

Livret de Mathématiques Terminale

Contenu : Dans ce livret je trouve des exercices de mathématiques pour chaque chapitre pour approfondir ou travailler les notions. Je peux garder ce livret sur moi et l'utiliser en classe quand j'ai fini le travail.

Les exercices proposés sont bruts et sont de l'application basique des connaissances de cours. Le niveau est variable avec pour objectif de donner du travail à tout type d'élève.

Table des matières

| | | |
|---|---|----|
| 1 | Suites géométriques | 2 |
| 2 | Ajustements non affines | 3 |
| 3 | Rappel sur les fonctions | 4 |
| 4 | Fonction dérivée et polynôme de degré 3 | 5 |
| 5 | Probabilités | 8 |
| 6 | Fonction logarithme | 10 |
| 7 | Fonction exponentielle | 11 |
| 8 | Python et algorithmie | 12 |

Suites géométriques

1. Calculer le terme de rang 4 de la suite géométrique définie par son premier terme $u_0 = -4$ et sa raison $q = -2$.
2. Calculer la somme S_4 des termes de la suite définie par son premier terme $v_0 = 1$ et sa raison $q = 3$.
3. Représenter graphiquement les 10 premiers termes de la suite géométrique définie dans la question précédente.
4. Calculer v_{99} pour la suite de raison $q = \frac{1}{2}$ et de premier terme $v_0 = 1000$.
5. Calculer v_{999} pour la suite de raison $q = \frac{1}{4}$ et de premier terme $v_0 = 1000$.
6. Calculer v_{2021} pour la suite de raison $q = 2$ et de premier terme $v_0 = 1$.
7. La suite formée des nombres : 2 - 8 - 32 - 128 est-elle géométrique? Justifier et si oui donner la raison.
8. Même question pour la suite : 1024 - 512 - 256 - 128 - 64.
9. Donner le sens de variation de la suite définie par $v_0 = 100$ et $q = 0.5$ sans calcul. Justifier.

Chapitre 2

Ajustements non affines

Dans ces exercices, on se demandera souvent le modèle d'ajustement le plus pertinent en utilisant un outil numérique.

1. Soit la série statistique suivante :

| | | | | | | |
|-----|---|----|----|----|----|----|
| x | 4 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| y | 7 | 15 | 18 | 20 | 23 | 24 |

- ◇ Préciser si l'ajustement affine est pertinent.
- ◇ Donner l'équation de la droite d'ajustement affine.
- ◇ Calculer les coordonnées du point moyen.

2. Soit la série statistique suivante :

| | | | | | |
|-----|---|----|----|----|----|
| x | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| y | 6 | 10 | 12 | 14 | 15 |

- ◇ Préciser si l'ajustement affine est pertinent.
- ◇ Préciser le nom d'un ajustement plus pertinent.
- ◇ Justifier en donnant la valeur de R^2

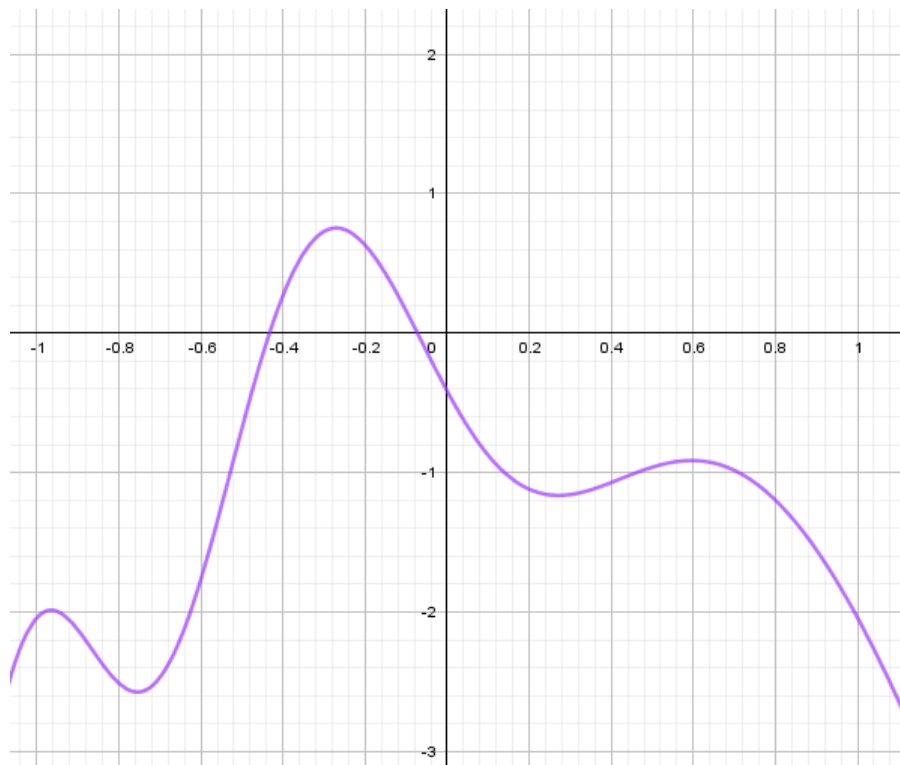
3. Soit la série statistique suivante :

| | | | | | |
|--------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Régime moteur (x100 tr/min) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Couple moteur (N/m) | 300 | 365 | 390 | 380 | 330 |

- ◇ Préciser si l'ajustement affine est pertinent.
- ◇ Préciser le nom d'un ajustement plus pertinent.
- ◇ Justifier en donnant la valeur de R^2
- ◇ Dédire de la courbe d'ajustement le régime pour lequel le couple est maximal et donner la valeur.

Rappel sur les fonctions

1. On donne la fonction f définie par $f(x) = 5x + 3 - x^3$. Calculer $f(0)$; $f(10)$ et $f(-5)$.
2. Soit la fonction $g(x) = -2x^2 + 0.4x^3 + 2$.
 - Représenter l'allure de la courbe de g après l'avoir tracée sur votre calculatrice ;
 - Donner le maximum de g sur l'intervalle $[-2; 4]$;
 - Donner l'image de 2 par la fonction g (aussi notée $g(2)$) ;
 - Donner le ou les antécédents de 1 par la fonction g .
3. Construire le tableau de variations de la fonction $h(x) = -x^3 + 0.5x - 4x^2$ sur l'intervalle $[-4; 1]$. (On tracera la courbe de la fonction h sur la calculatrice ou Geogebra).
4. On donne la représentation graphique d'une fonction i :



- Donner le maximum de la fonction sur l'intervalle $[-1; 1]$
 - Construire le tableau de variations de la fonction sur le même intervalle.
5. Soit la fonction $r(x) = \sqrt{x} + 2x^2 - x^3$. Expliquer pourquoi cette fonction ne peut pas exister pour des valeurs de x négatives.

Fonction dérivée et polynôme de degré 3

Dans ces exercices, il est indispensable de se munir du tableau des dérivées usuelles.

1. Donner la fonction dérivée des fonctions suivantes :

- $a(x) = 4x^2$
- $l(x) = -3x$
- $o(x) = 54$
- $r(x) = x^3$
- $s(x) = x^2$

- $c(x) = 4x^2 + 3x - 1$

- $d(x) = \frac{1}{x}$
- $u(x) = 4x^3 - 2x^2$
- $rr(x) = \frac{1}{2x} + 4x$

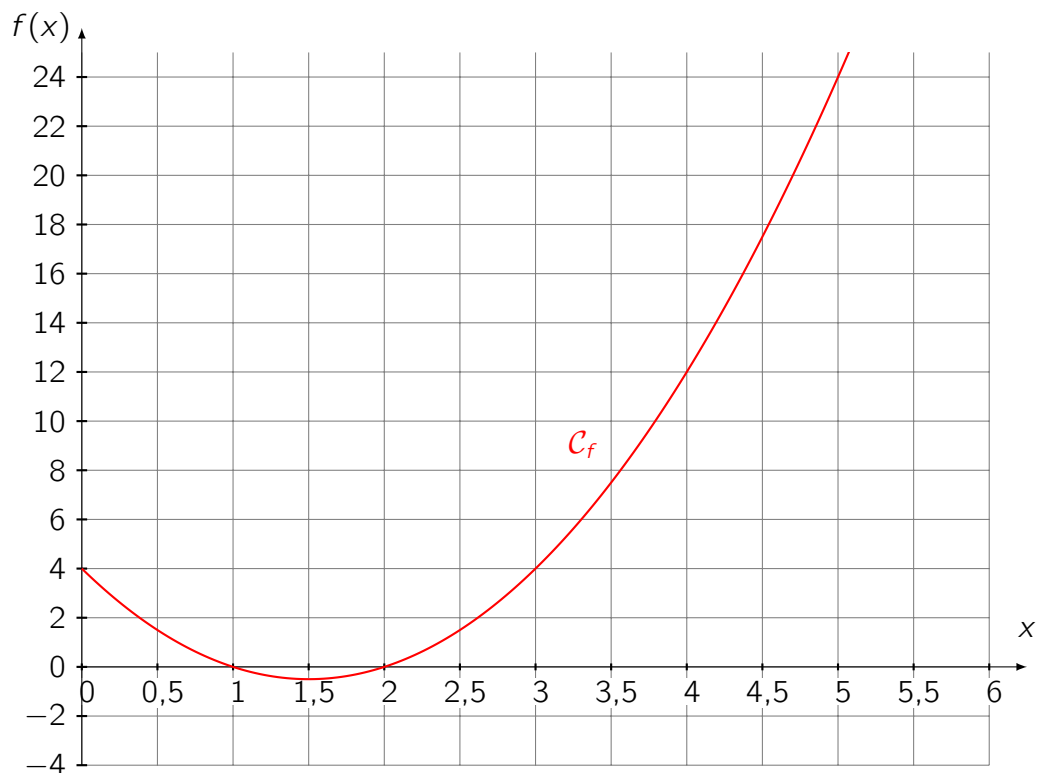
2. Une entreprise vendant des produits surgelés a modélisé le bénéfice mensuel par la fonction $b(x) = -2x^2 + 20x - 60$.

- Déterminer la fonction dérivée b' de cette fonction ;
- Résoudre l'équation $-4x + 20 = 0$;
- Expliquer la signification de cette valeur obtenue ;
- Donner la valeur du bénéfice maximal pouvant être atteint et le nombre de produits vendus.
- Commenter cette valeur pour l'entreprise.

3. La quantité d'alcool dans le sang pour une consommation donnée de 60 g peut être modélisée par la fonction $a(x) = \frac{85.5}{x}$ sur l'intervalle $[20 : 150]$. x représente la masse en kg de la personne. En France le taux d'alcool autorisé est de 0.5g/L dans le sang.

- Déterminer la fonction dérivée de a
- Rappeler le signe de x^2
- Que peut-on dire du signe de la dérivée de a ?
- Dédire le sens de variations de la fonction a
- Par une lecture graphique ou un calcul, déterminer si une personne de 90 kg peut prendre le volant à la fin de cette soirée.

4. La consommation d'un véhicule essence s'exprime en fonction de la vitesse par la fonction $C(v) = 0.05v + \frac{80}{v}$ où v est la vitesse en km/h et C la consommation en L.
- Déterminer la fonction dérivée de C
 - Pour savoir quand la dérivée s'annule, on doit résoudre $x^2 = 1600$ (on pourra essayer de retrouver cette équation à partir de $C'(x) = 0$).
 - ◇ Proposer une méthode pour résoudre cette équation du second degré ;
 - ◇ Vérifier que $x = 40$ est solution de cette équation.
 - ◇ Pourquoi la solution négative est-elle ignorée ici ?
 - Tracer la courbe représentative de la fonction C
 - Déterminer la consommation minimale de la voiture pour 100km, préciser la vitesse.
5. Soit la fonction $f(x) = 15x^4 + 70x^3 + 150x^2 - 350$ définie sur $[-4; 4]$.
- ◇ Déterminer la dérivée de f en détaillant les étapes utilisées.
 - ◇ Représenter l'allure de cette courbe tracée à l'aide de votre calculatrice ou de Geogebra
6. La fonction f est définie sur l'intervalle $[0; 6]$ par l'expression $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$ et tracée ci-après :



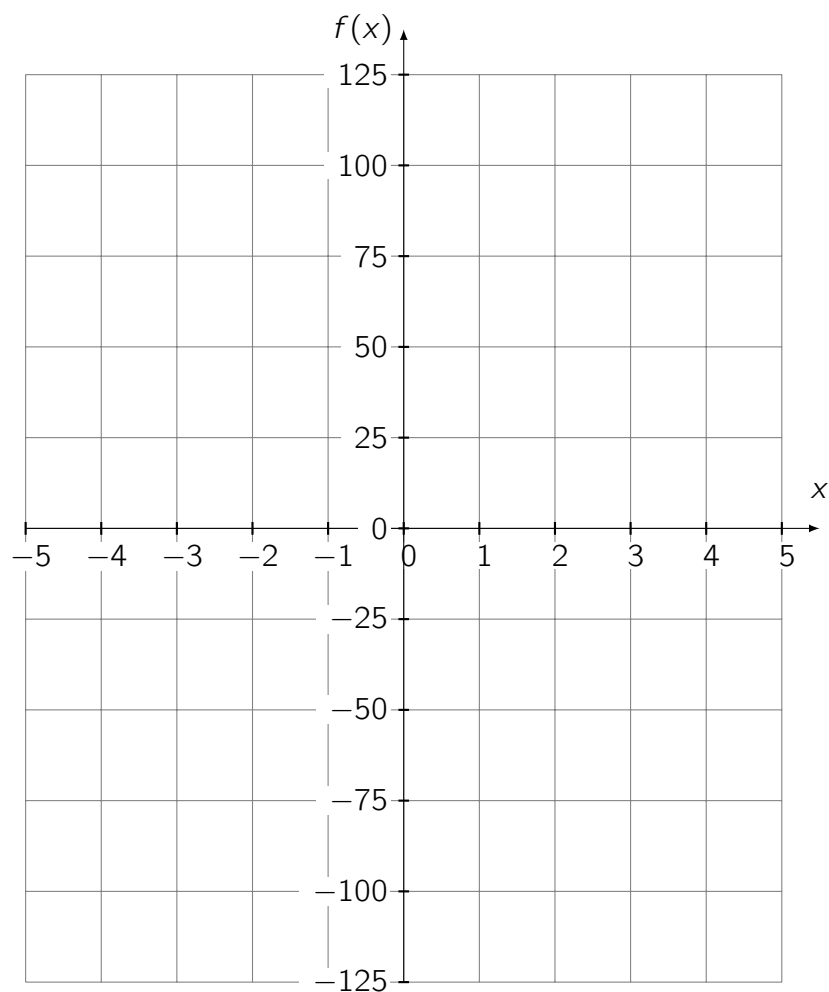
- ◇ Déterminer la fonction dérivée $f'(x)$
- ◇ Calculer $f'(1)$ et $f'(3)$.
- ◇ Placer les points A et B dont les abscisses sont 1 et 3 et les ordonnées sont les nombres dérivés calculés juste avant.
- ◇ Tracer la représentation graphique de la fonction dérivée sur le graphique.

7. Soit la fonction $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 4$

- ◇ Cette fonction est-elle un polynôme de degré 3 ? Si oui, préciser les coefficients.
- ◇ Déterminer la fonction dérivée $f'(x)$
- ◇ Construire le tableau de variations de cette fonction.
- ◇ Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

8. On va étudier la fonction cube sur $[-5; 5]$. Soit $f(x) = x^3$.

- ◇ Cette fonction est-elle un polynôme de degré 3 ? Justifier.
- ◇ Déterminer la fonction dérivée $f'(x)$
- ◇ Construire le tableau de variations de cette fonction.
- ◇ Que peut-on dire du point de coordonnées $(0, 0)$?
- ◇ Tracer l'allure de la courbe sur le repère suivant :



9. Soit la fonction $f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 16$ définie sur $[-5; 2]$:

- ◇ Cette fonction est-elle un polynôme de degré 3 ? Justifier.
- ◇ Déterminer la fonction dérivée $f'(x)$
- ◇ Grâce au mode équation de votre calculatrice, résoudre $f'(x) = 0$
- ◇ Calculer les images par la fonction f des solutions de l'équation précédente.
- ◇ Construire le tableau de variations complet de cette fonction.

Probabilités

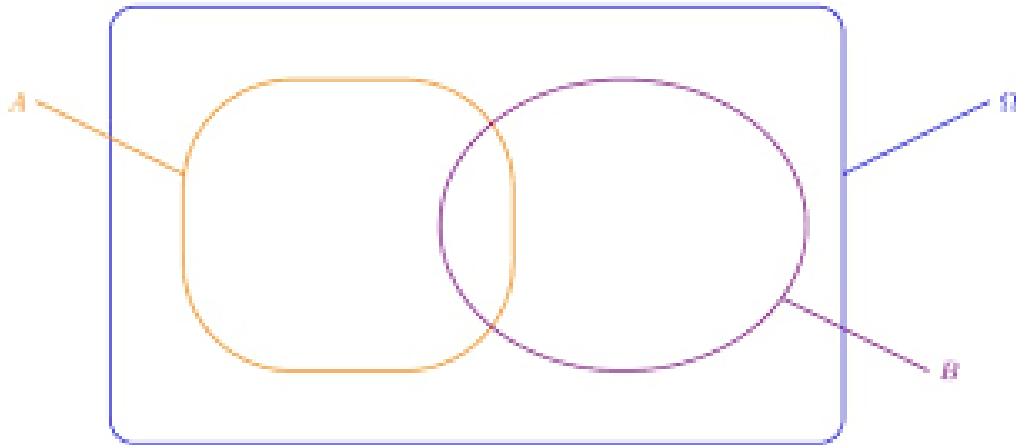
1. On lance une pièce de monnaie trois fois et on note les résultats. Calculer la probabilité d'obtenir au moins deux fois le côté face.
2. On lance trois dés non truqués. Calculer la probabilité d'obtenir un total cumulé inférieur à 6.
3. Une marque de vélo possède deux usines notées A et B. Deux tiers des vélos proviennent de l'usine A qui produit 40% de vélos électriques. L'entreprise B quant à elle ne produit que 15% d'électriques. On choisit au hasard un vélo produit par la marque et on note :
 - événement A : le vélo provient de l'usine A ;
 - événement B : le vélo provient de l'usine B ;
 - événement E : le vélo est électrique.
 - ◇ Représenter la situation par un arbre de probabilités ;
 - ◇ Donner la probabilité que le vélo provienne de l'usine B
 - ◇ Donner la probabilité que le vélo choisit ne soit pas électrique et qu'il provient de l'usine B.
4. Un club de fitness a recensé les utilisations des machines dans le tableau :

| | Homme | Femme | Total |
|-----------------|-------|-------|-------|
| Tapis de course | 7 | 14 | 21 |
| Vélo elliptique | 2 | 19 | 21 |
| Rameur | 15 | 15 | 30 |
| Total | 24 | 48 | 72 |

On choisit un utilisateur au hasard.

- ◇ Combien de femmes et d'hommes participent à l'enquête ?
 - ◇ Déterminer la probabilité de sélectionner une femme qui utilise le tapis.
 - ◇ Déterminer la probabilité de sélectionner un utilisateur du rameur.
 - ◇ Donner deux événements indépendants à partir du tableau.
5. Soit un événement A tel que $P(A) = 0.25$ et un événement B tel que $P(B) = \frac{1}{4}$. Calculer $P(A \cap B)$ sachant que A et B sont indépendants.

6. Soient deux événements tels que $P(A) = 0.9$ et $P(B) = 0.75$. On a $P(A \cap B) = 0.75$. Déterminer si A et B sont indépendants.
7. Soient A et B deux événements incompatibles. Donner $P(A \cap B)$.
8. Sur un ensemble de 400 véhicules, 60 ont un problème de freinage, 140 d'éclairage et 55 les deux défauts.
- ◇ Représenter la situation par un diagramme de Venn ou un tableau ;
 - ◇ Déterminer les chances de piocher un véhicule sans défauts.
 - ◇ Déterminer les chances de piocher un véhicule avec un des deux défauts au moins.



9. Dans une urne on dépose 15 boules indiscernables au toucher numérotées et colorées (5 rouges, 4 vertes, le reste bleues). On tire une au hasard. et on note :
- A l'événement : la boule est rouge ;
 - B : le chiffre est plus grand que 5 ;
 - C : le chiffre est un multiple de 3.
- ◇ Donner la signification de \bar{B} .
 - ◇ Calculer la probabilité $P(C)$.
 - ◇ Peut-on calculer $P(A \cap B)$? Justifier.
 - ◇ Calculer la probabilité $P(B \cap C)$.

Fonction logarithme

1. Soit la fonction définie par $f(x) = \log 4x$ sur l'intervalle $[0.001; 10]$.
 - ◇ Tracer la fonction sur la calculatrice ;
 - ◇ Donner l'allure de la courbe ;
 - ◇ Calculer $f(3)$.
 - ◇ Résoudre graphiquement $f(x) > 0$
2. Calculer $\log 1000$ sans calculatrice en utilisant les puissances de 10.
3. Calculer $\log 1000000$ sans calculatrice en utilisant les puissances de 10.
4. Exprimer sans calculer $\log 56$ en fonction de $\log 2$ et $\log 7$.
5. Calculer $\log 98$ sans la touche \log de la calculatrice en utilisant le fait que $\log 2 = 0.3$ et $\log 7 = 0.85$.
6. Résoudre l'équation $10^x = 2$ en utilisant les propriétés du logarithme et sans calculatrice.
7. Le nombre de personnes infectées par un virus commence à 58 et double tous les 3 jours. On cherche à savoir quand la taille de la population infectée dépassera 10000 personnes. La situation est représentée par une suite géométrique de premier terme $u_0 = 58$ et de raison $q = 2$. On cherche u_n tel que $u_n > 10000$ ce qui revient à résoudre $58 \times 2^n = 10000$. Résoudre cette équation en utilisant le logarithme décimal. Déduire le nombre de jours à partir duquel le nombre de malade dépassera 10000.
8. Résoudre l'équation $6 + \log x = 5$.
9. Résoudre l'inéquation $3 \log x > 15$.
10. En acoustique on calcule le niveau (en décibel) par la formule $N = 10 \log \frac{I}{I_0}$ avec $I_0 = 10^{-12}$ l'intensité minimale de l'oreille humaine.
 - ◇ Calculer le niveau en décibel d'une salle de classe produisant une intensité $I = 10^{-7}$
 - ◇ Calculer l'intensité d'un son de 120 dB.

Fonction exponentielle

1. Soit la suite géométrique telle que $u_0 = 1$ et $q = 3$.
 - ◇ Donner la formule permettant de calculer u_n en fonction de q et de u_0 .
 - ◇ Donner la fonction exponentielle associée à la suite précédente
 - ◇ Représenter l'allure de la courbe ainsi obtenue
2. Dresser le tableau de variations de la fonction $f(x) = 3^x$
3. Soit la fonction $f(x) = 0.5^x$. Préciser son sens de variation.
4. Rappeler les propriétés de calculs de la fonction exponentielle
5. Donner la base de la fonction $g(x) = 0.78^x$
6. Le nombre de bactéries d'un plat préparé double chaque heure. Elle commence avec 1 individus au temps 1.
 - ◇ Calculer le nombre de bactéries à la deuxième heure.
 - ◇ Proposer une fonction exponentielle permettant de calculer le nombre de bactéries au bout de x heures.
 - ◇ On pose l'équation : $2^x = 1000000$;
 - A quoi correspond cette équation en français ?
 - Résoudre l'équation $2^x = 1000000$
 - Le plat ne peut être consommé si le nombre de bactérie dépasse 1 million. Conclure.
7. Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R}
 - ◇ $4^x = 12$
 - ◇ $0.55^x = 100$
 - ◇ $4^{x+3} = 1000$
 - ◇ $78^x = 150000$

Python et algorithmie

1. Proposer un algorithme décrivant la cuisson des pâtes.
2. A quoi sert le programme suivant ?

```

1 def pair(n):
2     """ merci d'entrer un nombre """
3     if n%2 ==0:
4         print("Le nombre est pair.")
5     else:
6         print("Le nombre est impair.")

```

3. On a écrit un programme pour tester la force d'un mot de passe :

```

1 def verif(a):
2     """ Pour utiliser taper verif('mot de passe') """
3     taille = len(a)
4     if taille <6:
5         return("Le mot de passe est trop court")
6     else:
7         return("Le mot de passe a une longueur satisfaisante")
8

```

- ◇ Selon vous, à quoi sert la fonction len() en Python ?
 - ◇ Comment modifier le programme pour ajouter un message intermédiaire qui prévenirait l'utilisateur qu'entre 6 et 8 le mot de passe est de sécurité moyenne ? (On pourra utiliser la fonction elif)
4. Proposer un algorithme permettant de calculer les n premiers termes d'une suite géométrique.
 5. On cherche à créer un programme permettant de calculer la moyenne d'un élève. On a commencé par le premier morceau : (la capture d'écran montre le résultat de cette première partie)

```

1 def liste(n):
2     Liste=[]
3     for i in range (n):
4         x=float(input())
5         Liste.append(x)
6     return (Liste)

```

```

Python 3.8.2 (default, Dec 25 2019)
Type "help", "copyright", "credits()" or "quit()" for more
>>> # script executed
>>> liste(5)
12
14
18
7
11
[12.0, 14.0, 18.0, 7.0, 11.0]
>>>

```

- ◇ Avant l'exécution, que contient l'objet "Liste" ?
- ◇ Dans la capture d'écran, combien de notes ont été rentrées ?
- ◇ Recopier ce script (attention à la syntaxe) sur votre calculatrice et essayer de le lancer en entrant 3 notes.
- ◇ On cherche à créer une deuxième fonction notée moyenne pour calculer la moyenne des notes et on peut utiliser pour cela deux fonctions :
 - l'instruction `sum()` additionne tous les éléments d'une liste ;
 - l'instruction `len()` donne le nombre d'éléments dans la liste.
- ◇ Proposer l'écriture du script permettant de calculer la moyenne.

```

1  def liste(n):
2      Liste=[]
3      for i in range (n):
4          x=float(input())
5          Liste.append(x)
6      return (Liste)
7
8  def moyenne(m):
9      ... à compléter !

```

6. On cherche à créer un jeu permettant de deviner un nombre compris entre 1 et 100. Proposer une traduction sous la forme d'un organigramme (on ne demande pas de Python) de la phrase : **tant que la valeur proposée par le joueur n'est pas égale à la valeur de l'ordinateur, alors on continue et on ajoute 1 au nombre de coups**. Une version du jeu qui fonctionne (mais entre 1 et 10 sinon trop long !)

```

1  from random import *
2
3  def jeu():
4      nombre = randint(1,10)
5      proposition = 0
6      coups = 0
7      while proposition != nombre:
8          proposition=float(input("Entrez un nombre : "))
9          coups += 1
10
11     return ("Victoire en {} coups".format(coups))

```

- ◇ Donner le nom du module importé qui contient la fonction "`randint()`"
- ◇ Quel est le rôle de la fonction "`randint()`" ?
- ◇ A quoi sert la variable "`coups`" ?
- ◇ Proposer une traduction de la ligne 7 en français.
- ◇ Proposer une explication de la ligne 9 en français.
- ◇ Que modifier dans le script pour jouer entre 1 et 100 ?
- ◇ **[Difficile]** : Comment modifier le script pour que l'écran précise que la réponse est plus petite ou plus grande que la proposition ?