

## Exercices de révision pour les oraux : Série 3.

### 1. Filtrage d'un signal créneau asymétrique

On considère la tension  $v_1(t)$  décrite sur le schéma de la figure 1. On pose  $T_f = \alpha T$  où  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  est sa période. Cette tension est envoyée à l'entrée d'un circuit série  $(R, L)$  et on étudie la tension de sortie  $v_2(t)$  obtenue aux bornes de la résistance  $R$ . On posera  $\tau = \frac{L}{R}$ .

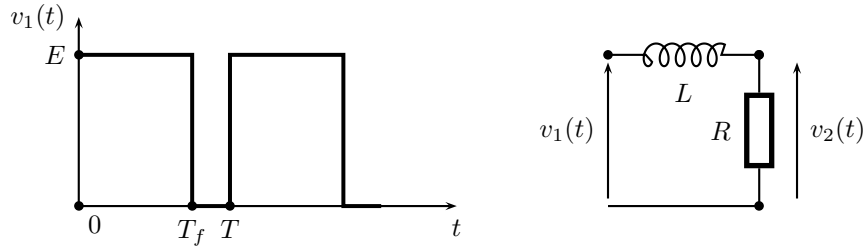


FIGURE 1 – Signal créneau asymétrique

- Déterminer  $\langle v_1(t) \rangle$  moyenne temporelle de  $v_1(t)$  en fonction de  $\alpha$  et  $E$ . En déduire  $\langle v_2 \rangle$  et  $\langle i \rangle$  où  $i$  est l'intensité circulant dans le circuit.
- En supposant le régime périodique de période  $T$  établi, déterminer l'expression de  $v_2(t)$ .
- Dans le cadre d'un régime sinusoïdal de la tension  $v_1(t)$ , déterminer l'expression de la fonction de transfert  $H(j\omega) = \frac{v_2}{v_1}$ .
- On envisage maintenant le problème en utilisant la notion de série de FOURIER. On écrit ainsi :  $v_1(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$ . Déterminer les coefficients de ce développement de FOURIER.
- Donner l'expression du développement en série de FOURIER de la tension de sortie  $v_2(t)$ .

Réponses :  $\langle v_1 \rangle = \alpha E$ , basse fréquence la bobine est un fil donc  $v_1 = v_2$  d'où  $\langle v_2 \rangle = \langle v_1 \rangle = \alpha E$  et  $\langle i \rangle = \frac{\alpha E}{R}$ ,  $\tau \frac{dv_2}{dt} + v_2 = E$  ou  $0$ ,  $v_{2a} = A \exp(-\frac{t}{\tau}) + E$  et  $v_{2b} = B \exp(-\frac{t}{\tau})$  continuité en  $t = 0$  et en  $t = T_f$  d'où  $A + E = B \exp(-\frac{T_f}{\tau})$  et  $A \exp(-\frac{T_f}{\tau}) + E = B \exp(-\frac{T_f}{\tau})$  d'où  $v_{2a} = E(1 - \frac{\exp(-\frac{T_f}{\tau}) - \exp(-\frac{T}{\tau})}{\exp(-\frac{T_f}{\tau}) - 1}) \exp(-\frac{t}{\tau})$ ,  $v_{2b} = E \exp(\frac{T}{\tau} \frac{\exp(-\frac{T_f}{\tau}) - 1}{\exp(-\frac{T_f}{\tau}) - 1}) \exp(-\frac{t}{\tau})$ ,  $H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega\tau}$ ,  $a_0 = \alpha E$ ,  $a_n = \frac{E}{n\pi} \sin 2\pi\alpha n$ ,  $b_n = \frac{E}{n\pi} (1 - \cos 2\pi\alpha n)$ ,  $a'_0 = \alpha E$ ,  $a'_n = \frac{a_n}{\sqrt{1 + n^2\omega^2\tau^2}}$  idem pour  $b'_n$  avec  $b_n$  et déphasage de  $\varphi_n = -\arctan n\omega\tau$ .

### 2. Erreur de quantification

Du fait de la numérisation par un convertisseur à loi linéaire, une erreur d'arrondi est commise sur chaque échantillon.

- En notant  $q$  le pas de quantification, préciser dans quel intervalle l'erreur d'arrondi  $\varepsilon$  prend sa valeur.
- Lors d'un essai du convertisseur avec un signal triangulaire, quelle est l'évolution temporelle de  $\varepsilon(t)$ ? On raisonnera sur une portion croissante du signal d'entrée.
- En raisonnant sur une période de  $\varepsilon(t)$ , déterminer sa valeur moyenne. Quelle est aussi sa moyenne quadratique et donc sa valeur efficace? Comparer  $\varepsilon_{eff}$  et la plage de conversion du signal  $\Delta s$  pour un convertisseur linéaire 8 bits ou 12 bits.
- Lors d'une phase de décroissance du signal triangulaire échantillonné, les propriétés précédentes sont-elles conservées?
- Le signal d'entrée est de forme quelconque mais d'amplitude grande devant le pas de quantification. Pourquoi peut-on considérer les résultats précédents comme toujours valables pour  $\varepsilon(t)$ ?

Réponses : l'erreur d'arrondi prend ses valeurs dans l'intervalle  $[-\frac{q}{2}; +\frac{q}{2}]$ ; on obtient une dent de scie de période identique à celle de l'échantillonnage  $T_e$  que l'on peut décrire par  $\varepsilon(t) = q \frac{t}{T_e}$  pour le signal entre  $[-\frac{T_e}{2}; \frac{T_e}{2}]$  qui encadre la date  $t = 0$ ; la moyenne est nulle sur une période, la moyenne quadratique  $\sigma^2 = \frac{2}{T_e} \int_0^{T_e/2} q^2 \frac{t^2}{T_e^2} dt = \frac{q^2}{12}$ , on a donc  $\varepsilon_{eff} = \frac{q}{2\sqrt{3}}$ , la plage de conversion  $\Delta s$  est telle que  $q = \frac{\Delta s}{2^n - 1}$  on a donc  $\frac{\varepsilon_{eff}}{\Delta s} \simeq \frac{1}{2^{n+1}\sqrt{3}}$ , pour 8 bits on trouve  $\frac{\varepsilon_{eff}}{\Delta s} = 10^{-3}$  et pour 12 bits  $\frac{\varepsilon_{eff}}{\Delta s} = 7 \times 10^{-5}$ ; les résultats restent valables car on a toujours un signal triangulaire, il n'y a que le signe qui change; l'échantillonnage est rapide et la plage de conversion grande devant le pas de quantification, on peut considérer localement que tout signal est assimilable à un triangle.

### 3. Potentiel harmonique

Soit  $\psi(x, t)$  la fonction d'onde d'une particule de masse  $m$  pouvant se déplacer sur l'axe  $Ox$  :

$$\psi(x, t) = A \exp\left(-\frac{m\omega_0 x^2}{2\hbar} - i\frac{\omega_0}{2}t\right)$$

1. Quelles sont les dimensions des constantes  $A$  et  $\omega_0$  ?
2. Quelles sont les valeurs possibles de  $A$  ?
3. Quel type d'état est représenté par cette fonction d'onde ? Quelle est l'énergie de la particule ?
4. À quelle énergie potentielle  $V(x)$  est soumise cette particule ?
5. Dans quel(s) type(s) de situation rencontre-t-on cette énergie potentielle ?
6. Quelle est la valeur moyenne  $\langle x \rangle$  de la position  $x$  de la particule ? Plus précisément, si on prépare  $N \gg 1$  systèmes dans cet état et que l'on mesure pour chacun d'entre eux la position  $x$  de la particule, quelle est la moyenne des mesures réalisées ?
7. Qu'en est-il de la moyenne quadratique  $\langle x^2 \rangle$  ?
8. Que dire de l'étalement des mesures en quantité de mouvement dans cet état ?

On donne pour  $\alpha > 0$  :  $\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\alpha u^2) du = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$  et  $\int_{-\infty}^{\infty} u^2 \exp(-\alpha u^2) du = \sqrt{\frac{\pi}{4\alpha^3}}$ .

Réponses :  $\omega_0$  est en  $s^{-1}$ , la normalisation de la probabilité entraîne  $\int |\psi|^2 dx = 1$  donc  $A$  est en  $m^{-1/2}$  ; la condition de normalisation conduit à  $1 = \sqrt{\frac{\pi\hbar}{m\omega_0}} |A|^2$  donc  $A = \pm \left(\frac{m\omega_0}{\pi\hbar}\right)^{1/4}$ , on choisit la valeur positive ; la forme de l'onde montre un état stationnaire avec le terme en  $\exp -i\frac{E}{\hbar}t$ , l'énergie est donc  $E = \frac{\hbar\omega_0}{2}$  ; l'équation de SCHRÖDINGER est  $V(x)\psi = \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$ , on trouve  $V(x) = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2$  ; il s'agit d'un oscillateur harmonique de type ressort ou d'un développement limité d'une énergie potentielle au voisinage d'une position d'équilibre ;  $|\psi|^2$  est paire en  $x$  la position moyenne est donc  $\langle x \rangle = 0$ , c'est la position d'équilibre évoquée avant ;  $\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi|^2 dx = \frac{\hbar}{2m\omega_0}$  ; l'indétermination porte que  $\sqrt{\langle x^2 \rangle} = \Delta x$ , on en déduit que  $\Delta p_x \geq \sqrt{2m\hbar\omega_0}$ .

### 4. Effet Ramsauer-Townsend (1922)

Lorsqu'un faisceau d'électrons d'énergie  $E = 0,7 \text{ eV}$  traverse l'hélium, celui-ci est parfaitement transparent.

1. En modélisant un atome d'hélium comme un puits de potentiel carré de profondeur  $-V_0 < 0$  et de largeur  $a = 0,2 \text{ nm}$  pour les électrons, expliquer par analogie avec une expérience d'interférences en optique ce qui permet au facteur de transmission de la barrière d'être égal à 1.
2. Quelle est la plus grande valeur de la longueur d'onde de DE BROGLIE convenable dans le puits ?
3. En déduire une valeur pour  $V_0$ .

Réponses : on va considérer une onde qui traverse directement le puits et une seconde issue de la réflexion de la première à la sortie du puits. Cette seconde onde va se propager en sens  $x$  décroissant mais revenue au début du puits, elle va se réfléchir à nouveau (et aussi se transmettre en  $x < 0$  sans que cela ne nous intéresse) et repartir dans le sens  $x$  croissant. Arrivée à nouveau en  $x = a$  à l'extrémité du puits, elle se transmet (et se réfléchit encore) dans le milieu  $x > a$ . Si le déphasage entre les deux ondes - l'onde qui a traversé directement et la seconde - est un multiple de  $2\pi$ , alors elle interfère de façon constructive. Cela peut expliquer le coefficient de transmission de 1. Pour des interférences constructives, il faut donc que la différence de marche vérifie  $2a = n\lambda$ . La plus grande valeur de la longueur d'onde est donc  $\lambda_{max} = 2a = 0,4 \text{ nm}$ . Par définition de l'énergie mécanique, on a  $E = E_c - V_0$  et donc  $E_c = \frac{p^2}{2m} = E + V_0$  avec  $p = \frac{h}{\lambda}$ . En prenant  $\lambda = 2a$ , on trouve  $E + V_0 = \frac{h^2}{8ma^2} = 9,4 \text{ eV}$ . On trouve  $V_0 = 8,7 \text{ eV}$ .

### 5. Transport d'une planche dans une scierie

On considère une planche d'épaisseur très faible par rapport à sa longueur  $2(d+a)$  et de masse  $m$ . Cette planche repose sur un appui que l'on va considérer comme ponctuel en  $A$  et sur un cylindre de rayon  $R$  qui tourne à la vitesse  $\omega$  constante par rapport à un axe horizontal. Le coefficient de frottement sera supposé identique pour le contact en  $A$  et pour le contact avec le cylindre. Il est noté  $f$ . On confondra coefficient de frottement statique et coefficient de frottement dynamique. On suppose que les deux contacts sont réalisés en permanence. À la date  $t = 0$ , la planche possède la vitesse  $\vec{v}_{t=0} = -v_0 \vec{e}_x$  et l'abscisse  $s$  du centre d'inertie de la planche supposée homogène est  $x = 0$ . Voir le schéma de la figure 2.

1. Montrer qu'à la date  $t = 0$ , il y a nécessaire glissement sur les deux appuis et déterminer l'orientation de chaque composante tangentielle de frottement.
2. Étudier la première phase du mouvement en supposant qu'il y a glissement au niveau de chaque appui.

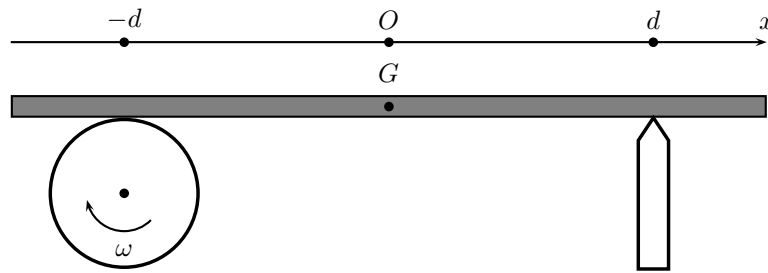


FIGURE 2 – Entraînement d'une planche

- Déterminer la date à laquelle va s'annuler, en premier, l'une des deux vitesses de glissement. Quelle conclusion doit-on en tirer ?
- Étudier le mouvement ultérieur. Montrer que selon la valeur de  $\omega$  une phase de roulement sans glissement de la planche sur le cylindre est possible.

Réponses :  $v_{g1} = \dot{x}$  et  $v_{g2} = \dot{x} - R\omega$   $T_1$  et  $T_2$  dans le sens  $x > 0$ ,  $m\ddot{x} = T_1 + T_2$ ,  $N_1 + N_2 = mg$ ,  $\ddot{x} = fg$ ,  $\dot{x} = fgt - v_0$ ,  $v_{g1} = fgt - v_0$  et  $v_{g2} = fgt - (v_0 + R\omega)$ ,  $v_{g1} = 0$  à  $t_1 = \frac{v_0}{fg}$ ,  $x(t_1) = -\frac{v_0^2}{2fg}$  et  $\dot{x}(t_1) = 0$ , ensuite  $T_1$  est dans le sens  $x < 0$ ,  $m\ddot{x} = T_2 - T_1 = f(N_2 - N_1)$ , par le théorème du moment cinétique en  $G$   $N_2(d+x) = N_1(d-x)$ ,  $N_1 = \frac{mg}{2}(1 + \frac{x}{d})$  et  $N_2 = \frac{mg}{2}(1 - \frac{x}{d})$ ,  $\ddot{x} + \frac{fg}{d}x = 0$   $\omega_0 = \sqrt{\frac{fg}{d}}$ ,  $x = -\frac{v_0^2}{2fg} \cos \omega_0(t - t_1)$ ,  $\dot{x} = \frac{v_0^2}{2\sqrt{fgd}} \sin \omega_0(t - t_1)$ ,  $v_{g2} = \frac{v_0^2}{2\sqrt{fgd}} \sin \omega_0(t - t_1) - R\omega$ , RSG possible si  $\omega < \frac{v_0^2}{2R\sqrt{fgd}}$ .

## 6. Planète fluide

On considère une planète constituée par un fluide incompressible de masse volumique  $\mu$ . Cette planète est supposée à symétrie sphérique et ne tourne pas sur elle-même. On suppose de plus que son mouvement par rapport à son étoile de rattachement n'affecte pas la symétrie sphérique. Le rayon de la planète est  $R$  et on indique qu'elle ne possède pas d'atmosphère. On note  $\mathcal{G}$  la constante de gravitation universelle.

- Détermine l'expression du champ de gravitation créé par la planète en tout point de l'espace.
- En supposant que l'équilibre mécanique est réalisé, déterminer la pression  $P(r)$  qui règne dans la planète en fonction de  $r$ ,  $R$ ,  $\mu$  et  $\mathcal{G}$

Réponses :  $G(r) = -\frac{\mathcal{G}4\pi\mu R^3}{3r^2}$  pour  $r \geq R$  et  $G(r) = -\frac{\mathcal{G}4\pi\mu r}{3}$  pour  $r \leq R$ ,  $\overrightarrow{\text{grad}} P = \mu G(r)\vec{e}_r$ ,  $P(r) = \frac{2\pi\mathcal{G}\mu^2}{3}(R^2 - r^2)$  car à la surface  $P = 0$  puisqu'il n'y a pas d'atmosphère.

## 7. Moteur thermique et source thermique de vapeur

On réalise un moteur thermique réversible qui fonctionne entre une source froide constituée d'un thermostat à  $20^\circ\text{C}$  et une source chaude, dont la température est susceptible d'évoluer, constituée d'une masse d'une tonne de vapeur d'eau à  $100^\circ\text{C}$  sous une pression de 1 bar.

On donne :  $L_{\text{vap}} = 2260 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$  et  $c_{\text{eau-liq}} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

- Expliquer qualitativement le fonctionnement de ce moteur. Montrer que la production de travail s'effectue en deux étapes jusqu'à l'arrêt de la machine.
- Déterminer le travail fourni par le moteur et le transfert thermique reçu de la source chaude pour les deux étapes.
- En déduire le rendement.
- Comparer ce rendement à celui d'un moteur de Carnot fonctionnant entre deux thermostats à  $20^\circ\text{C}$  et  $100^\circ\text{C}$ .

Réponses :  $W_a = -4,8 \times 10^8 \text{ J}$ ,  $Q_{1a} = 2,26 \times 10^9 \text{ J}$ ,  $W_b = -mc_{\text{eau-liq}}[T_1 - T_0 - T_0 \ln \frac{T_1}{T_0}]$  d'où  $W_b = -3,9 \times 10^7 \text{ J}$ ,  $Q_{1b} = 3,3 \times 10^8 \text{ J}$ ,  $\eta = 0,20$ ,  $\eta_{\text{Carnot}} = 0,215$ .

## 8. Électrode cylindrique

Des électrons de masse  $m$  et de charge  $-e$  sont émis dans le vide et avec une vitesse initiale négligeable au niveau d'un cylindre métallique de rayon  $a$ , de grande hauteur, porté au potentiel 0. Une seconde armature cylindrique de même axe que la précédente, mais de rayon  $b > a$ , est portée au potentiel  $V_0$  positif. L'axe commun des deux armatures est noté  $Oz$  et le mouvement d'un quelconque des électrons est étudié dans les coordonnées cylindriques. On néglige la pesanteur.

1. Déterminer le mouvement des électrons par une méthode énergétique. Si on néglige la densité volumique de charge des électrons, quel est leur temps de parcours ? On l'exprimera sous forme d'une intégrale.
2. Les électrons sont de plus soumis à un champ magnétique  $\vec{B}$  uniforme et colinéaire à  $Oz$ . Exprimer les théorèmes de l'énergie cinétique et du moment cinétique pour l'électron.
3. Exprimer une équation différentielle sur  $r$ . A quelle condition sur  $V_0$  et  $B$  les électrons n'atteindront-ils pas l'armature externe ?

Réponses :  $m \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{eV_0}{r \ln(b/a)}$ ,  $\Delta t = \sqrt{\frac{m \ln(b/a)}{2eV_0}} \int_a^b \frac{dr}{\sqrt{\ln(r/a)}}$ ,  $(\frac{dr}{dt})^2 + \frac{e^2 B^2}{4m^2} (r - \frac{a^2}{r})^2 = \frac{2eV_0}{m \ln(b/a)} \ln(r/a)$ ,  $V_0 < \frac{eB^2}{8mb^2} (b^2 - a^2)^2$ .

### 9. Induction et élévation de température

On considère le circuit plan de la figure 3. Il comprend deux résistances  $R_0$  et  $R_1$ . La résistance  $R_1$  est enfermée dans une enceinte dont les parois d'épaisseur  $e$  présentent la capacité thermique massique  $c$ , la masse volumique  $\mu$  et la conductivité thermique  $\lambda$ . Malgré la complexité du système, on considérera que le problème de transfert thermique est unidimensionnel descriptible en coordonnée cartésienne  $z$  dans l'épaisseur de la paroi et de surface  $S$ . On notera  $T_0$  la température extérieure à l'enceinte supposée uniforme et constante au cours du temps et  $T_1$  la température à l'intérieur de l'enceinte.

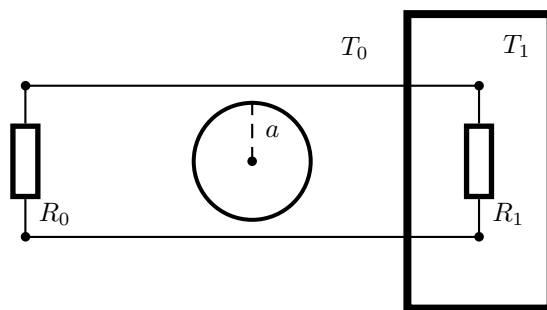


FIGURE 3 – Le circuit et l'enceinte

Un solénoïde présentant  $n$  spires circulaires par mètre, de rayon  $a$  traverse perpendiculairement le plan du circuit précédent. Ce solénoïde est parcouru par un courant d'intensité  $I(t)$  donné par le graphique de la figure 4. On néglige les effets de bord, on néglige l'autoinduction. Sur le plan des transferts énergétiques, on néglige la convection et le rayonnement.

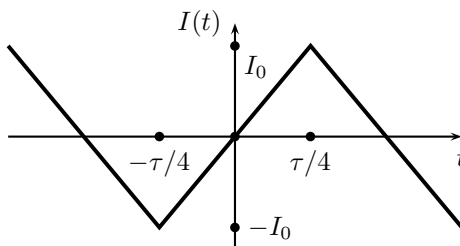


FIGURE 4 – Intensité dans le solénoïde

1. Décrire qualitativement ce qu'il se passe.
2. Comment choisir  $R_1$  pour maximiser l'écart de température  $\Delta T = T_1 - T_0$  ?
3. Déterminer l'expression de  $\Delta T$  lorsque l'intensité qui parcourt le solénoïde est donnée par le graphique de la figure 4.
4. L'intensité du courant  $I(t)$  est sinusoïdale de moyenne nulle. Discuter en fonction de sa pulsation  $\omega$ .

Réponses : Il y a induction à travers le circuit et donc courant induit, il provoque de l'effet JOULE dans  $R_1$  ce qui explique l'élévation de température, on a  $\vec{B} = \mu_0 n I_0 f(t) \vec{e}_z$  où  $f(t)$  est la fonction décrivant le triangle par exemple  $f(t) = \frac{4t}{\tau}$  et  $f(t) = 2 - \frac{4t}{\tau}$  sur  $[-\frac{\tau}{4}; \frac{3\tau}{4}]$ , on a  $\phi = \pi a^2 \mu_0 n I_0 f(t)$  et  $e = -\frac{d\phi}{dt} = \mp \frac{4\pi a^2 \mu_0 n I_0}{\tau}$  et donc  $i = \mp \frac{4\pi a^2 \mu_0 n I_0}{\tau(R_0 + R_1)}$ , la puissance JOULE est  $P_J = \frac{R_1}{(R_0 + R_1)^2} \frac{16\pi^2 a^4 \mu_0^2 n^2 I_0^2}{\tau^2}$ , maximale pour  $R_1 = R_0$ , en régime stationnaire, on a  $P_J = \frac{\lambda \Delta T}{e} S$ , en sinusoïdal on raisonne sur la puissance moyenne mais l'hypothèse du régime stationnaire ne sera acceptable que pour  $\omega \ll \omega_c$  avec  $\omega_c$  tel que  $\frac{T}{e^2} = \frac{\mu c}{\lambda} \omega_c T$  donc  $\omega_c = \frac{\lambda}{\mu c e^2}$ .

### 10. Radar à balayage

On considère  $N$  antennes constituées par des fils perpendiculaires au plan  $Oxy$ . Les intersections de ces fils avec le plan  $Oxy$  se trouvent sur l'axe  $Ox$ . Sur cet axe, la distance  $a$  entre deux antennes consécutives vaut la moitié de la longueur d'onde d'émission,  $a = \lambda/2$ . Voir la figure 5.

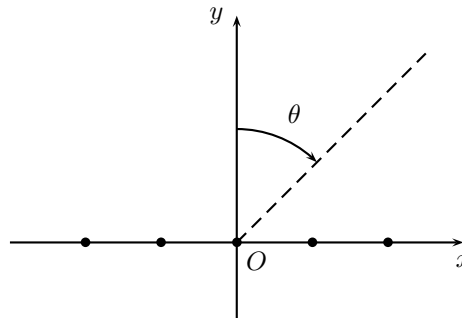


FIGURE 5 – Radar à balayage

Toutes les antennes émettent, en phase, des ondes électromagnétiques dans toutes les directions de l'espace. On s'intéresse à leur émission dans le plan  $Oxy$ , à très grande distance des antennes, c'est à dire à l'infini.

1. Déterminer l'intensité  $I(\theta)$  émise dans la direction  $\theta$ , en fonction de  $\theta$ ,  $N$  et  $I(\theta = 0) = I_0$ .
2. Construire la forme de la fonction pour  $N = 4$ .
3. Les antennes ne sont plus en phase, mais celle de rang  $p$  est déphasée de  $p\phi$  par rapport à l'antenne de rang zéro. Comment choisir  $\phi$  pour que la direction de puissance maximale tourne dans le plan  $Oxy$  à la vitesse angulaire constante  $\omega$ . Proposer une application.

Réponses :  $I = \frac{I_0}{N^2} \frac{\sin^2(\frac{N\pi \sin \theta}{2})}{\sin^2(\frac{\pi \sin \theta}{2})}$ , l'ordre 0 est donné par  $\frac{\pi}{2} \sin \theta + \frac{\phi}{2} = 0$ , l'ordre 0 concentre la principale partie de l'énergie du fait de la fonction de diffraction de chaque source non prise en compte ici, ce maximum repéré par l'angle  $\theta$  tourne à la vitesse angulaire  $\omega$  si  $\theta = \omega t$  donc si  $\phi = -\pi \sin \omega t$ .

### 11. Miroir de Lloyd

On considère le système d'interférences de la figure 6. Il est constitué d'une source ponctuelle monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 500$  nm. Le miroir  $AB$  est un miroir plan de longueur  $AB = \ell = 3$  cm qui sera considéré comme étant éclairé de façon uniforme. On observe la figure d'interférences sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille mince convergente utilisée dans les conditions de GAUSS. On rappelle que la réflexion sur un miroir entraîne un déphasage de  $\pi$  ou une différence de marche de  $\lambda/2$ . On donne  $h = 1$  mm,  $d = 1$  cm et  $f = 20$  cm.

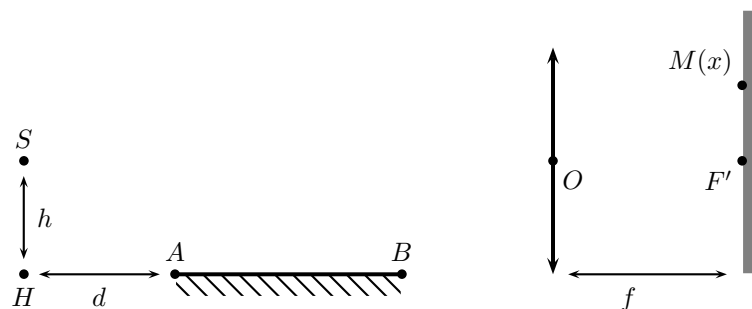


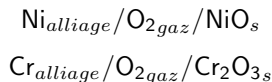
FIGURE 6 – Interférences avec le miroir de LLOYD

1. Quelle est la particularité des rayons qui interfèrent sur l'écran ?
2. En déduire la position dans le plan de l'écran du champ d'interférences.
3. Déterminer, pour une position quelconque  $M(x)$  dans le champ d'interférences, la différence de marche des deux rayons qui y interfèrent.
4. Donner l'expression de l'intensité lumineuse en  $M(x)$ .
5. Donner l'expression de l'interfrange, faire l'application numérique.
6. Évaluer le nombre de franges brillantes présentes.

Réponses : Rayons parallèles,  $x \in [f \frac{h}{l+d}; f \frac{h}{d}]$  donc  $0,5 \text{ cm} \leq x \leq 2 \text{ cm}$ ,  $\delta = \frac{\lambda}{2} + 2h \frac{x}{f}$ ,  $I = I_0(1 - \cos 2\pi \frac{2hx}{\lambda f})$ ,  $i = \frac{\lambda f}{2h} = 50 \mu\text{m}$ , FB pour  $p$  tel que  $\frac{x_1}{i} \leq p + \frac{1}{2} \leq \frac{x_2}{i}$ ,  $99,5 \leq p \leq 399,5$ , 300 franges non observables à l'œil nu.

## 12. Oxydation d'un alliage nickel-chrome

On considère l'interaction de l'alliage *nichrome* avec le dioxygène gazeux. On admettra que les seuls oxydes pouvant résulter de cette interaction sont solides, non miscibles entre eux, ni avec l'alliage. Ce sont  $\text{NiO}_s$  et  $\text{Cr}_2\text{O}_{3s}$ . Soient les deux systèmes sans interaction mutuelle :



traduisant la réaction de chacun des éléments de l'alliage avec le dioxygène pour former l'oxyde correspondant.

1. Quelle est la variance de chacun de ces systèmes dans le cas général ?
2. Quelle est la variance du système complet ? Quelle signification physique proposez-vous pour une telle variance ?
3. Calculer, à la température de 1 000 K, la pression partielle de dioxygène d'équilibre thermodynamique de chaque système. On considérera que la solution solide nickel-chrome est idéale et que les activités de  $\text{Ni}_{\text{alliage}}$  et  $\text{Cr}_{\text{alliage}}$  sont assimilables aux fractions molaires.
4. En déduire quel(s) oxyde(s) peu(ven)t thermodynamiquement se former à 1 000 K dans l'air, supposé constitué de 0,2 bar de dioxygène et de 0,8 bar de diazote inerte ?
5. L'expérience montre que, dans ces conditions, seul  $\text{Cr}_2\text{O}_{3s}$  se forme et jamais  $\text{NiO}_s$ . De quel ordre est la raison de cette absence ?

On donne : l'alliage comporte 80% de nickel et 20% de chrome, il sera considéré comme une solution solide idéale de 2 composés ;  $\Delta_r G_1^\circ = -149,2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  pour l'oxyde de nickel et  $\Delta_r G_1^\circ = -876,3 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  pour l'oxyde de chrome à 1 000 K. Ces valeurs sont rapportées à 1 mole de chaque oxyde.

Réponses :  $v = 2$ , alliage est une solution solide, une seule phase d'où  $v = 1$ , si on fixe la température l'état d'équilibre final sera entièrement déterminé,  $p_{\text{O}_2} = p^\circ \frac{1}{a_{\text{Ni}}^2} \exp \frac{2\Delta_r G_1^\circ}{RT}$ ,  $p_{\text{O}_2} = 4 \times 10^{-16} \text{ bar}$ ,  $p_{\text{O}_2} = p^\circ \frac{1}{a_{\text{Cr}}^{4/3}} \exp \frac{2\Delta_r G_2^\circ}{3RT}$ ,  $p_{\text{O}_2} = 2,6 \times 10^{-30} \text{ bar}$ , les deux doivent se former selon la Thermodynamique, cinétique.