Hugues Moyart

1 Maths L

1.1 Question 1

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose $v(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \\ \vdots \\ x^n \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n+1}$.

• Soit $(P, Q) \in \mathbb{R}_n[X]^2$. Montrer qu'il existe une unique matrice symétrique $B_{P,Q} \in S_{n+1}(\mathbb{R})$ telle que :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2,\ x \neq y,\ \frac{P(x)Q(y) - Q(x)P(y)}{x - y} = {}^t v(x) B_{P,Q} v(y)$$

1.2 Question 2

On fixe P_0, P_1, P_2 dans $\mathbb{R}_n[X]$.
On définit un arc $\gamma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ par :

$$\forall t \in \mathbb{R},\ \gamma(t) = \left(\frac{P_1(t)}{P_0(t)}, \frac{P_2(t)}{P_0(t)} \right)$$

• Montrer que $\gamma(\mathbb{R}) \subset \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2,\ \det\left(B_{P_1,P_2} + x B_{P_2,P_0} + y B_{P_0,P_1}\right) = 0 \right\}$.