Hugues Moyart

1 Maths U

1.1 Exercice 1

Soit $f : \left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right] \to \mathbb{R}$ une fonction continue. Montrer :

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} xf(3x^2 - 2x^3)\mathrm{d}x = 2\int_0^1 xf(3x^2 - 2x^3)\mathrm{d}x$$

1.2 Exercice 2

Soit $(A, B) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})^2$. Pour tout $j \in \{1, \ldots, n\}$, on note A_j la matrice obtenue à partir de A en remplaçant la première colonne par la j-ième colonne de B et B_j la matrice obtenue à partir de B en remplaçant la j-ième colonne par la première colonne de A. Montrer :

$$\det(A)\det(B) = \sum_{j=1}^{n} \det(A_j)\det(B_j)$$

2 Commentaires

Examinateur agréable qui propose à boire ainsi que des chocolats.

Pour le premier exercice, je m'intèresse tout d'abord au polynôme $P(x) = 3x^2 - 2x^3$. Je propose ensuite de vérifier la formule dans le cas où f est un monôme pour pouvoir ensuite conclure par densité, mais devant la tête des sommes qu'on obtient l'examinateur m'indique que cela risque d'être très compliqué, et que justement le fait de démontrer cette formule par un autre moyen permet de montrer les égalités des sommes. On revient alors à l'étude de P que j'avais en premier lieu commencée.

Pour le second exercice, l'examinateur me propose de montrer que le résultat est vrai dans le cas particulier où $B = I_n$. L'oral se termine juste après.