Renseignements généraux

— *Concours* : x
— *Matière* : Mathématiques
— *NOM Prénom* : Timothé Lemistre

Énonce des exercices

Exercice 1 :

On dispose initialement d'une urne contenant $B \in \mathbb{N}^*$ boules bleues et $R \in \mathbb{N}^*$ boules rouges. A chaque étape, on choisit une couleur (bleu avec la probabilité p, rouge $1-p$) et si une boule de cette couleur est présente, on en retire une. On note T le nombre de boules dans l'urne à la $R+B$ è étape. Déterminer p minimisant l'espérance de T^2.

Exercice 2 :

Décrire $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \, x^2 + y^2 + 2xz = 0\}$.

Remarques sur l'oral

J'ai explicité la loi de T en trouvant la loi du nombre de boules restant à l'étape à laquelle une première couleur disparaît de l'urne, ce qui a surpris l'examinateur (dubitatif ; accusait de fausseté mes résultats, pourtant vrais ; s'attendait visiblement à une solution plus barbare) ; après 5 minutes de réflexion et quelques-unes de mes propositions rebutantes pour utiliser l'expression de l'espérance de T^2 obtenue, il a rendu les armes, admis qu'utiliser des séries génératrices devait conduire au résultat et posé le second exercice. Après quelques tentatives (infructueuses) de description de E, j'ai éveillé sa pitié ; il a suggéré d'exprimer l'égalité définissant E sous forme matricielle (${}^tXAX = 0$), j'ai pensé à un produit scalaire, posé $\tilde{x} = x + z$, d'où $\tilde{x}^2 + y^2 = z^2$, ce qui l'a satisfait.