Renseignements généraux

— *Concours* : ENS
— *Matière* : Maths CR
— *NOM Prénom* : MONDON Camille

Énoncé des exercices

Exercice 1 :

On note $\mathrm{GL}_n(\mathbb{Z}) = \left\{ M \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{R}), M, M^{-1} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{Z}) \right\}$.

1. Montrer que : $M \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{Z}) \Rightarrow \det M \in \{-1, 1\}$.
2. Soit $A \in \mathrm{GL}_3(\mathbb{Z})$ telle que -1 et 1 ne soient pas valeurs propres de A. Montrer que A est diagonalisable.
   Indication : Montrer que si $P \in \mathbb{Q}[X]$ est irréductible, alors il est simplement scindé sur $\mathbb{C}$.

Exercice 2 :

Montrer que si C est un compact de l'espace euclidien $\mathbb{R}^n$, la fonction :

$$d : x \in \mathbb{R}^n \mapsto d(x, C)$$

est lipschitzienne.

Remarques sur l'oral

Examinateur sympathique.