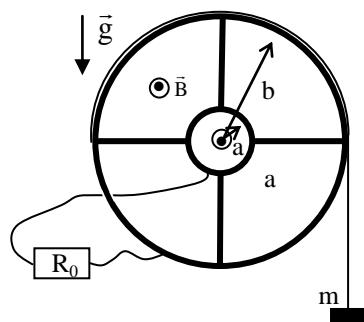


EXOS ORAUX 2012

HP Soit le dispositif ci-contre, constitué de deux cylindres conducteur parfait de rayon a et b , d'axe (Oz), reliés par quatre barres métalliques chacune de résistance R . L'ensemble a un moment d'inertie J par rapport à (Oz) et est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{e}_z$.

On enroule autour du cylindre extérieur un fil au bout duquel pend une masse m . On ferme le circuit à travers une résistance R_0 .



On lâche le système sans vitesse initiale, quel est le mouvement ultérieur.

Faire un bilan de puissance.

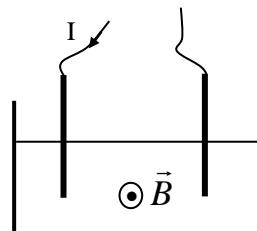
$$\text{Réponse : } v_{\lim} = - \frac{mgb^2(4R_0 + R)}{4B^2(a^2 - b^2)^2}$$

ECP (2012)

ELM.I32

HP Dans une cuve remplie d'un liquide conducteur, on plonge deux plaques conductrices parallèles. Il existe un champ magnétique \vec{B} , parallèle aux plaques, on fait circuler un courant I entre les plaques. Le liquide entre les plaques monte d'une hauteur h .

Quel doit être le signe de I ? Exprimer h en fonction des données que vous jugerez utiles.



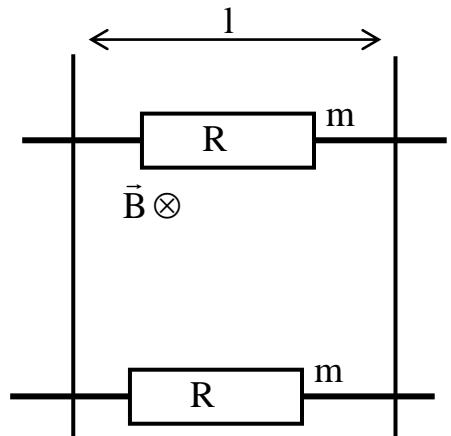
$$\text{Réponse : } I < 0, h = \frac{IB}{\rho g L}$$

ECP (2012)

MF.S15

Deux rails fixes conducteurs horizontaux sont séparés d'une longueur l . Deux barres horizontales conductrices de masse m peuvent glisser sans frottement sur les rails comme l'indique la figure ci-contre. Chaque barre constitue une résistance R , et le circuit ainsi formé baigne dans un champ magnétique vertical \vec{B} .

On déplace une des barres d'une distance d . Montrer que la seconde barre se déplace de la même distance d . On précisera dans quel sens.



ECP (2012)

ELM.I21

Soit un cadre carré de côté a, de masse m et de résistance R qui chute dans le plan vertical (Oxz), (Oz) étant la verticale ascendante. Le champ magnétique $\vec{B} = B_0 \left(1 - \frac{z}{l}\right) \vec{e}_y$ occupe tout l'espace. Décrire le mouvement du cadre.

Réponse : $v_{\text{lim}} = \frac{Rml^2 g}{a^4 B^2}$

Mines (2012)

ELM.I33

Soit un métal contenant n électrons mobiles par unité de volume. Ces électrons sont soumis à une force de frottement de la forme $-\frac{m}{\tau} \vec{v}$ et au champ électrique $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$.

1°) Déterminer la loi d'ohm complexe $\vec{j} = \gamma \vec{E}$. Que dire du comportement à haute fréquence ?

2°) Etablir une équation différentielle sur la densité volumique de charge ρ . A quelle condition peut-on supposer que le métal est localement neutre ? On supposera par la suite cette condition vérifiée.

3°) Etablir l'équation de propagation et étudier les différentes propagations possibles.

4°) Déterminer la puissance dissipée. Comportement aux hautes fréquences. Commentez.

Réponse : $\langle P_v \rangle = \frac{n e^2 \tau E_0^2}{2m(1 + (\omega\tau)^2)}$

Mines (2012)

ELM.O16

On considère deux cylindres infinis d'axe parallèles à (Oz) et de rayon a. Ces cylindres sont des conducteurs et portent une charge linéaire respective $+\lambda$ et $-\lambda$. Leurs axes sont situés en $x = +\frac{d}{2}$ et $x = -\frac{d}{2}$. On supposera $d \gg a$ et on notera V_{O_1} et V_{O_2} leur potentiel respectif.

1°) a) Etablir l'expression du potentiel électrique créé par un cylindre de rayon a et portant une densité linéaire λ .

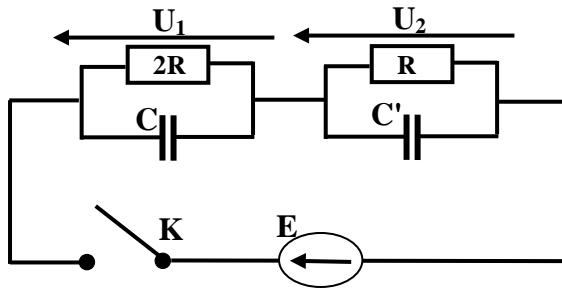
b) En déduire l'expression du potentiel créé par les deux cylindres étudiés. On supposera le potentiel nul en O centre du repère.

HP 2°) Déterminer la capacité linéaire du système.

Réponse : $\frac{dC}{dl} = \frac{\pi \epsilon_0}{\ln \frac{d-a}{a}}$

CCP (2012)

ELM.EC19



1°) A l'instant $t=0$, on ferme l'interrupteur K.
Discuter des valeurs de U_1 et U_2 en $t = 0^+$ et en $t \rightarrow +\infty$.

Pour la suite, on étudiera plus particulièrement les cas $C' = C$ et $C' = 2C$.

2°) Déterminer la constante de temps du circuit en régime transitoire.

3°) Déterminer $U_1(t)$ et $U_2(t)$.

4°) Faire un bilan de puissance une fois le régime permanent établi.

5°) Une fois le régime permanent établi, on court-circuite le générateur, Discuter des conséquences. Et si on ouvre K ?

$$\text{Réponse : } \tau = \frac{2}{3} R(C + C')$$

ECP (2012)

E.E 29

HP Soit un cylindre portant une charge surfacique σ de hauteur h et de rayon a . Il peut tourner sans frottement autour de l'axe (Oz), son moment d'inertie est J .

Ce cylindre est inséré dans un solénoïde de rayon légèrement supérieur à a , possédant n spires par unité de longueur et relié à une résistance R .

A l'instant initial le courant dans le solénoïde vaut i_0 et le cylindre est immobile.

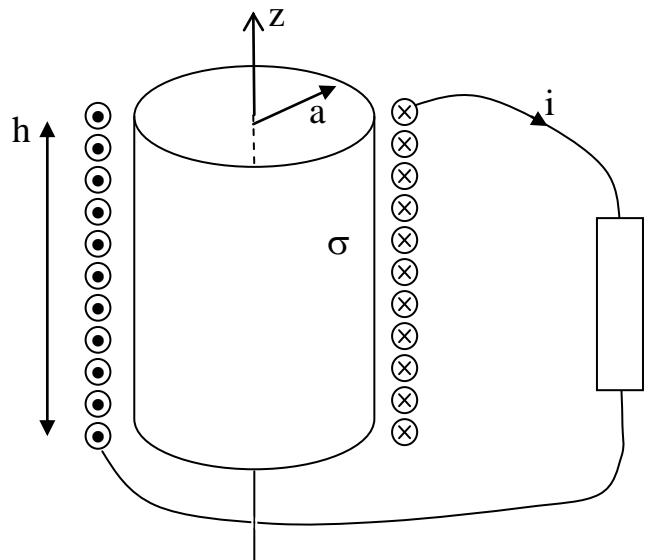
1°) a) Expliquer qualitativement l'évolution du système.

b) En faisant les approximations que vous jugerez nécessaires (en les justifiant) faire l'étude quantitative.

2°) Comment interpréter une constante de temps négative ?

3°) Faire un bilan d'énergie.

$$\text{Réponse : } i = i_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \text{ avec } \tau = \frac{L}{R} - \frac{n^2 \pi^2 a^6 \mu_0^2 \sigma^2}{RJ}$$

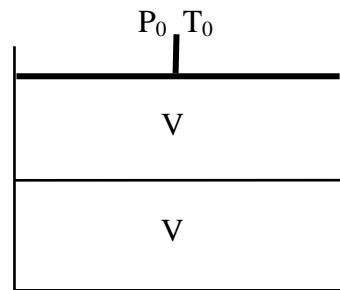


Mines (2012)

ELM.I34

Une enceinte de volume $2V$ est séparée en deux compartiments de volume égal. Le compartiment inférieur est vide. Le compartiment supérieur contient $n = 1$ mole et est initialement à la température et à la pression atmosphérique : T_0 et P_0 . Il est séparé de l'atmosphère par un piston mobile sans frottement, son volume peut donc varier.

On perce un trou dans la paroi séparant les deux compartiments.



Donner l'état final du système et faire un bilan d'entropie dans les deux cas suivant :

1°) Si les parois sont calorifugées

2°) Si les parois sont diathermanes

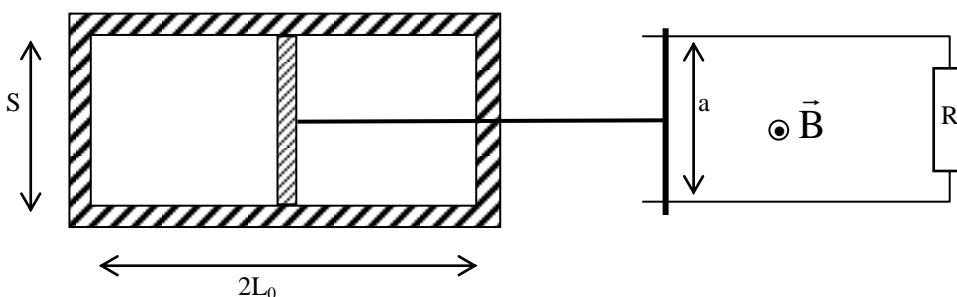
Réponse :

$$1^{\circ}) V' = V \frac{R}{C_p} \quad T_f = T_0 \left(1 + \frac{R}{C_p} \right) \quad S_{\text{créé}} = nC_p \ln \left(1 + \frac{R}{C_p} \right)$$

$$2^{\circ}) V' = 0 \quad T_f = T_0 \quad S_{\text{créé}} = \frac{P_0 V}{T_0}$$

Mines (2012)

T.S 10



On considère un cylindre de section S de longueur $2L_0$ séparé en deux compartiments par un piston mobile sans frottement. Les parois et le piston sont calorifugés.

Le piston est relié à une barre métallique par une tige rigide. La barre glisse sans frottement sur deux rails horizontaux, conducteurs séparés d'une distance a , reliés entre eux par une résistance R . L'ensemble est plongé dans un champ magnétique perpendiculaire au plan du circuit.

Le piston sépare le cylindre en deux volumes égaux qui contiennent un gaz parfait à la température T_0 et à la pression P_0 .

On donne $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

1°) A l'instant initial on déplace la barre d'une longueur $x_0 \ll L_0$. Expliquer qualitativement l'évolution du système. Puis établir l'équation différentielle vérifiée par la position de la barre. On supposera les transformation réversible.

2°) On donne $x_0 = 1$ cm, $P_0 = 1$ bar, $L_0 = 1$ m, $S = 0,2 \text{ m}^2$, $a = 30$ cm, $R = 10 \Omega$, $B = 0,1$ T, et $m = 0,1$ kg. Connaissant l'ordre de grandeur de γ donner la forme de la solution de l'équation différentielle de la question précédente.

3°) Peut-on observer la tension aux bornes de la résistance sur un oscilloscope ? Comment faire pour en déduire γ ?

Réponse : $\ddot{x} + \frac{(aB)^2}{mR} \dot{x} + \frac{\gamma SP_0}{mL_0} x = 0$

ECP (2012)

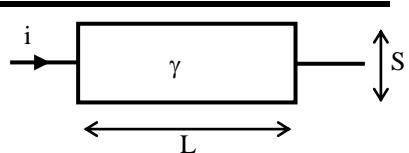
ELM.I35

1°) a) Soit une cuve de section S et de longueur L contenante de l'eau de conductivité γ . Donner sa résistance R_0 .

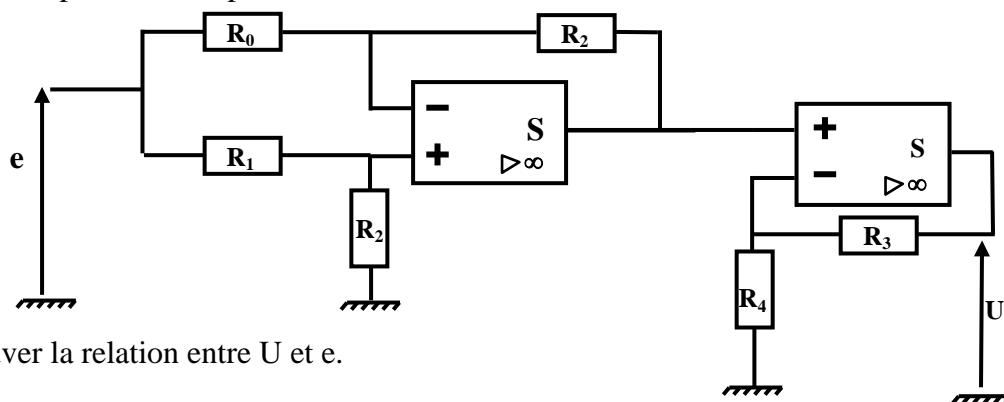
b) En fait l'eau provient d'un étang boueux et contient des impuretés, non conductrices. L'ensemble des impuretés est assimilé à un cylindre de section $s \ll S$ et de longueur $l \ll L$.

Calculer $R_1 = R_0 + \delta R_0$, la résistance de la cuve contenant de l'eau boueuse.

Montrer que $\frac{\delta R_0}{R_0}$ rend compte de la fraction volumique d'impureté.



HP 2°) Soit le circuit ci-dessous : R_0 et R_1 sont les résistances étudiées à la question précédente. Les amplificateurs opérationnels fonctionnent de manière linéaire :



a) Trouver la relation entre U et e.

b) A quelle condition la tension U est-elle proportionnelle à la fraction volumique d'impureté ?

Proposer dans ces conditions des valeurs crédibles qui permettent que U soit égale au pourcentage volumique d'impureté.

Réponse : $U = -\frac{R_2}{R_4} \frac{R_3 + R_4}{R_2 + R_1} \frac{\delta R_0}{R_0} e$

ECP (2012)

E.E 30

HP Soit un filament de tungstène, de longueur $L = 0,5$ m, de rayon $a = 0,1$ mm et de conductivité $\gamma = 10^6 \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$, soumis à une tension $U(t)$. Les seuls échanges thermiques avec l'extérieur considérés sont une perte par rayonnement de flux surfacique $\varepsilon \sigma T^4$ avec $\varepsilon = 0,1$.

On donne $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$. Masse volumique et capacité calorifique massique du tungstène : $\mu = 19300 \text{ kg.m}^{-3}$ $C = 130 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

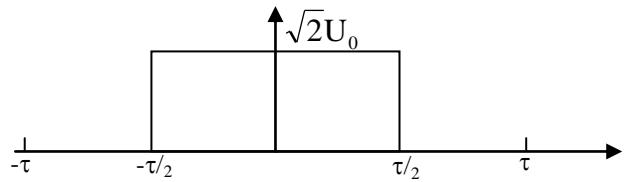
1°) Si $U(t) = U_0 = 100$ V, donner la température T_0 du filament en régime permanent.

2°) a) Si $U(t) = U_0 \sqrt{2} \cos(\omega t)$, trouver l'équation différentielle à laquelle obéit T .

b) Justifier que si ω est suffisamment grand alors $T \approx T_0$. Linéariser l'équation différentielle et la résoudre en régime permanent.

3°) Si $U(t)$ est périodique de la forme ci-dessous :

Justifier qu'on a encore $T \approx T_0$. Puis donner une condition sur τ pour que l'amplitude des variations de T soit inférieur à $0,1T_0$.



4°) Quels autres échanges thermiques aurait-on pu considérer ? Quels effets sur l'évolution de la température ?

Réponse : 1°) $T_0 = 4300$ K 2°) $\frac{\mu ac}{2\epsilon\sigma} \frac{dT}{dt} + T^4 = \frac{\gamma a}{2\epsilon\sigma L^2} U^2$ 3°) $\tau < 2,3 \cdot 10^{-2}$ s

ECP (2012)

T.RT 6

Soit un point matériel de masse m posé sur le sol.

A $t=0$, le sol se met à bouger verticalement suivant l'équation horaire $z_s(t) = z_0(1 - \cos(\omega t))$.

1°) A quelle condition la masse m décolle-t-elle du sol ?

2°) En supposant cette condition vérifiée, quelle est l'altitude z_D de la masse m au décollage ?

3°) Donner la durée de "vol libre", temps que met la masse m pour repasser par z_D quand elle décolle.

4°) Soit une route bosselée sinusoïdale de période spatiale 2 m, l'amplitude des bosses étant de 5 cm. Quelle est la vitesse maximum de la voiture pour qu'elle ne décolle pas du sol ?

5°) Si $V = 60$ km.h⁻¹ quelle est l'altitude maximum atteinte par la voiture ?

Réponse : 1°) $z_0\omega^2 \geq g$ 2°) $z_D = z_0 \left(1 + \frac{g}{z_0\omega^2}\right)$ 3°) $t_{VL} = \frac{2}{\omega} \sqrt{\frac{z_0^2\omega^2}{g^2} - 1}$

4°) $v_{max} = 11,5$ km.h⁻¹ 5°) $z_{max} = 73,7$ cm

ECP (2012)

M.P32

1°) Dans une enceinte de 3 m³ thermostatée à la température de 300 K, on place 1 mole de vapeur d'eau gazeuse. On comprime le gaz jusqu'à un volume de 0,75 dm³. On donne la pression de vapeur saturante de l'eau à 300 K : $P_S(300\text{ K}) = 0,04$ bar. La constante des gaz parfaits : $R = 8,3 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$. La masse molaire de l'eau $M = 18 \text{ g.mol}^{-1}$.

a) Montrer que l'état final est un équilibre liquide-vapeur.

b) Représenter la transformation dans les diagrammes (P,T) et (P,V).

c) Déterminer la fraction molaire final de gaz.

2°) On fait subir au système un réchauffement isochore. On donne l'enthalpie molaire de vaporisation de l'eau : $L_v = aT + b$ avec $\begin{cases} a = -2,4 \cdot 10^3 \text{ SI} \\ b = 3,1 \cdot 10^6 \text{ SI} \end{cases}$

a) Donner les unités de a et b.

b) On rappelle la formule de Clapeyron pour un changement d'état $1 \leftrightarrow 2$:

$$\frac{dP_s}{dT} = \frac{L_{1 \leftrightarrow 2}}{T(v_2 - v_1)} \quad \text{où } v_2 \text{ et } v_1 \text{ sont les volume massique des deux phases en présence.}$$

Montrer que pour la vaporisation de l'eau, en justifiant les approximations que vous serez amené à faire : $\ln(P_s) = A \ln(T) + \frac{B}{T} + C$

Déterminer A, B, C.

c) Déterminer l'équation que vérifie la température T' où toute l'eau est redevenue gazeuse.

Réponse : 1°) $x = 1,2 \cdot 10^{-3}$ 2°) $A = -5,19$ $B = 6,7 \cdot 10^3$ $C = 19,2$

CCP (2012)

T.CP11

Soit un cylindre conducteur de rayon a et d'axe (Oz). Il est parcouru de manière uniforme en surface par un courant total $I = I_0 \cos(kz - \omega t)$.

On admettra que le champ électrique créé est radial.

1°) Etudier les invariances et symétries du champ électromagnétique.

2°) En utilisant Maxwell-Ampère sous forme intégrale exprimer le champ magnétique en tout point de l'espace.

3°) En utilisant Maxwell-Faraday sous forme intégrale exprimer le champ électrique en tout point de l'espace.

4°) Quel est la structure de l'onde ? Que peut-on dire lorsque l'on s'éloigne infiniment radialement du cylindre ?

Réponse : 2°) $\vec{B} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \cos(kz - \omega t) \hat{e}_\theta$ 3°) $\vec{E} = \frac{\mu_0 I_0 \omega}{2\pi r k} \cos(kz - \omega t) \hat{e}_\theta$

CCP (2012)

ELM.O17

Soit une serre à la température T . L'extérieur est à la température T_0 . On souhaite maintenir la température de la serre à l'aide d'une chaudière (modélisée par un thermostat à la température $T' > T$). Quel est l'intérêt d'utiliser, en plus de la chaudière, un moteur et une pompe à chaleur. Que peut-on y gagner ? On supposera le fonctionnement des différentes machines comme idéal et réversible.

Réponse :

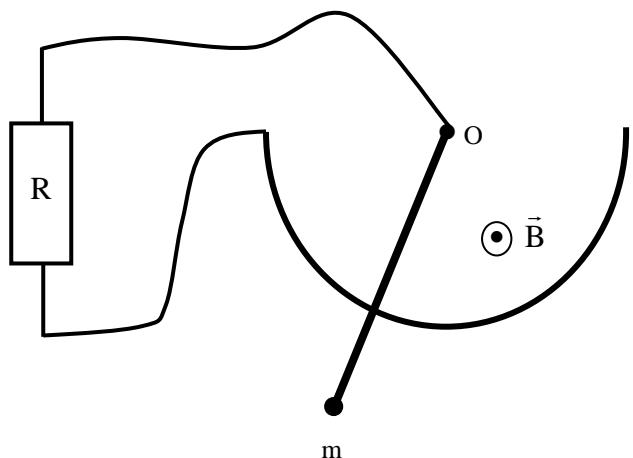
$$\frac{Q_{\text{avec}}}{Q_{\text{sans}}} = \frac{1 + \frac{T_0}{T'}}{1 - \frac{T_0}{T}} > 1$$

ECP (2012)

T.S 11

HP Une résistance R est relié électriquement, d'une part à un cylindre conducteur de rayon a , d'autre part à un axe horizontal passant par O auquel est accrochée une barre conductrice de longueur l , de masse négligeable au bout de laquelle est fixée une masse m . Cette barre glisse sans frotter sur le cylindre ce qui assure le contact électrique. L'ensemble baigne dans un champ magnétique uniforme et horizontal \vec{B}

Discuter du mouvement de la barre suivant les valeurs de R .



Réponse : $R_{\text{lim}} = \frac{B^2 a^4}{8\sqrt{mgIJ}}$

Mines (2012)

ELM.I36

L'air s'ionise pour un champ électrique $E \geq E_d$.

1°) Soit un condensateur plan dont les armatures sont de surface S et séparées d'une distance e . On néglige les effets de bords

Quelle est la tension minimale à appliquer aux bornes du condensateur pour ioniser l'air ?

2°) a) On place au centre du condensateur un cylindre conducteur parfait, de rayon $R < e/2$, dont l'axe est parallèle aux armatures. Expliquer qualitativement pourquoi le champ augmente localement entre les armatures.

b) On cherche le potentiel entre les armatures sous la forme :

$$V = V_0 + f(r)g(\theta)$$

On donne l'expression du Laplacien en cylindrique :

$$\Delta F = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial F}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2}$$

Etablir une équation différentielle sur g et la résoudre. Puis établir une équation différentielle sur f et chercher des solutions sous la forme r^n . En déduire le potentiel en tout point de l'espace interarmature.

c) Quel est le potentiel minimum nécessaire dans ce cas pour ioniser l'air.

Réponse : $V = \frac{U}{2} + \frac{eRU}{e^2 - 4R^2} \left(\frac{r}{R} - \frac{R}{r} \right) \cos \theta$

ECP (2012)

ELM.EC20

EXOS CLASSIQUES

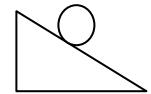
Mines 2012

Michelson en lame d'air :

- Calcul de la différence de marche
- Dispositif d'éclairage et d'observation
- Description de la figure d'interférence
- Etude du brouillage lorsque la source comprend deux longueurs d'onde proches.

HP Cylindre sur prisme :

- Un prisme glisse sans frottement sur le sol. Initialement immobile on pose un cylindre sur sa face incliné et on le lâche sans vitesse initiale. Trouver les accélérations ultérieur des centres de gravités du cylindre et du prisme.



ECP 2012

3 fentes d'Young :

- La fente du centre est déphasée de $\pi/2 + \varepsilon$ pour donner la forme de l'intensité.
- En déduire un moyen pour mesurer une différence proche d'indice pour deux lame de verre.

HP Observation d'une étoile double :

- Ouverture angulaire en minute d'arc entre les deux centres et rayon angulaire des étoiles à déterminer à partir de l'observation de la figure de diffraction.
- On donne les masses des étoiles en déduire la période de rotation en supposant les mouvements circulaires.

Etude d'une figure d'interférence obtenue avec le Michelson :

On donne une figure d'interférence avec des franges rectilignes de moins en moins contrastées plus on s'éloigne du centre.

- Comment est réglé le Michelson, comment fait-on pour éclairer le Michelson, comment fait-on pour observer la figure d'interférence ?
- $\lambda_0 = 560 \text{ nm}$ couleur ?
- Les lentilles utilisées ont une focale de 20 cm, quelle grandeur géométrique de l'interféromètre peut-on déduire de la figure.
- On modélise le spectre de la source par un spectre carré de largeur Δv centré sur v_0 . Déduire de la figure un ordre de grandeur de Δv .

CCP 2012

fentes d'Young :

- Dispositif expérimental et figure d'interférence, $I(M)$.
- Deux sources ponctuelles

Modèle d'atmosphère :

- Atmosphère isotherme
- $T = T_0 - \lambda z$