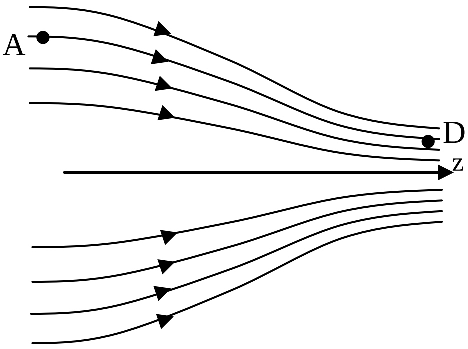
EXOS ORAUX 2013

N°1 :



Un champ magnétique stationnaire possède les lignes de champ ci-contre, il y a symétrie de révolution autour de l'axe (Oz) :

1°) Le champ magnétique est-il plus intense en A ou en D ?

2°) On suppose que la composante axiale B_z du champ magnétique est indépendante de r.
Déterminer la composante radiale B_r ?

3°) Etablir l'expression de la composante axiale de la force de Lorenz F_z qui s'exerce sur une charge q. Montrer que $F_z = \mu \frac{\partial B_z}{\partial z}$, établir l'expression de μ.

4°) Si on suppose que le rayon r peut être assimilé à celui du mouvement d'une charge q dans un champ magnétique uniforme montrer que $\mu = -\frac{mv_\theta^2}{2B_z}$.

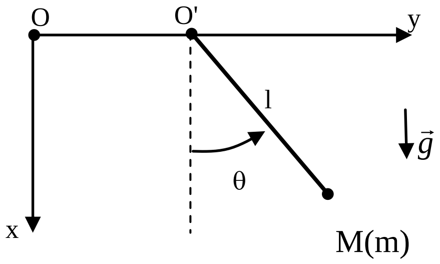
5°) Montrer que $\frac{\partial \mu}{\partial t} = 0$.

6°) Montrer que si l'on néglige v_r alors l'énergie cinétique de la charge s'écrit : $E = \frac{1}{2}mv_z^2 - \mu B_z$. En déduire à quelle condition une particule chargée peut-elle être réfléchie comme sur un miroir ?

Réponse : 1°) $B_A < B_D$ 2°) $B_r = -\frac{r}{2}\frac{dB_z}{dz}$ 3°) $\mu = \frac{qrv_\theta}{2}$ 6°) $B_{\lim} = -\frac{E_C}{\mu}$

Mines (2012) ELM.M21

N°2 :



Soit une masse m accrochée à l'extrémité d'un fil de longueur l dont l'autre extrémité est lié à un point O ' mobile sur un axe (Oy). On impose $\overrightarrow{OO'} = a\sin(\omega t)$

1°) Etablir l'équation du mouvement dans le repère non galiléen centré en O'. Déterminer la tension du fil.

2°) Dans le cadre de l'approximation des petites oscillations, comparer avec l'équation du pendule simple. Discuter sur le régime forcé. Commenter le cas $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$.

3°) Méthode énergétique :

a) Evaluer l'énergie cinétique dans le repère non galiléen.

b) Evaluer les puissances des forces qui s'exercent sur la masse m.

c) Conclure.

Réponse : $\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = \frac{a\omega^2}{l}\cos\theta\sin(\omega t)$

CCP (2013) M.P33

N°3 :

Soit une onde plane progressive monochromatique se propageant dans le vide.

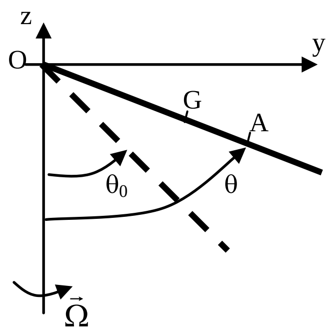
1°) Donner la forme générale des champs électrique et magnétique en définissant et interprétant tous les termes.

2°) Calculer la divergence et le rotationnel de ces champs à l'aide du vecteur d'onde $\vec{k}$.

3°) Ecrire les équations de Maxwell et les écrire à l'aide des expressions établies à la question précédente. En déduire la structure de l'onde.

CCP (2013) ELM.O18

N°4 :



On étudie le mouvement d'une pale d'hélicoptère.

La pale est modélisée par une tige homogène de masse m, de longueur l, de centre de gravité G, de moment d'inertie J_z par rapport à (Oz) et J_x par rapport à (Ox). Elle est fixée à un axe vertical (Oz) en O. un système de butée impose qu'elle fasse au repos un angle θ_0 avec (Oz).

Lors du fonctionnement de l'hélicoptère, l'axe (Oz) exerce sur la pale une force $\vec{F}$ et un couple $\vec{M} = M\vec{e}_z$ constant. La pale se met alors en mouvement autour de l'axe (Oz), on note (Oxyz) le repère non galiléen en rotation à la vitesse Ω autour de (Oz), tel que la pale reste toujours dans le plan (Oyz).

Les forces d'inertie s'exerce au point A tel que OA = γl avec $\gamma > {}^1/_2$.

On néglige tout frottement.

1°) Justifier que $\gamma > {}^1/_2$.

2°) Justifier que le système est conservatif et calculer l'énergie potentielle totale.

3°) Trouver la condition pour que la position d'équilibre en régime permanent soit supérieure à θ_0.

4°) Etudier les petites oscillations autour de la position d'équilibre.

Réponse : 2°) $E_{P_{tot}} = -mg\frac{l}{2}\left(\cos\theta + \frac{2\gamma l\Omega^2}{g}\sin\theta\right)$ 3°) $\Omega_{\lim} = \sqrt{\frac{gtg\theta_0}{2\gamma l}}$

4°) $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{2J_x}\frac{g+2\gamma l\Omega^2}{\sqrt{g^2+4\gamma^2 l^2\Omega^4}}}$

Centrale (2013) M.D49

N°5 :

Une tasse à café cylindrique de rayon intérieur r_0 et d'épaisseur e << r_0 et de hauteur h, contient de l'eau chaude initialement à 60°C.

Déterminer le temps au bout duquel l'eau atteint 30°C.

Donnée : - La température de l'air extérieur est T_a = 20°C

- Les coefficients conducto-convectif entre l'eau et l'air et la tasse et l'air sont respectivement h_1 et h_2.

- La chaleur massique de l'eau est c_P=4,2 10^3 J.K^{-1}.kg^{-1}

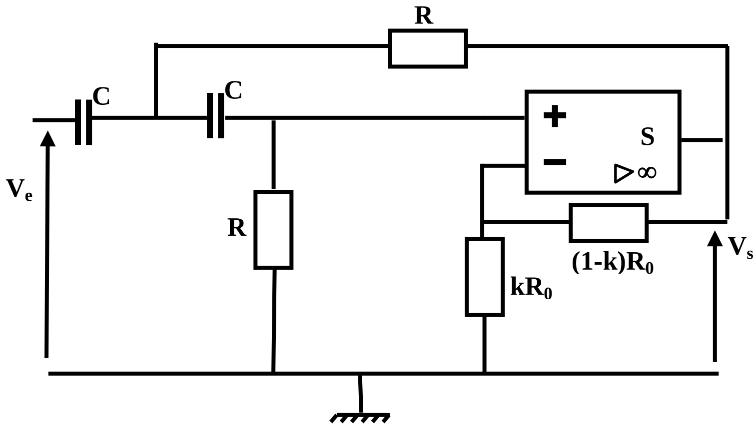
- La conductivité du matériau constituant la tasse est λ.

On prendra soin d'expliciter clairement la modélisation et les phénomènes négligés.
On constate expérimentalement que l'un de ces phénomènes n'est en fait pas négligeables. Quelle sont les données manquantes qui permettraient d'intégrer ce phénomène à la modélisation ?

Réponse : $\Delta t = \tau \ln 6$ avec $\tau = \dfrac{\rho_{eau} c_P}{\pi r_0^2 h_1 + 2\pi r_0 h h_2 + 2\pi h h_2 \left(1 - \dfrac{r_0 h_2}{\lambda}\right) e} \approx \dfrac{\rho_{eau} c_P}{\pi r_0^2 h_1 + 2\pi r_0 h h_2}$

ECP (2013) T.DT33

N°6 :
Soit le filtre ci-contre où k $\in [0\,;3]$.



HP 1°) Etudier le diagramme de bôde et discuter suivant les valeurs de k.

2°) Réponse du filtre à un signal créneau ; discuter suivant la période du signal.

Réponse : $H = \dfrac{H_0 p^2}{1 + (3 - H_0)p + p^2}$ avec $p = \dfrac{j\omega}{\omega_0}$ et $H_0 = {}^1/_k$

Mines (2013) E.E31

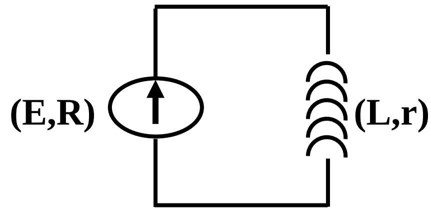
N°7 :
Soit un lac d'eau douce. La température de l'air est $T_a < T_S = 0$ °C. Il apparaît une couche de glace à la surface du lac. Justifier alors que l'eau du lac est à T_S.

On donne L_{fus} l'enthalpie de fusion de l'eau, la capacité thermique à pression constante c_P, la conductivité thermique λ et la masse volumique ρ_G de la glace. Donner la loi temporelle e(t) d'évolution d'épaisseur de glace en précisant les approximations effectuées.

Réponse : $e(t) = \sqrt{2\lambda \dfrac{T_S - T_a}{\rho_G L_f} t}$

Mines (2013) E.E 29

N°8 :
On considère le circuit suivant constitué d'un générateur de force électromotrice $E = E_0\cos(\omega t)$ et de résistance interne R, et d'une bobine d'inductance L et de résistance r :



1°) Calculer r pour que la puissance moyenne cédée à la bobine soit maximale.

2°) La bobine est constituée de N spires d'un fil de cuivre de conductivité γ, de section s enroulées autour d'un cylindre isolant de hauteur h et de rayon a. Calculer L et r, commenter.

HP 3°) Que se passe-t-il si le cylindre est conducteur ?

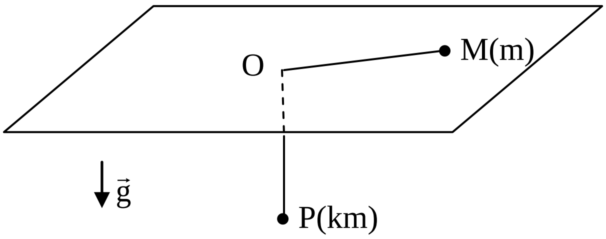
Réponse : $r=\sqrt{R^2+L\omega^2}$

ECP (2013) ELM.I34

N°9 :

Un point matériel M de masse m glisse sans frottement sur un plan horizontal P. Il est relié à un autre point matériel P de masse km par l'intermédiaire d'un fil élastique qui passe par un trou percé en un point O du plan. Le contact en o est parfait. Le point P se déplace verticalement.

Le fil exerce sur ses extrémités une force de norme F = αl(t) ou $\alpha > 0$ et l(t) est la longueur du fil à l'instant t.



1°) Trouver les deux constantes du mouvement .

2°) Etablir deux équations reliant z(t) et r(t) caractérisant les positions respectives de P et M.

3°) Résolution et discution avec Mapple.

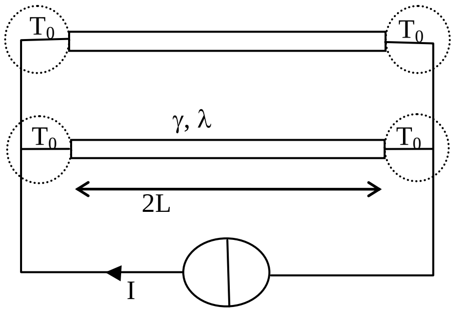
4°) Résoudre le système dans un cas particulier.

Réponse : 1°) $E_P=\frac{1}{2}\alpha(r-z)^2$ 4°) Cas particulier z = 0, $E_{peff}=\frac{1}{2}m\frac{C^2}{r^2}+\frac{1}{2}\alpha r^2$ puis discussion suivant conditions initiales

ECP (2013) M.P 34

N°10 :

Un circuit électrique est constitué de deux barres identiques de longueur 2L, de section s, de conductivité thermique et électrique λ et γ, branchées en parallèle sur un générateur de courant. Les barres sont calorifugées latéralement et leurs extrémités sont maintenues à la température T_0.



1°) Montrer que l'on peut réduire l'étude à une barre de longueur L.

2°) Calculer le profil de température dans cette barre équivalente.

3°) Que cela change-t-il si le courant est sinusoïdal ? On raisonnera à partir de cas limite.

Réponse : $T(x)=T_0+\frac{I^2L}{4\lambda\gamma S^2}x\left(1-\frac{x}{2L}\right)$

Mines (2013) ELM.I35

N°11 :

HP 1°) Redémontrer les résultats sur les conducteurs électriques en équilibre.

Soit un conducteur sphérique de rayon R et de charge Q_0.

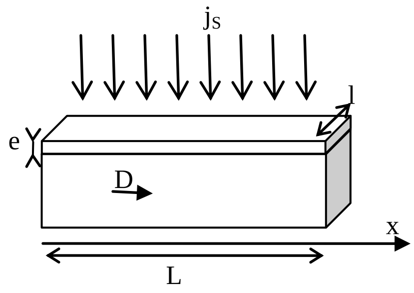
2°) Calculer la capacité de ce conducteur de deux manières différentes.

Réponse : C = $4\pi\varepsilon_0$R

Mines (2013) E.E 30

N°12 :

On étudie un capteur solaire thermique. Il est constitué d'un absorbeur parallépipédique d'épaisseur e de largeur l de capacité thermique massique c_A ; l'une de ses faces reçoit le rayonnement solaire de puissance surfacique $\frac{dP_S}{dS} = j_S$, l'autre est en contact avec un écoulement de débit D d'un fluide caloporteur de capacité calorifique massique c_P. Chaque face est le siège d'échanges conducto-convectif caractérisés par des coefficients α_a et α_f respectivement avec l'atmosphère et le fluide.



1°) Faire un bilan sur l'absorbeur en déduire une équation différentielle sur sa température $T_a(x)$.

2°) Faire un bilan sur l'écoulement, en déduire une équation différentielle liant $T_a(x)$ et $T(x)$ la température du fluide.

3°) On néglige la capacité thermique de l'absorbeur. En déduire $T(x)$.

4°) Discuter de l'optimisation de la longueur du capteur L.

Réponse : $T(x) = T_f + (T_0 - T_f)\exp\left(-\frac{x}{\delta}\right)$ avec $T_f = T_0 + \frac{P_S}{\alpha_a}$ et $\delta = \frac{(\alpha_a + \alpha_f)Dc_P}{\alpha_a \alpha_f}$

Mines (2013) T.RT 6

N°13 :

On considère une voiture dont l'habitacle a un volume V_0 = 2 m^3. La température intérieure est T_0 = 20°C. Le problème est supposé isotherme, la pression dans la voiture est supposée uniforme et constante égale à la pression atmosphérique.

Deux passagers sont dans la voiture ils possèdent un volume pulmonaire total V = 10 L. On suppose qu'ils expirent de l'air saturé en eau à une température T_1 = 37 °C.

A t = 0, la pression partielle en eau est : $P_{H_2O} = \frac{1}{2} P_{sat}(T_0) = 10^{-2}\ bar$.

On donne $P_{sat}(T_1) = 7\,10^{-2}\ bar$

1°) Sachant qu'il y a 15 cycles respiration-expiration par minute, combien de temps faut-il pour que la buée apparaisse.

2°) Une fois la buée apparue, combien de litre d'eau par heure peut-on récupérer ?

3°) Sachant que les vitres de surface S = 2 m^2 ont une épaisseur e = 1 cm, qu'elles sont en verre de conductivité thermique λ = 1 W.m^{-1}.K^{-1}, et que le coefficient conducto-convectif avec l'air extérieur vaut h = 100 W.K^{-1}.m^{-2}, en supposant que seule la formation de buée maintient la température intérieure constante égale à T_0, quelle est la température extérieure ? Commentaire.

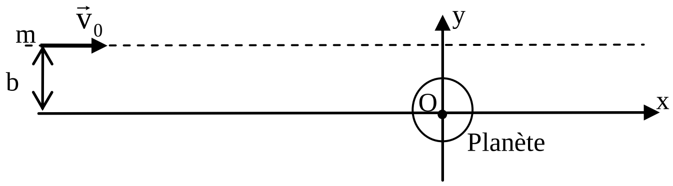
On donne l'enthalpie de vaporisation de l'eau à T_0 : $L_V(T_0) = 420\ kJ.kg^{-1}$

Réponse : 1°) $\tau = 2{,}3\,\text{min}$ 2°) 3,8 ml.h^{-1} 3°) Ce n'est pas la buée qui maintient la température intérieure égale à T_0 (sauf si $T_{ext} = T_0 - 1{,}5\ 10^{-4}$ K)

ECP (2013) M.P32

N°14 :

Soit une planète immobile de masse M et de rayon R. Une masse m ponctuelle venant de l'infini avec une vitesse initiale v_0 se dirige vers la planète comme l'indique le schéma ci-contre.



1°) Décrire la trajectoire. Trouver une relation entre b, v_0 et r_{min} = OS où S est le point d'approche minimum.

2°) A quelle condition sur b la masse m entre-t-elle en collision avec la planète. On l'exprimera en fonction de R, v_0 et v_l la vitesse de libération de la planète que l'on aura pris soin de définir et calculer.

3°) Un nuage de densité n de ces particules arrive vers la planète. A l'infini, ces particules ont toutes la même vitesse $\vec{v}_0$ et possèdent tous les paramètres b possibles. Etablir le taux $\frac{dN}{dt}$ de particules qui entre en collision avec la planète.

4°) La planète reste homogène de masse volumique ρ. Etablir et résoudre une équation différentielle sur R. Interpréter.

Réponse : 1°) $r_{\min} = \frac{GM}{v_0^2}\left(\sqrt{1+\frac{b^2v_0^4}{G^2M^2}}-1\right)$ 2°) $b < b_m = R\left(\sqrt{1+\frac{v_l^2}{v_0^2}}\right)$ 3°) $\frac{dN}{dt} = n\pi v_0 b_m^2$

4°) $R(t) = R_0\left(1+\frac{3nv_0b_m^2m}{4R_0^3\rho}t\right)$

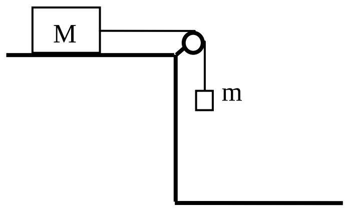
Mines (2013) M. P35

N°15 :

Soit le système mécanique ci-contre :

Le fil et la poulie sont de masses négligeables. La masse M glisse sur le plan horizontal avec un coefficient de frottement f.

On lâche le système sans vitesse initiale alors que la masse m est à une altitude h du plan inférieur.



1°) Montrer que le mouvement de M peut être décomposé en deux phases. Déterminer l'évolution de sa vitesse et établir l'expression de v_{max} en fonction des paramètres du problème.

2°) Déterminer le coefficient de frottement f en fonction de la distance l parcouru par M.

3°) Reprendre l'étude en supposant que la poulie possède un rayon r et un moment d'inertie non négligeable J.

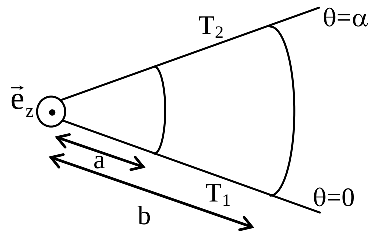
4°) On néglige J et r. On recommence l'expérience en plaçant sous la masse m un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0. Il est placé verticalement avec l'une de ses extrémités fixées sur le plan inférieur. Etudier les différentes phases du mouvement.

Réponse : $f = \frac{hm}{(L-h)m+Lm}$

ECP (2013) ELM.O17

N°16 :

On s'intéresse à un volume compris entre les plans verticaux $\theta = 0$, $\theta = \alpha$, les arcs de cercle de rayon a et b et ayant une hauteur h. Il est constitué d'un matériau de masse volumique ρ, de chaleur massique c et de conductivité thermique λ. Les plans $\theta = 0$ et $\theta = \alpha$ sont respectivement maintenus aux températures T_1 et T_2.



On suppose le régime stationnaire et on admet que T est uniquement fonction de θ.

1°) Justifier qu'il n'y a pas de pertes par les surfaces z = 0, z = h, r = a et r = b.

2°) Déterminer la résistance thermique de ce volume et la puissance thermique qui le traverse.

3°) On suppose que $b = a + \varepsilon$ avec $\varepsilon << a$. Simplifier l'expression de la résistance thermique. Commenter.

4°) A t = 0, on isole thermiquement le système. Que se passe-t-il ? Déterminer l'état final. Evaluer l'ordre de grandeur du temps mis pour l'atteindre.

Réponse : $P_{th} = \lambda h \dfrac{T_1 - T_2}{\alpha} \ln\left(\dfrac{b}{a}\right)$, $R_{th} = \dfrac{\alpha}{\lambda h \ln\left(\dfrac{b}{a}\right)}$

Mines (2013) T.DT 38

N°17 :

Une onde plane progressive de pulsation ω se propage dans le vide vers un plan conducteur parfait avec une incidence α. Le champ électrique de cette onde est polarisé dans le plan d'incidence.

1°) Déterminer l'onde réfléchie.

2°) Déterminer les densités surfaciques de charge et de courant qui apparaissent sur le plan conducteur.

3°) Vérifier la conservation de la charge.

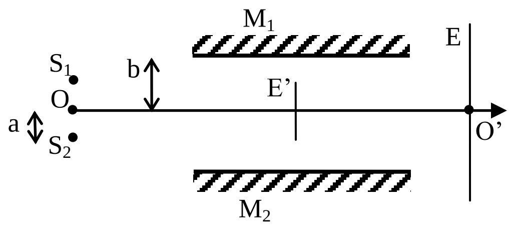
Réponse : $\sigma = 2\varepsilon_0 E_0 \sin(\theta) e^{j(\omega t + k \sin\theta x)}$, $\vec{j}_s = -\dfrac{2E_0}{\mu_0 c} e^{j(\omega t + k \sin\theta x)} \vec{e}_x$

Mines (2012) -2ième exo sans préparation ELM.O19

N°18 :

On considère deux miroirs plans parallèles à l'axe (Ox) situés comme sur la figure ci-contre. Soit S_1 et S_2 deux sources monochromatiques ponctuelles symétriques par rapport à O. Un écran E' empêche les rayons issus des sources d'atteindre directement l'écran E.

La géométrie du système impose que $S_1S_2 = 2a$, les miroirs sont distants de 2b et l'on a $a < b$. De plus on note $OO' = D$.



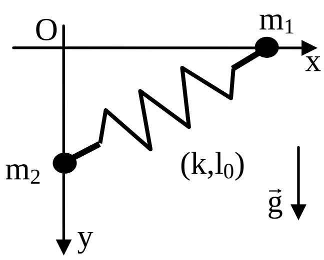
Décrire ce que l'on observe sur l'écran.

Réponse : franges rectilignes $x = C^{te}$, $i = \dfrac{\lambda D}{8b}$, contraste $C = \cos\dfrac{16\pi ba}{\lambda D}$

Mines (2013) ELM.EC20

N°19 :

Les masses m_1 et m_2 sont astreintes à se déplacer sans frottement respectivement sur les axes (Ox) et (Oy).
Etudier le mouvement de m_1 et m_2 autour de leur position d'équilibre stable.



Réponse : $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{m_2}{m_1}\dfrac{g}{l_0 + \dfrac{m_2 g}{k}}}$, $\omega_2 = \sqrt{\dfrac{g}{l_0 + \dfrac{m_2 g}{k}}}$

Mines (2013) M.MP20

N°20 :

Un barreau de silicium cylindrique de longueur L = 1 m, de section $S = 10^{-2}\,\mathrm{cm}^2$, de conductivité électrique $\sigma = 4\,10^{-4}\ \mathrm{S.m^{-1}}$, et de conductivité thermique $\lambda = 10\ \mathrm{W.m^{-1}.K^{-1}}$ est parcouru par un courant I. Il est isolé thermiquement et électriquement latéralement et ses extrémités sont en contact avec deux thermostats de température T_1 et T_2.

1°) Pour quelles conditions observe-t-on un maximum de température dans le barreau ?

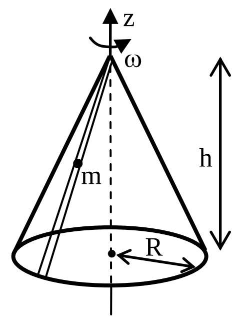
2°) La température de fusion du silicium est T_F = 1414°C. On soumet le barreau à une tension de 1000 volt, $T_1 = T_2$ = 20°C, le silicium fond-il ? Si oui où ?

Réponse : 1°) $I > \sqrt{\dfrac{2\gamma S|T_2 - T_1|}{L^2}}$

ECP (2013) T.DT39

N°21 :

Soit un cône de masse M, de moment d'inertie $J_Z = \dfrac{3}{10}MR^2$, qui peut tourner sans autour de son axe (Oz) vertical. Une masse ponctuelle m, tombe sans frottement le long d'une glissière ménagée suivant la ligne de plus grande pente dans le cône.
A t=0, la masse m est au sommet du cône et le cône possède une vitesse de rotation ω_0.



1°) Déterminer ω_f, la vitesse de rotation du cône lorsque la masse m atteint sa base. Quelle est alors la vitesse de m ?

2°) Quel est le temps τ que met la masse m pour descendre la glissière ?

Réponse : $\omega_f = \dfrac{J\Omega_0}{J + mR^2}$, $v_f = \left(2gh + \dfrac{J\Omega_0^2}{m}\dfrac{m^2R^4 + 2mR^2J}{\left(J + mR^2\right)^2}\right)^{\frac{1}{2}}$

ECP (2013) M.D51