
TD1 : Dénombrement et probabilités

Rappels :

Factorielle : $n! = 1 \times 2 \times \cdots \times n$

Combinaisons : $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

Arrangements : $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

Permutations : $P_n = A_n^n = n!$

Exercice 1 : On dispose de l'alphabet latin sans accent de 26 lettres.

1. Combien de mots différents peut on écrire en utilisant toutes les lettres du mot « facile » ?
2. Combien de mots différents de exactement 6 lettres peut on écrire avec tout l'alphabet ? (on autorise les répétitions)
3. Combien de mots différents de exactement 6 lettres peut on écrire sans répétition ?
4. Combien de mots différents de 5 lettres ou moins peut on écrire sans répétition (dans le même mot) ?
5. On tire désormais au hasard 3 lettres non ordonné sans répétition. Quelle est la probabilité de d'obtenir le mot « IUT » si tous les tirages sont équiprobables ?

Exercice 2 : On propose à un examen un questionnaire à choix multiples (QCM) avec 8 questions. Pour chaque question, il y a 3 réponses possibles dont une seule est correcte. Le candidat décide de répondre au hasard en ne cochant qu'une seule case à chaque question.

1. Combien il y a-t-il de façons différentes de remplir le questionnaire ?
2. Combien de grilles différentes ne comportent qu'une seule réponse fausse.
3. Combien de grilles différentes possibles sont entièrement fausses ?
4. Combien de grilles différentes possibles ont au moins une bonne réponse ?

Exercice 3 : Les membres d'une association de 20 personnes (13 hommes et 7 femmes) souhaitent constituer un bureau de 3 personnes (un(e) président(e), un(e) trésorier(e) et un(e) secrétaire).

1. Combien de bureaux (groupe de 3 personnes) différents peuvent être constitués à partir de ces 20 personnes ?
2. Combien de bureaux différents ayant une femme présidente peuvent être constitués ?
3. En supposant équiprobable le choix de chaque candidat. Quelle est la probabilité pour que le bureau soit composé d'au moins une femme ?

Exercice 4 : Un sac contient 13 boules noires et 2 boules rouges. Combien faut il en tirer simultanément pour que la probabilité d'obtenir au minimum une boule rouge soit supérieure à $\frac{6}{7}$?