

## ENS — MP

## Planche 1 Ulm

On cherche à étudier l'interface entre deux fluides.

L'examineur a demandé pourquoi l'eau et l'huile ne se mélangent-elles pas.

Il a alors souhaité construire un modèle 0, à l'aide de dipôles électrostatiques pour confirmer, en raisonnant sur l'énergie potentielle, que les molécules d'eau ont tendance à s'attirer.

Puis il a indiqué de déterminer qualitativement qu'il est nécessaire que l'interaction des particules  $a$  et  $b$  corresponde à des énergies  $E_{ab}$  et  $E_{ba}$ , plus faibles que les énergies d'interactions entre particules de même type  $E_{aa}$  et  $E_{bb}$ , pour que les fluides soient non miscibles.

Il a ensuite proposé un modèle discret où les particules sont placées sur un réseau bidimensionnel et où l'on ne considère que les interactions entre particules adjacentes ; on suppose  $E_{aa} = E_{bb} = 0$  et  $E_{ab} = E_{ba}$ , en prenant  $E_{aa}$  comme référentiel des énergies, on se ramène ainsi à dénombrer uniquement des défauts d'énergie correspondants à la présence de deux particules  $a$  et  $b$  adjacentes. Il faut comprendre que l'énergie associée au système dépend essentiellement de la longueur de l'interface.

On choisit ensuite un modèle continu où l'interface possède une paramétrisation sous la forme  $h(x)$ ,  $0 \leq x \leq L$  avec  $h(0) = h(L) = 0$ . Par analogie avec le modèle

discret on trouve une énergie de la forme  $E_I = \gamma \left( \int_0^L \sqrt{1 + h'(x)^2} dx \right)$  où  $\gamma$

est une énergie linéique correspondant à l'interaction de dissociation entre les particules  $a$  et  $b$  ; ainsi le minimum est atteint quand  $h = 0$ .

On veut déterminer l'épaisseur de l'interface ; l'examineur a d'abord demandé pourquoi il y aurait une épaisseur. Il convient ensuite de la définir correctement :

on a choisi  $e = \sqrt{\langle h^2 \rangle_x}_h$ . Il a été considéré qu'il est légitime de linéariser l'intégrale à l'ordre 2 en  $h'$  et l'examineur a demandé de justifier que les coefficients de Fourier sont des variables aléatoires indépendantes, puis de calculer leurs valeurs moyennes.

## Planche 2 Ulm

On place un liquide cristallin (un liquide dont les molécules constituantes sont modélisées par de petits bâtonnets) entre deux plaques parallèles distantes de  $L$ . On impose que la première couche de bâtonnets avoisinant chaque plaque soit constituée uniquement de molécules parallèles à la plaque. On génère un champ  $\vec{E} = E_0 \vec{u}_x$  uniforme dans l'espace inter-armatures. Décrire ce que l'on observe.

Plus précisément qu'arrive-t-il aux ions collés sur le polymère ?

Après un temps de réflexion l'examineur propose de justifier que l'on peut représenter le polymère comme un cylindre pour simplifier le problème.

## Planche 3 Ulm

On place un liquide cristallin (un liquide dont les molécules constituantes sont modélisées par de petits bâtonnets) entre deux plaques parallèles distantes de  $L$ . On impose que la première couche de bâtonnets avoisinant chaque plaque soit constituée uniquement de molécules parallèles à la plaque. On génère un champ  $\vec{E} = E_0 \vec{u}_x$  uniforme dans l'espace inter-armatures. Décrire ce que l'on observe. L'énoncé s'arrête là, les questions qui suivent viennent au cours de la discussion avec l'examineur.

1. Suite à une première remarque de ma part évoquant une statistique de l'orientation de dipôles permanents dans un champ électrique uniforme : quelle grandeur d'intérêt faudrait-il introduire (il s'agit de  $\langle p_x \rangle$ ) ? Tracer qualitativement  $\langle p_x \rangle$  en fonction de  $E_0$ .

2. On suppose d'abord que le champ  $\vec{E}$  est nul. Quel paramètre caractérise entièrement l'état du système ? Comment peut-on avoir accès à ce paramètre expérimentalement ?

3. Justifier que des molécules proches (dans un même volume mésoscopique) s'orientent de manière similaire relativement à  $\vec{u}_x$ .

4. On va donc faire apparaître un angle, noté  $\varphi$ , qui semble être une fonction de  $x$ . Établir l'expression d'une énergie volumique d'interaction entre des molécules voisines, aisant intervenir leur orientation relative par rapport à  $\vec{u}_x$ .

5. On considère alors que les molécules sont des dipôles induits. On suppose maintenant le champ  $\vec{E}$  non nul. Justifier l'expression de l'énergie dipôle induit / champ (en particulier le facteur  $1/2$ ).

6. Établir l'expression d'une énergie volumique d'interaction électrostatique dans le liquide. On remplacera la paramètre  $\alpha$  (polarisabilité) intervenant dans l'expression du dipôle induit par un paramètre volumique  $\alpha_V$ . En déduire l'énergie totale du système.

7. Comment procéder à partir de là pour obtenir l'état effectif du système ? (On a trouvé une énergie volumique sous la forme  $\varepsilon_V = C(-\cos(\varphi)^2 + \lambda^2(\partial_x \varphi)^2)$  où  $C > 0$ ). Réponse : On cherche  $\varphi$  minimisant  $E_{tot}$  (résolution de fonctionnelle).

8. On considère donc  $E_{tot}$  comme une fonction de  $\varphi$ . Calculer  $E_{tot}(\varphi + \delta\varphi) - E_{tot}(\varphi)$  pour  $\delta\varphi$  négligeable.

9. En déduire une équation différentielle vérifiée par  $\varphi$  minimisant  $E_{tot}$ . (On trouve une équation du type  $\sin(2\varphi) - \lambda^2 \partial_x^2 \varphi = 0$ ). On pose plutôt  $\varphi = \pi/2 + \theta$ . Dans la limite où  $|\theta| \ll 1$ , linéariser l'équation précédente et la résoudre. (Penser aux conditions limites).

10. Discuter des solutions obtenues pour  $\theta$ . Dans quel cas peut-on avoir  $\theta \neq 0$  ? (Les paramètres  $L$  et  $\lambda$  sont imposés).

Remarques : durée, 1h. Examineur sympathique, il prévient dès le début de l'oral que l'exercice est volontairement très vague et que l'objectif est surtout de discuter physique quitte à s'éloigner par moment du problème initial. Les questions ci-dessus retracent les grandes étapes de l'oral. Je suis très surpris par la note (très haute selon moi) qui confirme d'une certaine manière que l'objectif de l'oral est de classer plutôt que d'évaluer de manière objective la prestation d'un candidat. De fait, anticiper sa note ou s'évaluer est impossible ! J'avais personnellement anticipé un 8/20, c'est dire. Note : 17,5/20.

## Planche 4 Lyon - Cachan - Rennes

J'achète un melon au marché un matin d'été, la température extérieure est de 30°C. Je le place au réfrigérateur, préalablement réglé pour que son air ambiant ait une température de 5°C environ.

En combien de temps le melon sera-t-il frais (10°C) et prêt à être consommé ?

Évaluer le coût énergétique lié à l'utilisation du réfrigérateur pendant cette durée.

## Planche 5 Lyon - Cachan - Rennes

Une bouteille métallique est remplie d'hydrogène. La pression à l'instant initial est de 700 bar. La porosité du joint est modélisée par un trou d'aire  $S$  à travers lequel le gaz s'échappe lentement.

Exprimer la pression dans la bouteille au cours du temps.

L'examineur donne deux intégrales lorsque nécessaire.

## Planche 6 Lyon - Cachan - Rennes

Les effets relativistes entraînent que Mercure est soumise à une force dérivant d'un potentiel :  $U(r) = -G \frac{mM}{r} - G \frac{L^2 M}{mr^3 c^2}$  où  $L$  est son moment cinétique.

Montrer que la trajectoire de Mercure est elliptique, le périhélie possédant un déplacement séculaire.

## Planche 7 Lyon - Cachan - Rennes

Montrer qu'un monocycliste peut rester stable en effectuant des mouvements avant-arrière périodiques.

## ENS — PC

## Planche 8 Ulm

On étudie la forme de goutte dans différents cas.

On suppose d'abord que, dans l'ISS, Thomas Pesquet dépose une goutte d'huile au centre d'un réservoir d'eau ; prévoir la forme de la goutte ; comparer au cas terrestre.

Décrire la pression dans l'ISS et la calculer en tout point.

On suppose que l'on pose une goutte d'eau sur une plaque en verre dans l'ISS ; donner la forme de la goutte et la comparer au cas terrestre.

Donner le nombre de paramètre(s) permettant de calculer la forme de la goutte et les calculer en supposant le volume connu.

Retrouver l'ordre de grandeur de la tension superficielle eau-air à l'aide d'une expérience faite quotidiennement.

## Planche 9 Lyon - Cachan

I) Leçon : propagation des ondes électromagnétiques dans les plasmas ; on accordera de l'importance à la modélisation du plasma et aux approximations effectuées.

II) De petits aimants cylindriques sont alignés sur l'axe  $Ox$ , séparés par de petits espaces à l'instant initial ; un opérateur pousse le premier vers les  $x$  croissants et les aimants suivants se repoussent les uns après les autres. Quelle est la célérité de cette perturbation ?

## Planche 10 Lyon - Cachan

I) Leçon : décrire l'effet tunnel et donner des exemples d'applications ; on essaiera de le faire le plus qualitativement possible.

II) L'examineur E vient au tableau et pose le problème suivant : on a une corde posée sur une roue ; au début, le système est au repos, puis on fait tourner la roue à une vitesse  $\Omega$  : que se passe-t-il ?

Le candidat C répond : j'ai l'impression que la corde à droite va se soulever et celle à gauche va « plus tomber ».

E : je comprends votre intuition, mais voilà ce qui se passe en réalité si on tourne assez vite : Quelle est la condition sur  $\Omega$  pour être dans ce cas de figure ?

C : D'abord, qualitativement, je pense que ça dépendra de la masse de la corde, disons plutôt de son rayon  $r$  et éventuellement de sa masse linéique  $\mu$ . Cela pourrait aussi dépendre de  $R$ , mais je ne pense pas, car on n'a qu'un point de contact entre la roue et la corde.

E : Ok. Essayez de relier  $\Omega$  et  $\omega$ .

C : On se place dans une condition de roulement sans glissement donc on a tout simplement  $\Omega R = \omega r$ .

E : d'accord. Que pensez-vous introduire d'autre, qui soit pertinent ?

C : j'aimerais regarder les forces qui s'exercent sur le seul point de contact : la réaction, le poids et une force qui se transmet à la chaîne. Mais j'ai un problème dans ce cas-là : la corde se déplacerait vers la gauche.

Assez longue discussion avec l'examineur à propos de cette force, jusqu'à ce que le candidat se rende compte qu'il s'agit de frottements et qu'en fait cette force est nulle ici.

E : par analogie avec la corde de Melde, quel raisonnement proposes-tu ?

C : on va regarder un bout de corde entre  $\theta$  et  $\theta + d\theta$  et effectuer un bilan des forces là-dessus. On introduit  $T(\theta)$ , la force exercée par la partie gauche sur la partie droite. Pour que ce bout de corde soit à l'équilibre, il faut donc une force selon  $\vec{e}_r$ .

E : as-tu une idée de sa provenance ?

C : oui ; on se met dans le référentiel tournant, ce sera la force d'entraînement.

Le candidat calcule  $\vec{OM} \wedge (\vec{OM} \wedge \vec{\omega})$ , mais rencontre un problème : la force trouvée n'est pas selon  $\vec{e}_r$ .

E : quelle est l'accélération d'entraînement ? Et la force ?

C :  $-\frac{v^2}{r}$  pour l'accélération d'entraînement ; la force vaut  $\frac{-\mu r v^2 d\theta}{r}$  selon  $\vec{e}_r$ . Je vais appliquer un PFD et projeter maintenant.

E : inutile d'écrire, je t'écoute. Qu'y a-t-il selon  $\vec{e}_\theta$  ?

C : la dérivée partielle de  $T \cos \theta$  par rapport à  $\theta$ , qui est nulle.

E : oui ; donc, vu que  $\theta$  est petit, qu'obtiens-tu ?

Le candidat n'a pas vraiment compris pourquoi  $\theta$  est petit mais y consent.

C :  $T$  est constante.

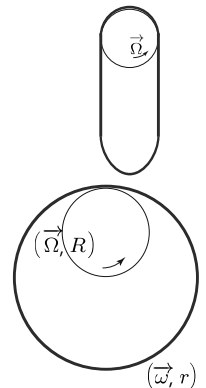
E : et selon  $\vec{e}_r$  ?

C : la dérivée partielle de  $T \sin \theta$  qui vaut la force d'entraînement.

E : t'es sûr ? Réfléchis bien...

C : plutôt  $T d\theta$  qui sera la force d'entraînement.

E : oui ; donc tu obtiens  $T$ .



$$C : T = \frac{-\mu r v^2}{r}.$$

E : dans le cas où la corde est au repos, que vaut  $T$  ? Comment évolue la tension quand on descend ?

C : en regardant au niveau de la roue, on a  $T = 2\pi r \mu g$ .

*Le candidat a mélangé tension appliquée du haut sur le bas et du bas sur le haut donc n'a pas donné la bonne réponse quant à l'évolution, qui est linéaire.*

E : tu as oublié le poids dans ton PFD tout à l'heure ; comment rattraperais-tu ton erreur avec ce que l'on vient de voir ?

C : dans le cas où la chaîne est circulaire, la force d'entraînement prédomine donc

on a une inégalité du type  $\frac{\mu r v^2}{r} \gg 2\pi r \mu g$ , donc on trouve une condition sur  $\Omega$  grâce à  $\Omega R = \omega r$ .

E : d'accord ; c'est la fin, vous pouvez effacer.

#### Planche 11 Lyon - Cachan

**I) Leçon :** montrer qu'il existe des phénomènes d'effet de peau dans d'autres domaines de la physique que l'électromagnétisme.

À l'aide d'exemples, comparer les phénomènes responsables et donner des ordres de grandeur.

Expliquer l'importance de ces phénomènes.

**II) Une fibre optique est composée d'un cœur d'indice  $n$  et de rayon  $R_1$ , et d'une gaine d'indice  $n'$  et de rayon extérieur  $R_2$  ; calculer le débit maximal dans la fibre.**

On suppose ensuite que la fibre est un cylindre de rayon  $R$  et d'indice variable  $n(r) = n_2 - (n_2 - n_1)\left(\frac{r - R_1}{R}\right)^2$  ; comparer le nouveau débit maximal au modèle précédent.

*Indications : quelles conditions doivent vérifier  $n$  et  $n'$  puis  $n_1$  et  $n_2$  ? Pour quelle raison voit-on intervenir un débit maximal ?*

#### Planche 12 Lyon - Cachan, chimie

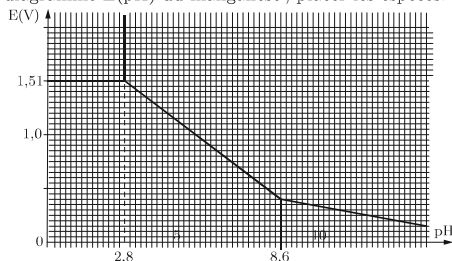
**I) Leçon :** les carbocations en chimie organique

**II) De quoi ont besoin les poissons dans l'eau ?**

Donner la réaction de dissolution du dioxygène dans l'eau ; pour cette réaction, on donne  $\Delta_r H^\circ < 0$  et  $\Delta_r S^\circ < 0$  : interpréter.

Quelles sont les interactions entre  $H_2O(l)$  et  $O_2(aq)$  ? Avec quoi peut-on titrer  $H_2O(l)$  et  $O_2(aq)$  ?

On donne le diagramme E(pH) du manganèse ; placer les espèces.



On ajoute de la soude : il se forme un précipité blanc que l'on définira.

Après 3h, il y a un précipité brun : le définir.

On ajoute de l'iode : quelle couleur prend la solution ?

On ajoute du thiosulfate pour titrer  $I_2$  ; donner la formule de Lewis.

Comment repérer l'équivalence ?

Donner le diagramme d'orbitales moléculaires de  $O_2$

### École polytechnique-ENS - PSI

#### Planche 13

Résultats préliminaires :

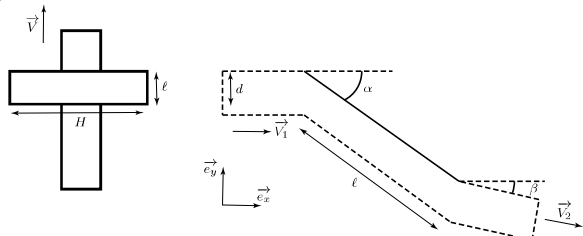
1. Rappeler la définition du nombre de Reynolds  $Re$  ; donner son interprétation physique. Quelles sont les conséquences sur l'écoulement d'un fluide ?

2. Donner la définition du coefficient de traînée  $C_x$  ; donner le graphique d'évolution de  $C_x$  en fonction de  $Re$  et commenter.

Force de traînée induite :

Un avion est en translation rectiligne uniforme selon l'axe  $x$  dans l'air, de masse volumique  $\rho$ , et sa vitesse s'écrit  $\vec{V} = -V\vec{e}_x$ .

Ses ailes sont modélisées par des rectangles, leur envergure est  $H$  et leur longueur, dans le sens de déplacement de l'avion est  $\ell$ . On note  $S = H\ell$  leur surface. Chacune fait un angle  $\alpha$  avec la vitesse d'entrée de l'écoulement et un angle  $\beta$ , supposé petit, avec la vitesse de sortie du fluide.



On dispose de  $V = \|\vec{V}_1\| = \|\vec{V}_2\|$ . On donne  $F_y = \frac{1}{2} C_y \rho S V^2$  avec

$$C_y = \frac{2\pi \sin \alpha}{1 + \frac{2}{A}} \text{ où } A = \frac{H^2}{S} \text{ et } F_x = \frac{1}{2} C_x \rho S V^2 \text{ avec } C_x = \frac{C_y^2}{\pi A}.$$

Cette dernière est la force de traînée induite qui domine par rapport à la force de traînée visqueuse. On se place en régime stationnaire.

1. En faisant un bilan de quantité de mouvement sur le volume pointillé, établir l'expression de la variation de quantité de mouvement en introduisant un débit massique  $D_m$ , que l'on définira. Le paramètre  $d$  sera exprimé par la suite.

2. Trouver et exprimer la force résultante s'appliquant sur les ailes en fonction de  $D_m$ ,  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$ . En déduire des expressions de  $F_x$  et de  $F_y$  en fonction de  $\beta$ . Commenter

3. Exprimer  $\frac{C_x}{C_y}$  uniquement en fonction de  $\beta$ , puis en fonction de  $A$  et  $\alpha$ . Commenter.

On obtient, avec les résultats précédents (preuve admise),  $d = \frac{\pi}{4} H \left( 1 + \frac{4 \sin^2 \alpha}{(2+A)^2} \right)$ .

4. Simplifier l'expression de  $d$  et commenter. Simplifier les expressions de  $F_x$  et de  $F_y$  et introduire une surface caractéristique apparaissant dans les deux forces. Commenter.

5. Si c'est un Cessna, l'avion possède une masse  $M = 700$  kg, une envergure de 10 m, une surface d'aile de 14 m<sup>2</sup> et voyage à une vitesse de croisière  $V = 120$  km.h<sup>-1</sup> ; trouver un ordre de grandeur de  $\beta$  et comparer avec les hypothèses précédentes.

Force de traînée visqueuse : on suppose désormais que l'avion se déplace horizontalement.

La force de traînée induite se réécrit donc  $F_{x,f} = \frac{1}{2} C_{x,\alpha=0} \rho S V^2$  où  $C_{x,\alpha=0} = C_0$

est une constante. La vitesse d'entrée du fluide sous l'aile est  $\vec{V}_1 = V\vec{e}_x$  et la vitesse de sortie du fluide est  $\vec{V}_2 = (V - \Delta V)\vec{e}_x$  avec  $\Delta V \ll V$ .

1. Faire un bilan de quantité de mouvement et montrer que  $F_{x,f} = \frac{\pi}{4} H^2 \rho V \Delta V$ .

2. Évaluer  $\frac{\Delta V}{V}$  et commenter en sachant que  $A \ll 1$ .

#### Planche 14

Générateur thermoélectrique : on supposera pour toutes les questions que l'on se place en régime stationnaire.

1. Rappeler la loi d'Ohm locale.

Donner un ordre de grandeur de la conductivité électrique  $\gamma$  du cuivre.

Exprimer la résistance d'un conducteur ohmique cylindrique de section  $S$  et de longueur  $L$  ; démontrer le résultat.

2. Rappeler la loi de Fourier. Donner un ordre de grandeur de la conductivité thermique  $\lambda$  pour un milieu au choix.

Exprimer la température au sein d'une barre de longueur  $L$  et de section  $S$  liée à deux thermostats de température  $T_1$  et  $T_2$  à ses extrémités, et calorifugée ailleurs ; démontrer le résultat.

Donner l'expression de la conductance thermique  $G$  pour cette barre.

On donne le couplage thermoélectrique à travers ces deux équations ( $\varepsilon$  est le pouvoir thermoélectrique du matériau) :

$$\vec{J}_e = \gamma \vec{E} - \gamma \varepsilon \vec{\text{grad}} T ; \vec{J}_q = -\lambda \vec{\text{grad}} T + \varepsilon T \vec{J}_e.$$

3. Que dire si  $T$  est uniforme ?

Donner le signe du coefficient thermoélectrique d'un semi-conducteur dopé  $N$  et celui d'un semi-conducteur dopé  $P$ .

Que dire si on n'a pas de courant et que  $T$  suit la loi définie à la question 2 ?

Le problème posé est maintenant décrit ci-dessous :

la température et le potentiel électrique sont supposés uniformes et  $A$  et  $B$  sont des conducteurs parfaits de résistance nulle.

4. Exprimer la puissance reçue par la source froide via  $\varepsilon T \vec{J}_e$ .

5. Montrer qu'au sein du semi-conducteur dopé  $N$ ,  $\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{I}{S} \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} T \frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{I^2}{\gamma S^2}$ .

6. Résoudre l'équation différentielle en considérant  $\varepsilon$  indépendant de  $T$ .

Déterminer la puissance reçue par la source froide via  $-\lambda \vec{\text{grad}} T$  puis la puissance totale reçue par la source froide.

7. Donner, sans démonstration, la puissance reçue par la source chaude.

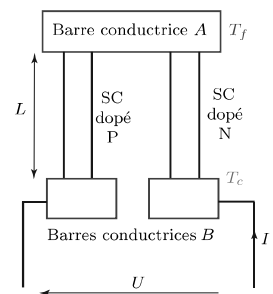
8. Expliciter la puissance électrique fournie par le générateur thermoélectrique et donner son schéma électrique équivalent.

Données numériques :  $|\varepsilon_n| = 208 \mu\text{V.K}^{-1}$  ;  $|\varepsilon_p| = 210 \mu\text{V.K}^{-1}$  ;  $T_c = 500$  K ;  $T_f = 300$  K ;  $I = 50$  mA ;  $L = 25$   $\mu\text{m}$  ;  $S = 2.10^{-9}$  m<sup>2</sup> ;

$\rho_n = \frac{1}{\gamma_n} = 14 \mu\Omega.\text{m}$  ;  $\rho_p = \frac{1}{\gamma_p} = 12 \mu\Omega.\text{m}$

9. Définir et expliciter l'efficacité du générateur.

À quelle condition retrouve-t-on un cycle de Carnot ?



#### Planche 15 Ulm

Le cadre de cet oral est l'évaluation des pertes thermiques dans une maison.

Décrire les différents échanges thermiques se déroulant dans une maison ainsi que l'endroit où ils se produisent.

On se concentrera dorénavant sur les fenêtres et, plus précisément, sur la comparaison des pertes par radiation et par conduction.

Que se passe-t-il pour la conduction ?

*Le candidat introduit les échanges conducto-convectifs en plus de la conduction pure.*

Expliquer ce qui se passe lors de ces échanges, donner la loi phénoménologique pour les modéliser et établir l'expression du vecteur densité de flux thermique dans le verre.

*Le candidat redémontre l'équation de diffusion et écrit la continuité du flux thermique au travers de la vitre ; il lui manque cependant une équation due à l'allure affine de la température. Une fois les équations posées, le problème peut être résolu mais l'examinateur ne le souhaite pas.*

Comparer intuitivement les différentes températures introduites (extérieure, intérieure et de surface) ainsi que les flux thermiques avec et sans échange conducto-convectif.

*L'intuition du candidat lui suggère un transfert avec convection supérieure et son calcul conclut que ce même flux est en réalité inférieur.*

Que faut-il modifier ?

*Le candidat ne voit pas ; l'examinateur ne l'éclaire pas.*

On s'intéresse maintenant aux échanges par radiation ; donner une loi qui permet de le faire.

*Le candidat propose la loi de Stefan, tout en avouant ne pas connaître une valeur de la constante de proportionnalité ; l'examinateur renonce.*

Comparer les pertes avec un double vitrage et avec un simple vitrage.

*Le candidat introduit les différentes résistances thermiques et l'examinateur lui propose de négliger les échanges conducto-convectifs. Le candidat donne des valeurs caractéristiques d'épaisseur de vitre et de conductivité du verre et de l'air. Il trouve un facteur 100 entre les deux flux et l'examinateur lui demande d'expliquer pourquoi un tel facteur.*

Le candidat évoque les différences de densité entre l'air et le verre. En proposant des valeurs de masse volumique pour chacun, il obtient un facteur 3000 au lieu de 100.

Que faut-il ajouter pour retrouver le bon facteur ?

Le candidat parle de la structure sans que ce soit pertinent et l'examinateur le coupe pour achever l'oral (d'autres candidats ont suggéré de prendre en compte la structure mécanique avec, notamment, le module d'Young).

## École polytechnique – MP

### Planche 16

Des rayons lumineux provenant du soleil sont incidents sur un mur de gouttes d'eau, avec un angle  $\alpha$  par rapport au sol. Un observateur regarde en direction des gouttes d'eau (supposées sphériques) avec un angle  $\beta$  par rapport au sol.

- Pour quelles valeurs de  $\beta$  l'intensité lumineuse perçue par l'observateur est-elle maximale ?
- On se place désormais dans le cadre d'application de la loi de Cauchy (pour les gouttes d'eau). Comment sont modifiés les résultats précédents ?
- Lorsque l'on observe un arc-en-ciel, toutes les couleurs nous paraissent-elles de même intensité ?

### Planche 17

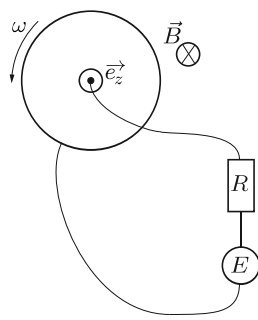
Une masse  $M$  et une petite balle de masse  $m \ll M$  glissent sans frottement sur un plan. À l'instant initial, la balle est immobile et à la distance  $L$  d'un mur, la masse est animée de la vitesse  $V_0$  et vient percuter la balle, la projetant en direction du mur. Les chocs sont élastiques : conservation de l'énergie cinétique et de la quantité de mouvement. Que se passe-t-il ? Exprimer la distance minimale entre la masse et le mur au cours du mouvement.

### Planche 18

Étudier les vibrations latérales d'un fil inextensible de longueur  $l$  et de masse linéique  $\lambda$ , placé à la verticale, dont l'une des extrémités est fixe et à l'autre extrémité duquel est attachée une masse  $M$ .

### Planche 19

Un disque parfaitement conducteur peut tourner, sans frottement, autour de son axe  $\vec{e}_z$  ; il fait partie d'un circuit avec résistance  $R$  et générateur de tension, le tout plongé dans champ  $B_0 = -B_0\vec{e}_z$  uniforme et stationnaire. À  $t = 0$ , le générateur impose une ddp  $E > 0$  constante. Prévoir qualitativement le mouvement du disque en fonction du temps ( $\omega(t)$  où  $\omega$  est la vitesse angulaire du disque) puis déterminer  $\omega(t)$  quantitativement. Théoriquement,  $\omega(t)$  tend vers l'infini mais, en pratique, il tend vers une valeur finie : pourquoi ?



### Planche 20

Un gros cylindre fermé de longueur  $L$  est fixé perpendiculairement sur un tube mince dont l'extrémité inférieure plonge dans un liquide de masse volumique  $\rho_l$ . L'air est considéré comme un gaz parfait, de masse volumique  $\rho_a$  et de masse molaire  $M_a$ . La température est constante. L'ensemble est en rotation autour de l'axe du tube mince, à la vitesse constante  $\omega$ . Que se passe-t-il ?

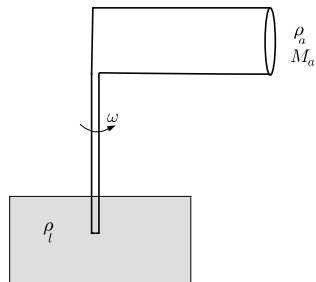


Schéma tracé par l'examinateur

### Planche 21

Une masse  $m$ , posée sur une table, est reliée par un ressort de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$  à un axe fixe. Le contact avec la table est sans frottement et le ressort peut pivoter sans frottement autour de l'axe. Le mouvement de la masse se fait sans frottement.

- Est-il possible que la masse ait un mouvement circulaire autour de l'axe de rayon  $\frac{5}{4}l_0$  ? Si oui, à quelle condition sur la vitesse initiale ?
- Le mouvement circulaire est atteint, une perturbation fait sortir la masse de son orbite ; va-t-elle retourner sur l'orbite précédente (on pourra retrouver l'énergie potentielle effective du système et la représenter graphiquement). Trouver la pulsation des oscillations autour de la position d'équilibre.

### Planche 22 Chimie

I) Une pile est constituée de deux demi-piles :

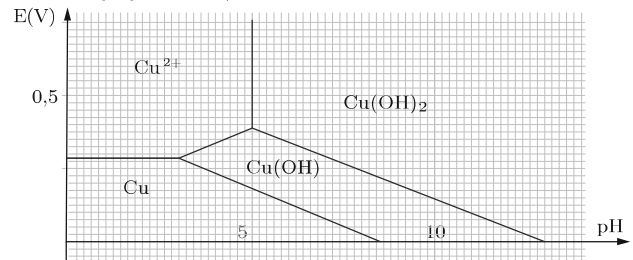
- demi-pile 1 : solution de concentration  $C_1 = 4,0 \cdot 10^{-2}$  mol/L en nitrate d'argent,  $V = 100$  mL, l'électrode est en argent.
  - demi-pile 2 : solution de concentration  $C_2 = 4,0 \cdot 10^{-3}$  mol/L en nitrate d'argent à laquelle on a ajouté 260 mg de KCN sans variation de volume,  $V = 100$  mL, l'électrode est en argent. Données : produit de solubilité  $K_s(\text{Ag}_2\text{CrO}_4) = 1,38 \cdot 10^{-5}$  ;  $E^\circ(\text{Ag}^+/\text{Ag}) = 0,80$  V.
- Dessiner la pile, préciser la polarité, calculer  $E_1$ , potentiel de la demi-pile 1. La fem est  $E' = 1,08$  V : calculer  $E_2$ . Calculer la concentration en  $\text{Ag}^+$  dans la demi-pile 2.
  - Calculer la constante  $K_d$  de dissociation du complexe  $(\text{Ag}(\text{CN})_2)^-$ , les concentrations initiales en  $\text{Ag}^+$ , en  $\text{CN}^-$  et finales en  $(\text{Ag}(\text{CN})_2)^-$ .
  - On remplace la demi-pile 2 par la demi-pile suivante : électrode en argent, solution saturée en  $\text{Ag}_2\text{CrO}_4$ . Calculer la solubilité molaire  $s$  de  $\text{Ag}_2\text{CrO}_4$  et en déduire la concentration en  $\text{Ag}^+$ . Calculer  $E_3$  puis la nouvelle fem  $E''$ , commenter.

II) Le columbium a pour masse molaire  $M = 92,90$  g/mol. Le solide cristallise selon un réseau cubique centré (atomes au sommet et un au centre). Le paramètre de la maille est  $a = 330$  pm. Dessiner la maille, donner sa population. Calculer la masse volumique et la compacité.

### Planche 23 Chimie

I) On rappelle que  $Z(\text{Cu}) = 29$  ; donner la configuration électronique du cuivre et les ions qu'il peut former.

On donne le diagramme E-potentiel suivant, la concentration molaire en ions dissous valant  $[\text{Cu}] = 10^{-2}$  mol/L.



- Donner les nombres d'oxydation des différentes espèces.
- On dispose de  $\text{CuOH}$  en solution aqueuse, on fait diminuer le pH ; que se passe-t-il ? Comment se nomme cette réaction ?
- Trouver la constante de cette réaction.
- Retrouver les valeurs des potentiels standards des différents couples.

II) Soit la réaction  $2\text{CuBr}_2(\text{s}) = 2\text{CuBr}(\text{s}) + \text{Br}_2(\text{g})$ .

On donne la pression partielle de l'espèce gazeuse pour deux températures  $T_1 = 450$  K et  $T_2 = 550$  K,  $p_{\text{EQ}} \text{Br}_2(T_1) = P_1 = 6,71 \cdot 10^{-3}$  bar et  $p_{\text{EQ}} \text{Br}_2(T_2) = P_2 = 6,71 \cdot 10^{-1}$  bar

- Trouver  $\Delta_r G^\circ$  aux deux températures.
- En supposant  $\Delta_r H^\circ$  et  $\Delta_r S^\circ$  constants sur  $[T_1, T_2]$ , donner leurs valeurs.
- Pouvait-on prévoir le signe de  $\Delta_r S^\circ$  ?
- Dans un récipient initialement vide de volume  $V = 10,0$  L et maintenu à 550 K, on introduit 0,50 mol de  $\text{CuBr}_2(\text{s})$ . Déterminer l'affinité initiale du système et la composition finale. Quel volume devrait avoir le récipient pour que la réaction soit totale ?

### Planche 24 Chimie

- Donner la configuration du manganèse ( $Z = 25$ ).
- On donne  $[\text{Ba}] = [\text{Xe}] 6 s^2$  ; donner l'ion que l'on peut former à partir du baryum.
- Donner le nombre d'oxydation de Mn dans  $\text{BaMnO}_4$  ; montrer que  $\text{MnO}_4^{2-}$  n'est pas stable à pH=0 (dismutation).
- Donner la solubilité de  $\text{BaMnO}_4$  à pH = 14 et faire l'application numérique.
- On note  $\text{Y}^{4-}$  l'ion EDTA ; calculer  $[\text{Y}^{4-}]$  pour avoir la solubilité de  $\text{BaMnO}_4$  à  $10^{-2}$  mol/L.

Produit de solubilité de  $\text{BaMnO}_4$ ,  $p_s = 10^{-8,8}$  ;  $\text{Ba}(\text{OH})^+/\text{Ba}^{2+}$ ,  $\text{PKa} = 13$  ;  $\text{Ba}^{2+} + \text{Y}^{4-} = \text{BaY}^{2-}$ ,  $K_1 = 10^{7,8}$  ; potentiel  $\text{MnO}_4^-/\text{MnO}_4^{2-}$  à pH = 0,  $p_1 = 0,6$  V ; potentiel  $\text{MnO}_4^{2-}/\text{MnO}_2$  à pH=0,  $p_2 = 2,12$  V

## École polytechnique – ESPCI – PC

### Planche 25

Une station intergalactique est assimilée à une sphère de rayon  $R = 10^4$  km et de masse volumique  $\mu = 10^3$  kg/m<sup>3</sup>. Elle est creusée d'un tunnel de rayon  $a = 100$  km et de centre situé à  $\frac{R}{2}$  du centre de la sphère.

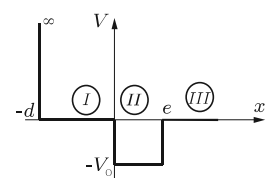
Donner les forces qui s'appliquent à un objet (vaisseau spatial) qui arrive dans le tunnel dans le plan qui contient l'axe du tunnel et le centre de la sphère.

Quelle est la vitesse minimale que doit avoir un objet pour ressortir de l'autre côté du tunnel ? Quel est l'angle optimal de la vitesse par rapport à l'axe du tunnel ?

### Planche 26

On considère une particule quantique de masse  $m$  et la répartition de potentiel ci-contre, avec  $V_0 > 0$ ,  $d > 0$ ,  $e > 0$ . On considère un état lié de la particule. On fait varier  $e$  et  $V_0$  de telle sorte que  $eV_0 = V'_0 = c$ .

Exprimer les niveaux d'énergie de la particule dans ce puits, dans le cas limite où  $e$  tend vers 0 (on considérera tout de même les trois zones), puis dans le cas général.



Quelle influence la variation de  $d$  a-t-elle sur ces niveaux d'énergie ?

### Planche 27

Une bouteille de type Thermos contient 1 litre de café à 90°C ; la paroi, de surface  $S = 600$  cm<sup>2</sup>, est composée de deux couches, séparées d'une distance  $d$ , entre lesquelles se trouve de l'air à la pression  $p = 5 \cdot 10^{-6}$  atm. On considère les particules entre les couches comme un gaz parfait, de libre parcours moyen égal à 1 cm  $\gg d$ .

L'air extérieur est à 20°C. On suppose que lorsqu'un groupe de particules touche l'un des deux thermostats, elle en prend immédiatement la température.

On donne  $C = 4,2$  kJ.kg.K<sup>-1</sup>, capacité thermique massique du café.

Les parois rayonnent 10% de l'énergie que rayonnerait un corps noir.

En combien de temps le café atteint-il 70°C ?