

Renseignements généraux

- *Concours* : ENS
- *Matière* : Maths Lyon
- *NOM Prénom* : Cahen Paul

Énoncés des exercices

Exercice 1

Soit $f : x \in [0; 1] \mapsto 4x(1 - x) \in [0; 1]$. Pour $u \in [0; 1]$, on définit $x_0(u) = u$ et $x_{n+1}(u) = f(x_n(u))$.

1. Soit u tel que $(x_n(u))_n$ converge. Montrer que $x_n(u)$ est stationnaire.
2. Soit n un entier naturel. Soit k_n variable aléatoire de loi uniforme dans $\llbracket 0; n \rrbracket$; calculer la probabilité que la suite $\left(x_m \left(\sin^2 \left(\frac{k_n \pi}{n} \right) \right) \right)_m$ converge (pour n grand par exemple).
3. Soit u variable aléatoire uniforme dans $[0; 1]$. Calculer la probabilité que $(x_n(u))_n$ converge.

Exercice 2

Soit $P \in \mathbb{Z}[X]$. On suppose que $|P(e^{i\theta})| \leq 1$ pour tout $\theta \in \mathbb{R}$. Montrer que P est soit nul, soit égal à $\pm X^n$ pour un entier $n \in \mathbb{N}$.

Remarques

L'examinateur a en fait commencé par me donner l'exercice 64 de la RMS, qu'on avait corrigé en cours. Je lui ai dit ; il m'a alors déclaré qu'il pensait "qu'il n'avait pas fuité". Il m'a ensuite donné un exercice sur des parenthèses qui avait déjà été donné à deux élèves de MP*3 (et dont j'étais au courant via le dropbox) ; je lui de nouveau signalé. Il m'a alors dit que tous ses exos étaient recyclés (si vous n'avez pas encore passé Lyon, c'est le moment de bachoter salement !!) et m'en a proposé un troisième que je ne connaissais pas et que j'ai donc fait.

A vous de voir ce que vous allez faire de cette information.