

Livret de Mathématiques

Première

Contenu : Dans ce livret je trouve des exercices de mathématiques pour chaque chapitre pour approfondir ou travailler les notions. Je peux garder ce livret sur moi et l'utiliser en classe quand j'ai fini le travail. Je peux aussi travailler des automatismes.

Les exercices proposés sont la plupart du temps bruts et sont de l'application basique des connaissances de cours. Le niveau est variable avec pour objectif de donner du travail à tout type d'élève.

Table des matières

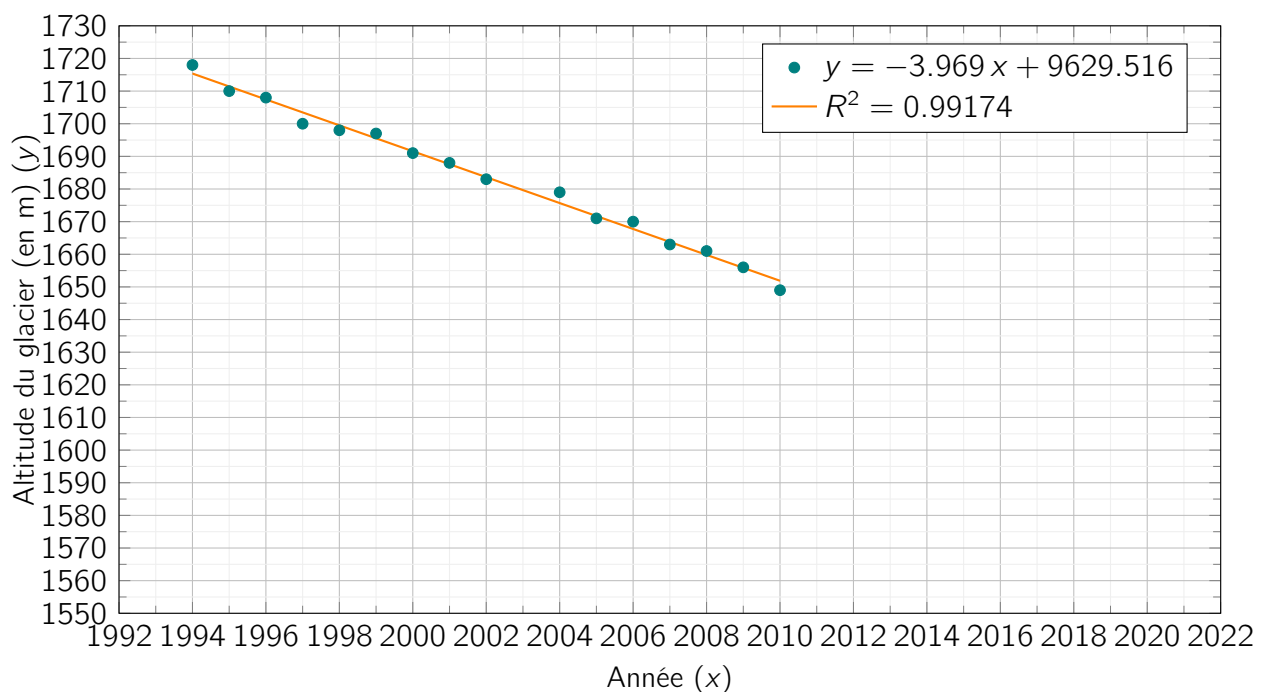
1	Statistiques à deux variables	2
2	Probabilités	4
3	Suites arithmétiques	6
4	Second degré	7
5	Vecteurs	9
6	Trigonométrie	11
7	Fonctions dérivées	12
8	Python et algorithmie	14

Thème 1

Statistiques à deux variables

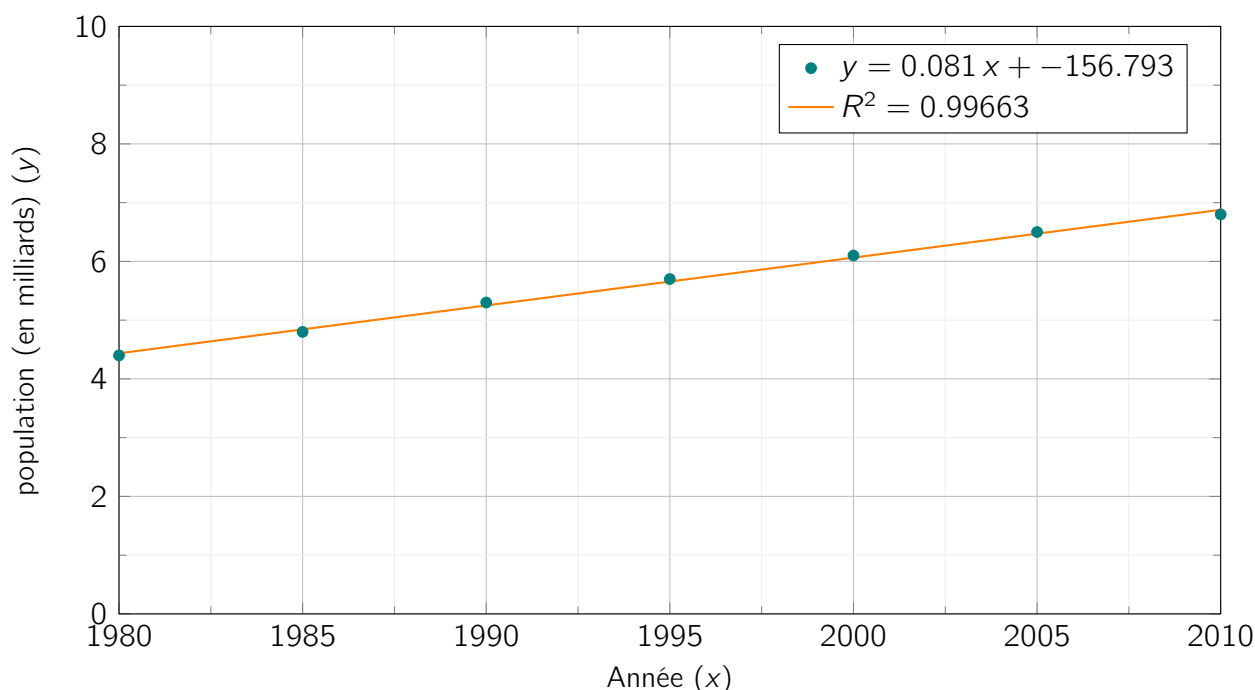
1. On vous donne un tableau de statistiques à deux variables contenant par exemple la population d'un pays selon l'année. Décrire en quelques lignes la méthode permettant d'extrapoler la population du pays à 5 ans.
2. Expliquer en quoi cette méthode ne sera jamais une prévision parfaite.

On donne les données suivantes :



3. Selon vous, la méthode de l'ajustement affine est-elle utilisable dans ce cas de figure ? Justifier.
4. Donner l'altitude du glacier en 2000.
5. Construire le tableau de valeurs associé à cette série statistique.
6. Proposer une prévision de l'altitude du glacier en 2022 en utilisant l'équation ou le graphique.
7. Calculer la moyenne des altitudes (\bar{y}).
8. Calculer la moyenne des années (\bar{x}).
9. Placer sur le graphique ce point défini par les moyennes. On le notera G.
10. Que remarquez vous ?

On a trouvé dans un vieux manuel de mathématiques un exercice de statistiques à deux variables donnant la population mondiale (en milliards d'habitants) selon l'année. On a représenté ces données sur le graphique suivant.



11. Le modèle de l'ajustement affine est-il valide ici ? Justifier.
12. Utiliser ce modèle pour prévoir, par le calcul, une estimation de la population mondiale en 2018.
13. A l'aide d'Internet, vérifier la population mondiale en 2018.
14. Commenter le résultat.

La municipalité d'une ville souhaite réduire les incivilités dans la commune. Le bilan suivant est établi sur quelques années :

Année	Rang	Nombre d'incivilité (y)
2011	0	857
2012	1	810
2013	2	720
2014	3	604
2015	4	375
2016	5	273

15. Question non liée au thème : Est-il juste d'affirmer qu'entre 2011 et 2015 les incivilités ont baissé de 70% ? Justifier.
16. Représenter cette série par un nuage de points.
17. Tracer, à la main, la droite d'ajustement.
18. Utiliser cette droite pour prévoir, à politique sécurité identique, le nombre d'incivilité en 2018.
19. Utiliser la calculatrice et son tracé plus précis pour refaire le travail précédent.
20. Comparer les résultats obtenus.

Probabilités

On remplit une urne opaque avec 12 billes indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 12. La bille 1 est noire, la 12 est blanche, les autres sont rouges. On effectue un tirage dans l'urne.

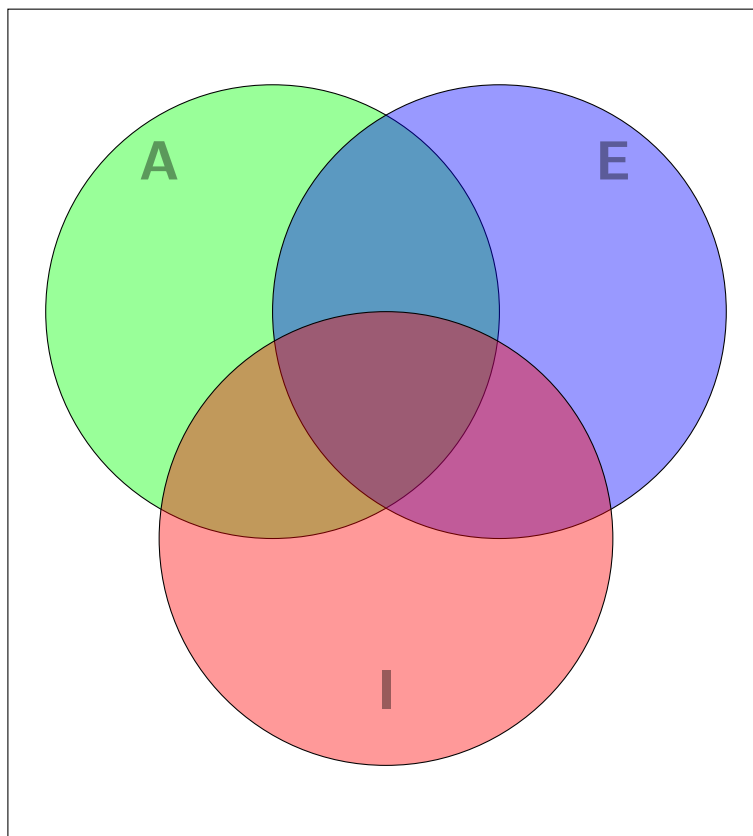
1. Donner toutes les issues possibles de l'expérience.
2. On note les événements :
 - A. Obtenir une boule non rouge ;
 - B. Obtenir une boule verte ;
 - C. Obtenir une boule blanche ;
 - D. Ne pas obtenir une boule blanche.
3. Calculer la probabilité de chaque événement.
4. Calculer $P(C) + P(D)$
5. Commenter le résultat.
6. Donner la probabilité de \bar{A}
7. Donner en français la signification de \bar{A}

En fin de collège dans une ville de taille moyenne on a interrogé un total de 400 élèves sur les séjours dans les pays étrangers : Italie (I), Angleterre (A), Espagne (E).

- 35 élèves ont séjourné dans les trois pays ;
- 110 ont été en Espagne et Angleterre ;
- 114 en Angleterre et Italie ;
- 98 en Espagne et Italie ;
- 35 seulement en Angleterre, 44 seulement en Italie et 51 seulement en Espagne.

L'objectif des questions suivantes est de réfléchir aux réunions et intersections de ces différents voyages. **On utilisera pour répondre à ces questions le diagramme de la page suivante (qui est à compléter !).**

8. Compléter le diagramme de Venn suivant ;
9. Montrer qu'il y a 16 élèves qui n'ont pris part à aucun voyage dans les pays indiqués.
10. On note AE l'événement $A \cup E$. Donner les chances de réaliser cet événement en piochant un élève au hasard.
11. Expliquer l'événement AE en français.
12. On note AI l'événement $A \cap I$. Donner les chances de réaliser cet événement en piochant un élève au hasard.
13. Expliquer l'événement AI en français.



14. Calculer $P(A)$ et $P(E)$ les probabilités respectives d'interroger un élève ayant été en Angleterre ou en Espagne.
15. Calculer à l'aide du diagramme la probabilité $P(A \cap E)$.
16. Vérifier la formule du cours : $P(A \cup E) = P(A) + P(E) - P(A \cap E)$.

Dans un groupe de 100 lycéens :

- 65 ont un casque bluetooth sans fil ;
- 55 ont un casque filaire ;
- 40 ont les deux

17. Compléter le tableau suivant :

	bluetooth	pas de bluetooth	Total
filaire
pas de filaire
Total	100

18. A l'aide du tableau, déterminer les chances d'interroger un élève sans casque.
19. Vérifier l'affirmation : j'ai 15% de chances d'interroger un élève au hasard qui n'aura pas de casque bluetooth mais qui aura un casque filaire.

D'autres exercices liés aux probabilités sont disponibles dans la partie Python de ce livret

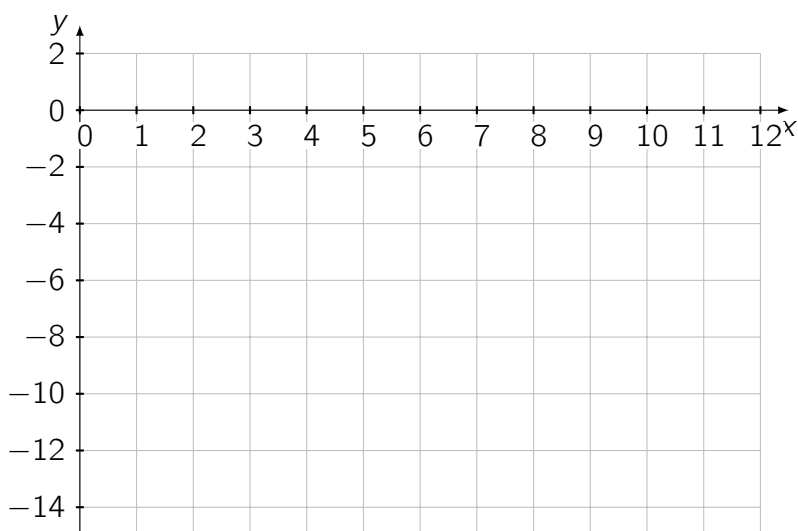
Thème 3

Suites arithmétiques

1. Donner la raison de la suite numérique : 8 - 16 - 24 - 32
2. La suite suivante est-elle arithmétique ? Justifier la réponse.

100 - 98 - 96 - 94 - 92 - 90 - 88 - 87 - 86 - 84

3. Calculer le terme u_4 de la suite de raison 5 et définie par le premier terme $u_0 = 101$.
4. Calculer le troisième terme de la suite définie par sa raison $r = -20$ et de premier terme 1200
5. Le salaire d'un employé augmente de 2% par an. Expliquer si cette suite est arithmétique.
6. Déterminer le premier terme d'une suite arithmétique de raison $r = 4$ et telle que $u_7 = 24$.
7. Représenter graphiquement les dix premiers termes de la suite u telle que $u_0 = 1$ et $r = -1$.
8. Donner le nom d'une fonction mathématique, ainsi que son expression algébrique, qui représente le tracé de cette suite.



9. Calculer la somme des termes de la suite précédente.
10. Utiliser un tableur pour :
 - Générer les 100 premiers termes de la suite arithmétique définie par sa raison ($r = 3$) et son premier terme ($u_0 = -25$).
 - Calculer la somme des 100 premiers termes de cette suite.
11. Calculer directement u_{27} pour la suite $u_0 = 14$ et $r = 4$.

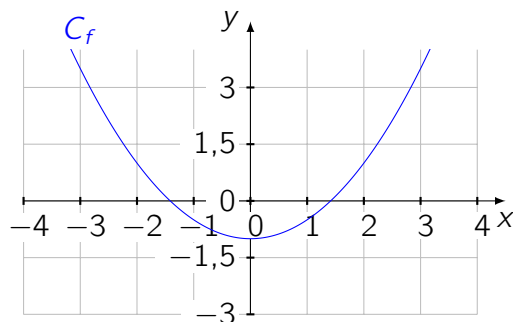
D'autres exercices liés aux suites sont disponibles dans la partie Python de ce livret

Second degré

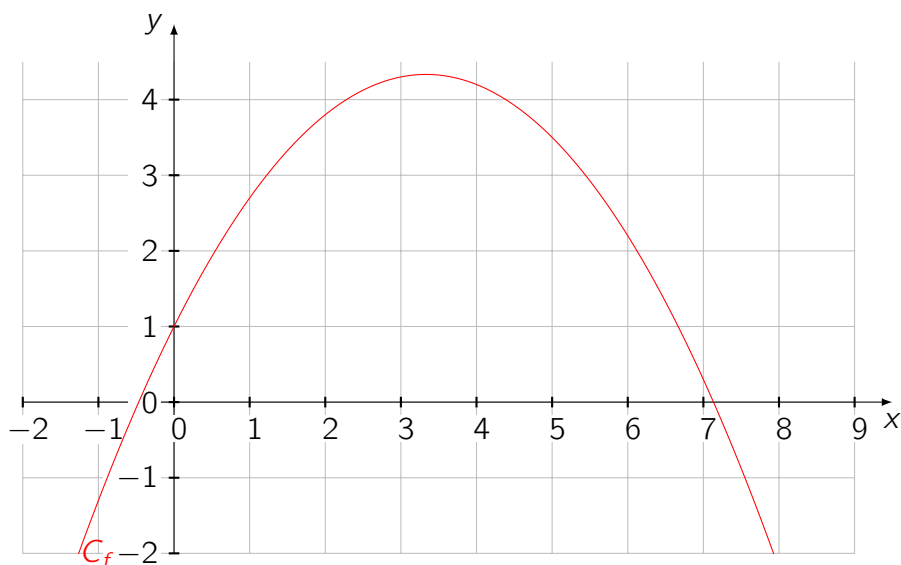
1. Pour chaque équation suivante, déterminer les coefficients a, b et c tels que l'équation soit de la forme $ax^2 + bx + c = 0$.

- $2x + 3x^2 - 5 = 0$
- $-8 = x^2 + 5x$
- $4x^2 + 3 - 5x = 0$
- $-4x^2 + 7 - 4x = 1$

2. Donner le nombre de solutions à l'équation $f(x) = 0$ d'après ce graphique :



3. Proposer un tracé graphique d'une parabole qui correspondrait à une fonction telle que l'équation $g(x) = 0$ n'admet aucune solution réelle. On tracera sur le graphique ci-dessus.
4. Déterminer graphiquement les solutions de l'équation $h(x) = 0$ en vous aidant du graphique suivant :



On rappelle que Δ est le discriminant d'une équation du second degré et qu'il se calcule via la relation : $\Delta = b^2 - 4ac$.

5. Calculer Δ pour les équations suivantes :

- $2x + 3x^2 - 5 = 0$
- $x^2 + 5x + 8 = 0$
- $4x^2 + 3 - 5x = 0$
- $-4x^2 + 7 - 4x = 0$

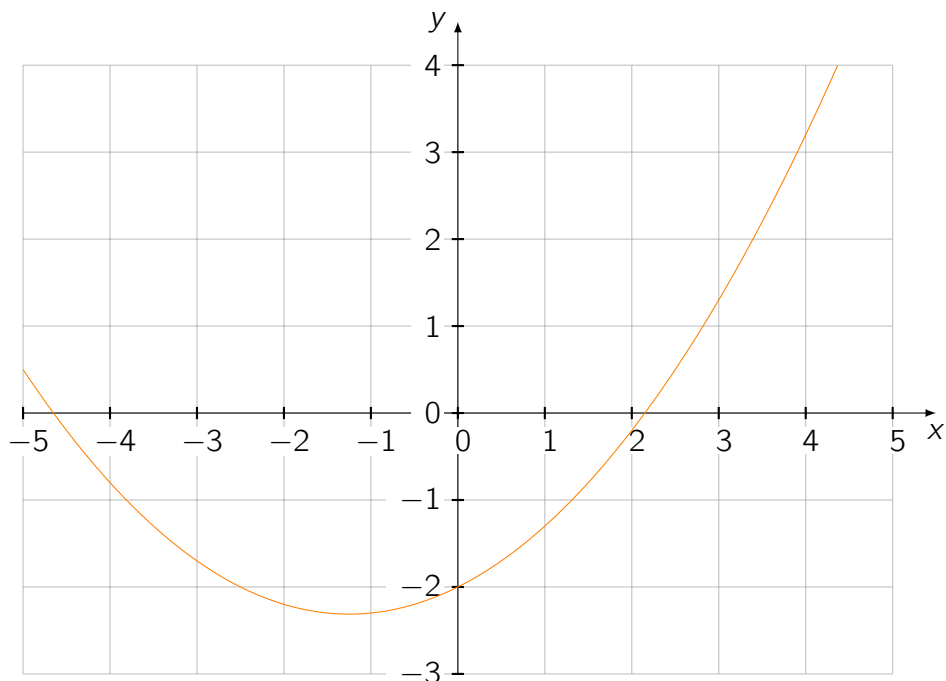
6. Dédurre, pour chaque équation, le nombre de solutions.

7. Pour les équations possédant des solutions, calculer ces dernières grâce aux relations du cours.

8. Tracer sur l'écran de la calculatrice les fonctions correspondantes aux équations précédentes.

9. Vérifier les solutions obtenues par le calcul.

On donne une fonction du second degré :



10. Déterminer, par la méthode de votre choix, les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

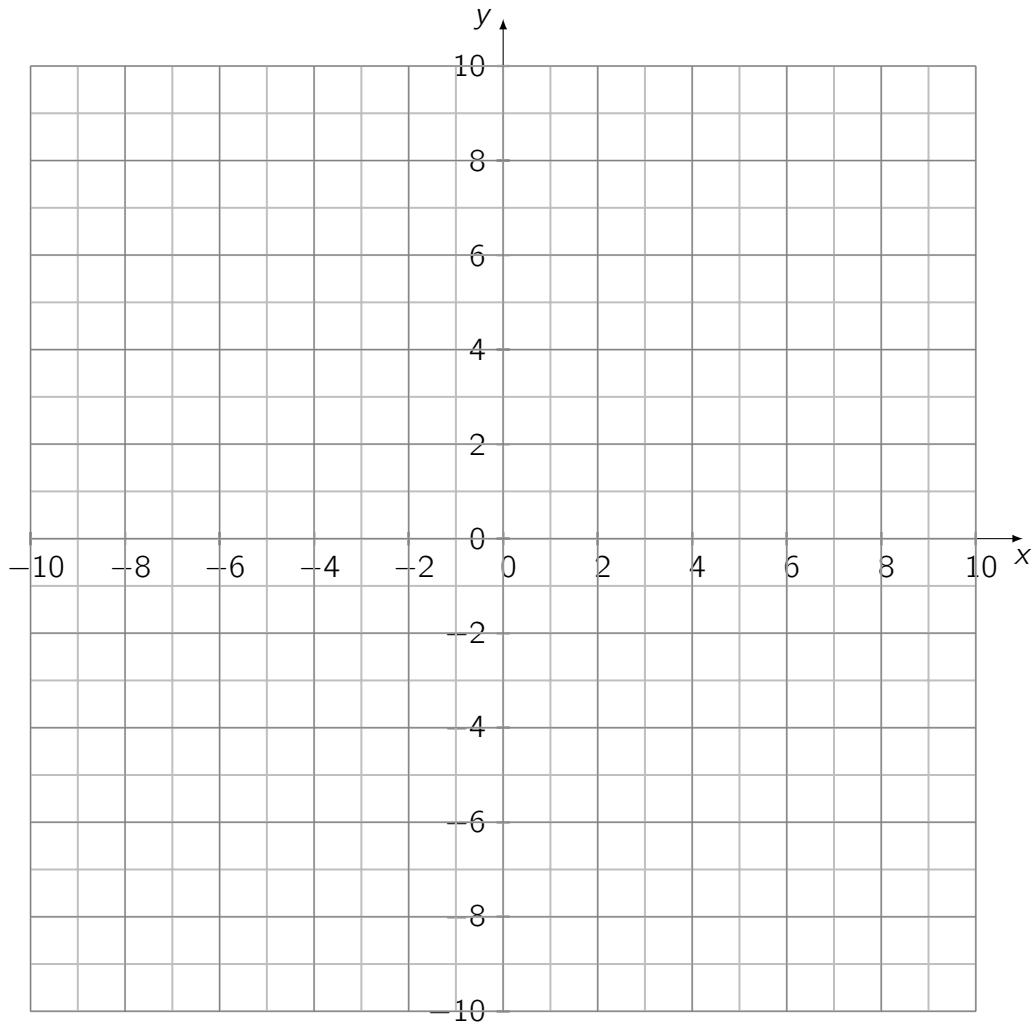
11. Construire le tableau de signe de la fonction.

12. Dédurre du sens de la parabole le signe du coefficient a dans l'expression $f(x) = ax^2 + bx + c$

Thème 5

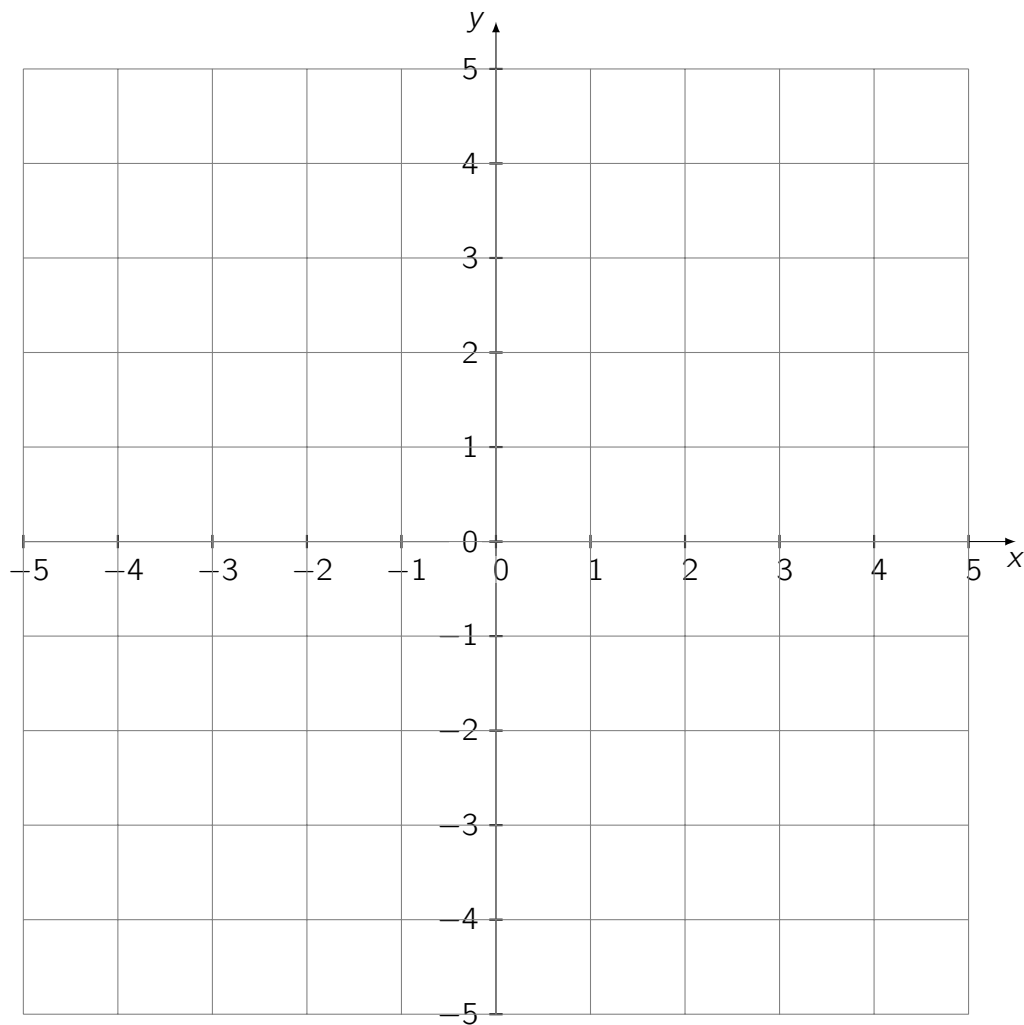
Vecteurs

On donne le repère suivant :



1. Placer les points $A(-6,3)$, $B(1,5)$ et $C(2, -2)$
2. Tracer les vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{AC}
3. Calculer les coordonnées de chaque vecteur ci-dessus.
4. Calculer la norme de chaque vecteur.
5. Préciser si le triangle formé ABC est rectangle ou non en utilisant la réciproque du théorème de Pythagore.
6. Construire le vecteur \overrightarrow{DC} tel que $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.
7. Déterminer les coordonnées du point D .

On donne le repère suivant avec pour origine le point O de coordonnées (0,0) :



1. Placer les points $A(-3, -3)$, $B(-3,1)$ et $C(2, -3)$
2. Tracer les vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} et \overrightarrow{AC}
3. Déterminer la nature du triangle ABC en détaillant.
4. Construire, à partir de l'origine du repère, le vecteur \vec{v} tel que $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OC}$.
5. Calculer la norme de \vec{v} .
6. Construire le vecteur \overrightarrow{BD} tel que ABDC soit un parallélogramme.
7. Donner les coordonnées du point D ainsi placé.

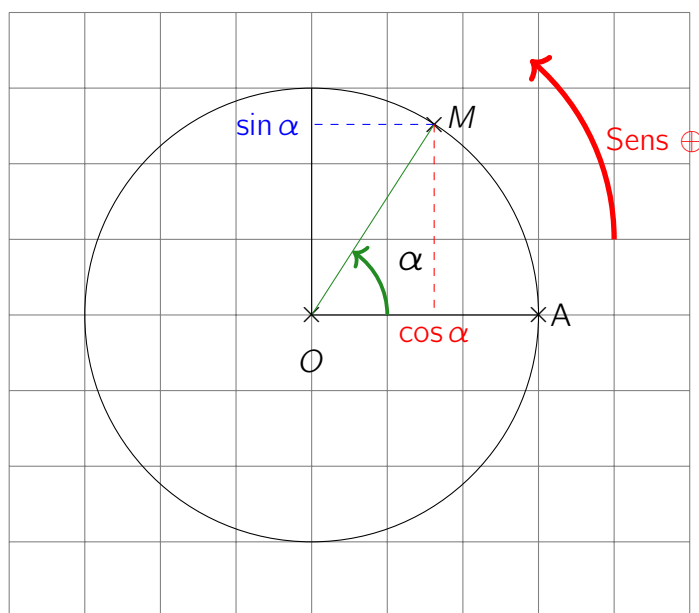
Thème 6

Trigonométrie

1. Rappeler la mesure en radian d'un angle de 180° .
2. Compléter le tableau suivant en convertissant les angles manquants. Exprimer les angles en radian en fonction de π sous la forme $a \times \pi$ ou a peut être un entier ou un nombre fractionnaire.

Angle (degré)	90		360	270	67		
Angle (radian)		$-\pi$				$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$

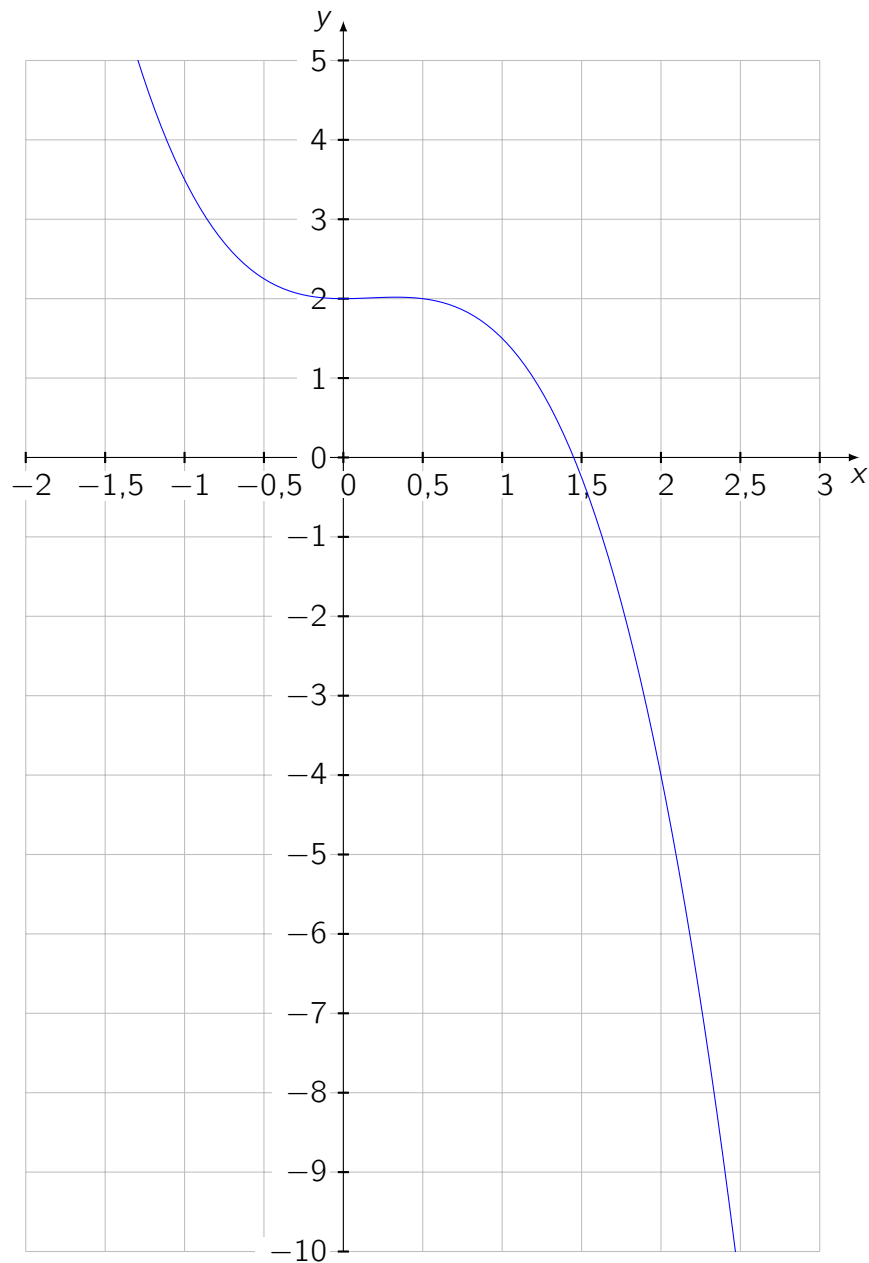
Soit le cercle trigonométrique (de rayon 1) :



3. Placer sur le cercle, sans rapporteur, un point B tel que $\alpha = 60^\circ$ avec un sinus positif. On pourra, pour s'aider, calculer le sinus ou le cosinus de l'angle.
4. Placer sur le cercle, sans rapporteur, un point C tel que $\cos \beta = -0.5$. Combien y a-t-il de possibilités ?
5. Placer sur le cercle, sans rapporteur, un point D tel que $\cos \alpha_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et que $\sin \alpha_2 = -0.5$.
6. Que peut-on dire de ce point par rapport au point B ?

Fonctions dérivées

On donne la représentation graphique d'une fonction quelconque :



1. Placer les points sur la courbe d'abscisses $-1, 0, 1$ et 2 . On les nommera A, B, C et D
2. Tracer pour chacun des points ci-dessus la tangente à la courbe.
3. Déterminer par lecture graphique, si possible, le nombre dérivée de la fonction (pente) à chaque point.

Pour les fonctions suivantes, on se reportera au formulaire des dérivées du cours.

4. Déterminer la fonction dérivée des fonctions suivantes :

- $a(x) = 4x^2$
- $l(x) = -3x$
- $o(x) = 54$
- $r(x) = x^3$
- $s(x) = x^2$

- $c(x) = 4x^2 + 3x - 1$

- $d(x) = \frac{1}{x}$
- $u(x) = 4x^3 - 2x^2$
- $rr(x) = \frac{1}{2x} + 4x$

Un message subliminal se cache dans la question précédente.

La partie suivante est une étude complète de fonction à mettre en lien avec le chapitre second degré.

On étudie la fonction $g(x) = -0.3x^2 + 2x + 1$ sur l'intervalle $[-10; 10]$.

5. Calculer $g(0)$.
6. Déterminer, à l'aide du formulaire, la fonction dérivée g' de la fonction g .
7. Résoudre l'inéquation $-0.6x + 2 < 0$.

La solution de cette dernière question veut dire en français : pour toute valeur supérieure à la réponse trouvée, alors la dérivée de la fonction g sera négative.

8. Utiliser ce résultat pour compléter la ligne "signe de g' " du tableau de variation ci-dessous.

x	-10	10
Signe de $g'(x)$	0	
Variations de g		

9. Dédire du tableau de signe les variations de la fonction g et compléter le tableau de variation complet.

Thème 8

Python et algorithmie

On donne ci-dessous un script permettant de savoir si un nombre est pair :

```
1 nombre_a_tester = 2589
2 if nombre_a_tester%2 ==0:
3     print("Le nombre est pair.")
4 else:
5     print("Le nombre est impair.")
```

1. Quelle ligne l'utilisateur doit-il modifier pour changer le nombre ?
2. Quel sera le rendu de l'exécution du programme ci-dessus sans modification ?

Ce fonctionnement, qui force l'utilisateur à modifier le programme à chaque fois, peut être amélioré comme le montre le script suivant :

```
1 def pair(n):
2     """ merci d'entrer un nombre pour tester sa parité """
3     if n%2 ==0:
4         return("Le nombre est pair.")
5     else:
6         return("Le nombre est impair.")
```

Dans cette version, on utilise l'instruction "def" en ligne 1 qui définit une **fonction**. L'utilisateur charge le programme dans la mémoire une fois et ensuite, dans la console, il tape par exemple pair(257) pour utiliser le programme.

3. Quelle sera la réponse de l'ordinateur si je tape : pair(257) dans la console après avoir chargé ce programme ?
4. Quel est l'intérêt de la ligne 2 ?
5. Proposer un script permettant de créer une fonction qui va tester si un nombre est divisible par 10.

Dans la partie probabilité de ce livret, on discutait de tirage dans une urne contenant des boules de couleurs différentes : une blanche, une noire et dix rouges. On va utiliser Python pour simuler un nombre important de tirage dans cette urne.

L'objectif : afficher le résultat de tous les tirages puis le nombre de billes blanches tirées sur un nombre n variable.

6. Proposer un découpage du problème en sous problèmes ;
7. Proposer un algorithme en pseudo code (français) pour la partie "tirer au sort une boule".

La partie "stocker et afficher" les tirages va être faite en utilisant une liste. Cette liste est créée vide et à chaque nouveau tirage, on ajoute le résultat du tirage à chaque fois dans la liste. La commande python pour ajouter un élément à une liste est : `nomdelaliste.append("élément")`

```
1 from random import *
2 def urne(n):
3     """Tire n boules avec remise dans une urne
4     contenant 12 boules, 1 noire, 1 blanche
5     et 10 rouges"""
6     tirages=[]
7     for i in range (n):
8         boule=randint(1,12)
9         if boule ==1:
10             tirages.append("B")
11         elif boule ==12:
12             tirages.append("N")
13         else:
14             tirages.append("R")
15     return(tirages)
```

8. Quelle ligne permet la création de la liste vide ?

9. Donner le nom de la liste des résultats

10. Quelles sont les 3 valeurs possibles que le programme va stocker dans la liste ?

Le programme de tirage est presque terminé :

```
1 from random import *
2 def urne(n):
3     """supprimé pour gain de place"""
4     tirages=[]
5     for i in range (n):
6         boule=randint(1,12)
7         if boule ==1:
8             tirages.append("B")
9         elif boule ==12:
10            tirages.append("N")
11        else:
12            tirages.append("R")
13    noir=0
14    blanc=0
15    rouge=0
16    for x in tirages:
17        if x=="N":
18            noir=noir+1
19
20    print(tirages) #pour info
21    return(noir,"boules noires ont été tirées sur",n,"
    lancers")
```

11. Compléter le script pour les couleurs blanches et rouges ;

On a supprimé temporairement la ligne qui affiche la liste (trop long !) et fait une simulation en tapant `urne(1000000)`. Le résultat de la console est : Noires : 83176 , Blanches 83708 , Rouges 833116

12. Ce résultat est-il conforme aux attentes par rapport aux probabilités de chaque couleur ? Expliquer.

Les deux exercices suivants travaillent la notion de suite arithmétique.

On souhaite créer un programme qui demande à l'utilisateur :

- Premier terme d'une suite arithmétique ;
- Raison
- Nombre de termes à calculer.

Le programme répondra en donnant, sous la forme d'un tableau (liste), les termes de la suite.

13. Proposer, en pseudo code, un algorithme pour ce programme. On utilisera une fonction à trois entrées.
14. On donne un script ci-dessous,
 - (a) Expliquer ce que fait chaque ligne du programme ;
 - (b) Donner la réponse de l'ordinateur si on tape suite(0,5,3) ;
 - (c) Préciser s'il convient au cahier des charges.

```
1 def suite(premier , raison , n):  
2     liste = []  
3     for i in range(n):  
4         liste.append(premier+i*raison)  
5     return(liste)
```

Dans un deuxième temps, on veut créer un programme qui calcule la somme des termes de la suite. On donne au programme :

- Le premier terme ;
- La raison ;
- Le terme "final".

Le programme calcule ensuite en interne les termes de la suite puis leur somme.

15. Est-il possible de calculer la somme en même temps que les termes de la suite ?
16. Compléter la **ligne 10** du programme ci-dessous pour qu'il fonctionne. Cette ligne doit : la variable nommée somme doit être égale à elle même + le terme de la liste de rang x (que l'on écrit en python liste[x]).

```
1 def suite(premier , raison , n):  
2     liste = []  
3     #création de la liste qui contient les termes  
4     for i in range(n):  
5         liste.append(premier+i*raison)  
6     print(liste) #affichage pour info  
7     #calcul de la somme en parcourant la liste et  
8     ajoutant tous les termes  
9     somme=0  
10    for x in liste:  
11        somme=
```