IUT d'Évry Val d'Essonne
Département TC (S3)

R3.07 TQR3, 2023-2024
D. Fourer, L. Lagon

TD4 : Lois usuelles et statistiques

Rappels :

- Loi binomiale $X \sim \beta(n,p)$: $P(X=x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$
- Loi de Poisson $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$: $P(X=x) = \frac{\mathrm{e}^{-\lambda}\lambda^x}{x!} \quad ,\forall \lambda > 0$
- Espérance : $E[X] = \sum_x xP(X=x)$
- Variance : $V[X] = E[(X-E[X])^2] = E[X^2] - E[X]^2$

Exercice 1 : On jette successivement, cinq fois un dé. On s'intéresse à la v.a. X qui représente le nombre de fois qu'un 3 apparaît.

1. Définir X (seulement les ensembles de départ et d'arrivée).
2. Définir la loi de probabilité de X (avec ses paramètres).
3. Quelle est la probabilité d'obtenir le nombre 3 deux fois ?
4. Quelle est la probabilité de ne pas obtenir le nombre 3 ?
5. Quelle est la probabilité d'obtenir le nombre 3 au moins une fois ?
6. Quelle est la probabilité d'obtenir le nombre 3 au moins 3 fois ?
7. Quelle est l'espérance de X ?

Exercice 2 : On considère la v.a. X qui modélise le nombre de fois qu'un tireur à l'arc atteint sa cible après n tirs. Sachant que ce tireur a une probabilité $p = \frac{5}{7}$ d'atteindre sa cible.

1. Définir la v.a. X.
2. Quelle est la probabilité que le tireur touche 3 fois sa cible après 5 tirs ? Même question après 10 tirs ?
3. On suppose que le tireur gagne 1 euro à chaque fois qu'il touche sa cible. Définir cette nouvelle v.a. Y qui définit le gain du tireur après un tir.
4. Calculer l'espérance mathématique de Y après 5 tirs.
5. Calculer la variance de Y après 5 tirs.

Exercice 3 : Une étude réalisée par un technicien a permis d'établir que le nombre moyen des arrivées de pièces à usiner à un certain poste est de 90 à l'heure. En supposant que la v.a. X qui compte le nombre d'arrivées à la minute suit une loi de Poisson.

1. Définir la loi de probabilité de X
2. Quelle est la probabilité qu'entre 10h52 et 10h53 il n'y ait aucune arrivée ?
3. Quelle est la probabilité que pendant une minute il y ait entre 2 et 5 arrivées ?
4. Quelle est l'espérance de X ?
5. Quelle est la variance de X ?