

# ELECTROMAGNETISME

## Exercice 302 INT 08 - Le Coz

Montrer que le champ électrique, dans une région vide de charges où les lignes de champ sont parallèles, est uniforme.

## Exercice 303 Centrale 09 - Leduc

(Sans préparation) Trois charges ponctuelles identiques  $q > 0$  sont placées aux sommets d'un triangle équilatéral. Tracer sans calcul l'allure des lignes de champ.

## Exercice 304 Centrale 11 - Martin

(sans préparation) On considère une charge ponctuelle  $q$  à un sommet d'un cube. Calculer le flux du champ électrique créé à travers chaque face du cube.

## Exercice 305 CCP 10 - Zannane

Soit un cercle de rayon  $R$  uniformément chargé (charge  $Q$ ).

- 1) Quel est le système de coordonnées adapté ?
- 2) Calculer le potentiel sur l'axe de révolution.
- 3) En déduire le champ électrique.
- 4) En déduire le champ sur l'axe d'un disque uniformément chargé.
- 5) En déduire le champ créé par un plan infini.

## Exercice 306 TPE 09 - Guitton

Soit un anneau de rayon  $R$ , d'axe Oz, uniformément chargé (charge linéique  $\lambda$ ).

- 1) Calculer  $\vec{E}$  sur l'axe Oz.
- 2) On se place en un point  $M(r, \theta, z)$  très près de l'axe.  $\vec{E}(M) = E_r(r, \theta, z)\vec{u}_r + E_\theta(r, \theta, z)\vec{u}_\theta + E_z(r, \theta, z)\vec{u}_z$ .
  - a) D'après les symétries, que peut-on dire de  $\vec{E}$  ?
  - b) On fait un développement limité au premier ordre en  $r$  :  $E_i(r, \theta, z) = a_i(\theta, z) + rb_i(\theta, z)$ . D'après les symétries, quels termes sont nuls ?
  - c) En utilisant le théorème de Gauss, montrer que  $E_r(r, z) \simeq -\frac{r}{2} \left( \frac{dE_z}{dz} \right)_{(r=0, z)}$

## Exercice 307 CCP 10 - Pouvreau

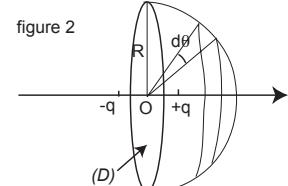
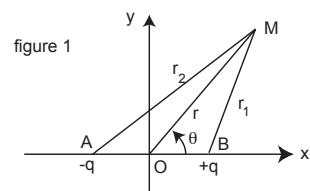
Entre deux plans infinis ( $\Pi$ ) et ( $\Pi'$ ) situés en  $x = -a$  et  $x = a$  se trouvent des charges de densité volumique uniforme  $\rho_o$ .

- 1.a) Donner la direction de  $\vec{E}(M)$ .
- 1.b) Soit  $M'$  symétrique de  $M$  par rapport au plan  $x = 0$ . Démontrer que  $\vec{E}(M') = -\vec{E}(M)$ .
- 2) Calculer  $\vec{E}(M)$ .
- 3) En déduire le potentiel  $V(M)$ .
- 4) Prouver que l'équation de Maxwell-Gauss est vérifiée ici.

## Exercice 308 CCP 07- Le Berre

$$\text{On donne } \overrightarrow{\text{grad}}(g) = \frac{\partial g}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial g}{\partial \theta}\vec{u}_\theta$$

- 1) Définir un dipôle électrostatique.
- 2) Déterminer le potentiel  $V(M)$  créé à grande distance  $r \gg a$  avec  $AB = a$ .
- 3) Calculer  $\vec{E}(M)$ .
- 4) Calculer le flux de  $\vec{E}$  à travers la surface de l'anneau compris entre  $\theta$  et  $\theta + d\theta$  (voir figure 2).
- 5) Calculer le flux de  $\vec{E}$  à travers la surface de la demi-sphère de rayon  $R$ .
- 6) Calculer le flux de  $\vec{E}$  à travers le disque  $(D)$ .



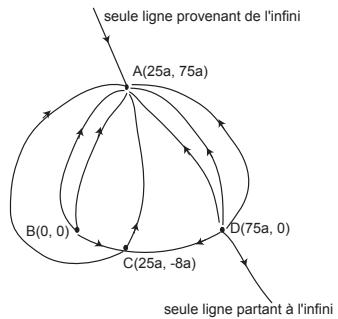
### Exercice 309 Centrale 10 - Perigaud

Les points A, B, C et D sont dans un même plan.

Coordonnées des points : A(25a, 75a), B(0, 0), C(25a, -8a), D(75a, 0)  
où a est une unité de longueur.

Une ligne de champ de chaque type est représentée.

- Combien y a-t-il de charges ?
- Où sont elles situées ?
- Quels sont leurs signes, leurs valeurs ? (on notera q la plus petite des charges)

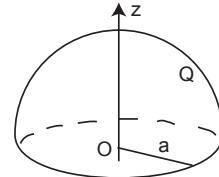


### Exercice 310 Mines 09 - Letellier

La charge Q est répartie uniformément en volume. Montrer que pour  $r \gg a$ , le potentiel peut s'écrire en sphériques

$$V(r, \theta) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \left(1 + \frac{3a \cos \theta}{8r}\right)$$

On pourra prendre d'abord un point de Oz tel que  $z \gg a$ .



### Exercice 311 CCP 11 - Crépin

On considère un faisceau de protons d'intensité  $5\mu\text{A}$ , accélérés par une ddp de 10mV.

- 1) Déterminer la densité volumique de charges sachant que j est uniforme à l'intérieur d'un cylindre de diamètre 2mm et nulle à l'extérieur.
- 2) Déterminer l'expression du champ électrique radial à l'intérieur du cylindre puis tracer  $E(r)$ .
- 3) Ce cylindre est relié à la terre et entouré d'un autre cylindre. Déterminer  $V(r)$  puis tracer la courbe.

### Exercice 312 Mines 07- Etesse

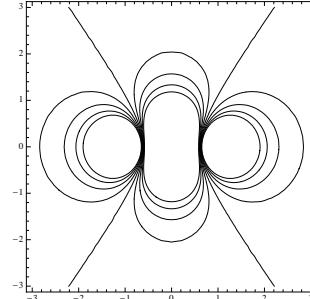
Un point O émet dans l'espace des particules  $\alpha$  de manière isotrope dans l'espace. Elles partent avec une vitesse  $v$ . On négligera la variation de vitesse de ces particules lorsqu'elles sont émises. La charge du point O vaut, en fonction du temps  $q(t) = q_o(e^{-\lambda t} - 1)$ .

- 1) Que vaut le champ électromagnétique  $\vec{E}(M, t_o)$  et  $\vec{B}(M, t_o)$  pour un instant  $t_o > 0$  ?
- 2) Calculer  $\vec{j}(M, t_o)$  en M et retrouver les résultats précédents.

### Exercice 313 Centrale 07- Corre

On modélise la molécule  $CO_2$  par une charge  $2q(q > 0)$  située en O avec deux charges  $-q$  situées en A et B de part et d'autre de O. On donne l'allure de quelques équipotentielle.

- 1) Justifier la forme des équipotentielle. Déterminer les régions où  $V > 0$ , les régions où  $V < 0$ . Tracer les lignes de champ électrique.
- 2) La molécule  $CO_2$  possède-t-elle un moment dipolaire permanent ?
- 3) Calculer V et  $\vec{E}$  en un point éloigné de la molécule.



### Exercice 314 Mines 11 - Le Romancer

On considère la distribution de charges ci-contre. On suppose qu'il n'y a pas d'effets de bord suivant x et y. On prend  $V(z = 0) = 0$ .

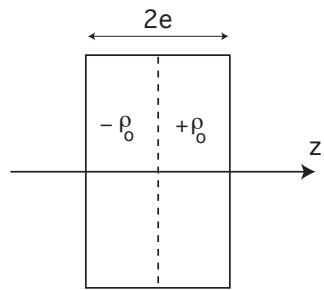
- 1) Calculer le champ  $\vec{E}(M)$  créé en tout point M de l'espace.
- 2) Calculer le potentiel  $V(M)$  créé en tout point M de l'espace.

- 2) On considère maintenant la distribution :

	$z \leq z_A$	$z_A \leq z \leq 0$	$0 \leq z \leq z_D$	$z \geq z_D$
$\rho$	0	$-N_A e$	$+N_D e$	0

On donne  $N_A = 10^{22}$  USI,  $N_D = 10^{24}$  USI,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{USI}$ ,  $\epsilon = 10$ .

La longueur totale de la jonction est de 330nm et la matière est globalement neutre. Calculer le champ en tout point.



### Exercice 315 Mines 07- Owen

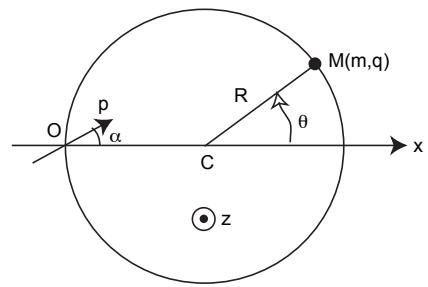
On considère un système couplé constitué d'un dipôle électrostatique  $\vec{p}$  pouvant tourner autour de l'axe vertical  $Oz$  et d'une charge ponctuelle  $q$  de masse  $m$ , mobile sur un cercle horizontal de rayon  $R$  et de centre  $C$  (voir figure ci-contre). Pour simplifier, on suppose que le moment d'inertie du dipôle par rapport à  $Oz$  est  $J = 4mR^2$ .

- Etablir les équations du mouvement.

On notera  $K = \frac{qp}{64\pi\epsilon_0 R^4 m}$ . Positions d'équilibre ?

- Linéariser les équations pour  $\alpha \simeq 0$  et  $\theta \simeq 0$ . On cherche alors des solutions de la forme  $\alpha(t) = A \exp(rt)$  et  $\theta(t) = B \exp(rt)$  où  $r \in \mathcal{C}$ . Montrer que  $r$  peut prendre 4 valeurs.

- Sachant que la solution est combinaison linéaires de ces solutions, discuter de la stabilité.



### Exercice 316 Centrale 08 - Hurson + Centrale 07- Abiven

Un flux unidirectionnel de propergol est ionisé quand il passe à travers une spire (I). Entre les plans (A) et (B), il y a une différence de potentiel  $V$ . L'intensité du courant des particules ionisées est  $I=10A$ . Pour compenser la modification de la charge du satellite, un flux d'électrons est généré en sens inverse par un filtre (C). Les ions ont une charge  $Ze$  et une masse  $m$ .

- La force de poussée exercée sur le satellite est  $F = D_m \cdot v$  où  $D_m$  est le débit massique de sortie des ions et  $v$  leur vitesse d'éjection par rapport au satellite.

Calculer  $F$  pour  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ ,  $Z=1$ ,  $m=1,68 \cdot 10^{-27} kg$ ,  $V=50kV$  et  $I=50A$ .

- La puissance  $P$  reçue par le satellite est fixée ainsi que le potentiel  $V$ . Pour une poussée optimale, est-il plus avantageux d'avoir des ions lourds ou légers, peu ou fortement chargés ?

- On supprime le filtre (C). On assimile le satellite à une sphère de rayon  $R=1m$ . Au bout de combien de temps le satellite sera-t-il au potentiel  $V=50kV$  ?

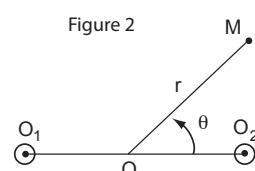
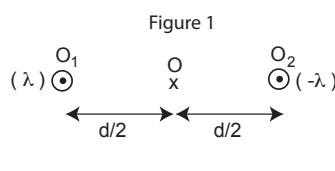
### Exercice 317 INT Télécom 07- In

On considère un fil infini chargé avec une densité linéique uniforme  $\lambda$ .

- Calculer  $\vec{E}$  et  $V$  (à une constante près).

- On considère maintenant deux fils parallèles distants de  $d$  (figure 1). Calculer  $V$  en un point  $M$  distant de  $r_1$  de  $O_1$  et distant de  $r_2$  de  $O_2$ , en choisissant  $V(O) = 0$

- Exprimer  $V$  en fonction de  $r$  et  $\theta$  (voir figure 2) à grande distance ( $r \gg d$ ).



### Exercice 318 Mines 08 - Girault

Un conducteur plat est assimilé à un plan défini en cylindriques par  $\theta = 0$  ou  $\theta = 2\pi$ . Il est porté au potentiel  $V_o$ . On cherche le potentiel au voisinage de  $Oz$  sous la forme  $V(r, \theta, z) = V_o + f(r)g(\theta)$ .

On donne le Laplacien en coordonnées cylindriques :

$$\Delta(g) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial g}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 g}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$$

- Exprimer  $E_r$ ,  $E_\theta$  et  $E_z$ .
- Trouver une relation entre  $r$ ,  $f$ ,  $f'$ ,  $f''$ ,  $g$  et  $g''$  et la mettre sous la forme  $H(r) = G(\theta)$ .
- Après avoir justifié que  $g(0) = 0 = g(2\pi)$ , déterminer  $g(\theta)$ .
- En déduire l'équation différentielle vérifiée par  $f(r)$ . Chercher une solution sous la forme  $f(r) = r^k$ . En déduire  $V(r, \theta, z)$ .
- Trouver une équation des équipotentielles. Les tracer.
- Forme des lignes de champ ? En donner éventuellement une équation.

### Exercice 319 TPE 07- Etesse

On cherche à étudier le potentiel dans un plasma (globalement neutre) en choisissant comme centre d'un repère sphérique un de cations :  $Ar^+$ . La distance à cet ion sera notée  $r$  et le potentiel à cette distance  $V(r)$ . On suppose

que les densités volumiques des ions suit la distribution de Maxwell-Boltzmann :  $n_{\pm} = n_e e^{-\frac{E_{\pm}}{kT}}$  où  $E_+$  et  $E_-$  désignent l'énergie potentielle d'une charge + et - dans un potentiel V.

1) Déterminer la densité volumique de charge dans l'espace.

2) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le potentiel.

3) La résoudre en posant  $u(r) = rV(r)$  et en considérant, pour déterminer les constantes d'intégration, qu'au voisinage de l'ion tout se passe comme s'il était seul dans l'espace. On introduira une longueur caractéristique  $\lambda_D$ . On donne le Laplacien en sphérique :

$$\Delta U(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2}$$

4) Calculer la charge totale contenue dans une sphère de rayon  $r$ .

### Exercice 320 Centrale 07- Girault+ Centrale 08 Héraudeau

La cathode (C) chauffée émet des électrons à une vitesse faible, considérée comme nulle par la suite. L'anode (A), à une distance  $a$  de la cathode, est à un potentiel  $V_A > V_C$  avec  $V_A - V_C = U$ . Les électrons accélérés restent non relativistes.

1) Trouver une relation entre la vitesse  $v(x)$  et la densité volumique de charges  $\rho(x)$  et une relation entre la vitesse  $v(x)$  et le potentiel  $V(x)$ .

Montrer que le potentiel vérifie une équation différentielle de la forme  $\frac{d^2 V}{dx^2} - \alpha V^{-1/2} = 0$ . Chercher une solution de la forme  $V = Kx^p$ .

2) Quelle est la caractéristique  $U = f(I)$ ? Calculer I pour  $a=5mm$ ,  $U=10kV$  et  $S=1cm^2$ . Tracer la caractéristique. A quel dipôle cela vous fait-il penser ?

3) Quel temps met l'électron pour passer de la cathode à l'anode ?

### Exercice 321 Mines 07- Dembri

1) Montrer que la vitesse d'une particule chargée soumise uniquement à un champ électrostatique ne dépend que du potentiel au point M. On lâche en S une particule de charge q au potentiel nul à la vitesse  $v = 0$ .

2) Donner la vitesse en A

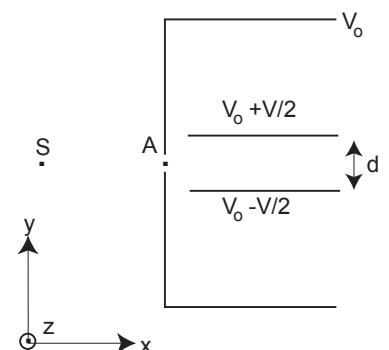
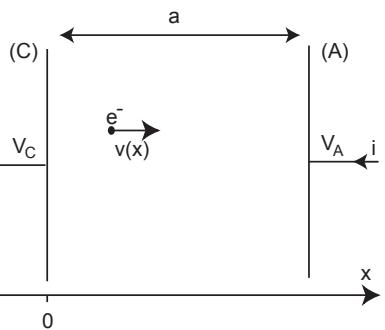
3) Équation de la trajectoire dans le guide.

On connaît  $V(M)$  en tout point de l'espace (donc  $\vec{E}(M)$ ).

4) En s'intéressant au champ orthogonal à la vitesse, montrer que le rayon de courbure est

$$\rho = \frac{2V(M)}{E \sin(\alpha)}$$

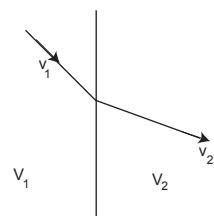
(Indication : utiliser le repère de Frenet)



5) Les zones de potentiels  $V_1$  et  $V_2$  sont séparées par un dioptrre plan.

Déterminer la relation liant les vitesses  $v_1$  et  $v_2$  à  $V_1$  et  $V_2$ . Que se passe-t-il si  $V_2 < 0$ ?

Réponse : 3)  $y = V \cdot x^2 / (4V_o d)$



### Exercice 322 CCP 10 - Ouedraogo

Un condensateur sphérique est composé d'une sphère conductrice de centre O et rayon R reliée à la masse entourée d'une sphère creuse concentrique de rayon  $R'$  portée au potentiel  $V > 0$ .

1) Donner la définition du conducteur en équilibre électrostatique et ses propriétés.

2) Déterminer le champ  $\vec{E}(M)$  et le potentiel  $V(M)$  en tout point de l'espace.

3) En déduire la capacité du condensateur sphérique.

### Exercice 323 TPE 08 - Vic

On se place en coordonnées sphériques  $(r, \theta, \varphi)$ . Une sphère de rayon  $R$ , de centre O est chargée en surface avec une densité surfacique  $\sigma = \sigma_o \cos \theta$ . A l'extérieur de la sphère règne un champ uniforme  $\vec{E}_1 = E_1 \vec{e}_z$ . On détermine  $\sigma_o$  de deux façons différentes :

1) Première méthode :

a) Ecrire l'expression d'un élément de surface  $d^2S$  en  $M(r, \theta, \varphi)$ , puis en  $M'(r, \pi - \theta, \varphi)$

b) En déduire le moment dipolaire  $d\vec{p}$  du dipôle constitué par M et M'.

c) En intégrant sur la surface, en déduire le moment dipolaire total  $\vec{p}$  de la sphère.

d) Sachant que le potentiel créé par un dipôle s'écrit  $V = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ , calculer le champ  $\vec{E}$  créé par la sphère,

puis le champ  $\vec{E}_{total}$ .

e) En déduire  $\sigma_o$  (Utiliser les relations de passage).

2) Deuxième méthode :

a) Calculer le champ  $\vec{E}(O)$  créé par la sphère en son centre.

b) En déduire le champ  $\vec{E}_{total}(O)$ .

c) Sachant que le champ total est nul à l'intérieur de la sphère, en déduire  $\sigma_o$ .

### Exercice 324 CCP 11 - Vades

1.a) Définition et propriétés d'un conducteur à l'équilibre électrostatique.

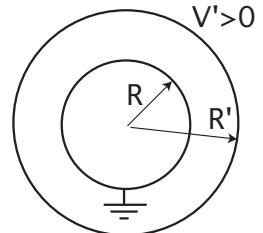
1.b) Position et signe des charges sur les sphères de la figure ci-contre..

2.a) Calculer  $\vec{E}(M)$  et  $V(M)$  en fonction de ces charges.

2.b) Calculer  $\vec{E}(M)$  et  $V(M)$  en fonction de  $R$ ,  $R'$ ,  $r$  et  $V'$ .

3) Capacité du condensateur ?

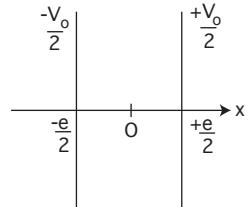
4) On approche la petite sphère jusqu'au contact avec la grande. Travail fourni ?



### Exercice 325 Mines 11 - Férey

1) On a un condensateur plan avec le vide entre les deux armatures, donner la capacité  $C_o$ .

2) A présent, on a un gaz ionisé globalement neutre entre les deux armatures. Ce gaz vérifie  $P(\rho) = P_o + A.\rho^2$  ( $A$  constante,  $A > 0$ ,  $\rho$  densité volumique de charge) Trouver la nouvelle capacité C, comparer avec  $C_o$ .



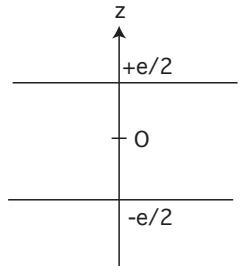
### Exercice 326 Mines 11 - Crépin

On considère un condensateur formé de deux plaques de surface S.

On impose  $V(z = e/2) = -U/2$  et  $V(z = -e/2) = +U/2$ . Les charges sont réparties uniformément sur les plaques. La charge totale est nulle et on néglige les effets de bord suivant x et y.

1) Déterminer la capacité C du condensateur.

2) On considère désormais  $\rho = -aV(z)$  où  $a$  est une constante. Déterminer la nouvelle capacité.



### Exercice 327 Centrale 10 - Vannier

L'huile est un matériau utilisé dans les transformateurs haute tension pour une propriété particulière : soumise à un champ électrique uniforme, l'huile se comporte comme un isolant tant que ce champ ne dépasse pas une certaine valeur (appelée champ disruptif). Au delà de cette valeur, l'huile devient conductrice. Ce phénomène est amplifié quand l'huile contient des particules métalliques, qui augmentent localement le champ électrique, ce qui conduit à la longue à un claquage et donc à une détérioration de l'huile.

On considère ici la particule comme une petite sphère.

1) Justifier qualitativement l'augmentation locale du champ électrique en présence d'un champ extérieur  $\vec{E}_o$  uniforme.

2) Exprimer le champ électrique maximal résultant en fonction de  $E_o$ . On pourra calculer le potentiel loin de la particule et montrer qu'il s'écrit  $V = f(r) \cos \theta$ .

On donne le Laplacien en sphériques et l'expression des différents opérateurs vectoriels sur les différents repères.

### Exercice 328 Mines 07- Le Berre

Les armatures d'un condensateur plan sont des disques de rayon R situés en  $z=e/2$  et  $z=-e/2$ . On applique une tension sinusoïdale de haute fréquence  $U(t)$  à ses bornes. On donne le Laplacien en coordonnées cylindriques :

$$\Delta(g) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial g}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 g}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$$

- 1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $\vec{E}(M, t)$  entre les armatures.
- 2) On cherche  $\vec{E}$  sous la forme  $\vec{E} = E(r) \exp(i\omega t) \vec{e}_z$ . Donner l'équation différentielle vérifiée par  $E(r)$ .
- 3) On effectue le changement de variable  $x = \frac{c}{\omega r}$  et on cherche une solution en série entière sous forme  $E(x) = \sum a_n x^n$ . Pourquoi les  $a_{2p+1}$  sont-ils nuls ? Quelle relation relie  $a_{2p}$  et  $a_{2p+2}$  ? Déterminer  $a_{2p}$ .

### Exercice 329 CCP 10 - Tartivel

Un câble coaxial est formé d'un cylindre intérieur de rayon a porté au potentiel  $V_1$  et de charge linéique Q, et d'un cylindre extérieur de rayon b porté au potentiel  $V_2$ . Entre les deux se trouve un matériau isolant (la gaine) de permittivité  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ . On se place en coordonnées cylindriques.

- 1) Donner la loi locale de Maxwell-Gauss pour la gaine en utilisant le vecteur  $\vec{D}(M) = \epsilon \vec{E}(M)$ . En déduire le théorème de Gauss correspondant liant le flux de  $\vec{D}$  et Q.
- 2) Etude des symétries et invariances de  $\vec{E}$ . Généraliser à  $\vec{D}$ .
- 3) Calculer  $\vec{D}$  en tout point de la gaine. En déduire  $\vec{E}$ .
- 4) Calculer  $V_1 - V_2$ .
- 5) Donner la capacité linéique du câble.
- 6) La calculer avec  $Q = 1 \text{nC/m}$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{F/m}$ ,  $\epsilon_r = 5$ ,  $a=0,5 \text{mm}$  et  $b=1,75 \text{mm}$ .

### Exercice 330 Mines 07- Fauvet

On considère un condensateur cylindrique. Entre le cylindre intérieur de rayon a et extérieur de rayon b se trouve un milieu de conductivité  $\gamma$ . On applique une différence de potentiel V entre les armatures et un champ magnétique uniforme parallèle à l'axe de révolution. On néglige les effets de bord et on suppose qu'on peut appliquer les lois de l'électromagnétisme. En présence du champ  $\vec{B}$ , la loi d'Ohm devient :  $\vec{j} = \gamma(\vec{E} + R_H \vec{j} \wedge \vec{B})$  avec  $R_H = \frac{1}{nq}$ .

- 1) Donner deux relations entre les composantes de  $\vec{E}$  et  $\vec{j}$ .
- 2) Montrer que  $\vec{E}$  est radial.
- 3) Calculer  $\vec{E}$  et  $\vec{j}$  en fonction de V.
- 4) Déterminer la nouvelle résistance quand on prend en compte l'effet Hall.
- 5) Pour le cuivre,  $M = 63,5 \text{g.mol}^{-1}$ ,  $\mu = 9 \cdot 10^3 \text{kg.m}^{-3}$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ ,  $N_a = 6,02 \cdot 10^{23} \text{mol}^{-1}$ ,  $\gamma = 6 \cdot 10^7 \text{S.m}^{-1}$  et il y a un électron libre par atome. On prend  $B=1 \text{T}$ . Calculer  $R_H$  puis la résistance avec et sans champ magnétique. Conclure.

Faire de même pour l'Indium où  $\gamma \simeq 1 \text{S.m}^{-1}$  et où  $R_H$  est  $10^{10}$  fois plus élevé que pour Cu.

### Exercice 331 TPE 08 - Héraudeau

- 1) Champ créé en tout point de l'espace par un plan infini situé en  $x = 0$ , chargé uniformément avec une densité surfacique de charges  $\sigma$ .

- 2) On considère le système formé de deux plans infinis :
  - l'un situé en  $x = +\frac{e}{2}$  de charge surfacique uniforme  $+\sigma$ ,
  - l'autre situé en  $x = -\frac{e}{2}$  de charge surfacique uniforme  $-\sigma$ .
  - a) Champ électrique créé en tout point de l'espace.
  - b) Calculer la ddp  $U = V\left(\frac{e}{2}\right) - V\left(-\frac{e}{2}\right)$ .
- 3) En réalité les deux plans ne sont pas infinis. Ce sont des carrés de côté  $a$ , avec  $a \gg e$ , chargés respectivement avec la charge  $+Q$  et  $-Q$ .
  - a) Exprimer la capacité  $C = \frac{Q}{U}$  du condensateur en fonction de  $a$ ,  $\epsilon_0$  et  $e$ .
  - b) Exprimer la force exercée par un plan sur l'autre.
  - c) Initialement les deux plans sont confondus en  $x = 0$  ( $e = 0$ ). Quel travail un opérateur doit-il apporter afin de séparer les deux plans pour les amener à la configuration précédente ? Comparer à l'énergie emmagasinée par un condensateur.

**Exercice 332** CCP 10 - Vannier

On considère trois cylindres coaxiaux de rayons  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  avec  $R_1 < R_2 < R_3$ . On relie les cylindres 1 et 3 par un fil conducteur.

- 1) Calculer la capacité  $C$  de l'ensemble.
- 2) Tracer  $C(R_2)$ . Commenter.

**Exercice 333** CCP 09 - Bourquard

Un condensateur sphérique est formé de deux sphères métalliques creuses de même centre O, de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$ , portées à des potentiels  $V_1$  et  $V_2$ .

- a) Calculer le champ entre les deux sphères en fonction de la charge  $Q_1$  de la première.
- b) En déduire  $Q_1$  en fonction de  $V_1 - V_2$ , puis la capacité du condensateur.
- c) Calculer l'énergie du condensateur.

**Exercice 334** CCP 07- Tessier

Un cylindre conducteur de rayon a tourne autour de son axe de révolution avec une vitesse angulaire  $\vec{\omega}$ . Sa charge volumique est initialement nulle.

- 1) En considérant le modèle classique du conducteur (électrons de masse  $m$  et de charge  $-e$ ), monter qu'il existe une différence de potentiel entre l'axe et la surface du cylindre. Déterminer cette ddp.
- 2) Calculer  $\rho(r)$ . Quel est son signe ? Donner une justification qualitative.
- 3) Calculer  $\sigma(a)$ . Quel est son signe ? Donner une justification qualitative.

**Exercice 335** Centrale 07- Schweyer

On considère un cylindre de longueur  $2L$ , de rayon  $R$ , de centre O, chargé uniformément en surface avec une densité surfacique positive  $\sigma$ .

- 1) Calculer le champ  $\vec{E}$  sur l'axe du cylindre dans le cas où  $L \gg R$ .
  - 2) On place un dipôle électrostatique de moment dipolaire  $\vec{p}$ , de masse  $m$ , sur l'axe du cylindre au voisinage de O, avec  $\vec{p}$  parallèle à l'axe.
    - a) Dans quel sens part le cylindre ?
    - b) Calculer sa vitesse maximale au cours du mouvement. Calculer sa vitesse limite.
- On rappelle que l'énergie potentielle d'un dipôle dans un champ extérieur est  $W = -\vec{p} \cdot \vec{E}$
- c) Tracer les lignes de champ dans un plan contenant l'axe du cylindre.

**Exercice 336** Mines 11 - Poignant

On considère deux sphères métalliques, la sphère intérieure chargée avec  $Q$ , l'autre non chargée. Entre ces sphères règne un gaz isolant rendu conducteur à  $t = 0$ . Expliquer qualitativement ce qui va se passer, faire un bilan énergétique.

**Exercice 337** Centrale 08 - du Boberil

On considère un fluide de masse volumique  $\rho$  constante. On y plonge deux électrodes rectangulaires planes parallèles et on impose une différence de potentiel  $V$  entre ces électrodes. Le fluide s'élève alors d'une hauteur  $h$  entre les électrodes. Expliquer pourquoi et déterminer  $h$  en fonction de grandeurs qu'on explicitera.

**Exercice 338** ENS U/L/C 10 - Nicolas

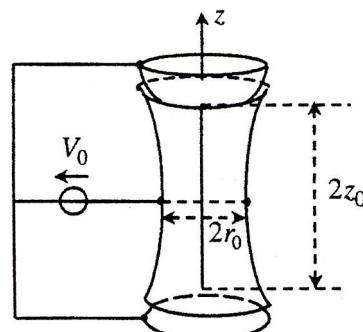
- 1) Parler d'équilibre électrostatique.
- 2) On considère une sphère avec une charge  $Q_1$  et une seconde sphère dans son voisinage reliée à la masse. Décrire l'état à l'équilibre : répartition des charges, potentiels dans l'espace,...

Comme j'avais un peu de mal, il m'a demandé de repartir de sphères seules puis de sphères ayant l'une une charge  $Q_1$  et l'autre une charge  $Q_2 = -C'V_1$  avec  $V_1$  le potentiel de la sphère 1 seule dans l'espace)

**Exercice 339** X 07- Corre

On considère le système ci-contre. L'hyperboloïde à une nappe est creux et a pour équation  $x^2 + y^2 - 2z^2 = r_o^2$  et celui à 2 nappes  $x^2 + y^2 - 2z^2 = -2z_o^2$ . On étudie la possibilité de piéger des particules chargées à l'intérieur de ce système.

- 1) Calculer le potentiel  $V(x, y, z)$  à l'intérieur de l'hyperboloïde à une nappe.
- 2) Est-il possible de piéger des particules chargées ?
- 3) Que peut-on envisager ?



**Exercice 340** Ulm 10- Bolgar

Quelle est la charge électrique maximale que peut porter une goutte d'eau ?

Indication : Énergie de tension superficielle :  $E_{ts} = AS$  avec S la surface de la goutte et A constant.

Remarque : utiliser l'énergie.

**Exercice 341** X 10 - Nicolas

On considère un plan infini d'épaisseur  $a$  (un plasma) contenant des charges  $+e$  de masse  $M$  et des charges  $-e$  de masse  $m$ . La densité de charges est  $n$  (pour les positives comme pour les négatives)

On place ce plan dans un champ  $\vec{E}$  qui lui est perpendiculaire. Décrire ce qui se produit (les plans chargés positivement et négativement conservent leur intégrité).

**Exercice 342** ENS 07- Giacinti

1) 4 charges  $-q$  sont situées aux sommets d'un carré de côté  $a$ , on se place au voisinage de l'origine O. En étudiant les symétries, déterminer la forme du potentiel V. Calculer V dans le plan (Oxy) au voisinage de O. L'équation de Poisson est-elle vérifiée ? (il m'a demandé plus tard la dépendance en z de V)

2) Deux charges  $+q$  sont maintenant situées à une distance  $a$  de O sur l'axe (Oz), calculer V dans le plan (Oxy).

3) Une charge  $+q$  se trouve en M sur une diagonale du carré, calculer et dessiner la force s'exerçant sur elle. A quoi cela vous fait penser ? Quel va être le mouvement de la charge ? Connaissez-vous des applications pratiques ?

**Exercice 343** X 07- Giacinti

On charge un condensateur plan à un potentiel V, ses armatures sont carrées de côté  $l$ . On le plonge dans un diélectrique de permittivité relative  $\epsilon_r$ , de sorte que le liquide soit à une hauteur  $l/2$  entre les armatures. On note  $h$  la différence de niveau. Calculer la capacité C de ce condensateur, le champ  $\vec{E}$ , la charge surfacique  $\sigma$  et  $h$ .

**Exercice 344** X 08 - Lecué

On connecte deux fils électriques de résistance nulle en deux points distants de  $d$  sur un demi espace conducteur de conductivité finie  $\sigma$ .

Quelle est la résistance mesurée entre ces deux fils ?

**Exercice 345** X 09 - Bouacida

On considère deux dipôles électrostatiques alignés sur un axe  $x'$  $x$  (problème unidimensionnel)

1) Quelle est la force exercée par un dipôle sur l'autre ? Le résultat est-il cohérent ?

2) On considère  $n$  dipôles identiques alignés sur un axe  $x'$  $x$ , à la température  $T$ . Quelle est la force moyenne s'exerçant sur un dipôle ?

3) En considérant le centre de gravité de chacun des dipôles comme fixe, quel est le mouvement possible d'un dipôle ? Quel est l'effet de la température ? Analogie avec  $n$  particules dans un champ de pesanteur, densité de particules par unité de volume ?

**Exercice 346** X 07- Delisle

Un anneau conducteur a la forme d'un tore de diamètre moyen  $d$  et de section  $s$ . Il porte une charge  $Q$  uniformément répartie.

Déterminer la charge  $Q$  telle que l'anneau est à la limite de rupture.

On double les dimensions. Déterminer  $Q'$  telle que l'anneau est à la limite de rupture.

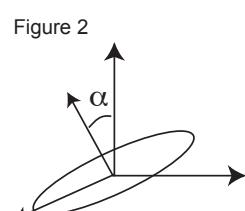
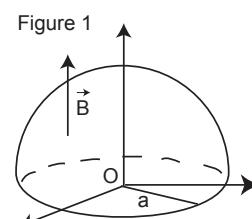
**Exercice 347** CCP 10 - Mauger

1) Calculer le flux  $\phi$  de  $\vec{B}$  à travers le disque (figure 1).

2) Calculer le flux  $\phi'$  de  $\vec{B}$  à travers la demi-sphère.

3) Pourquoi sont-ils égaux ?

4) Calculer le flux de  $\vec{B}$  à travers le disque penché (figure 2).

**Exercice 348** CCP 11 - Belhadj

1) Déterminer les directions de  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$ .

2) Déterminer  $\vec{B}$  en tout point M de l'espace. Tracer  $B(r)$ . A.N. Calculer  $B$  pour  $r=0,5\text{mm}$  ou  $1\text{cm}$  avec  $J = 1\text{A mm}^{-2}$ ,  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}\text{A m}^{-1}$ ,  $a=1\text{mm}$ .

3) Déterminer  $\vec{A}$  en tout point grâce à l'équation intégrale reliant  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$ .

**Exercice 349** ENSIIE 11 - Mousset

Cylindre uniformément chargé, en rotation à vitesse constante, déterminer  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$ .

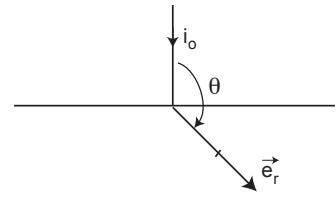
**Exercice 350** Centrale 10 - Pelletier + Centrale 11 - Goupil

Un fil dans lequel circule une intensité  $i_o$  arrive sur un plan conducteur semi-infini ( $z < 0$ ) de conductivité  $\gamma$ . Le courant se répartit radialement  $\vec{j} = j\vec{e}_r$ .

1) Pour deux points M et P du conducteur, calculer  $V(M) - V(P)$  en fonction de  $i_o$ ,  $\gamma$ ,  $r_M = OM$  et  $r_p = OP$ .

2) Calculer le champ  $\vec{B}$  pour  $z > 0$  et  $z < 0$ . Commenter la limite quand  $z \rightarrow 0^+$ .

3) Signification de  $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ ? Calculer  $\vec{\Pi}$  sur le plan.


**Exercice 351** CCP 09 - Benvéniste

Un cylindre infini d'axe  $Oz$  et de rayon  $a$  est parcouru par un courant dont la densité superficielle est de norme  $i$  constante et forme un angle  $\alpha$  avec les génératrices du cylindre :  $\alpha = (\vec{e}_z, \vec{e}_x)$ .

1) Calculer  $\vec{B}$  dans tout l'espace. (Il faut remarquer que c'est la superposition du fil infini et du solénoïde infini).

2) Calculer  $\vec{A}$  dans tout l'espace.

**Exercice 352** ENSTIM 11 - Mousset

1) Dans un supraconducteur,  $\vec{j} = \frac{-1}{\mu_0 \lambda_L^2} \vec{A}$ . Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $\vec{B}$ , et la dimension de  $\lambda_L$ .

2) On considère un fil de ce matériau supraconducteur, et autour un champ fixe  $\vec{B}_0$ . Utiliser les symétries, invariance, et adapter l'équation différentielle, donner la solution générale.

3) Autre modèle :  $\vec{j} = \frac{-B_0}{\mu_0 \lambda_L^2} \vec{e}_\theta$  sur une gaine extérieure d'épaisseur  $\lambda_L$ . Calculer  $\vec{B}$ .

**Exercice 353** TelecomSudP 11 - Mousset

Entre les plans  $z = a$  et  $z = -a$ , on considère un matériau supraconducteur tel que  $\vec{j} = -\Lambda \vec{A}$ . A l'extérieur, des deux côtés,  $\vec{B}_0$  selon  $\vec{u}_y$ . Déterminer  $\vec{B}$  entre les plans.

**Exercice 354** Mines 08 - Hurson + TPE 07- Perigaud

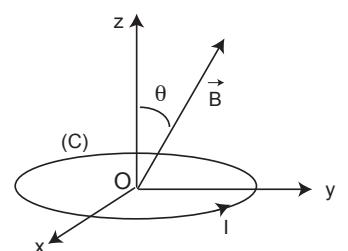
Un plasma occupe un cylindre de rayon  $R$ , de longueur infinie, placé dans le vide. Il est parcouru par un courant  $I$  parallèle à son axe, de densité volumique uniforme  $\vec{j}$ . On admet que ce plasma est globalement neutre et que la densité de particules ne dépend que de la distance à l'axe :  $n(r)$ . On considère le plasma comme un gaz parfait mais on utilisera la loi de Boltzmann plutôt que la loi des gaz parfaits. On note  $p(r)$  la pression à la distance  $r$  de l'axe.

- 1) Traduire la condition d'équilibre du plasma.
- 2) Calculer  $\vec{B}(r)$ . En déduire  $p(r)$ .
- 3) Déterminer  $n(r)$ .
- 4) Exprimer les conditions de passage en fonction de  $\vec{B}$ ,  $\vec{\text{rot}} \vec{B}$  et  $\vec{\text{grad}} P$ .

**Exercice 355** CCP 08 - Morici

On considère une spire circulaire (C) de rayon  $a$  parcourue par un courant  $I$  et placée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B_o \vec{e}_z$  avec  $B_o > 0$ .

- 1) Calculer le flux  $\phi$  de  $\vec{B}$  à travers le disque de rayon  $a$ .
- 2) Calculer le flux  $\phi'$  de  $\vec{B}$  à travers la demi-sphère s'appuyant sur (C) située dans le demi-espace  $z > 0$ .
- 3) Comparer  $\phi$  et  $\phi'$ . En déduire une propriété de  $\vec{B}$ .
- 4)  $\vec{B}$  fait maintenant un angle  $\theta$  avec  $Oz$ .
  - a) Définir et calculer le moment magnétique de (C).
  - b) Calculer la force de Laplace. Quelle hypothèse peut-on faire ?
  - c) Calculer le moment résultant en O des forces de Laplace en fonction de  $\vec{B}$  et du moment magnétique.

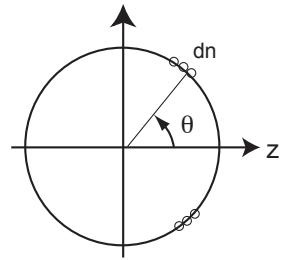


### Exercice 356

CCP 07- Aït-Ahmad

On considère une sphère de rayon  $R$  sur laquelle on enroule des spires circulaires d'axe  $Oz$  avec un fil conducteur de diamètre  $a$ . On note  $dn$  le nombre de spires comprises entre  $\theta$  et  $\theta + d\theta$ . On suppose que  $dn = f(\theta)d\theta$ .

Déterminer  $f(\theta)$  pour que le champ magnétique à l'intérieur de la sphère soit uniforme et parallèle à  $Oz$  :  $\vec{B} = B_o \vec{u}_z$  et qu'à l'extérieur de la sphère ce soit le même que celui créé par un dipôle magnétique  $\vec{M}$  placé en O et parallèle à  $Oz$ .



### Exercice 357

Mines 11 - Goupil

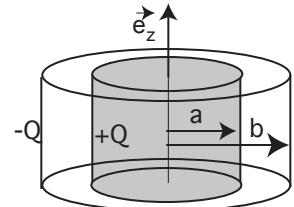
1) On considère un champ électromagnétique ( $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$ ) dans le vide. Signification physique et dimension de  $\vec{g} = \epsilon_0 \vec{E} \wedge \vec{B}$ .

2) Soit un condensateur cylindrique de hauteur  $h$  plongé dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B_o \vec{u}_z$ . On considère deux situations :

a) L'isolant inter-armatures n'est pas parfait : le condensateur se décharge en un temps  $\tau$ .

b) L'isolant est parfait, mais on fait décroître  $B$  en un temps  $\tau$ .

Montrer que dans les deux cas le cylindre a acquis un même moment cinétique  $\sigma_{Oz}$ . Interpréter grâce à  $\vec{g}$ .



### Exercice 358

Centrale 11 - Ruello

Moment cinétique acquis par induction. Formulaire d'analyse vectorielle à disposition.

On considère deux cylindres concentriques  $C_1$  et  $C_2$ , d'axe  $Oz$ , de masse  $m$ , de hauteur  $h$  et de rayons  $a$  et  $b > a$ .  $C_1$  porte sur sa face extérieure une charge surfacique  $\sigma_1 = \frac{-q}{2\pi ah}$  et  $C_2$  porte  $\sigma_2 = \frac{q}{2\pi bh}$  sur sa face interne. L'ensemble est placé dans le vide et il règne un champ uniforme  $\vec{B} = B_o \vec{u}_z$  entre les deux cylindres. Initialement les deux cylindres sont immobiles. Ils peuvent pivoter librement autour de leur axe.

A  $t=0$ , on impose  $\vec{B} = B_o e^{-t/\tau} \vec{u}_z$

1) Expliquer la mise en rotation des cylindres. Dans quel sens vont-ils tourner ?

2) Calculer le moment cinétique de l'ensemble en O, noté  $\vec{L}_o$ . Déterminer  $\vec{L}_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \vec{L}_o(t)$ . Déterminer les vitesses de rotation finales  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ .

3) Calculer la quantité  $\vec{g} = \epsilon_0 \vec{E} \wedge \vec{B}$ . Considérations énergétiques en lien avec  $\vec{g}$ .

4) Condition pour pouvoir négliger les flux propres liés à la rotation des cylindres.

### Exercice 359

Mines 09 - Coudray

Soit une couronne métallique cylindrique d'axe  $Oz$ , de rayon intérieur  $R_1$ , de rayon extérieur  $R_2$  et de hauteur  $h \gg R_2 > R_1$ . Le métal a une conductivité  $\gamma$ . On impose un potentiel  $V_1$  sur le cylindre intérieur et  $V_2$  sur le cylindre extérieur.

1) Calculer la résistance  $R_o$  de la couronne.

2) On impose un champ magnétique permanent  $\vec{B} = B_o \vec{e}_z$ . Quelle est la nouvelle résistance  $R_m$  ?

3) Calculer  $\frac{\Delta R}{R_o} = \frac{R_m - R_o}{R_o}$ . Evaluer sa valeur dans un métal et conclure. Quel matériau doit-on utiliser pour les sondes à effet Hall ?

### Exercice 360

Centrale 07- Corre

Soit une spire circulaire parcourue par un courant I. Calculer la circulation de  $\vec{B}$  créé sur l'axe de la spire.

### Exercice 361

TPE 09 - Demehati

Soient N particules de charge q entrant avec une vitesse  $\vec{v}$  dans un milieu où règne un champ  $\vec{B}$  perpendiculaire à  $\vec{v}$ .

1) Nature du mouvement

2) En fait il y a une perturbation du champ due au mouvement des particules. Déterminer le champ supplémentaire créé (Penser au champ créé par une spire).

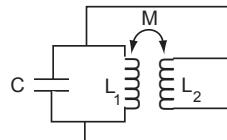
### Exercice 362

Mines 07- Le Corguillé

On considère le circuit ci-contre :

1) A  $t = 0$ ,  $q(0) = q_0$  et  $\dot{q}(0) = 0$ . Déterminer  $q(t)$ .

2) Que peut-on dire si  $M=0$  ?



### Exercice 363 Centrale 07- Dembri+Hinaux

On considère deux bobines plates coaxiales de rayon  $a$ , comportant  $N$  spires, à distance  $d$  l'une de l'autre. Elles ont même coefficient d'autoinductance  $L$  et une résistance négligeable.

On alimente le circuit ci-dessous à l'aide d'une tension créneau. On observe les deux tensions à l'oscilloscope : le signal est triangulaire dans le circuit secondaire.

1) Justifier que le coefficient de mutuelle inductance  $M$  ne dépend que de la distance  $d$  entre les deux bobines.

2) A quelle condition sur  $L$  et  $R$  la tension au secondaire est-elle triangulaire ? Montrer que l'amplitude crête-crête des tensions d'entrée et de sortie permet de déterminer la valeur de  $M$ .

3) Calculer le champ magnétique créé par une bobine en un point de son axe de révolution. On donne à l'ordre deux  $B(r, z)$  en un point au voisinage de l'axe :

$$B(r, z) = B(0, z) - \frac{r}{2} \frac{dB(0, z)}{dz}$$

En déduire une approximation du coefficient de mutuelle inductance.

### Exercice 364 CCP 09 - Martin

On rappelle que le champ est nul à l'extérieur d'un solénoïde simple.

1.a) On étudie le solénoïde de la figure 1 ci-contre. Donner les éléments de symétrie et d'invariance pour  $\vec{B}$ .

1.b) Donner  $\vec{B}$  en tout point de l'espace.

On étudie la figure 2 ci-contre : un cylindre creux contient une répartition volumique de charges uniforme  $\rho$ . Il tourne autour de son axe avec une vitesse angulaire  $\omega$

2.a) Déterminer  $\vec{j}$ .

2.b) Calculer  $\vec{B}$  en tout point de l'espace.

2.c) Montrer que l'on pouvait retrouver ce résultat grâce à la question 1).

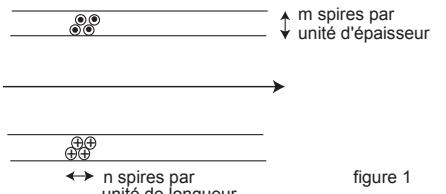
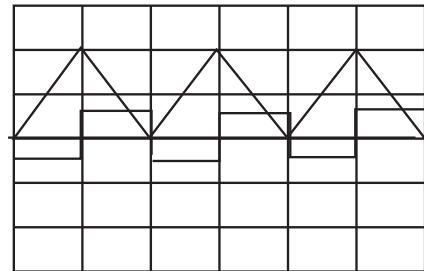
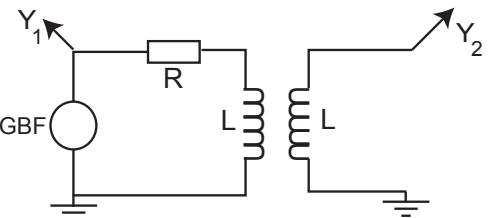


figure 1

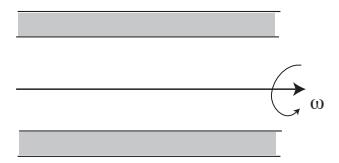


figure 2

### Exercice 365 Mines 09 - Pengam + Mines 10 - Goblot

Le rotationnel et la divergence en cylindriques sont donnés.

1) Calculer le champ magnétique créé par un cylindre infini parcouru par un courant de densité  $\vec{j}$  uniforme.

2) On donne  $\vec{j}_s = \frac{I \cos \phi}{2R} \vec{e}_z$ . Pour modéliser cette distribution, on prend deux cylindres identiques au précédent parcourus par des courants  $\vec{j}$  opposés, dont les axes sont séparés par une distance  $\epsilon$  petite devant le rayon  $R$  des cylindres.

a) Montrer que le champ résultant à l'intérieur des cylindres s'écrit  $\vec{B}_i = \frac{\mu_0 I \cos \phi}{4R} \vec{e}_\theta$

b) Montrer que le champ résultant à l'extérieur des cylindres est  $(B_r = \frac{k \cos \theta}{r^2}, B_\theta = \frac{k \sin \theta}{r^2})$ .

3) Calculer l'énergie magnétique par unité de longueur. Dans quelle direction se propage-t-elle ?

4) Calculer l'inductance par unité de longueur si on considère que les deux cylindres forment un circuit.

### Exercice 366 CCP 08 - du Boberil

On se place en régime lentement variable. On considère un solénoïde de rayon  $R$  et de longueur  $l$  comportant  $n$  fils par unité de longueur. On se place en coordonnées cylindriques.

1) On suppose le champ magnétique  $\vec{B}_o$  constant à l'intérieur du solénoïde. On note  $\vec{E}_1(M, t)$  le champ électrique créé. Justifier la direction et le sens de  $\vec{B}_o$  et  $\vec{E}_1$ .

2) Calculer  $\vec{B}_o$  à l'intérieur et à l'extérieur du solénoïde.

3) En utilisant la loi de Faraday, calculer  $\vec{E}_1$ .

### Exercice 367 TPE 07- Hinaux

On considère un fil cylindrique de cuivre de diamètre  $d=1\text{mm}$ , de longueur  $l=1\text{m}$ , de conductivité  $\sigma = 5,96 \cdot 10^7 \text{S.m}^{-1}$ .

Quel est la réponse à un échelon de tension  $V = 1\text{V}$  ?

### Exercice 368 Centrale 09 - Martin

On considère un câble coaxial constitué

- d'un cylindre plein de rayon  $a_1$  (âme centrale) et de conductivité  $\gamma$
- d'un cylindre creux, de rayon  $a_2$ , de conductivité largement inférieure à  $\gamma$ , qui entoure l'âme centrale.

La longueur  $H$  du câble est très supérieure à  $a_2$  (on néglige donc les effets de bord).

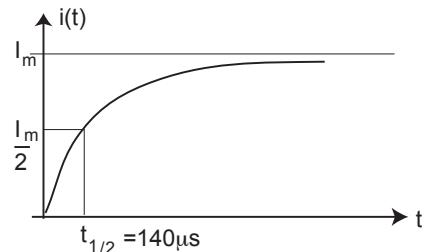
A l'une des extrémités, les deux cylindres sont reliés par un fil de résistance nulle.

A  $t = 0$ , on relie l'autre extrémité de chaque cylindre aux bornes d'un générateur idéal de tension de fem  $E$ . On mesure l'intensité  $i(t)$  dans le circuit :

1) Schéma électrique du circuit et orientations. Expliquer les phénomènes.

2) Déterminer  $\gamma$  en fonction des données du problème.

3) Quelle valeur doit-on donner à  $a_1$  (autres données inchangées) pour que  $t_{1/2}$  soit maximum ?



### Exercice 369 CCP 09 - Franco

On considère un cylindre d'axe Oz, de centre O, de longueur  $l$  et de rayon  $R \gg 2l$ . Il est entouré de  $n$  spires par unité de longueur, ces dernières étant parcourues par un courant  $i(t)$ .

1) On se place en régime lentement variable et on admet qu'un champ  $\vec{B}_o$  uniforme est créé à l'intérieur du solénoïde, que  $\vec{B}$  est nul à l'extérieur, et qu'il existe aussi un champ électrique  $\vec{E}_1$ .

a) Donner les directions de  $\vec{B}_o$  et  $\vec{E}_1$  sur le repère ( $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\theta$ ,  $\vec{e}_z$ ).

b) Calculer  $\vec{B}_o$ .

c) En utilisant l'expression intégrale de la loi de Faraday, calculer  $\vec{E}_1$ .

2) On se place en régime rapidement variable.  $\vec{E}_1$  crée alors un champ  $\vec{B}_2$ . Calculer ce champ.

On donne le rotationnel en coordonnées cylindriques :

$$\vec{\text{rot}}(\vec{A}) = \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right] \vec{e}_r + \left[ \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right] \vec{e}_\theta + \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta} \right] \vec{e}_z$$

### Exercice 370 Centrale 09 - Cadran

Soit un fluide conducteur de masse volumique  $\rho$  dans lequel sont plongées deux électrodes rectangulaires planes, verticales, parallèles face à face. On impose une tension  $U$  entre les électrodes et un courant  $I$  circule de l'une à l'autre.

1) On impose dans le fluide un champ magnétique horizontal parallèle aux électrodes  $\vec{B}$  uniforme. Le fluide monte alors d'une hauteur  $h$  entre les deux électrodes. Pourquoi ?

2) Déterminer  $h$  en fonction de paramètres à définir.

### Exercice 371 Centrale 08 - Lalau Kéraly

Une tige de longueur  $l$ , de masse  $m$ , dont l'extrémité trempe dans un liquide conducteur, peut tourner autour d'un axe horizontal  $Ox$ . Elle est plongée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B_o \vec{e}_x$ . On étudie les petites oscillations de la tige.

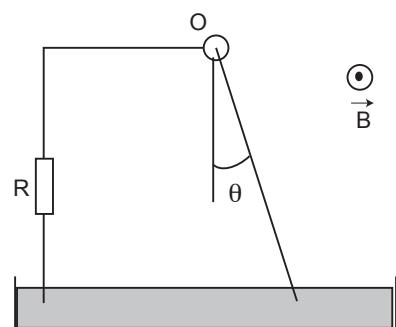
1) Expliciter les hypothèses de simplification que vous allez utiliser.

2) Donner l'équation du mouvement.

3) Etudier le comportement du système selon les valeurs de  $R$ .

4) Bilan énergétique.

5) Mêmes questions si on remplace  $R$  par un condensateur, puis par une inductance pure.



### Exercice 372 CCP 08 - Louboutin

On considère un câble coaxial de longueur  $L$  formé d'un cylindre intérieur plein de rayon  $a \ll L$  porté au potentiel  $V_1$  et d'un cylindre extérieur de rayon  $b \ll L$ , d'épaisseur très faible, porté au potentiel  $V_2$ . Un courant d'intensité  $I$  uniformément répartie circule dans le cylindre intérieur et revient par le cylindre extérieur.

- 1) Donner la forme de  $\vec{E}$ , puis son expression en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $L$ ,  $V_1$  et  $V_2$ .
- 2) Déterminer l'expression du champ magnétique  $\vec{B}$  créé en tout point de l'espace.
- 3) Calculer le flux du vecteur de Poynting à travers une section droite du câble. Conclure.

### Exercice 373 CCP 09 - Bellec + CCP 10 - Cloarec

Un câble cylindrique d'axe  $Oz$  est formé d'une âme creuse de rayon  $a$  et d'une gaine extérieure de rayon  $b$  et d'épaisseur négligeable. La longueur du câble est grande devant  $a$  et  $b$ . L'âme est au potentiel  $V_1$  et la gaine au potentiel  $V_2$ . Une intensité  $I$  parcourt l'âme dans le sens des  $z$  croissants et revient par la gaine en sens contraire.

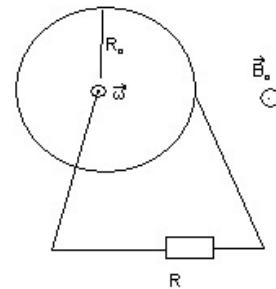
- 1) Une intensité  $I$  parcourt l'âme dans le sens des  $z$  croissants et revient par la gaine en sens contraire.
  - a) Déduire de la forme des équipotentielles la direction du champ électrique  $\vec{E}(M)$ .
  - b) Pour un point  $M_i$  situé entre l'âme et la gaine, donner la forme de  $\vec{E}(M_i)$ .
  - c) En déduire  $\vec{E}(M_i)$  en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $V_2 - V_1$  et la distance  $\rho$  à l'axe.
- 2) Déterminer le champ magnétique  $\vec{B}$  dans tout l'espace en fonction de  $I$  et  $r$ .
- 3) Calculer le vecteur de Poynting. Interprétation ?

### Exercice 374 Centrale 07 - Martineau

Générateur de Faraday.

On se place dans le cadre présenté dans le document ci-contre où  $\omega$  est constant.

- 1) Pourquoi un courant est-il créé ?
- 2) Exprimer  $i$  (Indication : on peut chercher la tension aux bornes de  $R$ ).
- 3) Et si on enroulait un très long fil autour du disque avec une masse pour donner la vitesse, que vaudrait  $\omega$  ? (Indication : énergie !)



### Exercice 375 Centrale 07- Fauvet

On modélise la chute d'un éclair de deux façons différentes :

- 1) Un fil selon  $Oz$  est parcouru par un courant  $I$ , puis le courant se disperse de façon isotrope dans le plan  $xOy$ .
- 2) Un fil selon  $Oz$  est parcouru par un courant  $I$ , puis le courant se disperse de façon isotrope dans le demi-espace  $z < 0$ .

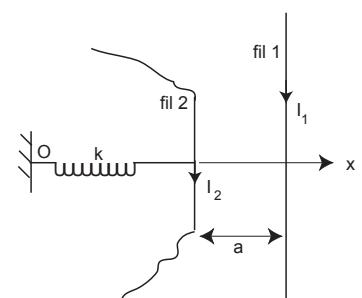
On suppose qu'on est en régime stationnaire. Calculer le champ magnétique  $\vec{B}$  dans les deux cas en un point proche du sol. A.N.  $I=50\text{kA}$  et  $r=0,1\text{ km}$ .

### Exercice 376 Centrale 07- Perigaud

Le fil 1 est infini et immobile. Le fil 2 a une longueur  $L$  mobile. Le ressort a une constante de raideur  $k$  et une longueur à vide  $l_0$ .

Quand  $I_1 = I_2 = 0$ , la distance entre les deux fils est  $a$ . Le poids est compensé par la réaction de l'axe  $Ox$ .

On applique les intensités (algébriques)  $I_1$  et  $I_2$ . Déterminer les positions d'équilibre dans le cas où les fils s'attirent et discuter de leur stabilité.



### Exercice 377 Centrale 08 - Soulard

On considère un conducteur cylindrique d'axe  $Oz$ , de rayon  $R$  et de longueur  $L$  quasi-infinie. A l'état initial, le champ extérieur est nul. On applique progressivement un champ magnétique extérieur parallèle à l'axe du cylindre, jusqu'à  $\vec{B}_o = B_o \vec{u}_z$ . On observe l'apparition d'une densité volumique de courant  $\vec{j}$  et d'un champ magnétique  $\vec{B}$  dans le conducteur.

- 1) Expliquer le phénomène observé. Préciser les directions de  $\vec{j}$  et de  $\vec{B}$  ainsi que les variables dont ils dépendent.
- 2) Sans calculs, tracer l'allure de  $B$  en fonction de  $r$ .
- 3) On donne  $B(r) = B(R) \exp\left(\frac{1}{2\lambda^2}(r^2 - R^2)\right)$  avec  $\lambda = \frac{m}{ne^2\mu_o}$ .
  - a) Déterminer la densité volumique de courant  $\vec{j}$
  - b) A partir du mouvement d'un électron, retrouver l'expression de  $B$ .

### Exercice 378 Mines 07- Giacinti

On considère un conducteur dans lequel se trouvent des charges fixes à une densité  $\rho_f$  et des charges mobiles à une densité  $\rho_m$ . Un point M du conducteur se déplace à une vitesse  $\vec{V}_M(t)$ . Les charges mobiles se déplacent à une vitesse  $\vec{v}$  par rapport au conducteur.

1. a) Ecrire la vitesse d'une charge mobile en fonction de  $\vec{V}_M(t)$  et  $\vec{v}$ .

1. b) Ecrire le vecteur densité volumique de courant  $\vec{j}$ .

1. c) On suppose que le conducteur est localement électriquement neutre, écrire  $\vec{j}$  en fonction de la densité volumique des charges n, de leur charge q et de  $\vec{v}$ .

2) On suppose qu'une charge de masse m est soumise à la force de Lorentz et à une force de frottement visqueux  $-\frac{m}{\tau}\vec{v}$  avec la conductivité  $\gamma$  valant  $\frac{nq^2\tau}{m}$ . Montrer que  $\vec{j}$  satisfait l'équation :

$$\tau \frac{d\vec{j}}{dt} + \vec{j} = \gamma \left( \vec{E} + \vec{V}_M(t) \wedge \vec{B} + \frac{\vec{j}}{qn} \wedge \vec{B} - \frac{m}{q} \frac{d\vec{V}_m(t)}{dt} \right)$$

Signification de l'avant-dernier terme ?

3) On considère un cylindre comportant N spires, de longueur l et de rayon a, tournant initialement à une vitesse  $\omega_0$  constante. On suppose que  $\vec{B}$  est nul.

a) Montrer que i satisfait l'équation :

$$\left( \frac{L}{r} + \tau \right) \frac{di}{dt} + i = - \frac{mla}{qr} \frac{d\omega}{dt}$$

Expliquer pourquoi initialement  $i=0$ , puis qualitativement pourquoi il apparaît un courant i lorsque  $\omega$  varie.

b) On arrête le cylindre. Quelle est la quantité de charge Q ayant circulé ?

4.a) Mouvement de M en fonction de celui du centre de masse G et du vecteur rotation  $\vec{\Omega}$  ?

4.b) On pose  $\vec{E}^* = \vec{E} - \frac{m}{q} \frac{d\vec{V}_M}{dt}$ . Montrer que  $\vec{\text{rot}} \vec{E}^* = - \frac{\partial \vec{B}^*}{\partial t}$  avec  $\vec{B}^* = \vec{B} + \lambda \vec{\Omega}$  où  $\lambda$  est une constante à déterminer.

### Exercice 379 Centrale 10 - Joubert

Pince ampèremétrique. Soit un tore de section carrée de côté a dont le bord intérieur est sur un cercle de rayon a, sur lequel sont régulièrement bobinés N tours de fil. Sur l'axe de révolution du tore se trouve un fil rectiligne infini parcouru par un courant  $I = I_o \cos(\omega t)$ . Le circuit du tore est fermé sur un ampèremètre, la résistance totale de ce circuit étant R.

1) Etude qualitative du phénomène.

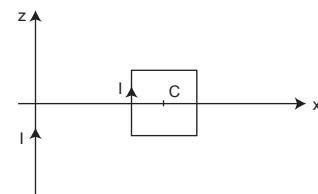
2) En régime forcé, le circuit du tore est parcouru par un courant  $i = i_m \cos(\omega t + \varphi)$ . Calculer  $\frac{i_m}{I_o}$ . A.N. avec  $a=2\text{cm}$ ,  $R=50\Omega$  et  $N=10\,000$ . A quoi sert le dispositif ?

### Exercice 380 CCP 08 - Soulard

Un cadre carré de côté a est parcourue par un courant I. Il se trouve dans le même plan qu'un fil infini parcouru par un courant I selon Oz, parallèle à un de ses côtés. Le centre du cadre est à une distance  $x \gg a$  du fil. Calculer la résultante des forces de Laplace sur la spire,

1) directement.

2) avec la théorie du dipôle magnétique.



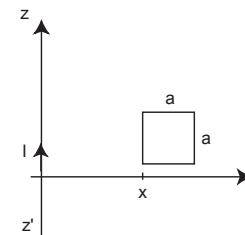
### Exercice 381 CCP 09 - Evain

Un fil rectiligne infini suivant ( $z'z$ ) est parcouru par un courant  $I(t)$ .

1) Déterminer le champ magnétique en tout point de l'espace.

2) Déterminer  $\vec{A}$  à l'aide de l'équation intégrale qui le lie à  $\vec{B}$ .

3) On place un circuit conducteur carré de côté a dont le côté le plus proche du fil est parallèle à ce fil et lui est distant de x et tel que le plan du circuit soit normal à  $\vec{u}_\theta$ . Qu'observe-t-on sur ce circuit ? Calculer la grandeur qui caractérise ce phénomène de deux manières différentes.



### Exercice 382

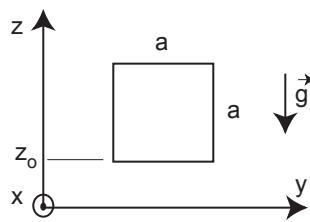
Mines 07 - Barrau

Le cadre a une masse  $m$  et une résistance  $R$ . Pour  $z > 0$ ,  $\vec{B} = \vec{0}$ , et pour  $z < 0$ ,  $\vec{B} = B_0 \vec{u}_x$ .

1) Le cadre est abandonné sans vitesse initiale, son côté inférieur étant à la cote  $z_0$ . On note  $z$  sa cote à l'instant  $t$ . Etudier  $z(t)$ .

2) On note  $v_1 = v(t_1) = v(z=0)$  et  $v_2 = v(t_2) = v(z=-a)$ . Calculer  $\int_{t_1}^{t_2} Ri^2 dt$  en fonction des vitesses et des différentes constantes.

3) Reprendre l'étude si on remplace le carré par un cube.



### Exercice 383

CCP 08 - Lefaudeux

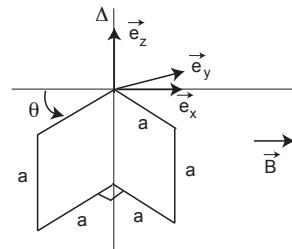
On considère le circuit filiforme ci-contre, de résistance  $R$  et de moment d'inertie  $J$  par rapport à  $\Delta$ , plongé dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B \vec{e}_x$ .

1) Calculer l'intensité  $i$  dans le circuit en négligeant son autoinductance.

2) Calculer le moment des forces de Laplace.

3) En déduire l'équation du mouvement en fonction de  $\varphi = \theta + \frac{\pi}{4}$ , sachant que  $\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{4})$

4) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $\dot{\varphi}$ .



### Exercice 384

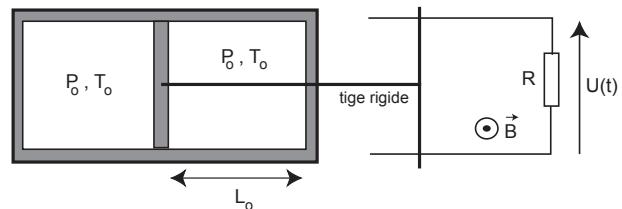
Centrale 07- Le Berre

Les parois du cylindre et du piston mobile (sans frottement) sont calorifugées. Le piston est solidaire d'une tige rigide reliée à une seconde tige glissant sans frottement sur deux rails distants de  $h$ . A  $t=0$ , on déplace le piston de  $x_o \ll L_o$ . On suppose les transformations thermodynamiques réversibles.

1) Expliquer qualitativement ce qui va se passer. Déterminer l'équation différentielle du mouvement du piston.

2) On donne les valeurs suivantes :  $P_o = 1\text{bar}$ ,  $L_o = 10\text{cm}$ ,  $m=100\text{g}$ ,  $\gamma = 1,4$ ,  $S = 10\text{cm}^2$ ,  $R = 2\Omega$ ,  $B=1\text{T}$  et  $h=5\text{cm}$ . Calculer le facteur de qualité  $Q$  puis montrer que  $Q \gg 1$ . Simplifier alors l'équation différentielle et donner l'expression de  $U(t)$ .

3) Calculer son amplitude  $U_o$  pour  $x_o = 1\text{mm}$ . Commenter. Comment peut-on détecter  $U(t)$ ? Que pensez-vous de l'hypothèse de réversibilité?



### Exercice 385

Centrale 08 - Casse

Un cycliste physicien installe sur son vélo un dispositif qui actionne un électroaimant quand il le décide, et qui crée ainsi un champ magnétique sur un secteur angulaire  $\alpha$  d'une de ses roues.

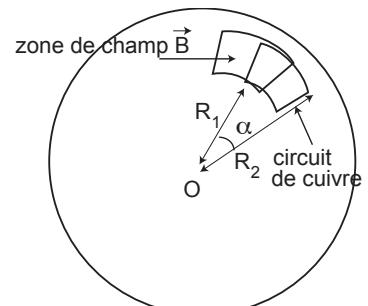
1) Décrire qualitativement le phénomène.

2) Calculer la diminution de vitesse angulaire, en particulier pour un tour de roue.

3) Combien faut-il de tours de roues jusqu'à l'arrêt? Quelle est alors la distance parcourue?

4) Expliquer le phénomène parasite qui se produit en plus.

Données : Masse (cycliste+vélo)  $M=80\text{kg}$ ; masse d'une roue  $m=1\text{kg}$ ; moment d'inertie d'une roue de rayon  $a$  par rapport à son axe  $J = \frac{ma^2}{2}$ ; diamètre d'une roue  $2a=700\text{mm}$ ;  $R_1 = 25\text{cm}$ ;  $R_2 = 30\text{ cm}$ ;  $\alpha = 0,2\text{rad}$ ;  $B=1\text{T}$ ; section du fil de cuivre  $s = 2,5\text{mm}^2$ , résistivité du cuivre  $\rho = 1,5 \cdot 10^{-8}\Omega \cdot \text{m}$ .



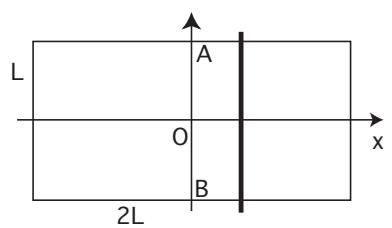
### Exercice 386

Centrale 11 - Riffaut

On considère un cadre métallique horizontal et rectangulaire de dimensions  $L$  et  $2L$  soumis à un champ magnétique vertical et uniforme sur lequel peut glisser sans frottements une barre métallique de même matériau que le cadre. Initialement, la barre coïncide avec la droite (AB) et est lancée avec une vitesse  $v_o$  selon l'axe Ox. Chaque élément du montage a une résistance  $r$  par unité de longueur.

Donner une condition sur  $v_o$  pour que la barre quitte le cadre.

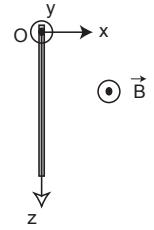
A.N. en choisissant judicieusement les valeurs des différents paramètres.



### Exercice 387

Centrale 08 - Douguet

Une barre de masse  $m$ , de longueur  $a$ , de rayon  $r$  est fixée en  $O$  à un axe  $Oy$  autour duquel elle peut tourner sans frottement. Elle est initialement chargée avec une charge  $Q_0$  et placée dans un champ magnétique uniforme permanent  $\vec{B} = B_0 \vec{u}_y$ . A  $t = 0$ , on relie  $O$  à la masse. La barre se décharge pendant un temps  $\tau$ . On suppose la charge  $q(t)$  uniformément répartie pendant la durée  $\tau$ .



- 1) Décrire qualitativement l'origine du mouvement de la barre. A quelle condition sur  $a$ ,  $\tau$  et  $g$  peut-on dire que la barre est à peu près immobile pendant la décharge ? On supposera cette hypothèse vérifiée par la suite.

- 2) Exprimer la densité de courant  $\vec{j}(z, t)$  en fonction de  $\frac{dq}{dt}$ .

- 3) Calculer la vitesse angulaire de la barre à l'issue de la décharge. Commentaires ? Faire l'application numérique avec des valeurs réalistes.

### Exercice 388

Centrale 11 - Martin

Une tige métallique de masse  $m$  glisse sans frottement sur deux rails parallèles horizontaux distants de  $a$ , reliés par une bobine d'auto-inductance  $L$ . Le tout est placé dans un champ magnétique vertical uniforme  $\vec{B}$ . La tige reste constamment perpendiculaire aux rails. On donne une vitesse initiale  $v_0$  à la tige.

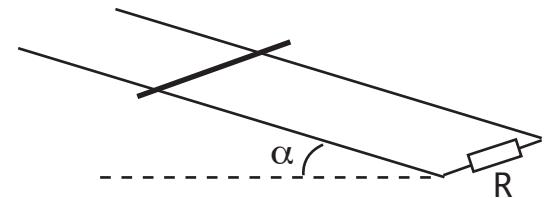
- 1) Equation du mouvement de la tige ? Bilan énergétique. Commentaire.
- 2) Système électronique équivalent ? Commentaire ?

### Exercice 389

TPE 11 - Guillon

Deux rails métalliques parallèles distants de  $a$  sont inclinés d'un angle  $\alpha$  sur l'horizontale, et reliés par une résistance  $R$ . Une barre conductrice de masse  $m$  glisse sans frottement sur les rails, tout en restant perpendiculaire à la ligne de plus grande pente, dans une région où règne un champ magnétique vertical  $\vec{B}$ . On la lache sans vitesse initiale.

- 1) Donner l'équation du mouvement de la tige.
- 2) Bilan énergétique.

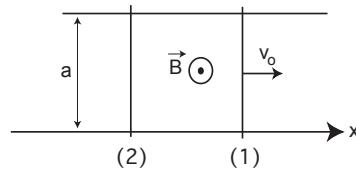


### Exercice 390

TelecomSudP 11 - Le Coz

La barre (2) est initialement immobile et on impose à la barre (1) une vitesse  $\vec{v}_o = v_o \vec{u}_x$  à partir de  $t = 0$ . La résistance totale du circuit est  $R$ .

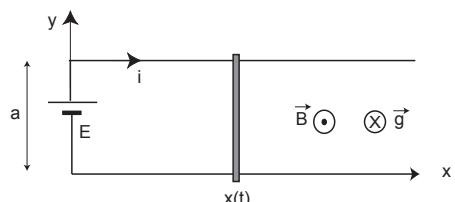
Mouvement de la barre (2) ?



### Exercice 391

CCP09 - Chevalier

Une tige métallique de masse  $m$ , de résistance  $R$ , ferme un circuit auquel on impose une tension continue  $E$ . La tige se déplace sur deux rails parallèles distants de  $a$ , dont on néglige la résistance, tout en étant soumise à un champ magnétique vertical uniforme  $\vec{B}$ . On néglige les frottements et on repère la position de la tige par son abscisse  $x(t)$ .



- 1) Calculer la fem induite.
- 2) Ecrire les équations mécanique et électrique du système.
- 3) Donner la vitesse  $v_o$  de la tige en régime permanent et l'intensité  $i_o$  correspondante.
- 4) Même questions en considérant en plus des frottements sur la tige de la forme  $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$ .

### Exercice 392

INT 08 - Soulard

Un circuit est formé d'une bobine torique de rayon moyen  $R$  et de section carrée de côté  $2a$  comportant  $N$  tours de fil. Il est parcouru par un courant  $i$ . Un second circuit est formé d'un fil rectiligne infini situé sur l'axe de révolution  $Oz$  du tore, qui se referme à l'infini. Il est parcouru par un courant  $I$

- 1) Déterminer le coefficient de mutuelle inductance  $M$  des deux circuits.
- 2) Déterminer le coefficient d'autoinductance  $L$  du circuit torique.

### Exercice 393

Mines 07- Urvoy + Mines 08 - Héraudeau

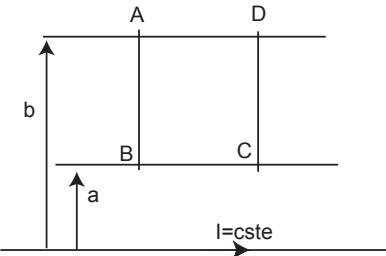
On considère le dispositif des rails de Laplace ci-contre :

Les rails sont infinis, conducteurs, de résistance négligeable devant la résistance  $R$  de l'ensemble des deux tiges. Chaque tige a une masse  $m$  et on néglige les frottements.

1) On donne à la tige CD une vitesse constante  $\vec{v}_o$ . Montrer que la barre AB aura tendance à acquérir une vitesse  $\vec{v}(t)$  qu'on exprimera.

2) A présent, on donne à la barre CD une vitesse initiale  $\vec{v}_o$  et on l'abandonne. Déterminer les vitesses des deux barres.

3) Application numérique :  $a=10 \text{ cm}$ ,  $b=50 \text{ cm}$ ,  $R = 150\Omega$ ,  $m=20\text{g}$ ,  $I = 10\text{A}$ ,  $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ . Déterminer le temps au bout duquel la barre CD aura atteint le dixième de sa vitesse limite.



### Exercice 394 Centrale 10 - Caillé

(d'après Centrale PSI 2011 !) On s'intéresse au freinage d'une luge par induction. La luge arrive avec une vitesse horizontale  $v_o$  sur une portion de piste de longueur  $d$  où règne un champ magnétique uniforme vertical  $\vec{B} = B_o \vec{u}_z$ . Un cadre métallique de longueur  $L$  et largeur  $l$  est solidaire de la luge, formé d'un fil de section  $s$  et de résistivité  $\rho$ .

1) Pourquoi peut-on espérer un freinage ?

2) En distinguant les cas  $L > d$  et  $L < d$ , trouver les équations différentielles régissant le mouvement du système (luge+lugeur). Quelle est la vitesse en sortie de zone ? Comment choisir  $d$  pour maximiser le freinage ?

3) On suppose  $L=d$ ,  $v_o = 30 \text{ m.s}^{-1}$ ,  $m=100\text{kg}$ ,  $B_o=1\text{T}$ ,  $l=30\text{cm}$ ,  $L=50\text{cm}$ , résistance du cadre :  $10^{-2}\Omega$ . Comment et combien de zones faut-il placer pour stopper la luge ?

### Exercice 395 Mines 09 - Evain

Deux barres de résistance  $R$  et de longueur identique  $a$  connue sont posées sur des rails (de Laplace) orienté suivant  $\vec{u}_x$  et distants de  $a$ . Elles sont libres de glisser sans frottement suivant  $\vec{u}_x$ . On a un champ magnétique unifome  $\vec{B} = B \vec{u}_z$  vertical.

On note  $x_1$  et  $x_2$  les abscisses respectives des deux barres et on donne :

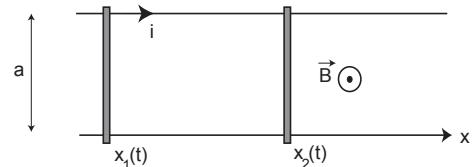
$$x_1(0) = 0; \dot{x}_1(0) = 0$$

$$x_2(0) = X > 0; \dot{x}_2(0) = v_o > 0$$

1) Donner  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$ .

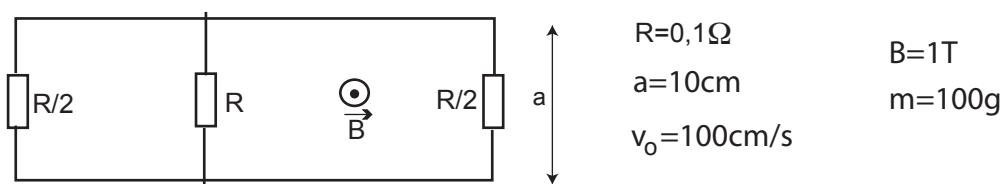
2) Etat final ?

3) Bilan énergétique



### Exercice 396 Centrale 07- Owen+Delisle ; Centrale 09 Leduc

Dans un plan horizontal se trouve un cadre rectangulaire rigide formé de deux rails très longs. Une tige est posée perpendiculairement aux rails. Le mouvement du cadre et de la tige s'effectue sans frottement. La tige et le cadre ont même masse  $m$ . La résistance de la tige est  $R/2$ . Le tout se trouve dans un champ magnétique permanent vertical  $\vec{B}$ .

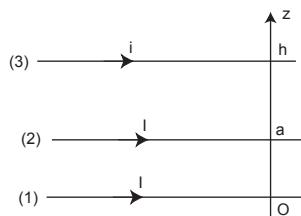


1) A  $t=0$ , le cadre est immobile et la tige a une vitesse  $v_o$ . Déterminer l'évolution des vitesses du cadre et de la tige. Donner un ordre de grandeur du temps  $\tau$  du régime transitoire.

2) Quelle est la puissance consommée dans les résistances.

### Exercice 397 CCP 08-L'Her

Les trois fils sont infinis et parallèles. Les fils (1) et (2) sont parcourus par une même intensité  $I$ . Quelle doit être la valeur de  $i$  pour que le fil (3) soit à l'équilibre à une hauteur  $h$  ?



### Exercice 398 Centrale 10 - Charvin

Un circuit carré de côté  $l$  a une résistance  $R$  et une capacité  $C$ . Il glisse sans frottement sur un plan horizontal avec une vitesse  $\vec{v}_o$  parallèle à un de ses côtés. A l'instant  $t=0$ , il entre dans une zone où règne un champ magnétique vertical  $\vec{B}$ . Sa masse est  $m = l^2 B^2 C$ . On note  $u$  la tension aux bornes de  $C$ .

- 1) Décrire qualitativement les phénomènes et temps caractéristiques.
- 2) Tracer  $u(t)$  et déterminer sa valeur maximale.
- 3) Faire l'application numérique avec des valeurs à justifier.
- 4) (Oralement)
  - Si la longueur de la zone est  $l$ , que se passe-t-il ?
  - Faire un bilan énergétique.

### Exercice 399 Centrale 10 - Poulain

1) On impose à  $T_0$  une vitesse constante  $\vec{v}_o$ . Initialement  $\vec{v}(T_1) = \vec{0}$ . Déterminer  $\vec{v}(T_1) = \vec{v}_1$  au cours du temps. Quel est le temps  $\tau$  caractéristique ?

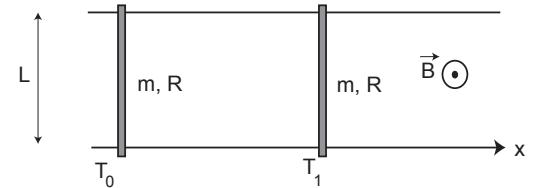
2) On impose à  $T_0$  un mouvement  $x_o(t) = a \sin \omega t$ .

a) Déterminer  $x_1(t)$  de  $T_1$  en régime permanent.

b) Diagramme de Bode de la fonction de transfert du rapport des amplitudes. Pulsation de coupure ?

c) Représenter les mouvements relatifs des deux tiges en basse et en haute fréquence.

d) Oralement : bilan énergétique. Commenter.



### Exercice 400 Centrale 08-L'Her

Deux rails conducteurs horizontaux parallèles sont plongés dans un champ magnétique vertical uniforme  $\vec{B}$ . Deux tiges conductrices sont posées sur les rails, perpendiculaires aux rails. Elles peuvent se déplacer sans frottement sur les rails. On déplace une des deux tiges.

1) Déterminer la quantité de mouvement de la seconde tige lorsque la première est de nouveau au repos.

2) Analogie électrocinétique ? (Trouver un circuit et conclure).

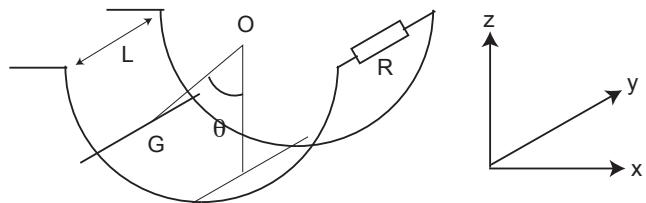
3) (Oralement)

• Rapprocher l'équation de la loi de Lenz. Commenter.

• Comment obtient-on l'équation  $e = -\frac{d\phi}{t}$  ?

### Exercice 401 Centrale 08 - Rodzko

Une barre conductrice de masse  $m$  repose sur deux rails parallèles formant des demi-cercles de rayon  $a$ , distants de  $L$ , reliés à une de leurs extrémités par une résistance  $R$ . Il règne un champ magnétique permanent  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ . La barre est lâchée sans vitesse initiale, OG faisant un angle  $\theta_0$  avec la verticale, et reste parallèle à l'axe  $Oy$  lors de son mouvement.



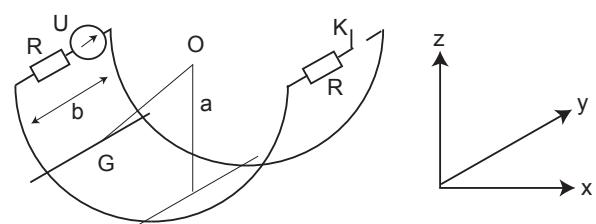
1) Décrire le mouvement de la barre pour des angles faibles. Donner des valeurs réalistes aux grandeurs du système et déduire le mouvement  $\theta(t)$ .

2) Faire un bilan énergétique.

3) On remplace la résistance  $R$  par un condensateur. Que dire de la fréquence obtenue ?

### Exercice 402 Mines 10 - Hamon

Une barre conductrice de masse  $m$  repose sur deux rails parallèles formant des demi-cercles de rayon  $a$ , distants de  $b$ , reliés à une de leurs extrémités par des résistances  $R$  et un générateur de fem  $U$ . Il règne un champ magnétique permanent  $\vec{B} = B\vec{e}_z$ . La barre reste parallèle à l'axe  $Oy$  lors de son mouvement et il n'y a pas de frottements.



1) Initialement, la tige est à sa position d'équilibre stable lorsqu'on ferme l'interrupteur  $K$ . Etudier le mouvement et donner ses caractéristiques. Oralement : expliquer physiquement la dépendance de  $\tau$  et  $\omega$  en les différents paramètres.

2) Que se passe-t-il si on rouvre  $K$  ?

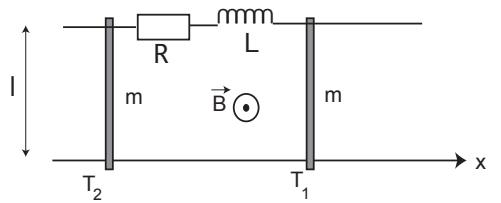
3) On remplace la résistance  $R$  par un condensateur. Que dire de la fréquence obtenue ?

### Exercice 403

Centrale 10 - Nicolas

On considère des rails avec une résistance  $R$  et une inductance  $L$  sur lesquels sont posés deux tiges  $T_1$  et  $T_2$  de masse  $m$ , de longueur  $l$  et de résistance négligeable, le tout plongée dans un champ  $\vec{B}$  constant perpendiculaire aux rails.

La tige 1 est soumise à une force  $\vec{f}_1 = F \cos(\omega t) \vec{e}_x$  et la tige 2 est soumise à  $\vec{f}_2 = F \cos(\omega t + \varphi) \vec{e}_x$ .



1) Sans calcul donner le déphasage  $\varphi$  tel qu'on ait une amplitude du courant maximale et minimale.

2) Déterminer l'amplitude de  $i$  en fonction de  $\omega$  et vérifier le résultat donné en 1)

3) Choisir des valeurs numériques et montrer s'il peut y avoir un maximum de l'intensité par rapport à  $\omega$  (autre qu'en 0).

### Exercice 404

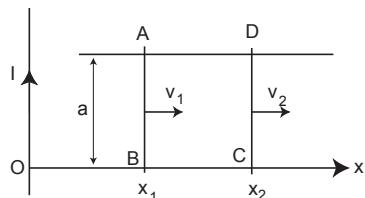
CCP 08 - Héraudeau

On considère le dispositif des rails de Laplace ci-contre :

On note  $\vec{v}_1 = \dot{x}_1 \vec{u}_x$  et  $\vec{v}_2 = \dot{x}_2 \vec{u}_x$

Le circuit a une résistance  $R$ . Le fil passant par O est parcouru par un courant d'intensité constante  $I$ .

- 1) Calculer de deux manières différentes la fem induite, en fonction de  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $\dot{x}_1$  et  $\dot{x}_2$ .
- 2) Calculer la puissance électrique dissipée dans le circuit.
- 3) Comparer cette valeur à la puissance des forces induites sur le circuit.

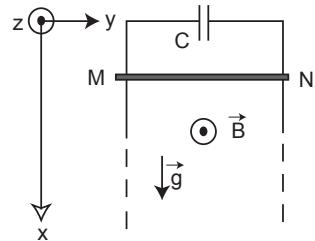


### Exercice 405

CCP 08 - Douguet

La barre MN de longueur  $L$  et de masse  $m$  se déplace dans le champ magnétique horizontal  $\vec{B} = B \vec{u}_z$ . On néglige les frottements.

- 1) En utilisant la loi de Lenz, indiquer le sens du courant dans le circuit (on suppose qu'à  $t = 0$  le condensateur est déchargé).
- 2) Calculer la fem induite de deux manières différentes.
- 3) Trouver deux relations entre  $i$  et  $\frac{dv}{dt}$ . Qu'en déduit-on sur le choix du sens de  $i$ ?
- 4) Calculer l'accélération  $a$ . Application numérique :  $m=10g$ ,  $B=1T$ ,  $l=0,2m$ ,  $C=100\mu F$ . Commentaires.



### Exercice 406

CCP 10 - Lambert

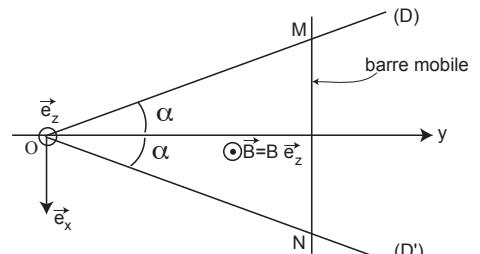
On considère la figure ci-contre où règne un champ  $\vec{B}$  uniforme. La barre se déplace à une vitesse constante  $v$  selon  $Oy$  en glissant sans frottement sur les droites conductrices D et D'.

1.a) Calculer la fem induite de deux manières différentes.

1.b) Donner le sens du courant.

2.a) Le circuit a une résistance  $R$  proportionnelle à la longueur totale du circuit :  $R = K(OM + MN + NO)$ . En déduire l'intensité du courant en fonction de  $\alpha$ ,  $B$ ,  $v$  et  $K$ .

2.b) Calculer la puissance que l'opérateur doit fournir pour déplacer la barre. Comparer à la puissance dissipée par effet Joule.



### Exercice 407

Centrale 07- Barrau

Deux rails métalliques parallèles, distants de  $L$ , sont inclinés d'un angle  $\alpha$  sur l'horizontale, et reliés par une résistance  $R$ . Une barre conductrice glisse sans frottement sur les rails, tout en restant perpendiculaire à la ligne de plus grande pente  $Ox$ , dans une région où règne un champ magnétique uniforme vertical  $\vec{B}$ .

- 1) Montrer qualitativement que la vitesse de la tige tend vers une vitesse limite  $v_o$  et donner son expression.
- 2) Représenter  $x(t)$ . Proposer une constante de temps  $\tau$ . Donner un moyen graphique de déterminer  $\tau$ .
- 3) Faire un bilan énergétique.
- 4) En admettant que le système extérieur reste à une température constante  $T_o$ , calculer, pour  $t \gg \tau$ , la création d'entropie par unité de temps.

### Exercice 408

Centrale 10 - Lambert

Deux spires conductrices  $S_1$  et  $S_2$  ont même axe  $Oz$  et des rayons respectifs  $a_1$  et  $a_2$ .  $S_1$  est fixe et parcourue par un courant  $I_o$ .  $S_2$  est libre de se déplacer sur  $Oz$  et de résistance  $R$ .

Déterminer le temps de chute sur une hauteur  $h$ .

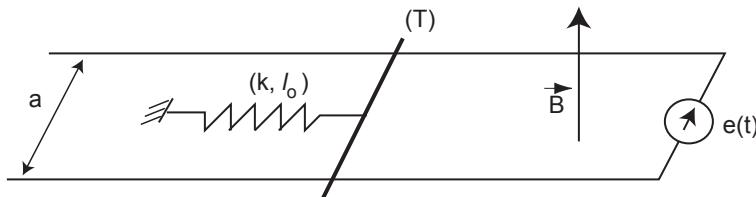
### Exercice 409 Mines 07- Urvoy

On considère deux rails conducteurs parallèles de résistance nulle sur lesquels sont posées perpendiculairement aux rails deux tiges CD et C'D' , l'ensemble des deux tiges ayant une résistance R. Un fil infini parcouru par un courant I est dans le même plan que les rails, à l'extérieur des rails, à une distance a du premier et  $b > a$  du second.

- 1) On déplace C'D' avec une vitesse  $v_o$ . Montrer que CD va se déplacer. Déterminer sa vitesse  $v(t)$ .
- 2) Initialement C'D' a une vitesse  $v_o$  et CD est immobile. Déterminer  $v(t)$  et  $v'(t)$  des deux tiges.
- 3) Effectuer un bilan énergétique.

### Exercice 410 Centrale 07- Thiberville

On considère une tige conductrice T de masse m reposant sur deux rails parallèles horizontaux distants de a. Le circuit est fermé par un générateur de fem  $e = e_o \cos(\omega t)$ . La tige est reliée à un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide  $l_o$ , dont l'autre extrémité est fixe. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique vertical uniforme. La résistance totale du circuit est R constante.



- 1) Montrer que le mouvement de la tige est celui d'un oscillateur harmonique amorti en régime sinusoïdal forcé. Donner les expressions de  $\omega_o$  et  $Q$ .

- 2) On donne le tracé de  $\frac{V_m}{V_o}$  en fonction de  $\frac{\omega}{\omega_o}$  où  $V_m$  est

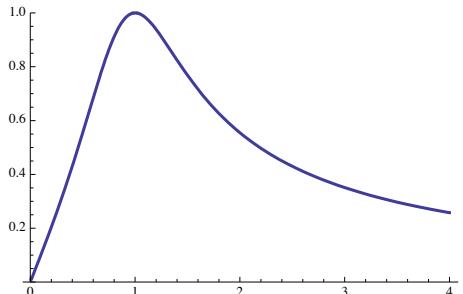
$$\text{l'amplitude de la vitesse et où } V_o = \frac{e_o B a}{R \sqrt{m k}} = X_o \omega_o.$$

Déduire du graphe la valeur de  $Q$ .

- 3) Les conducteurs sont en cuivre de conductivité  $\gamma = 6.10^7 S.m^{-1}$ . On souhaite que la résistance soit concentrée le plus possible dans la tige. Faut-il une tige de petit ou de grand diamètre ?

- 4) On donne  $R = R_{tige} = 3\Omega$ ,  $a=4\text{cm}$ . Calculer la section de la tige.

- 5) Définir la bande passante du système. Etablir un bilan énergétique.



### Exercice 411 Centrale 07- Rames + Centrale 08 - Vic + Centrale 11 - Plessis

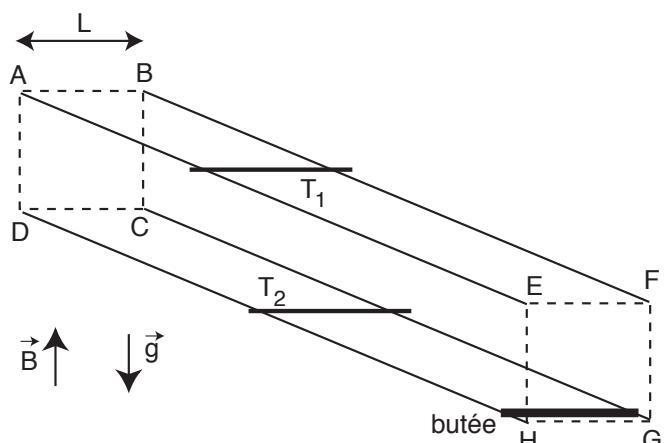
AE, BF, DH, et CG sont des barres parfaitement conductrices parallèles entre elles, et font un angle  $\alpha$  avec l'horizontale.  $T_1$  et  $T_2$  sont des barres conductrices de résistance R.

Ce système est placé dans un champ magnétique  $\vec{B}$  permanent vertical.

On dispose de 2 fils pour relier des points de (ABCD) et de 2 fils pour relier des points de (EFGH). Initialement  $T_2$  repose sur la butée.

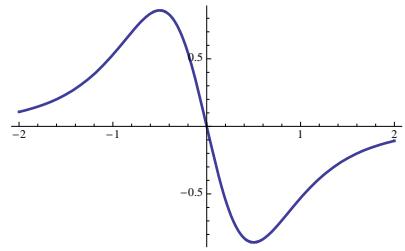
- 1) Comment positionner les fils pour que  $T_2$  quitte la butée quand on pose  $T_1$ ? Conditions sur les différents paramètres? Le décollement est-il immédiat?

- 2) On suppose les rails très longs et que le décollement se produit. Décrire le mouvement des barres au bout d'un temps très long.



### Exercice 412 Centrale 10 - Mauger

On cherche à vérifier la loi de Faraday sur l'induction. On fait remonter un aimant à travers une bobine grâce à une perceuse et on observe la tension  $u(t)$  aux bornes de la bobine. Le profil observé est représenté ci-contre.



On suppose que l'aimant remonte à vitesse constante  $\vec{v} = v\vec{e}_z$  suivant l'axe de révolution de la bobine. La bobine est filiforme. L'aimant est assimilable à un dipôle magnétique de moment  $\vec{M} = M\vec{e}_z$  qui génère un champ  $\vec{B} = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{e}_r + \sin \theta \vec{e}_\theta)$  en coordonnées sphériques.

- 1) A l'instant initial,  $u = 0$ . Quelle est la position de l'aimant à cet instant ?
- 2) Pourquoi l'expérience ne correspond-elle pas exactement à la réalité ?
- 3) Montrer que  $u(t)$  est de la forme  $\frac{Ct}{(1+Dt^2)^{5/2}}$ . A l'aide de Mathematica, déterminer  $M$  et  $v$ .

### Exercice 413 TPE 07 - Vergne

Un cylindre métallique plein homogène de rayon  $R$ , de longueur  $L$  et de conductivité  $\sigma$ , roule sans glisser sur un plan horizontal. A l'instant initial les points de son axe ont une vitesse  $\vec{v}_o$  lorsqu'il entre dans une région où règne un champ magnétique permanent uniforme colinéaire à  $\vec{v}_o$ .

- 1) Expliquer qualitativement le mouvement du cylindre.
- 2) Calculer le champ électromoteur  $\vec{E}_m(M) = \vec{v}(M, t) \wedge \vec{B}$  en un point  $M$  du cylindre.
- 3) Exprimer la résultante des actions de Laplace sur le cylindre et étudier le mouvement de celui-ci.

### Exercice 414 CCP 10 - Le Meur

Un fil infini confondu avec l'axe  $Oz$  est parcouru par  $I(t) = I_o \cos(\omega t)$ . Au niveau de O se trouve un tore d'axe  $Oz$  de section carrée de côté  $a$  et de rayon moyen  $\frac{3a}{2}$ , composé de  $N=10^4$  spires en série ayant une résistance  $R = 0,3\Omega$  plus un ampèremètre de résistance  $r = 0,2\Omega$ .

- 1) Schéma. Algébrisation des courants ?
- 2) Montrer que  $\vec{B} = B(r, z)\vec{u}_\theta$ .
- 3) Calculer  $\vec{B}$  à l'intérieur du tore. Que peut-on dire à l'extérieur du tore ?
- 4) Calculer le flux de  $\vec{B}$  à travers les N spires du tore.
- 5) Relation liant  $I(t)$  dans le fil et  $i(t) = i_m \cos(\omega t + \varphi)$  dans le tore. En déduire le rapport  $\frac{i_m}{I_o}$ . Intérêt du système ?

### Exercice 415 Centrale 09 - Fréour

Un solénoïde infini d'axe Oz et de centre O comporte  $n$  spires par unité de longueur. A l'intérieur, en O, se trouve une tige de longueur  $l$ , de masse  $m$ , de charge linéique  $\lambda$ , pouvant tourner autour de Oz qui lui est perpendiculaire.

Le moment d'inertie de la tige par rapport à Oz est  $J = \frac{ml^2}{12}$ .

Le courant dans le solénoïde passe de  $I_o$  à 0.

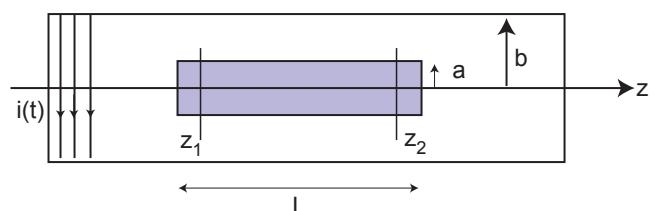
- 1) Expliquer pourquoi la tige initialement immobile se met en mouvement.
- 2) Déterminer la vitesse finale.
- 3) Faire une application numérique pour évaluer la vitesse finale. Commentaire ?

### Exercice 416 Centrale 10 - Hautbois

Soit un solénoïde infini de rayon  $b$  parcouru par un courant  $i(t) = I_m \cos(\omega t)$ . On y place une tige cylindrique creuse d'aluminium de même axe, de rayon  $a$ , d'épaisseur  $e \ll a$  et de longueur  $L \gg a$ . Pour négliger les effets de bord, on étudie la tige entre les abscisses  $z_1$  et  $z_2$ . On note  $\vec{B}_1$  le champ magnétique pour  $r \in [0, a]$ ,  $\vec{B}_2$  le champ magnétique pour  $r \in [a, b]$  et  $B_1$  et  $B_2$  les grandeurs complexes associées.

Données :  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} H.m^{-1}$ ;  $a = 2 \text{ cm}$ ;  $\gamma = 3,8 \cdot 10^7 \Omega^{-1} m^{-1}$ .

- 1) Expliquer l'apparition de courants surfaciques orthoradiaux puis calculer la densité de courant surfacique pour  $a \gg e$ .
- 2) En déduire  $\frac{B_2}{B_1}$ . Déterminer la pulsation de coupure. On mesure  $f_c = 28 \text{ kHz}$ . En déduire  $e$ .
- 3) Oralement : pouvait-on prévoir le type de filtre ?



### Exercice 417 Mines 09 - Bouacida

- 1) Une plaque de cuivre de conductivité  $\gamma$  est traversée par un champ magnétique  $\vec{B}$  variable. Elle s'échauffe. Pourquoi ?
- 2) Citer une expérience de cours sur les courants de Foucault.
- 3) Influence sur la conception industrielle ?

### Exercice 418 CCP 10 - Zannane

Soit une sphère de centre O et de conductivité électrique  $\gamma$ . Elle est plongée dans un champ magnétique uniforme  $\vec{B}_o = B_o \sin(\omega t) \vec{e}_z$ .

- 1) On néglige le champ magnétique induit devant  $\vec{B}_o$ . Déterminer la densité de courant  $\vec{j}$ .
- 2) Déterminer  $P_{Joule}$ .
- 3) Déterminer le champ induit en O.

### Exercice 419 CCP 10 - Jumppertz

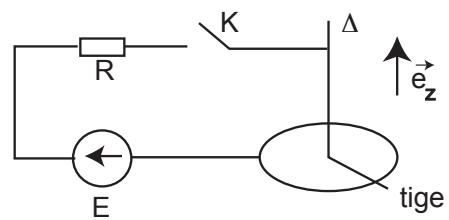
Soit un métal de conductivité  $\gamma = 6.10^7 \Omega^{-1} m^{-1}$  occupant le demi-espace  $y \geq 0$ . Le champ pour  $y < 0$  passe brusquement de  $\vec{0}$  à  $\vec{B}_o = B_o \vec{u}_x$ .

- 1) Équation vérifiée par  $\vec{B}$  en ARQS ? (Oralement : loi de Maxwell et démonstration)
- 2) On pose :  $\Gamma = \frac{y}{\sqrt{t}}$ . Montrer que  $B$  vérifie :  $\frac{d^2 B}{d\Gamma^2} = f(\Gamma) \frac{dB}{d\Gamma}$ . Donner l'expression de  $f(\Gamma)$ . (Oralement : parallèle avec l'équation de la chaleur?)
- 3) Montrer que  $\frac{dB}{d\Gamma} = F \exp(-\alpha^2 \Gamma^2)$ . En déduire  $B$ . Expliciter  $\alpha$  et  $F$ . On rappelle que  $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ . Allure de  $B(t)$  à  $y$  fixé ?
- 4) Calculer la densité de courant  $\vec{j}$ .

### Exercice 420 CCP 07 - Vergne

La tige peut tourner sans frottement autour de l'axe  $\Delta$ . Elle reste en contact avec une spire de rayon  $a$ . Elle a une longueur  $l$ , une masse  $m$  et un moment d'inertie  $J = ml^2/3$  autour de  $\Delta$ . La résistance totale du circuit est  $R$ . Le tout est placé dans un champ magnétique uniforme permanent  $\vec{B} = B \vec{e}_z$ . A  $t=0$ , on ferme l'interrupteur K.

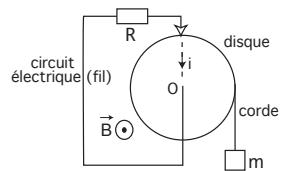
- 1) La tige se met à tourner. Expliquer le phénomène.
- 2) Exprimer l'équation différentielle régissant le mouvement de la tige.
- 3) Tracer le graphe représentant la vitesse angulaire  $\omega(t)$ .



### Exercice 421 Mines 11 - Vades

Disque de moment d'inertie  $J$  par rapport à son axe. Corde inextensible. Champ  $\vec{B}$  uniforme et permanent.

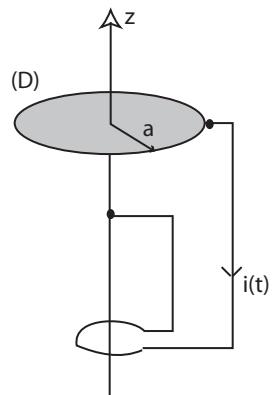
- 1) Etablir la loi du mouvement  $\omega(t)$ .
- 2) On insère une bobine dans le circuit électrique. Nouvelle loi  $\omega(t)$ ? Bilan énergétique.



### Exercice 422 Mines 07- Thiberville

Un disque D conducteur solidaire de l'axe  $Oz$  tourne à une vitesse  $\omega(t)$ . On relie le bord du disque à l'axe par un fil conducteur formant une petite spire centrée sur l'axe. On note  $R$  la résistance du circuit,  $L$  son inductance propre,  $J$  le moment d'inertie du disque par rapport à  $Oz$  et  $M$  le coefficient de mutuelle-inductance entre la spire et le disque.

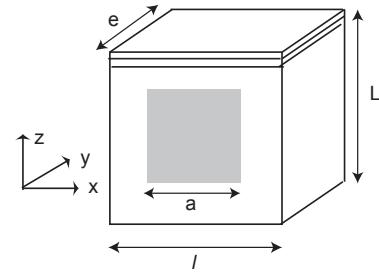
- 1) Trouver deux équations différentielles couplées vérifiées par  $i(t)$  et  $\omega(t)$ . En déduire les valeurs  $i_c$  et  $\omega_c$  en régime permanent.
- 2) On pose  $i(t)^2 = i_c^2 e^{2y}$  et on note  $i_o$  et  $\omega_o$  les valeurs initiales. Trouver  $y(0)$  et  $\dot{y}(0)$  puis une équation différentielle vérifiée par  $y$  (on posera  $\lambda^2 = \frac{\pi RL}{MJ}$ ).
- 3) Intégrer cette équation et en déduire le caractère périodique de  $y(t)$  et sa période.



### Exercice 423 TPE 09 - Bouacida

Une plaque est formée d'un empilement de lamelles rectangulaires (largeur  $e$ , longueur  $l$ ), conductrices de résistance  $r$ , isolées entre elles sauf aux extrémités. Elle se déplace avec une vitesse  $\vec{v} = v\vec{e}_z$ . Une portion carrée de côté  $a$  est soumise à un champ magnétique  $\vec{B} = B\vec{e}_y$

- 1) Quelle est la tension aux bornes d'une lamelle ?
- 2) Quelle est l'intensité dans une lamelle ?
- 3) Que vaut la force de Laplace exercée sur la plaque ? Commenter.
- 4) Que vaut la puissance ? Commenter.



### Exercice 424 Centrale 07- Giacinti

Un projectile assimilable à un dipôle magnétique de moment  $\vec{M}$  se déplace à une vitesse  $v$  constante le long de l'axe d'une spire coupée entre A et B, reliée à un oscilloscope d'impédance infinie.

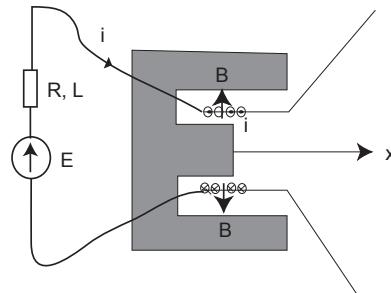
- 1) Calculer  $V_A - V_B$  en fonction de  $z$ . Tracer l'allure du graphe. Le potentiel créé par le dipôle est rappelé :

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{M} \wedge \vec{OM}}{OM^3}$$

- 2) On utilise 2 spires distantes de quelques dizaines de millimètres. Comment peut-on obtenir  $v$  expérimentalement, à partir des graphes des oscilloscopes ?

### Exercice 425 Mines 07- Perigaud

Un haut-parleur électrodynamique est composé d'un aimant créant un champ magnétique  $\vec{B}$  radial dans un entrefer annulaire, d'une bobine cylindrique comportant  $N$  spires dans l'entrefer. Toutes les spires sont donc plongées dans le champ radial et en tout point de chaque spire,  $\vec{B}$  est perpendiculaire à la spire et de même norme. La résistance du circuit est  $R$ , son coefficient d'autoinductance est  $L$ . Cette bobine peut subir de faibles déplacements axiaux selon  $Ox$ . La bobine est solidaire d'une membrane qui peut osciller autour d'une position moyenne grâce à un ressort de raideur  $k$ . La masse de l'ensemble (bobine+membrane) est  $m$ . La longueur totale du bobinage est  $l$ .

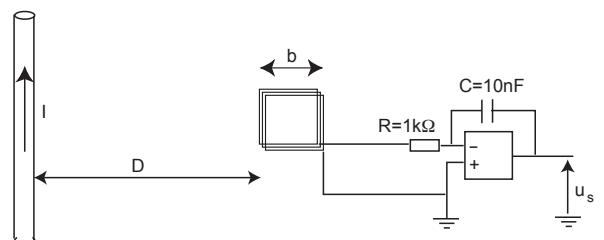


- 1) On fait circuler un courant  $i(t)$  dans la bobine. La membrane subit de la part de l'air une force de frottement de mesure algébrique  $-h \frac{dx}{dt}$  sur l'axe  $Ox$ , avec  $h > 0$  et une force  $\vec{F} = F\vec{e}_x$ . La bobine est reliée à une source de tension de f.e.m.  $E(t)$ . Ecrire les équations différentielles vérifiées par  $x(t)$  et  $i(t)$ .

- 2) Montrer qu'il existe une fonction  $U$  telle que  $\frac{dU}{dt} = F.v + Ei - hv^2 - Ri^2$ . Signification physique des différents termes ?

### Exercice 426 Centrale 08 - Le Douget

Un câble de très grande longueur, parallèle à  $Oz$ , est parcouru par une intensité  $I$  uniformément répartie en volume. Le rayon du câble est  $a = 1\text{cm}$ . On dispose un cadre carré de côté  $b = 5\text{cm}$  dans le plan  $xOz$  à une distance  $D$  du câble. Il est constitué de  $n = 100$  spires de fil de conductivité  $\gamma = 6.10^7 \text{S.m}^{-1}$ . On réalise le montage ci-contre où  $D \gg a$  et  $D \gg b$  :

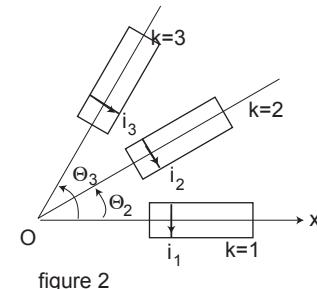
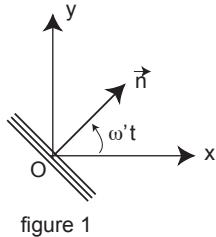


- 1) Déterminer la puissance consommée dans le câble par unité de longueur lorsqu'on procède à chacune des expériences suivantes :

- a) On retourne le cadre. A la fin de cette expérience  $u_s = u_1 = 5\text{V}$ .
- b) A partir de cette position, on translate le cadre dans son plan d'une longueur  $L=10\text{m}$ . A la fin,  $u_s = \frac{3}{4}u_1$ .
- 2) On donne les valeurs du champ magnétique terrestre : composante verticale  $B_{Tv} = 58\mu\text{T}$  et composante horizontale  $B_{Th} = 47\mu\text{T}$ . Celui-ci a-t-il une influence sur les mesures précédentes ?
- 3) Supposons que le champ terrestre est du même ordre de grandeur que celui créé par le fil. Comment doit-on orienter le cadre pour que le champ magnétique terrestre n'influe pas sur les mesures ?

**Exercice 427** Mines 09 - Leduc +  
Mines 10 Joubert (1)

On considère une bobine plate de  $N$  spires (figure 1), de surface  $S$ , tournant autour de l'axe Oz avec une vitesse angulaire  $\omega'$ . Son auto-inductance est  $L$  et sa résistance  $R$ .



- 1) On considère  $M$  solénoïdes identiques parcourus par un courant  $i_k = I_o \cos(\omega t - \frac{2\pi}{M}(k-1))$ , pour  $k \in [1, M]$ , et dont les axes font un angle  $\theta_k = \frac{2\pi}{M}(k-1)$  avec Ox (figure 2). Montrer que le champ créé en O,  $\vec{B}(O)$  est une champ tournant à la vitesse angulaire  $\omega$ .

2) On se place dans le cas  $\omega' \neq \omega$  et on note  $\Omega = \omega - \omega'$  et  $\phi_o = NB(O)S$ . Calculer la valeur moyenne  $\langle \Gamma \rangle$  du couple exercé sur la bobine et tracer la courbe  $\langle \Gamma \rangle = f(\omega')$ . Quand le couple est-il moteur et quand est-il résistant ? Justifier.

3) La bobine est soumise en plus à un couple résistant de frottement fluide de module  $|\Gamma_f| = \alpha + \beta\omega'^2$  avec  $\alpha < (\langle \Gamma(\omega' = 0) \rangle)$ . Tracer la courbe  $|\Gamma_f| = f(\omega')$  sur le graphe précédent. Y a-t-il des positions d'équilibre ? Sont-elles stables ou instable ?

**Exercice 428** Mines 08 - Raimbaud

Le moteur est constitué d'une partie fixe (stator) et d'une partie mobile (rotor). Ce dernier est composé d'une bobine plate de surface totale  $S$ , de résistance  $R$ , d'autoinductance  $L$ . La normale  $\vec{n}$  à la bobine fait un angle  $\omega t + \alpha$  avec  $\vec{u}_x$ ,  $\alpha$  étant constant.

La bobine est parcourue par un courant  $i$ .

$$R = 10\Omega, L = 0,1H, S = 25m^2.$$

Le stator crée un champ tournant  $\vec{B} = B_o(\cos(\omega_o t)\vec{u}_x + \sin(\omega_o t)\vec{u}_y)$   
 $B_o = 5 \cdot 10^{-2} T, \omega_o = 100 rad.s^{-1}$

- 1) Calculer le couple  $\vec{\Gamma}(t)$  induit par le champ magnétique, puis sa valeur moyenne  $\langle \Gamma(t) \rangle = \Gamma_m$

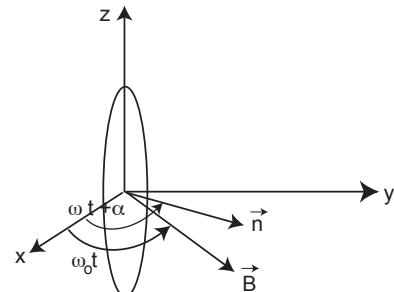
- 2) Tracer  $\Gamma_m$  en fonction de  $\omega$ .

- 3) On introduit un couple résistant  $-\Gamma_o \vec{u}_z$ . Quel est le comportement du moteur  
 - au démarrage ?

- au bout d'un temps très long ?

Pourquoi le système est-il considéré comme moteur ?

- 4) Calculer la puissance moyenne du moteur.



**Exercice 429** ENSIIE 08 - Raimbaud

Une barre verticale AB se déplace sans frottement le long de deux rails horizontaux parallèles conducteurs de résistance considérée comme nulle. La résistance de la barre est  $R$ , sa vitesse  $\vec{V} = \frac{dx}{dt} \vec{e}_x$ , sa longueur  $AB=L$ .

- 1) Calculer la fem induite.

2) Calculer la force exercée sur la barre. En déduire l'équation différentielle vérifiée par  $V$  en considérant que la barre n'est soumise qu'à cette force.

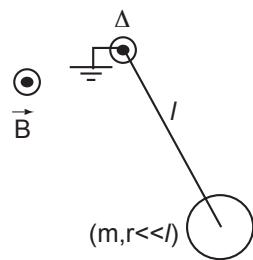
3) On note  $V_o = V(0)$  la vitesse initiale. Intégrer l'équation précédente. De quelle distance  $D$  la barre s'est-elle déplacée ?

- 4) Calculer l'intensité  $I(t)$ . En déduire l'énergie dissipée par effet Joule. Interprétation ?

**Exercice 430** X 07- Hinaux

Un pendule pesant est constitué d'une tige de longueur  $l$ , de masse négligeable et d'une boule de rayon  $r \ll l$  et de masse  $m$  à son extrémité. Tous deux sont parfaitement conducteurs. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique permanent horizontal  $\vec{B}$  parallèle à l'axe de rotation. Ce dernier est relié au potentiel nul.

- 1) Déterminer la période des oscillations. Discuter le résultat.  
 2) Cas où la tige n'est plus parfaitement conductrice et a une conductivité  $\gamma$ .



**Exercice 431** X 07- Laurent

Une spire horizontale torique a un diamètre D et une section de diamètre d. Sa masse volumique est  $\mu$  et sa résistivité  $\rho$ . Elle tombe dans un champ magnétique vertical  $\vec{B} = B_o(1 + kz)\vec{u}_z$ .

Déterminer la vitesse limite de la spire.

**Exercice 432** X 09 - Leduc

Une spire supraconductrice (de résistivité nulle) est mise en mouvement dans l'espace où règne initialement un champ magnétique uniforme  $\vec{B}_o$ . Elle a un coefficient d'auto-induction L.

- 1) Montrer que le flux magnétique à travers la spire est nul.
- 2) En déduire le courant parcourant la spire.
- 3) Calculer le champ  $\vec{B}$  au centre de la spire. Tracer l'allure de l'intensité de  $B$  dans le plan de la spire.
- 4) Calculer le travail nécessaire pour amener la spire dans cette région de l'espace.
- 5) On lâche la spire dans le vide. Que se passe-t-il ? Commenter.

**Exercice 433** X 10 - Thiberville

On considère un spire de rayon a et d'axe Ox. On place sur cet axe un moment orienté selon Ox.

- 1) Donner l'équation du mouvement du moment.
- 2) Petites oscillations ?
- 3) On considère que le moment arrive de  $-\infty$  avec une vitesse  $v_0$ .
  - a) Donner l'expression de la vitesse maximale.
  - b) Exprimer le travail à fournir.

*J'ai bien réussi jusqu'à la dernière question, où il m'a posé beaucoup de questions : Pourquoi il faut fournir du travail (induction), calculer le courant induit, expression du champ magnétique créé par un moment magnétique dans l'espace (j'ai donné une expression en disant que c'était quelque chose comme ça, il m'a dit que ça ressemblait à ça), puis calcul du coefficient de mutuelle inductance, qu'est-ce que ça change dans le calcul.*

**Exercice 434** X 11 - Fard

Soit  $\vec{M}$  un dipôle magnétique centré en O restreint à tourner selon l'axe Oz. On note  $\vec{B}_T = B_T \vec{u}_x$  le vecteur champ magnétique terrestre constant. On place autour du dipôle une spire de centre O dans le plan xOz.

- 1) Position d'équilibre de  $\vec{M}$ . Pulsation des petites oscillations (la spire ne joue aucun rôle ici) ?
- 2) On fait passer un courant  $I$  constant dans la spire. Mêmes questions. Physiquement, à quoi correspond la position d'équilibre stable ?
- 3) On n'impose plus de courant dans la spire. Qualitativement que va-t-il se passer ? A quoi correspond le nouveau terme dans l'équation du mouvement ?

