

Renseignements généraux

- *Concours* : X
- *Matière* : Mathématiques
- *NOM Prénom* : LEBLEU Ilyas

Énoncé des exercices

Exercice 1 :

Soit $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n}$.

- Montrer que (u_n) converge. Nous noterons l sa limite.
- Montrer que $l = -(1 + \sqrt{2}) \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{-1^{k-1}}{\sqrt{k}}$.
- Montrer que $l = - \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{k}(\sqrt{k} - \sqrt{k-1})^2}$.

Exercice 2 :

Soit $\Gamma_n(x) = \frac{n^x \cdot n!}{x(x+1)\dots(x+n)}, \forall x > 0$.

- Montrer que Γ_n converge simplement sur $]0, +\infty]$. Nous noterons Γ sa limite.
- Montrer que $\Gamma(1) = 1, \forall x > 0, \Gamma(x+1) = x \cdot \Gamma(x)$ et $\ln \circ \Gamma$ est convexe.
- Montrer que ces trois propriétés déterminent uniquement Γ .