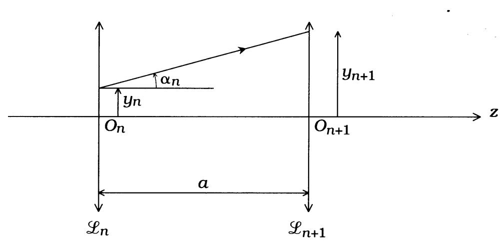
T.D. O_1 : Introduction à l'optique physique

Exercice 1 Succession de lentilles identiques



On considère une succession de lentilles convergentes minces identiques de même axe optique Oz, de distance focale $f' > 0$, équidistantes de a avec $a \ll f'$. On se limite ici à des rayons se propageant dans un plan méridien (plan contenant l'axe Oz) et on suppose valable l'approximation de Gauss.

Un rayon qui vient traverser la lentille de rang n est parfaitement déterminé par sa distance algébrique y_n à l'axe *à la sortie de la lentille* et par l'angle orienté α_n qu'il fait avec Oz.

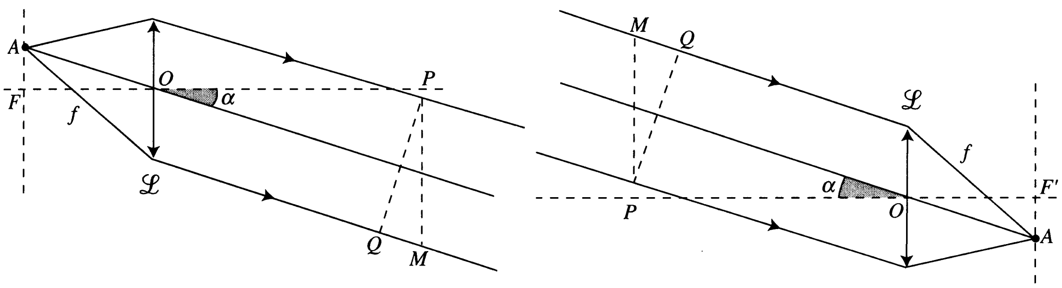
1. Trouver une relation de récurrence pour la suite y_n faisant intervenir a et f'.
2. En déduire l'équation différentielle donnant accès à l'équation des rayons lumineux dans le système. La résoudre.
3. Quel peut être l'intérêt d'un tel dispositif ?

Exercice 2 Propagation de la lumière dans une fibre optique

1. On considère une fibre optique constituée d'un cylindre de révolution d'indice n_f entouré par une enveloppe d'indice $n_e < n_f$. Montrer que tout rayon situé dans un plan méridien de la fibre et faisant un angle θ avec l'axe reste prisonnier de la fibre si $\theta < \Lambda_0$ où Λ_0 est une grandeur que l'on exprimera en fonction de n_e et n_f.
2. On considère maintenant une fibre dont l'indice n dépend de la distance r à l'axe suivant une loi de la forme $n^2(r) = {n_0}^2\,(1-\alpha^2 r^2)$ où α est une constante.
   Déterminer la trajectoire d'un rayon issu d'un point O de l'axe Oz de la fibre et faisant en O l'angle θ_0 avec cet axe.

Exercice 3 Comment faire avec une lentille ?

On considère une lentille mince convergente dans l'air utilisée dans les deux dispositifs représentés. On exprimera les résultats en fonction de $a = \mathrm{PM}$ et de α.



1. Pour le montage de gauche, calculer la différence de chemin optique $(\mathrm{AM}) - (\mathrm{AP})$.
2. Pour le montage de droite, calculer la différence de chemin optique $(\mathrm{MA}) - (\mathrm{PA})$.

Exercice 4 Chemin optique introduit par une lentille mince

On considère une lentille convergente bi-convexe, d'axe optique $x'x$, de distance focale f', d'indice N. La lentille est d'épaisseur $\mathrm{SS'} = e$ sur l'axe optique, où S et S' sont les sommets des dioptres sphériques de rayons R et R', centrés en C et C', formant les faces de la lentille. L'indice de l'air est noté n.

1. On considère un rayon paraxial issu d'un point A à l'infini sur l'axe optique, à la distance transverse y de celui-ci. Déterminer le chemin optique $\mathrm{L}(y)$ introduit par une lentille convergente entre deux plans de front passant par les sommets S et S', dans le cadre de l'optique paraxiale de GAUSS, en fonction de N, e, n, f' et y.
2. Calculer $\mathrm{L}(y)$ en prenant cette fois en compte la forme de la lentille. En déduire l'expression de f'.
3. En traduisant la condition de stigmatisme (approché), retrouvez la formule de conjugaison de DESCARTES des lentilles minces.

Exercice 5 Différence de marche introduite par une lentille mince divergente

Une lentille mince divergente plan-concave d'épaisseur e, en verre d'indice de réfraction N, dans l'air d'indice n, donne d'un objet ponctuel réel A sur son axe une image virtuelle A'. Dans les approximations de GAUSS, calculer le chemin optique $(\mathrm{AA'})$.

Exercice 6 Interprétation interférentielle de la cavité résonante

Une cavité taillée dans un conducteur parfait est contenue entre deux plans parallèles infinis $z = 0$ et $z = \mathrm{L}$. On s'intéresse à une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement selon $\overrightarrow{e_x}$ se propageant perpendiculairement aux parois. Cette onde se réfléchit sans perte à chaque fois qu'elle rencontre une paroi.

1. Écrire la différence de phase φ due à la propagation, lorsque le trajet correspond à un aller-retour dans la cavité.
2. En déduire les longueurs d'onde autorisées dans la cavité par un raisonnement interférentiel (modes propres de la cavité).
3. Comparer le résultat obtenu avec la quantification des longueurs d'onde obtenue par un raisonnement de type électromagnétique.

Exercice 7 Mesure de la distance Terre-Lune

Pour mesurer avec précision la distance Terre-Lune $d \simeq 3,8.10^8$ m, on émet une impulsion laser d'énergie $\mathrm{E} = 0,3$ J et de longueur d'onde $\lambda_0 = 530$ nm au foyer F d'un télescope de rayon $\mathrm{R} = 1$ m, situé sur la surface de la Terre et pointé en direction d'un réflecteur placé à la surface de la Lune. Ce réflecteur, constitué de cent coins de cube de même côté $a \simeq 1$ cm, renvoie l'impulsion vers F et la mesure du retard τ donne accès à la distance Terre-Lune d.

Les rayons lumineux issus du télescope ont une divergence angulaire $\alpha = 2.10^{-5}$ rad et le faisceau de retour présente une divergence angulaire due à la diffraction qui se produit lors de la réflexion sur chaque coin de cube. Estimer l'ordre de grandeur de la fraction ρ de la puissance lumineuse émise depuis la Terre qui est recueillie au retour par le télescope. En déduire le nombre minimum N d'impulsions laser qu'il faut envoyer pour détecter un photon en retour, sachant que l'énergie d'un photon est égale à $\mathscr{E} = hc/\lambda_0$ où $h = 6,62.10^{-34}$ J.s est la constante de PLANCK.

Quelques indications ou solutions...

Exercice 1

Il faut effectuer une approximation des milieux continus pour obtenir l'équation différentielle demandée.

Exercice 2

1. $\Lambda_0 = \mathrm{Arccos}(n_e/n_f)$.
2. *Trajectoire d'équation* $r = \left|\frac{\sin\theta_0}{\alpha}\sin\left(\frac{\alpha z}{\cos\theta_0}\right)\right|$.

Exercice 3

Il s'agit d'un exercice très important dont vous avez tendance à oublier l'intérêt principal pour l'optique interférentielle : on peut, sans tenir compte de ce qui se passe dans la lentille, calculer la différence de chemin optique demandée. Il ne faut surtout pas raisonner géométriquement bêtement (sinon il faudrait tenir compte de la forme de la lentille !). Il suffit de penser au théorème de Malus et éventuellement au principe de retour inverse de la lumière...

Exercice 4

On obtient par l'optique paraxiale de GAUSS *le chemin optique introduit* $\mathrm{L}(y) \simeq \mathrm{N}e - ny^2/(2f')$. *Par un calcul tenant compte de la forme de la lentille (mais toujours en conditions de* GAUSS*),* $\mathrm{L}(y) \simeq \mathrm{N}e - (\mathrm{N}-n)(1/\mathrm{R}+1/\mathrm{R}')y^2/2$. *Il ne vous reste qu'à identifier les résultats...*

Exercice 5

Pas d'indication.

Exercice 6

Pas d'indication.

Exercice 7

Montrez que chaque coin de cube est ***rétroréflecteur****. On estime* $\rho = 1,4.10^{-19}$ *et* $\mathrm{N}_{min} = 9$.