

Renseignements généraux

- *Concours* : ENS
- *Matière* : Maths ULCR
- *NOM Prénom* : KIKI Merchrist

Énoncé de l'exercice (même que Oscar)

$n \geq 2$ entier. On note S_n le groupe des permutations de $\{1, \dots, n\}$ et on pose $\sigma = (1 \ 2 \ \dots \ n)$ et $\tau = (a \ b)$

CNS pour que σ et τ engendrent S_n

Remarques sur l'oral

Examinatrice assez sympa. J'ai directement pensé aux transpositions $(i \ i+1)$ et montré que ça marchait. Je me disais que ça pouvait être les seules mais c'était trop optimiste. Il y avait déjà $(1 \ n)$ qui marchait. J'ai regardé le cas $n=3$: tout marche. Le cas $n=4$ m'a fait perdre du temps : après quelques calculs j'ai intuité que $(1 \ 3)$ ne marchait pas. Elle était d'accord mais il fallait le démontrer. Toutes mes propositions étaient infructueuses et j'ai eu droit à une indication : montrer que $\gamma = (1 \ 3) \circ (2 \ 4)$ appartient au groupe engendré par σ et τ (qu'on note G) puis déterminer toutes les permutations de G qui commutent avec elle. J'ai directement donné les permutations triviales qui commutent avec : $(1 \ 3)$, $(2 \ 4)$ et id . Il fallait voir que le cycle $(1 \ 2 \ 3 \ 4)$ aussi. Ça permettait de conclure puisque tous les éléments de G commutent alors avec γ et $(1 \ 2) \in S_4$ ne commute pas avec γ . Fin de l'oral.

CNS : $(b - a) \wedge n = 1$. (ça marche bien dans les cas $n=2,3,4,5,7$)