

Renseignements généraux

- *Concours* : ENS Cachan-Rennes
- *Matière* : Mathématiques
- *NOM Prénom* : LAMY Raphaël

Énoncé des exercices

Soit $f \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$.

Pour $t \in \mathbb{R}$ on définit f_t telle que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f_t(x) = f(x - t)$.
On dit que $T \in \mathbb{R}$ est une ε -presque période si

$$\|f - f_T\|_\infty \leq \varepsilon$$

On dit que f est presque périodique si pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $R_\varepsilon > 0$ tel que pour tout segment S de \mathbb{R} tel que $|S| \geq R_\varepsilon$, il existe $T \in S$ qui soit une ε -presque période de f .

- (a) Donner des exemples de fonctions presque périodiques.
- (b) Montrer qu'une fonction presque périodique est uniformément continue.
- (c) Soit f une fonction presque périodique. Montrer que pour toute suite réelle (t_n) on dispose d'une extractrice φ telle que

$$\forall \varepsilon > 0, \exists N \in \mathbb{N}, \forall p, q \geq N, \|f_{t_{\varphi(p)}} - f_{t_{\varphi(q)}}\|_\infty \leq \varepsilon$$

$((f_{t_{\varphi(n)}}))$ de Cauchy

Remarques sur l'oral

Examinateur sympathique qui encourage mes idées et me guide quand nécessaire.