

## EXOS ORAUX 2014

---

N°1 :

On considère un cylindre (rigide) qui peut se déplacer sans frottements selon son axe (le long d'un rail).

L'une des faces du cylindre, la gauche, est 100% élastique , la droite 100% inélastique (une particule qui la cogne perd sa composante selon l'axe du cylindre).

"On place le tout dans un grand aquarium, que se passe-t-il ?"

"Cela ne contredit-il pas le principe de Carnot ?"

Réponse : Le cylindre se déplace de plus en plus vite vers la droite.

ENS (2014)

T.S12

---

N°2 :

Une boule conductrice de rayon  $R = 10 \text{ cm}$  porte une charge  $Q_0 = 10^{-8} \text{ C}$ , uniformément répartie sur sa surface.

1°) Calculer le champ et le potentiel électrique en tout point de l'espace.

On rappelle qu'en symétrie sphérique :  $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V = -\frac{\partial V}{\partial r}\hat{e}_r$ .

2°) L' air entourant la boule peut être modélisé comme un milieu légèrement conducteur caractérisé par une conductivité  $\gamma = 10^{15} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ . En déduire une équation différentielle sur  $Q$  et déterminer l'ordre de grandeur du temps que met la boule pour se décharger.

3°) Calculer l'énergie dégagée par effet Joule dans l'air entourant la boule.

4°) En supposant que cette énergie se dissipe majoritairement dans la couche d'air entourant la boule jusqu'à un rayon de  $5R$ , estimer l'élévation de température correspondante.

Données :  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ ,  $c_v(\text{air}) = 7 \cdot 10^2 \text{ J.kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ,

masses molaires :  $M_{\text{azote}} = 14 \text{ g.mol}^{-1}$  et  $M_{\text{oxygène}} = 32 \text{ g.mol}^{-1}$

nombre d'Avogadro :  $N_A \approx 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Réponse : 2°)  $\tau = \frac{\epsilon_0}{\gamma} \quad 3°) E_J = \frac{Q_0^2}{16\pi\epsilon_0 R} \quad 4°) \Delta T \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ K}$

Mines (2014)

ELM.E25

---

N°3 :

Un électron de masse  $m$ , de charge  $-e$  est lié à un noyau de centre O par une force de rappel  $-m\omega_0 \overrightarrow{OM}$ . On place l'atome sur le parcours d'une OPPM polarisée suivant  $\hat{e}_x$  et se propageant suivant  $(Oz)$ .

1°) En régime permanent établi, quel est le moment dipolaire de l'atome instantané de l'atome en régime forcé établi ?

2°) On rappelle le champ électromagnétique rayonné par un dipôle oscillant :

$\frac{\mu_0}{4\pi c} \frac{d^2 \vec{p}}{dt^2} \left( t - \frac{r}{c} \right) \wedge \hat{e}_r$  et  $\frac{\mu_0}{4\pi r} \left( \frac{d^2 \vec{p}}{dt^2} \left( t - \frac{r}{c} \right) \wedge \hat{e}_r \right) \wedge \hat{e}_r$ . Associer à ces deux champs les champs

électrique et magnétique. Calculer la section efficace de diffusion définie par le rapport de la

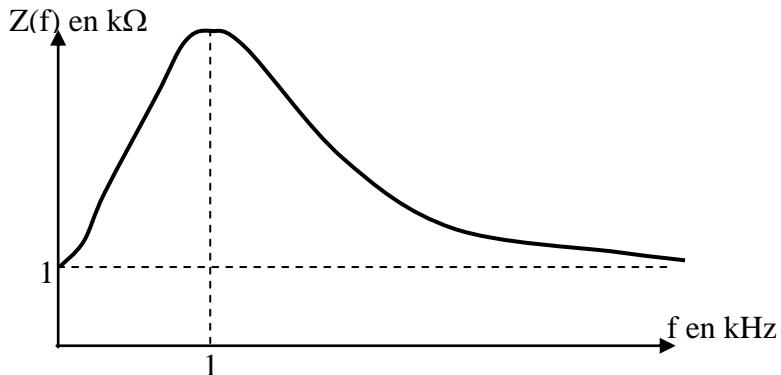
puissance moyenne rayonnée par l'atome sur la moyenne de la norme du vecteur de Poynting de l'onde incidente :  $\sigma = \frac{\langle P_{\text{rayonnée}} \rangle}{\langle \|\vec{R}_i\| \rangle}$ .

Mines (2014)

ELM.O18

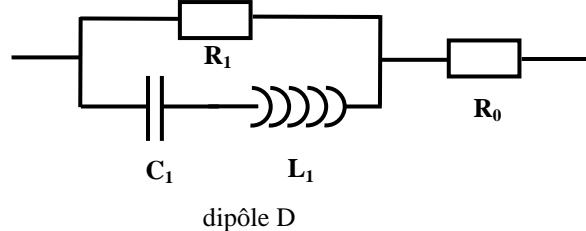
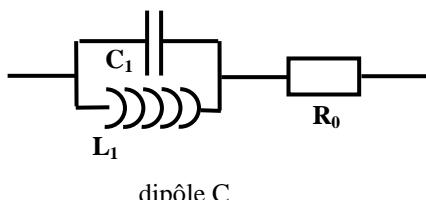
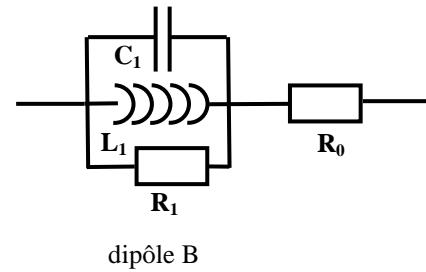
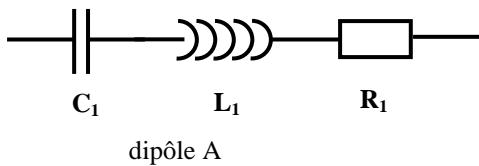
N°4 :

On mesure l'impédance  $Z(f)$  d'un dipôle inconnu en fonction de la fréquence, on obtient la courbe ci-dessous :



1°) Décrire le dispositif expérimental qui permet de tracer la courbe ci-dessus. Peut-on obtenir directement cette courbe sur l'écran d'un oscilloscope ?

2°) Choisir parmi les quatre dipôle proposé celui qui correspond à la courbe expérimentale :



3°) Déterminer les valeurs des composants (résistances, capacités et inductances) du dipôle étudié.

Réponse : 2°) B 3°)  $R_1 = 3 \text{ k}\Omega$ ,  $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 5,3 \cdot 10^{-8} \text{ F}$ ,  $L = 0,48 \text{ H}$

Centrale (2014)

E.E.28

N°5 :

Soit une particule de masse  $m$  soumise à une force centrale d'expression :  $\vec{F} = -\frac{K}{r^4} \vec{e}_r$  avec  $K > 0$ .

1°) Montrer que le mouvement est plan et suit la loi des Aires.

2°) Définir une énergie potentielle effective  $E_{\text{Peff}}(r)$ .

3°) Tracer  $E_{\text{Peff}}(r)$  : On étudiera les limites en 0 et  $+\infty$  et on en déduira l'allure de la courbe.

4°) Discuter, en justifiant vos raisonnement, les différents types de trajectoires possibles en fonction des conditions initiales.

5°) Est-il possible d'avoir une trajectoire circulaire ?

Mines (2014)

M.P39

N°6 :

Soit un condensateur cylindrique de hauteur  $h$ , d'axe ( $Oz$ ) est constitué de deux armatures de rayon intérieur  $R_1$  et extérieur  $R_2 = R_1 + a$ . Le condensateur est libre de tourner autour de son axe. Son moment d'inertie est  $J$ .

1°) On rappelle que si  $a \ll R_1$ , on peut considérer le condensateur cylindrique comme équivalent à un condensateur plan. Montrer que la capacité du condensateur et le champ électrique inter armature peuvent alors s'écrire  $C = \frac{2\pi\epsilon_0 R_1 h}{R_2 - R_1}$  et  $\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R_1 h} \hat{e}_r$  où  $Q$  est la charge de l'armature interne.

2°) On impose un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = B_0 \hat{e}_z$ . On suppose que le milieu inter armature est conducteur, le condensateur se décharge de manière radiale et uniforme en un temps  $T_1$ . Déterminer la vitesse de rotation finale du condensateur.

3°) On reprend le même dispositif, mais l'on suppose que le milieu inter armature est maintenant isolant. La norme du champ magnétique décroît jusqu'à s'annuler en un temps  $T_2$ . Déterminer la vitesse de rotation finale du condensateur.

4°) Comparer et interpréter le résultat des questions 3°) et 4°).

$$\text{Réponse : } 2°) \Omega_f = \frac{B_0 Q (R_2^3 - R_1^3)}{3R_1 J} \quad 3°) \Omega'_f = \frac{B_0 Q (R_2^2 - R_1^2)}{2J} \quad 4°) \Omega_f \approx \Omega'_f$$

Mines (2014)

ELM.EM5

N°7 :

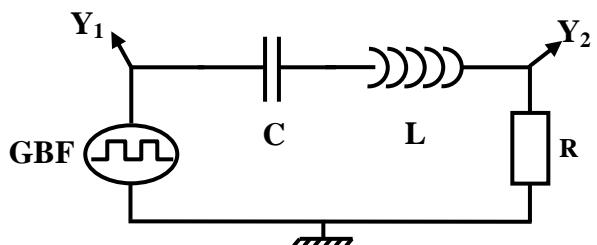
Soit le circuit RLC ci-contre :

$Y_1$  et  $Y_2$  représentent les branchements des deux voies d'entrée d'un oscilloscope.

Le GBF envoie un signal créneau de 1 kHz.

1°) Comment choisir les valeurs  $R$ ,  $L$  et  $C$  pour observer sur la voie 2 un signal sinusoïdal de fréquence 3 kHz ?

2°) Même question pour obtenir un signal triangulaire de fréquence 1 kHz.



Mines (2014)

E.E 29

N°8 :

Un banc de Kofler permet de mesurer avec précision la température de fusion de cristaux solides en poudre. C'est une barre parallélépipédique horizontale de longueur  $L$  et de section  $a \times b$ , constituée d'un matériau de conductivité thermique  $\lambda$ .

A l'une des extrémités du banc est insérée une résistance électrique  $R$ . Quand on branche le banc de Kofler la résistance  $R$  est soumise à une tension  $U$ . On admet que la

totalité de la puissance Joule dégagée est transmise au banc. Les échanges thermiques entre l'air et le banc sont modélisés par une puissance  $P = h(T-T_a)S$  où  $T$  est la température du banc,  $T_a$  la température de l'air et  $S$  la surface d'échange.



1°) Trouver l'équation différentielle vérifiée par la température du banc en régime permanent et en supposant le problème unidimensionnel. Donner la forme du profil de température.

2°) A quelle condition sur la longueur  $L$  peut-on supposer le banc comme semi infini. Déterminer dans le cadre de cette approximation l'expression du profil de température dans le banc en fonction des données du texte.

Si la tension  $U$  est la tension électrique délivrée par le réseau EDF, à quelle condition la température du banc peut-elle être considérée comme stationnaire ?

3°) On saupoudre les cristaux à étudier dans le sens de la longueur  $L$ , expliquer ce que l'on observe et comment on en déduit la température de fusion. Justifier la nécessité d'un étalonnage et montrer que le choix de la valeur de la résistance  $R$  caractérise la plage de température de fusion détectable.

La précision des mesures de distance le long du banc est de 0,5 mm. Comment choisir la résistance  $R$  pour minimiser les incertitudes sur la mesure de la température de fusion.

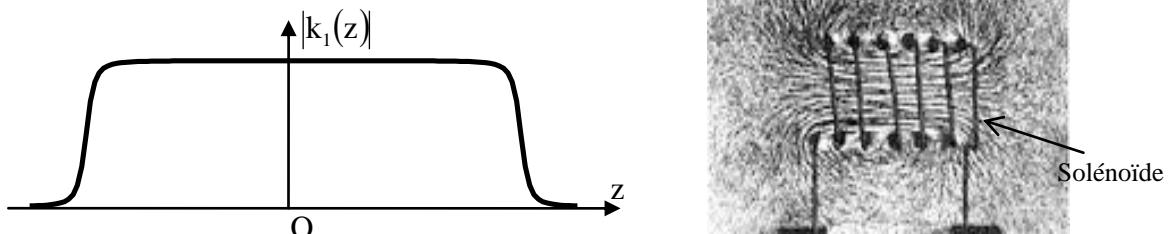
$$\text{Réponse : } T(x) = \frac{\delta U^2}{R \lambda ab} \exp\left(-\frac{x}{\delta}\right) \text{ avec } \delta = \frac{2(a+b)h}{\lambda ab}$$

ECP (2014)

T.DT41

N°9 :

1°) Un solénoïde d'axe ( $Oz$ ) vertical, de longueur  $L$  et de diamètre  $d$ , centré en  $O$ , parcouru par un courant  $I(t) = i_0 \sin(\omega t)$ , crée en des points proches de son axe un champ magnétique de la forme :  $\vec{B} = k_1(z)I(t)\hat{e}_z + k_2(r,z)I(t)\hat{e}_r$ . On donne la courbe de la valeur absolue de  $k_1(z)$  ainsi que la photo d'une plaque en plexiglass recouverte de limaille de fer située dans le plan médian du solénoïde:



Justifier la forme de l'expression du champ magnétique. Commenter la courbe  $|k_1(z)|$ . Discuter le signe de  $k_1(z)$  et  $k_2(r,z)$  en fonction du signe de  $I(t)$ .

2°) On considère une spire de rayon  $a \ll d$ , de masse  $m$  de résistance  $R$  et d'inductance propre  $L$ . La normale au plan de la spire est parallèle à  $\vec{e}_z$  et son centre se situe sur ( $Oz$ ).

Justifier l'apparition d'un courant  $i(t)$  dans la spire, donner son expression en fonction des données.

3°) La spire constitue un dipôle magnétique de moment magnétique  $\vec{m}$ . Les actions du champ magnétique créé par le solénoïde sur la spire dérive de l'énergie potentielle :  $E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$ . La spire pouvant se translater le long de l'axe, discuter l'existence de positions d'équilibre et leur stabilité (on supposera  $\omega$  suffisamment grand pour justifier toutes approximations que l'on jugera nécessaires).

$$\text{Réponse : } 2^\circ) i(t) = -\frac{i_0 \pi d^2 k_1 \omega}{4\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \cos\left(\omega t + \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right)\right) 3^\circ) \frac{dk_1}{dz} = -\frac{8mg\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}{i_0 \pi d^2 \omega R}$$

ECP (2014)

ELM.I 37

N°10 :

Une bille de masse  $m$ , est astreinte à se déplacer sans frottement sur un axe horizontal ( $Ox$ ).

$A$  est un point fixe de l'axe vertical ascendant ( $Oz$ ) tel que  $z_A = h_0$ .

Un ressort relie le point  $A$  et la masse  $m$ , sa longueur à vide est  $l_0$ .

1°) Etudier les positions d'équilibre de la bille, ainsi que leur stabilité en fonction de  $l_0$ .

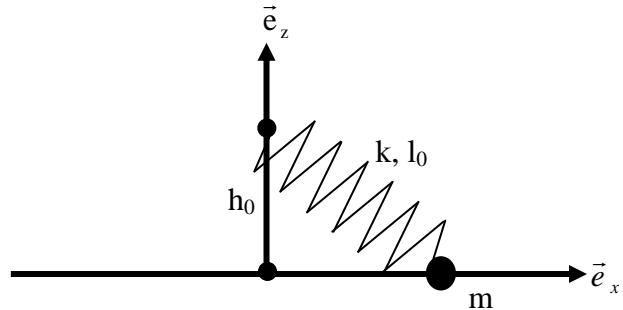
2°) Trouver la fonction polynomiale la plus simple qui modélise l'énergie potentielle du système quand  $h_0 < l_0$ .

3°) On applique une force  $\vec{F} = F\vec{e}_x$  constante et discuter des positions d'équilibre et de leur stabilité

$$\text{Réponse : } 2^\circ) E_p(x) = \frac{1}{2}k\left((h_0 - l_0)^2 - \frac{2(l_0 - h_0)}{(h_0 + l_0)}x^2 + \frac{x^4}{(h_0 + l_0)^2}\right)$$

X (2014)

M.P 40



## EXOS CLASSIQUES

### ECP 2014

- Gel de l'eau dans un tuyau qui est dans l'air à une température inférieure à  $0^\circ\text{C}$ , on donne les dimensions et la conductivité thermique du matériau dans lequel est fait le tuyau et le coefficient d'échange conducto-convectif entre le tuyau et l'eau.

Remarque : Il faut utiliser les résistances (on suppose le phénomène lent - à définir-).

- Mesure de l'ouverture d'une étoile double à l'aide des trous d'Young. (Deux sources ponctuelles à l'infini, distance  $a$  entre les fentes pour annuler le contraste...)

## Mines 2014

- Profil de température de température dans un barreau entre deux thermostats parfaits. Puis on suppose que les thermostats sont isolés et donc que leurs températures varient : étude du régime transitoire et justification de la validité de l'ARQS. Puis calcul entropique.
- On fournit la fonction de transfert d'un passe bas du second ordre et on demande de tracer le diagramme de Bode asymptotique et de caractériser la réponse pour quelques signaux particuliers ( créneau etc...)
- Diffusion thermique entre deux sphères avec différentes conditions aux limites.
- Diffusion thermique dans un barreau cylindrique nucléaire : puissance thermique volumique uniforme, trouver la condition pour que la température sur l'axe ne dépasse pas une certaine valeur.
- Trous d'Young classique : description de la figure d'interférence !
- Cadre conducteur carré (dans le plan (Oyz)) suspendu par un ressort dans un champ magnétique  $\vec{B} = B_0(1 - \alpha z)\hat{e}_x$

---

## "Petits exos..."

- Soient 2 charges ponctuelles q dans l'espace, dessiner les lignes de champ. (ECP)
  - "Quand vous prenez une pièce de monnaie, que vous la faîtes tourner et la lancez sur une table, si vous l'avez faite tourner assez vite, elle va tourner sur la table quelque temps, sinon elle va tout de suite s'arrêter. Estimez la vitesse de rotation minimale à fournir pour qu'elle tourne" (ENS)
  - Un pêcheur assis à l'extrême de sa barque se lève et se déplace jusqu'à l'autre extrémité de combien la barque s'est-elle déplacée ?
-