

TP : Révisions pour l'oral 2017

Lors des TP de révision, l'accent est mis sur l'autonomie et la prise d'initiatives. Tous les documents de TP de l'année restent disponibles sur Internet à l'adresse ci-dessous pour retrouver les procédures expérimentales qui peuvent vous être utiles.

www.seigne.free.fr

1 Incertitudes de mesure

1.1 N mesures indépendantes

1.1.1 La mesure

La mesure x de la grandeur X est tout simplement fournie par la moyenne arithmétique des mesures supposées indépendantes effectuées :

$$x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

1.1.2 Incertitude-type

Pour déterminer l'incertitude élargie (ou absolue) Δx correspondant à la mesure x de la grandeur X , on doit au préalable définir l'incertitude-type. Celle-ci sera notée $u(x)$. Elle est définie par :

$$u(x) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - x)^2}$$

La valeur de $u(x)$ se calcule en général assez facilement avec une calculatrice possédant des fonctions statistiques ou avec un ordinateur.

1.1.3 Incertitude élargie

Pour évaluer l'incertitude élargie Δx , dans le cas de la mesure répétée, on a :

$$\Delta x = k u(x)$$

où k est un coefficient qui va dépendre du niveau de confiance que l'on attribuera à la mesure. La valeur de k est donnée par les lois mathématiques liées aux statistiques. On retiendra que plus le nombre N de mesures est faible plus le coefficient k sera élevé pour maintenir un certain niveau de confiance de la mesure comme celui de 95% qui est le plus fréquemment rencontré. À titre indicatif, on donne le tableau des valeurs de $k_{95\%}$. Dans le cas d'une statistique basée sur une distribution gaussienne, la valeur de k est appelée coefficient de STUDENT.

| N | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 15 | 20 | 100 | ∞ |
|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------|
| $k_{95\%}$ | 12,7 | 4,30 | 3,18 | 2,78 | 2,57 | 2,45 | 2,37 | 2,31 | 2,26 | 2,14 | 2,09 | 1,98 | 1,96 |

Pour simplifier l'approche des calculs d'incertitudes, le coefficient $k_{95\%}$ sera pris égal à 2. En effet, dès que l'on aura effectué une dizaine de mesures, cette valeur de k va nous assurer que l'intensité I qui faisait l'objet de la mesure donnée en indication dans l'introduction possède 95% de chances d'être contenue dans l'intervalle : [1,41 A; 1,65 A].

1.1.4 Affichage du résultat

Dans ce processus de mesure, on conclura en affichant le résultat suivant :

$$X = x \pm 2u(x) = x \pm \Delta x \quad \text{avec un niveau de confiance de 95\%}$$

Il est indispensable de veiller à la cohérence des chiffres significatifs affichés sachant que l'incertitude absolue ou élargie ne devra compter que 2 chiffres significatifs. On arrondira toujours le résultat déterminé pour Δx par excès. Prenons un exemple pour la mesure d'une intensité I : les chiffres affichés à la sortie du calcul par l'ordinateur ou la calculatrice étaient $i = 1,532678$ et $\Delta i = 0,1134$. On affichera le résultat :

$$I = 1,53 \pm 0,12 \text{ A}$$

1.2 Une mesure unique

1.2.1 La mesure

Comme nous venons de le voir la mesure n'ayant été effectuée qu'une seule fois, nous n'avons pas le choix. Le résultat de la mesure est la valeur obtenue lors de la mesure... On fait en quelque sorte la moyenne sur un seul terme ! Cette situation étant assez courante, il est indispensable d'en parler.

x = valeur obtenue lors de la mesure unique

1.2.2 Incertitude-type

Il n'est évidemment plus possible d'effectuer un calcul de type statistique de l'incertitude-type comme nous l'avons fait dans le cas des N mesures. Pourtant, il faut bien faire quelque chose... On commence par définir la précision Δ de l'instrument de mesure que l'on a utilisé. On rencontre deux sortes d'instruments de mesures : ceux équipés d'une graduation et ceux disposant d'un affichage numérique. Les normes en vigueur ont pour conséquence qu'on doit pouvoir les traiter selon le mode opératoire suivant :

- La mesure est lue sur une échelle graduée. On estime alors que Δ correspond à une demi-graduation. Par exemple, vous utilisez un double-décimètre gradué en mm, on a $\Delta = 0,5$ mm.
- La mesure est lue sur un appareil à affichage digital. Il faut se reporter à la notice de ce dernier pour obtenir Δ . Par exemple sur la notice d'un voltmètre, on lit $\Delta = 0,3\% \times U + 2 \times \text{UR}$. UR est l'unité de représentation, en clair la valeur du dernier digit affiché. Imaginons que l'on mesure $U = 280,0$ V, on a UR = 0,1 V et par conséquent, on aura $\Delta = 1,0$ V.

Une fois la précision Δ déterminée, l'incertitude-type sera calculée par la loi :

$$u(x) = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$

1.2.3 L'incertitude élargie

Comme pour la situation des N mesures supposées indépendantes, on utilisera de façon systématique le niveau de confiance de 95% et on prendra donc $k_{95\%} = 2$. On aura donc :

$$\Delta x = 2u(x) = 2\frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$

1.2.4 Affichage du résultat

Dans ce processus de mesure, on conclura en affichant le résultat suivant :

$$X = x \pm 2u(x) = x \pm \Delta x \quad \text{avec un niveau de confiance de 95\%}$$

1.3 Prise en compte de plusieurs incertitudes

Imaginons une mesure de longueur L effectuée avec un mètre gradué en millimètres. L'incertitude-type liée à la graduation sera notée $u_1(l)$. Toutefois en effectuant la mesure, on constate que le positionnement du mètre est incertain de 4 mm du fait de deux millimètres de battement de part et d'autre autour de la position que l'on peut fixer pour le mètre. Cette situation correspond à une seconde incertitude-type que nous noterons $u_2(l)$. D'après ce que nous avons vu avant, on a $u_1(l) = \frac{1/2}{\sqrt{3}} = 0,29$ mm. De la même façon, on aura $u_2(l) = \frac{4/2}{\sqrt{3}} = 1,16$ mm. Pour déterminer l'incertitude-type affectant la mesure l de la longueur L , il faut prendre composer les deux incertitudes-type. On devra effectuer le calcul :

$$u(l) = \sqrt{u_1^2(l) + u_2^2(l)} = 1,2 \text{ mm}$$

Imaginons que la mesure ait donné $l = 0,742$ m. Avec un niveau de confiance de 95%, l'incertitude élargie est $\Delta l = 2u(l) = 2,4$ mm que l'on majorera à 3 mm. Le résultat de la mesure devra afficher :

$$L = 742 \pm 3 \text{ mm}$$

D'une façon générale, s'il y a p sources d'incertitudes, l'incertitude-type globale sera donnée par :

$$u(x) = \sqrt{\sum_{j=1}^p u_j^2(x)}$$

2 Propagation des incertitudes

2.1 Contexte

Ce cas de figure est très courant car il correspond à la situation de mesure d'une grandeur à partir de la mesure d'autres grandeurs. Prenons un exemple en électronique où la pulsation de résonance d'un circuit RLC série est mesurée à partir de la mesure de L et C avec $\omega_0 = \frac{1}{LC}$. Comme les mesures de L et de C sont entachées d'incertitudes, on parle alors de propagation des incertitudes de L et C vers ω_0 . On peut prendre un autre exemple en optique où la distance a qui sépare un dispositif de deux fentes d'YOUNG sera déterminée par la formule $a = \frac{\lambda D}{i}$ où λ est la longueur d'onde de la lumière utilisée, D la distance entre les sources et l'écran d'observation et i l'interfrange mesuré sur l'écran. Les valeurs de i , λ et D vont être responsables d'une incertitude sur la mesure de a . Comme nous le voir dans ce qui suit, la méthode de calcul est différente de celle évoquée dans le paragraphe 1.3 même si le caractère quadratique du calcul est conservé.

2.2 Principe

Soit à déterminer la grandeur X de mesure x , d'incertitude élargie Δx et d'incertitude-type $u(x)$. X est une fonction de grandeurs A_i où i est un entier. A_i est de mesure a_i et d'incertitude-type $u(a_i)$. Les grandeurs A_i sont supposées supposées indépendantes : $X = f(A_1, A_2, \dots)$. L'évaluation de l'incertitude-type de X repose sur la différentielle :

$$dx = \sum_i \left(\frac{\partial x}{\partial a_i} \right)_{a_j \neq i} da_i$$

On passe à l'incertitude-type sur X en traitant de façon quadratique les effets de toutes les incertitudes-type $u(a_i)$ sur chaque grandeur A_i :

$$u(x) = \sqrt{\sum_i \left(\left(\frac{\partial x}{\partial a_i} \right)_{a_j \neq i} u(a_i) \right)^2}$$

On peut aussi recourir à un calcul de différentielle logarithmique selon :

$$\frac{dx}{x} = \sum_i \left(\frac{\partial \ln x}{\partial a_i} \right)_{a_j \neq i} da_i$$

On obtient alors :

$$\frac{u(x)}{|x|} = \sqrt{\sum_i \left(\left(\frac{\partial \ln x}{\partial a_i} \right)_{a_j \neq i} u(a_i) \right)^2}$$

Le calcul de la différentielle logarithmique peut s'avérer très pratique dans les cas où X dépend des grandeurs A_i sous la forme $X = \alpha \prod_i A_i^{\gamma_i}$ (avec α et γ_i constants). On obtient alors :

$$\frac{dx}{x} = \sum_i \gamma_i \frac{da_i}{a_i} \quad \text{donc} \quad \frac{u(x)}{|x|} = \sqrt{\sum_i \left(\gamma_i \frac{u(a_i)}{a_i} \right)^2}$$

3 Entraînement à la mesure d'une grandeur et incertitude de mesure

1. Effectuer une série de mesures en précisant la valeur de N utilisées de la résistance d'un conducteur ohmique de votre choix que vous aurez placé sur la plaquette *Microlab*. Utiliser pour cela tous les contrôleurs numériques que vous trouverez. Donner la valeur de la résistance selon le format $R = r \pm \Delta r$ en précisant l'intervalle de confiance.

2. Effectuer une série de mesures de la fréquence d'un signal délivré par un GBF grâce aux mêmes contrôleurs numériques que vous avez utilisés précédemment. Effectuer une mesure unique de cette fréquence grâce à la fonction appropriée de l'oscilloscope. Donner dans chaque cas $F = f \pm \Delta f$ en précisant l'intervalle de confiance.

3. Effectuer une série de mesure de la tension de saturation d'un amplificateur opérationnel. On donnera $U_{sat} = u_{sat} \pm \Delta u_{sat}$ en précisant l'intervalle de confiance.

4. Effectuer quelques mesures unique de votre choix, l'une au moins utilisant un appareil numérique comme le contrôleur numérique habituel, l'autre utilisant un appareil à graduations comme par exemple un mètre peut permettre d'effectuer la mesure de la largeur d'une table. Exprimer le résultat sous la forme $M = m \pm \Delta m$ en précisant l'intervalle de confiance.

4 Électronique

5. Mesurer à l'aide d'un oscilloscope la fréquence, le rapport cyclique, la valeur moyenne, la valeur efficace d'un signal crête-à-crête délivré par un GBF. On veillera à ce que le signal possède une moyenne non nulle, on travaillera dans un domaine de fréquences habituel. On comparera les résultats obtenus en DC avec ceux obtenus en AC. On reprendra le problème pour une fréquence élevée que peut délivrer le GBF. Interpréter l'ensemble des mesures.

6. Proposer un processus permettant de déterminer la constante de temps d'un circuit RC .

7. En utilisant le logiciel *Latis Pro*, déterminer le spectre d'un signal crête-à-crête et celui d'un signal triangulaire. Pour chaque signal, comparer l'évolution de l'amplitude des harmoniques présentes à celle prévue par la théorie. Faire passer le signal crête-à-crête dans un filtre passe-bas atténuant l'amplitude à partir de la seconde harmonique.

8. Proposer un protocole permettant de mesurer la coefficient d'autoinductance L d'un circuit RLC série.

9. Vous disposez d'un circuit électronique de type *boîte bleue*. Déterminer la nature de ce filtre et mesurer ses caractéristiques.

10. En utilisant le circuit électronique comportant le circuit intégré HCF4066B, échantillonner un signal de votre choix. Étudier les conséquences de l'échantillonnage sur le spectre du signal. Mettre en évidence le critère de SHANNON.

5 Optique

11. Mesurer la distance focale d'une lentille convergente et exprimer le résultat avec son incertitude de mesure. Faire la même chose pour une lentille divergente, on pensera à utiliser une lunette d'observation réglée à distance finie ou toute autre méthode.

12. Faire par la méthode d'autocollimation le réglage à l'infini de la lunette et du collimateur d'un goniomètre.

13. Mesurer avec un réseau la longueur d'onde d'une raie contenue dans une lampe spectrale en supposant connues des longueurs d'ondes d'autres raies.

14. Mesurer l'indice de réfraction d'un prisme.

15. Régler un interféromètre de MICHELSON pour observer des franges d'égale inclinaison. Effectuer la mesure de l'écart de longueur d'onde qui sépare les deux raies du doublet du sodium.

16. Avec un interféromètre de MICHELSON, mesurer la bande passante d'un filtre interférentiel.

17. En utilisant un laser et un réseau ou le capteur d'une webcam, mesurer le pas du réseau ou la taille des pixels de la webcam.

6 Ondes

18. Mesurer la vitesse de propagation d'une impulsion très brève dans un long câble coaxial. Étudier la réflexion en bout de câble en fonction de l'impédance d'utilisation qui y sera placée.

19. En utilisant le dispositif produisant des ondes centimétriques, proposer un protocole permettant de mesurer la longueur d'onde de ces ondes et comparer à la valeur attendue.

20. Mesurer la longueur d'onde des ondes ultrasons produites par un émetteur piézoélectrique.

21. En utilisant l'effet DOPPLER, mesurer une vitesse.

7 Thermodynamique et Mécanique

- 22.** Proposer un protocole de mesure de la capacité thermique d'un calorimètre.
- 23.** Proposer un protocole de mesure d'un coefficient de frottement de glissement entre deux solides.