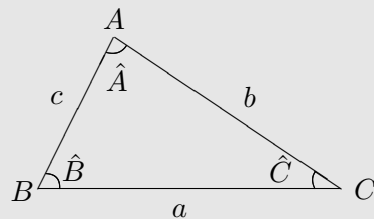


## Cours et exercices : Relations métriques dans le triangle

### 1) Notations usuelles pour la suite

Nous utiliserons dans la suite les notations suivantes :  $a = BC$ ,  $b = AC$ ,  $c = AB$  ;  $\hat{A}$  est une mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$ ,  $\hat{B}$  de l'angle  $\widehat{ABC}$  et  $\hat{C}$  de l'angle  $\widehat{ACB}$  (de sorte que le côté de longueur  $c$  soit celui qui est « en face » de l'angle  $\hat{C}$ ).



### 2) Calcul de l'aire d'un triangle sans connaître une hauteur

#### Propriété 1 (aire d'un triangle)

L'aire  $S$  d'un triangle  $ABC$  est égale à :

$$S = \frac{1}{2} a \times b \times \sin \hat{C} = \frac{1}{2} b \times c \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} a \times c \times \sin \hat{B}.$$

### 3) Calcul d'angles ou de côtés d'un triangle quelconque

#### Propriété 2

Formule des trois sinus :

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}}$$

EXEMPLE 1 :

Soit  $ABC$  un triangle tel que  $\widehat{ACB} = 20^\circ$ ,  $AB = 5$  et  $AC = 7$ . Donner une valeur approchée de  $\widehat{ABC}$  et de  $BC$  (attention : il y a deux solutions ; faites une figure).

#### Propriété 3

Formule d'Al-Kashi :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b.c.\cos \hat{A}$$

Cette formule peut aussi s'écrire, par exemple,  $c^2 = a^2 + b^2 - 2a.b.\cos \hat{C}$ .

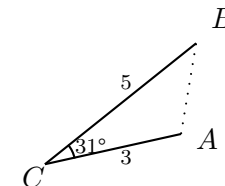
EXEMPLE 2 :

Soit  $ABC$  un triangle tel que  $AB = 5$ ,  $BC = 4$  et  $\widehat{CBA} = 60^\circ$ . Calculer  $AC$  et les autres angles du triangle.

Remarque : dans ces deux relations, on doit connaître trois quantités (trois longueurs, deux côtés et un angle ou deux angles et un côté) pour en calculer une quatrième.

### Exercice I

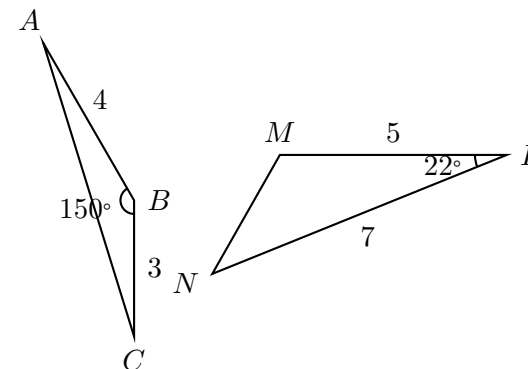
On cherche à calculer la distance entre deux villages  $A$  et  $B$  qui sont séparés par une montagne. On choisit un point  $C$  distinct de  $A$  et de  $B$  et tel que la mesure de la distance  $CA$  et  $CB$  soit possible : on trouve  $CA = 3$  km et  $CB = 5$  km. On mesure enfin l'angle  $\widehat{ACB}$ , on trouve  $\widehat{ACB} = 31^\circ$ . Donner une valeur approchée de la distance entre les deux villages  $A$  et  $B$ .



### Exercice II

1°) Calculer le périmètre et l'aire des deux triangles ci-contre.

2°) Calculer la longueur de la médiane issue de  $B$  dans le cas du premier triangle.



### Exercice III

Donner une valeur approchée du périmètre et de l'aire de  $ABCD$ .

