

## Renseignements généraux

- *Concours* : X
- *Matière* : Mathématiques
- *NOM Prénom* : LEBLEU Ilyas

## Énoncé des exercices

### Exercice 1 :

- Soit  $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} - 2\sqrt{n}$ .
- Montrer que  $(u_n)$  converge. Nous noterons  $l$  sa limite.
  - Montrer que  $l = -(1 + \sqrt{2}) \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{-1^{k-1}}{\sqrt{k}}$ .
  - Montrer que  $l = - \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{k}(\sqrt{k} - \sqrt{k-1})^2}$ .

### Exercice 2 :

- Soit  $\Gamma_n(x) = \frac{n^x \cdot n!}{x(x+1)\dots(x+n)}$ ,  $\forall x > 0$ .
- Montrer que  $\Gamma_n$  converge simplement sur  $]0, +\infty]$ . Nous noterons  $\Gamma$  sa limite.
  - Montrer que  $\Gamma(1) = 1$ ,  $\forall x > 0$ ,  $\Gamma(x+1) = x \cdot \Gamma(x)$  et  $\ln \circ \Gamma$  est convexe.
  - Montrer que ces trois propriétés déterminent uniquement  $\Gamma$ .