

Planche de colle

Question de cours

- définition d'une orbite d'une permutation ; pourquoi les orbites d'une permutation forment-elles une partition ?

Exercice de colle

Soient p et q deux nombres irrationnels strictement supérieurs à 1 tels que :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1.$$

On pose :

$$\mathcal{A} = \{ [np] ; n \in \mathbb{N}^* \} \text{ et } \mathcal{B} = \{ [nq] ; n \in \mathbb{N}^* \}.$$

1. Montrer que les ensembles \mathcal{A} et \mathcal{B} sont disjoints.
2. En déduire que pour tout $N \in \mathbb{N}^*$, le cardinal de l'ensemble $(\mathcal{A} \cup \mathcal{B}) \cap \llbracket 1, N \rrbracket$ vaut N .
3. En déduire que la famille $(\mathcal{A}, \mathcal{B})$ forme une partition de \mathbb{N}^* .