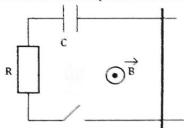


**Ex1 Rail de Laplace**

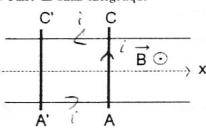
Le circuit ci-dessous est plongé dans un champ magnétique uniforme constant orthogonal au circuit. La tige peut se déplacer sans frottements sur les rails horizontaux distants de  $a$ . À  $t = 0$ , le condensateur porte une charge  $q_0$  et on ferme l'interrupteur. Décrire le mouvement de la tige.

**Ex2 Mouvement de deux tiges**

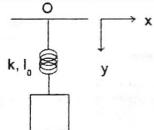
Deux tiges métalliques identiques (AC) et (A'C'), de masse  $m$  et de résistance  $r$  sont placées perpendiculairement à deux rails parfaitement conducteurs parallèles et distants de  $\ell$ , sur lesquels elles peuvent se déplacer sans frottement, et en présence d'un champ magnétique  $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z^*$  vertical perpendiculaire au plan des rails.

À  $t=0$ , l'abscisse de (A'B') est  $x_1 = 0$ , l'abscisse de (AB) est  $x_2 = a(0) = a_0$  et on impose une vitesse  $\vec{v}_0 = V_0 \vec{u}_x^*$  à la tige (AB). On souhaite étudier l'évolution de la position des deux tiges.

1. Faire une étude qualitative.
2. Déterminer  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  et la distance  $a(t)$  entre les deux tiges.
3. Faire un bilan énergétique

**Ex3 Mouvement d'un cadre métallique dans un champ non uniforme**

Un cadre métallique de côté  $a$ , de masse  $m$ , de résistance  $R$  est suspendu à un point fixe par un ressort vertical de longueur au repos  $l_0$  et de raideur  $k$ . Le mouvement du cadre s'effectue dans un plan vertical ( $xOy$ ) en présence d'un champ magnétique  $\vec{B} = B_0(1 - \alpha y) \vec{u}_z^*$ . Le cadre est écarté à  $t = 0$  de sa position d'équilibre avec une vitesse initiale nulle. Étudier le mouvement du cadre.

**Ex4 Cylindre conducteur dans un champ magnétique variable**

Un cylindre plein métallique C de rayon  $a$ , de conductivité  $\gamma$ , est soumis à un champ magnétique extérieur uniforme  $\vec{B}_0 = B_0 \cos(\omega_0 t) \vec{u}_z^*$ . Le champ magnétique total  $\vec{B}$  peut être confondu avec  $\vec{B}_0$ .

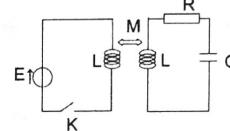
1. Par induction, un champ électrique  $\vec{E} = -\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{B} \wedge \vec{r})$  apparaît dans le matériau. Vérifier que ce champ vérifie l'équation de Maxwell-Faraday. Donner l'expression de la densité de courant  $\vec{j}$  à l'instant  $t$  en un point de S repéré par ses coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$ .

2. En déduire la puissance moyenne  $P$  dissipée dans le cylindre.

3. À quelle condition peut-on négliger l'autoinduction? (condition qualitative, pas de calculs)

**Ex5 Circuits couplés par mutuelle**

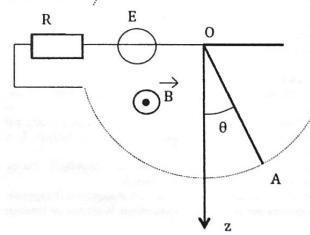
Pour  $t < 0$ , la charge du condensateur est nulle, et l'interrupteur K est ouvert. À  $t=0$ , on ferme K. Déterminer l'évolution du courant  $i(t)$  circulant dans la résistance R. On prendra  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ,  $M = \frac{L}{2}$  et  $Q = RC\omega_0$ . Donner l'expression de  $i(t)$  pour  $Q = 1$ .

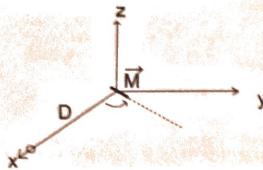
**Ex6 Pendule amorti**

Une barre métallique conductrice, de longueur  $\ell$ , de masse  $m$  uniformément répartie, peut tourner sans aucun frottement autour de l'axe horizontal ( $Ox$ ) passant par une de ses extrémités O. L'autre extrémité A de la barre se déplace sans frottement dans une gouttière circulaire permettant d'assurer un contact électrique entre A et O, par un circuit qui comporte en outre un générateur idéal de tension E et une résistance R. On néglige la résistance électrique des autres éléments du circuit, ainsi que l'inductance propre.

La région est entièrement plongée dans le champ magnétique uniforme et constant  $\vec{B} = B_0 \vec{u}_z^*$ . Le moment d'inertie de la barre relativement à l'axe ( $Ox$ ) passant est  $J = m\ell^2/3$ .

1. Déterminer la position d'équilibre du pendule.
2. À quelle condition le mouvement du pendule autour de cette position d'équilibre peut-il être considéré comme faiblement amorti?
3. Déterminer dans ce cas la pseudo-période des petites oscillations du pendule, ainsi que le facteur de qualité du mouvement.



**Ex7 Interaction d'un aimant et d'une spire**

Un petit aimant de moment magnétique  $\vec{M}$  placé au point O est astreint à tourner à vitesse angulaire constante  $\omega$  autour de l'axe Ox, le vecteur  $\vec{M}$  restant dans le plan (xOy). À une distance D de l'aimant sur l'axe Ox se trouve une spire circulaire de résistance R, d'autocoinductance négligeable et de rayon  $a < D$ .

1. Décrire qualitativement ce qui se passe, ce qui concerne la spire et l'aimant.

2. Rappeler l'expression du champ magnétique créé par un aimant et déterminer le flux créé par l'aimant à travers la petite spire en supposant que le champ est uniforme sur la section de la spire. En déduire l'action mécanique exercée par la spire sur l'aimant ainsi que la puissance moyenne qui doit être fournie par l'opérateur pour maintenir constante la vitesse de rotation de l'aimant. On pourra assimiler la spire à un dipôle magnétique.

**Ex8 Moteur asynchrone**

Un système de bobines (le stator) crée dans une région de l'espace un champ magnétique uniforme normal à l'axe  $(O, \vec{u}_z)$ , de norme  $B_0$  constante et tournant autour de cet axe à la vitesse angulaire  $\omega_0$ . On notera  $\varphi(t) = \omega_0 t$ . Une spire circulaire (le rotor) de rayon a, de résistance r, d'inductance propre L peut tourner librement autour de l'axe  $(O, \vec{u}_z)$ . L'axe  $(O, \vec{u}_r)$  de la spire est situé dans le plan  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ . On suppose que le rotor tourne à vitesse angulaire constante  $\omega$  et que sa position est repérée par  $\alpha(t) = (\vec{u}_x^r, \vec{u}_y^r) = \omega t + \alpha_0$ .

1. Comment obtenir un champ tournant en utilisant deux bobines identiques perpendiculaires?

2. Calculer le flux du champ magnétique à travers la spire et en déduire la f.e.m. dans la spire. On posera  $\Omega = \omega_0 - \omega$ . Donner un schéma électrique équivalent de la spire. En déduire l'équation différentielle à laquelle obéit le courant  $i(t)$  dans la spire.

3. Donner  $i(t)$  en régime établi.

4. Calculer le couple  $\vec{\Gamma}'(t)$  que les phénomènes d'induction exercent sur la spire en régime établi. Soit  $\Gamma$  la valeur moyenne de  $\langle \vec{\Gamma}' \cdot \vec{u}_z^r \rangle$ . Montrer que  $\Gamma$  peut se mettre sous la forme  $\Gamma = \frac{k^2}{2} R \frac{\Omega}{R^2 + L \Omega^2}$  et déterminer la valeur maximale de  $\Gamma$  ainsi que la vitesse de rotation correspondante.

**Ex9 Modèle d'alternateur et de moteur à courant continu**

Une spire rectangulaire, de grand axe z'z est enroulée sur un cylindre de même axe, de rayon a et de hauteur b. Cet ensemble, appelé rotor, se déplace dans l'enferme d'un aimant. Le champ magnétique créé par cet aimant n'a, en coordonnées cylindriques, qu'une composante radiale  $B_r$ , dont la valeur au niveau de l'enferme est  $+B_0$  pour  $-\frac{\pi}{2} + 2k\pi < \theta < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$  et  $-B_0$  pour  $\frac{\pi}{2} + 2k\pi < \theta < \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ .

La spire a une résistance R et est connectée avec l'extérieur par deux points A et C par un système "balai-collecteur" de telle sorte que le brin de spire situé du côté du pôle sud de l'aimant soit toujours connecté à A et l'autre brin à C. Le courant traversant la spire de A vers C est noté i. On note J le moment d'inertie du rotor par rapport à son axe de rotation et  $\vec{f} = f \vec{u}_z^r$  son vecteur rotation; on néglige tout phénomène d'autocoinduction. Lors de sa rotation, la spire est soumise à un couple de frottement fluide de moment  $C_f = -\beta \vec{\Omega}$ .

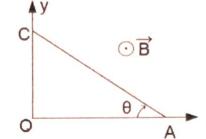
1. Montrer que le moment des forces électromagnétiques s'exerçant sur le rotor s'écrit:  $\vec{C} = 2iaB_0\vec{u}_z^r$ . Par un bilan énergétique, montrer que la f.e.m. induite par le mouvement du rotor est  $e = -2a\Omega B_0$ .

2. **Dynamo:** On connecte entre A et C une résistance R' et on entraîne la spire à la vitesse angulaire  $\Omega$  supposée constante. Déterminer le courant i. Quelle couple doit-on exercer sur la spire pour maintenir la vitesse de rotation constante?

3. **Moteur à courant continu:** On enlève R' et on impose entre A et C une tension  $V_A - V_C = E > 0$ . Un couple résistant  $\vec{C}_r = -C_r \vec{u}_z^r$  est appliqué à la spire. Établir les équations du système et en déduire l'évolution de la vitesse angulaire de rotation  $\Omega(t)$ , en supposant qu'à l'instant initial la spire est immobile.

**Ex10 Chute d'une barre métallique en présence d'un champ magnétique**

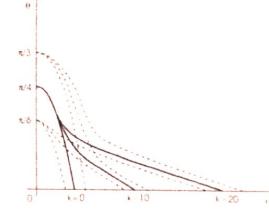
Une barre AC de longueur a, de centre d'inertie G, de masse m, de moment d'inertie  $J_{Gz} = \frac{ma^2}{12}$  et de résistance électrique R, en appui en A sur (Ox) et en C sur (Oy) glisse sans frottement dans le plan vertical (xOy). Les axes (Ox) et (Oy) sont parfaitement conducteurs. L'ensemble est soumis un champ magnétique uniforme  $\vec{B} = Bu_z^*$ . À t=0, la barre est au repos et l'angle  $\theta = \theta_0$ .



1. Etudier qualitativement l'évolution du système. Le courant induit circule-t-il toujours dans le même sens au cours du mouvement? Est-ce contradictoire avec la loi de Lenz?

2. On pose  $\tau = \sqrt{\frac{a}{g}} t^* = \frac{t}{\tau}, k = \frac{3B^2 a^3}{mgR^2}$ . La figure ci-dessous donne l'évolution de  $\theta(t^*)$  pour  $k=0, 10, 20$ , pour trois valeurs initiales  $\theta_0 = \frac{\pi}{3}$  en tirets,  $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$  en traits pleins,  $\theta_0 = \frac{\pi}{6}$  en tirets.

Commenter l'influence de  $\theta_0$  et  $k$ . Justifier qualitativement l'allure des graphes.



3. Comment se traduit le bilan énergétique? L'énergie cinétique de la barre est:  $E_C = (\frac{ma^2}{4} + \frac{J}{2})\dot{\theta}^2$ . En déduire l'équation du mouvement  $\dot{\theta}(t^*)$ .

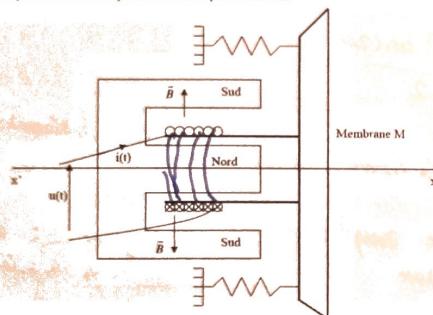
Estimez la vitesse  $\dot{\theta}$  avec laquelle la barre atteint  $\theta = 0$  lorsque  $k \gg 1$ .

**Excl1 Haut-parleur**

On se propose ici de déterminer un modèle équivalent du haut-parleur électrodynamique en régime sinusoidal.

Un haut-parleur électrodynamique est un système à symétrie cylindrique et est constitué :

- d'un aimant annulaire, d'axe  $x'$ , créant un champ magnétique  $\vec{B} = B\hat{e}_r$ , radial et de norme constante dans la région utile de l'entrefer :
- d'un solénoïde indéformable de même axe  $x'$ , comportant  $N$  spires et de rayon  $\rho$ , placé dans l'entrefer de l'aimant ;
- d'une membrane  $M$  perpendiculaire à l'axe  $x'$ , solidaire du solénoïde et pouvant effectuer de faibles déplacements axiaux autour de sa position d'équilibre  $x = 0$ , grâce à un système élastique que l'on modélisera par un ressort unique de raideur  $k$ .



Pour cette étude, on ne tiendra compte, ni du poids du dispositif, ni de la réaction du support, car ils se compensent.

On travaillera en coordonnées polaires d'axe  $x'$ , c'est à dire avec les vecteurs :  $\hat{e}_r, \hat{e}_\theta, \hat{e}_z$ .

Le courant  $i(t)$  est compté positif lorsqu'il circule suivant  $\hat{e}_z$ .

La transmission acoustique de la membrane à l'air environnant se traduit par une force de frottement fluide  $\vec{F} = -f\vec{v}$ , opposée à la vitesse  $\vec{v}$  de la membrane ( $f > 0$ ), dont la puissance correspond à la puissance sonore émise.

La bobine est assimilable à une inductance pure  $L$ , en série avec une résistance  $R$ . Elle est alimentée par un amplificateur qui délivre une tension  $u(t)$  à ses bornes.

1) Faire le bilan des actions mécaniques appliquées à l'ensemble (bobine + membrane). En déduire l'équation différentielle vérifiée par  $x(t)$  qui traduit le comportement mécanique du dispositif (bobine + membrane) de masse  $m$ .

2) En utilisant un bilan de puissance, déterminer la f.e.m créée par le phénomène d'induction créé par le champ extérieur. En déduire l'équation électrique du circuit.

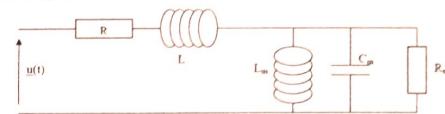
3) Dans le cas où, la tension  $u(t)$  est sinusoidale de pulsation  $\omega$ , toutes les grandeurs physiques sont

des fonctions harmoniques du temps. On peut donc, définir une impédance complexe :  $Z = \frac{u(t)}{i(t)}$  où

$u(t)$  et  $i(t)$  sont les fonctions complexes associées aux fonctions réelles  $u(t)$  et  $i(t)$ .

Déterminer l'impédance complexe  $Z$  en fonction de  $L$ ,  $R$ ,  $\omega$  et des éléments mécaniques du dispositif

4) Montrer qu'on peut adopter comme modèle électrique du haut-parleur le schéma équivalent suivant. On exprimera chacun des éléments  $L_m$ ,  $C_m$  et  $R_m$  de l'impédance motionnelle en fonction de  $B$ ,  $m$ ,  $f$ ,  $N$ ,  $\rho$  et  $k$ .

**Ex. 9**