

TD n°2 Révisions Oraux

1 Michelson CCP

On étudie un interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue qui émet une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 550 \text{ nm}$. On observe la figure d'interférence sur un écran situé dans le plan focal image d'une lentille mince convergente (L) de distance focale $f' = 50 \text{ cm}$. L'ensemble est placé dans l'air, dont l'indice est pris égal à 1.

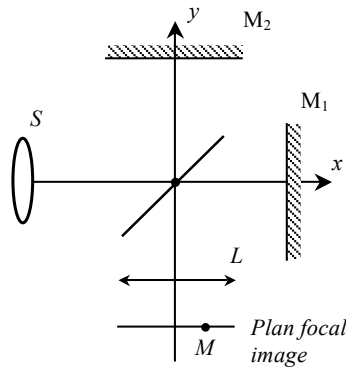


Figure 1

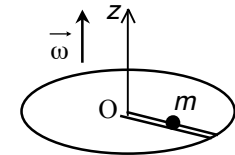
- On observe des anneaux sur l'écran. En déduire l'orientation relative des deux miroirs. Pourquoi faut-il placer l'écran dans le plan focal de la lentille ?
- On se réfère au schéma de la figure 1. L'écran d'observation est toujours placé dans le plan focal image de (L). On déplace le miroir M_1 dans la direction Ox jusqu'à l'obtention d'un éclaircissement uniforme sur l'écran. Comment s'appelle cette situation ?

- À partir de la position précédente, on déplace M_1 d'une distance e dans le sens des x croissants. On observe à nouveau des anneaux.
 - On relève le rayon du 1^{er} anneau sombre à partir du centre de la figure : $r_1 = 1,5 \text{ cm}$ et celui du 9^{ème} anneau sombre : $r_9 = 4,8 \text{ cm}$. Calculer numériquement e .
 - Quel est le rayon du 2^{ème} anneau sombre ?
 - On constate que l'intervalle entre les anneaux successifs se resserre quand on passe du centre au bord de la figure d'interférences. Expliquer ce phénomène.
- On translate progressivement le miroir M_2 en accroissant e . Prévoir en l'expliquant le sens de défilement des anneaux.

Réponses : 3.a) $e = \frac{8\lambda f'^2}{r_9^2 - r_1^2} = 0,53 \text{ mm}$, 3.b) $r_2 = 1,98 \text{ cm}$

2 Mécanique CCP

Un disque tourne à vitesse angulaire constante ω autour de son axe vertical. Une bille coulisse sans frottement le long d'une gouttière radiale. On se place dans le référentiel lié à la gouttière.



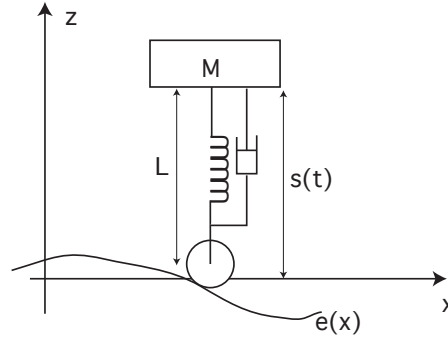
- La bille est liée au centre O par un ressort de raideur k et longueur à vide L_0 .
 - Calculer \vec{F}_{ie} , \vec{F}_{ic} .
 - Donner l'équation du mouvement et décrire l'évolution.
- La bille n'est maintenant plus liée au centre par le ressort. Elle est initialement placée en r_0 sans vitesse initiale par rapport à la tige. Étudier l'évolution.

Réponses : 1. $\vec{F}_{ie} = m\omega^2 r \vec{u}_r$, $\vec{F}_{ic} = -2m\omega \dot{r} \vec{u}_\theta$, $\ddot{r} + (\omega_0^2 - \omega^2)r = \omega_0^2 L_0$ avec $\omega_0^2 = k/m$,
 2. $r(t) = r_0 \text{ ch}(\omega t)$

3 Mécanique Centrale

On considère un système d'amortisseur d'automobile : ressort de longueur L , de constante de raideur k et de longueur à vide L_0 , amortisseur modélisé par une force de frottement fluide : $\vec{f} = -a \frac{dL}{dt} \vec{u}_z$.

La roue est de rayon R . Le châssis est modélisé par une masse M et son altitude selon Oz est donnée par $s(t)$. La vitesse horizontale du châssis est constante et égale à V . Le sol est ondulé et suit l'équation $e(x) = e_m \cos(2\pi x/d)$. On néglige la variation de la position du point de contact entre la roue et la route.

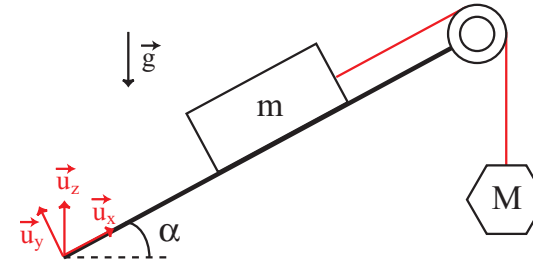


1. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $s(t)$. On pourra raisonner sur la variation de s par rapport à la position d'équilibre s_{eq} lorsque $e = 0$.
2. Déterminer l'amplitude des oscillations en régime sinusoïdal forcé.
3. Dans une scène du film "Le salaire de la peur", un camion transportant de la nitroglycérine (qui explose lorsqu'elle est secouée s'apprête à rouler sur un sol ondulé. Le conducteur explique qu'il faut rouler soit très lentement, soit très rapidement. Justifier.

Réponses : 1. En posant $X = s - s_{eq}$: $M\ddot{X} = -k(X - e) - a(\dot{X} - \dot{e})$ avec $e(t) = e_m \cos(\omega t)$, $\omega = 2\pi V/d$, 2. En posant $\underline{X}(t) = \underline{X}_0 \exp(j\omega t)$ et $\underline{e}(t) = e_m \exp(j\omega t)$: $\underline{X}(t) = \frac{\omega_0^2 + \frac{a}{M}j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{a}{M}j\omega}$ avec $\omega_0^2 = k/M$

4 Mécanique Centrale

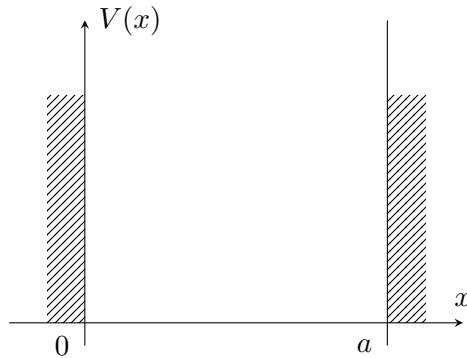
Une masse m est maintenue par un fil sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale. Le fil passant par une poulie sans frottement est tendu par une masse M . Le contact $\{m - \text{plan incliné}\}$ possède un coefficient de frottement solide f . On confond les coefficients de frottement statique et dynamique.



1. Déterminer un encadrement $M_{min} \leq M_{eq} \leq M_{max}$ de la masse M qu'il faut suspendre pour que la masse m reste en équilibre.
2. Déterminer le mouvement de la masse m lorsque $M > M_{max}$ sachant que le mobile est lâché avec une vitesse nulle en O , origine du repère, à $t = 0$.

Réponses : 1. $m(\sin \alpha - f \cos \alpha) \leq M_{eq} \leq m(\sin \alpha + f \cos \alpha)$ 2. $(m + M)\ddot{x} = Mg - mg(\sin \alpha + f \cos \alpha)$.

5 Mécanique quantique (CCP)

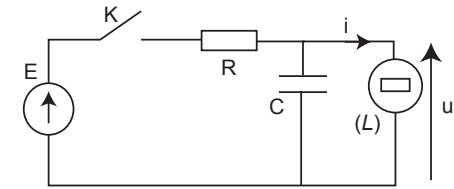


Un électron de masse m se situe dans un puits infini de largeur a ($0 < x < a$).

1. Résoudre l'équation de Schrödinger et déterminer les niveaux d'énergie.
2. Calculer la densité de probabilité de présence, quelle propriétés de normalisation doit-elle vérifier ? Calculer la position moyenne de l'électron.
3. On suppose maintenant qu'il y a N électrons et qu'il n'en existe que 2 par niveau d'énergie (principe d'exclusion de Pauli). Calculer l'énergie totale. On donne : pour $M \gg 1$: $\sum_{n=1}^M n^2 \approx \frac{M^3}{3}$

6 Électrocinétique CCP

On considère le schéma ci-contre où (L) est une lampe au néon. La lampe s'allume si $u > E_a$ et elle est alors assimilable à une résistance r , et s'éteint si $u < E_e$ et alors sa résistance est infinie.



À $t = 0$, la lampe est éteinte et le condensateur déchargé.

1. Décrire qualitativement ce qui se passe.
2. (L) est éteinte. Équation différentielle pour $u(t)$? Quelle est la forme de $u(t)$? Déterminer l'instant t_a pour lequel (L) s'allume.
3. (L) est allumée. On pose $E_o = \frac{rE}{r+R}$ et $\tau = \frac{rR}{r+R}C$. Quelle est l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$? Forme de $u(t)$? Déterminer la date t_e à laquelle (L) s'éteint.
4. Discuter du fonctionnement en fonction des signes de $E_a - E_o$ et de $E_e - E_o$. Quelle est la période du phénomène quand le fonctionnement est périodique ?

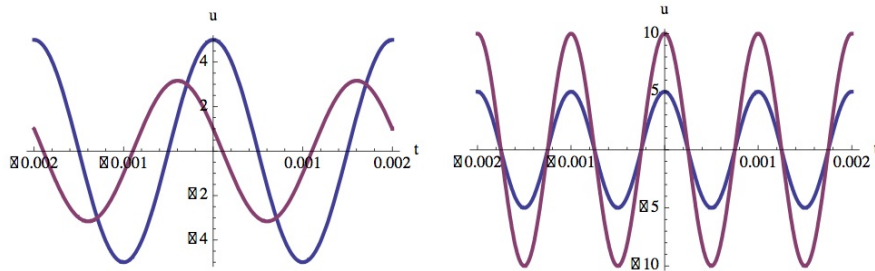
Réponses 2. $t_a = \tau \ln \left(\frac{E}{E - E_a} \right)$, 2. $RC \frac{du}{dt} + \frac{r+R}{r} u = E$, 3. $t_e - t_a = \tau \ln \left(\frac{E_e - E_o}{E_a - E_o} \right)$, 3. $T = RC \ln \left(\frac{E - E_e}{E - E_a} \right) + \tau \ln \left(\frac{E_e - E_o}{E_a - E_o} \right)$

7 Electrocinétique (CCP)

On alimente un filtre de fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ(x - 1/x)} \quad \text{où } x = \frac{f}{f_0}$$

avec une tension sinusoïdale $u_e(t) = 5 \cos(2\pi ft)$. On observe à l'oscilloscope les courbes ci-dessous, avec $f = 500$ Hz (la première) et $f = 1000$ Hz.



1. Calculer H_0 , f_0 et Q .
2. Déterminer la tension de sortie $u_s(t)$ pour $f = 300$ Hz et $f = 3000$ Hz. Représenter $u_s(t)$ pour $f = 300$ Hz.

Réponse : 1. $H_0 = 2$, $f_0 = 1000$ Hz et $Q = 2,0$

8 Électromagnétisme - Thermodynamique (Centrale)

Une OPPM de vecteur $\vec{E} = E_0 \exp i(\omega t - k_i z) \vec{e}_x$ arrive en incidence normale depuis le vide ($z < 0$) sur un métal occupant le demi-espace $z > 0$. Caractéristiques du métal : conductivité électrique γ , conductivité thermique κ , masse volumique μ , capacité calorifique massique c . Dans le métal, on note \vec{j}_e et \vec{j}_Q les vecteurs densité de courant électrique et thermique.

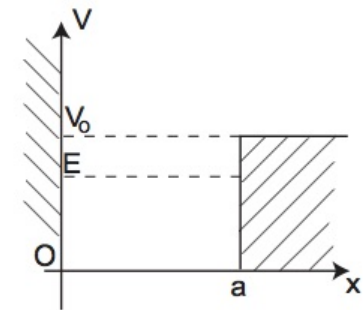
On étudie la variation de température à l'intérieur du métal. On suppose $\rho_e = 0$ et $j_{\text{deplact}} \ll j_e$.

1. Établir l'équation de propagation du champ électromagnétique dans le métal.
2. Montrer que $\vec{E} = E_0 \exp(-z/\delta) \exp i(\omega t - z/\delta) \vec{e}_x$ est solution de cette équation. Déterminer δ en fonction de ω , γ et μ_0 .
3. Quelle est la signification de $\vec{j}_e \cdot \vec{E}$? Calculer $\vec{j}_e \cdot \vec{E}$ puis sa moyenne temporelle notée p .
4. On s'intéresse maintenant à l'aspect thermique. On suppose que ω est assez grand pour pouvoir assimiler l'effet de $\vec{j}_e \cdot \vec{E}$ à celui de p . On se place en régime permanent.
 - a) Quelle est la relation entre $j_Q(z)$ et p en fonction des données de l'énoncé?
 - b) Déterminer $T(z)$ dans le métal sachant que $T \rightarrow T_0$ si $z \rightarrow +\infty$

9 Mécanique quantique (Mines)

Soit une particule de masse m et d'énergie E . On suppose que son énergie potentielle vérifie :

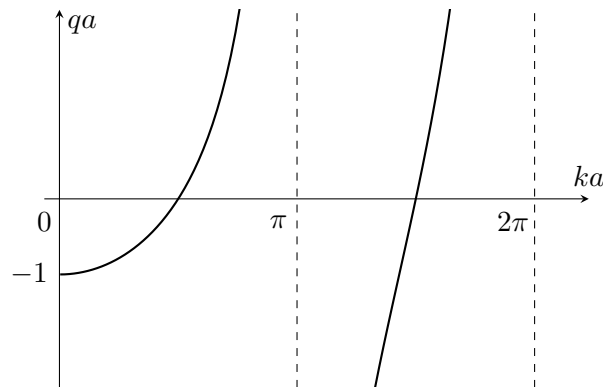
$$\begin{cases} x < 0 & : V(x) = +\infty \\ 0 \leq x \leq a & : V(x) = 0 \\ x > a & : V(x) = V_0 \end{cases}$$



On s'intéresse aux états liés et on pose :

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad \text{et} \quad q = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$$

1. Montrer que : $qa = -ka \cotan(ka)$.
2. Déterminer $(ka)^2 + (qa)^2$. La figure ci-dessous donne une représentation de l'application $x \mapsto -x \cotan(x)$ sur $[0, 2\pi]$.

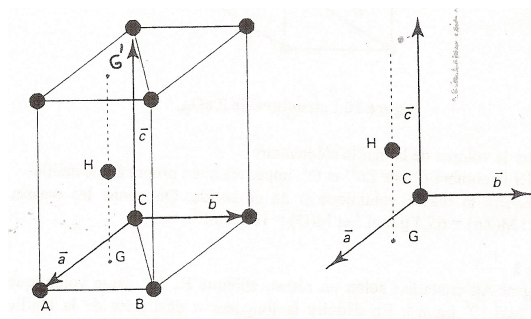


En raisonnant dans le plan (ka, qa) , en déduire :

- Que l'énergie est quantifiée.
- La valeur minimale de a pour qu'une particule dans ce puit ait un état lié.

10 Cristallographie CCP

Le cobalt, de rayon atomique $R = 125$ pm cristallise dans le système hexagonal compact. On rappelle que ABC est un triangle équilatéral d'arête a et que tous les atomes (assimilés à des sphères de même rayon R) sont en contact. La figure ci-dessous donne la maille à base losange de cette structure :

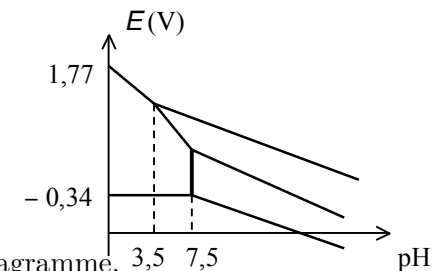


- Déterminer le rapport c/a de cette maille.
- Calculer la compacité C de ce réseau cristallin. Étant donné un atome Co du réseau, quel est son nombre de plus proches voisins $[Co]/[Co]$?
- La masse volumique expérimentale est $\rho = 8,90$ g.cm⁻³. En déduire a et c . On donne $M(Co) = 58,9$ g.mol⁻¹.

Réponses : 1. $\frac{c}{a} = \sqrt{\frac{8}{3}}$, 2. $C = \frac{\pi}{3\sqrt{2}}$, 12 ppv, 3. $a \approx 250$ pm et $c \approx 408$ pm.

11 Diagramme E-pH Centrale

On envisage le diagramme E-pH du nickel pour une concentration de tracé $C_0 = 10^{-3}$ mol.L⁻¹. Les espèces envisagées sont : $Ni_{(s)}$, $Ni_{(aq)}^{2+}$, $Ni_2O_{3(s)}$, $Ni(OH)_{2(s)}$ et $NiO_{2(s)}$.



- Placer les espèces dans le diagramme.
- Calculer le produit de solubilité de $Ni(OH)_{2(s)}$.
- Déterminer les pentes des droites frontières des couples $NiO_{2(s)}/Ni_2O_{3(s)}$ et $Ni_2O_{3(s)}/Ni_{(aq)}^{2+}$.
- Calculer les potentiels standard des couples $Ni_{(aq)}^{2+}/Ni_{(s)}$ et $Ni(OH)_{2(s)}/Ni_{(s)}$.

Réponses : 2. $K_s = 0,01$ 2. $-0,06$ V/pH et $-0,18$ V/pH 3. $E^0(Ni^{2+}/Ni) = 0,25$ V et $E^0(Ni(OH)_2/Ni) = 0,11$ V