

# Implementacja grafu

## Co to jest graf ?

*Definicja:*

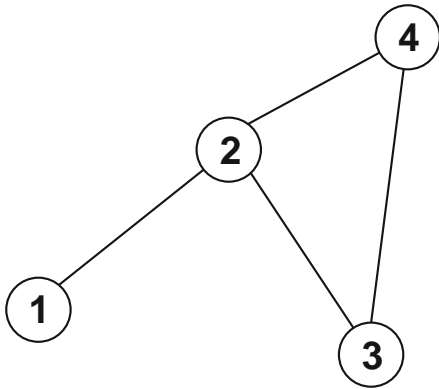
Graf to struktura matematyczna służąca do przedstawiania oraz analizy relacji między obiektami.

*Teraz prostymi słowami:*

Graf składa się z wierzchołków i krawędzi. Wierzchołki odpowiadają obiektom, krawędzie to połączenia między obiektami (wierzchołkami). Jeśli mamy jakiś zbiór obiektów, to graf powie nam, które z tych obiektów są ze sobą połączone.

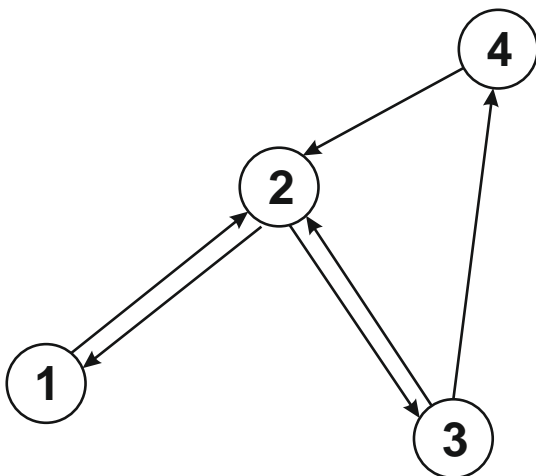
## Grafy skierowane i nieskierowane

W grafie nieskierowanym połączenie między wierzchołkami (krawędź) jest „dwukierunkowa” (jeśli obiekt 1 jest połączony z 2 to obiekt 2 jest też połączony z 1)



*Rys.1. Graf nieskierowany.*

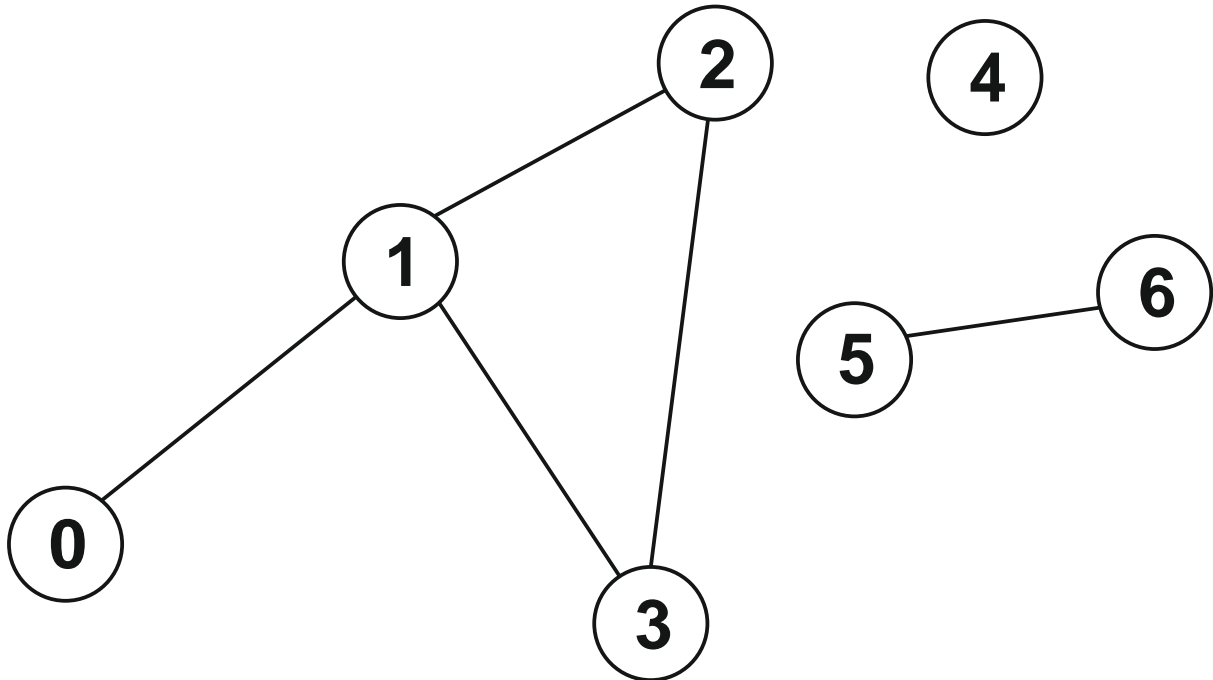
W przypadku grafu skierowanego, połączenia między wierzchołkami są „jednokierunkowe”. Jeśli krawędź łączy obiekt 1 z obiektem 2, to nie oznacza to, że obiekt 2 jest połączony z 1.



*Rys. 2. Graf skierowany*

W przypadku wizualizacji grafu nieskierowanego, krawędzie wizualizuje się za pomocą linii, w przypadku grafu skierowanego linie mają strzałki, pokazujące kierunek połączenia.

Uwaga: Na rysunku poniżej też pokazano graf. Jest to tzw. graf niespójny. Generalnie, w grafie spójnym dla dowolnej pary wierzchołków istnieje ścieżka która je łączy.



Rys. 3. Graf niespójny.

## Reprezentacje grafów

Istnieją dwie popularne reprezentacje grafów:

- 1) Za pomocą macierzy sąsiedztwa
- 2) Za pomocą listy sąsiedztwa

Jak zwykle, każda z tych reprezentacji ma swoje zalety i wady. Poniżej je omówimy

### Reprezentacja za pomocą macierzy sąsiedztwa

Mamy graf zawierający  $N$  wierzchołków. Tworzymy macierz kwadratową  $G$  o rozmiarze  $N$  na  $N$ . W macierzy przechowujemy wartości typu boolean (true-false, lub 0-1).

Jeśli  $i$ -ty wierzchołek jest połączony krawędzią z wierzchołkiem  $j$ -tym to w macierzy element  $G[i][j]$  przyjmuje wartość true (lub 1), jeśli nie ma takiej krawędzi to  $G[i][j] = \text{false}$ .

Zalety reprezentacji za pomocą macierzy sąsiedztwa:

- 1) Jest to bardzo szybka reprezentacja. Sprawdzenie, czy istnieje bezpośrednia krawędź łącząca dwa wierzchołki (ewentualnie dodanie nowej krawędzi lub usunięcie istniejącej) odbywa się w czasie  $O(1)$ .
- 2) Można bardzo szybko uzyskać listę sąsiadów danego wierzchołka (czyli wierzchołków, z którymi dany wierzchołek jest połączony krawędzią). Robi się to w czasie  $O(N)$ .

Wady:

Jest to reprezentacja o dużych wymaganiach pamięciowych. Jest to szczególnie istotne wtedy, gdy graf jest „rzadki” tzn. ma dużo wierzchołków ale stosunkowo mało krawędzi.

UWAGA:

Jeśli graf jest nieskierowany to  $G[i][j] == G[j][i]$ .

### Reprezentacja za pomocą listy sąsiedztwa

Graf w tej reprezentacji to lista list. Dla każdego wierzchołka trzymamy listę jego sąsiadów (czyli wierzchołków, z którymi jest on połączony krawędzią). Listy dla kolejnych wierzchołków trzymamy w liście zewnętrznej. Przykładowo, dla grafu z rys. 3 reprezentacja za pomocą listy wygląda tak:

Wierzchołek	Lista sąsiadów
0	1
1	0,2,3
2	1,3
3	1,2
4	Pusta
5	6
6	5

Zalety:

Mała złożoność pamięciowa  $O(V+E)$  gdzie E to liczba krawędzi a V liczba wierzchołków.

Wady:

Sprawdzenie, czy istnieje krawędź między dwoma wierzchołkami ma złożoność -w najgorszym razie  $O(E)$

### Przykład.

Dla grafu o 1000 wierzchołkach oraz 5000 krawędzi macierz sąsiedztwa musi mieć milion elementów. Dla tego samego grafu w przypadku listy sąsiedztwa musimy przechować jedynie 6000 elementów.

Gdy wierzchołków jest milion a krawędzi 10 milionów (każdy wierzchołek ma średnio 10 sąsiadów) to macierz sąsiedztwa ma bilion elementów (czyli zajmuje około 1TB). W przypadku listy sąsiedztwa będą to tylko dziesiątki MB.

### Jeszcze inne reprezentacja (jej nie implementujemy)

Lista krawędzi – lista, która przechowuje tylko pary wierzchołków (lub obiekty klasy „Edge”)

## Grafy z wagami

Często istotne jest, by krawędziom nadawać pewne wagi (liczby). Jest to istotne np. w sytuacji gdy wierzchołki to miasta a krawędzi to długości dróg między nimi.

Aby przechowywać graf z wagami w macierzy sąsiedztwa wystarczy aby trzymać w niej nie booleany a liczby (inty/longi/double – w zależności od rodzaju wagi).

W przypadku reprezentacji za pomocą listy w listach (dla danego wierzchołka) trzymamy nie numery sąsiednich wierzchołków a obiekty typu krawędź (każdy taki obiekt ma wierzchołek początkowy, końcowy oraz wagę).