令和６年度　２学年１学期 期末考査 数学 模試 模範解答

By 2-A No.14 朱山 豪春

1 単項式…㋑、㋓　多項式…㋐、㋒　㋐…1 ㋑…2024 ㋒…3 ㋓…1

2 (1) $-5x^2$　(2) $\frac{1}{2}xy$　(3) $8a^6$　(4) $\frac{1}{2}b^2$　(5) $\frac{1}{bc^2}$　(6) $-\frac{25a^2}{8b^3}$

3 (1) -60　(2) 7　(3) 768

4 (1) $\pi=\frac{3V}{4r^3}$　(2) $x=\frac{y+3}{3y-2}$　(3) $b=\frac{3a-c}{6}$

5 (1) 千の位と一の位を a 、百の位 n,と十の位の数を b とすると、千の位と一の位が等しく、百の位と十の位の数が等しい４桁の自然数は$1000a+100b+10b+a$ と表せる。
計算すると、

$1000a+100b+10b+a=1001a+110b$
$=11(91a+10b)$

a,b は整数なので、$11(91a+10b)$ は整数である。
したがって、千の位と一の位が等しく、百の位と十の位の数が等しい４桁の自然数は11の倍数であると言える。

(2) 百の位の数を x 、十の位の数を y、一の位の数をz とすると、この3桁の自然数は、$100a+10b+c$ と表せる。また、これらの和が９の倍数のため、$a+b+c=9n$ と表せる。
この式を整理すると、

$100x+10y+z=(99x+x)+(9y+y)+z$
$=99x+9y+x+y+z$
$=99x+9y+9n$
$=9(11x+y+z)$

それぞれ x,y,z は自然数なので、$9(11x+y+z)$ は9の倍数である。
したがって、各位の数の和が９の倍数になる３桁の整数は９の倍数である。

$\boxed{6}$ (1) $x=\frac{1}{3}$, $y=\frac{5}{2}$　(2) $x=4$, $y=9$　(3) $x=2$, $y=-1$　(4) $x=10$, $y=-5$

(5) $x=7$, $y=5$　(6) $x=6$, $y=2$

おまけ問題

1980を素因数分解すると、1980 ＝ $2^2\times3^3\times5\times11$ になる。
つまり、4, 9, 5, 11で割り切れれば、この124桁の整数は1980の倍数であるといえる。

<①:4で割り切れるか>
124桁の整数の、下2桁が4の倍数であるかどうかで、4の倍数か確かめることができる。下2桁の80は4の倍数であるため、この数字は4で割り切れる。

<②:9で割り切れるか>
124桁の整数の、各位の和が9の倍数であるかどうかで、9で割り切れるか確かめることができる。
この整数の各位の和は、
1＋(2×10)＋(3×10)＋(4×10)＋(5×10)＋(6×10)＋(7×10)+8 ＝ 279 …十の位の和を計算
9+ 6×(0+1+2+3+4+5+6+7+8+9)+0 ＝ 279 …一の位の和を計算
279+279 ＝ 558
558÷9 ＝ 62 ←割り切れる!
つまり、各位の和が9で割り切れるため、この数字は9で割り切れる。

<③:5で割り切れるか>
下1桁が5か0であれば、それは5の倍数である。下1桁は0のため、この数字は5で割り切れる。

<④:11で割り切れるか>
124桁の整数の、奇数番目の数の和と、偶数番目の数の和が等しいかどうかで、11の倍数か確かめることができる。さっき計算した、十の位の和とは、つまり奇数番目の数の和なので、279。
偶数番目も同様に、一の位の和は、偶数番目の数の和なので、279。
つまり、奇数番目の数の和と、偶数番目の数の和が等しいのでこの数字は11の倍数である。

全ての数で割り切れたので、この124桁の整数は、1980で割り切れるといえる。　-Q.E.D-