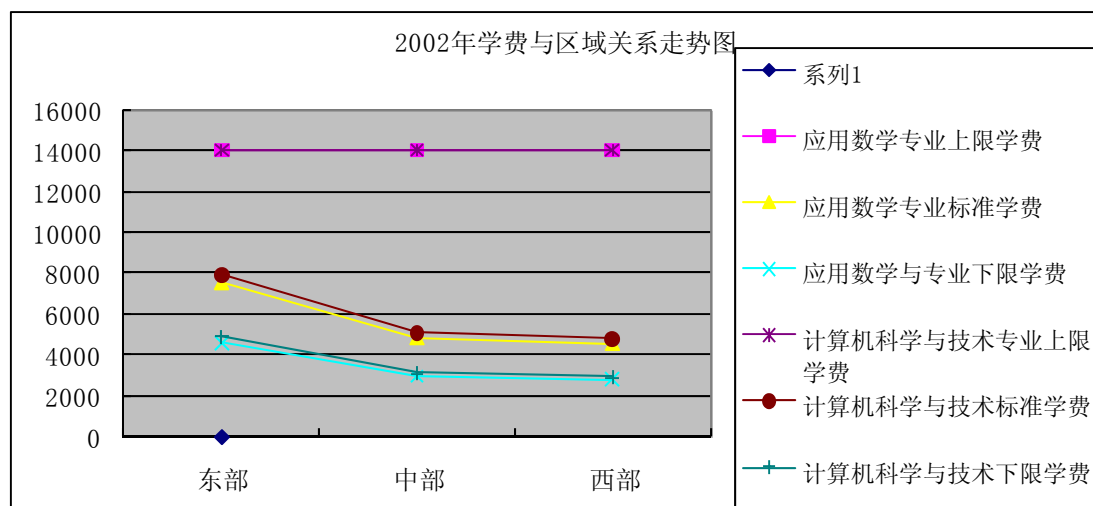
图四 教育财政拨款占 GDP 的比重

由此可以得出以下结论和建议：

结论：人均 GDP 的快速增长体现出国家综合实力的大幅度提高，而国家投入到高等教育学费的资金年均值保持不变。

建议：政府应当随 GDP 的增加而提高对高等教育的投入，协调高等教育学费与国民经济的发展起着重要的作用，缓解高等教育收费水平超过了城乡居民承受能力的现状。

二. 图五为 2002 年学费与区域关系走势图。



图五 2002 年学费与区域关系走势图

由图五看出，应用数学专业的上限学费、标准学费以及下限学费走势几乎相同，而且从东部到西部标准学费更偏向下限学费，与实际区域经济发展水平高低比较一致，体现出模型结果的合理性。

八 模型的推广与改进

8.1 模型一和模型二可以适用于任何高校，任何专业，任何学历

本文在求解模型一和模型二时，考虑求解规模大小的问题，仅选取三所高校、两个专业为例。但根据已收集到的全国及各省居民消费水平绝对值等数据，用同样的方法对模型进行求解，可以方便的计算出任何高校，任何专业的标准学费及上下限学费。此外，通过调整学历系数也可推广到专科、硕士甚至博士。所以本文模型的推广能力很强，可移植性好。

8.2 考虑各高校对经济困难学生提供学费减免

由于目前我国还处在一个飞速发展的阶段，社会不可避免的存在着严重的贫富差距，鉴于区域差异的存在，按区域收费显得更符合实际情况，但是为了能使家庭经济困难的学生上得起大学，尤其使西部经济困难的大学生能够有平等的机会就读东部高校，各个高校可以根据自己实际情况适当减免学生的学费，使得学费能在其承受范围之内，以体现教育的公平性。为此我们建立考虑学费减免的标准学费改进模型。

设某高校的招生总人数为 N ，贫困生数为总招生人数的 s ($0 < s < 1$)，贫困生总未支付费用为 $p(N)$ ，人均分担的教育成本为 $\gamma(N)$ ，实际学费为 A 。

则可得标准学费改进模型：

$$A = T_{\text{标准}} + \gamma(N) \quad (10)$$

我们可将贫困生分为四个等级并对其进行减免学费。如表十二所示。

表十二 贫困生等级

贫困生等级	比例(%)	减免额(占学费的%)
一等	$G(1)$	$D(1)$
二等	$G(2)$	$D(2)$
三等	$G(3)$	$D(3)$
四等	$G(4)$	$D(4)$

$$\text{则可得 } s = \sum_{i=1}^4 G(i) \quad (11)$$

贫困生总未支付费用可由两个等式得到：

$$\begin{cases} p(N) = N \times A \times \sum_{i=1}^4 [G(i) \times D(i)] \\ p(N) = \gamma(N) \times N \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{解该等式可得人均分担的教育成本为 } \gamma(N) = \frac{T \times \sum_{i=1}^4 [G(i) \times D(i)]}{1 - \sum_{i=1}^4 [G(i) \times D(i)]} \quad (13)$$

8.3 考虑标准学费制定的复杂性和实际操作性问题

由于实际制定标准学费是一个很复杂、很艰辛、难量化的过程，如何建立一个快速有效简单易行的估算方法显得十分重要。因此，基于本文提出标准学费和上下限学费问题建立了线性回归模型。

根据某普通高等教育学校历年的标准学费和上下限学费，考虑以下关系式：

$$T_{\text{标准学费}} = \beta_1 \times T_{\text{上限学费}} + \beta_2 \times T_{\text{下限学费}} + \varepsilon \quad (14)$$

其中， ε 为误差量

β_1 、 β_2 为待估计的参数

建立线性回归模型来拟合经验公式，并进行显著性分析和检验。此经验公式方便简单快速有效易行，对于快速估算该普通高等教育学校的标准学费极具价值。

九 模型的优缺点及改进

9.1 模型的评价

9.1.1 模型的优点

- 1、模型提出了基于标准学费和上下限学费的一套核算学费的方法。
- 2、本文模型引入地域差异系数、专业系数以及考虑贫困生学费支付能力等建立的模型，贴切实际，合情合理。
- 3、本模型对国内大多数普通高等教育院校（军事院校、部署专科学校等除外）和专业进行定量计算标准学费和上下限学费，适用范围广，移植性强。

9.1.2 模型的缺点

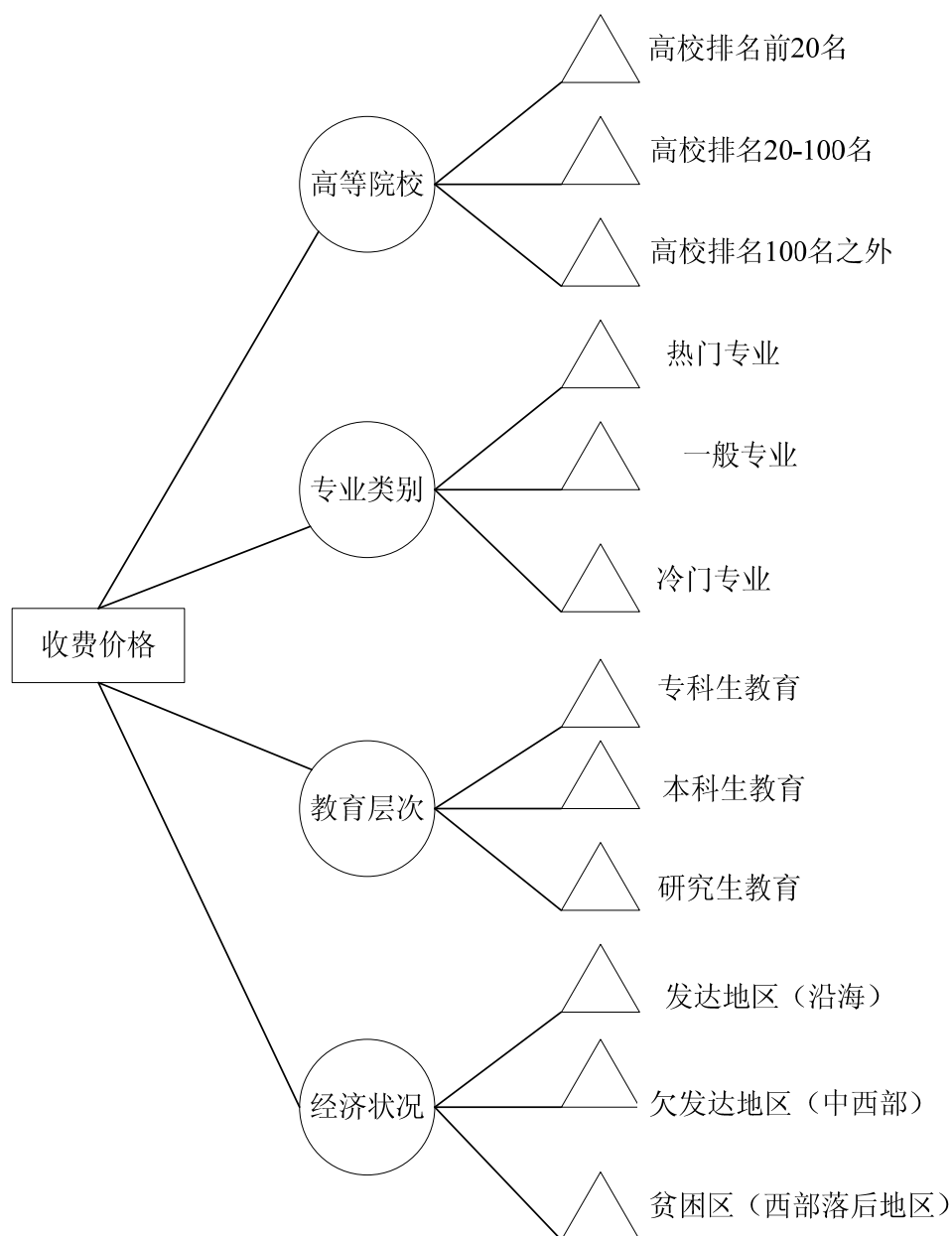
对于模型中有些变量的量化方法有待进一步分析和优化。

9.2 模型的改进

以上模型主要是通过选取变量原则选取变量，然后进行数据的搜集和处理，最后建立了标准学费、上下限学费模型。考虑了高等院校、专业类型、学历、区域差异等等，当然我们也可以将普通高等院校（University）、专业类型（Specialty）、所受教育层次

（Education）、生源地的经济状况（Economy）分别分为 n_1 、 n_2 、 n_3 、 n_4 个等级，根据不同的院校、专业、教育、经济类别赋予不同的等级权重，而这些带有权重的等级一共有 $n_1 \times n_2 \times n_3 \times n_4$ 组合，这些组合就构建多元收费价格模型（称为 CUSEE 模型）。即一

共有 $n_1 \times n_2 \times n_3 \times n_4$ 种等级培养方案，对应 $n_1 \times n_2 \times n_3 \times n_4$ 种收费价格。这种多元收费价格模型通过对不同类别的高校、不同类型的专业及不同层次的教育之间的差别定价并兼顾地区差异来体现高等教育价格的多样性，让那些教育质量高且学生未来收益高的高校或专业招收一部分能够且愿意支付较高学费的学生，不仅可以是高校实现有限教育资源的充分利用，而且有利于高等学校自身的发展，也为个人提供了选择教育的机会，实现了“双赢”的结果。例如取 $n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 3$ ，则共有 81 种收费方式，如图六所示。



图六 CUSEE 的收费树图

十 写给高层部门的一份报告

尊敬的领导：

您好！

高等教育事关高素质人才培养、国家创新能力增强以及和谐社会建设的大局。

根据建模分析的结果，我国普通高校的实际情况，本人认为加强和规范我国普通高等学校的学费管理，防止高校学费过快增长，在实践中检验此种理论的可行性，然后再决定是否推广到全国。提出以下几点建议：

1、增加国家财政对普通高校的资金投入。

2、学费要为大多数居民户能够接受。由于学费作为居民消费支出的一部分，学费收取标准占社会直接成本的比例取决于居民收入水平和消费支出结构，因而学费标准的

确定必须考虑居民的承受能力。

3、由于区域差异对标准学费影响显著，故高等教育以及收费价格可以按区域性划分，而不必一刀切。本人建议国家根据东西部区域差异制定学费，先进行普通高等学校试点实验，然后再决定是否向全国推广。

4、政府可规定学费标准的上限学费和下限学费，学校有权在一定区间变动。

5、向社会定期公布标准学费、上下限学费，以及学费的计算公式和提供权威的统计资料来源，以便任何人均可自行计算出学费的平均数据。因为收取学费是一项社会行为，需要接受社会监督。向社会定期公布标准学费、上下限学费，也是接受社会监督的公开性的一种方式。

6、学费收取要实行规范化管理，鼓励全社会关注高等教育的发展。

7、逐步完善对贫困生的自主制度。

8、从东部到西部区域的变化，标准学费更偏向下限学费，与实际区域经济发展水平高低比较一致，体现出模型结果的合理性。

×××

2008年9月22日

十一 参考文献

[1] 吕孟仁 高等教育成本分担及收费标准设计的准则 高教研究 第五期:19-20 页 2003

[2] 王康平 高校学费政策的理论与实践 厦门大学:厦门大学出版社 2001

[3] 数学中国 《中国教育经费统计年鉴 1997-2007》

<http://www.madio.cn/mcm/thread-16808-1-1.html> 2008年9月19日

[4] 数学中国 《中国统计年鉴（1997-2007）》

<http://www.madio.cn/mcm/thread-16809-1-1.html> 2008年9月19日

[5] 中国人民银行 人民币最低贷款利率

<http://www.pbc.gov.cn/detail.asp?col=462&ID=2337> 2008年9月19日

[6] 华中教育信息网 普通高校部分专业学费参考

http://www.999edu.cn/web/20060512/999edu/html/news_19839_1.shtml 2008年9月19日

十二 附件

附件一

基本数据（数据来源 1999——2007 年各年《中国统计年鉴》、《中国教育经费统计年鉴》和中国人民银行官方网）

年份	生均教育经费支出 (元)	生均事业性经费支出 (元)	农村居民人均纯收入 (元)	平均每户家庭人口 (人)	中等偏下户城镇居民人均可支配收入 (元)	平均每户家庭人口 (人)	人民币最低贷款利率	人均国内生产总值 (元)
1996	9365.6	7371.62	1926	4.42	3397.17	3.32	9.18	5576

1997	10665.99	8349.96	2090	4.35	3966.23	3.34	7.65	6053
1998	13990.8	11019.76	2162	4.3	4107.26	3.29	6.57	6392
1999	15231.24	11853.74	2210	4.25	4363.78	3.28	5.58	6534
2000	15974.32	12815.26	2253	4.2	4623.54	3.28	4.91	7078
2001	15445.23	12390.48	2366	4.15	4946.6	3.25	4.73	7543
2002	15119.56	12394.32	2476	4.4	4931.96	3.2	5.04	8184
2003	14962.77	12147.76	2622	4.1	5377.25	3.13	5.73	9101
2004	14928.92	12122.22	2936	4.08	6024.1	3.1	5.22	10561
2005	15025.47	12565.27	3255	4.08	6710.58	3.1	5.7	14040
2006	15332.8	13136.34	3587	4.05	7554.16	3.09	5.4	16084

附录二

全国和各省居民人均消费水平（数据来源 1999——2007 年各年《中国统计年鉴》）

人均消费水平	1998年	1999年	2000年	2001年	2002年	2003年	2004年	2005年	2006年
全国	3159	3346	3632	3869	4106	4411	4925	5463	6114
北京	5178	5784	7326	8197	9291	10584	12405	14835	16770
天津	5209	5551	6117	6802	7162	7836	8765	9484	10564
河北	2207	2312	2534	2785	3054	3452	3858	4311	4945
山西	1835	1833	2037	2232	2562	2934	3451	4172	4843
内蒙古	2141	2279	2425	2806	3453	3742	4233.2	4620	5800
辽宁	3829	4128	4490	4789	5095	5159	5561	6449	6929
吉林	3015	3148	3381	3651	3869	4557	5136	5135	5710
黑龙江	3276	3431	3669	4029	4337	4645	5132	4822	5141
上海	9202	10328	11546	12562	14295	15866	18382	18396	20944
江苏	3498	3594	3862	4322	4704	5274	6159	7163	8302
浙江	3784	3877	4366	4772	5515	6451	6844	9701	11161
安徽	2370	2523	2588	2739	2988	3312	3707	3888	4441
福建	3934	4066	4428	4611	4900	5324	5913	6793	7826
江西	1973	2056	2396	2500	2651	2739	3353	3821	4173
山东	2899	3194	3467	3751	3952	4385	4966	5899	7025
河南	1862	1902	2208	2385	2581	3129	3681	4092	4632
湖北	2706	2691	2857	3183	3535	3985	4684	4883	5533
湖南	2471	2594	2723	2845	3013	3284	3739	4894	5498
广东	2594	4760	5007	5038	5683	6190	7286	9821	10829
广西	2040	2079	2147	2247	2405	2567	2863	3928	4330
海南	2562	2729	2904	2961	3198	3275	3620	4145	4736
重庆	2224	2336	2466	2642	2836	3217	3596	4782	5417
四川	2121	2191	2456	2466	2621	2839	3643	4130	4501
贵州	1511	1542	1608	1631	1701	1770	1946	3140	3499
云南	2059	2340	2530	2192	2377	2495	2966	3749	4075
西藏	1551	1669	1823	1939	2313	2825	3166	3019	2915
陕西	1852	1884	2035	2150	2404	2548	2893	3594	3972

甘肃	1612	1650	1734	1839	1975	2171	2460	3453	3810
青海	2047	2050	2255	2443	2644	2895	3183	3888	4229
宁夏	1947	2014	2290	2384	2583	2927	3404.	4413	5112
新疆	2745	2936	2650	2882	3150	3237	3377	3847	4206

附件三

(1) 考虑区域差异、专业类别求得标准学费，上限学费和下限学费的 VC++ 程序。

```
#include <iostream>
#include <fstream>

using namespace std;

int main()
{
    ofstream fout("a.txt");
    // 中等偏下户城镇居民人均可支配收入
    double city_money[5] = {4931.96, 5377.25, 6024.1, 6710.58, 7554.16};
    // 农村居民人均纯收入
    double country_money[5] = {2476, 2622, 2936, 3255, 3587};
    // 城镇生比例
    double city_per[5] = {0.65, 0.65, 0.65, 0.65, 0.65};

    // 人均国内生产总值
    double per_gdp[5] = {8184.0, 9101.0, 10561.0, 14040.0, 16084.0};
    // 成本系数
    double chengbenxishu = 1.1;
    // 学历系数
    double school_age = 1;
    // 专业系数
    double special_age[2] = {0.99, 1.02};
    // 生均生活、学习费
    double shenghuofei[3][5] = {4704, 5274, 6159, 7163, 8302, 3013, 3284, 3739, 4894,
5498, 2836, 3217, 3596, 4782, 5417};
    // 标准生均成本
    double biaozhun[5] = {15119.56, 14962.77, 14928.92, 15025.47, 15332.8};
    // 利率
    double interest_rate[5] = {0.0504, 0.0573, 0.0522, 0.057, 0.054};

    //地区差别
    double dif[3][5] = {4704.0/4106.0, 5274.0/4411.0, 6159.0/4925.0, 7163.0/5463.0,
8302.0/6114.0,
3013.0/4106.0, 3284.0/4411.0, 3739.0/4925.0, 4894.0/5463.0, 5498.0/6114.0,
2836.0/4106.0, 3217.0/4411.0, 3596.0/4925.0, 4782.0/5463.0, 5417.0/6114.0};
```

```

// 平均每户家庭人口
double country_people[5] = {4.4, 4.1, 4.08, 4.08, 4.05};
double city_people[5] = {3.2, 3.13, 3.1, 3.1, 3.09};

// 生均事业性经费支出
double other_money[5] = {12394.32, 12147.76, 12122.22, 12565.27, 13136.34};

for (int i = 0; i < 3; ++i)
{
    if (i == 0)
    {
        cout << "南京某普通高等院校:" << endl;
        fout << "南京某普通高等院校:" << endl;
    }
    else if(i == 1)
    {
        cout << "武汉某普通高等院校" << endl;
        fout << "武汉某普通高等院校" << endl;
    }
    else
    {
        cout << "重庆某普通高等院校:" << endl;
        fout << "重庆某普通高等院校:" << endl;
    }
    for (int j = 0; j < 2; ++j)
    {
        if (j == 0)
        {
            cout << "应用数学:" << endl;
            fout << "应用数学:" << endl;
        }
        else
        {
            cout << "计算机与科学技术:" << endl;
            fout << "计算机与科学技术:" << endl;
        }
        for (int z = 0; z < 5; ++z)
        {
            double quanzhongrenjun = city_money[z]*city_per[z] +
country_money[z]*(1-city_per[z]);
            float tutor_money =
(quanzhongrenjun/per_gdp[z])*(biaozhun[z]*chengbenxishu*dif[i][z]+shenghuofei[i][z])*sch
ool_age*special_age[j]*(1.0+interest_rate[z]) - shenghuofei[i][z];
            cout << 2002+z << "年标准学费:" << tutor_money << " ";

```

```

        fout << 2002+z << "年标准学费:" << tutor_money << " ";
        float max_money = country_money[z]*country_people[z]*(1-city_per[z]) +
city_money[z]*city_people[z]*city_per[z];
        cout << "上限学费:" << max_money << " ";
        fout << "上限学费:" << max_money << " ";
        float min_money = (other_money[z]*dif[i][z] +
shenghuofei[i][z])*(quanzhongrenjun/per_gdp[z])*special_age[j]-shenghuofei[i][z];
        cout << "下限学费:" << min_money << endl;
        fout << "下限学费:" << min_money << endl;
    }
}
cout << endl;
}

return 0;
}

```

(2) 不考虑区域差异、专业类别求得标准学费，上限学费和下限学费的 VC++程序。

```

#include <iostream>
#include <fstream>

using namespace std;

int main()
{
    ofstream fout("b.txt");
    // 中等偏下户城镇居民人均可支配收入
    double city_money[5] = {4931.96, 5377.25, 6024.1, 6710.58, 7554.16};
    // 农村居民人均纯收入
    double country_money[5] = {2476, 2622, 2936, 3255, 3587};
    // 城镇生比例
    double city_per[5] = {0.65, 0.65, 0.65, 0.65, 0.65};

    // 人均国内生产总值
    double per_gdp[5] = {8184, 9101, 10561, 14040, 16084};
    // 成本系数
    double chengbenxishu = 1.1;
    // 学历系数
    double school_age = 1;
    // 专业系数
    double special_age = 1;
    // 生均生活、学习费

```

```

double shenghuofei[5] = {4106, 4411, 4925, 5463, 6114};
// 标准生均成本
double biaozhun[5] = {15119.56, 14962.77, 14928.92, 15025.47, 15332.8};
// 利率
double interest_rate[5] = {0.0504, 0.0573, 0.0522, 0.057, 0.054};

//地区差别
double dif[5] = {1, 1, 1, 1, 1};

// 平均每户家庭人口
double country_people[5] = {4.4, 4.1, 4.08, 4.08, 4.05};
double city_people[5] = {3.2, 3.13, 3.1, 3.1, 3.09};

// 生均事业性经费支出
double other_money[5] = {12394.32, 12147.76, 12122.22, 12565.27, 13136.34};

cout << "全国: " << endl;
for (int z = 0; z < 5; ++z)
{
    float quanzhongrenjun = city_money[z]*city_per[z] +
country_money[z]*(1-city_per[z]);
    float tutor_money =
(quanzhongrenjun/per_gdp[z])*(biaozhun[z]*dif[z]*chengbenxishu+shenghuofei[z])*school_
age*special_age*(1.0+interest_rate[z]) - shenghuofei[z];
    cout << 2002+z << "年标准学费:" << tutor_money << " ";
    fout << 2002+z << "年标准学费:" << tutor_money << " ";
    float max_money = country_money[z]*country_people[z]*(1-city_per[z]) +
city_money[z]*city_people[z]*city_per[z];
    cout << "上限学费:" << max_money << " ";
    fout << "上限学费:" << max_money << " ";
    float min_money = (other_money[z]*dif[z] +
shenghuofei[z])*(quanzhongrenjun/per_gdp[z])*special_age-shenghuofei[z];
    cout << "下限学费:" << min_money << endl;
    fout << "下限学费:" << min_money << endl;
}

cout << endl;
return 0;
}

```