T.D. Θ_{1-2} : Thermodynamique

Exercice 1 Fin d'une surfusion

Dans un tube à essais, très bien isolé thermiquement, on a 30 g de phosphore en surfusion à la température θ °C. La surfusion cesse brusquement par addition d'un monocristal.

Déterminer la température et la composition du système à l'équilibre final dans les deux cas suivants :

1. $\theta = 42$ °C ;
2. $\theta = 12{,}5$ °C.

Données : point de fusion du phosphore 44 °C, capacités thermiques massiques 0,795 $\text{J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$ pour le phosphore solide et 0,837 $\text{J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$ pour le phosphore liquide, enthalpie de fusion du phosphore 20,9 J.g^{-1}.

Exercice 2 Congélation d'une masse d'eau

Une masse $m = 1$ kg d'eau liquide, à la température initiale $T_1 = 20$ °C, est placée dans un congélateur. Après un certain temps τ, l'eau est sortie du congélateur sous forme de glace à la température $T_2 = -10$ °C.

On assimile le congélateur à une machine thermique idéale effectuant des cycles réversibles entre le milieu extérieur de température constante $T_e = 25$ °C et l'intérieur du congélateur « réduit » à la seule masse m d'eau. On supposera que le moteur restitue intégralement, sous forme mécanique, l'énergie électrique qu'il reçoit.

On donne les capacités thermiques de l'eau liquide et de la glace : $c_l = 4{,}2$ $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, $c_g = 2{,}1$ $\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$. De plus, la chaleur latente de fusion de la glace est $L_{fus} = 334$ kJ.kg^{-1} et la puissance électrique du moteur est $\mathscr{P} = 50$ W.

Calculer la durée τ.

Exercice 3 Compression d'une vapeur

1. Un cylindre maintenu au contact thermique avec le milieu extérieur de température fixe $T_0 = 293$ K contient $m_0 = 0{,}1$ g d'eau à l'exclusion de toute autre matière. Le volume initial étant $V_0 = 10$ L, montrer que l'eau est entièrement sous forme de vapeur.
   On donne pour l'eau $P_{sat}(20\ °C) = 2{,}345.10^3$ Pa et $L_{vap}(20\ °C) = 2452$ kJ.kg^{-1}.
2. On comprime de façon isotherme réversible la vapeur d'eau précédente jusqu'à ce que le volume intérieur du cylindre devienne $V = 1$ L. Quelle est la composition du contenu du cylindre ? En prenant comme système l'eau contenue dans le cylindre, calculer W_e, Q_e, ΔU et ΔS entre l'état initial et l'état final.
3. Quelle est la variation d'entropie du milieu extérieur dans cette même transformation ? Quelle remarque peut-on faire ?

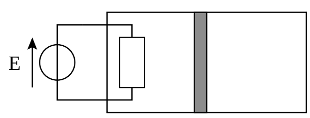
Exercice 4 Cylindre fermé par un piston

Un cylindre vertical de hauteur h à parois adiabatiques contient un gaz parfait dont on supposera le rapport γ des chaleurs massiques à pression et à volume constants indépendant de la température. Le cylindre est placé dans le vide, la pression du gaz étant équilibrée par un piston de masse m_0 sans frottements. La température initiale du gaz est T_0.

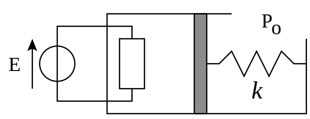
1. On pose sur le piston une masse m, puis on la lâche. Exprimer, en fonction des données, l'enfoncement du piston une fois l'équilibre final réalisé, ainsi que la température finale.
2. Même question en supposant que partant du même état initial, on rajoute progressivement des petites masses (infiniment petites) dont la somme soit m. On proposera deux méthodes de résolution.
3. Partant des mêmes conditions initiales, on écarte légèrement le piston de sa position d'équilibre. Exprimer la période des petites oscillations autour de l'équilibre.

Exercice 5 Chauffages d'un gaz

1. On considère un réservoir à parois adiabatiques séparé en deux parties par un piston adiabatique et mobile sans frottement. Initialement, chaque compartiment contient une mole du même gaz parfait diatomique, à la pression $P_0 = 10^5$ Pa et à la température $T_0 = 290$ K. Grâce à une résistance électrique, on chauffe progressivement le gaz dans le compartiment de gauche, jusqu'à y obtenir la pression $P = 2P_0$.



   a. Déterminer l'état du gaz dans chacun des deux compartiments.
   b. Calculer l'énergie thermique Q apportée au gaz de gauche par l'intermédiaire de la résistance, ainsi que le travail W échangé entre les deux gaz.
2. La mole du gaz parfait considéré précédemment est maintenant contenue dans un cylindre adiabatique fermé par un piston, lui-même adiabatique, de section $S = 0{,}05$ m^2, retenu par un ressort de raideur $k = 25.10^3$ N.m^{-1}. Il n'y a pas de frottement. Le gaz est dans le même état initial que précédemment, et il est à nouveau chauffé progressivement jusqu'à la pression $P = 2P_0$.



   a. Calculer l'état final du gaz. Que peut-on dire de la relation $P(V)$ au cours de ce chauffage ?
   b. Calculer l'énergie thermique Q_1 fournie au gaz par la résistance, ainsi que l'énergie absorbée par le ressort.

Exercice 6 Bilans entropiques

1. Une mole d'hélium est enfermée dans un cylindre dont les parois sont perméables à la chaleur, lui-même plongé dans un thermostat à 273 K. Initialement, le gaz est à la température de 300 K. On le laisse refroidir à volume constant. Quel est l'état d'équilibre ? Calculer la variation d'entropie du gaz, du thermostat et de l'Univers.
2. Partant de l'équilibre précédent, on réduit de moitié le volume du gaz de manière isotherme et réversible. Calculer la variation d'entropie du gaz, du thermostat et de l'Univers.

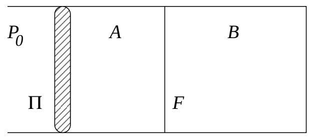
Exercice 7 Contacts thermiques successifs

Un corps de capacité thermique mc_p passe de la température initiale T_0 à la température finale $T_f = T_n$, par contacts successifs avec une suite de n sources de chaleur, de température T_i, étagées entre T_0 et T_f ; on prendra $T_{i+1}/T_i = \alpha$ constant.

Calculer la variation d'entropie totale ΔS en fonction de mc_p, α et n. Étudier ΔS pour $n \to \infty$.

Exercice 8 Détente irréversible d'un gaz parfait

Un cylindre horizontal est fermé par un piston (Π) mobile sans frottements. L'intérieur du cylindre est séparé en deux compartiments A et B par une paroi fixe F. Sur la face extérieure du piston s'exerce la pression atmosphérique constante $P_0 = 10^5$ Pa. Les parois du cylindre et le piston sont adiabatiques, mais la cloison F est diathermane.



Toutes ces parois sont de capacité thermique négligeable.

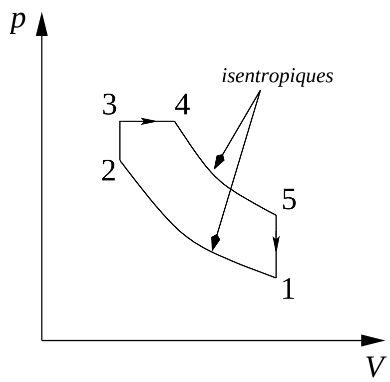
À l'état initial, le compartiment A contient une mole de gaz parfait caractérisé par la valeur $\gamma = 1,4$, occupant un volume $V_A = 25$ L. Le compartiment B est vide.

1. Préciser la température T_A du gaz dans A.
2. On perce un orifice dans la paroi fixe F.
   a. Par une analyse qualitative du problème, montrer que selon la valeur du volume V_B de B, deux types de solution existent.
   b. En supposant que V_B est inférieur à la valeur seuil V_s (inconnue pour l'instant...), déterminer les caractéristiques P_1, V_1, T_1 du gaz contenu dans $A + B$ quand le nouvel état d'équilibre est atteint.
   Faire les applications numériques pour $V_B = 25$ L.
   c. Déterminer la valeur seuil V_s en fonction de V_A et γ.
   d. Pour $V_B > V_s$, déterminer P_2, V_2, T_2 du gaz enfermé dans le cylindre lorsque l'état d'équilibre est atteint.
   Faire cette fois-ci les applications numériques pour $V_B = 50$ L.
3. Quels commentaires peut-on faire sur la nature de la transformation ?

Exercice 9 Cycle de l'air dans un moteur Diesel à double combustion

Dans les moteurs Diesel actuels, le cycle décrit par l'air est modélisé par celui représenté sur le diagramme de Clapeyron ci-contre. Au point 1, la pression est $p_1 = 1$ bar et la température $T_1 = 293$ K. La pression maximale est $p_3 = p_4 = 65$ bar aux points 3 et 4 du cycle, ce dernier point correspondant à la température maximale $T_4 = 2173$ K.

On suppose que l'air est un gaz parfait diatomique, dont la masse molaire est $M = 29$ g.mol^{-1}. On donne le taux de compression : $\alpha_v = V_1/V_2 = 19$.



1. En quoi ce cycle diffère-t-il du cycle Diesel classique ?
2. Exprimer, en fonction de $\gamma = C_p/C_v$ et des températures T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 des points correspondants sur le diagramme, le rendement η_m du moteur Diesel à double combustion.
3. Calculer T_2, T_3 et T_5. En déduire la valeur de η_m.
4. Quelle est, en kJ, la chaleur reçue par 1 kg d'air au cours de l'évolution entre les points 2 et 4 ? Quelle est la chaleur reçue entre les points 5 et 1 ? En déduire le travail fourni par 1 kg d'air au milieu extérieur au cours du cycle.

Exercice 10 Écoulement et entropie

1. Une machine thermodynamique (turbine, échangeur de chaleur ou compresseur) est parcourue par un gaz parfait de masse molaire M et de rapport γ constant.
   Les puissances mécanique et thermique fournies dans la machine au fluide sont notées $\mathscr{P}_m$ et $\mathscr{P}_t$. Le gaz entre dans les conditions p_e, T_e à raison de $\mathscr{D}$ moles par seconde ; il en sort dans les conditions p_s, T_s. On néglige les énergies cinétiques. Le système fonctionne en régime permanent.
   a. On note h_e, h_s, s_e, s_s les enthalpie et entropie molaires du fluide à l'entrée et à la sortie de la machine. Exprimer une égalité et une inégalité liant $\mathscr{D}$, h_s, h_e, s_e, s_s, $\mathscr{P}_m$, $\mathscr{P}_t$ et la température supposée constante T_0 de la source de chaleur avec laquelle se font les transferts thermiques dans la machine.
   b. Appliquer ces résultats à la détente de JOULE–THOMSON d'un gaz parfait. Déterminer en particulier la création d'entropie par unité de temps dans la machine en fonction de $\mathscr{D}$, p_e et p_s.
2. La machine étudiée est maintenant constituée d'un compresseur adiabatique réversible (CAR) suivi d'un échangeur thermique isobare (ETI) sans pièce mobile. On donne $T_e = 550$ K, $p_e = 15$ bar (entrée du CAR) et $T_s = 450$ K, $p_s = 150$ bar (sortie de l'ETI). Le débit massique de l'air ($M = 29$ g.mol^{-1}) est égal à 100 g.s^{-1} à travers la machine.
   a. Déterminer numériquement la température T' en sortie du CAR (entrée de l'ETI).
   b. Déterminer numériquement la puissance fournie par le CAR.
   c. Déterminer numériquement la puissance thermique transférée.
   d. Quelle est la création d'entropie par seconde si le transfert thermique se fait avec l'extérieur à la température de 300 K ?

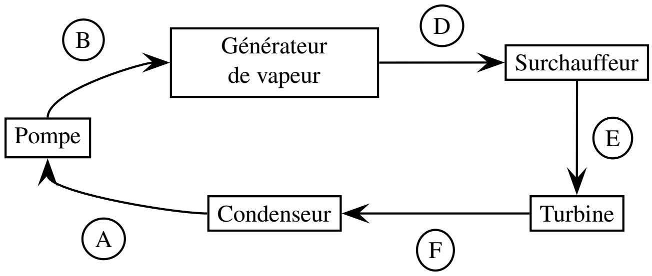
Exercice 11 Bilan énergétique d'un système ouvert

On pompe de l'eau d'un bassin, à la température $\theta_b = 90\,^\circ$C, avec un débit volumique $q_v = 180$ L.min^{-1}, vers un réservoir placé $z = 20$ m plus haut. Avant de pénétrer dans le réservoir, l'eau est refroidie dans un échangeur en cédant 45 MJ.min^{-1}. Le régime est stationnaire et la puissance mécanique fournie par la pompe est $\mathscr{P}_m = 2$ kW. La capacité thermique massique de l'eau est $c_m = 4,2$ kJ.K^{-1}.kg^{-1} et son énergie cinétique macroscopique est négligeable.

Trouver la température de l'eau θ_r qui entre dans le réservoir.

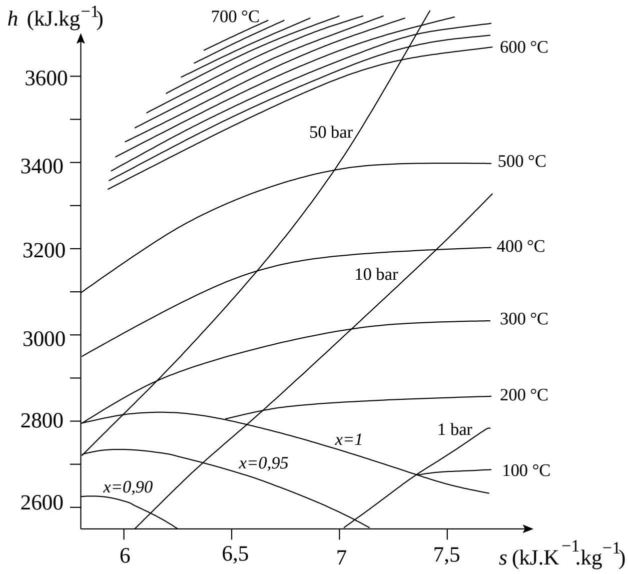
Exercice 12 Machine à vapeur et diagramme de Mollier

On considère une machine à vapeur d'eau à cycle réversible composée des éléments suivants :



— une pompe réalisant une compression adiabatique réversible du liquide (transformation AB) ;
— un générateur de vapeur réalisant un échauffement BC, puis une evaporation CD. Le fluide est à l'état de liquide saturant en C et de vapeur saturante en D ;
— un surchauffeur qui échauffe la vapeur à pression constante. Cet échauffement est réalisé par échange thermique avec les gaz issus de la combustion ;
— une turbine où le gaz subit une détente adiabatique réversible, sans variation notable d'énergie cinétique, en fournissant du travail mécanique ;
— un condenseur dans lequel le fluide se condense de façon isobare.

1. Déterminer la température T_E (à la sortie du surchauffeur) telle que le fluide, en fin de détente, soit constitué de vapeur saturante, sans liquide.
2. La condition précédente étant vérifiée, tracer l'allure du cycle sur un diagramme (T, s).
3. On donne le diagramme de MOLLIER de l'eau simplifié ci-contre. Déterminer l'énergie échangée par une masse $m = 1$ kg de fluide dans chaque partie de la machine.
4. En déduire le rendement de cette machine.

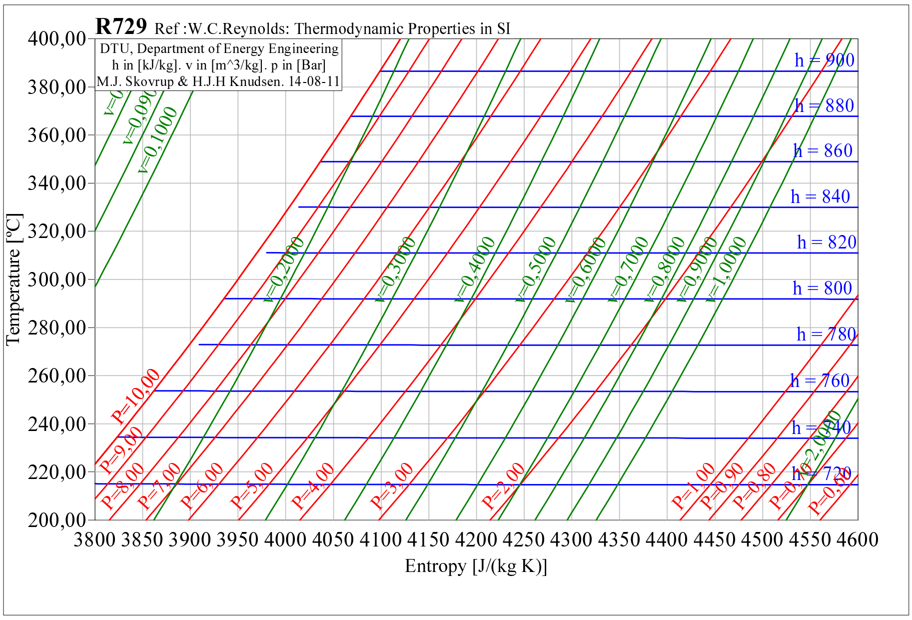


Données :

Volume massique de l'eau liquide $v_l = 10^{-3}$ m^3.kg^{-1}, pressions de changement d'état 1 bar et 50 bar, capacité thermique massique moyenne de l'eau liquide dans le domaine de température utilisé $C = 4{,}45$ kJ.K^{-1}.kg^{-1}, chaleurs latentes de vaporisation de l'eau : 2256 kJ.kg^{-1} à 1 bar et 1641 kJ.kg^{-1} à 50 bar.

Exercice 13 Détente dans une tuyère

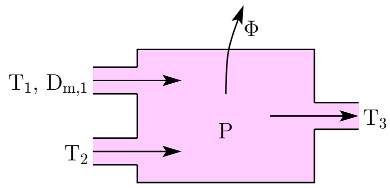
On accélère de l'air dans une tuyère adiabatique horizontale. À l'entrée de la tuyère l'air se trouve à une pression $P_e = 9$ bar, une température $T_e = 350$°C, et une vitesse d'entrée $\mathscr{V}_e = 400$ m.s^{-1}. Le but est d'obtenir une vitesse de sortie égale à $\mathscr{V}_s = 640$ m.s^{-1} sous une pression $P_s = 3$ bar. Le débit massique est $D_m = 300$ kg.s^{-1}. On suppose l'écoulement unidimensionnel. On donne un extrait du diagramme entropique de l'air, utile pour ce problème.



1. On commence par voir si le modèle du gaz parfait est applicable à l'air.
   a. L'air en entrée peut-il être assimilé à un gaz parfait ?
   b. Commenter l'allure des isenthalpes.
   c. En partant du point A ($P_A = 2$ bar, $v_A = 0{,}7$), calculer la capacité thermique c_P de l'air, puis c_V. Commentaire ?
2. Quelle est l'aire S_e de la section d'entrée ?
3. Calculer la variation d'enthalpie massique Δh entre l'entrée et la sortie de la tuyère. Comparer à une détente de JOULE-THOMSON. Que vaut la température de l'air en sortie de la tuyère ?
4. Comment dimensionner la section de sortie pour obtenir la vitesse désirée ? La tuyère est-elle divergente ou convergente ?
5. Que vaut la variation d'entropie massique lors de cet écoulement ? Quelle est la plus grande pression accessible en sortie ?

Exercice 14 Production d'entropie dans une chambre de mélange

Un écoulement d'eau pénètre dans une chambre de mélange à $P = 100$ kPa et à $T_1 = 10°C$, avec un débit $D_{m,1} = 140$ kg.min^{-1}. Il est mélangé avec un écoulement de vapeur d'eau qui pénètre dans la chambre à $P = 100$ kPa et à $T_2 = 150°C$. L'écoulement résultant quitte la chambre à $P = 100$ kPa et à $T_3 = 50°C$. La puissance thermique perdue par la chambre au profit du milieu extérieur (de température $T_e = 25°C$) est $\Phi = 190$ kJ.min^{-1}. En supposant l'écoulement permanent et la variation des énergies cinétiques et potentielles négligeables devant la variation des autres grandeurs énergétiques, déterminer le taux de production d'entropie durant l'évolution ainsi que l'effet dominant cette production.



Données :

$P = 100$ kPa	10°C	50°C	150°C
h(kJ.kg^{-1})	42,022	209,34	2 776,6
s(kJ.K^{-1}.kg^{-1})	0,151 1	0,703 8	7,614 8

Quelques indications ou solutions…

Exercice 1
Utiliser $\Delta H = 0$ *au cours de l'évolution. Faire des hypothèses a priori sur l'état final…*

Exercice 2
On obtient $\tau \simeq 12$ min.

Exercice 3
Comme pour de nombreux exercices de changement d'état, représenter les états initial et final sur un diagramme adapté (ici, celui des isothermes d'Andrews) et le chemin de la transformation suivie pour le calcul. On obtient $W_e = 18,6$ J, $Q_e = -210$ J, $\Delta U = -192$ J *et* $\Delta S = -0,717$ J.K^{-1}. *L'augmentation d'entropie du milieu extérieur est de* $0,717$ J.K^{-1}.

Exercice 4
1. $\Delta h = \frac{m}{m+m_0}\frac{h}{\gamma}$; $T = T_0\,(1+\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{m}{m_0})$.
2. $\Delta h = h[1-(1+\frac{m}{m_0})^{-\frac{1}{\gamma}}]$; $T = T_0\,(1+\frac{m}{m_0})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$.
3. $T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{\gamma g}}$.

Exercice 5
1. *Le chauffage est implicitement suffisamment progressif pour supposer qu'il y a équilibre mécanique à tout instant dans les compartiments. On obtient* $Q = 12,0$ kJ *et* $W = 1,32$ kJ.
2. *La température finale est* $T_F = 821$ K. *Ensuite,* $Q_1 = 12,5$ kJ *et* $W_{ressort} = 500$ J.

Exercice 6
1. $\Delta S_{gaz} = -1,18\ J.K^{-1}$; $\Delta S_{therm.} = 1,23\ J.K^{-1}$; $\Delta S_{univers} = 5,7.10^{-2}\ J.K^{-1}$.
2. $\Delta S'_{gaz} = -5,76\ J.K^{-1}$; $\Delta S'_{therm.} = 5,76\ J.K^{-1}$; $\Delta S'_{univers} = 0\ J.K^{-1}$.

Exercice 7
$\Delta S = m c_p n[\ln\alpha + \frac{1}{\alpha} - 1]$ *(tend vers zéro pour* $n \to \infty$*).*

Exercice 8
1. *Température agréable ma foi…*
2. $V_1 = 32,1\ L$, $T_1 = 387\ K$; $P_2 = 0,7.10^5\ Pa$, $T_2 = 421\ K$.
3. *Discuter de l'irréversibilité ; on peut calculer les* ΔS *des transformations.*

Exercice 9
Rendement de 63% *et travail fourni* $w_u = 768$ kJ.kg^{-1}.

Exercice 10
1. *Entropie créée par unité de temps pour* JOULE–THOMSON : $\dot{S}_{créée} = \mathscr{D} R \ln\frac{p_e}{p_s} > 0$.
2. $T' = 1062\ K$; $\mathscr{P}_m = 51,2\ kW$; $\mathscr{P}_t = -61,2\ kW$; $\dot{S}_{créée} = 118\ J.K^{-1}.s^{-1}$.

Exercice 11
$\theta_r = 30,6\ °C$.

Exercice 12
$T_E = 620\ °C$; *On pourra, pour le tracé du diagramme* (T,s), *supposer que le liquide est incompressible.* $w_{pompe} = 4,9$ kJ.kg^{-1} ; $q_{géné.\ vap.} = 2420$ kJ.kg^{-1}… *Rendement* $\rho = 0,31$.

Exercice 13
Mmmhhh, j'hésite… oh ben nan, pas d'indication pour cet exo :p

Exercice 14
Pas d'indication.