

## Renseignements généraux

- *Concours* : ENS Cachan-Rennes
- *Matière* : Mathématiques
- *NOM Prénom* : LAMY Raphaël

## Énoncé des exercices

Soit  $f \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$ .

Pour  $t \in \mathbb{R}$  on définit  $f_t$  telle que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f_t(x) = f(x - t)$ .

On dit que  $T \in \mathbb{R}$  est une  $\varepsilon$ -presque période si

$$\|f - f_T\|_{\infty} \leq \varepsilon$$

On dit que  $f$  est presque périodique si pour tout  $\varepsilon > 0$ , il existe  $R_{\varepsilon} > 0$  tel que pour tout segment  $S$  de  $\mathbb{R}$  tel que  $|S| \geq R_{\varepsilon}$ , il existe  $T \in S$  qui soit une  $\varepsilon$ -presque période de  $f$ .

- (a) Donner des exemples de fonctions presque périodiques.
- (b) Montrer qu'une fonction presque périodique est uniformément continue.
- (c) Soit  $f$  une fonction presque périodique. Montrer que pour toute suite réelle  $(t_n)$  on dispose d'une extractrice  $\varphi$  telle que

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall p, q \geq N, \|f_{t_{\varphi(p)}} - f_{t_{\varphi(q)}}\|_{\infty} \leq \varepsilon$$

$((f_{t_{\varphi(n)}}))$  de Cauchy

## Remarques sur l'oral

Examinateur sympathique qui encourage mes idées et me guide quand nécessaire.