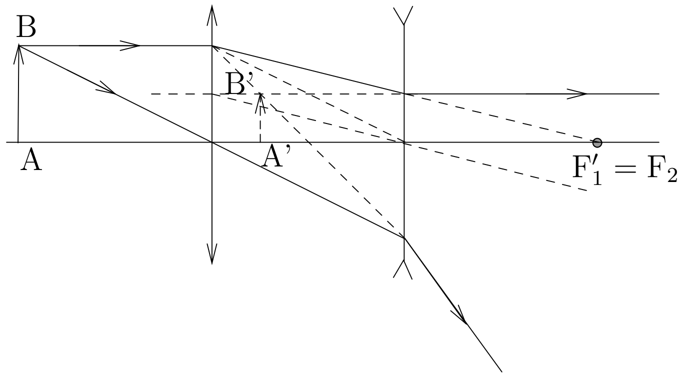
Exercices d'oraux : optique

Optique 1 *(CCP)*

La construction géométrique est représentée ci-dessous :



L'utilisation des formules de conjugaison donne

$$A \xrightarrow{L_1} A_1 \xrightarrow{L_2} A'$$

$$\overline{O_1A_1} = -2a$$

$$\boxed{\overline{O_2A'} = -\frac{3a}{4}}$$

Pour le grandissement

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \times \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \times \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}$$

d'où

$$\boxed{\gamma = \frac{-3a/4}{-3a} \times \frac{-2a}{-a} = \frac{1}{2}}$$

Optique 2 *(CCP)*

1. Il s'agit d'une configuration très proche du Michelson en lame d'air. Les franges sont des anneaux localisés à l'infini (pour une source large) qu'on observe dans le plan focal d'une lentille convergente.
2. Comme déja montré en exercice (chapitre introduction à l'optique ondulatoire), la différence de marche géométrique est $2nh\cos r$ donc en tenant compte du déphasage de π dû à la réflexion sur la lame fumée,

$$\boxed{\delta = 2nh\cos r + \frac{\lambda}{2}}$$

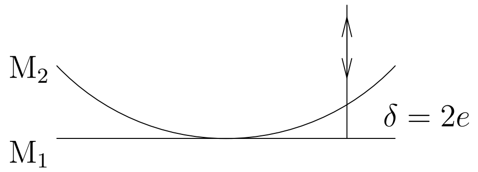
   La frange centrale est sombre si $2nh = p_0\lambda$ avec $p_0 \in \mathbb{Z}$.
3. Le calcul du rayon des anneaux est similaire à celui fait en cours. Il vient

$$\boxed{\rho_k = f'\sqrt{\frac{k\lambda n}{h}}}$$

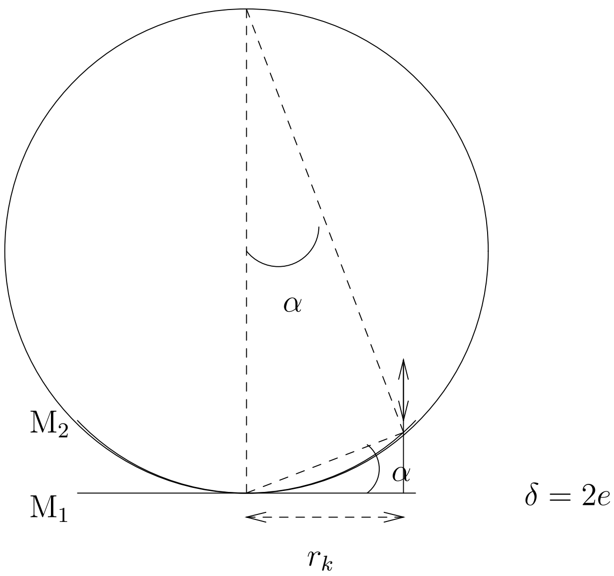
Optique 3 *(CCP)*

Les 3 premières questions sont des questions de cours. Rappelons qu'en lame d'air les interférences sont des anneaux localisés à l'infini. Lorsque $e \to 0$, on est au contact optique et on observe un éclairement uniforme (teinte plate).

Si le miroir est remplacé par un miroir concave, les interférences sont alors localisées sur les miroirs. La configuration est analogue à un coin d'air mais la symétrie cylindrique fait que l'on observe des anneaux d'interférences :



La différence de marche est $\delta = 2e$. Il y a interférences constructives lorsque $\delta = 2e = k\lambda$. Le rayon est alors r_k. Pour comprendre, on peut faire le dessin suivant



On voit que $\delta \approx 2\alpha r_k$ et $\alpha \approx \dfrac{r_k}{2\mathrm{R}}$ où R est le rayon du miroir. Comme $\delta = k\lambda$, le rayon du k^{ieme} anneau est

$$\boxed{r_k = \sqrt{k\lambda \mathrm{R}}}$$

Optique 4 *(CCP)*

On a traité un cas très proche en exercice. Les deux étoiles forment bien sûr un système de sources non cohérentes car distinctes.

Il faut déterminer la différence de marche entre deux rayons issus de E$_1$ interférant en un point du plan focal image de la lentille. Posons $x = \mathrm{F'M}$, vous devez montrer que

$$\delta = a\theta/2 + \frac{ax}{f'}$$

et $\theta/2$ l'angle que font les rayons venant de E$_1$ et l'axe optique. Le terme ax/f' est obtenu en considérant le rayon passant par le centre de la lentille. L'expression est en fait identique à celle de l'exercice et les calculs sont évidemment strictement les mêmes. On obtient

$$\mathrm{I} = 4\mathrm{I}_0 \left(1 + \cos\left(\frac{\pi a\theta}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{2\pi a x}{\lambda f'}\right)\right)$$

L'intensité est uniforme (franges brouillées) pour $\cos\left(\dfrac{\pi a\theta}{\lambda}\right) = 0$ soit $a\theta = (2p+1)\lambda/2$. En faisant varier a, on observe des brouillages de franges successifs pour des valeurs $a_p = (2p+1)\lambda/2\theta$. Connaissant λ, on peut déterminer la distance angulaire entre les étoiles θ.

Optique 5 *(CCP)*

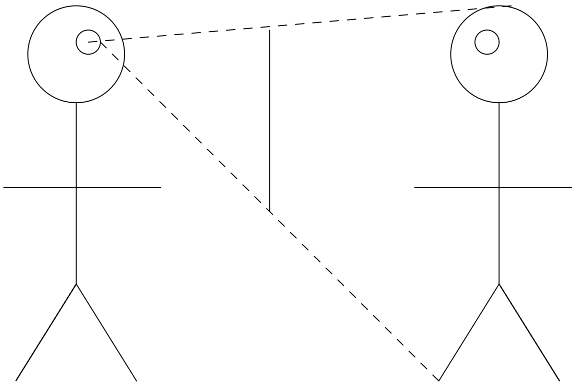
Exercice facile. Il faut utiliser les relations de conjugaisons sur le système schématique

$$A_1 \xrightarrow{L_1} A_1' \xrightarrow{L_2} A"_1$$

On trouve alors $\overline{O_1A_1'} = -15$ cm puis $\overline{OA_1'} = -10$ cm et finalement $f' = -20$ cm. L est donc divergente.

Optique 6 *(CCP)*

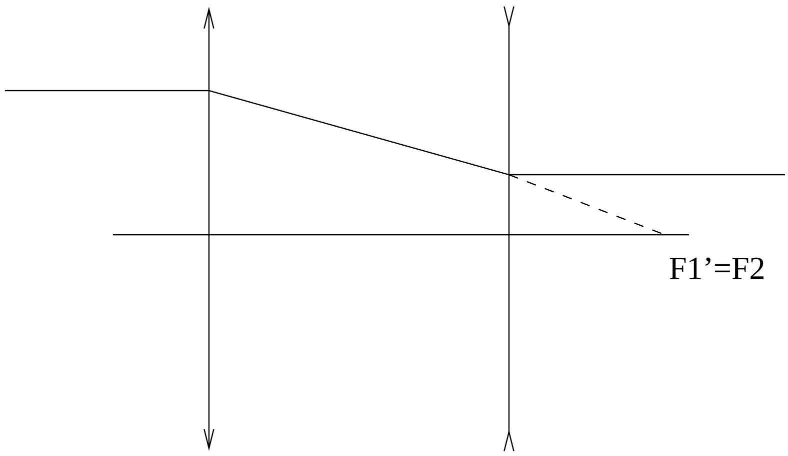
Il faut bien sûr penser à faire un dessin :

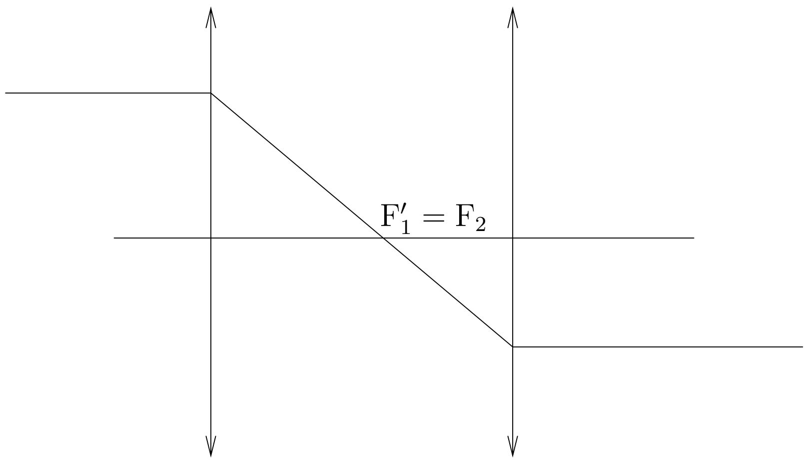


On obtient alors facilement que le miroir doit être placé entre les côtes 0,85 m et 1,75 m. Ceci est indépendant de sa distance au miroir.

Optique 7 *(CCP)*

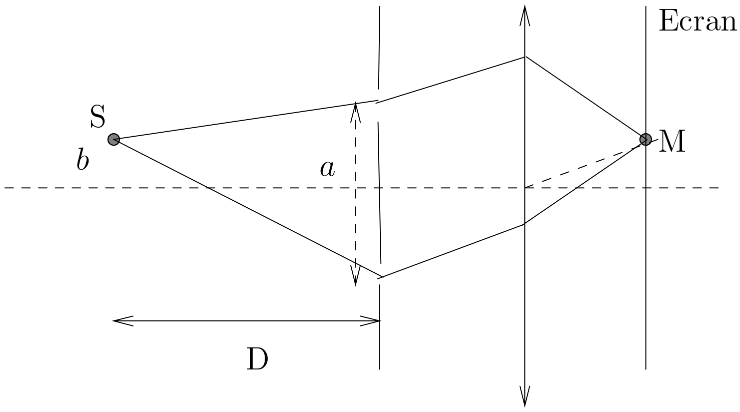
La encore des dessins donnent facilement les réponses :





Optique 8 *(CCP)*

Dessinons le trajet des rayons lumineux :



On a déja fait un exercice similaire (exo 4 de la feuille interférences). On trouve une différence de marche $\delta = \frac{ba}{\mathrm{D}} + \frac{ax}{f'}$.

L'intensité en M est donc :

$$\mathrm{I}(x) = 2\mathrm{I}_0(1 + \cos\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ba}{\mathrm{D}} + \frac{ax}{f'})$$

Pour la source S_2 on a de même

$$\mathrm{I}(x) = 2\mathrm{I}_0(1 + \cos\frac{2\pi}{\lambda}\frac{-ba}{\mathrm{D}} + \frac{ax}{f'})$$

Les deux sources sont incohérentes et on somme donc les intensités. Il vient en utilisant les formules de trigo :

$$\boxed{\mathrm{I}(x) = 4\mathrm{I}_0(1 + \cos\frac{2\pi ab}{\lambda\mathrm{D}}\cos\frac{2\pi ax}{\lambda f'}}$$

Si les ources s'éloignent il faut remplacer dans l'expression précédente b par $b + v_0 t$. Le contraste varie alors périodiquement.

Optique 9 *(CCP)*

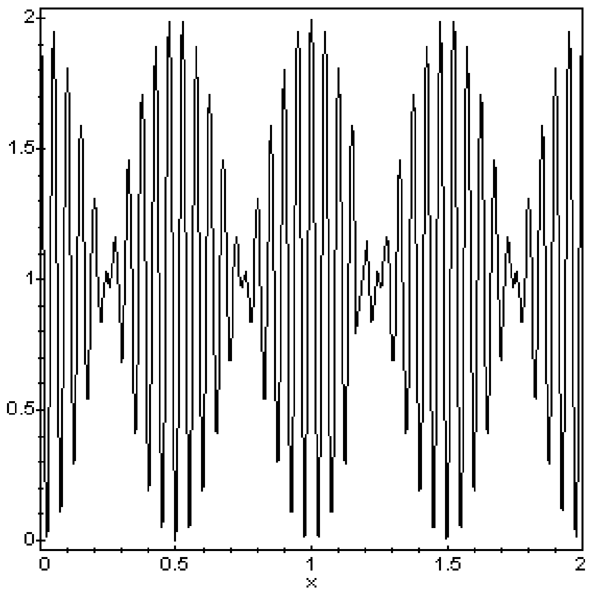
C'est une question de cours qui ne doit pas présenter de difficulté j'espère.

On pose :

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad \text{et} \quad \Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1 \ll \sigma_m$$

$$\boxed{\mathrm{E}(\delta) = 4\mathrm{B}_0(1 + \cos(\pi\Delta\sigma\delta)\cos 2\pi\sigma_m\delta}$$

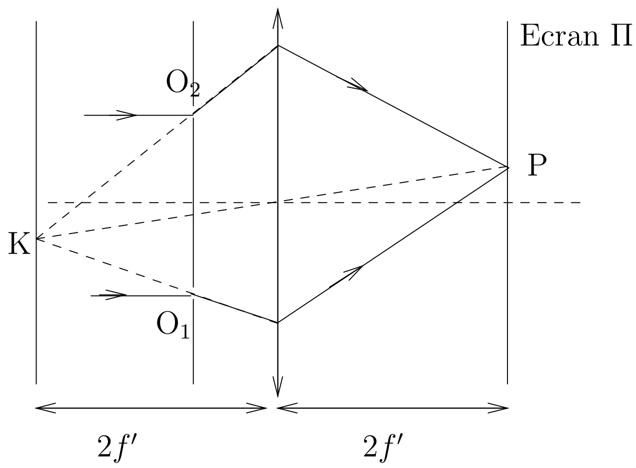
L'allure de $\mathrm{I}(\delta)$ est



Le premier brouillage est atteint en $\delta = \dfrac{1}{2\Delta\sigma}$.

Optique 10 *(Mines)*

1. Question de cours ; on trouve facilement $i = \dfrac{\lambda f'}{a}$.
2. Question plus originale. Il faut faire un dessin :



On voit que les rayons qui interfèrent en P après diffraction sur les fentes d'Young semblent provenir du point K dont P est l'image géométrique par la lentille. La différence de marche $(O_2P) - (O_1P)$ vaut donc

$$\delta = KO_2 - KO_1$$

On a montré en cours que cette différence de marche vaut

$$\delta = \frac{a x_K}{2f'}$$

où x_k est l'ordonnée de K. Or on constate simplement (en considérant le rayon non dévié) que $x_K = x$, ordonnée de P.

d'où $$\boxed{\delta = \frac{ax}{2f'} \quad \text{et} \quad i = \frac{2\lambda f'}{a}}$$

Optique 11 *(CCP)*

C'est un exercice classique sur le prisme. Il faut réviser le TP cours correspondant.

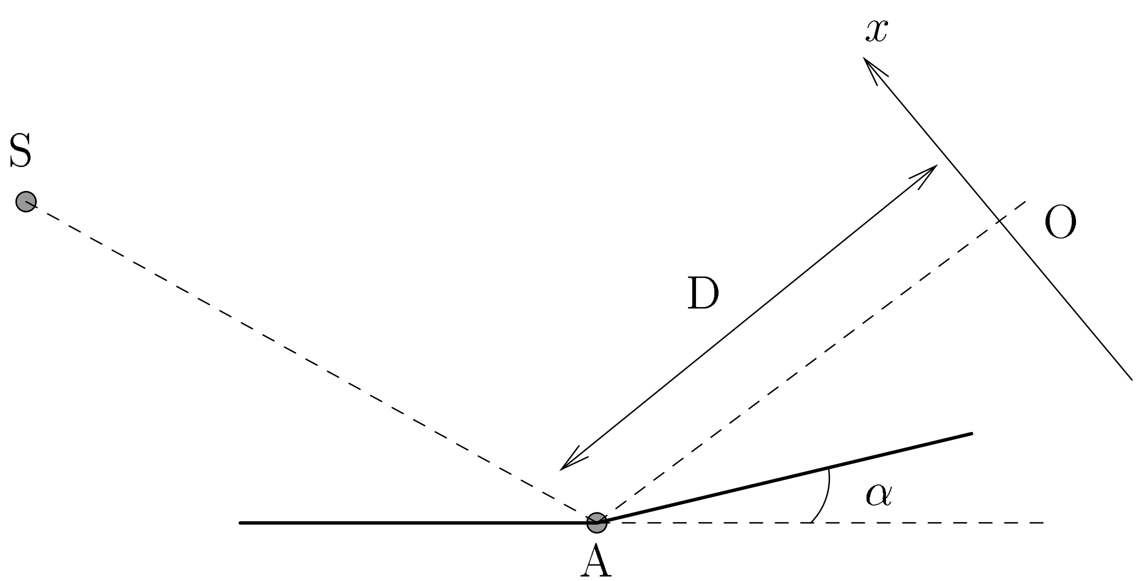
1. On trouve
$$\mathrm{A} = r + r' \quad \text{et} \quad \mathrm{D} = (i - r) + (i' - r') = i + i' - 2\mathrm{A}$$
2. Justifier à l'aide du principe du retour inverse de la lumière l'existence d'un minimum de déviation de la fonction $\mathrm{D}(i)$. Ce minimum correspond à la situation symétrique pour laquelle $i = i'$ et donc $r = r'$. On a alors sans difficulté
$$\boxed{n = \frac{\sin \dfrac{\mathrm{A} + \mathrm{D}_m}{2}}{\sin \dfrac{\mathrm{A}}{2}}}$$
3. Pour la détermination de A revoir le TP cours. L'étude spectroscopique est également dans le TP cours. On déterminer $n(\lambda)$ pour la lampe au sodium en mesurant les D_m des différentes raies. On trace $n = f(1/\lambda^2)$ qu'on peut modéliser par une droite. Cela donne la courbe d'étalonnage que l'on utilsie ensuite pour déterminer les longueurs d'onde des raies du mercure après avoir mesuré les D_m.

Optique 12 *(Mines)*

Exercice classique sur le biprisme de Fresnel (qui tombe à CCP, centrale et aux mines !). Il faut réviser la correction traitée en cours. Rappelons qu'on trouve $\mathrm{D} = (n - 1)\mathrm{A}$. Puis on dessine le champ d'interférence et les vecteurs d'onde. On trouve un déphasage avec les vecteurs d'onde
$$\varphi = (\overrightarrow{k}_2 - \overrightarrow{k}_1).\overrightarrow{\mathrm{OM}} = \frac{4\pi}{\lambda}\mathrm{D}x$$
puis
$$\boxed{i = \frac{\lambda}{2(n-1)\mathrm{A}}}$$

Optique 13 *(Centrale)*

1. Rappelons les constructions suivantes



2. La distance entre les sources secondaires est $a = \mathrm{S}_1\mathrm{S}_2 = 2\mathrm{ST}\alpha = 0,7mm$.
3. L'éclairement est $\mathrm{E} = 2\mathrm{E}_0 \left(1 + \cos \dfrac{2\pi a x}{\lambda(\mathrm{D} + \mathrm{SA})}\right)$ L'interfrange est $i = \dfrac{\lambda(\mathrm{D} + \mathrm{SA})}{a} = 1,7mm$. On voit quatre franges sombres et trois franges brillantes.

Optique 14 *(CCP)*

1. La figure d'interférences est consituée d'anneaux localisés à l'infini. On place donc l'écran au foyer image d'une lentille convergente.
2. Si la lumière est monochromatique, on a
$$\mathrm{E} = 2_0(1+\cos\frac{2\pi\delta}{\lambda})$$
ici, $\delta = 2e = 2vt$ où v est la vitesse du chariot. $t = \dfrac{x}{\mathrm{V}}$ où V est la vitesse de la table traçante. Comme l'éclairement est proportionnel à la tension V, on a
$$\mathrm{V} = \mathrm{V}_0(1+\cos\frac{4\pi v x}{\mathrm{V}\lambda_0})$$
La modulation du cosinus est due à la polychromaticité de la source (on va le voir en 4).
3. La période est $d = 0,29cm = \dfrac{\lambda_0 \mathrm{V}}{2v}$ d'où
$$\boxed{\lambda_0 = \frac{2vd}{\mathrm{V}} = 0,58\ \mu\mathrm{m}}$$
4. On a montré en cours (et il faut savoir refaire ce calcul !) que pour un profil rectangulaire
$$\mathrm{E} = 2_0(1+\cos 2\pi\delta\sigma_0 \operatorname{sinc} \pi\delta\Delta\sigma)$$
On trouve donc que le pic central est non nul pour $\delta \in [-\dfrac{1}{\Delta\sigma}; \dfrac{1}{\Delta\sigma}]$.Les franges sont séparées de $1/\sigma_0$. Le nombre de franges visibles est donc
$$\mathrm{N} = \frac{\sigma_0}{2\Delta\sigma} = \frac{\lambda_0}{2\Delta\lambda}$$
soit
$$\boxed{\Delta\lambda = \frac{\lambda_0}{2\mathrm{N}} \approx 0,029\ \mu\mathrm{m}}$$

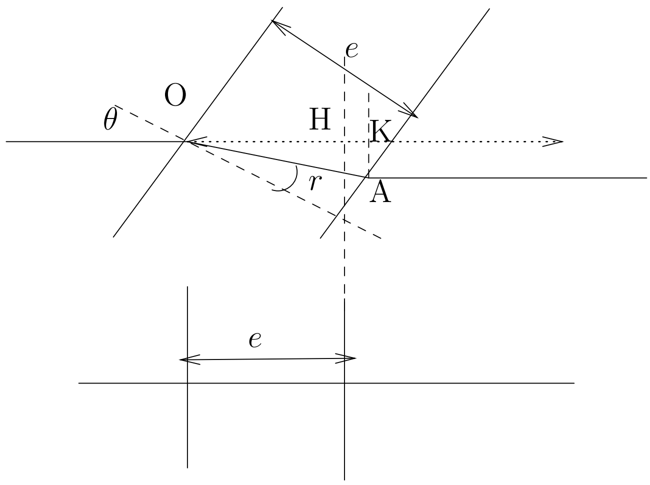
Optique 15 *(ENSAM)*

Dans cet exercice, on considère les interférences entre 3 ondes.

L'amplitude complexe en M est $\underline{s} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2 + \underline{s}_3$. Prenons comme référence des phases le centre de la fente centrale (sans la traversée de la lame). On a clairement :
$$\varphi(\mathrm{O}_1) = \varphi \qquad \varphi(\mathrm{O}_2) = \Psi \quad \text{et} \quad \varphi(\mathrm{O}_3) = -\Psi$$
d'où
$$\underline{s}(\mathrm{M}) = \mathrm{A}\left(e^{j\Psi} + e^{-j\Psi} + e^{-j\varphi}\right)$$
soit
$$\boxed{\mathrm{E}(\theta) = |\underline{s}(\mathrm{M})|^2 = \mathrm{E}_0\lambda\left(1+4\cos^2\psi + 4\cos\psi\cos\varphi\right)}$$

Optique 16 *(Centrale)*

1. Il faut faire un dessin !



On constate alors que la différence de marche est

$$\delta = n\mathrm{OA} - (ne + \mathrm{HK})$$

Il ne faut pas oublier le chemin optique HK dans l'air !

$$\mathrm{HK} = \mathrm{OK} - e = \frac{e\cos(\theta - r)}{\cos r} - e$$

Avec des relations trigonométriques, on a alors

$$\delta = \frac{ne}{\cos r} - (ne + \frac{e\cos(\theta - r)}{\cos r} - e) \quad \text{avec} \quad \sin\theta = n\sin r$$

L'éclairement est alors uniforme puisque θ et r sont constants, δ est uniforme. On n'observe pas de figure d'interférences.

2. Dans ce cas, la situation est équivalente à un coin d'air. On observe alors des franges rectilignes et l'interfrange est $i = \dfrac{\lambda}{n\alpha}$.
Il n'y a pas de 2 puisque les lames sont traversées une fois. Il faut tenir compte de l'indice n .

Optique 17 *(Centrale)*

C'est un exercice également proche du cours mais plus long. Rappelons qu'en lame d'air les interférences sont localisées à l'infini et qu'on les observe dans le plan focal d'une lentille convergente (si la source est large). Ce sont des anneaux et en remarquant que l'ordre d'interférence au centre est entier (2057), vous devez obtenir

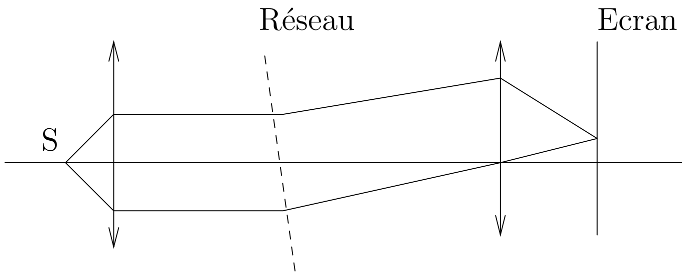
$$\rho_n = f'\sqrt{\frac{n\lambda}{e}}$$

On trouve des rayons de 3,1 cm, 4,4 cm et 5,4 cm.

Le cas d'un miroir mobile a été traité en exercice et en TP. L'interférogramme est une sinsusoïde pour une lumière monochromatique. Celle-ci est modulée par un sinusoïde de période plus longue pour un doublet (battements) et par un sinus cardinal pour un profil rectangulaire. Il faut savoir refaire les calculs dans tous les cas.

Optique 18 *(Centrale)*

1. La source et l'écran sont à l'infini. On a donc la situation :



2. Au minimum de déviation à l'ordre 1,

$$2\sin\theta_1 = \frac{\lambda}{a} \quad \text{d'où} \quad \theta_1 = \text{Arcsin}\,\frac{\lambda}{2a}$$

la position est $x = \tan\theta f'$

d'où $$\boxed{\Delta x = f'\left(\tan(\text{Arcsin}\,\frac{\lambda_2}{2a}) - \tan(\text{Arcsin}\,\frac{\lambda_1}{2a})\right) = 1,2 \text{ mm}}$$

Optique 19 *(Mines)*

Exercice classique qui peut servir pour le TP focométrie.

1. On appelle $x = \overline{\text{OA}'}$. Il vient $\overline{\text{OA}} = x - \text{D}$. La formule de conjugaison donne alors une équation du second degré qui admet deux solutions x_1 et x_2 à la conditions $\text{D} > 4f'$. En déterminant ces deux solutions, on voit qu'elles sont symétriques par rapport à D/2. On voit également que $x_1 = \text{D} - x_2$ et on trouve alors
$$\gamma_1\gamma_2 = \frac{x_1}{x_1 - \text{D}}\,\frac{x_2}{x_2 - \text{D}} = 1$$

2. Avec les expressions précédentes, on trouve
$$\boxed{f' = \frac{\text{D}^2 - d^2}{4f'}}$$

3. Dans ce cas, les deux solutions sont confondues (discriminant nul) et $\text{D} = 4f'$. Expérimentalement, on peut déterminer cette position et en déduire f'.

Optique 20 *(Mines)*

1. $$\delta = \frac{ax}{\text{D}} - \frac{e(n-1)}{\lambda}$$

   Si on place une lame, la figure d'interférence est translatée de $\Delta x = \dfrac{e\text{D}(n-1)}{a}$.

   d'où $$\boxed{n = 1 + \frac{a\Delta x}{\text{D}e} = 1,520}$$

   Le sens de défilement est obtenu en déterminant la position de la frange centrale $\delta = 0$.

2. La précision est
$$\delta n = \frac{a\delta(\Delta x)}{\text{D}e} = 10^{-3}$$

3.
$$p = \frac{ax}{\lambda\mathrm{D}} - \frac{e(n-1)}{\lambda}$$

d'où
$$\frac{dp}{d\lambda} = -\frac{ax_0}{\lambda^2\mathrm{D}} + \frac{e(n-1)}{\lambda^2} - \frac{e}{\lambda}\frac{dn}{d\lambda} = 0$$

soit
$$x_0 = \frac{e\mathrm{D}(n-1)}{a} + \frac{2\mathrm{BD}e}{\lambda^2 a}$$

Or,
$$\mathrm{B} = \lambda^2(n-\mathrm{A}) = 6,05.10^{-15}m^2$$

La frange achromatique est situé de la frange centrale à une distance
$$\delta x = \frac{2\mathrm{BD}e}{\lambda^2 a} = 4 \text{ mm}$$

Cela correspond à un ordre $p = \dfrac{a\delta x}{\lambda\mathrm{D}} \approx 7$.
Cette frange achromatique est blanche.

Optique 21 *(Mines)*

C'est un exercice très proche du cours. Dans le cas d'une source ponctuelle, les interférences sont non localisées. Si la source est étendue, elles sont localisées au voisinage du coin d'air. Pour les observer, on fait l'image du coin d'air par une lentille convergente. Dans tous les cas, ce sont des franges rectilignes (en fait des branches d'hyperbole).

Le calcul de l'interfrange donne $i = \dfrac{\lambda}{2\alpha}$ où α est l'angle du coin d'air.

Optique 22 *(Mines)*

- Dans cet exercice original, supposer que la lumière traverse le liquide sur une épaisseur e, parallèlement à l'axe optique.
- Pour $v = 0$, les différences de marche introduites par les deux zones de liquide se compensent : on a la configuration bien connue des fentes d'Young. Les franges sont des droites séparées de $i = \dfrac{\lambda f'}{a}$.
- Pour $v \neq 0$, ne pas oublier la définition première de la différence de marche. C'est l'écart temporel d'arrivée de deux rayons. La lumière va à la vitesse $v + c/n$ dans la partie supérieure et à $c/n - v$ dans la partie inférieure. La frange centrale, pour laquelle le temps mis le long de deux rayons est le même, se trouve donc décalée vers le bas.
- La différence de temps mise est
$$\Delta t = e\left(\frac{1}{c/n - v} - \frac{1}{c/n + v}\right)$$
A l'aide d'un dl en nv/C, on trouve
$$\Delta t \approx \frac{2evn^2}{c^2}$$
soit
$$\delta_{sup} \approx \frac{2evn^2}{c}$$
La différence de marche est alors
$$\delta = \frac{ax}{f'} + \frac{2evn^2}{c}$$
La frange centrale $\delta = 0$ est maintenant en $x = -\dfrac{2evn^2 f'}{ac}$
On trouve alors que les franges sont translatées de $\dfrac{2evn^2 f'}{ac}$ vers le bas.

Optique 23 *(Mines)*

On considère un réseau d'angle démergence à l'ordre k θ_k. On a

$$\sin\theta_k - \sin\theta_i = k\frac{\lambda}{p}$$

Dexu longueurs d'onde séparées de $\Delta\lambda$ sont séparées de $\Delta\theta$ tel que

$$\cos\theta\Delta\theta_k = k\Delta\lambda/p$$

Si on trace la fonction réseau $\left(\dfrac{\sin \mathrm{N}\varphi/2}{\sin\varphi/2}\right)^2$, on constate que la fonction s'annule en $\varphi = \dfrac{2\pi}{\mathrm{N}}$ une première fois. C'est à dire que la demi-largeur d'un pic d'interférence est $\delta\varphi = \dfrac{2\pi}{\mathrm{N}}$.

Or,
$$\varphi = \frac{2\pi k}{\lambda}(\sin\theta - \sin\theta_i) \quad \text{d'où} \quad \delta\varphi = \frac{2\pi p}{\lambda}\cos\theta\delta\theta$$

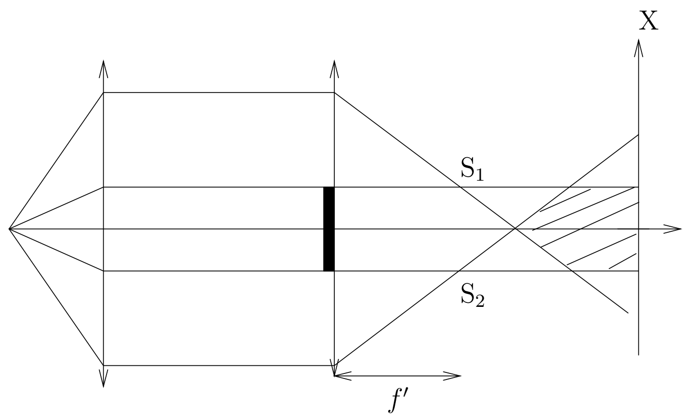
$\delta\theta$ est donc la largeur angulaire du pic d'interférence et deux raies seront discernables si $\Delta\theta > \delta\theta$ c'est-à-dire $k\dfrac{\Delta\lambda}{p} > \dfrac{\lambda}{\mathrm{N}p}$.

d'où
$$\boxed{\mathrm{R} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \mathrm{N}k}$$

Il est donc plus interessant d'utiliser un réseau comportant un nombre de traits important et de se placer à ordre élevé (problème de recouvrement en contrepartie).

Optique 24 *(Mines)*

1. Faisons une figure du montage :



Un rayon passant par le centre d'une lentille n'est pas dévié. On constate que les deux rayons qui interfèrent semblent provenir de S_1 et S_2 et $(\mathrm{SS}_1) = (\mathrm{SS}_2)$. L'analogie est donc totale avec les trous d'Young et $\delta = \dfrac{ax}{\mathrm{D}} = \dfrac{2\varepsilon \mathrm{X}}{d - f'}$.

d'où
$$\boxed{\mathrm{I(X)} = 2\mathrm{I}_0\left(1 + \cos\frac{4\pi \mathrm{X}\varepsilon}{\lambda(d - f')}\right)}$$

L'interfrange est $i\dfrac{\lambda(d - f')}{2\varepsilon} = 0,074$ mm.

Le nombre de franges est $\mathrm{N} = \dfrac{2\varepsilon}{i} = 27$.

2. La première anti-coïncidence se produit (voir ex 6 par exemple) à l'ordre $p_0 = \dfrac{\lambda}{2\Delta\lambda} = 491$. Cette frange n'est pas visible.

3. Il faudrait que $\delta=(n-1)e=p_0\lambda$ soit e=0,56 mm.

Optique 25 *(Mines)*

$f(\sigma)$ a l'allure d'une gaussienne centrée sur σ_0 nombre d'onde moyen de la raie. On trouve que la largeur à mi-hauteur est

$$\boxed{\Delta\sigma = 2a\sqrt{\ln 2}}$$

En découpant le profil spectral en source quasi-monochromatiques incohérentes entre elles,

$$\mathrm{E}(\delta)=\int_{-\infty}^{\infty} 2f(\sigma)(1+\cos(2\pi\delta\sigma))d\sigma \quad \text{avec} \quad \delta = 2v_0t$$

On fait le changement de variable $a=\sigma-\sigma_0$

$$\boxed{\mathrm{E} = 2\mathrm{E}_m(1+\exp(-4\pi^2a^2(v_0t)^2)\cos(4\pi\sigma_0v_0t) \quad \text{avec} \quad \mathrm{E}_m = \mathrm{C}a\sqrt{\pi}}$$

L'allure du graphe est représentée : la fonction $\cos(4\pi\sigma_0v_0t)$ est modulée par une gaussienne de distance caractéristique $1/a$ très grande devant $1/\sigma_0$. Les franges sont de moins en moins contrastées quand t augmente et elle ne sont plus visible quand on atteint environ $1/2a \approx 1/2\Delta\sigma$ qui est la longueur de cohérence temporelle de la source.