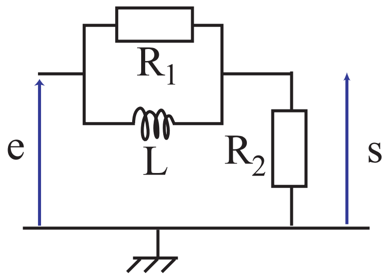
1 CCP

Un interféromètre de Michelson est réglé en coin d'air et il est éclairé par une lampe à vapeur de sodium dont la lumière peut être considérée comme monochromatique, de longueur d'onde $\lambda = 589$ nm.

1. La source est étendue. Les interférences sont-elles localisées ? Si oui, en quel endroit ? Comment doit-on régler le faisceau de lumière incidente pour éclairer l'interféromètre ?
2. On fait l'image des miroirs sur l'écran à l'aide d'une lentille mince convergente. Les miroirs sont des disques de diamètre $D = 3$ cm, leurs images des disques de diamètre $D' = 4$ cm. On observe sur l'écran des franges d'interfrange $i' = 0{,}8$ cm.
Que vaut l'angle α du coin d'air ?
3. Quelle est l'allure des franges ? Comment sont-elles orientées ?

2 CCP

On considère le filtre ci-dessous.

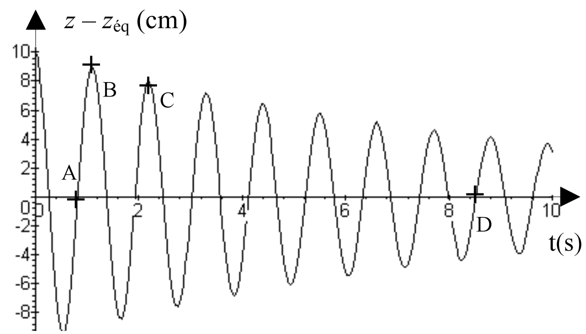


1. Déterminer l'équation différentielle liant la tension de sortie $s(t)$ à la tension d'entrée $e(t)$.
2. Résoudre cette équation différentielle dans le cas où le filtre est alimenté, à $t = 0$, par un échelon de tension d'amplitude E (on ne cherchera pas pour l'instant à déterminer la constante d'intégration).
3. Déterminer $s(0^+)$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} s(t)$.
4. Déterminer s(t) et l'intensité du courant qui traverse la bobine. En donner une représentation en fonction du temps.

3 CCP

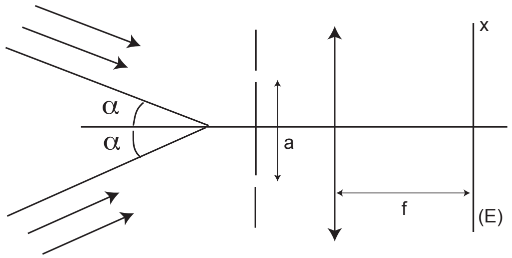
Soit une masse m suspendue à un ressort de raideur k et de longueur à vide L_0 dont l'autre extrémité est fixée à un plafond. Le déplacement s'effectue verticalement avec un frottement visqueux proportionnel à la vitesse.

1. Exprimer la longueur à l'équilibre du ressort.
2. Donner l'équation du mouvement sous forme réduite avec une pulsation propre ω_0 et un coefficient d'amortissement λ. La résoudre en supposant l'amortissement suffisamment faible avec une vitesse initiale v_0 et $z(0) = z_{éq}$.
3. Donner un équivalent électrique à ce système et développer les analogies.



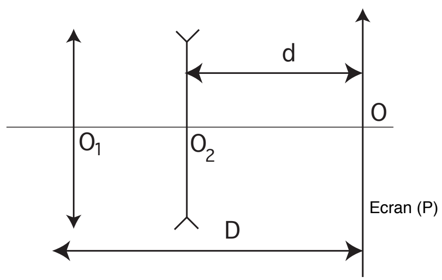
4. La courbe ci-dessus est enregistrée. En déduire λ et ω_0.

4 Centrale



Deux sources ponctuelles (étoiles) différentes envoient des OPPM sur un plan percé de deux trous d'Young identiques distants de a. Les deux ondes font respectivement un angle α et $-\alpha$ avec l'axe optique. On observe la figure d'interférence dans le plan focal d'une lentille de distance focale f. Pour quelles valeurs de α a-t-on brouillage du système d'interférences ?

5 CCP



On modélise un appareil photographique par une lentille convergente de focale $f'_1 = 50$ mm située à une distance D de la pellicule.

1) On place un objet de 5 m de hauteur à 50 m de l'objectif. Quelle est la taille de l'image sur l'écran ?

2) a) On ajoute au système précédent un doubleur de focale, modélisé par une lentille divergente ($f'_2 =$ - 40mm) placée à une distance $d = 75$ mm de la pellicule. Quelle doit être la longueur D' pour que l'image de l'objet précédent se forme sur la pellicule ?

b) Quel est le nouvel agrandissement ?

c) Pourquoi appelle-t-on ce système un doubleur de focale ?

6 Mines

$$\mathrm{div}\,(E(r)\,\vec{u}_r) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\,(rE(r))$$

Un cylindre conducteur de rayon a tourne autour de son axe de révolution avec une vitesse angulaire $\vec{\omega}$. Sa charge volumique est initialement nulle. On suppose que le matériau est constitué d'ions et d'électrons qui sont totalement dissociés des ions (électrons libres).

1. En supposant que chaque électron libre (masse m et charge $-e$) est fixe dans le référentiel du conducteur, montrer qu'il existe un champ électrique $\vec{E}$ dans le conducteur et une différence de potentiel entre l'axe et la surface du cylindre. Déterminer cette ddp.
2. Calculer $\rho(r)$. Quel est son signe ? Donner une justification qualitative.
3. Calculer $\sigma(a)$. Quel est son signe ? Donner une justification qualitative.

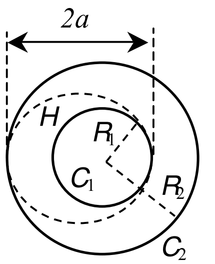
7 CCP

Une onde électromagnétique se propage entre deux plans conducteurs parfaits $x = 0$ et $x = a$. Le champ électrique est de la forme : $\vec{E} = E_0\, f(x) \cos(\omega t)\, \vec{u}_y$.

1. Que dire de l'onde ?
2. Calculer $\vec{B}$ en fonction de $f'(x)$.
3. Que dire de $\vec{E}$ dans un conducteur parfait ? Condition aux limites sur $\vec{E}_{\text{vide}}$?

4. Donner l'équation de propagation de $\vec{E}$ entre les conducteurs. Équation différentielle vérifiée par $f(x)$?
5. Trouver $f(x)$ en fonction d'un entier n. Que dire de ω ?
6. En déduire $\vec{E}$ et $\vec{B}$. Que peut-on en dire ?
7. Calculer le vecteur de Poynting et en donner la moyenne temporelle.

8 Centrale



1. Un satellite de masse m est en orbite circulaire de rayon R autour de la Terre de masse M_T. Donner la période en fonction de R.
2. Exprimer les énergies cinétique E_C, potentielle E_P et mécanique E. Discuter les signes.
3. On passe d'une orbite circulaire de rayon R_1 à une autre de rayon $R_2 > R_1$ selon une demi-orbite elliptique de transfert H. Calculer les variations relatives d'énergie mécanique $\frac{E(H)-E_1}{E_1}$ et $\frac{E(H)-E_2}{E_2}$ correspondant aux passages de C_1 à H, puis de H à C_2.
4. Calculer la durée τ du transfert de C_1 à C_2. Application numérique pour $R_2/R_1 = 1{,}5$.

Données : $2a$ est la longueur du grand axe d'une ellipse. Pour une orbite elliptique :

Energie : $E_m = -\dfrac{G\,mM_T}{2a}$

Troisième loi de Kepler : $\dfrac{T^2}{a^3} = \text{Cste}$

9 CCP

On donne à toute fin utile, en coordonnées cylindriques :

$$\text{div}(\,f(r)\vec{u}_r\,) = \frac{1}{r}\frac{d(\,r\,f(r))}{dr} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{rot}}(\,f(r)\,\vec{u}_\theta\,) = \frac{1}{r}\frac{d(\,rf(r)\,)}{dr}\,\vec{u}_z$$

Un câble coaxial est formé d'un cylindre creux de rayon a entouré d'un cylindre coaxial de rayon $b > a$. L'espace entre $r = a$ et $r = b$ est le vide. On note σ la densité superficielle de charge (constante) du cylindre intérieur. Un courant I constant circule selon $+Oz$ sur le cylindre extérieur et revient par le cylindre intérieur. Les deux cylindres portent des charges opposées.

1. Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ entre les deux cylindres, puis en tout point de l'espace.
2. Quelle est la différence de potentiel entre les deux cylindres ?
3. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ en tout point de l'espace
4. Calculer le flux du vecteur de Poynting à travers la surface du câble comprise entre les rayons $r = a$ et $r = b$.

10 CCP

On donne le Laplacien en coordonnées cylindriques :

$$\Delta f(r) = \frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{df}{dr}\right)$$

Un câble cylindrique d'axe Oz est formé d'une "âme creuse" qui est un cylindre de rayon a et d'une gaine extérieure qui est un cylindre de rayon b et d'épaisseur négligeable. La longueur du câble est grande devant a et b. L'âme est au potentiel V_1 et la gaine au potentiel V_2, constants.

De plus, une intensité I parcourt l'âme dans le sens des z croissants et revient par la gaine en sens contraire. L'espace situé entre $r = a$ et $r = b$ est le vide.

1. Déterminer le potentiel et le champ électrique dans l'espace entre l'âme et la gaine, en fonction de a, b V_1, V_2 et r.
2. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ dans tout l'espace en fonction de I et r.
3. Calculer le vecteur de Poynting et la puissance qui traverse la surface entre $r = a$ et $r = b$.

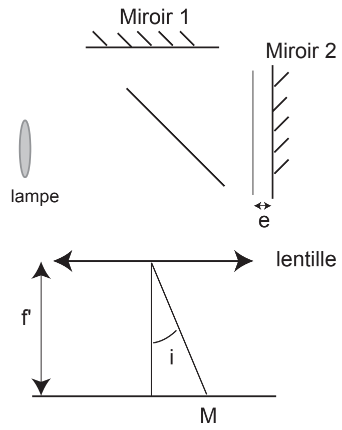
11 Centrale

Un point matériel M de masse m se déplace sur un cercle de centre O et de rayon R. Il se trouve en $A(R, 0)$ à $t = 0$. À l'instant t, la longueur que M a parcouru le long du cercle est $\ell(t) = R \ln(1 + \omega t)$ où ω est une constante positive.

1. Montrer que la vitesse s'écrit $v(t) = v_0 \exp(-\ell(t)/R)$. Exprimer v_0 en fonction de ω et R.
2. Calculer l'accélération de M dans le repère polaire. Quelle est la force à laquelle est soumis M ?
3. Calculer le travail de $\vec{F}$ entre 0 et $+\infty$.

12 Mines

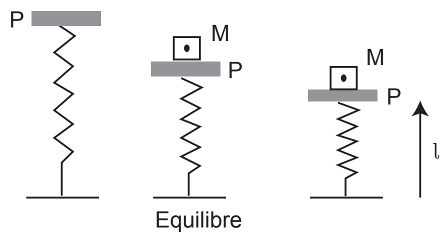
Un Michelson est monté comme sur la figure ci-dessous.



1. Dire pourquoi il est mal monté.
2. On observe tout de même des interférences. Justifier.
3. Sachant que la lame semi-transparente a un coefficient de réflexion en intensité égal à R, donner l'intensité en un point M de l'écran.

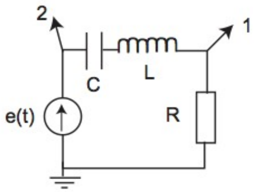
13 Mines

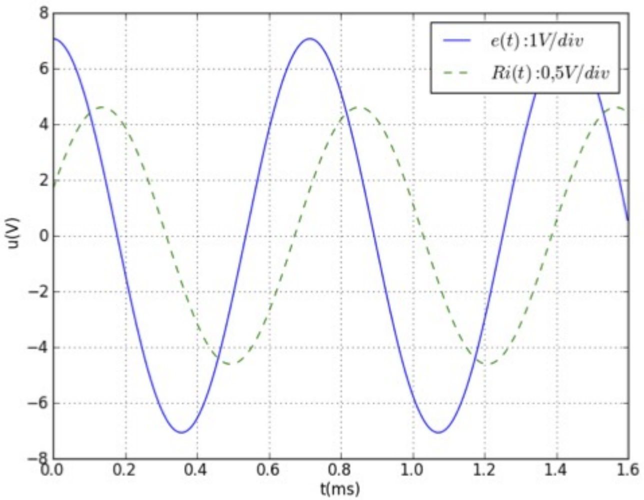
Déterminer ℓ telle que M décolle quand on lâche le système sans vitesse initiale.



14 CCP

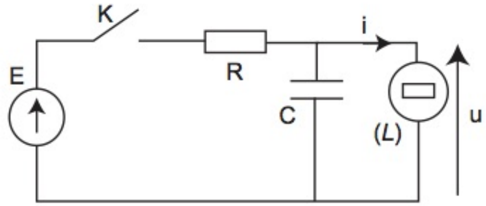
On alimente le circuit ci-dessous avec $e(t) = E_0 \cos(2\pi f t)$ et on note $i(t) = I_0 \cos(2\pi f t + \varphi)$ l'intensité dans la résistance. On branche la voie 1 de l'oscilloscope aux bornes de R et la voie 2 aux bornes du GBF. On donne ci-dessous les courbes observées avec $R = 90\,\Omega$ et $C = 0{,}1\ \mu$F.





1. À partir des courbes, déterminer f, E_0, I_0 et φ.
2. Déterminer L et r.
3. Peut-on mesurer u_L directement ?
4. Méthode pour déterminer L de manière plus précise.

15 TPE



On considère le schéma ci-contre où (L) est une lampe au néon. La lampe s'allume si $u > E_a$ et elle est alors assimilable à une résistance r, et s'éteint si $u < E_e$ et alors sa résistance est infinie.

À $t = 0$, la lampe est éteinte et le condensateur déchargé.

1) Décrire qualitativement ce qui se passe.
2) (L) est éteinte. Équation différentielle pour $u(t)$? Quelle est la forme de $u(t)$? Déterminer l'instant t_a pour lequel (L) s'allume.
3) (L) est allumée. On pose $E_o = \dfrac{rE}{r+R}$ et $\tau = \dfrac{rR}{r+R}C$. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$? Forme de $u(t)$? Déterminer la date t_e à laquelle (L) s'éteint.
4) Discuter du fonctionnement en fonction des signes de $E_a - E_o$ et de $E_e - E_o$. Quelle est la période du phénomène quand le fonctionnement est périodique ?

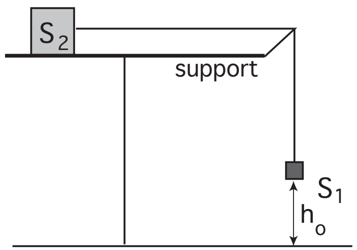
16 Mines

Modélisation d'une pièce dont un mur avec fenêtre est en contact avec l'extérieur de température $T_b = 5$°C et les trois murs intérieurs en contact avec un autre milieu de température $T_c = 16$°C. Chaque mur a une surface $S = 7$ m^2. Le mur vitré a une surface $S_1 = 10$ m^2 sans la vitre. La vitre a une surface $S_2 = 2$ m^2.

L'intérieur de la pièce est à la température T_a. Sa capacité thermique est C. Les murs intérieurs ont une épaisseur $e = 20$ cm. Le mur extérieur a une épaisseur $e_1 = 30$ cm et la vitre une épaisseur $e_2 = 6$ mm. On donne les conductivités thermiques de la vitre $\lambda_1 = 1{,}0$ W.K^{-1}.m^{-1} et du béton $\lambda_2 = 2{,}0$ W.K^{-1}.m^{-1}.

1. Calculer la résistance thermique d'un mur intérieur
2. Les 4 murs et la vitre effectuent des échanges par convection avec l'air de coefficient $h = 5$ W.K^{-1}.m^{-2}. Comment est modifiée la résistance thermique précédente ?
3. Déterminer la puissance thermique P à fournir au local pour maintenir sa température constante à $T_a = 19$°C.
4. Tracer $P(T_a)$.

17 Centrale



Les deux solides S_1 et S_2 de masses m_1 et m_2 sont reliés par un fil inextensible sans masse. Le coefficient de frottement de S_2 sur la table est f.

1. Condition pour qu'il y ait mouvement ?
2. Déterminer la distance D parcourue par S_2 entre le moment où on lâche S_1 et la fin du mouvement.
3. On donne $m_1 = m_2 =$100 g et :

D (cm)	35	43,75	52,5	70
h$_0$ (cm)	20	25	30	40

Déterminer f.

18 Centrale

On considère un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air (on appellera M$_1$ le miroir mobile et M$_2$ le miroir fixe). Il est éclairé par la raie verte de la lampe à vapeur de mercure de longueur d'onde $\lambda = 546{,}1$ nm. L'épaisseur de la lame d'air constituée est $e = 6{,}8$ mm. L'écran d'observation est placé dans le plan focal image d'une lentille (L) convergente de foyer image F'.

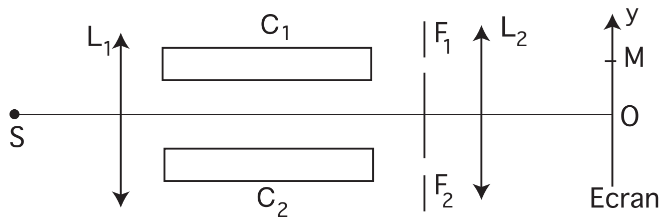
1. En admettant qu'il y ait en F' un maximum d'intensité lumineuse, calculer les rayons des 4 premiers anneaux brillants si la distance focale image de (L) est $f' = 75$ cm.
2. Calculer la longueur d'onde λ' qui provoquerait un déplacement du premier anneau brillant d'une frange vers l'extérieur de la figure. Que pensez-vous de la valeur trouvée ?

19 CCP

La station orbitale ISS est assimilée à un objet ponctuel de masse m. On suppose que son mouvement est circulaire.

1. Déterminer la vitesse d'ISS dans le référentiel géocentrique et redémontrer la troisième loi de Képler liant la période T au rayon R de la trajectoire.
2. Donner l'énergie mécanique d'ISS.
3. On considère maintenant une force de frottement du type $\vec{f} = -k\,\vec{v}$.
   a) Déterminer le rayon $r(t)$. On supposera que les expressions de l'énergie mécanique et de la vitesse restent valables en remplaçant R par $r(t)$.
   b) Justifier les approximations faites.

20 Centrale

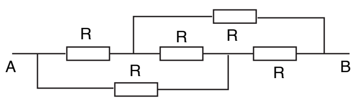


Un point source S émet une onde monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 589$ nm. Les deux cuves C_1 et C_2 contiennent initialement de l'air d'indice $n = 1{,}000293$. F_1 et F_2 sont deux trous d'Young séparés d'une distance $a = 5{,}0$ mm. L_1 et L_2 sont deux lentilles convergentes de distance focale $f' = 20$ cm. L'écran est dans le plan focal image de L_2 et la source ponctuelle S dans le plan focal objet de L_1. L'ensemble est symétrique par rapport à (OS).

1. Qu'observe-t-on sur l'écran ? Calculer l'interfrange.
2. On remplit C_1 d'un liquide d'indice $n_e > n$. L'interfrange est-il modifié ? Dans quel sens la figure d'interférence glisse-t-elle ?

21 Mines

Calculer la résistance équivalente du dipôle ci-dessous



22 Petites Mines

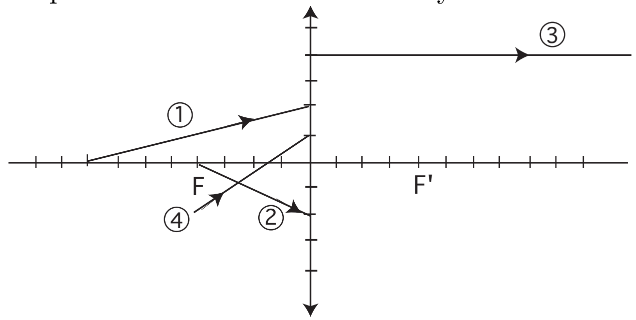
Un réseau est éclairé en incidence normale par une source de longueur d'onde $\lambda = 435$ nm. On relève au goniomètre les angles pour les ordres -2, -1, 1, 2 :

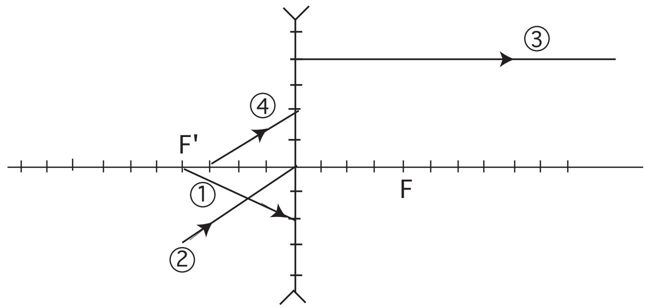
ordre	-2	-1	1	2
θ	23° 23'	42° 38'	77° 20'	96° 40'

1. Donner et justifier qualitativement la formule des réseaux.
2. Calculer le pas du réseau et le nombre de traits par mm.
3. On éclaire le réseau en incidence normale par une source de longueur d'onde λ'. On relève $\theta_2 = 112°37'$. En déduire λ'.
4. Oralement : Démontrer la formule des réseaux.

23 CCP

Compléter le tracé des différents rayons.





Solution 4

Les deux étoiles sont assimilées à deux sources ponctuelles monochromatiques situées à l'infini : elles sont donc incohérentes. Chaque étoile produira son propre système d'interférence et il faut superposer les intensités des deux systèmes. Soit $M(x)$ un point du plan focal image de la lentille :

Pour l'onde venant du bas : $\delta(M) = \frac{ax}{f'} - a\alpha$. Pour celle venant du haut : $\delta(M) = \frac{ax}{f'} + a\alpha$. Les formules de Fresnel donnent (on suppose que les deux étoiles ont la même intensité I_0) :

$$I_{bas}(x) = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{f'} - \frac{2\pi}{\lambda}a\alpha\right)\right]$$

et

$$I_{haut}(x) = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{f'} + \frac{2\pi}{\lambda}a\alpha\right)\right]$$

puis :

$$I(x) = I_{bas}(x) + I_{haut}(x)$$

En développant les cosinus avec $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ on obtient :

$$I(x) = 4I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ax}{f'}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\alpha\right)\right]$$

L'intensité devient uniforme (indépendante de x) si :

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}a\alpha\right) = 0 \iff \frac{2\pi}{\lambda}a\alpha = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{N}$$

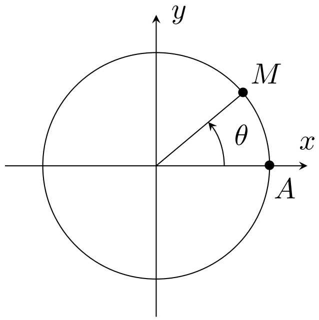
d'où :

$$\alpha = \frac{\lambda}{4a} + n\frac{\lambda}{2a}$$

La valeur minimale de α est donc :

$$\boxed{\alpha = \frac{\lambda}{4a}}$$

Solution 11



1. La longueur de l'arc de cercle est $\ell(t) = R\theta(t)$, d'où : $\theta(t) = \ln(1+\omega t)$. La vitesse en coordonnées polaire est donc :

$$\vec{v} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta = \frac{R\omega}{1+\omega t}\,\vec{u}_\theta$$

Or :

$$1+\omega t = \exp\left(\frac{\ell(t)}{R}\right) \quad \text{donc} \quad \frac{1}{1+\omega t} = \exp\left(-\frac{\ell(t)}{R}\right)$$

d'où :

$$\boxed{\vec{v}(t) = v_0\exp\left(-\frac{\ell(t)}{R}\right)\vec{u}_\theta \quad \text{avec} \quad v_0 = R\omega}$$

2. $\vec{a} = R\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta - R\dot{\theta}^2\,\vec{u}_r$, d'où :

$$\vec{a} = -\frac{R\omega^2}{(1+\omega t)^2}\,\vec{u}_\theta - \frac{R\omega^2}{(1+\omega t)^2}\,\vec{u}_r$$

et donc :

$$\boxed{\vec{a} = -R\omega^2 \exp\left(-\frac{2\ell(t)}{R}\right)(\vec{u}_r + \vec{u}_\theta)}$$

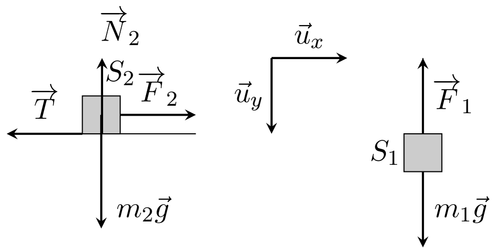
La force est donnée par le principe fondamental de la dynamique : $\vec{F} = m\vec{a}$

3. Lorsque t varie de 0 à $+\infty$, $\ell(t)$ varie de 0 à $+\infty$ aussi. Le vecteur déplacement élémentaire étant : $\overrightarrow{d\ell} = d\ell\,\vec{u}_\theta$, le travail s'écrit :

$$\boxed{W = \int_0^{+\infty} \vec{F}.\overrightarrow{d\ell} = \int_0^{+\infty} mR\omega^2 \exp\left(-\frac{2\ell}{R}\right) d\ell = \frac{mR^2\omega^2}{2}}$$

Solution 17

1. Les deux solides sont au repos. On applique le principe fondamental de la statique à chaque solide S_1 ou S_2 au repos en désignant par $\overrightarrow{F}_1$ ou $\overrightarrow{F}_2$ les forces exercées par le fil :



En notant $\overrightarrow{T} = -T\vec{u}_x$ $(T > 0)$, $\overrightarrow{F}_1 = -F_1\vec{u}_y$ $(F_1 > 0)$ et $\overrightarrow{F}_2 = F_2\vec{u}_x$ $(F_2 > 0)$, il vient :

$$\begin{cases} -T + F_2 &= 0 \\ -N_2 + m_2 g &= 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad -F_1 + m_1 g = 0$$

Comme la norme de la tension du fil se conserve : $F_1 = F_2$ et donc :

$$T = m_1 g \quad \text{et} \quad N_2 = m_2 g$$

D'après les lois de Coulomb, les deux solides restent au repos tant que :

$$\frac{T}{N_2} < f \iff \frac{m_1}{m_2} < f$$

Ainsi, le système ne peut se mettre en mouvement que si :

$$\boxed{\frac{m_1}{m_2} > f}$$

2. On suppose que la condition précédente est réalisée : les deux solides se mettent en mouvement. Il y a deux phases : **1)** Les deux solides sont en mouvement : ils ont la même vitesse, évoluant de 0 à v_0 et le même déplacement h_0. **2)** Le solide S_2 a touché le sol, S_1 poursuit sa course fil détendu jusqu'à l'arrêt, sur une distance $D - h_0$.

Phase 1 : D'après la loi de Coulomb du glissement : $T = fN_2 = fm_2g$ (force constante). On applique le théorème de l'énergie cinétique à S_1 et S_2 en remarquant que les travaux des deux tensions du fil sont opposés : $W(\overrightarrow{F}_1) = -W(\overrightarrow{F}_2)$:

$$\frac{1}{2}m_1v_0^2 - 0 = W(\overrightarrow{F}_1) + m_1gh_0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{2}m_2v_0^2 - 0 = W(\overrightarrow{F}_2) - fm_2gh_0$$

On somme :

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 = (m_1 - fm_2)gh_0$$

Phase 2 : $\overrightarrow{F}_2 = \vec{0}$ et seule la réaction tangentielle travaille. La vitesse de S_2 passe de v_0 à 0 :

$$0 - \frac{1}{2}m_2v_0^2 = -fm_2g\,(D - h_0)$$

d'où :

$$v_0^2 = 2fg\,(D - h_0)$$

En éliminant v_0, il vient :

$$\boxed{(m_1+m_2)fg\,(D-h_0)=(m_1-fm_2)gh_0 \iff D=h_0\frac{m_1+fm_1}{(m_1+m_2)f}}$$

3. Si $m_1=m_1$:
$$D=h_0\frac{1+f}{2f}$$
Une régression linéaire sur les couples (h_0,D) donne un coefficient de corrélation $r=1$ et valide le fait que D soit une fonction linéaire de h_0, de pente : $a=1{,}75$. On en déduit :
$$\boxed{f=0{,}4}$$

Solution 18

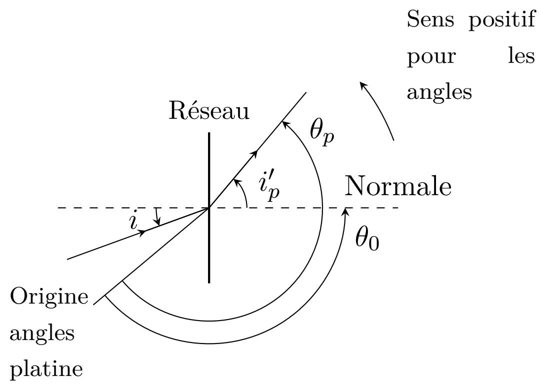
1. Question de cours classique (à savoir justifier) :
$$\delta(M)=2e\cos(i)=2e\left(1-\frac{i^2}{2}\right)=2e\left(1-\frac{r^2}{2f'^2}\right)$$
où r est la distance entre M et le foyer image F'. L'ordre au centre est $p_0=\dfrac{2e}{\lambda}=E(p_0)+\varepsilon$ où $E(p_0)$ est la partie entière de p_0. Le $n^{\text{ième}}$ anneau brillant étant d'ordre $p_n=E(p_0)-n+1$, son rayon est donné par :
$$p_n=E(p_0)-m+1=p_0-\frac{e}{\lambda}\frac{r_n^2}{f'^2}=E(p_0)+\varepsilon-\frac{e}{\lambda}\frac{r_n^2}{f'^2}$$
d'où :
$$\boxed{r_n=f'\sqrt{\frac{\lambda}{e}(m+\varepsilon-1)}}$$
A.N. : $p_0=24903{,}86367$ d'où $\varepsilon=0{,}86367$ et donc :

$r_1=$ 6,25 mm $r_2=$ 9,18 mm $r_3=$ 11,4 mm $r_4=$ 13,2 mm

2. Il faut que le rayon du premier anneau brillant avec λ' coïncide avec le rayon du second anneau brillant avec λ. Il faut cependant fair attention car ε dépend de λ. Soit p_0' l'ordre au centre avec λ' : $p_0'=\dfrac{2e}{\lambda'}$. On doit avoir $r_1'=r_2$ et donc :
$$E(p_0')=\frac{2e}{\lambda'}-\frac{e}{\lambda'}\frac{r_1'^2}{f'^2}$$
et
$$E(p_0)-1=\frac{2e}{\lambda}-\frac{e}{\lambda}\frac{r_2^2}{f'^2}$$
d'où :
$$\boxed{\lambda'E(p_0')=\lambda(E(p_0)-1)\Longrightarrow \lambda'=\lambda\,\frac{E(p_0)-1}{E(p_0')}}$$

Solution 22

1. D'après la formule des réseaux : $\sin i_p'-\sin i=p\,\dfrac{\lambda}{a}$ ($p\in\mathbb{Z}$, ordre d'interférence) où les angles i et i_p' sont repérés par rapport à la normale du réseau.



θ_p (angle mesuré) et i'_p sont reliés par :

$$\theta_p = \theta_0 + i'_p$$

où θ_0 est l'angle qui repère la position de la normale au réseau sur la platine du goniomètre.

2. En incidence normale, $i = 0$ et donc :

$$i'_p = \arcsin\left(\frac{p\lambda}{a}\right) \quad \text{avec} \quad i'_p \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

i'_p est donc une fonction impaire de p. Considérons alors deux ordres opposés : p et $-p$. Soit $i'_p - i'_{-p} = \theta_p - \theta_{-p}$ l'écart angulaire entre les déviations. Nous avons :

$$\boxed{i'_p - i'_{-p} = 2i'_p = \Delta\theta \Longrightarrow \arcsin\left(\frac{p\lambda}{a}\right) = \frac{\Delta\theta}{2}}$$

où $\Delta\theta = \theta_p - \theta_{-p}$. On a donc :

$$\boxed{a = \frac{p\lambda}{\sin\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right)}}$$

Pour $p = 1$:

$$\Delta\theta = 77°20' - 42°38' = 34°42' = 34{,}70 \quad \Longrightarrow \quad a = 1{,}46 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Pour $p = 2$:

$$\Delta\theta = 96°40' - 23°23' = 73°17' = 73{,}28 \quad \Longrightarrow \quad a = 1{,}46 \times 10^{-6} \text{ m}$$

Les deux résultats sont donc cohérents.
Soit $\ell = 1$ mm. Le nombre n de traits sur cette longueur ℓ est tel que : $\ell = na$, d'où :

$$\boxed{n = \frac{\ell}{a} = 685}$$

3. Pour un ordre d'interférence p, l'angle θ_p de déviation sur la platine du goniomètre est donné par :

$$\theta_p = \theta_0 + i'_p = \theta_0 + \arcsin\left(\frac{p\lambda}{a}\right)$$

où θ_0 est l'angle (inconnu) qui repère la position de la normale du réseau. La première série de mesures avec $\lambda = 435$ nm permet de déterminer θ_0.

ordre p	-2	-1	1	2
i'_p(°)	$-36{,}58$	$-17{,}33$	17,33	36,58
θ_p	23,38	42,63	77,33	96,67

Une régression linéaire sur les couples (i'_p, θ_p) permet de montrer que : $\theta_p = a \times i'_p + b$ avec $a = 1{,}00$ et $b = 60{,}00$. On en déduit :

$$\boxed{\theta_0 = 60°}$$

La connaissance de θ_0 permet de déduire i'_2 = 112°37' - 60° = 52,62° pour la longueur d'onde λ'. On en tire :

$$\boxed{\lambda' = \frac{a\sin(i'_2)}{2} = 580 \text{ nm}}$$

4. Voir le cours. Pour une démonstration efficace, il faut calculer le déphasage $\Delta\varphi$ entre deux rayons voisins, passant par deux trous distants de a et imposer que $\Delta\varphi = 2p\pi$ avec $p \in \mathbb{Z}$ (principe des interférences constructives).