

Renseignements généraux

- *Concours* : CR
- *Matière* : Maths
- *NOM Prénom* : AUFRAY Vincent

Énoncé des exercices

Exercice 1 :

On pose $E = C^\infty([0, 1], \mathbb{R})$
Pour $f \in E, a \in \mathbb{R}$,

$$\begin{array}{rccc} f_a & : & [0, 1] & \rightarrow & \mathbb{R} \\ & & x & \mapsto & f(x + a) \end{array}$$

,
 $E_f = Vect(f_a)_{a \in \mathbb{R}}$,
et $\mathcal{E} = \{f \in E, \dim E_f < +\infty\}$
Décrire \mathcal{E} .

Remarques sur l'oral

On montre d'abord que si $f \in \mathcal{E}, f' \in \mathcal{E}$. Pour cela on se sert d'un résultat préliminaire : si $f \in \mathcal{E}$, on a $E_f^* = Vect(\varphi_x)_{x \in \mathbb{R}}$ où pour tout $g \in E_f, x \in \mathbb{R}, \varphi_x(g) = g(x)$.