Renseignements généraux

— *Concours* : L
— *Matière* : Maths
— *NOM Prénom* : AUFFRAY Vincent

Énoncé des exercices

Exercice 1 :

Soit $E = C([-1,1],\mathbb{R})$. On définit un produit scalaire sur E en prenant pour $f, g \in E$:

$$\langle f, g\rangle = \int_0^\pi f(\cos\theta)g(\cos\theta)d\theta$$

Soit E_n l'ensemble des fonctions polynomiales de degré $\leq n$
et Π_n le projeté orthogonal sur E_n. Soit $f \in E$. On pose M_f l'endomorphisme de E

$$\begin{array}{cccc} M_f & : & E & \to & E \\ & & g & \mapsto & fg \end{array}$$

Donner un équivalent de $Tr(\Pi_n \circ M_f)$ quand $n \to +\infty$.

Exercice 2 :

On pose pour $x \in [0,1]$: $f(x) = 4x(1-x)$.
On définit (x_n) par $x_0 \in [0,1]$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $x_{n+1} = f(x_n)$. Montrer que si (x_n) converge elle est stationnaire.

Remarques sur l'oral

Je me souvenais du premier exercice donc les idées essentielles (polynômes de Tchebychev,...) sont venues rapidement, mais je me suis trouvé un peu lent. On trouve en fait un équivalent en $\frac{n}{2}$ et même une estimation en $\frac{n}{2} + O(\ln n)$. Le deuxième exo s'est fait essentiellement à l'oral. L'examinateur attendait simplement que j'évoque l'idée de point fixe répulsif.