

Maths Lyon

Soit $(\zeta_n)_{n \geq 1}$ telle que $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $\zeta_n \in \mathbb{U}_n$ et soit $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ une fonction à support compact.

On pose $S_n(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (\zeta_n)^k f\left(\frac{k}{n}\right)$, déterminer les valeurs d'adhérence de $(S_n(f))_{n \geq 1}$.

Indication 1 : Étudier le cas $\zeta_n = e^{\frac{2i\pi}{n}}$.

Indication 2 : Relier $S_n(f)$ à $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} (\zeta_n)^k (f\left(\frac{k}{n}\right) - f\left(\frac{k-1}{n}\right))$.

Indication 3 : Majorer la somme précédente.