Maths CR Victor Dubois

1 Exercice 1

Soit $\mathbb{K}$ un corps commutatif. On nomme $E = \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.
Soit $\Phi \in E*$. Montrer qu'il existe $A \in E$ telle que $\forall M \in E,\ \Phi(M) = tr(AM)$.

C'est une question de cours sur le théorème de Riesz.

Soit H un hyperplan de E. Montrer que $H \cap \mathcal{G}l_n(\mathbb{K}) \neq \emptyset$.

Je me ramène à $H = Ker(\Phi)$, $A = J_r$, puis j'exhibe une matrice inversible dans $Ker(\Phi)$. Une matrice de n-cycle fonctionne par exemple.

2 Exercice 2

Soient n points placés sur un cercle tels que :

— deux points différents sont toujours reliés

— il n'y a jamais trois segments concourants

Combien y a-t-il de segments au total ? Combien y a-t-il de points d'intersection ?

Pour le deuxième point, j'ai utilisé le fait que tout segment découpe le disque en deux composantes connexes par arcs. On en déduit le nombre d'intersection avec ce segment en fonction du nombre de points dans chaque composante connexe.

3 Commentaire

Examinatrice très sympathique, ne m'a donné aucune indication, me laissait développer mes idées, attendait des justifications très précises. L'oral s'est bien déroulé.