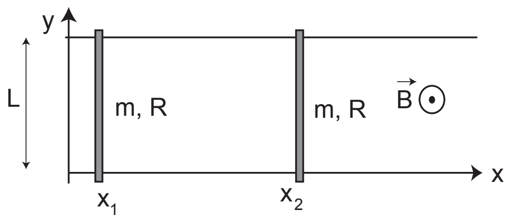
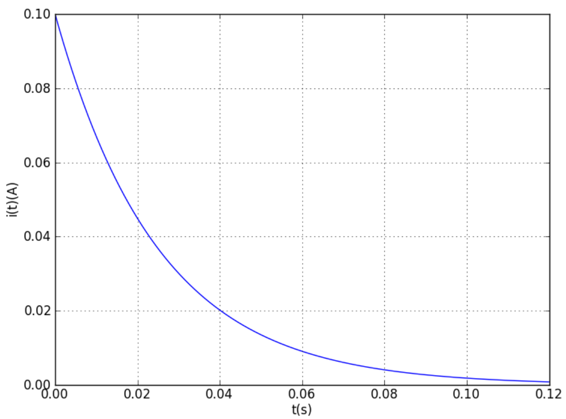
**TD n°3 Révisions Oraux**

# 1 TPE

On considère deux rails parallèles fixes selon $Ox$, de résistance négligeable, distants de $L = 15$ cm. Deux rails mobiles de résistance $R = 50$ m$\Omega$, de masse $m = 5$ g sont posés sur les premiers parallèlement à $Oy$. Il n'y a pas de frottement. Le tout est plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0\,\vec{u}_z$.




Initialement $\dot{x}_1(t=0) = v_0$ et $\dot{x}_2(t=0) = 0$.

1. Déterminer les équations vérifiées par les vitesses $v_1$ et $v_2$. Les résoudre en posant $f = v_1 + v_2$ et $g = v_1 - v_2$.
2. On donne ci-contre l'intensité dans le circuit en fonction du temps. Déterminer par lecture graphique $v_0$ et $B_0$.
3. Retrouver la relation classique entre les puissances des forces de Laplace et de la force électromotrice.
4. Montrer que l'énergie mécanique du système se transforme en effet Joule.

# 2 CCP

Pour un champ $\vec{A} = A\,\vec{u}_\theta$, on donne :

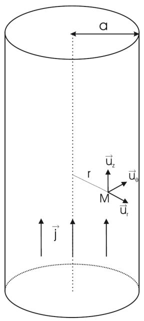
$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}\,\vec{A} = -\frac{\partial A}{\partial z}\,\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial (rA)}{\partial r}\,\vec{u}_z$$

1. Déterminer le champ magnétique créé par une bobine très longue de rayon $R$ comportant $n$ spires par unité de longueur et parcourue par un courant permanent d'intensité $I$.
2. On a $i(t) = I_0\cos(\omega t)$ avec $\omega R \ll c$. On suppose l'expression de $\vec{B}$ toujours valable. Calculer le champ électrique dans la bobine, supposé de la forme : $\vec{E} = E\,\vec{u}_\theta$.
3. Comparer la densité d'énergie électrique $u_e$ et magnétique $u_m$.
4. Calculer le flux du vecteur de Poynting à travers le cylindre de rayon $R$ et de hauteur $h$. Conclure.

# 3 CCP

On modélise un éclair par un canal cylindrique d'air ionisé de rayon $a$, parcouru du sol vers le ciel par un courant $I$ supposé continu de l'ordre de 100 kA, pendant une durée très brève $\tau = 10\mu s$. La température au centre de l'éclair est d'environ 20 000 K.

La hauteur de l'éclair est telle que le cylindre peut être considéré comme quasi-infini. La pression extérieure est $P_0 = 1$ bar.




1. On considérera dans tout l'exercice que le courant est réparti de façon uniforme dans l'éclair avec une densité volumique de courant notée $\vec{j}$. Exprimer la norme de $\vec{j}$ en fonction de $I$ et $a$.
2. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ créé à l'intérieur de l'éclair par cette distribution de courant.
3. On considère que le plasma qui constitue l'éclair est à l'équilibre mécanique pendant le passage du courant. Traduire cet équilibre par un bilan de forces volumiques, faisant intervenir les forces volumiques de pression $\vec{f_P} = -\overrightarrow{grad}P$, ainsi que les forces volumiques de Laplace $\vec{f_L} = \vec{j} \wedge \vec{B}$.
4. En déduire l'expression de la pression $P(r)$ dans l'éclair en fonction de $P_0$, $\mu_0$, $I$, $a$ et $r$.
5. La pression au centre de l'éclair étant égale a 3 bars, quelle est la valeur du rayon de l'éclair ? Expliquer pourquoi un craquement sonore accompagne l'éclair.

Réponses : 2. $\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I\, r}{2\pi a^2}\vec{u}_\theta$, 4. $P(r) = P_0 + \dfrac{\mu_0 I^2}{4\pi^2\, a^4}\left(a^2 - r^2\right)$, $a \approx 4$ cm.

# 4 CCP

On a la réaction : $2\ SO_{2(g)} + O_{2(g)} = 2\ SO_{3(g)}$.

Données à 298 K :

| | $SO_2$ | $O_2$ | $SO_3$ |
|---|---|---|---|
| $\Delta_f H^0$ en kJ.mol$^{-1}$ | - 297 | 0 | - 395 |
| $S^0$ en J.mol$^{-1}$.K$^{-1}$ | 248 | 205 | 256 |

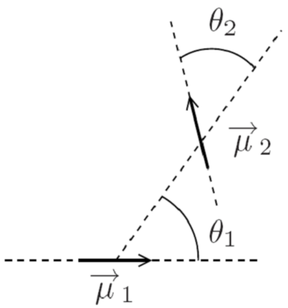
1. Donner les expressions de l'enthalpie, de l'entropie et de l'enthalpie libre de la réaction. Les calculer à 825K.
2. Expression de $K^0(T)$. Calcul à 825K.
3. Effet d'une augmentation de température sur l'équilibre, effet d'une augmentation de pression ?
4. Donner l'effet de l'introduction de $O_2$ dans le système.

# 5 Mines

On considère deux dipôles électriques de moment dipolaire $\vec{\mu_1}$ et $\vec{\mu_2}$, placés dans la configuration indiquée sur la figure ci-dessous, à une distance $r$ l'un de l'autre.

On choisit un repère en coordonnées polaires (d'origine le milieu du dipôle de moment $\vec{\mu_1}$) et on se place dans l'approximation dipolaire.

1. Donner l'expression du champ électrique créé par le dipôle de moment $\vec{\mu_1}$.
2. Exprimer l'énergie potentielle $\mathcal{E}_{p2}$ du dipôle de moment $\vec{\mu_2}$ placé dans le champ du dipôle de moment $\vec{\mu_1}$ .
3. En déduire la relation entre les angles $\theta_1$ et $\theta_2$ lorsque le dipôle de moment $\vec{\mu_2}$ est dans une position d'équilibre, pour $\theta_1$ et $r$ donnés.




Réponses : 1. $\vec{E} = \dfrac{\mu_1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2\cos\theta_1\,\vec{u}_r + \sin\theta_1\,\vec{u}_\theta}{r^3}$, 2. $\mathcal{E}_{p2} = -\dfrac{\mu_1\mu_2}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{2\cos\theta_1\cos\theta_2 + \sin\theta_1\sin\theta_2}{r^3}$, 3. $\tan\theta_2 = \dfrac{1}{2}\tan\theta_1$

# 6 Centrale

Un fusible est modélisé par un cylindre d'axe $Oz$, de longueur $L$ et de rayon $R$, de conductivités électrique $\sigma$ et thermique $\lambda$. Un courant électrique d'intensité $I$ le parcourt, la densité de courant $\vec{j} = j\,\vec{u}_z$ est supposée uniforme dans une section et le flux thermique est radial. Les effets de bord sont négligés et le régime est stationnaire.

1. Donner la loi de Fourier. Interpréter le signe $-$. Exprimer la puissance thermique transférée à traverse le cylindre de rayon $r$.
2. Établir l'expression : $\dfrac{\lambda}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial T}{\partial r}\right) + \dfrac{j^2}{\sigma} = 0$.
3. La température en surface est $T_0$. Déterminer $T(r)$. Où la température est-elle la plus grande ?
4. Soit $T_f$ la température de fusion du fusible. Si le fusible commence à fondre pour une intensité $I_n$, déterminer le rayon $R_n$ en fonction de $I_n$.
5. De façon plus réaliste, le comportement en surface est gouverné par un flux conducto-convectif où $h$ est une constante telle que $Rh << \lambda$. Le flux en $r = R$ est : $\phi(R) = 2\pi R\,Lh\,[T(R) - T_0]$. Déterminer la nouvelle valeur de $R_n$ avec $I_n$.

Réponses : 1. $\phi(r) = 4\pi r^2\,j_Q(r)$, 3. $T(r) = T_0 + \dfrac{j^2}{4\lambda\sigma}\left(R^2 - r^2\right)$, 4. $R_n = I_n\,\dfrac{1}{2\pi\sqrt{(T_f - T_0)\lambda\sigma}}$, 5. $T(r=0) \approx T_0 + \dfrac{j^2 R}{2\sigma h}$ et $R_n = \left(\dfrac{I_n^2}{2\pi^2\,\sigma h\,(T_f - T_0)}\right)^{1/3}$

# 7 CCP

Une onde électromagnétique plane, progressive, harmonique se propage dans un plasma contenant $N$ électrons par unité de volume. Son champ électromagnétique s'écrit :

$$\overrightarrow{E} = \overrightarrow{E}_m e^{i(\omega t - kz)} \quad \overrightarrow{B} = \overrightarrow{B}_m e^{i(\omega t - kz)} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{E}_m = E_m\,\vec{e}_x$$

**Données** : c = $3.10^8$ m.s$^{-1}$, $\mu_0 = 4\pi.10^7$ H.m$^{-1}$, $e$ = 1,6.10$^{-19}$ C, $m_e$ = 9,1.10$^{-31}$ kg, $N = 10^{20}$ m$^{-3}$

1. À quelle condition peut-on négliger la force magnétique devant la force électrique ? On se placera dans ce cas pour la suite.
2. Calculer la densité volumique de courant $\vec{j}$.
3. Déterminer l'équation de propagation du champ électrique $\vec{E}$ à l'aide des équations de Maxwell. Déterminer l'équation de dispersion. En déduire une fréquence limite $f_{lim}$ et étudier les deux cas : $f < f_{lim}$ et $f > f_{lim}$. Déterminer la vitesse de groupe et la vitesse de phase dans ce dernier cas.

# 8 Centrale

On étudie la cinétique de la réaction :

$$AsH_{3(g)} \rightarrow As_{(g)} + \frac{3}{2} H_{2(g)}$$

On travail à $\theta = 330\,°C$ et dans un récipient clos de volume constant. On fait les mesures suivantes de pression (totale) :

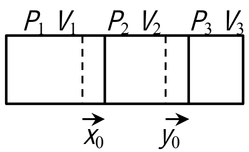
À $t = 0$, $AsH_{3(g)}$ est pur et $P_0 = 784{,}3$ mmHg.
À $t = 3h$, $P = 878{,}5$ mmHg.

Sachant que le réaction est d'ordre 1, déterminer la constante de vitesse $k$ à la température de l'étude.

Réponses : $\dot{P} + k\,P = \frac{5}{2}\,kP_0$ avec $t_1 = 3h$ et $P_1 = P(t_1)$, $k = \frac{-1}{t_1}\ln\left(\frac{5}{3} - \frac{2P_1}{3P_0}\right) =$ 2,8 $\mathrm{h}^{-1}$

## 9 CCP

On considère un cylindre de section $S$ calorifugé dans lequel deux pistons de même masse $m$ peuvent se translater sans frottement. On suppose l'évolution des gaz parfaits de chaque enceinte réversible. À l'équilibre, les trois compartiments sont à la même pression $P_0$ et ont le même volume $V_0$. Initialement, les deux pistons sont écartés de $x_0$ et $y_0$ par rapport à l'équilibre. $Sx_0 << V_0$ et $Sy_0 << V_0$.




1. Sans calcul, quel type de mouvement vont avoir les pistons ?
2. Soient $x(t)$ et $y(t)$ les positions des pistons par rapport à leurs positions d'équilibre. Écrire les équations régissant les mouvements.
3. Linéariser ces équations et les résoudre.
4. On installe un dispositif délivrant une tension $V(t)$ proportionnelle à la position $x(t)$. Quelle est l'allure du spectre de $V(t)$ ? Sous quelle condition le spectre ne contient-il qu'une seul raie ?

Réponses : 2. et 3. $m\ddot{x} = \frac{\gamma S^2 P_0}{V_0}(y - 2x)$ et $m\ddot{y} = \frac{\gamma S^2 P_0}{V_0}(x - 2y)$, 4. Poser $u = x + y$ et $v = x - y$, $x(t) = \frac{x_0 + y_0}{2}\cos(\omega_0 t) + \frac{x_0 - y_0}{2}\cos(\omega_1 t)$ et $y(t) = \frac{x_0 + y_0}{2}\cos(\omega_0 t) - \frac{x_0 - y_0}{2}\cos(\omega_1 t)$ avec $\omega_1 = \sqrt{3}\,\omega_0$

## 10 Centrale

On considère que la Terre a une trajectoire circulaire de rayon $R_0$ autour du Soleil.

1. Calculer sa vitesse $v_0$, son énergie cinétique $E_c$, mécanique $E_m$, son moment cinétique $\sigma$ et la période $T_0$.
2. Une comète passe à la distance $d = R_0/2$ du Soleil, à la vitesse $2v_0$. Ce point est le périhélie de la trajectoire de la comète. Quelle est la nature de cette trajectoire ?
3. L'équation polaire de cette trajectoire est $r(\theta) = \frac{R_0}{1 + \cos(\theta)}$ et elle est coplanaire avec la trajectoire terrestre. $A$ et $B$ sont les points d'intersection de la trajectoire de la comète avec celle de la Terre. Montrer que $AB$ est égale au diamètre de la trajectoire de la Terre.
4. Déterminer le moment cinétique de la comète en fonction de $m_c$ (masse de la comète), $R_0$ et de $v_0$.
5. Calculer la durée $\tau$ durant laquelle $r < R_0$. On donne :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{(1 + \cos\theta)^2} = \frac{1}{2}$$

Réponses 1. $v_0 = \sqrt{\dfrac{GM_T}{R_0}}$, $E_c = \dfrac{1}{2}\dfrac{GmM_T}{R_0}$, $E_m = -\dfrac{1}{2}\dfrac{GmM_T}{R_0}$, $\sigma = m\sqrt{GM_T R_0}$ et $T_0 = 2\pi\sqrt{\dfrac{R_0}{GM_T}}$, 2. $E_m = 0$ c'est une parabole. 4. $\sigma = m_c R_0 v_0$, 5. $\tau = \dfrac{R_0}{v_0}$.

## 11 Mines

Une patinoire et un lac contenant respectivement 250 et 2000 tonnes d'eau sont reliés à une pompe à chaleur réversible. La patinoire et le lac servent respectivement de corps froid et chaud. La température initiale de l'eau du lac et de la patinoire (non gelée au début) est de 280 K. Un travail $W$ est fourni à la pompe jusqu'à ce que la température finale de l'eau de la patinoire soit de 263 K.

**Données** : $L_f$ = 334 kJ/kg (chaleur latente massique de fusion) ; $c_\ell$ = 4,2 kJ.K$^{-1}$.kg$^{-1}$ ; $c_g$ = 2,1 kJ.K$^{-1}$.kg$^{-1}$.

1. Calculer la chaleur $Q_1$ reçue par la patinoire.
2. En utilisant le second principe, calculer la température finale $T_F$ du lac. Quelle est la chaleur $Q_2$ reçue par le lac ?
3. Calculer W.

Réponses : 1. $Q_1 = m_1 c_\ell \times (T_f - 280) - m_1 \times L_f + m_1 c_g \times (263 - T_f) = -\ 9{,}6\times10^7$ kJ.kg$^{-1}$, 2. $m_1 c_\ell \times \ln\left(\dfrac{T_f}{280}\right) - \dfrac{m_1 L_f}{T_f} + m_1 c_g \times \ln\left(\dfrac{263}{T_f}\right) + m_2 c_\ell \times \ln\left(\dfrac{T_F}{280}\right) = 0$, $T_F$ = 292 K, $Q_2 = 1{,}0\times10^8$ kJ.kg$^{-1}$, 3. W = $Q_1 + Q_2 = 3{,}7\times10^6$ kJ.kg$^{-1}$.

## 12 Centrale

Étude du jaune de chrome $PbCrO_4$. On donne :

$HCrO_4^{2-} + H_2O = H_3O^+ + CrO_4^{2-}$ $K_a = 10^{-6,4}$
$PbCrO_{4(s)}$ (jaune de chrome) $= Pb^{2+} + CrO_4^{2-}$ $K_s = 10^{-13}$

1. À quel pH $CrO_4^{2-}$ prédomine-t-il ?
2. On introduit du jaune de chrome solide dans de l'eau pure. Le pH de la solution obtenu est égal à 8,3. Après filtration, on obtient une solution limpide. Sachant que la concentration légale en plomb est de 0,5 $\mu$g/L, la concentration en plomb dans la solution filtrée vérifie-t-elle cette norme ?
3. Même question si on introduit du jaune de chrome solide dans une solution dont le pH est maintenu à 7 (on suppose qu'initialement il n'y a pas de $CrO_4^{2-}$, ni de $HCrO_4^-$).

## 13 CCP

Montrer que le champ électrique, dans une région vide de charges où les lignes de champ sont parallèles, est uniforme.

## 14 CCP

**1.** Définir un dipôle électrostatique.
**2.** Déterminer le potentiel $V(M)$ créé à grande distance $r \gg a$ avec $AB = a$.
**3.** Calculer $\vec{E}(M)$.
**4.** Calculer le flux de $\vec{E}$ à travers la surface de la demi-sphère de rayon R.
**5.** Calculer le flux de $\vec{E}$ à travers le disque (D).

figure 1

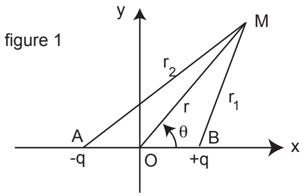
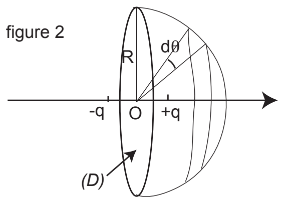



figure 2




Réponses : 1. Cours, 2. $V(M) = \dfrac{qa}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\cos\theta}{r^2}$, 3. $\vec{E} = \dfrac{qa}{4\pi\varepsilon_0 r^3}(2\cos\theta\,\vec{u}_r + \sin\theta\vec{u}_\theta)$, 4. $\phi = \dfrac{qa}{2\varepsilon_0 R}$, 5. $\phi' = \dfrac{q}{\varepsilon_0}\left(1 - \dfrac{a}{2R}\right)$.