Renseignements généraux

- *Concours* : X
- *Matière* : Maths
- *NOM Prénom* : BACOUP Nicolas

Énoncé des exercices

Exercice :

On prend n points 1,...,n , et on définit X_0 une variable aléatoire indiquant la position initiale du marcheur parmi ces n points, de loi $\mu(j)$. On pose $P(i,j)$ la probabilité pour le marcheur au point i d'aller en j, probabilité qui ne dépend pas du temps.

- Calculer la loi de X_1 puis de X_2. Généraliser.

On dit que la marche est déterministe si pour tout i entre 1 et n, il existe n_i tel que $P(i, n_i) = 1$. On définit également l'opérateur T qui a une fonction f à valeurs dans $\{1, ..., n\}$ associe la fonction $T(f)$ définie par $T(f)(i) = E_i(f(X_1))$ où $E_i(f(X_1))$ est l'espérance conditionnelle par rapport à $P(X_0 = i)$.

1. Calculer $T(f)$.
2. Montrer que X_1 est déterministe ssi pour toute fonction f et g, $T(fg) = T(f)T(g)$.
3. Dans quel cas existe-t-il un opérateur S du même type que T tel que $S \circ T = id$ (S est définie de la même manière que T à ceci près que les $P(i,j)$ sont remplacés par des $Q(i,j)$. (*Indication* Montrer que $T(f^2) \leq T(f)^2$).