ONDES

Exercice 435 Télécom INT 07- Caïtucoli

On considère un condensateur plan composé de deux disques de rayon R. On donne la charge Q(t). Déterminer les champs électriques, magnétiques, et le vecteur de Poynting.

Exercice 436 CCP 10 - Malherbe

On considère un condensateur plan formé de deux disques de rayon a, d'axe Oz, séparés par une distance $e << a$. La tension entre les deux armatures est $u(t) = U_m \cos(\omega t)$, de fréquence $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ suffisamment faible pour qu'on puisse considérer le champ comme uniforme entre les armatures.

On donne $\overrightarrow{\text{rot}}(f(r)\vec{e}_\theta) = \frac{1}{r}\frac{d(rf(r))}{dr}\vec{e}_z$.

1.a) Calculer les énergies électrique et magnétique contenues dans le condensateur.

1.b) Comparer E_e et E_m. Conclure.

2) Vérifier le théorème de Poynting.

Exercice 437 Mines 08 - Dembri

On considère un plan infini xOy. A t=0, une densité surfacique de courant commence à circuler :

$\vec{j}_s(x,y,t) = t\frac{dj_s}{dt}\vec{u_x}$ avec $\frac{dj_s}{dt} = \dot{j}_s = Cte$

1) Calculer $\vec{A}$, V, $\vec{E}$, $\vec{B}$.

2) Comment faire un bilan d'énergie ?

Exercice 438 CCP 07- Abiven

On donne en coordonnées cylindriques :

$$\text{div}(\text{f}(\rho)\overrightarrow{u_\rho}) = \frac{1}{\rho}\frac{\text{d}(\rho\text{f}(\rho))}{\text{d}\rho} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{\text{rot}}(\text{B}(\rho)\overrightarrow{u_\varphi}) = \frac{1}{\rho}\frac{\text{d}(\rho\text{B}(\rho))}{\text{d}\rho}\overrightarrow{u_z}$$

Un câble coaxial est formé d'un cylindre creux de rayon a entouré d'un cylindre coaxial creux de rayon b. On note σ la charge du cylindre intérieur et un courant I circule selon +Oz sur le cylindre extérieur et revient par le cylindre intérieur.

1) Déterminer le champ électrique $\overrightarrow{E}$ entre les armatures, puis en tout point de l'espace en utilisant les formules données.

2) Déterminer le champ magnétique $\overrightarrow{B}$ en tout point de l'espace en utilisant les formules données.

3) Calculer le flux du vecteur de Poynting à travers le câble.

Exercice 439 Centrale 10 Jumpertz

Un câble parallèle à Oz est composé d'une âme cylindrique pleine de rayon R_1 parcourue par un courant $+I$, entourée d'une gaine creuse de rayons R_2 et R_3, parcourue par un courant $-I$. On donne $\underline{I} = I_o e^{j(\omega t - kz)}$. Le vide règne entre les deux armatures. Une onde électromagnétique se propage dans la cavité entre les armatures, telle que $\vec{E}$ n'a pas de composante selon z et $\vec{A} = A\vec{e}_z$.

1) Calculer I_o pour obtenir une puissance $P = 1$W.

2) Montrer qu'une tranche de câble entre z et $z + dz$ est équivalente au circuit ci-contre. Ce circuit est-il réaliste.

3) Etablir une équation différentielle vérifiée par I à l'aide de ce circuit. Conclure.

Exercice 440 Mines 10 - Cloarec

Un câble est composé d'une âme cylindrique pleine de rayon a entourée d'une gaine creuse de rayon $b > a$, toutes deux parfaitement conductrices. Le vide règne entre les deux armatures. Une onde électromagnétique se propage entre les armatures, caractérisée par les champs : $\begin{pmatrix} \vec{E} = \underline{E}(r,z)\exp(j\omega t)\vec{e}_r \\ \vec{B} = \underline{B}(r,z)\exp(j\omega t)\vec{e}_\theta \end{pmatrix}$

1) Condition de validité de ces champs ? Montrer qu'il existe alors un courant surfacique et le calculer. En déduire l'expression de l'intensité i(z, t) transportée par l'âme sous la forme $i(z,t) = \underline{I}(z)e^{j\omega t}$.

2) Donner les équations de Maxwell en fonction de $\underline{E}(r,z)$, $\underline{B}(r,z)$ et de leurs dérivées. (Les formules en cylindriques de div et $\overrightarrow{\text{rot}}$ sont données). Exprimer $\underline{E}(r,z)$, $\underline{B}(r,z)$ en fonction de $\underline{I}(z)$, $\underline{I}'(z)$, ω, μ_o, r et ϵ_o.

3) Donner une équation différentielle vérifiée par $\underline{I}(z)$. En déduire la forme de $\underline{I}(z)$. En donner ses caractéristiques (vitesse de phase, ...)

4) Calculer la puissance moyenne dissipée par effet Joule sur une longueur L de l'âme. Calculer le vecteur de Poynting et la puissance tranversant une tranche de câble située en z. Bilan énergétique ?

Exercice 441 Centrale 11 - Borissov

Une onde électromagnétique se propage dans un câble coaxial formé de deux cylindres concentriques conducteurs parfaits d'axe Oz, l'âme de rayon a et l'armature extérieure de rayon $b > a$. On cherche le champ électrique entre a et b sous la forme $\vec{E} = E(r) \exp i(\omega t - kz)\vec{e}_r$.

1) Puissance moyenne passant par le câble ?

2) Déterminer les potentiels $\vec{A}$ et V, en supposant $\vec{A}//Oz$, $\vec{A}(a) = \vec{0}$ et qu'en z=0 à t=0, $V(a) = V_2$, $V(b) = V_1$ et $U = V_1 - V_2$.

3) Déterminer l'impédance propre du câble définie par $U = Z_c I_c$ où I_c est l'amplitude de l'intensité traversant l'âme.

Exercice 442 TPE 07 - Barrau

Une onde électromagnétique se propage dans un câble coaxial formé de deux cylindres concentriques conducteurs parfaits, de rayons a et b, d'axe Oz. On cherche le champ électrique entre a et b sous la forme $\vec{E} = E(r) \exp i(\omega t - kz)\vec{e}_r$

1) Déterminer la forme de $E(r)$.

2) De quel type d'onde s'agit-il ?

3) Déterminer $\vec{B}$.

4) Calculer la densité linéique d'énergie.

Exercice 443 CCP 09 - Demehati

Soit deux câbles coaxiaux cylindriques de rayons R_1 et R_2. Le câble intérieur est parcouru par $I(z,t) = I(z).exp(j\omega t)$ dans le sens des z croissants, l'autre par $-I(z,t)$. On suppose que $\vec{E}$ est perpendiculaire à l'axe.

1) Donner $\vec{B}(r,z,t)$.

2) Donner $\vec{E}(r,z,t)$ en utilisant l'expression du rotationnel en coordonnées cylindriques.

3) Trouver I(z,t) en utilisant MAXWELL-FARADAY. Déterminer $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sachant que l'onde se propage dans le sens positif. On donne le rotationnel en coordonnées cylindriques :

$$\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{A}) = \Big[\frac{1}{r}\frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z}\Big]\vec{e}_r + \Big[\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}\Big]\vec{e}_\theta + \frac{1}{r}\Big[\frac{\partial (rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \theta}\Big]\vec{e}_z$$

Exercice 444 Centrale 11 - Boulmier

Toutes les expressions des opérateurs dans les différents systèmes de coordonnées sont fournies. Sur Mathematica est entrée l'équation différentielle du 2), ses solutions et leur tracé.

On considère un cylindre creux d'axe Oz, de rayon a et parfaitement conducteur. On cherche à générer une onde électromagnétique transverse de la forme $\vec{B} = B_o(r)e^{i(\omega t - kz)}\vec{e}_\theta$.

1) Montrer que le champ électrique ne peut être transverse.

2) Montrer que $B_o(r)$ vérifie $\frac{d}{dr}\Big(\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(rB_o(r))\Big) = (\frac{\omega^2}{c^2} - k^2)B_o(r)$.

3) Résoudre cette équation dans le cas général. Tracer l'allure des solutions.

4) Déterminer les conditions aux limites pour $B_o(r)$. En déduire une relation du type $\omega^2 - \omega_n^2 = k^2c^2$ où ω_n est une constante dépendant de a, c et $n \in \mathbb{N}$.

5) Pour a=10cm, calculer les trois premières valeurs de ω_n et k_n. A partir de quelle fréquence seul le mode fondamental se propage ? Pour f=20GHz, le cylindre est-il dispersif ?

6) Calculer la vitesse de propagation de l'énergie.

Exercice 445 ENSIEE 09 - Guitton

On considère deux cylindres coaxiaux de rayons a et $b > a$, de longueur $h >> b$. On néglige les effets de bord.

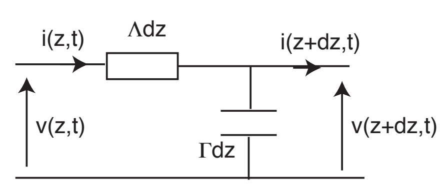
1) Calculer la capacité Γ des deux cylindres par unité de longueur.

2) Calculer l'auto-inductance Λ des deux cylindres par unité de longueur en régime permanent.

3) On modélise le système avec le schéma électrique ci-contre, en régime variable non stationnaire.

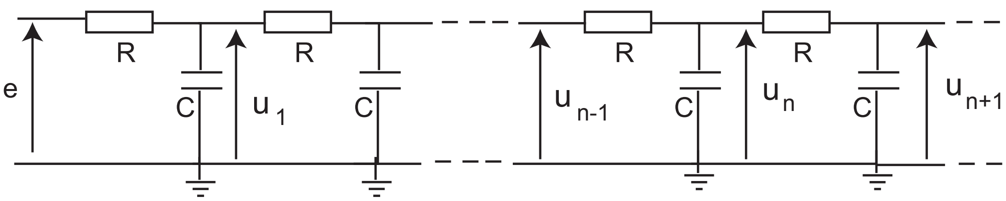
a) Avec la loi des mailles, puis la loi des noeuds, établir deux équations différentielles vérifiées par $i(z,t)$ et $v(z,t)$.

b) En déduire une équation vérifiée par $v(z,t)$ seule. Quelle est la vitesse de phase ?



Exercice 446 Centrale 10 - Perigaud

On considère une chaîne infinie de cellules composées d'un condensateur et d'une résistance, alimentée par $e(t) = U_o \cos\omega t$, et $RC\omega << 1$.



1) Trouver une relation de récurence sur u_n. En déduire l'expression de u_n.

2) Est-il nécessaire d'avoir une chaîne infinie ? Sinon, combien de mailles sont nécessaires ?

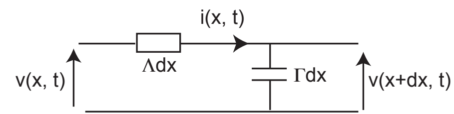
3) On note $x_n = na$ la position du n-ième condensateur. Trouver une relation entre l'atténuation spatiale δ et la fréquence du signal.

4) On introduit $u(x,t)$ telle que $u(na,t) = u_n(t)$. Sachant que la variation spatiale est faible devant a (hypothèse H), trouver une équation différentielle de dispersion vérifiée par $u(x,t)$. Comment vérifier le résultat du 1) ?

5) Que signifie l'hypothèse H ?

Exercice 447 CCP 08 - Lecué

On considère une ligne électrique dont chaque portion de longueur dx est modélisée par une inductance linéique Λdx et une capacité linéique Γdx.



1) Etablir les deux équations différentielles vérifiées par i(x, t) et v(x, t). Quelle est la forme des solutions ?

2) Mettre en évidence une constante v_s homogène à une vitesse. Expliquer sa signification physique.

3) On applique en x=0 une tension de la forme : $\underline{v}(0,t) = E_o e^{j\omega t}$. Quelle est la forme de la solution complexe $\underline{v}(x,t)$? Sachant qu'en x=L on applique une impédance Z_L, déterminer l'expression de $\underline{v}(x,t)$ et $\underline{i}(x,t)$.

Exercice 448 CCP 09 - Fréour

Une OPPH se propageant selon Ox est polarisée rectilignement selon Oy et d'amplitude E_o.

1) Donner $\vec{E}$ et $\vec{B}$.

2) Elle arrive en incidence normale sur un conducteur parfait situé en x=0. Champs réfléchis ? Champ résultant ?

3) Lien entre densité volumique d'énergie électromagnétique et n nombre de photons d'énergie $h\nu$ par unité de volume ? Lien entre n et le nombre de photons par unité de volume transmis par l'onde incidente n_o ?

4) Calculer la pression exercée par l'onde sur le conducteur.

Exercice 449 Centrale 09 - Nicolas

Une O.P.P.M. polarisée selon Ox se propage selon l'axe Oz. Elle arrive en incidence nomale sur un conducteur parfait animé d'une vitesse $\vec{V} = v\vec{u}_z$.

1) A l'aide de l'expression de la force exercée sur une charge q, exprimer les champs $\vec{E}'$ et $\vec{B}'$ dans le référentiel (R') lié au conducteur.

On note $E_i = E_o \exp(i(\omega_i t - k_i z))$ et $E'_r = r\ E_o \exp(i(\omega_r t - k_r z))$

2) Déterminer E'_i et E'_r.

3) Déterminer r et $\dfrac{f_r}{f_i}$.

4) Calculer $\Delta f = f_r - f_i$

5) L'onde incidente a une fréquence f=2,5GHz. On mesure Δf = 500Hz. Déterminer la vitesse de la voiture. Donner un dispositif électronique permettant de mesurer Δf.

Exercice 450 TPE 10 - Guihot

Une plaque métallique perpendiculaire à x'Ox avance à une vitesse $\vec{v}_o = v_o\vec{e}_x$. Une onde plane polarisée selon $\vec{e}_z$ se propage suivant Ox. On note $(\vec{E}, \vec{B})$ le champ dans $(\mathcal{R})$ et $(\vec{E}', \vec{B}')$ le champ dans $(\mathcal{R}')$ lié à la plaque.

1) En considérant l'invariance de la force de Lorentz, calculer $\vec{E}'$ et $\vec{B}'$ en fonction de $\vec{E}$, $\vec{B}$ et $\vec{v}_o$.

2) Exprimer $\vec{E}_i$ et $\vec{E}_r$ en fonction de leurs pulsations ω_i et $\omega_r \neq \omega_i$. Déterminer $\vec{B}_i$, $\vec{E}'_i$ et $\vec{B}'_i$.

3) Enfin, calculer $\vec{E}_r$ et ω_r. Pourquoi $|\vec{E}_r| < |\vec{E}_i|$?

4) Application au radar : calculer la variation $\Delta f = f_i - f_r$ pour f_i = 2500MHz et v_o =130 km/h.

Exercice 451 Mines 10 - Ruffio

Une OPPM de vecteur $\vec{E} = E\vec{e}_x$ arrive en incidence normale depuis le vide ($z < 0$) sur un métal occupant le demi-espace $z > 0$. Caractéristiques du métal : conductivité électrique γ, conductivité thermique λ, masse volumique μ, capacité calorifique massique isobare c_p. Dans le métal, on note $\vec{j}_e$ et $\vec{j}_Q$ les vecteurs densité de courant électrique et thermique.

On va étudier la variation de température à l'intérieur du métal. On suppose $\rho_e = 0$ et $j_{deplact} << j_e$.

1) Equation de propagation du champ électromagnétique dans le métal.

2) Montrer que $\vec{E} = E_o e^{-z/\delta} e^{i(\omega t - z/\delta)}\vec{e}_x$ est solution de cette équation. Déterminer δ en fonction de γ, ω et μ_o. Unité de δ ?

3) Signification de $\vec{j}_e.\vec{E}$ et unité. Calculer $\vec{j}_e.\vec{E}$ puis sa moyenne temporelle notée p.

4) On s'intéresse maintenant à l'aspect thermique. On suppose que ω est assez grand pour pouvoir assimiler l'effet de $\vec{j}_e.\vec{E}$ à celui de p. On se place en régime permanent.

a) Relation entre j_Q et p en fonction des données de l'énoncé, de σ constante de Stephan et de la température T_o à la surface du métal.

b) Equation vérifiée par T(z) dans le métal ?

Exercice 452 TPE 07- Etesse

On considère une cavité constituée de deux plans conducteurs parfaits, l'un en x=0 et l'autre en x=L. On recherche les champs électriques polarisés rectilignement suivant l'axe Oz, invariants suivant Oy pouvant se propager selon Ox dans cette cavité.

1) Donner les conditions de passage vérifiées par les champs. En déduire que la fréquence de l'onde ne peut prendre que des valeurs discrètes.

2) Donner l'expression des champs en tout point de l'espace entre les plans conducteurs.

Exercice 453 Centrale 07- Laurent + TPE 08 - Vic

Une onde électromagnétique se propage dans le vide entre les plans conducteurs $x = 0$ et $x = a$. On cherche le champ magnétique de l'onde sous la forme $\vec{B} = B(x)e^{j(\omega t - kz)}\vec{u}_y$.

1) Trouver l'équation différentielle vérifiée par $\vec{B}$.

2) Exprimer le champ électrique $\vec{E}$. Justifier l'expression "onde transverse magnétique".

3) En déduire $B(x)$ sachant que le seul plan nodal est en $x = \dfrac{a}{2}$.

4) Calculer le vecteur de Poynting et la densité d'énergie magnétique. Commentaire sur la propagation ?

Exercice 454 TPE 09 - Martin

On considère un conducteur parfait situé dans le demi-espace $x > 0$. Une OPPH polarisée selon $\vec{e}_z$ arrive sur le conducteur en incidence inclinée. On donne : $\vec{k}_i = \dfrac{\omega}{c}(\vec{e}_x \cos\theta + \vec{e}_y \sin\theta)$ et $\vec{k}_r = \dfrac{\omega'}{c}(\vec{e}_x \cos\theta' + \vec{e}_y \sin\theta')$

1) Donner les expressions des champs électrique et magnétique incidents et réfléchis à partir de ces données.

2) Montrer que $\omega = \omega'$ et que $\theta' = \pi - \theta$

3) En déduire l'expression de l'onde réfléchie en tout point du vide. Champ total ?

Exercice 455 CCP 11 - Letourneur

On considère deux OPPM polarisées selon Oz, de même amplitude $\vec{E}_o$, de même pulsation ω, en phase en O à $t = 0$. Elles se propagent dans le vide, dans le plan xOy, leurs vecteurs d'onde faisant un angle respectivement θ et $-\theta$ avec Ox.

1.a) Déterminer le vecteur d'onde de chacune des deux ondes.

1.b) Exprimer le champ électrique $\vec{E}(M)$ de chacune en un point quelconque de l'espace.

2.a) Calculer le champ résultant de la superposition de ces deux ondes. Structure de l'onde résultante et vitesse de phase ?

2.b) Exprimer $\vec{B}(M)$.

3.a) Calculer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting.

3.b) Si ω est dans le domaine visible, qu'observe-t-on dans les plans xOz, xOy, yOz ?

Exercice 456 Centrale 10 - Hamon

On considère deux OPPM polarisées selon Oy, de même amplitude $\vec{E}_o$, de même pulsation ω, en phase en O à $t = 0$. Elles se propagent dans le plan xOz, leurs vecteurs d'onde faisant un angle respectivement θ et $-\theta$ avec Oz.

1) Calculer la résultante de la superposition de ces deux ondes. Structure de l'onde résultante ? (Oralement : progressive ? stationnaire ? polarisée ? plane ? vitesse de phase, de groupe : sens physique ?)

2) Calculer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting. Qu'observe-t-on sur une surface perpendiculaire à Oz ? (Oralement : quel dispositif peut être modélisé ainsi ?)

Exercice 457 Centrale 08 - Lefaudeux

On considère un guide d'onde de longueur infinie suivant z et de côtés a et b , réalisé avec des conducteurs parfaits. Soit $\vec{E} = E_o \sin(\frac{\pi x}{a}) \sin(\omega t - kz)\vec{u}_y$.

1) Ce champ peut-il se propager dans le guide ? On donne a =5cm, b =3cm et f=4GHz.

2) Quelle est la puissance transportée par l'onde ?

3) On ferme le guide avec un conducteur parfait en z=0. Déterminer le champ total résultant dans le demi-espace $z < 0$.

Exercice 458 CCP 10 - Guihot

On considère une cavité vide limitée en $x = 0$ et $x = d$ par deux plans conducteurs parfaits. On donne $c = 3.10^8 m.s^{-1}$ et $\epsilon_o = 8,85.10^{-12} F.m^{-1}$.

1) Montrer que le champ électrique peut se mettre sous la forme $\vec{E} = E_m(e^{j\omega(t-x/c)} - e^{j\omega(t+x/c)})\vec{e}_y$.

2) Calculer $\vec{B}$ dans la cavité.

3) Montrer que la fréquence f ne prend que des valeurs discrètes f_n, $n \in \mathbb{N}$.

4) Calculer f_1 pour d =5cm.

Exercice 459 CCP 07- Wang

On considère une cavité vide, parallépipédique, aux parois parfaitement conductrices, de dimensions a, b, c respectivement sur Ox, Oy et Oz. Une onde électromagnétique se propage dans cette cavité, dont le champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = E_o \sin(\frac{n\pi y}{b}) \sin(\frac{p\pi z}{c}) \sin(\omega t)\vec{u}_x$$

1) Répartition des charges ?

2) Conditions sur n et p pour satisfaire les relations de passage ?

3) Relation entre ω, la célérité c_o de la lumière et les dimensions du conducteur ?

4) Champ $\vec{B}$?

Exercice 460 Centrale 07- Wang

On considère un guide d'onde rectangulaire de dimensions a et $b = \frac{a}{2}$ respectivement selon Ox et Oy et une onde électromagnétique dont le champ électrique s'écrit : $\vec{E} = E_o \sin(\frac{\pi x}{a}) \exp i(\omega t - kz)\vec{u}_y$

1) On suppose la valeur de ω identique à celle obtenue dans le cas d'une onde plane progressive harmonique de longueur d'onde $\lambda_o = 1cm$. On donne a=5cm. Montrer que l'onde se propage.

2) Une étincelle se produit si on dépasse une valeur critique E_{max}. Quelle est l'énergie maximale que peut transporter le guide d'onde ?

Exercice 461 ENSIIE 08-L'Her

On considère un guide d'onde de longueur infinie suivant z et de côtés a et b , réalisé avec des conducteurs parfaits. Soit $\vec{E} = E_o \sin(\frac{\pi x}{a}) \sin(\omega t - kz)\vec{u}_y$.

1) Montrer que $\vec{E}$ vérifie les équations de passage et de Maxwell-Gauss.

2) Calculer $\vec{B}$. Interpréter sa structure.

3) Relation de dispersion ?

4) Définir et calculer les vitesses de phase et de groupe. Tracer $v_\varphi(\omega)$ et $v_g(\omega)$.

5) Définir et calculer le vecteur de Poynting. Calculer sa moyenne spatiale et temporelle. Interpréter la vitesse de groupe.

6) (A l'oral) Densité d'énergie électromagnétique ? Comment calculer la vitesse de propagation de l'énergie ?

Exercice 462 INT 09 - Colson

Une onde électromagnétique se propage dans le vide sans charges. Son champ électrique s'écrit :

$$\vec{E} = E_o \sin(\frac{\pi z}{a}) \cos(\omega t - kx)\vec{e}_y$$

1) Trouver une relation entre k et ω et une condition sur ω pour qu'il y ait propagation.

2) Déterminer la vitesse de phase et la vitesse de groupe.

3) Calculer $\vec{B}$ et la densité volumique d'énergie.

Exercice 463 Mines 09 - Bouacida

1) Qu'est-ce qu'un conducteur parfait ? Propriétés ?

2) On dispose d'un guide d'onde rectangulaire de côté a selon x, b selon y. Le champ électrique $\vec{E}$ s'écrit : $E_x = A_n \sin(\frac{n\pi y}{b}) \exp(j(\omega t - \beta z))$, $E_y = 0$, $E_z = 0$. Justifier qu'il peut se propager.

3) Déterminer la relation entre n, β, ω, b et c. Donner la pulsation de coupure ω_c, la vitesse de phase, la vitesse de groupe.

4) Ecrire le champ sous la forme de deux ondes planes progressives polarisées rectilignement suivant Ox, de vecteurs d'onde $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ faisant un angle $\pm\theta$ avec Oz. Montrer que $v_e = c\cos\theta$ et que $v_e = v_g$.

5) On donne $a = \dfrac{\lambda}{4}$ et $b = \dfrac{3\lambda}{4}$. Montrer que le seul mode qui peut se propager est pour $n = 1$.

Exercice 464 Centrale 09 - Métayer

Soit un guide d'onde de dimension a selon x et b selon y. Les parois sont considérées comme des conducteurs parfaits. On étudie la propagation du mode TE_{0n} dont le champ électrique s'écrit $\vec{E} = E_{0n}\sin(\frac{n\pi y}{b})\cos(\omega t - k_n z)\vec{e}_x$

1) L'onde est-elle transverse électrique ? Transverse magnétique ?

2) Justifiez l'existence de courants surfaciques sur les parois du guide d'onde. Les calculer sur le plan $y = 0$.

3) On pose $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\mu_o\gamma\omega}}$ où γ est la conductivité du métal.

Le champ électrique devient $\vec{E} = E_{0n}(z)\sin(\frac{n\pi y}{b})\cos(\omega t - k_n z)\vec{e}_x$ et la puissance moyenne dissipée dans le métal par le champ électromagnétique entre z et$z + dz$ s'écrit $dP_{0n} = E_{0n}(z)^2 K dz$ où $K = \dfrac{1}{4\delta\gamma\mu_o^2 c^2}\Big(\dfrac{a}{2b^2}(\dfrac{2\pi c}{\omega b})^2 + b\Big)$.

Montrer que la puissance transmise par le guide d'onde est $P_{0n}(z) = P_{0n}(0)e^{-z/d_n}$.

4) Le mode TE_{01} pour $n = 1$ est appelé dominant. Pourquoi ?

5) On définit l'atténuation en $z = l = 1$km par $A = 10\log\dfrac{P(0)}{P(l)}$ en dB/km. Le guide d'onde est recouvert d'une feuille d'or de conductivité $\gamma = 4,5.10^7 S.m^{-1}$. On travaille à $f = 2,45$GHz. On donne $a = 5$cm, $b = 10$cm. Pour $n = 1$, déterminer δ, d_1 et A.

Exercice 465 TPE 07- Le Corguillé

On étudie une onde électromagnétique harmonique cylindrique émise par des sources situées le long d'un axe Oz. En coordonnées cylindriques d'axe Oz, le champ électrique a une amplitude E(r) et il est polarisé selon $\vec{u}_z$. L'onde se propage radialement dans le vide.

On donne $\overrightarrow{\text{rot}}(f\vec{u_z}) = \overrightarrow{\text{grad}}(f) \wedge \vec{u_z}$

1) Déterminer le champ magnétique associé.

2) Déterminer la valeur moyenne $< \vec{R} >$ du vecteur de Poynting. En déduire la puissance moyenne P rayonnée à travers un cylindre de rayon r, d'axe Oz et de hauteur h.

3) Comment varie cette puissance avec r ? En déduire l'expression de $E(r)$.

4) Si $r >> \lambda$, montrer que l'onde est localement plane.

Exercice 466 Mines 09 - du Boberil

On considère un milieu métallique de conductivité $\gamma = 6.10^7$S.I.

1) Que dire de la charge ρ ?

2) On se place en régime sinusoïdal établi. Montrer que pour une pulsation inférieure à ω_c, le terme $\epsilon_o\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ est négligeable devant $\vec{j}$.

3) Donner dans ce cas l'équation de propagation de $\vec{E}$.

4) On cherche une solution sous la forme $\vec{E} = \vec{E}_o e^{i(\omega t - kz)}$, k à priori complexe.

a) Que dire de la direction de $\vec{E}_o$?

b) Calculer k. Commenter.

5) Calculer $\vec{B}$ (Pour le calcul, on prendra $\vec{E}_o = E_o\vec{e}_x$)

6) Donner la vitesse de phase.

7) On prend $\vec{E}_o = E_o\vec{e}_x$.

a) Calculer $< \vec{\Pi} >_{z=0}$.

b) Que représente $\vec{j}.\vec{E}$?

c) Calculer $\int_0^\infty < \vec{j}.\vec{E} > d\tau$. Lien avec 7.a) ?

Exercice 467 Mines 09 - Martin

On considère un conducteur dans le demi-espace $z > 0$. Les conditions sont telles que la loi d'Ohm est applicable. On s'intéresse à la propagation d'une onde dans ce conducteur.

1.a) Dans quel domaine de fréquences peut-on négliger la densité de courant de déplacement devant la densité de courant de conduction ? Application numérique pour le cuivre : $\gamma = 6.10^7$ S.I .

1.b) En déduire l'équation différentielle vérifiée par $\vec{j}(z,t)$.

2) On pose : $\vec{j}(z,t) = J(z)e^{i\omega t}\vec{e}_x$ Donner l'expression de $j(z,t)$. On pose $\delta = \sqrt{\dfrac{2}{\mu_o \gamma \omega}}$

3.a) Calculer le valeur de I_{eff} traversant la surface : $-a/2 < y < a/2$ et $0 < z < +\infty$

3.b) Calculer la puissance moyenne dissipée par effet Joule pour le volume : $-b/2 < x < b/2$; $-a/2 < y < a/2$; $0 < z < +\infty$

3.c) En déduire la résistance R du conducteur en utilisant : $P = RI_{eff}^2$

Exercice 468 CCP 11 - Martin + Mousset

Soit un plasma neutre qui contient des ions positifs de masse M et de charge +e, et des électrons de masse $m << M$ et de charge -e. Il y a N particules de chaque sorte par unité de volume. Une onde plane progressive harmonique se propage dans le plasma, de la forme $\underline{\vec{E}} = \vec{E}_o \exp i(\omega t - \vec{k}.\overrightarrow{OM})$.

1) Expliquer pourquoi on peut négliger la force magnétique devant la force électrique, sachant que la vitesse des électrons est très inférieure à la vitesse de phase de l'onde.

2) Montrer que $\underline{\vec{j}} = i\dfrac{Ne^2}{m\omega}\underline{\vec{E}}$

3) Etablir l'équation de propagation de $\underline{\vec{E}}$.

4) Montrer que k vérifie l'équation : $k^2 = \dfrac{1}{c^2}(\omega^2 - \omega_p^2)$ et expliciter ω_p en fonction de e, N, m et ϵ_o.

5) Sachant que $\omega > \omega_p$, montrer que l'onde est transverse électromagnétique.

6) Vitesse de phase ? vitesse de groupe ? Commentaire ?

Exercice 469 Mines 08 - Douguet

L'ionosphère est un plasma neutre qui contient des ions positifs de masse M et de charge +e, et des électrons de masse $m << M$ et de charge -e. Il y a n particules de chaque sorte par unité de volume. Une onde plane progressive harmonique se propage dans le plasma. On tient compte en plus du champ magnétique terrestre $\vec{B}_o$ perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde.

1) Rappeler les équations de Maxwell et dire à quelles lois physiques elles correspondent.

2) Les transcrire en complexes dans le cas d'une O.P.P.H. avec ρ et $\vec{j}$ pas forcément nuls.

3) Calculer la force subie par un électron entre deux chocs.

4) Montrer qu'on peut négliger l'influence du champ $\vec{B}$ de l'onde devant celles de $\vec{E}$ et $\vec{B}_o$.

5) Trouver une première équation sur la densité de courant $\vec{j}$.

6) On pose $\omega_m = \dfrac{eB_o}{m}$ et $\omega_p = \sqrt{\dfrac{ne^2}{m\epsilon_o}}$. Trouver deux équations reliant $\vec{k}$, $\vec{E}$ et $\vec{j}$.

7) On suppose $\vec{k} = k\vec{u}_y$ et $\vec{B}_o = B_o\vec{u}_z$. Simplifier les équations.

8) On suppose $E_z \neq 0$. Résoudre et donner l'équation de dispersion. A quelle condition a-t-on une O.P.P.H. ? On remarque que $\vec{B}_o \perp \vec{k}$. Dans le cas de la terre, signification physique ?

9) On suppose $E_z = 0$. A quelle condition sur k a-t-on une O.P.P.H. ?

Exercice 470 TPE 08 - Le Ster

On considère une O.P.P.H. dont le champ électrique en complexes s'écrit :

$\underline{\vec{E}} = E_{ox}e^{j(kz-\omega t-\varphi_x)}\vec{u}_x + E_{oy}e^{j(kz-\omega t-\varphi_y)}\vec{u}_y$ auquel on associe le vecteur $\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} E_{ox}e^{-j\varphi_x} \\ E_{oy}e^{-j\varphi_y} \end{pmatrix}$

1) Quel est le sens physique de $\sigma^2 = E_{ox}^2 + E_{oy}^2$? On rappelle qu'en complexes, le produit scalaire de deux vecteurs s'écrit : $\underline{\vec{a}}.\underline{\vec{b}} = a_x.b_x^* + a_y.b_y^* + a_z.b_z^*$.

2) A quels états de polarisation correspondent : $\vec{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{Y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{G} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$, $\vec{D} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$

3) On pose $\vec{J} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}(\vec{G} - \vec{D})$. Quel est l'état de polarisation ?

4) Montrer que toute O.P.P.H. polarisée peut s'écrire comme la somme de deux O.P.P.H. polarisées rectilignement et perpendiculairement, ou comme la somme de deux O.P.P.H. polarisées circulairement en sens inverse.

Exercice 471 Centrale 09 - Demehati

On considère la propagation selon Oz d'une OPPH de pulsation ω dans un conducteur localement neutre. Il existe un champ uniforme $\vec{B} = B\vec{u}_z$. Il y a N électrons par unité de volume.

1) Montrer que pour un électron : $m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$.

2) Montrer qu'il existe une matrice A 2x2 dont les coefficients sont en fonction de ω, e, B, N, m et telle que $\vec{j} = A\vec{E}$

3.a) On suppose $\omega << \omega_c$ avec $\omega_c = \dfrac{eB}{m}$. Montrer que A=$\dfrac{\omega_p^2.\epsilon_o}{\omega_c}\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ où ω_p^2 est à déterminer

3.b) Montrer alors que seules les ondes ayant une polarisation particulière peuvent se propager.

Exercice 472 Mines 08 - Lanoë

Une plaque de métal contient n électrons libres par unité de volume. Elle est soumise à une O.P.P.H. de champ électrique $\vec{E} = \vec{E}_o \exp^{i(\omega t - kz)}$ et à un champ magnétique permanent $\vec{B}_o = B_o\vec{u}_z$.

1) En appliquant le P.F.D., sachant que les frottements s'expriment par $\vec{f} = -\dfrac{m}{\tau}\vec{v}$, montrer que $[\vec{j}] = [\gamma][\vec{E}]$, où $[\gamma]$ est une matrice à exprimer en fonction de $\omega_c = \dfrac{eB_o}{m}$ et $\omega_p = \sqrt{\dfrac{ne^2}{m\epsilon_o}}$. Cas particulier où $B_o = 0$?

2) Déterminer l'équation d'onde vérifiée par $\vec{E}$. Donner l'expression de k, la vitesse de phase, la vitesse de groupe. Donner l'expression des composantes de $\vec{E}$ et sa polarisation. Que dire si l'onde incidente est polarisée rectilignement ?

Exercice 473 Mines 10 - Guihot

Une antenne est équivalente à un dipôle selon Oz de moment dipolaire $\vec{p} = p_o e^{j\omega t}\vec{e}_z$. On donne le champ électromagnétique rayonné dans le vide, en coordonnées sphériques :

$$\vec{E} = \begin{pmatrix} \dfrac{2p_o}{4\pi\epsilon_o}(1 + ikr)\dfrac{\cos\theta}{r^3}\exp(i(\omega t - kr)) \\ \dfrac{p_o}{4\pi\epsilon_o}(1 + ikr - k^2r^2)\dfrac{\sin\theta}{r^3}\exp(i(\omega t - kr)) \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{B} = \dfrac{i\mu_o p_o \omega}{4\pi}(1 + ikr)\dfrac{\sin\theta}{r^2}\exp(i(\omega t - kr))\vec{e}_\varphi$$

1.1) Donner les équations de Maxwell dans le vide. Donner l'expression de k. Oralement : commenter la forme de l'onde.

1.2) On se place dans la zone de rayonnement $r >> \lambda$. Donner les expressions de $\vec{E}$ et $\vec{B}$. Pourquoi peut-on dire que c'est une onde plane ?

2) On dispose deux antennes parallèles A_1 et A_2 et on se place dans un plan perpendiculaire à $\vec{e}_z$. La fréquence est f=6GHz.

2.1) Calculer le champ électrique sur la médiane.

2.2) Que se passe-t-il si on s'éloigne de la médiane ? Que se passe-t-il si f est de l'ordre de 10^{14} - 10^{15}Hz ?

3) On se place assez loin pour que les directions de propagation des deux ondes soient parallèles. Quelle est la valeur moyenne du vecteur de Poynting en fonction de la distance et de la direction ?

Exercice 474 Centrale 08 - Casse

E_1 émet un signal et M (très loin) reçoit $s_1(M,t) = a_o\cos(\omega(t - \dfrac{E_1M}{c}))$.

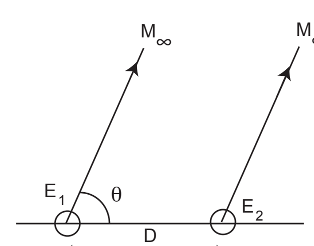
E_2 est en retard de φ sur E_1. On note $E_1E_2 = D$ et $E_1M = L$.

1) Exprimer $s_2(M,t)$ en fonction de ω, t , L, c, D, θ, φ et d'une amplitude a_2.

2) On suppose que les deux signaux ont même amplitude. Calculer $s(M,t) = s_1 + s_2$.

Montrer qu'elle se met sous la forme $s(M,t) = A(\theta, \dfrac{D}{\lambda}, \varphi)\cos(\omega t + \psi)$

3) Dessiner $A(\theta)$ en fonction de θ pour $\varphi = \dfrac{\pi}{4}$ et $D = \dfrac{\lambda}{4}$, puis pour $\varphi = \dfrac{\pi}{2}$ et $D = \dfrac{\lambda}{2}$ (ordinateur à disposition)

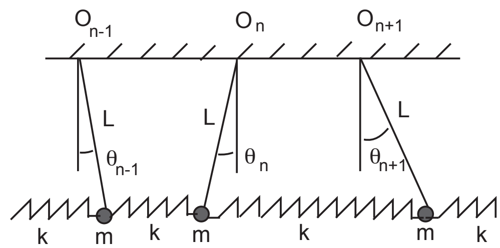


4) Application : A l'aide des questions précédentes, montrer qu'un avion a deux méthodes pour connaître la direction de la piste d'atterrissage. Comment améliorer la précision sur la direction ?

On dispose d'un émetteur sur un avion et de deux récepteurs sur un porte-avion. Comment faut-il faire ?

Exercice 475 Mines 07- Glon

On considère une chaîne de pendules simples identiques équidistants effectuant des oscillations de faible amplitude :



1) On note $x_n = na + u_n$ la position de la n-ième masse m. Quel est le sens physique de u_n ? Quel est le lien entre u_n et θ_n pour les petites oscillations ?

2) Etablir l'équation d'onde vérifiée par la fonction u(x,t) pour $u_n << a$. Commenter la différence avec l'équation d'onde classique $\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2} - v^2 \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$.

Exercice 476 Mines 10 - Barré

On considère une corde le longueur L selon Ox, de masse linéique μ, suspendue en un point A animé d'un mouvement selon Oy : $y_A = a\cos\omega t$, avec a <<L. A l'équilibre, la corde est verticale et soumise au champ de pesanteur $\vec{g} = -g\vec{u}_x$.

On note P(x) un point de la corde. On suppose que P ne se déplace que selon Oy lors du mouvement de la corde et on note son déplacement $y(x,t)$.

1) Montrer que $y(x,t)$ vérifie l'équation différentielle : $\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = g(\dfrac{\partial y}{\partial x} + x\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2})$

2) On cherche y sous la forme : $y(x,t) = \alpha(x)\cos\omega t + \beta(x)\sin\omega t$.

a) Montrer que $\alpha(x)$ et $\beta(x)$ vérifient la même équation différentielle.

b) On pose $X = x\dfrac{\omega^2}{g}$, $\alpha(x) = A_o A(X)$ et $\beta(x) = B_o A(X)$, avec $A(0) = 1$. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $A(X)$. Chercher une solution sous la forme d'une série entière : $A(X) = 1 + A_1 X + A_2 X^2 + ...$ Déterminer les A_k.

3.a) Déterminer B_o. En déduire l'expression de A_o en fonction de a et $A(\dfrac{\omega^2 L}{g})$

3.b) En déduire l'expression de $y(x,t)$.

4) A.N. L=1m ; g=9,81 m.s^{-2} ; f=50 Hz.

a) Evaluer $\dfrac{\omega^2 L}{g}$.

b) On donne le tableau ci-contre. Tracer $y(x,t)$ pour t fixé, x variant de 0 à L.

5) Nombre de noeuds ? Que se passe-t-il si A($\dfrac{\omega^2 L}{g}$)=0 ?

X	$A(X)$	$A'(X)$	X	$A(X)$	$A'(X)$
0,00	1,000	−1,000	129,50	−0,167	0,000
1,45	0,000	−0,432	148,26	0,000	0,013
3,67	−0,403	0,000	167,75	0,156	0,000
7,62	0,000	0,123	188,72	0,000	−0,011
12,30	0,300	0,000	210,93	−0,148	0,000
18,72	0,000	−0,063	234,62	0,000	0,009
25,87	−0,249	0,000	259,04	0,141	0,000
34,76	0,000	0,039	285,20	0,000	−0,008
44,38	0,218	0,000	312,09	−0,134	0,000
55,73	0,000	−0,028	340,72	0,000	0,007
67,82	−0,196	0,000	370,08	0,129	0,000
81,64	0,000	0,021	401,17	0,000	−0,006
96,19	0,180	0,000	432,99	−0,124	0,000
112,48	0,000	−0,016	466,55	0,000	0,006

3) On cherche des solutions en notation complexe de la forme $\underline{u}(x,t) = u_o \exp i(\omega t - kx)$. Etablir l'équation de dispersion. Tracer la courbe représentative de k en fonction de ω. Donner l'expression de la vitesse de phase de l'onde.

4) Déterminer la vitesse de phase et la vitesse de groupe de l'onde. Quelle relation a-t-on entre les deux. Commenter. Tracer les courbes représentatives en fonction de ω sur un même graphe.

Exercice 477 Centrale 11 - Férey

On a trois domaines :

(I) $a < x$ vide

(II) $0 < x < a$: isolant, on a les équations de Maxwell : div $\vec{E} = 0$ et $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = \epsilon_r \epsilon_0 \mu_0 \dfrac{d\vec{E}}{dt}$

(III) $x < 0$: métal, $\vec{E} = \vec{0}$

On considère la propagation d'une onde électromagnétique $\vec{B} = B_o(x)\vec{e}_y \exp(i(\omega t - kz))$

1) Déterminer le champs $\vec{E}$ dans le domaine II puis dans le domaine I.

2) Déterminer une équation différentielle vérifiée par $B_o(x)$.

On étudie les solutions de la forme :

$B_o(x) = B_I e^{-\alpha x}$ pour $x > a$

$B_o(x) = B_{II}\cos(\beta x + \varphi)$ pour $0 < x < a$

- Trouver les conditions sur k, ω, c et ϵ_r pour qu'une telle fonction soit solution.
- Déterminer α et β.

- Montrer que $\alpha^2 + \beta^2 = \dfrac{\omega^2}{c^2}(\epsilon_r - 1)$

- Expliquer les analogies et différences avec une ondes classique guidée par deux parois métalliques.

4) On précise qu'au voisinage de 0, il y a discontinuité de la composante normale de $\vec{E}$ mais que l'on ne s'y intéressera pas. Cependant, la composante tangentielle de $\vec{E}$ est tout de même continue au passage du plan x = 0.

a) Pourquoi $\vec{B}$ est-il continu au passage du plan $x = a$? En déduire une relation entre les coefficients.

b) Trouver φ en considérant le passage en x = 0

c) Montrer qu'il existe des valeurs de β pour lesquelles la solution ne peut pas être de la forme étudiée.

d) Démontrer une relation entre β, a, ... Suite oubliée

Exercice 478 ENS 09 - Nicolas

La molécule CO est formée d'un atome d'oxygène de charge $+\delta$ et d'un atome de carbone de charge $-\delta$. Elle vibre avec une pulsation ω_o. On ajoute un plan conducteur parfait perpendiculaire à l'axe de la molécule et porté au potentiel V. Expliquer la modification de la fréquence de vibration de la molécule.

Exercice 479 ENS 07- Laurent

On considère un milieu contenant des charges mobiles (n charges mobiles par unité de volume, charge individuelle q), placé dans un champ magnétique permanent $\vec{B}_o$. Etudier la propagation d'une onde électromagnétique plane parallèlement à la direction de $\vec{B}_o$. (on calculera la conductivité du milieu)

Exercice 480 X 08 - Aumont

On considère une lame cristalline d'épaisseur d, d'indice n_x pour les ondes polarisées selon Ox et n_y pour les ondes polarisées selon Oy. Une onde non polarisée se propage suivant la direction $z'Oz$, arrive sur un polariseur (P), traverse la lame puis un analyseur (A).

La direction principale de (P) fait un angle α avec Ox. La direction principale de (A) fait un angle β avec Ox.

1) Calculer le déphasage ϕ introduit par la lame entre une onde polarisée selon Ox et une onde polarisée selon Oy.

2) En notant I_o l'intensité incidente sur la lame, calculer $I(\alpha, \beta, \phi)$ après le système optique.

3) Définir et calculer la visibilité v de l'ensemble. Quelles valeurs de α et β permettent d'obtenir un maximum simultané de I et de v ?

Exercice 481 X 08 - Lalau Kéraly

On s'intéresse à la propagation de petites déformations transversales le long d'une corde inextensible de longueur L. La corde est maintenue tendue le long de l'axe Ox et on négligera son poids. On note $\vec{T}(x,t)$ la tension de la corde à une abscisse x et $\alpha(x,t)$ l'angle que fait $\vec{T}$ avec Ox. On suppose que les déplacements $y(x,t)$ de la corde selon Oy sont très faibles.

1) Faire un schéma d'une portion de corde comprise entre x et x+dx. Appliquer le principe fondamental et en déduire une propriété du module T de $\vec{T}(x,t)$.

2) Quelle relation relie α et $\dfrac{\partial y}{\partial x}$?

3) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $y(x,t)$. Comment se nomme cette équation ? Quelle grandeur fait elle apparaître ?

4) La corde est fixée aux extrémités. Déterminer ses modes propres de vibration.

Exercice 482 X 11 - Férey

Une onde plane progressive périodique de pulsation ω et de longueur d'onde λ arrive en incidence normale sur une lame de verre d'indice n et d'épaisseur e.

1) Que se passe-t-il ?

On prend l'intensité de l'onde incidente égale à $\begin{cases} I = 0 \text{ si } t \leq 0 \\ I_o \text{ si } t \geq 0 \end{cases}$

Calculer l'intensité de sortie après un temps suffisamment long.

2) Extrema de l'intensité de sortie et valeurs de λ pour lesquelles ils sont atteints.

3) Intensité réfléchie ? (considération énergétique vérifiée par le calcul)

J'ai posé r et t les coefficients de réflexion et de transmission (de l'amplitude de l'onde). J'étais cependant incapable de les déterminer en fonction de n (je sentais bien qu'ils dépendaient de n). L'examinateur m'a laissé continuer avec r et t (il m'a fait poser $R = r^2$ et $T = t^2$ les coefficient de réflexion et de transmission de l'intensité).

Exercice 483 ENS 10 - Thouzeau

Enoncer les lois de Snell-Descartes. Les démontrer dans le cas général. Déterminer $\dfrac{E_{réfléchi}}{E_{incident}}$ et $\dfrac{E_{réfracté}}{E_{incident}}$.