

# Oraux Polytechnique - Mathématiques 2

Martin Teuscher

14 juillet 2019

## 1 Énoncé des exercices

### 1.1 Exercice 1

Déterminer les formes linéaires  $\mathcal{L} : \mathcal{M}_{2n+1}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$  telles que :

$$\forall P \in \mathcal{O}_{2n+1}(\mathbb{R}), \forall M \in \mathcal{M}_{2n+1}(\mathbb{R}), \quad \mathcal{L}(P^{-1}MP) = \mathcal{L}(M)$$

Indication 1 : Commencer par étudier les matrices diagonales, en les conjuguant par des matrices de permutations.

Indication 2 :  $\mathcal{S}_{2n+1}(\mathbb{R}) \bigoplus^{\perp} \mathcal{A}_{2n+1}(\mathbb{R})$

Remarque : la dimension impaire ne sert pas dans la démonstration, mais l'exercice était posé comme ceci.

### 1.2 Exercice 2

Soit  $\sigma : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$  bijective. Que dire de la nature de la série  $\sum_{n \geq 1} \frac{\sigma(n)}{n^2}$  ?

### 1.3 Exercice 3

Soit  $\mathcal{L} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  une application linéaire du plan dans lui-même. Quelle est l'image d'un carré par  $\mathcal{L}$  ?

## 2 Déroulé de l'oral

Lieu de passage : École Polytechnique, petite classe 13.