Popisné charakteristiky

Charakteristiky polohy

aritmetický průměr	$\overline{x}$	$\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i$	harmonický průměr	$\overline{x}_H$	$\frac{n}{\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{x_i}}$
geometrický průměr	$\overline{x}_G$	$\sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdots x_n}$	kvadratický průměr	$\overline{x}_K$	$\sqrt{\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^2}$
$100p\%$ kvantil	x_p	$i_p:\ np < i_p < np+1$			
		pokud existuje i_p celé: $x_{(i_p)}$		pokud je np celé: $\frac{1}{2}\left[x_{(np)} + x_{(np+1)}\right]$	
modus	$\hat{x}$	hodnota znaku s největší četností			

Charakteristiky variability

variační rozpětí	R	$x_{\max} - x_{\min}$	průměrná odchylka	$\overline{d}_{\overline{x}}$	$\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} \lvert x_i - \overline{x}\rvert$
kvartilové rozpětí	R_Q	$x_{0,75} - x_{0,25}$	kvartilová odchylka	Q	$R_Q/2$
decilové rozpětí	R_D	$x_{0,90} - x_{0,10}$	decilová odchylka	D	$R_D/8$
percentilové rozpětí	R_C	$x_{0,99} - x_{0,01}$	percentilová odchylka	C	$R_C/98$
rozptyl	s_n^2	$\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$	směrodatná odchylka	s_n	$\sqrt{s_n^2}$
výběrový rozptyl	s^2	$\frac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2$	výběrová směrodatná odchylka	s	$\sqrt{s^2}$
variační koeficient	v	$\frac{s_n}{\overline{x}},\ \overline{x} \neq 0$			

Charakteristiky koncentrace

r-tý obecný moment	m'_r	$\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i^r$	r-tý centrální moment	m_r	$\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^r$
koeficient šikmosti	a_3	$\frac{m_3}{m_2^{3/2}} = \ldots = \frac{1}{ns_n^3}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^3$	koeficient špičatosti	a_4	$\frac{m_4}{m_2^2} - 3 = \ldots = \frac{1}{ns_n^4}\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^4 - 3$

Rozdělení náhodné veličiny – funkce

Diskrétní rozdělení

rozdělení	pravděpodobnostní funkce $p(x)$	distribuční funkce $F(x)$	obor hodnot M	pozn.
alternativní $A(\pi)$	$\pi^x(1-\pi)^{1-x}$	$\sum_{t\le x} p(t)$	$x = 0, 1$	$\pi \in (0;1)$
binomické $B(n,\pi)$	$\binom{n}{x}\pi^x(1-\pi)^{n-x}$	$\sum_{t\le x} p(t)$	$x = 0, 1, 2, \ldots, n$	$\pi \in (0;1)$
Poissonovo $P(\lambda)$	$\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$	$\sum_{t\le x} p(t)$	$x = 0, 1, 2, \ldots$	
hypergeometrické $Hg(N,M,n)$	$\dfrac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$	$\sum_{t\le x} p(t)$	$x = x_D, \ldots, x_H$	$x_D = \max\{0, n+M-N\}$ $x_H = \min\{n, M\}$

Pozn.: platí $p(x) = P(X = x)$ a $F(x) = P(X \le x)$.

Spojitá rozdělení

rozdělení	hustota pravděpodobnosti $f(x)$	distribuční funkce $F(x)$	obor hodnot M	pozn.
rovnoměrné $R(\alpha)$	$\dfrac{1}{\beta-\alpha}$	$\dfrac{x-\alpha}{\beta-\alpha}$	$x \in (\alpha,\beta)$	
exponenciální $E(\alpha,\delta)$	$\dfrac{1}{\delta}\mathrm{e}^{-\frac{x-\alpha}{\delta}}$	$1-\mathrm{e}^{-\frac{x-\alpha}{\delta}}$	$x > \alpha$	$\alpha \in \mathbb{R}$, $\delta > 0$
normální $N(\mu,\sigma^2)$	$\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{x}\mathrm{e}^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\mathrm{d}t$	$x \in \mathbb{R}$	$u = \frac{x-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$
normované normální $N(0,1)$	$\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{u^2}{2}}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{u}\mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\,\mathrm{d}t$	$u \in \mathbb{R}$	
logaritmicko-normální $LN(\mu,\sigma^2)$	$\dfrac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(\ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{t}\mathrm{e}^{-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,\mathrm{d}t$	$x > 0$	$u = \frac{\ln x-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$

Pozn.: pro spojitou náhodnou veličinu platí $f(x) = F'(x)$ a $F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)\,\mathrm{d}t$.

Náhodné veličiny – charakteristiky

	střední hodnota $E(X)$	rozptyl $D(X)$	směrodatná odchylka $\sigma(X)$	r-tý obecný moment $\mu'_r(X)$	r-tý centrální moment $\mu_r(X)$	koeficient šikmosti $\alpha_3(X)$	koeficient špičatosti $\alpha_4(X)$	100P% kvantil x_P
obecná definice	viz učebnice	$E\left\{[X-E(X)]^2\right\}$	$\sqrt{D(X)}$	$E(X^r)$	$E\left[X-E(X)\right]^r$	$\dfrac{\mu_3(X)}{\sigma(X)^3}$	$\dfrac{\mu_4(X)}{\sigma(X)^4}-3$	viz učebnice
obecné diskrétní rozdělení	$\sum\limits_{x\in M} x\,p(x)$	$\sum\limits_{x\in M}[x-E(X)]^2\,p(x)$	$\sqrt{D(X)}$	$\sum\limits_{x\in M} x^r p(x)$	$\sum\limits_{x\in M}[x-E(X)]^r\,p(x)$	$\dfrac{\mu_3(X)}{\sigma(X)^3}$	$\dfrac{\mu_4(X)}{\sigma(X)^4}-3$	viz učebnice
obecné spojité rozdělení	$\int\limits_M x\,f(x)\,\mathrm{d}x$	$\int\limits_M [x-E(X)]^2\,f(x)\,\mathrm{d}x$	$\sqrt{D(X)}$	$\int\limits_M x^r f(x)\,\mathrm{d}x$	$\int\limits_M [x-E(X)]^r\,f(x)\,\mathrm{d}x$	$\dfrac{\mu_3(X)}{\sigma(X)^3}$	$\dfrac{\mu_4(X)}{\sigma(X)^4}-3$	$F(x_P)=P$ $0<P<1$

Výpočetní tvar:

- rozptyl
$$D(X)=E(X^2)-E(X)^2$$
- koeficient šikmosti
$$\mu_3(X)=E(X^3)-3E(X^2)E(X)+2E(X)^3$$
- koeficient špičatosti
$$\mu_4(X)=E(X^4)-4E(X^3)E(X)+6E(X^2)E(X)^2-3E(X)^4$$

Rozdělení náhodné veličiny – charakteristiky

Diskrétní rozdělení

rozdělení	střední hodnota $E(X)$	rozptyl $D(X)$	koeficient šikmosti $\alpha_3(X)$	koeficient špičatosti $\alpha_4(X)$	modus $Mo(X)$	$100P\%$ kvantil x_P	pozn.
alternativní $A(\pi)$	π	$\pi(1-\pi)$	$\frac{1-2\pi}{\sqrt{\pi(1-\pi)}}$	$\frac{1-6\pi(1-\pi)}{\pi(1-\pi)}$	$2\pi-1 \le Mo(X) \le 2\pi$		
binomické $B(n,\pi)$	$n\pi$	$n\pi(1-\pi)$	$\frac{1-2\pi}{\sqrt{n\pi(1-\pi)}}$	$\frac{1-6\pi(1-\pi)}{n\pi(1-\pi)}$	$(n+1)\pi-1 \le Mo(X) \le (n+1)\pi$		
Poissonovo $P(\lambda)$	λ	λ	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\lambda-1 \le Mo(X) \le \lambda$		
hypergeometrické $Hg(N,M,n)$	$n\pi$	$n\pi(1-\pi)\frac{N-n}{N-1}$	$\frac{(1-2\pi)(N-2n)}{(N-2)\sigma}$	$\frac{\mu_4(X)}{\sigma(X)^4}-3$	$a-1 \le Mo(X) \le a$		$\pi = M/N$, $\sigma = \sqrt{D(X)}$ $a = \frac{(M+1)(n+1)}{N+2}$

Spojitá rozdělení

rovnoměrné $R(\alpha)$	$\frac{\alpha+\beta}{2}$	$\frac{(\beta-\alpha)^2}{12}$	0	$-1{,}2$		$\alpha+P(\beta-\alpha)$	$x_{0,5} = \frac{\alpha+\beta}{2}$
exponenciální $E(\alpha,\delta)$	$\alpha+\delta$	δ^2	2	6		$\alpha-\delta\ln(1-P)$	$x_{0,5} = \alpha+\delta\ln 2$
normální $N(\mu,\sigma^2)$	μ	σ^2	0	0	μ	$\mu+\sigma u_P$	$x_{0,5} = \mu$
normované normální $N(0,1)$	0	1	0	0	0		$u_{0,5} = 0$
logaritmicko-normální $LN(\mu,\sigma^2)$	$e^{\mu+\sigma^2/2}$	$e^{2\mu}\omega(\omega-1)$	$\sqrt{\omega-1}(\omega+2)$	$\omega^4+2\omega^3+3\omega^2-6$	$e^{\mu-\sigma^2}$	$e^{\mu-\sigma^2 u_P}$	$\omega = e^{\sigma^2}$ $x_{0,5} = e^{\mu}$

Odhady parametrů

rozdělení náh. vel.	parametr	bodový odhad	intervalové odhady			pozn.
			oboustranný odhad	dolní odhad	horní odhad	
$N(\mu, \sigma^2)$	μ	$\overline{x}$	$\overline{x} - t_{1-\alpha/2}(\nu)\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{x} + t_{1-\alpha/2}(\nu)\frac{s}{\sqrt{n}}$	$\overline{x} - t_{1-\alpha}(\nu)\frac{s}{\sqrt{n}}$	$\overline{x} + t_{1-\alpha}(\nu)\frac{s}{\sqrt{n}}$	$\nu = n - 1$
	σ^2	s^2	$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}(\nu)} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}(\nu)}$	$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha}(\nu)}$	$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha}(\nu)}$	$\nu = n - 1$
libovolné	μ	$\overline{x}$	$\overline{x} - u_{1-\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{x} + u_{1-\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}$	$\overline{x} - u_{1-\alpha}\frac{s}{\sqrt{n}}$	$\overline{x} + u_{1-\alpha}\frac{s}{\sqrt{n}}$	pro dost velké n
$A(\pi)$	π	p	$p - u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + u_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$	$p - u_{1-\alpha}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$	$p + u_{1-\alpha}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$	pro n : $np(1-p) > 9$

Testy hypotéz – jednovýběrové

rozdělení náh. vel.	testovaná hypotéza		testové kritérium	kritický obor W_α	pozn.
	nulová H	alternativní A			
$N(\mu, \sigma^2)$	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$t = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n}$	$\lvert t\rvert \geq t_{1-\alpha/2}(\nu)$ $t \geq t_{1-\alpha}(\nu)$ $t \leq -t_{1-\alpha}(\nu)$	$\nu = n - 1$
	$\sigma^2 = \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ $\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$	$\chi^2 \leq \chi^2_{\alpha/2}(\nu) \vee \chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha/2}(\nu)$ $\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}(\nu)$ $\chi^2 \leq \chi^2_{\alpha}(\nu)$	$\nu = n - 1$
libovolné	$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$ $\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$	$u = \frac{\overline{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n}$	$\lvert u\rvert \geq u_{1-\alpha/2}$ $u \geq u_{1-\alpha}$ $u \leq -u_{1-\alpha}$	pro dostatečně velké n
$A(\pi)$	$\pi = \pi_0$	$\pi \neq \pi_0$ $\pi > \pi_0$ $\pi < \pi_0$	$u = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\pi_0(1-\pi_0)}}\sqrt{n}$	$\lvert u\rvert \geq u_{1-\alpha/2}$ $u \geq u_{1-\alpha}$ $u \leq -u_{1-\alpha}$	pro n : $n\pi_0(1-\pi_0) > 9$

Testy hypotéz – dvouvýběrové

rozdělení náh. vel.	testovaná hypotéza – nulová H	testovaná hypotéza – alternativní A	testové kritérium	kritický obor W_α	pozn.
$X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ nezávislé	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$	$F \leq F_{\alpha/2}(\nu_1, \nu_2) \vee F \geq F_{1-\alpha/2}(\nu_1, \nu_2)$ $F \geq F_{1-\alpha}(\nu_1, \nu_2)$ $F \leq F_{\alpha}(\nu_1, \nu_2)$	$\nu_1 = n_1 - 1,\ \nu_2 = n_2 - 1$
	$\mu_1 = \mu_2$ za předpokladu $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$t = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{S} \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}$	$\lvert t \rvert \geq t_{1-\alpha/2}(\nu)$ $t \geq t_{1-\alpha}(\nu)$ $t \leq -t_{1-\alpha}(\nu)$	$\nu = n_1 + n_2 - 2$ $S = \left[\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}\right]^{\frac{1}{2}}$
	$\mu_1 = \mu_2$ za předpokladu $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$t = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$	$\lvert t \rvert \geq t_{1-\alpha/2}(\nu)$ $t \geq t_{1-\alpha}(\nu)$ $t \leq -t_{1-\alpha}(\nu)$	$\nu \approx \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{1}{n_1 - 1}\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right)^2 + \frac{1}{n_2 - 1}\left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}$
X libovolné Y libovolné nezávislé	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$u = \frac{\overline{x} - \overline{y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$	$\lvert u \rvert \geq u_{1-\alpha/2}$ $u \geq u_{1-\alpha}$ $u \leq -u_{1-\alpha}$	pro dostatečně velké n_1, n_2
$X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ závislé	$\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$ $\mu_1 > \mu_2$ $\mu_1 < \mu_2$	$t = \frac{\overline{d}}{s_d} \sqrt{n}$	$\lvert t \rvert \geq t_{1-\alpha/2}(\nu)$ $t \geq t_{1-\alpha}(\nu)$ $t \leq -t_{1-\alpha}(\nu)$	$\nu = n - 1$ $d_i = x_i - y_i$ $\overline{d}$... průměr diferencí d_i s_d... jejich výběrová odchylka
$X \sim A(\pi_1)$ $Y \sim A(\pi_2)$ nezávislé	$\pi_1 = \pi_2$	$\pi_1 \neq \pi_2$ $\pi_1 > \pi_2$ $\pi_1 < \pi_2$	$u = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}}$	$\lvert u \rvert \geq u_{1-\alpha/2}$ $u \geq u_{1-\alpha}$ $u \leq -u_{1-\alpha}$	pro $n_1 : n_1 p_1(1 - p_1) > 9$ $n_2 : n_2 p_2(1 - p_2) > 9$

Testy hypotéz o tvaru rozdělení

test	testovaná hypotéza		testové kritérium	kritický obor W_α	pozn.
	nulová H	alternativní A			
Test o nulové šikmosti	$\alpha_3 = 0$	$\alpha_3 \neq 0$	$u_3 = \dfrac{a_3}{\sqrt{D(a_3)}}$	$\lvert u_3\rvert \geq u_{1-\alpha/2}$	$D(a_3) = \frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}$
Test o nulové špičatosti	$\alpha_4 = 0$	$\alpha_4 \neq 0$	$u_4 = \dfrac{a_4 + \frac{6}{n+1}}{\sqrt{D(a_4)}}$	$\lvert u_4\rvert \geq u_{1-\alpha/2}$	$D(a_4) = \frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}$
C-test normality	X má normální rozdělení	X nemá normální rozdělení	$C = u_3^2 + u_4^2$	$C \geq \chi^2_{1-\alpha}(2)$	test je vhodný pro $n \geq 200$
Modifikovaný test o nulové šikmosti	$\alpha_3 = 0$	$\alpha_3 \neq 0$	$z_3 = \delta \ln \left[\dfrac{u_3}{a} + \sqrt{\left(\dfrac{u_3}{a}\right)^2 + 1} \right]$	$\lvert z_3\rvert \geq u_{1-\alpha/2}$	$\delta = \frac{1}{\sqrt{\ln W}}$, $a = \sqrt{\frac{2}{W^2-1}}$, $W^2 = \sqrt{2(b-1)} - 1$, $b = \frac{3(n^2+27n-70)(n+1)(n+3)}{(n-2)(n+5)(n+7)(n+9)}$
Modifikovaný test o nulové špičatosti	$\alpha_4 = 0$	$\alpha_4 \neq 0$	$z_4 = \dfrac{1 - \frac{2}{9A} - \sqrt[3]{\frac{1-\frac{2}{A}}{1+u_4\sqrt{\frac{2}{A-4}}}}}{\sqrt{\frac{2}{9A}}}$	$\lvert z_4\rvert \geq u_{1-\alpha/2}$	$A = 6 + \frac{8}{B}\left(\frac{2}{B} + \sqrt{1 + \frac{4}{B^2}}\right)$, $B = \frac{6(n^2-5n+2)}{(n+7)(n+9)}\sqrt{\frac{6(n+3)(n+5)}{n(n-2)(n-3)}}$
Modifikovaný C'-test normality	X má normální rozdělení	X nemá normální rozdělení	$C' = z_3^2 + z_4^2$	$C' \geq \chi^2_{1-\alpha}(2)$	test je vhodný pro $n \geq 20$
χ^2-test dobré shody	X má předpokládané rozdělení	X nemá předpokládané rozdělení	$\chi^2 = \sum_{j=1}^{k} \dfrac{(n_j - n\hat{\pi}_j)^2}{n\hat{\pi}_j}$	$\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}(\nu)$	$\nu = k - c - 1$, pro $\forall j : n\hat{\pi}_j > 5$, podrobněji viz učebnice

Vícerozměrná data

Sdružená (simultánní) absolutní četnost

$$n_{jk} = N(X = x_{[j]} \wedge Y = y_{[k]})$$

Sdružená (simultánní) relativní četnost

$$p_{jk} = \frac{n_{jk}}{n}$$

Marginální absolutní četnost varianty x_j

$$n_{j.} = N(X = x_{[j]}) = n_{j1} + \cdots + n_{js}$$

Marginální relativní četnost varianty x_j

$$p_{j.} = \frac{n_{j.}}{n} = p_{j1} + \cdots + p_{js}$$

Marginální absolutní četnost varianty y_j

$$n_{.k} = N(X = y_{[k]}) = n_{1k} + \cdots + n_{rk}$$

Marginální relativní četnost varianty y_k

$$p_{.k} = \frac{n_{.k}}{n} = p_{1k} + \cdots + p_{rk}$$

Kovariance

$$s_{n,xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})$$

Výběrová kovariance

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})$$

Pearsonův korelační koeficient

$$r_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{x_i - \overline{x}}{s_{n,x}} \cdot \frac{y_i - \overline{y}}{s_{n,y}} = \frac{s_{n,xy}}{s_{n,x} s_{n,y}} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

Spearmanův koeficient pořadové korelace

$$r^s_{xy} = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^{n} (p_i - q_i)^2}{n(n^2 - 1)}$$

Vícerozměrná náhodná veličina

Sdružená distribuční funkce vektoru $(X, Y)'$

$$F(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y)$$

X a Y mají distribuční funkce

$$F_X(x) = F(x, \infty) \quad \text{a} \quad F_Y(y) = F(\infty, y).$$

Sdružená pravděpodobnostní funkce vektoru $(X, Y)'$

$$p(x, y) = P(X = x, Y = y)$$

Marginální pravděpodobnostní funkce X a Y jsou

$$p_X(x) = \sum_{y \in M_y} p(x, y), \quad x \in M_x,$$
$$p_Y(y) = \sum_{x \in M_x} p(x, y), \quad y \in M_y.$$

Sdružená hustota pravděpodobnosti vektoru $(X, Y)'$

$$P((X,Y) \in B) = \iint_B f(x,y)dx\,dy$$

Marginální hustoty X a Y jsou

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy$$
$$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dx$$

Náhodné veličiny X a Y jsou nezávislé právě tehdy, když

$$F(x,y) = F_X(x)F_Y(y).$$

Diskrétní náhodné veličiny jsou nezávislé, právě když

$$p(x,y) = p_X(x)p_Y(y),$$

spojité náhodné veličiny jsou nezávislé právě tehdy, když

$$f(x,y) = f_X(x)f_Y(y).$$

Střední hodnota vektoru $\boldsymbol{X} = (X,Y)'$

$$E(\boldsymbol{X}) = (E(X), E(Y))'$$

Kovariance

$$C(X,Y) = E[X - E(X)][Y - E(Y)] = E(XY) - E(X)E(Y)$$

Korelační koeficient

$$\rho(X,Y) = \frac{C(X,Y)}{\sqrt{D(X)D(Y)}}$$

Test významnosti korelačního koeficientu

H: $\rho = 0 \to A$: $\rho \neq 0$

$$t = \frac{r_{xy}}{\sqrt{1 - r_{xy}^2}}\sqrt{n-2} \sim t(n-2)$$

W_α: $|t| \geq t_{1-\alpha/2}(n-2)$

Test nezávislosti v kontingenční tabulce

H: X a Y jsou nezávislé náhodné veličiny $\to A$: X a Y jsou závislé náhodné veličiny

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{s}\frac{(n_{jk} - o_{jk})^2}{o_{jk}},\ o_{jk} = \frac{n_{j.}n_{.k}}{n}$$

W_α: $\chi^2 \geq \chi^2_{1-\alpha}(\nu)$, $\nu = (r-1)(s-1)$