

Renseignements généraux

- *Concours* : ENS
- *Matière* : Maths ULCR
- *NOM Prénom* : GILABERT Iris

Énoncé des exercices

(cf Sabayev) On dit qu'un ensemble C est parfait si :

- i) C est non vide
 - ii) C est fermé
 - iii) C est d'intérieur vide
 - iv) C ne contient aucun point isolé
- Donner un exemple d'ensemble $C \subset \mathbb{R}$ parfait
 - Donner un exemple d'ensemble parfait dans \mathbb{R} sans point rationnel

Remarques sur l'oral

Examineur assez agréable (sauf lors de quelques interruptions), qui vient au tableau dès qu'il a une idée à me suggérer. Il me dit initialement que je dispose de 10 minutes pour réfléchir, pendant lesquelles je commence à montrer que l'ensemble de Cantor marche bien. Au bout de 10 minutes il ne semble pas avoir l'intention d'intervenir donc j'explique ce que j'ai fait puis je finis de prouver la dernière propriété et on passe à la deuxième question. Je propose de modifier la construction de l'ensemble en se fondant sur celle de Cantor et en partant d'un segment $[r, r+1]$ avec r irrationnel, pour éviter des problèmes aux bords, mais il ne semble pas aimer l'idée et me dit de rester sur $[0,1]$ puis de diviser le segment en 4 à chaque fois, en utilisant la dénombrabilité de \mathbb{Q} (cf Sabayev à nouveau). La démonstration des trois premières propriétés est alors essentiellement la même que pour l'ensemble de Cantor, et l'oral se termine pendant que je montre la dernière.