

Exercices de révision pour les oraux : Série 1.

1. Filtrage par un circuit passe-bande

On considère le circuit de la figure 1. Les amplificateurs opérationnels idéaux sont considérés en régime linéaire, cela signifie que l'on considère que les courants entrants dans l'amplificateur linéaire intégré sont très faibles au point d'écriture $i_- = i_+ = 0$. De plus, le régime linéaire assure là encore que la différence de potentiel entre les entrées + et - est très faible. On écrira que $\varepsilon = V_+ - V_- = 0$.

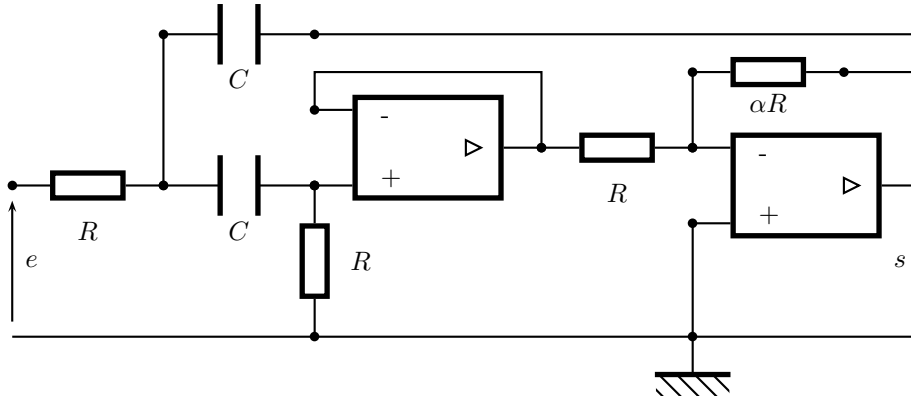


FIGURE 1 – Filtre passe-bande à amplificateurs opérationnels

1. Examiner qualitativement le comportement en basses puis en hautes fréquences.
2. Déterminer la fonction de transfert $H = s/e$.
3. Tracer le diagramme de Bode correspondant.
4. Donner l'équation différentielle reliant $s(t)$ et $e(t)$.
5. $e(t)$ est un signal triangulaire de valeur moyenne nulle. Déterminer la forme de $s(t)$ en basses puis en hautes fréquences. On précisera ce que l'on entend, dans ce cas, par basses et hautes fréquences.

Réponses : En basse et en haute fréquence, on constate que s est nulle, on doit avoir un filtre passe-bande, $H = -\frac{\alpha}{3+j[(1+\alpha)RC\omega - \frac{1}{RC\omega}]}$, $(1+\alpha)R^2C^2\frac{d^2s}{dt^2} + 3RC\frac{ds}{dt} + s = -\alpha RC\frac{de}{dt}$, filtre passe-bande à $\pm 20dB$ par décade de pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{RC\sqrt{1+\alpha}}$, pour $\omega \ll \omega_0$ le circuit est un dérivateur on obtient un signal créneau, pour $\omega \gg \omega_0$ le circuit est un intégrateur on obtient un signal formé de morceaux de paraboles.

2. Filtre passe-bas

On étudie la réalisation d'un filtre numérique passe-bas du premier ordre par la méthode d'EULER.

1. On note \underline{e} et \underline{s} les grandeurs complexes associées au signal d'entrée et au signal de sortie. On raisonne en régime harmonique. Rappeler la forme complexe de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$ du filtre passe-bas sachant que sa constante de temps caractéristique est notée τ .
2. En déduire l'équation différentielle qui lie entrée et sortie pour un régime temporel d'évolution quelconque.
3. Écrire l'équation récurrente associée l'équation différentielle de ce filtre passe-haut.
4. Programmer en langage *Python* cette équation pour observer la réponse $s(t)$ de ce filtre à un échelon de tension imposé en entrée.
5. Commenter le graphique obtenu.

Réponses : $\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega\tau}$; $\tau\frac{ds}{dt} + s = e$; $\frac{\tau}{T_e}(s_n - s_{n-1}) + s_n = e_n$, on obtient $s_n = \frac{\tau}{T_e + \tau}s_{n-1} + \frac{T_e}{T_e + \tau}e_n$.

```
from pylab import "star" from math import factorial from matplotlib import animation
```

condition initiale sur la sortie

CI=0.

valeur de l'entrée (échelon)

E=2.

nombre total de points du calcul

Ntot=200

durée de l'intervalle de travail

Duree=20

constante de temps et de temps réduite Ctemps

```

Tau = 2.
dt=Duree/Ntot
Ctemps=Tau/dt
création d'une liste de valeur de la sortie initialisée à la valeur de départ
s=[CI]
relation fonctionnelle du filtre passe-bas et initialise le premier terme (pour le temps aussi)
t=[0]
sn=CI
for n in range(Ntot) : sn = (Ctemps/(1+Ctemps))*sn + (1/(1+Ctemps))*E s.append(sn) t.append(n*dt)
S.append ajoute à la liste s les termes sn successifs
x=linspace(0 ,Duree ,1000)
def y(x) : return E*(1-exp(-x/Tau))
clf() nettoie d'une éventuelle figure précédente axis([0,Duree,0,1.2*E]) définit les axes
plot(t,s,marker='o',linestyle='',color='r') commande l'exécution du tracé, pas de ligne et des ronds rouges pour les points
plot(x,y(x)) commande l'exécution du tracé de l'exponentielle
title("Réponses analogique et numérique sur 200 points")
show() montre le tracé!

```

3. Puits de potentiel infini

On considère une particule quantique de masse m , autre qu'un photon, présente dans un puits de potentiel tel que $V(x) = 0$ pour $-a < x < a$ et $V(x) \rightarrow \infty$ sinon. On note que l'énergie $E > 0$ du quanton est positive.

1. Rappeler l'équation de SCHRÖDINGER vérifiée par la fonction d'onde $\psi(x, t)$ associée au quanton, puis celle vérifiée par la fonction d'onde spatiale $\varphi(x)$ associée à un état stationnaire du quanton.
2. Déterminer les formes possibles de $\varphi(x)$.
3. En déduire l'expression de l'énergie E et montrer qu'elle est quantifiée.
4. En appliquant la relation d'indétermination de HEISENBERG, justifier que l'énergie ne peut pas être nulle.
5. Déterminer la valeur moyenne $\langle x \rangle$ de la position du quanton.
6. Le calcul de la valeur moyenne $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ de la distance au centre du puits conduit à $\sqrt{\langle x^2 \rangle} = a/\sqrt{3}$. en déduire l'écart-type de position.
7. Quel est l'ordre de grandeur de l'écart-type en impulsion ? Est-ce en accord avec l'ordre de grandeur de l'énergie du niveau fondamental ?

Réponses : $i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} + V(x)\psi(x, t)$ puis $E\varphi(x) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + V(x)\varphi(x)$. On a $\frac{d^2 \varphi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \varphi(x) = 0$, on pose $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$. Les solutions sont $\varphi(x) = A \cos kx + B \sin kx$. La fonction d'onde doit s'annuler en $x = \pm a$, $A \cos ka - B \sin ka = 0$ et $A \cos ka + B \sin ka = 0$ d'où $\varphi(x) = B_n \sin n \frac{\pi x}{a}$ ou bien $\varphi(x) = A_n \cos(n + \frac{1}{2}) \frac{\pi x}{a}$. L'énergie est $E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{8ma^2}$. On a $\Delta x \times \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$ avec $\Delta x \leq 2a$ du fait du confinement dans le puits, on a donc $\Delta p_x \geq \frac{\hbar}{4a}$ ainsi l'énergie ne peut donc pas être nulle puisque $E = \frac{p^2}{2m}$. Par symétrie, la densité de probabilité $|\varphi(x)|^2$ est forcément paire, on a $\langle x \rangle = 0$. Or, nous savons que $\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = \sqrt{\langle x^2 \rangle} = \frac{a}{\sqrt{3}}$. L'ordre de grandeur de l'écart-type minimal en impulsion est $\Delta p_x \simeq \frac{\sqrt{3}\hbar}{2a}$, on a donc une énergie minimale $E_{min} = \frac{3\hbar^2}{8ma^2}$, on est bien dans l'ordre de grandeur de l'énergie du niveau fondamental.

4. Modèle d'Einstein des solides

Afin de pouvoir évaluer précisément la capacité thermique d'un solide, on utilise le modèle unidimensionnel d'EINSTEIN de 1907. Chaque atome de masse m est considéré comme un oscillateur harmonique au sens quantique à une dimension. Les niveaux d'énergie d'un tel système d'énergie potentielle $E_p(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ sont quantifiés :

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega. \text{ On pose } u = \frac{\hbar\omega}{k_B T}.$$

1. Pour un solide en équilibre avec un thermostat de température T , exprimer la probabilité $p_n(u)$ qu'un atome soit dans l'état indicé par n .
2. Montrer que l'énergie moyenne $\bar{\varepsilon}(T)$ d'un atome vaut :

$$\bar{\varepsilon}(T) = \frac{\hbar\omega}{2} \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)$$

$$\text{On donne : } \sum_{n=0}^{\infty} n \exp(-\alpha n) = \frac{1}{4 \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha}{2}} \text{ pour } \alpha > 0.$$

3. Évaluer la capacité thermique molaire $C_{V,mol}(T)$ du solide. On rappelle la relation $\frac{d \coth x}{dx} = -\frac{1}{\text{sh}^2 x}$.
4. Quelle est la limite à haute température ? Quelle loi retrouve-t-on ?
5. Tracer l'allure de $C_{V,m}(T)$.

Réponses : $p_n = \frac{1}{z} \exp\left(-(n + \frac{1}{2})u\right)$ et $z = \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-(n + \frac{1}{2})u\right) = \exp\left(-\frac{u}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nu)$ d'où $z = \frac{1}{2 \text{sh} \frac{u}{2}}$ et donc $p_n = 2 \text{sh} \frac{u}{2} \exp\left(-(n + \frac{1}{2})u\right)$; $\bar{\varepsilon} = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \hbar \omega (n + \frac{1}{2})$, on trouve bien $\bar{\varepsilon}(T) = \frac{\hbar \omega}{2} \coth\left(\frac{\hbar \omega}{2k_B T}\right)$; $C_{V,mol} = \mathcal{N}_A \frac{d\bar{\varepsilon}}{dT} = \mathcal{N}_A \frac{\hbar^2 \omega^2}{4k_B T^2} \frac{1}{\text{sh}^2 \frac{\hbar \omega}{2k_B T}}$; à haute température $\frac{\hbar \omega}{2k_B T} \ll 1$ d'où $\text{sh} x \simeq x$, on trouve $C_{V,mol} \simeq \mathcal{N}_A k_B = R$, c'est la loi de Dulong et Petit, on a un oscillateur unidimensionnel à deux degrés de liberté quadratiques $E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$ et $E_p = \frac{1}{2} m \omega^2 x^2$, il y a $\frac{1}{2} k_B T$ par degré de liberté; à basse température, on trouve que $C_{V,mol} \simeq 0$, une petite variation de température ne change pas la répartition des particules qui sont toutes dans le niveau fondamental et y restent, on ne stocke pas d'énergie.

5. Chute d'une barre

Une barre de longueur 2ℓ , de masse m et de moment d'inertie en G (centre d'inertie) $J = \frac{1}{3} m \ell^2$ chute dans le champ de pesanteur uniforme \vec{g} . A l'instant initial, elle est en $\theta = 0,001$ rad sans vitesse initiale. Une perturbation infime lui donne l'angle $\theta_0 = 0,001$ rad, cela entraîne sa chute. L'articulation pivot en O est supposée parfaite. Voir la figure 2. On donne $m = 1$ kg et $\ell = 50$ cm.

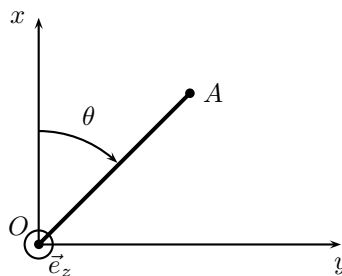


FIGURE 2 – Chute d'une barre

1. Déterminer la vitesse de son extrémité A lorsqu'elle arrive sur le plan horizontal.
2. Déterminer l'expression de la durée de la chute.

On donne : $\int_{0,001}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin \theta/2} \simeq 15$.

Réponses : $\vec{v}_A = -\sqrt{6g\ell} \vec{e}_x$ et $v_A = 5,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $\Delta t = \sqrt{\frac{2\ell}{3g}} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-\cos \theta}}$, $\Delta t = \sqrt{\frac{\ell}{12g}} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin \theta/2}$, on trouve $\Delta t \simeq 1$ s.

6. Plaques rayonnantes

Tous les solides seront considérés comme des corps noirs.

Deux parois planes parallèles, de grande surface, dont les températures respectives restent égales à $T_1 = 283$ K et $T_2 = 273$ K, définissent une enceinte vide. Dans cette enceinte, on place une feuille d'aluminium d'épaisseur $e = 1$ mm, parallèle aux parois. Cet écran, de température initiale $T_0 = 283$ K, divise l'enceinte en deux parties. On suppose que la chaleur massique $c = 910 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ de l'aluminium est indépendante de la température. On note $\mu = 2700 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ la masse volumique de l'aluminium.

1. Calculer la température d'équilibre de l'écran d'aluminium en linéarisant le bilan énergétique et en ne le faisant pas. On comparera les valeurs numériques.
2. En déduire qu'on peut linéariser les échanges thermiques. Donner la loi de variation de la température de l'écran et calculer sa constante de temps.

Réponses : $T_{eq} = \left(\frac{T_1^4 + T_2^4}{2}\right)^{1/4} = 278,15$ K ou $T_{eq} = \frac{T_1^4 + T_2^4}{T_1^3 + T_2^3} = 278,27$ K, $\tau \frac{dT}{dt} + T = T_{eq}$ avec $\tau = \frac{\mu e c}{4\sigma(T_1^3 + T_2^3)} = 246$ s, $T = T_{eq} + (T_0 - T_{eq}) \exp -\frac{t}{\tau}$.

7. Pompe à énergie (« à chaleur »)

Une pompe à chaleur à fréon 22 CHF_2Cl prélève de l'énergie par transfert thermique à un circuit d'eau froide et en cède toujours par transfert thermique à de l'eau chaude qui circule dans le sol d'une habitation. Le fréon décrit le cycle suivant :

Dans l'évaporateur, il subit une évaporation complète sous la pression $p_2 = 5 \text{ bar}$ à la température $T_2 = 273 \text{ K}$. Il entre, alors, dans un compresseur où il subit une compression adiabatique et réversible. Il en ressort sous la pression $p_1 = 12,65 \text{ bar}$ et à la température T_3 . Ensuite dans un condenseur, le fréon gazeux se refroidit et se liquéfie complètement à la pression p_1 et à la température $T_1 = 305 \text{ K}$. Enfin, il traverse un détendeur où sa détente est adiabatique irréversible assimilable à une détente de Joule-Thomson. Il en ressort à T_2 et p_2 . La détente s'accompagne d'une vaporisation partielle.

Données :

Capacité thermique du fréon liquide $c_l = 1,5 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Le fréon gazeux est assimilé à un gaz parfait de coefficient $\gamma = 1,20$; les enthalpies massiques de vaporisation sont $l_{vap}(T_1) = 175 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ et $l_{vap}(T_2) = 205 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; la masse molaire du fréon $M = 86,5 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

L'étude sera faite en régime permanent pour une masse de 1 kg de fréon. On négligera toute variation de l'énergie cinétique macroscopique ainsi que toute variation d'énergie potentielle extérieure.

1. Calculer le travail w transféré au fréon lors de son passage dans le compresseur.
2. Calculer le transfert thermique q_1 qui s'est effectué dans le condenseur.
3. Calculer à la sortie du détendeur la fraction massique x de fréon gazeux.
4. Évaluer le transfert thermique q_2 qui s'effectue dans l'évaporateur.
5. Vérifier que sur un cycle le bilan enthalpique est nul.
6. Le compresseur est entraîné par un moteur électrique de rendement électromécanique $r = 0,8$. Définir l'efficacité de cette pompe à chaleur. Quel avantage présente ce chauffage par rapport au chauffage électrique ?

Cette pompe à chaleur sert à compenser les pertes thermiques de l'habitation maintenue à la température $T_4 = 293 \text{ K}$, alors que la température extérieure est $T_{ext} = 273 \text{ K}$. Dans le but d'évaluer ces pertes, on coupe le chauffage. La température de l'habitation passe alors en une durée $\Delta t = 4 \text{ h}$ de T_4 à $T_5 = 283 \text{ K}$. On admet que le transfert thermique avec l'extérieur sur une durée dt s'écrit :

$$\delta Q = -ak(T - T_{ext})dt$$

avec $k = 2 \times 10^7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ représentant la capacité thermique de l'habitation, T sa température à la date t et a une constante dépendant de l'isolation.

7. Établir une équation différentielle décrivant l'évolution de T , en déduire a .
8. Calculer la puissance électrique consommée P_{elec} pour maintenir la température de l'habitation à la valeur constante T_4 .
9. L'eau qui alimente la source froide subit une chute de température de $\Delta T_{eau} = 4^\circ \text{C}$ durant la traversée de l'échangeur thermique. En déduire son débit massique. La capacité thermique massique de l'eau est $c_{eau} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Réponses : $T_3 = T_2 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 319 \text{ K}$, $w_{tech} = \Delta h = c_p(T_3 - T_2) = 26 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, $q_1 = c_p(T_1 - T_3) - l_{vap}(T_1) = -183 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, détente isenthalpique $c_l(T_2 - T_1) + xl_{vap}(T_2) = 0$, $x = 23,4\%$, $q_2 = (1-x)l_{vap}(T_2) = 157 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, $e = 5,6$, $a = \frac{1}{\Delta t} \ln \frac{T_4 - T_{ext}}{T_5 - T_{ext}} = 4,8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$, $|P_1| = ak(T_4 - T_{ext}) = 19,2 \text{ kW}$, $P_{elec} = 3,4 \text{ kW}$, $\mathcal{D}_m = 1 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$.

8. Bleu du ciel

Les électrons des couches périphériques des différents atomes qui composent l'air peuvent être considérés comme des oscillateurs harmoniques amortis dont la puissance propre correspond à une radiation ultraviolette du spectre électromagnétique. On excite de tels oscillateurs en envoyant une onde lumineuse caractérisée par un champ électrique de la forme $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos \omega_e t$.

1. Écrire l'équation du mouvement d'un oscillateur. On posera $k = m\omega_0^2$ et $\frac{2}{\tau} = \frac{\alpha}{m}$ où α est le coefficient de frottement visqueux.
2. Déterminer le coefficient d'amplification G reliant l'amplitude du mouvement des électrons à celle de la force massique appliquée. On écrira G sous la forme $G = \rho \exp(-j\varphi)$.
3. Représenter graphiquement $|G|$ en décibel et φ en fonction de $\log \frac{\omega_e}{\omega_0}$ dans l'intervalle $[10^{-2}; 10^2]$. On prendra $\omega_0 \tau = 10$. En déduire que, pour $\frac{\omega_e}{\omega_0} < 0,3$, l'amplitude du mouvement de l'électron est sensiblement indépendante de ω_e .

4. La puissance émise par ces oscillateurs excités est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'accélération des électrons (rayonnement d'accélération). Montrer que cette puissance est proportionnelle à ω_e^4 . Pouvez-vous donner une interprétation de la couleur bleue du ciel ?

Réponses : $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{2}{\tau}\vec{v} + \omega_0^2\vec{r} = -\frac{e\vec{E}_0}{m}\cos\omega_e t$, $\rho = \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_e^2)^2 + \frac{4\omega_e^2}{\tau^2}}}$, $1 \leq \omega_0^2 G(\omega_e < 0, 3\omega_0) \leq 1, 10$.

9. Freinage d'un cadre conducteur

On considère un fil rectiligne infini dans lequel circule un courant permanent d'intensité I . On considère aussi un cadre rectangulaire indéformable maintenu sans frottement dans le plan vertical de la figure 3. Ce cadre peut se déplacer sur un axe horizontal (Or). La hauteur du cadre est h , sa largeur assez petite est a . Le cadre est formé d'un conducteur ohmique de résistance R . À la date $t = 0$, le cadre est situé à une distance $L \gg a$ du fil infini. On lui donne une vitesse $\vec{v}_0 = v_0\vec{e}_r$.

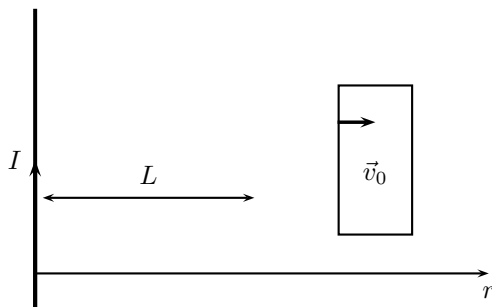


FIGURE 3 – Cadre freiné

- Déterminer l'expression du champ magnétique créé par le fil infini.
- Montrer qualitativement que le cadre va subir une force qui tend à le ralentir.
- Établir l'équation différentielle r du mouvement permettant de déterminer la vitesse $v = \frac{dr}{dt}$ du cadre.
- Discuter.

Réponses : On a $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\vec{e}_\theta$, le cadre étant en mouvement le flux du champ magnétique va varier, il y aura un courant induit qui va s'opposer à la cause qui lui a donné naissance et donc ralentir le cadre par le biais de la force de LAPLACE, on a $\phi = \frac{\mu_0 I h}{2\pi} \ln(1 + \frac{a}{r})$ et $e = \frac{\mu_0 I h a}{2\pi} \frac{1}{r(r+a)} \frac{dr}{dt}$, la force de LAPLACE est $F = -\frac{\mu_0^2 I^2 h^2 a^2}{4\pi^2 R} \frac{1}{r^2(r+a)^2} \frac{dr}{dt}$, par la relation de la dynamique $F = m \frac{d^2 r}{dt^2}$ avec l'hypothèse $r \gg a$, on arrive à $\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{\alpha}{r^4} \frac{dr}{dt}$ avec $\alpha = \frac{\mu_0^2 I^2 h^2 a^2}{m 4\pi^2 R}$, on en déduit que $v = v_0 + \frac{\alpha}{3} (\frac{1}{r^3} - \frac{1}{L^3})$, le cadre pourra atteindre l'infini si $v_0 > \frac{\alpha}{3L^3}$.

10. Optique géométrique et aspect ondulatoire

On considère une lentille L_1 de focale $f'_1 = 1$ cm éclairée par un faisceau légèrement divergent (angle $\beta = 10^{-3}$ rad). La tâche lumineuse sur L_1 a un diamètre $d = 1$ cm.

- Rappeler les conditions de Gauss.
- Trouver le diamètre du faisceau dans le plan focal de L_1 .
- On néglige la divergence du faisceau incident. On place une lentille L_2 de focale $f'_2 = 30$ cm. Trouver la distance $O_1 O_2$ de façon à ce que le faisceau sortant soit cylindrique. Trouver le diamètre D de ce cylindre.
- On revient dans les conditions initiales. On conserve $O_1 O_2$. Trouver β' l'angle de divergence du faisceau sortant.
- Le faisceau est un faisceau laser éclairant une fente infinie de largeur D à la longueur d'onde λ . Donner sans démonstration l'expression de l'intensité diffractée par la fente. Calculer β_d la demi-largeur angulaire de la tâche centrale. Comparer à β' .
- On assimile le faisceau à une OPPS. Donner l'expression de \vec{k} , \vec{E} et \vec{B} .
- L'onde est polarisée rectilignement. Qu'est-ce que cela signifie ?
- La puissance surfacique rayonnée vaut 1 mW pour 1 mm². Trouver l'amplitude du champ électrique.

Réponses : $10 \mu\text{m}$, $D = 30$ cm, $\beta' = 3,33 \times 10^{-5}$ rad, $I = I_0 \text{sinc}^2 \frac{\pi D \theta}{\lambda}$, $\beta_d = \frac{\lambda}{D} < \beta'$, $E_0 = 870 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

11. Interférences et positionnement

Une fente source F est éclairée par une source monochromatique de longueur d'onde λ . La source est placée au foyer d'une lentille convergente de focale f . On considère le système des fentes d'Young distantes de a et on observe dans le plan focal d'une lentille de distance focale f' . On intercale sur le faisceau incident éclairant une des deux fentes, une lame à faces parallèles d'indice n et d'épaisseur e .

1. Faire un schéma du dispositif. Expliquer la marche des rayons lumineux.
2. Avec quelle précision peut-on positionner la lame perpendiculairement au faisceau sachant que l'on peut détecter un déplacement minimum de 0,1 interférence ? On appellera α l'angle éventuel que fera la normale à la lame à faces parallèles et la direction des rayons lumineux.
3. Application numérique : $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$; $e = 5 \text{ mm}$ et $n(\lambda) = 1,52$.

Réponses : $\frac{e\alpha^2(n-1)}{2n} = \frac{\lambda}{10}$, $\alpha_{\text{mini}} = 7,6 \times 10^{-3} \text{ rad}$.

12. Solubilité de l'hydroxyde d'aluminium

L'hydroxyde d'aluminium $\text{Al}(\text{OH})_3$ est un solide peu soluble de produit de solubilité $K_s = 10^{-32}$. L'ion aluminium Al^{3+} en solution aqueuse est un monoacide faible de $pK_A = 5,0$, on considérera uniquement le couple $\text{Al}(\text{H}_2\text{O})^{3+}/\text{Al}(\text{OH})^{2+}$. L'ammoniac est une base faible de constante de basicité K_B telle que $pK_B = 4,8$.

1. On prépare une solution A en dissolvant 0,1 mol de nitrate d'aluminium $\text{Al}(\text{NO}_3)_3$ dans 500 mL d'eau. Déterminer les concentrations et le pH .
2. On ajoute sans dilution 0,3 mol de soude pour former une solution A' . Déterminer les concentrations et le pH .
3. On prépare une solution B en dissolvant 0,1 mol d'ammoniac dans 500 mL d'eau. Déterminer les concentrations et le pH .
4. On mélange B et A' pour former une solution C . La solubilité de l'hydroxyde d'aluminium est-elle plus faible ou plus forte dans la solution C que dans la solution A' ?

Réponses : $h^2 = 0,2K_A$ d'où $h = 1,4 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, $pH = 2,85$, 0,1 mol de $\text{Al}(\text{OH})_3$ d'où $27s^4 = 10^{-32}$, $s = 4,4 \times 10^{-9} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, $pH \simeq 7$, $\omega^2 = 0,2K_B$, $pH = 11,25$, la solution contient déjà des ions HO^- , la solubilité de $\text{Al}(\text{OH})_3$ sera plus faible.