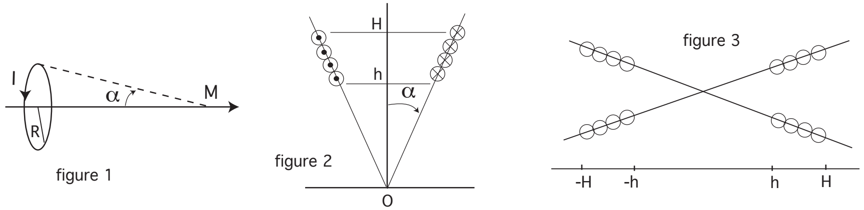
TD n°3 Révisions Oraux

1 CCP

On donne l'amplitude du champ magnétique en M sur l'axe Oz de la spire circulaire de rayon R : $B = \|\overrightarrow{B}(M)\| = \dfrac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha$

1. Quels sont la direction et le sens de $\overrightarrow{B}$? Comparer $\overrightarrow{B}$ en deux points $M(z)$ et $M(-z)$.
2. Les fils d'épaisseur $2a$ très petite sont parcourus par I et enroulés sur un cône (figure 2).



   a) On assimile les spires sur une hauteur dz à une seule spire parcourue par un courant dI. Exprimer dI en fonction de dz.
   b) En déduire $\overrightarrow{B}$ en O en fonction de a, α, h, H, I et μ_0.
3. On met tête bêche deux cônes comme le précédent (figure 3), le point O étant commun. Comment doit-on choisir le sens des courants pour que B soit maximal en O ? Donner $\|\overrightarrow{B}(O)\|$ en fonction de a, α, h, H, I et μ_0.

2 Centrale / CCP

Une pince ampèremétrique est constituée d'un tore de section carrée de côté $a = 5$ cm, d'axe Oz et de rayon moyen $3a/2$ (comme le montre la figure ci-dessous où l'on a représenté une section du tore et une vue de dessus) sur lequel sont bobinées régulièrement un grand nombre ($N = 10^4$) de spires carrées de côté a en série.

Ce circuit de résistance $R = 0{,}2\ \Omega$ est fermé sur un ampèremètre de résistance $r_0 = 0{,}3\ \Omega$. D'autre part un fil infini confondu avec l'axe Oz est parcouru par un courant d'intensité $I(t) = I_m cos(\omega t)$, de fréquence $f = 50$ Hz. Soit $i(t) = i_m cos(\omega t + \Psi)$ la valeur du courant dans la pince ampèremétrique en régime sinusoïdal forcé. Soit $\overrightarrow{B}$ le champ magnétique total, créé par le fil et la pince.

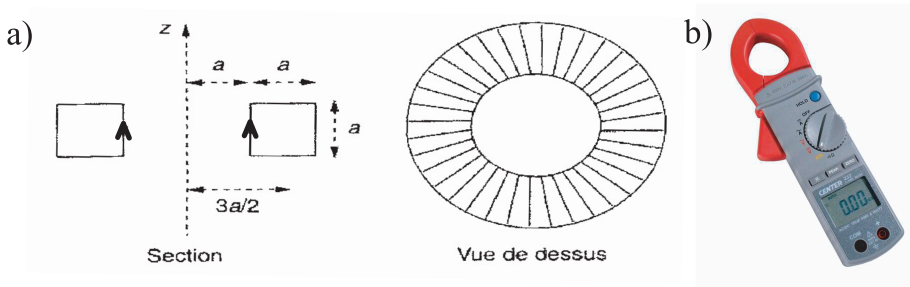


FIGURE 1 – *a) Schéma de la bobine torique. b) Modèle commercial de pince ampèremétrique.*

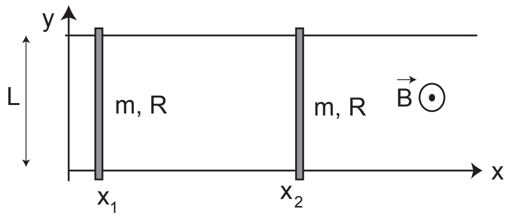
1. Justifier que $\overrightarrow{B} = B_\theta(r,z)\overrightarrow{u}_\theta$.
2. Déterminer $B_\theta(r,z)$ en un point M situé dans la section d'une spire carrée du tore. On supposera que les courants varient lentement (on peut donc utiliser les lois du régime permanent).
3. En déduire le flux magnétique total ϕ à travers les N spires, puis l'expression du rapport i_m/I_m. On pourra ici négliger Ni devant I compte-tenu des valeurs respectives des courants dans un tel appareil (i correspond au courant de mesure, faible, alors que I correspond au courant à mesurer, a priori important).
4. Expliquer l'intérêt d'un tel dispositif et commenter l'influence de chacun des paramètres pour une meilleure utilisation. Peut-

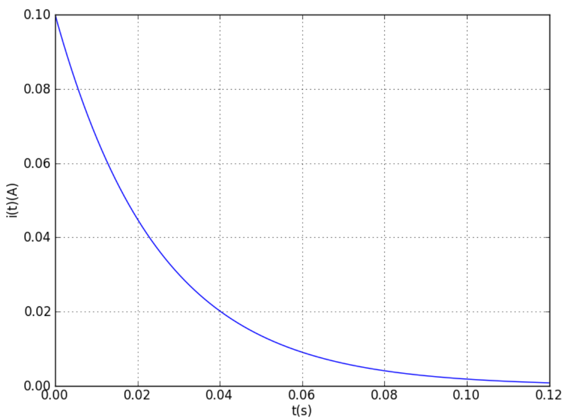
on utiliser une pince ampèremétrique pour mesurer un courant continu ?

Réponses : 2. $B_\theta(r,z) = \dfrac{\mu_0}{2\pi\, r}(Ni + I)$, 3. $\phi = \dfrac{\mu_0}{2\pi}(Ni + I)\, Na \ln(2)$ et $\dfrac{i_m}{I_m} = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{a\omega\ \ln(2)}{R + r_0}$

3 TPE

On considère deux rails parallèles fixes selon Ox, de résistance négligeable, distants de $L = 15$ cm. Deux rails mobiles de résistance $R = 50$ mΩ, de masse $m = 5$ g sont posés sur les premiers parallèlement à Oy. Il n'y a pas de frottement. Le tout est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0\,\vec{u}_z$.





Initialement $\dot{x}_1(t=0) = v_0$ et $\dot{x}_2(t=0) = 0$.

1. Déterminer les équations vérifiées par les vitesses v_1 et v_2. Les résoudre en posant $f = v_1 + v_2$ et $g = v_1 - v_2$.
2. On donne ci-contre l'intensité dans le circuit en fonction du temps. Déterminer par lecture graphique v_0 et B_0.
3. Retrouver la relation classique entre les puissances des forces de Laplace et de la force électromotrice.
4. Montrer que l'énergie mécanique du système se transforme en effet Joule.

4 CCP

Pour un champ $\vec{A} = A\,\vec{u}_\theta$, on donne :

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{A} = -\frac{\partial A}{\partial z}\,\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial(rA)}{\partial r}\,\vec{u}_z$$

1. Déterminer le champ magnétique créé par une bobine très longue de rayon R comportant n spires par unité de longueur et parcourue par un courant permanent d'intensité I.
2. On a $i(t) = I_0\cos(\omega t)$ avec $\omega R \ll c$. On suppose l'expression de $\vec{B}$ toujours valable. Calculer le champ électrique dans la bobine, supposé de la forme : $\vec{E} = E\,\vec{u}_\theta$.
3. Comparer la densité d'énergie électrique u_e et magnétique u_m.
4. Calculer le flux du vecteur de Poynting à travers le cylindre de rayon R et de hauteur h. Conclure.

5 Mines

On admet que dans un gaz parfait en équilibre thermodynamique à la température T, le nombre de molécules contenues dans un volume

$\mathrm{d}V$ avec un vecteur vitesse $\vec{v}$ à $\mathrm{d}v_x$, $\mathrm{d}v_y$ et $\mathrm{d}v_z$ près est donné par la formule de Boltzmann :

$$\mathrm{d}N = A \exp\left(-\frac{mv^2}{2\,k_B T}\right)\,\mathrm{d}V\ \ \mathrm{d}v_x\,\mathrm{d}v_y\,\mathrm{d}v_z$$

où $v = \|\vec{v}\|$ et où A est une constante de normalisation.

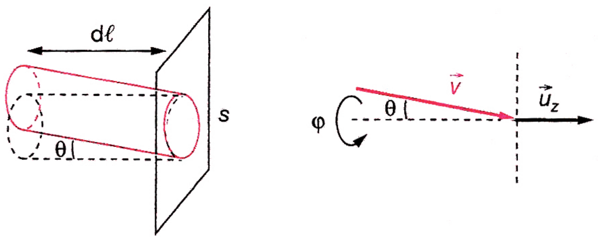
Données pour $\alpha > 0$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\alpha u^2)\,\mathrm{d}u = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \quad \text{et} \quad \int_0^{+\infty} u^3 \exp\left(-\alpha u^2\right)\,\mathrm{d}u = \frac{1}{2\alpha^2}$$

Dans une cabine spatiale de volume V_0 =10 m^3 se trouve de l'air (masse molaire M = 29 g/mol) à la température T= 300 K constante. L'une des parois est percée d'un petit trou de section s, suffisamment petit pour ne pas perturber la distribution d'équilibre du gaz à un instant donné.

On note $N(t)$ le nombre de molécules de gaz dans la cabine à l'instant t.

1. Déterminer A.
2. Dans quel volume $\mathrm{d}V$ sont contenus les molécules de vitesse de norme v à $\mathrm{d}v$ près, sortant de la cabine pendant la durée $\mathrm{d}t$, en faisant des angles θ et φ avec la normale, à $\mathrm{d}\theta$ et $\mathrm{d}\varphi$ près ?



3. Quel est le nombre δN de telles molécules ?
4. Donner une équation différentielle satisfaite par $N(t)$.
5. Quelle est la durée τ pour que la quantité d'air dans la cabine soit réduite de moitié ? Proposer une application numérique pour un trou de dimension typique 0,1 mm. On donne k_B = 1,38×10^{-23} J/K.

Réponses : 1. $A = \frac{N}{V}\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2}$, 3. $\delta N = A\,s\,v^3 \exp\left(-\frac{mv^2}{2\,k_B T}\right)\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}v\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}t$, 4. $\frac{dN}{dt} = -\alpha N$ avec $\alpha = \frac{s}{V}\left(\frac{k_B T}{2\pi m}\right)^{1/2}$, 5. $\tau = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx 22$ jours

6 Centrale

Étude du jaune de chrome $PbCrO_4$. On donne :

$HCrO_4^{2-} + H_2O = H_3O^+ + CrO_4^{2-}$ $K_a = 10^{-6,4}$
$PbCrO_{4(s)}$ (jaune de chrome) $= Pb^{2+} + CrO_4^{2-}$ $K_s = 10^{-13}$

1. À quel pH CrO_4^{2-} prédomine-t-il ?
2. On introduit du jaune de chrome solide dans de l'eau pure. Le pH de la solution obtenu est égal à 8,3. Après filtration, on obtient une solution limpide. Sachant que la concentration légale en plomb est de 0,5 μg/L, la concentration en plomb dans la solution filtrée vérifie-t-elle cette norme ?
3. Même question si on introduit du jaune de chrome solide dans une solution dont le pH est maintenu à 7 (on suppose qu'initialement il n'y a pas de CrO_4^{2-}, ni de $HCrO_4^-$).

7 Électrolyse

La préparation du métal manganèse s'effectue par électrolyse d'une solution de sulfate de manganèse(II) acidifiée par du sulfate d'ammonium. Le pH est voisin de 5.

Données :

E°(O_2/H_2O) = 1,23 V ; E°(H^+/H_2) = 0 V ; E°($S_2O_8^{2-}/HSO_4^-$) = 2,08 V ; E°(Mn^{2+}/Mn) = – 1,17 V.

1. Quelles réactions peuvent se dérouler aux électrodes ? Quelle réaction est la plus favorisée du point de vue de la thermodynamique ? Quelle différence de potentiel minimale faudrait-il imposer pour l'observer ?
2. Expliquer avec des surtensions la possibilité d'obtention cathodique du manganèse. Quelle différence de potentiel minimale faudrait-il imposer pour l'observer ?
3. Pour une densité de courant de $j = 500$ A.m^{-2} les surtensions anodique et cathodique sont respectivement de 0,90 V et 0,20 V, tandis que la chute ohmique aux bornes de la cellule est de 1,25 V. Donner la tension de fonctionnement de l'électrolyseur.
4. L'électrolyse a lieu avec une intensité de 35 kA. L'usine fonctionne 24H/24. Quelle est la masse maximale qui peut être obtenue par jour ? En réalité on obtient 530 kg. Interpréter et déterminer le rendement de l'électrolyse. Représenter les courbes I-E correspondantes. Quelle énergie faut-il fournir par kg de manganèse obtenu ?

8 Centrale

On s'intéresse à la réaction : 4 $CuO_{(s)}$ = $2Cu_2O_{(s)}$ + $O_{2(g)}$. Les deux solides sont non miscibles et le dioxygène est un gaz parfait.

On donne R = 8,314 J mol^{-1}.K^{-1}, $\Delta_r H^0$ = 279 kJ.mol^{-1} et $\Delta_r S^0$ = 202 J.K^{-1}.mol^{-1}.

1. Calculer la constante d'équilibre $K_1^0(1300\text{ K})$ de la réaction. En déduire la pression d'équilibre P_{eq} du système.
2. Prévoir qualitativement l'évolution du système si on augmente la température.
3. Calculer $K_2^0(1000\text{ K})$. Était-ce prévisible ?
4. Dans un réacteur thermostaté à T = 1300 K initialement vide, de volume constant V = 10 dm^3, on introduit n mol de CuO et on attend que le système soit à l'équilibre.
   a) Que vaut $\Delta_r G$ de ce système ?
   b) Soit P la pression du système. Que vaut $\Delta_r G$ si $P \neq P_{eq}$?
   c) Calculer la quantité n_{min} nécessaire pour que l'équilibre soit atteint.
   d) On prend n = 5.10^{-2} mol. L'équilibre chimique est-il atteint ? Déterminer les quantités de matière et la pression dans l'état final.
   e) On ajoute n' = 10^{-2} mol de Cu_2O au système précédent. Déterminer le nouvel état final.
   f) Même question si on ajoute n' = 10^{-2} mol de dioxygène au système du d).
5. Dans le réacteur thermostaté (T = 1300 K) initialement vide, de volume V variable, on place n = 5.10^{-2} mol de CuO solide. Tracer l'allure de la courbe donnant la pression P en fonction du volume V pour $V \in [0, 20\text{ dm}^3]$, en précisant les coordonnées des points particuliers.

9 CCP

Une onde électromagnétique plane, progressive, harmonique se propage dans un plasma contenant N électrons par unité de volume. Son champ électromagnétique s'écrit :

$$\vec{E} = \vec{E}_m e^{i(\omega t - kz)} \quad \vec{B} = \vec{B}_m e^{i(\omega t - kz)} \quad \text{avec} \quad \vec{E}_m = E_m \vec{e}_z$$

Données : c = 3.10^8 m.s^{-1}, μ_0 = 4π.10^7 H.m^{-1}, e = 1,6.10^{-19} C, m_e = 9,1.10^{-31} kg, N = 10^{20} m^3

1. À quelle condition peut-on négliger la force magnétique devant la force électrique ? On se placera dans ce cas pour la suite.
2. Calculer la densité volumique de courant $\vec{j}$.
3. Déterminer l'équation de propagation du champ électrique $\vec{E}$ à l'aide des équations de Maxwell. Déterminer l'équation de dispersion. En déduire une fréquence limite f_{lim} et étudier les deux cas : $f < f_{lim}$ et $f > f_{lim}$. Déterminer la vitesse de groupe et la vitesse de phase dans ce dernier cas.

10 Centrale

On s'intéresse au champ magnétique terrestre : on modélise la terre comme un dipôle magnétique aligné selon l'axe des pôles et orienté du nord vers le sud.

1. Représenter le modèle et tracer qualitativement quelques lignes de champ.
2. On donne les coordonnées GPS de Chatenay-Malabry : latitude N 48,75°, longitude E 2,26°, altitude $h = 104$ m. Champ magnétique mesuré : $B = 4{,}7.10^{-5}$ T. En déduire le moment magnétique terrestre M.
3. On considère une aiguille aimantée, de moment magnétique $\vec{m}$, de moment d'inertie J, pouvant tourner autour d'un axe vertical. On la place dans le champ magnétique créé par un système de deux bobines de Helmholtz où B est d'intensité 100 μT et orienté parallèlement à la composante horizontale du champ magnétique terrestre. On relève la période T_1 des oscillations de l'aiguille. On inverse ensuite le sens du courant dans les bobines et on relève la période T_2 des oscillations de l'aiguille. On mesure :
$$\frac{T_1}{T_2} = 0{,}78$$
En déduire la valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

Données : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1}, rayon terrestre $R = 6380$ km.
Latitude : position en degrés du parallèle du lieu (0° à l'équateur, +90° au pôle Nord).
Longitude : position en degrés du méridien du lieu.
Champ magnétique créé par un dipôle $\vec{M}$ en un point $\vec{r}$:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{3\left(\vec{M}.\vec{r}\right)\vec{r} - r^2\vec{M}}{r^5}$$

Couple subit par un dipôle dans un champ extérieur $\vec{B}_e$: $\vec{\Gamma} = \vec{M}\wedge\vec{B}_e$