T.D. EM_{10} : Plasma et dispersion

Exercice 1 Vitesse de propagation de l'énergie dans un plasma

Une onde électromagnétique transverse, plane et monochromatique, de pulsation ω et de vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$, se propage dans un plasma, milieu ionisé globalement neutre de densité électronique notée n.

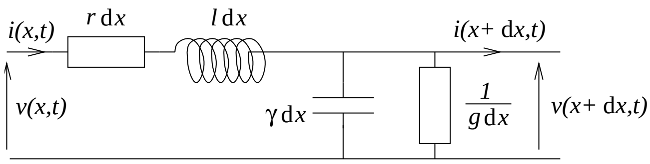
1. Écrire l'équation du mouvement du gaz d'électrons libres (masse m, charge $-e$) en négligeant les effets de collision au sein du milieu qui est faiblement perturbé par l'onde qui s'y propage. Quelle est la relation de dispersion satisfaite par l'onde ? Exprimer les vitesses de phase v_φ et de groupe v_g correspondantes dans la zone de transparence à préciser.
2. Définir la densité volumique d'énergie associée à l'onde qui se propage au sein du plasma, réunion du champ électromagnétique et du mouvement des particules associé au passage de l'onde. Exprimer sa moyenne temporelle en fonction de l'amplitude E_0 du champ électrique de l'onde supposée polarisée rectilignement.
3. Quelle est la valeur moyenne du vecteur flux surfacique d'énergie associé à l'onde ?
4. Proposer une définition de la vitesse v_e de propagation de l'énergie de l'onde électromagnétique au sein du plasma. À quelle autre vitesse la vitesse v_e s'identifie-t-elle ici ?

Exercice 2 Propagation d'une onde dans le plasma interstellaire

Le plasma interstellaire est constitué d'électrons de masse m, de charge électrique $-e$, de densité particulaire n, et d'ions de charge électrique q et densité particulaire N. La densité de charge totale est nulle. Le mouvement des ions est négligé et celui des électrons, non relativistes, est décrit par le vecteur $\overrightarrow{v}$. Avec ces hypothèses, on cherche des solutions des équations de MAXWELL (à l'exclusion des champs statiques) sous la forme d'ondes planes monochromatiques de vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$, dont le champ électrique est noté $\overrightarrow{\underline{\mathrm{E}}}(\overrightarrow{r},t) = \overrightarrow{\mathrm{E}}_0\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - \overrightarrow{k}\cdot\overrightarrow{r})}$ avec $\overrightarrow{\mathrm{E}}_0$ réel.

1. Montrer que le champ magnétique de l'onde est aussi décrit par une onde plane de mêmes pulsation et vecteur d'onde. Quelle est la nature du trièdre $(\overrightarrow{\mathrm{E}}, \overrightarrow{\mathrm{B}}, \overrightarrow{k})$ de l'onde ?
2. Déterminer l'amplitude $\overrightarrow{j}_{v,0}$ du vecteur densité volumique de courant $\overrightarrow{\underline{j}}_v$ de l'onde $\overrightarrow{\underline{j}}_v(\overrightarrow{r},t) = \overrightarrow{j}_{v,0}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega t - \overrightarrow{k}\cdot\overrightarrow{r})}$ en fonction de celle du champ électrique de l'onde.
3. En étudiant le mouvement des électrons, exprimer la constante α telle que $\overrightarrow{\underline{j}}_v = -\mathrm{j}\,\alpha/\omega\,\overrightarrow{\underline{\mathrm{E}}}$.
4. En déduire la relation de dispersion liant la pulsation de l'onde et la norme k de son vecteur d'onde.
5. En posant $\alpha = \varepsilon_0 c^2 \mathrm{K}^2$, calculer les vitesses de phase et de groupe de l'onde en fonction de k et K. Quelle est la relation liant ces vitesses ?
6. Deux trains d'ondes de longueurs d'ondes λ_1 et λ_2 sont émis au même instant par un objet stellaire situé à une distance L. En supposant $\mathrm{K}^2\lambda_1^2 \ll 1$ et $\mathrm{K}^2\lambda_2^2 \ll 1$, montrer que ces signaux sont reçus avec un décalage $\delta t = t_2 - t_1$ à déterminer en fonction de L, K, c et des longueurs d'onde λ_1 et λ_2.

Exercice 3 Ligne bifilaire résistive



Une tranche d'épaisseur dx d'une ligne bifilaire est modélisée par le schéma électrique de la figure ci-contre.

1. Établir les équations de propagation de l'intensité $i(x,t)$ et de la tension $v(x,t)$. En déduire la relation de dispersion des OPPH proportionnelles à $\exp(\mathrm{j}(\omega t - kx)$. Commenter.
2. Peut-on choisir les paramètres de la ligne de telle sorte que la vitesse de phase et la distance d'amortissement soient indépendants de ω ? Quel est l'intérêt de ce choix ?

Exercice 4 Polarisation rotatoire

Soit un milieu $(\mathscr{M})$ pour lequel la propagation d'oeppm polarisées circulairement gauche ou droite se fait avec des vitesses de phase $\mathrm{C_G}(\omega) = c/n_\mathrm{G}(\omega)$ et $\mathrm{C_D} = c/n_\mathrm{D}(\omega)$ différentes (c est la célérité de la lumière dans le vide et n_G et n_D sont des indices).

Une oeppm polarisée rectilignement se propage suivant un axe (Oz), dans le sens des z croissants, dans le domaine $z < 0$. En $z = 0$, elle entre dans un tel milieu $(\mathscr{M})$, compris entre les plans $z = 0$ et $z = \mathrm{L}$. Ensuite, une onde ressort en $z = \mathrm{L}$. On ne se préoccupe pas des problèmes associés aux interfaces $z = 0$ et $z = \mathrm{L}$.

Caractériser l'onde qui se propage dans le domaine $z > \mathrm{L}$.

Quelques indications ou solutions...

Exercice 1
Pas d'indication.

Exercice 2
$\alpha = ne^2/m$ et la relation de dispersion est de type Klein-Gordon. À la fin, on trouve $\delta t = \dfrac{\mathrm{K}^2\mathrm{L}}{8\pi^2 c}\left({\lambda_2}^2 - {\lambda_1}^2\right)$.

Exercice 3
On trouve la condition $r\gamma = lg$.

Exercice 4
On obtient en sortie une oeppmpr qui a tourné d'un angle $\beta = \dfrac{\pi\mathrm{L}}{\lambda_0}\left[n_\mathrm{D}(\lambda_0) - n_\mathrm{G}(\lambda_0)\right]$.