Exercices de révision pour les oraux : Série 1.

1. Filtrage et impédance itérative

Le dipôle AB est étudié en régime sinusoïdal forcé de pulsation ω. L'impédance de charge est notée Z, voir la figure 1.

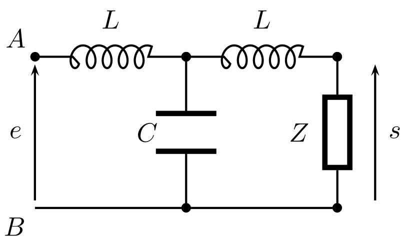

FIGURE 1 – Impédance itérative

1. Déterminer l'impédance $Z(\omega)$ pour que l'impédance équivalente au dipôle AB se confonde avec $Z(\omega)$. On suppose que cette condition est réalisée par la suite. Donner les expressions de R_0 valeur de $Z(\omega)$ pour $\omega \to 0$ et de ω_c valeur de ω pour laquelle on a $Z(\omega) = 0$.
2. On impose maintenant $Z = R_0$ et on attaque le dipôle par un générateur de force électromotrice $e_g(t) = E_0 \cos \omega t$ et de résistance interne R_0. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H} = s/e$ et tracer les diagrammes de Bode correspondants. On posera $x = \omega/\omega_c$.
3. Si l'on considère la fonction de transfert $\underline{H}' = s/e_g$, on arrive au résultat suivant :

$$\underline{H}' = \frac{1}{2 + 4(jx) + 4(jx)^2 + 2(jx)^3}$$

Expliquer le comportement en basse fréquence de cette fonction de transfert.

Réponses : $Z^2 = \frac{L}{C}(2 - LC\omega^2)$, $R_0 = \sqrt{\frac{2L}{C}}$, $\omega_c = \sqrt{\frac{2}{LC}}$, le théorème de MILLMAN appliqué entre les deux bobines conduit à $V = \frac{e+s}{2(1+(jx)^2)}$, le diviseur de tension à $s = V\frac{1}{1+(jx)}$, on en déduit $H = \frac{1}{1+2(jx)+2(jx)^2+2(jx)^3}$, en basse fréquence le condensateur est un interrupteur ouvert et les bobines des fils, on obtient un pont diviseur de tension constitué de deux résistances R_0 en série, l'effet est donc bien une division par deux, il est logique de trouver alors $\underline{H}' = \frac{1}{2}$.

2. Critère de Shannon

Un signal téléphonique a son spectre limité à $3,4\,\text{kHz}$ pour réduire son encombrement spectral. Il est échantillonné à $F_e = 8,0\,\text{kHz}$. Pour la réalisation d'un CD audio, on souhaite conserver la fréquence maximale du domaine audible qui est de $20,0\,\text{kHz}$. Le signal audio est échantillonné à $F_e = 44,1\,\text{kHz}$.

1. Lorsque la condition de SHANNON est respectée, combien d'échantillons sont prélevés au minimum par période d'un signal $s(t)$ sinusoïdal ?
2. Le critère de Shannon est-il respecté pour la téléphonie et pour le CD audio ?
3. Présenter sur deux graphiques l'allure du spectre du signal téléphonique et l'allure du spectre de ce même signal une fois qu'il a été échantillonné. Ce dernier spectre fait apparaître une zone vide appelée zone de transition, quelle est sa taille ?
4. Comparer la largeur du spectre et la largeur de la zone de transition aussi bien dans le cas du signal téléphonique échantillonné que dans le cas du signal audio échantillonné.
5. En comparant les deux résultats de la question précédente, comparer les qualités des filtres nécessaires pour restituer le signal dans chacun des cas.

Réponses : le cas limite est $f = F_e/2$ on prélève deux échantillons par période ; dans les deux cas on a $f_{max} < F_e/2$ le critère de SHANNON est respecté ; l'échantillonnage introduit, entre autres, les fréquences $F_e - f$ pour la téléphonie on a $F_e - f_{max} = 4,6\,\text{kHz}$ la zone de transition est donc de $[3,4\,\text{kHz}; 4,6\,\text{kHz}]$ alors que pour le CD audio c'est $[20\,\text{kHz}; 24,1\,\text{kHz}]$; en valeur relative on a dans le premier cas $\frac{1,2}{3,4} = 0,35$ alors que pour le CD c'est $\frac{4,1}{20} = 0,21$; pour ne pas récupérer de fréquences non présentes dans le signal de départ il faut des filtres passe-bas, celui nécessaire au signal audio doit avoir une atténuation plus forte que pour le signal téléphonique car il y a doit y avoir une bonne atténuation sur un intervalle relatif de fréquence plus petit.

3. Particule libre sur un cercle

Une particule quantique de masse m est libre de se déplacer sur un cercle de rayon R. La position d'un point M sur le cercle est repérée par l'angle θ.

1. Proposer une équation de SCHRÖDINGER indépendante du temps pour ce problème.
2. Quelle condition aux limites pour une fonction d'onde stationnaire ψ peut-on proposer ?
3. En déduire l'ensemble des solutions stationnaires $\psi_n(\theta)$ où n est un entier relatif.
4. Quelles sont les solutions associées $\psi_n(\theta,t)$?
5. Comment expliquer que les états correspondants à $\pm n$ aient même énergie ?

Réponses : $V(\theta)\psi(\theta) = \frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\theta) + E\psi(\theta)$, la particule est libre donc $V=0$ en utilisant le laplacien en coordonnée polaire ou en transposant x à $R\theta$, on obtient $\frac{\hbar^2}{2mR^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} + E\psi(\theta) = 0$; la fonction doit nécessairement être 2π périodique, on doit donc avoir $\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2} + \frac{2mR^2E}{\hbar^2}\psi = 0$ avec $\frac{2mR^2E}{\hbar^2} > 0$; on a donc nécessairement des solutions harmoniques de la forme $\psi(\theta) = A\exp i\frac{\sqrt{2mE}R}{\hbar}\theta + B\exp -i\frac{\sqrt{2mE}R}{\hbar}\theta$; pour respecter la périodicité il est indispensable que $\exp \pm i\frac{\sqrt{2mE}R}{\hbar}2\pi = 1$ il faut donc que $\frac{\sqrt{2mE}R}{\hbar} = n$, en proposant un entier relatif n, on peut écrire que $\psi(\theta) = A\exp in\theta$; il faut normaliser la probabilité pour obtenir $A\int_0^{2\pi}|\psi|_n^2 R\mathrm{d}\theta = 2\pi RA^2$, on a donc $\psi_n(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}}\exp in\theta$; on trouve que $E_n = \frac{n^2\hbar^2}{2mR^2}$, la solution dépendant du temps prend l'expression $\psi_n(\theta,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi R}}\exp i(n\theta - \frac{E_n}{\hbar}t)$; le changement de signe n en $-n$ correspond à la situation de particule qui parcourent les angles θ en sens contraire.

4. Fluctuations d'énergie

On considère un système de N particules indépendantes, pouvant être dans des états d'énergies discrètes E_1, E_2,…, E_i,…. Le système est à l'équilibre thermique à la température T. On note :

$$z(\beta) = \sum_{i\gg 1}\exp -\beta E_i \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{1}{k_BT}$$

1. Exprimer l'énergie moyenne $\overline{\varepsilon}$ d'une particule en fonction de la dérivée de $\ln z(\beta)$ par rapport à β.
2. Montrer que l'écart quadratique moyen de l'énergie d'une particule $\Delta\varepsilon$ est tel que :

$$(\Delta\varepsilon)^2 = \frac{\mathrm{d}^2\ln z}{\mathrm{d}\beta^2}$$

3. Relier la capacité thermique C_V du système total à $(\Delta E)^2$, où E est l'énergie des N particules. Commenter.

Réponses : on a $\overline{\varepsilon} = \sum_{i\gg 1} p_iE_i$ avec $p_i = \frac{1}{z}\exp -\beta E_i$, on remarque que $\frac{\mathrm{d}\ln z}{\mathrm{d}\beta} = \frac{1}{z}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\beta}$ et donc $\frac{\mathrm{d}\ln z}{\mathrm{d}\beta} = \frac{1}{z}\sum_{i\gg 1}(-E_i)\exp -\beta E_i$, on remarque que $\overline{\varepsilon} = -\frac{\mathrm{d}\ln z}{\mathrm{d}\beta}$; on a :

$$\frac{\mathrm{d}^2\ln z}{\mathrm{d}\beta^2} = \frac{1}{z}\sum_{i\gg 1}E_i^2\exp -\beta E_i - \frac{1}{z^2}\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\beta}\sum_{i\gg 1}(-E_i)\exp -\beta E_i$$

on trouve que :

$$\frac{\mathrm{d}^2\ln z}{\mathrm{d}\beta^2} = \overline{\varepsilon^2} - (\overline{\varepsilon})^2 = (\Delta\varepsilon)^2$$

pour N particules on a donc $\overline{E} = N\overline{\varepsilon}$ et $(\Delta E)^2 = N(\Delta\varepsilon)^2$; on a $C_V = N\frac{\mathrm{d}\overline{\varepsilon}}{\mathrm{d}T} = \frac{1}{k_BT^2}(\Delta E)^2$.

5. Oscillateur à deux points d'attache

Une barre homogène de masse m de longueur $2a$ est maintenue horizontale grâce à deux ressorts identiques fixés à ses extrémités. Les ressorts possèdent une longueur à vide l_0 et une constante de raideur k. Le moment d'inertie de la barre en son centre d'inertie G par rapport à un axe qui lui est perpendiculaire est noté $J = \dfrac{1}{3}ma^2$. Voir la figure 2.

1. Déterminer la longueur des ressorts lorsque la barre est à l'équilibre.
2. On va maintenant déplacer l'extrémité A de sa position d'équilibre d'une longueur x_0. Cette longueur est suffisamment petite pour que l'on puisse considérer comme quasiment verticaux tous les déplacements de B notés $y(t)$ et aussi ceux de A notés $x(t)$. Décrire qualitativement ce qu'il se produit lorsqu'on lâche sans vitesse initiale les extrémités A et B.

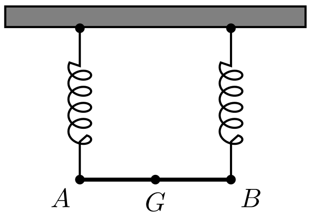

FIGURE 2 – Solide articulé

3. Étudier $x(t)$ et $y(t)$.

Réponses : $l_{eq} = l_0 + \frac{mg}{2k}$, $\ddot{x} + \ddot{y} + \frac{2k}{m}(x+y) = 0$, $\theta = \frac{x-y}{2a}$, $\frac{1}{3}ma^2\ddot{\theta} = ak(y-x)$, $\ddot{x} - \ddot{y} + \frac{6k}{m}(x-y) = 0$, $x = \frac{x_0}{2}[\cos\sqrt{\frac{2k}{m}}t + \cos\sqrt{\frac{6k}{m}}t]$, $y = \frac{x_0}{2}[\cos\sqrt{\frac{2k}{m}}t - \cos\sqrt{\frac{6k}{m}}t]$.

6. Oscillations d'un ballon qui flotte sur l'eau

On considère un ballon de rayon R qui flotte sur une étendue d'eau supposée au repos. Le ballon au repos est à moitié immergé dans l'eau.

1. Déterminer la relation qui existe entre la masse volumique de l'eau et la masse volumique moyenne du ballon. En déduire la valeur de sa densité moyenne.
2. On enfonce un petit peu le ballon dans l'eau à partir de sa position d'équilibre et on relâche la pression exercée sur le ballon. Montrer que le ballon effectue des oscillations dont on déterminera la pulsation propre.

Réponses : L'étude s'effectue dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen. À l'équilibre le ballon subit son poids et la poussée d'ARCHIMÈDE. Elles se compensent. Si $\vec{e}_z$ est le vecteur unitaire d'un axe orienté selon la verticale ascendante, on a $-\mu V d\vec{e}_z + \mu_{eau}\frac{V}{2}g\vec{e}_z = \vec{0}$. On en déduit que $\mu = \frac{\mu_{eau}}{2}$, la densité moyenne du ballon est $d = \frac{\mu}{\mu_{eau}} = \frac{1}{2}$. Si le centre d'inertie du ballon est au-dessus du niveau de l'eau d'une altitude z, alors le volume immergé dans l'eau est plus petit qu'à l'équilibre. Il faut calculer son expression. Pour cela, on considère des disques situés en z' de hauteur $\mathrm{d}z'$ et de rayon r' tel que $r'^2 = R^2 - z'^2$. Le volume élémentaire est $\mathrm{d}V_{im} = \pi r'^2 \mathrm{d}z' = \pi(R^2 - z'^2)\mathrm{d}z'$. On intègre sur z' entre $z' = z$ et $z' = R$. On obtient $V_{im} = \frac{4\pi R^3}{3}\left[\frac{1}{2} + \frac{z^3}{4R^3} - \frac{3z}{4R}\right]$. La relation de la Dynamique s'écrit $\mu V\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} = -\mu V g + 2\ muV_{im}$. On arrive à $\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} = -g + (1 + \frac{z^3}{2R^3} - \frac{3z}{2R})g$. En négligeant les termes d'ordre 3 puisque les oscillations seront de faibles amplitudes, on obtient l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique $\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} + \frac{3g}{2R}z = 0$ de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{2R}}$.

7. Sphère dans un réfrigérateur

Tous les solides seront considérés comme des corps noirs. On rappelle la loi du rayonnement de STEFAN-BOLTZMANN $j_{ray} = \sigma T^4$ ainsi que la loi de WIEN $\lambda_{max}T = 2\,895\,\mu\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}$.

Une sphère d'aluminium de masse m et de surface S est portée à la température de $T_0 = 283\,\mathrm{K}$ puis placée dans une enceinte vide dont les parois sont maintenues à la température $T_1 = 278\,\mathrm{K}$. On suppose que la chaleur massique c de l'aluminium est indépendante de la température. On rappelle la loi du rayonnement de STEFAN-BOLTZMANN $j_{ray} = \sigma T^4$ ainsi que la loi de WIEN $\lambda_{max}T = 2\,895\,\mu\mathrm{m}\cdot\mathrm{K}$.

1. Exprimer la puissance reçue par la sphère et la puissance qu'elle émet.
2. Faire le bilan thermique de la sphère pendant l'intervalle de temps $\mathrm{d}t$. Montrer que l'écart de température entre les deux corps étant faible, on peut linéariser les échanges thermiques. On notera λ la constante de proportionnalité entre l'énergie reçue par la sphère et le produit $(T - T_1)\mathrm{d}t$. En déduire l'équation différentielle donnant la température T de la sphère en fonction du temps.
3. Établir la loi $T = f(t)$. Expliciter la constante de temps τ d'évolution de la température.
4. A.N. : $m = 0,12\,\mathrm{kg}$, $\mu = 2700\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$, $c = 910\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$ et $\sigma = 5,7\times10^{-8}\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{K}^{-4}$.

Réponses : $\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} + \frac{\lambda}{mc}T = \frac{\lambda}{mc}T_1$, $\lambda = \sigma 4T_1^3 S$, $S = 4\pi R^2$, $T = T_1 + (T_0 - T_1)\exp -\frac{t}{\tau}$ avec $\tau = \frac{mc}{\lambda}$, $R = 2,2\,\mathrm{cm}$, $\tau \simeq 1\,\mathrm{h}$.

8. Rayonnement dipolaire électromagnétique

1. Rappeler les équations de MAXWELL. Les particulariser dans le vide. Retrouver l'équation de propagation d'une onde électromagnétique dans le vide. Quelle est sa célérité ?

   On utilise les coordonnées sphériques. Un dipôle oscillant de moment dipolaire p est placé à l'origine et dirigé selon l'axe Oz. En un point M situé à une distance $r \gg \lambda$, l'onde est assimilée à une onde plane. Le champ créé par le dipôle vaut : $\vec{E} = \dfrac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r}k^2\exp(-jkr)\vec{e}_\theta$ avec $p = p_0\exp j\omega t$.
2. Donner les coordonnées du champ magnétique .
3. Calculer le vecteur de POYNTING. Donner sa signification puis sa valeur moyenne dans le temps.
4. Calculer le flux du vecteur de POYNTING à travers une sphère de rayon r. Remarque ? Calculer la puissance moyenne rayonnée $P_{moy}(\omega)$.
5. Trouver une application à la dernière expression trouvée sachant qu'à haute altitude, l'atmosphère rayonne comme un dipôle.

Réponses : $\vec{B} = \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 cr}k^2\exp(-jkr)\vec{e}_\varphi$, $\vec{\Pi} = \frac{p_0^2 c\sin^2\theta}{16\pi^2\varepsilon_0 r^2}k^4\cos^2(\omega t-kr)\vec{e}_r$, flux indépendant de r, $P_{moy}(\omega) = \frac{p_0^2\omega^4}{12\pi\varepsilon_0 c^3}$, bleu du ciel.

9. Guide d'ondes et ondes TM

On considère une onde électromagnétique se propageant entre deux plans conducteurs parfaits d'équation $y = 0$ et $y = a$. Le champ magnétique de cette onde est :

$$\vec{B} = B_z(y)\exp\left[i\left(\omega t - kx\right)\right]\vec{e}_z$$

1. Quelle est la direction de propagation de l'onde ? Pourquoi cette onde est-elle qualifiée de TM, c'est-à-dire de Transversale Magnétique ? Cette onde est-elle plane ?
2. Calculer le champ électrique $\vec{E}$ de cette onde.
3. Trouver l'équation différentielle du second ordre vérifiée par $B_z(y)$. Quelles sont les solutions possibles selon k et ω ?
4. Exprimer les conditions aux limites du champ électrique. Quelles conditions doit vérifier $\dfrac{\mathrm{d}B_z(y)}{\mathrm{d}y}$? Quelle solution est donc possible pour $B_z(y)$?
5. Calculer le vecteur de Poynting et la puissance moyenne qui traverse une section de largeur $z = b$ de l'espace inter-conducteur.

Réponses : Ox, TM car $\vec{B}\perp Ox$, non plane car B_z fonction de y, $\vec{E} = \frac{c^2}{\omega}(-i\frac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}y}\vec{e}_x + kB_z\vec{e}_y)\exp\left[i\left(\omega t - kx\right)\right]$, $\frac{\mathrm{d}^2B_z}{\mathrm{d}y^2}+(\frac{\omega^2}{c^2}-k^2)B_z = 0$ solutions exponentielles réelles, affines, sinusoïdales, $\left.\frac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}y}\right|_{y=0,a} = 0$, solutions sinusoïdales du type $B_z = B_0\cos\frac{n\pi y}{a}$, $<\vec{\Pi}>_{y,t}= \frac{B_0^2}{4\mu_0}\frac{c^2k}{\omega}\vec{e}_x$, $P_{moy} = \frac{B_0^2}{4\mu_0}\frac{c^2k}{\omega}ab$ avec $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{n^2\pi^2}{a^2}$.

10. Principe du laser

Un laser à impulsions est formé d'une cavité à deux miroirs M et M' plans, parallèles, distants de L, voir la figure 3. M est totalement réfléchissant mais le coefficient de réflexion en énergie de M' est très légèrement inférieur à 1 pour permettre la sortie du faisceau. Un dispositif non précisé (dit de pompage) assure l'excitation du milieu emplissant cette cavité et l'émission d'ondes lumineuses issues de la désexcitation. On ne considère que les ondes qui se propagent le long de l'axe commun aux deux miroirs.

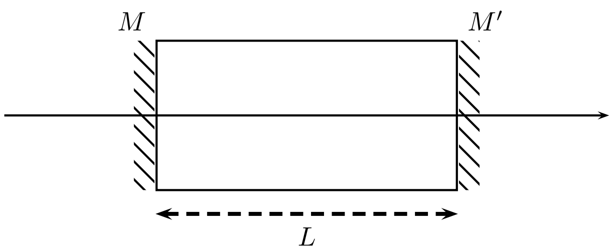

FIGURE 3 – Cavité Laser

1. À quelle condition un système d'ondes stationnaires peut-il s'établir dans cette cavité ?

2. L'effet laser (d'émission cohérente) ne se produit que dans un intervalle bien défini de fréquences, fonction de la nature du milieu qui emplit la cavité :

$$\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} < \omega < \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}$$

Chaque pulsation possible porte le nom de mode du laser. Déterminer le nombre de modes possibles.

3. Tous ces modes ont la même amplitude et la même phase. On observe en sortie du laser une succession d'impulsions lumineuses de même longueur d'onde λ, séparées par un intervalle de temps T, de très courte durée τ. On mesure $\lambda = 628\,\text{nm}$, $T = 3,33\,\text{ns}$, $\tau = 200\,\text{ps}$. En déduire ω_0, $\Delta\omega$ et L. On prendra $c = 3\times 10^8\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. On pourra ici utiliser le résultat suivant :

$$f_p(u) = \frac{\sin^2\frac{pu}{2}}{\sin^2\frac{u}{2}} \quad \text{avec} \quad p \in \mathbb{N}^*$$

Cette fonction présente des maxima très nets pour $u = 2k\pi$ avec ($k \in \mathbb{Z}$), égaux à p^2, de faible largeur à la base égale à $4\pi/p$. On appelle ici largeur à la base d'un maximum la différence entre les deux valeurs de u les plus proches du maximum et qui annulent f_p.

4. En réalité, les miroirs d'une telle cavité ne sont pas plans mais sphériques, identiques et dont les foyers sont confondus. Expliquer pourquoi.

Réponses : $L = n\frac{\lambda}{2}$, $n_1 < n < n_2$, $n_i = \frac{L}{\pi c}(\omega_0 \pm \frac{\Delta\omega}{2})$, $L = 50\,\text{cm}$, $\omega_0 = 3\times 10^{15}\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$, $\tau = \frac{4L}{c(n_2-n_1)}$, $\Delta\omega = 6,3\times 10^{10}\,\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

11. Interférences perpendiculairement à l'axe des sources

On considère deux sources lumineuses S_1 et S_2 monochromatiques de longueur d'onde λ et cohérentes. K est le milieu de S_1S_2. Voir la figure 4. On donne $S_1S_2 = a$ et $KO = D$.

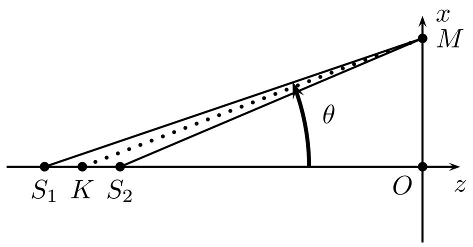

FIGURE 4 – Dispositif interférentiel

1. Calculer la différence de marche δ entre les rayons émis par chacune des sources et arrivant en M. On considérera que l'angle θ est petit et que $a \ll D$.
2. Décrire assez précisément ce que l'on peut observer sur l'écran.
3. Déterminer l'ordre d'interférences p_0 au point O. Discuter.
4. On se place dans le cas où il existe un point brillant au centre de la figure. Déterminer la distance $x_n = OM$ telle que sur celle-ci on observe n franges brillantes. Que peut-on dire de l'interfrange ?
5. Quelle analogie peut-on faire avec un autre dispositif interférentiel ? Préciser clairement.

Réponses : On peut raisonner sur M à l'infini et donc sur des rayons parallèles, $\delta = a\cos\theta = a(1-\frac{\theta^2}{2})$, franges d'interférences en anneaux, $p_0 = \frac{a}{\lambda}$ entier : point brillant au centre, demi-entier : point sombre, sinon éclairement intermédiaire, $x_n = D\sqrt{n\frac{2\lambda}{a}}$, l'interfrange diminue lorsque x augmente, interféromètre de Michelson.

12. Équilibre hétérogène

On étudie la décomposition de l'oxyde d'argent selon :

$$2\mathsf{Ag_2O}_s \rightleftharpoons 4\mathsf{Ag}_s + \mathsf{O_2}_{gaz}$$

1. Calculer la variance, commenter.
2. À 100 °C, les deux solides sont en équilibre sous une pression de dioxygène égale à $1,25\times 10^4\,\text{Pa}$. Calculer $\Delta_r G^\circ(373\,\text{K})$.
3. Le volume du système thermostaté à 100 °C et en équilibre défini ci-dessus est $V = 2\,\text{L}$. On part de 1 mol de $\mathsf{Ag_2O}_s$. On augmente progressivement V. Que se passe-t-il ? Discuter.

Réponses : $v = 1$, $K = 0,125$, $\Delta_r G^\circ(373\,\mathrm{K}) = 6,5\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$, $n_{\mathrm{O}_2} = 8\times10^{-3}\,\mathrm{mol}$ pour $V = 2\,\mathrm{L}$, n_{O_2} augmente avec V, fin de l'équilibre à $V = 124\,\mathrm{L}$.

13. Iodure de méthane

On considère la réaction du iodure de méthane sur l'iodure d'hydrogène. La cinétique de la réaction est d'ordre partiel 1 par rapport à chaque réactif. Les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques. On travaille sous une pression initiale $p = p_0 = 1\,\mathrm{bar}$. La température est maintenue constante à $T = T_0 = 300\,\mathrm{K}$. On rappelle que la constante des gaz parfaits est $R = 8,31\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$.

$$\mathrm{CH_3I}_{gaz} + \mathrm{HI}_{gaz} \rightarrow \mathrm{CH_4}_{gaz} + \mathrm{I_2}_{gaz}$$

1. Déterminer la valeur des concentrations initiales des deux réactifs.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'avancement de la réaction évalué en concentration volumique.
3. Sachant qu'une fraction d'un tiers de iodure d'hydrogène a été consommée au bout de 200 s, déterminer la valeur de la constante k de vitesse de la réaction.

Réponses : On a par la loi des gaz parfaits $c_0 = \frac{p_0}{2RT_0} = 0,02\,\mathrm{mol}\cdot\mathrm{L}^{-1}$, l'équation différentielle donnant l'avancement est $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = k(c_0 - x)^2$, la loi cinétique est donc $\frac{1}{c_0 - x} - \frac{1}{c_0} = kt$, on trouve $k = \frac{1}{2c_0\tau}$, c'est-à-dire $k = 0,125\,\mathrm{mol}^{-1}\cdot\mathrm{L}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.