

ÉLÉMENTS DE GÉOMÉTRIE.

*Par M. CLAIRAUT, de l'Académie
Royale des Sciences, & de la Société
Royale de Londres.*



A PARIS,
Chez DAVID, Libraire, Rue Saint Jacques,
à la Plume d'Or.

M. DCC. LIII.

Avec Approbation & Privilege du Roi.





A MONSEIGNEUR
LE COMTE
DE MAUREPAS;
MINISTRE
ET SECRETAIRE D'ETAT,
COMMANDEUR DES ORDRES
DU ROY.



ONSEIGNEUR,

*C'est peut-être oublier la supériorité
de vos connoissances , que de vous*



PREFACE.



VOIQUE la Géométrie
soit par elle-même ab-
traite, il faut avouer ce-
pendant que les difficultés qu'é-
prouvent ceux qui commencent
à s'y appliquer, viennent le
plus souvent de la manière dont
elle est enseignée dans les Elé-
mens ordinaires. On y débute
toujours par un grand nombre
de définitions, de demandes,
d'axiomes, & de principes
préliminaires, qui semblent ne
promettre rien que de sec au

au Lecteur. Les propositions qui viennent ensuite ne fixant point l'esprit sur des objets plus intéressans, étant d'ailleurs difficiles à concevoir, il arrive communément que les Commençans se fatiguent & se rebutent, avant que d'avoir aucune idée distincte de ce qu'on vouloit leur enseigner.

Il est vrai que pour sauver cette sécheresse, naturellement attachée à l'étude de la Géométrie, quelques Auteurs ont imaginé de mettre à la suite de chaque proposition essentielle, l'usage qu'on en peut faire pour la pratique; mais par-là ils prouvent l'utilité de la Géométrie, sans faciliter beaucoup les moyens de l'apprendre. Car chaque proposition venant

toûjours avant son usage, l'esprit ne revient à des idées sensibles, qu'après avoir essuyé la fatigue de saisir des idées abstraites.

Quelques réflexions que j'ai faites sur l'origine de la Géométrie, m'ont fait espérer d'éviter ces inconvéniens, en réunissant les deux avantages d'intéresser & d'éclairer les Commençans. J'ai pensé que cette Science, comme toutes les autres, devoit s'être formée par degrés; que c'étoit vraisemblablement quelque besoin qui avoit fait faire les premiers pas, & que ces premiers pas ne pouvoient pas être hors de la portée des Commençans, puisque c'étoient des Commençans qui les avoient faits.

Prévenu de cette idée , je me suis proposé de remonter à ce qui pouvoit avoir donné naissance à la Géométrie ; & j'ai tâché d'en développer les principes, par une méthode assez naturelle , pour être supposée la même que celle des premiers Inventeurs ; observant seulement d'éviter toutes les fausses tentatives qu'ils ont nécessairement dû faire.

La mesure des Terrains m'a paru ce qu'il y avoit de plus propre à faire naître les premières propositions de Géométrie ; & c'est en effet l'origine de cette Science , puisque Géométrie signifie *mesure de Terrain*. Quelques Auteurs prétendent que les Egyptiens , voyant continuellement

P R E F A C E. v

les bornes de leurs Héritages détruites par les débordemens du Nil, jetterent les premiers fondeurs de la Géométrie, en cherchant les moyens de s'assurer exactement de la situation de l'étendue & de la figure de leurs domaines. Mais quand on ne s'en rapporteroit pas à ces Auteurs, du moins ne sçauroit-on douter que dès les premiers tems, les hommes n'aient cherché des méthodes pour mesurer & pour partager leurs terres. Voulant dans la suite perfectionner ces méthodes, les recherches particulieres les conduisirent peu à peu à des recherches générales; & s'étant enfin proposé de connoître le rapport exact de toutes sortes de

vj P R E F A C E:

grandeurs , ils formerent une Science d'un objet beaucoup plus vaste, que celui qu'ils avoient d'abord embrassé , & à laquelle ils conserverent cependant le nom qu'ils lui avoient donné dans son origine.

Afin de suivre dans cet Ouvrage une route semblable à celle des Inventeurs , je m'attache d'abord à faire découvrir aux Commencans les principes dont peut dépendre la simple mesure des Terrains , & des distances accessibles ou inaccessibles, &c. De-là je passe à d'autres recherches qui ont une telle analogie avec les premières , que la curiosité naturelle à tous les hommes, les porte à s'y arrêter ; & justifiant ensuite

P R E F A C E. *vij*

cette curiosité par quelques applications utiles , je parviens à faire parcourir tout ce que la Géométrie élémentaire a de plus intéressant.

On ne sçauroit disconvenir , ce me semble, que cette méthode ne soit au moins propre à encourager ceux qui pourroient être rebutés par la sécheresse des vérités géométriques , dénuées d'applications ; mais j'espère qu'elle aura encore une utilité plus importante, c'est qu'elle accoutumera l'esprit à chercher & à découvrir; car j'évite avec soin de donner aucune proposition sous la forme de théorèmes ; c'est-à-dire , de ces propositions , où l'on démontre que telle ou telle vérité est , sans

faire voir comment on est parvenu à la découvrir.

Si les premiers Auteurs de Mathématiques ont présenté leurs découvertes en théorèmes, ç'a été, sans doute, pour donner un air plus merveilleux à leurs productions, ou pour éviter la peine de reprendre la suite des idées qui les avoient conduits dans leurs recherches. Quoiqu'il en soit, il m'a paru beaucoup plus à propos d'occuper continuellement mes Lecteurs à résoudre des problèmes; c'est-à-dire, à chercher les moyens de faire quelque opération, ou de découvrir quelque vérité inconnue, en déterminant le rapport qui est entre des grandeurs données, & des grandeurs

P R E F A C E. ix

inconnues qu'on se propose de trouver. En suivant cette voie, les Commencçans apperçoivent à chaque pas qu'on leur fait faire, la raison qui détermine l'Inventeur, & par-là ils peuvent acquérir plus facilement l'esprit d'invention.

On me reprochera peut-être, en quelques endroits de ces Elémens, de m'en rapporter trop au témoignage des yeux, & de ne m'attacher pas assez à l'exactitude rigoureuse des démonstrations. Je prie ceux qui pourroient me faire un pareil reproche, d'observer que je ne passe légèrement, que sur des propositions dont la vérité se découvre pour peu qu'on y fasse attention. J'en use de la sorte, surtout dans les commencemens,

✱ P R E F A C E.

où il se rencontre plus souvent des propositions de ce genre, parce que j'ai remarqué que ceux qui avoient de la disposition à la Géométrie, se plaisoient à exercer un peu leur esprit; & qu'au contraire, ils se rebutoient, lorsqu'on les accabloit de démonstrations, pour ainsi dire, inutiles.

Qu'Euclide se donne la peine de démontrer, que deux cercles qui se coupent n'ont pas le même centre, qu'un triangle renfermé dans un autre, à la somme de ses côtés plus petite que celle des côtés du triangle dans lequel il est renfermé; on n'en sera pas surpris. Ce Géomètre avoit à convaincre des Sophistes obstinés, qui se faisoient gloire de se refu-

ser aux vérités les plus évidentes: il falloit donc qu'alors la Géométrie eût, comme la Logique, le secours des raisonnemens en forme, pour fermer la bouche à la chicane. Mais les choses ont changé de face. Tout raisonnement qui tombe sur ce que le bon sens seul décide d'avance, est aujourd'hui en pure perte, & n'est propre qu'à obscurcir la vérité, & à dégoûter les Lecteurs.

Un autre reproche qu'on pourroit me faire, ce seroit d'avoir omis différentes propositions, qui trouvent leur place dans les Elémens ordinaires, & de me contenter, lorsque je traite des proportions, d'en donner seulement les principes fondamentaux.

A cela je réponds qu'on trouve dans ce Traité tout ce qui peut servir à remplir mon projet, que les propositions que je néglige sont celles qui ne peuvent être d'aucune utilité par elles-mêmes, & qui d'ailleurs ne sçauroient contribuer à faciliter l'intelligence de celles dont il importe d'être instruit: Qu'à l'égard des proportions, ce que j'en dis doit suffire pour faire entendre les propositions élémentaires qui les supposent. C'est une matiere que je traiterai plus à fond dans les Elémens d'Algèbre, que je donnerai dans la suite.

Enfin, comme j'ai choisi la mesure des Terrains pour intéresser les Commencans, ne dois-je pas

craindre qu'on ne confonde ces Elémens avec les Traités ordinaires d'Arpentage? Cette pensée ne peut venir qu'à ceux qui ne considéreront pas que la mesure des Terrains n'est point le véritable objet de ce Livre, mais qu'elle me sert seulement d'occasion pour faire découvrir les principales vérités géométriques. J'aurois pû de même, remonter à ces vérités en faisant l'Histoire de la Physique, de l'Astronomie, ou de toute autre partie des Mathématiques que j'aurois voulu choisir; mais alors la multitude des idées étrangères, dont il auroit fallu s'occuper, auroit comme étouffé les idées géométriques, auxquelles seules je devois fixer l'esprit du Lecteur.