**Renseignements généraux**

1. Concours : X
2. Matière : Maths
3. NOM Prénom : Killian Dengreville

# 1 Maths 1

**Exercice 1** Soit $\Omega \xrightarrow{X} [a, b]$ une variable aléatoire. Montrer que

$$\forall t \in \mathbb{R}, \mathbb{E}(e^{tx}) \leq e^{\frac{t^2(b-a)^2}{8}}$$

**Remarque** je commence par vouloir montrer que si $a = -1$ et $b = 1$,

$$\mathbb{E}(e^{tX}) \leq \cosh t \leq e^{\frac{t^2}{2}}$$

L'examinateur me coupe tout de suite et me dit d'écrire $X$ comme barycentre de $a$ et $b$. Je le fais puis l'oral vire au cauchemar : études de fonctions inutiles, examinateur qui passe vingt minutes à me demander de montrer qu'une certaine fonction et sa dérivée sont nulles en 0, ce qui était sensé être une indication pour faire penser à utiliser l'inégalité de Taylor Lagrange.

L'examinateur qui avait un quart d'heure de retard me met dehors au bout de trois quart d'heure, je lui demande si c'est normal, il s'excuse et me donne un second exo très facile (déterminer les matrices d'Hadamard $2 \times 2$) que je rate admirablement...il aurait mieux valu partir...

# 2 Maths 2

**Exercice 1**

1. Soit $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ et $\epsilon > 0$. Montrer qu'il existe $T$ semblable à $M$ triangulaire supérieure avec $\forall j > i, |T_{i,j}| \leq \epsilon$
2. Montrer que $M$ est diagonalisable si et seulement si sa classe de similitude $S(M) = \{PMP^{-1}, P \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{C})\}$ est fermée dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$

**Exercice 2**

1. Montrer que $l^1(\mathbb{N})$ munit de $\|\cdot\|_1$ est un espace de Banach
2. Montrer que

$$\begin{aligned} \left(l^\infty(\mathbb{N}), \|\cdot\|_\infty\right) &\xrightarrow{\Phi} \left(\mathcal{L}_\mathcal{C}(l^1(\mathbb{N}), \mathbb{R}), \|\cdot\|_{\mathrm{op}}\right) \\ v &\longmapsto (u \mapsto \sum_0^\infty u_n v_n) \end{aligned}$$

   est un isomorphisme d'espaces vectoriels normés

**Remarque**

1. Le premier exo est du cours et est déjà tombé 2 jours plus tôt. Je le fini en très peu de temps et écris même plus vite la question que l'examinateur ne me la dicte ce qui semble à la fois l'amuser et l'agacer (difficile de savoir avec sa voix cassée).
2. Le second est exo est assez classique, je m'y attaque en montrant que $(\mathbb{R}, |\cdot|)$ est de Cauchy (l'examinateur me dit malicieusement que je démontre encore un truc que je connaissais déjà (bon, en même temps il n'a pas tort)), je continue, ce qui m'amène à montrer que la limite coordonnées par coordonnées est sommable (je suis obligé de rappeler plusieurs fois qu'on fait le calcul dans $\mathbb{R}^+ \cup \{+\infty\}$). L'examinateur intervient alors pour me dire de regarder les sommmes partielles, ce qui finit la question 1. La suite se passe bien, l'examinateur me dispense de la linéarité, me demande comment caractériser un endomorphisme continu (lipschitzien) ce qui permet de faire ce qu'on a envie (écrire une forme linéaire comme d'habitude mais avec une somme infinie). L'oral se termine avant que je ne puisse montrer l'inégalité difficile pour montrer que $\Phi$ est une isométrie.