

ARG !

Exercice 1. Fonctions hyperboliques réciproques

1. a) Sans relire votre cours de début d'année, racontez tout ce que vous savez sur les fonctions hyperboliques ch, sh et th. N'oubliez pas les dessins (avec les éventuelles tangentes et asymptotes particulières).
b) Relisez votre cours de début d'année.
c) Reprendre la question a).
2. a) Sans chercher (pour le moment) à déterminer la réciproque, démontrer que sh réalise une bijection entre des intervalles que l'on précisera. Sa réciproque est nommée *argument sinus hyperbolique* et est notée argsh.
Dire tout ce que vous pouvez sur argsh (en particulier : imparité, classe de régularité et dérivée, dessin de la courbe représentative).
b) Déterminer une expression explicite de argsh.
3. a) Sans chercher (pour le moment) à déterminer la réciproque, démontrer que la restriction de ch à \mathbb{R}_+ réalise une bijection entre \mathbb{R}_+ et un intervalle que l'on précisera. Sa réciproque est nommée *argument cosinus hyperbolique* et est notée argch.
Dire tout ce que vous pouvez sur argch (en particulier : classe de régularité et dérivée, comportement en 1, dessin de la courbe représentative).
b) Déterminer une expression explicite de argch.
4. a) Sans chercher (pour le moment) à déterminer la réciproque, démontrer que th réalise une bijection entre des intervalles que l'on précisera. Sa réciproque est nommée *argument tangente hyperbolique* et est notée argh.
Dire tout ce que vous pouvez sur argh (en particulier : imparité, classe de régularité et dérivée, dessin de la courbe représentative).
b) Déterminer une expression explicite de argh.
c) Pour déterminer les primitives de $t \mapsto 1/(1 - t^2)$, vous semble-t-il plus judicieux d'utiliser la fonction argh ou la décomposition en éléments simples de $1/(1 - X^2)$?
On veut une réponse justifiée !

Récréation mathématique

Un chasseur veut tuer un ours. Il en repère un et veut le prendre par surprise. Afin de le contourner, le chasseur fait 10 km à pied vers le sud, puis 10 km vers l'est et enfin 10 km vers le nord ... Et là, surprise ! Il se trouve nez à nez avec l'ours qui, lui, n'a pas bougé.

Sous quelle latitude se déroule cette histoire ?