Mathématiques ENS CR

Ulysse Mounoud

Exercice 1

Soit E l'espace vectoriel des suites réelles tendant vers 0 muni de la norme infinie.

Montrer que la fonction suivante est continue :

$(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \to (\sqrt{x_n} + \frac{1}{n+1})_{n\in\mathbb{N}}$

Montrer qu'il n'existe pas de fonction continue $t \to (x_n(t))_{n\in\mathbb{N}}$ de $[0,1]$ dans E telle que pour tout n, $x_n(t)$ vérifie l'équation : $x'_n(t) = \sqrt{x_n(t)} + \frac{1}{n+1}$.

Exercice 2

Soit $n \in \mathbb{N}$, et $C = (c_{j,k})$ une matrice réelle de taille n. Soient $b_{i,j,k}$ des réels pour i, j, k compris entre 1 et n. On considère le système linéaire d'inconnues $a_{i,j,k}$:

$$a_{i,j,k} + \sum_{p=1}^{n} a_{p,i,p} c_{j,k} = b_{i,j,k}$$

Montrer que son déterminant vaut $\det(I_n + C)$.

Déroulé

Oral laborieux bien que l'examinateur fût bienveillant. Pour le premier exercice il me dit de considérer l'équation sans la constante, puis de chercher à minorer pour l'équation avec constante positive.

L'examinateur a essayé de m'aider à bien choisir l'ordre des indices pour le deuxième exercice mais c'était peine perdu. En 15 minutes je n'ai pas réussi à écrire le système convenablement.