

# THERMODYNAMIQUE

## Exercice 157 Mines 07- Hinaux

L'air est modélisé par un gaz parfait de masse molaire  $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$ .

- 1) On prend un modèle d'atmosphère isotherme à température  $T_o = 293 \text{ K}$ . La pression à l'altitude  $z = 0$  est de  $P_o = 1 \text{ bar}$ . Déterminer  $P(z)$ . Calculer  $P$  à une altitude de 4km puis 8 km. Commenter.

- 2) On prend un modèle d'atmosphère en équilibre adiabatique. Montrer que  $\frac{dT}{dz}$  est constante. Déterminer  $P(z)$ .

## Exercice 158 Centrale 10 - Alvarez + Bonis + Centrale 11 Guyader

"Stabilité de l'air par convection" On considère une parcelle d'air de hauteur initiale  $z_0$ , que l'on fait monter d'une hauteur  $u$  ( $u \ll z_0$ ), et l'on étudie son mouvement ultérieur  $u(t)$ . Les paramètres de l'air environnant sont notés  $P$ ,  $V$ ,  $T$ ,  $\rho$ ; les paramètres de la parcelles sont notés  $P_a$ ,  $V_a$ ,  $T_a$ ,  $\rho_a$ . A priori, rien ne permet d'écrire  $T_a(z_0 + u) = T(z_0 + u)$ , ni  $V_a(z_0 + u) = V(z_0 + u)$ . On suppose que la parcelle d'air atteint son équilibre mécanique très rapidement, mais n'atteint sont équilibre thermique qu'au bout d'un long moment.

- 1) Relation entre  $P_a(z_0 + u)$  et  $P(z_0 + u)$

- 2) Montrer que le transfert thermique reçu par la parcelle s'écrit :  $\delta Q = m_a(\lambda dT_a + \mu dP_a)$ , exprimer  $\lambda$  et  $\mu$  en fonction de  $c_p$  (capacité thermique) et  $\rho$ (masse volumique)

- 3) On suppose que tout se passe suffisamment rapidement pour que la réaction soit adiabatique, montrer (et le calculer) que le gradient de température de la parcelle est constant et de valeur  $-g/c_p$ . Calculer cette valeur en K/km.

- 4) Faire un bilan des forces sur la parcelle d'air, en fonction de  $V_a(z_0 + u)$ ,  $\rho_a(z_0 + u)$ ,  $\rho(z_0 + u)$ .

- 5) Trouver l'expression de  $\rho_a(z_0 + u) - \rho(z_0 + u)$  en fonction des dérivées de  $\rho$  et  $\rho_a$  par rapport à  $z$  en  $z_0$ .

En déduire l'expression différentielle vérifiée par  $u$  , en faisant intervenir  $N^2(z_0) = \frac{g}{T(z_0)} \left( \frac{g}{c_p} + \left( \frac{dT}{dz} \right)_{z=z_0} \right)$

(en donner l'unité)

- 6) En déduire les solutions, discuter.

- 7) Application numérique avec  $dT/dZ=-6,5 \text{ kelvin/km}$  ( $T(z_0) = 15^\circ\text{C}$ )

Sur mathematica, étaient données les constantes  $g$ ,  $c_p$ ,  $\gamma$ , etc...

## Exercice 159 CCP 10 - Barré

On considère un ballon assimilé à une enveloppe sphérique indéformable de diamètre  $D$ , de masse à vide  $m_B$ . On suppose que la température atmosphérique suit la loi  $T(z) = T_o(1 - \alpha z)$ , avec  $T_o$  la température au sol et  $\alpha T_o$  un gradient de température.

- 1.a) En étudiant un petit volume de hauteur  $dz$ , montrer que la pression suit la loi  $p(z) = p_o(1 - \alpha z)^\beta$ , avec  $p_o$  la pression au sol et  $\beta$  une constante ne dépendant que de la masse molaire  $M_a$  de l'air,  $g$ ,  $R$ ,  $T_o$  et  $\alpha$ .

- 1.b) En déduire la masse volumique de l'air atmosphérique  $\rho_a(z)$

- 2.a) On remplit au sol le ballon avec de l'hélium, de masse molaire  $M_H$ , à la pression  $p_H$  et température  $T_o$ . Donner l'intensité de la poussée d'Archimède exercée sur le ballon à une altitude  $z$ .

- 2.b) Déterminer la masse  $m_{lim}$  maximale que le ballon peut éléver à une hauteur  $h$ .

- 2.c) Déterminer la masse  $m_o$  maximale que le ballon peut soulever du sol.

- 2.d) Estimer laquelle des deux masses  $m_{lim}$  et  $m_o$  est la plus lourde. Application numérique.  $M_H = 4 \text{ g/mol}$ ;  $M_a = 29 \text{ g/mol}$ ;  $p_o = 1 \text{ bar}$ ;  $p_H = 2 \text{ bar}$ ;  $T_o = 290 \text{ K}$ ;  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ;  $\alpha T_o = 6,5 \text{ K/km}$ ;  $V = 2000 \text{ m}^3$ . Calculer  $m_o$  et  $m_{lim}$  pour  $h = 200 \text{ m}$ .

## Exercice 160 Mines 10 - Bolgar + Mines 11 - Fard

On prend un cylindre de hauteur  $h$  et de rayon  $a$ , de masse volumique uniforme  $\mu$ . Le point O est défini comme le sommet du cylindre (quand il est posé debout).

- 1) Calculer le champ de pesanteur  $\vec{g}$  au point O.

- 2) Lorsque  $a$  tend vers l'infini, vers quoi tend  $\vec{g}(O)$ ? Pouvait-on le prévoir?

- 3) On assimile une mine creusée dans le sol à un cylindre décrit comme précédemment. On donne  $h = 100 \text{ m}$ ,  $a = 500 \text{ m}$ ,  $d = 3$  (densité). Quelle est la différence de champ de pesanteur occasionnée?

- 4) On considère un miroir obtenu en faisant tourner un cylindre rempli de mercure à une vitesse constante  $\omega$  (le cylindre a une petite hauteur, et est ouvert en haut). Quelle condition sur  $\omega$  pour avoir une focale de 1m? Quels sont les avantages et inconvénients de ce dispositif?

## Exercice 161 Centrale 07- Corre

On considère un cylindre rempli d'un gaz parfait maintenu à la température  $T$ , que l'on fait tourner à vitesse angulaire constante  $\omega$ . Déterminer la pression en tout point du cylindre.

**Exercice 162** Centrale 09 - Guitton

On étudie l'atmosphère (gaz parfait) en équilibre mécanique sous l'action des forces de pesanteur et de pression. Si une particule se déplace, elle est en évolution quasi-adiabatique. Données :  $R_T = 6400\text{km}$ ,  $M=29\text{g/mol}$ ,  $R$ .

1) Exprimer la variation de pression avec l'altitude, puis la variation de la température. Comparer avec la valeur moyenne de variation de T pour la première couche de l'atmosphère :  $-6^\circ\text{C}/\text{km}$ .

2) Exprimer avec ce modèle la masse totale de l'atmosphère.

**Exercice 163** Centrale 07- Girault

On donne le coefficient de compressibilité isotherme de l'eau douce :  $\chi_T = 50.10^{-11}\text{USI}$ .

1) Quelle est l'unité de  $\chi_T$  ?

2) Calculer la profondeur  $h$  au bout de laquelle  $\rho$  a varié de 1%.

**Exercice 164** TPE 08 - Le Ster

Un fluide incompressible de masse volumique  $\rho$  occupe une hauteur  $H$  d'un cylindre de rayon  $R$ . On met le récipient en rotation autour de son axe avec une vitesse angulaire  $\omega$ .

Déterminer l'équation de la surface libre du fluide quand le régime permanent est atteint.

**Exercice 165** Mines 10 - Cloarec

Un cylindre de rayon  $R$  et de hauteur  $H$  contient du mercure sur une hauteur  $h_o$  à l'équilibre. On soumet le cylindre à une rotation autour de son axe  $Oz$  avec un vecteur rotation  $\vec{\Omega} = \omega \vec{u}_z$  constant.

1) Prévoir qualitativement ce qui va se passer.

2) Donner l'équation de la surface libre du mercure.

3) Donner les propriétés du miroir formé par la surface libre du mercure.

**Exercice 166** Centrale 10 - Perigaud

(sans préparation) Soit un cylindre rempli de gaz à la pression  $P$  et à la température  $T_o$  de l'extérieur. Les parois du cylindre sont diathermiques. Il est fermé en haut par un piston. Le système est à l'équilibre.

On fait tourner le cylindre autour de son axe jusqu'à atteindre un nouvel équilibre.

Le piston est-il monté ? descendu ? resté à la même position ?

**Exercice 167** Mines 07- Thiberville

Un verre de rayon  $R$  contient de l'eau sur une hauteur  $H$ . On le met en rotation autour de son axe de révolution avec une vitesse angulaire constante  $\omega$ .

1) Déterminer la forme de la surface libre de l'eau.

2) A quelle condition sur  $\omega$  le fond reste-t-il couvert ?

**Exercice 168** Mines 11 - Martin

On considère une sphère de centre O et de rayon  $R$ , à répartition de masse  $\rho(r)$  à symétrie sphérique, vérifiant  $P(r) = C\rho(r)^2$  avec  $C$  une constante. Le système est à l'équilibre mécanique.

1) Montrer que  $\rho$  vérifie :  $r \frac{d^2\rho}{dr^2} + 2 \frac{d\rho}{dr} + \frac{2\pi G}{C} r\rho = 0$

2) Calculer  $\rho(r)$  et la représenter. Idem pour  $P(r)$ . (Indication : poser  $f(r)=r\rho$ )

3) Profil de température dans un gaz parfait ?

**Exercice 169** Centrale 11 - Rostam

On a une étoile formée d'hydrogène de masse volumique  $\mu$  (uniforme), de rayon  $R_o$ , de masse  $M_o$ , de centre C. On note  $m$  la masse de l'atome d'hydrogène et  $k$  la constante de Boltzman,  $M(r)$  la masse de la sphère de rayon  $r$  et de centre C,  $p(r)$  la pression qui règne à une distance  $r$  du centre de l'étoile. On supposera le dihydrogène comme localement un gaz parfait incompressible.

Données pour le soleil :  $R_o = 7.10^5\text{km}$ ,  $M_o = 2.10^{30}\text{kg}$

1) Exprimer  $M(r)$  en fonction de  $r$  et  $\mu$ .

2) Calculer  $g(r)$ , champ de pesanteur à une distance  $r$  du centre, en fonction de  $M(r)$  et  $r$ .

3) En appliquant la loi de l'équilibre hydrostatique au gaz qui forme l'étoile, trouver une équation différentielle liant  $p(r)$ ,  $M(r)$  et leurs dérivées.

4) En supposant  $p(R_o)=0$ , en déduire  $p_C=p(0)$  en fonction de  $M_o$ ,  $R_o$ .

5) En déduire  $T_c$  (température au centre de l'étoile) en fonction de  $p_C$ ,  $m$ ,  $k$  et  $\mu$ . Faire l'application numérique pour le soleil.

6) On considère que l'étoile s'est formée par apports successifs quasi-statique de masse  $dM$  depuis l'infini pour remplir les couches de  $r$  à  $r+dr$ . Calculer le travail fourni nécessaire. Commenter son signe.

7) En déduire le travail nécessaire à la formation de l'étoile à l'aide d'une intégrale utilisant  $M(r)$ . Justifier l'appellation « énergie gravitationnelle ».

**Exercice 170** Mines 11 - Morvan

Une nébuleuse gazeuse (seule dans l'espace) a une répartition de masse  $\rho$  symétrique par rapport au plan Oxy. Elle n'est soumise qu'à son propre champ gravitationnel.

On a  $P=P(z)$ ,  $\rho=\rho(z)$  et  $\vec{g}=g(z)\vec{u}_z$ .

On pose  $P_o=P(0)$ ,  $\rho_o=\rho(0)$  et  $g_\infty=\lim_{z\rightarrow\infty} g(z)$ .

1) Déterminer une relation entre  $P(z)$  et  $g(z)$ . En déduire une relation entre  $P_o$ ,  $g_\infty$  et  $G$ .

2) On suppose que la nébuleuse n'est constituée que d'un gaz parfait à la température  $T_o$ . En déduire  $P(z)$ ,  $\rho(z)$  et  $g(z)$  et les représenter sur une courbe.

**Exercice 171** TPE 07 - Vergne

Un astre est constitué d'un liquide incompressible de masse volumique  $\rho$ . Il a la forme d'une sphère de rayon  $R$ .

1) Calculer la pression en son centre sachant qu'à l'extérieur de l'astre, la pression est nulle.

2) Que valent  $G$ ? le rayon de la terre? Que vaudrait la pression au centre de la terre avec ce modèle? ( $\rho_T = 5,5 \cdot 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$  pour la terre.)

3) Quelles sont les approximations faites? Montrer que l'approximation sur  $\rho$  n'est pas valable : on donne  $\chi_T = 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$ .

**Exercice 172** CCP 07 - Ruben

On considère un glaçon de forme cylindrique, de rayon  $a$  et de hauteur  $h$ , placé dans un verre d'eau. On donne les masses volumiques de la glace  $\rho_g = 920 \text{ kg.m}^{-3}$  et de l'eau  $\rho_l = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ . On prendra  $h=3\text{cm}$  et  $a=1\text{cm}$ .

1) Calculer le rapport  $x/h$  à l'équilibre, où  $x$  est la hauteur de glaçon émergée.

2) Calculer la force qu'il faut exercer sur le glaçon pour le maintenir dans l'eau ( $x=0$ ).

3) Le glaçon a fondu. Quelle est la variation de niveau de l'eau dans le verre (par rapport au cas du 1)?

**Exercice 173** Centrale 09 - Cotty

Utilisation possible de Mathematica.

On s'intéresse à l'agitation d'un gaz de particules de masse  $m$ , étudié de manière unidirectionnelle (selon l'unique axe  $x$ ). Les particules sont en  $x=0$  à  $t=0$ . Elles sont uniquement soumises à un frottement fluide  $f = -\alpha v$  et à la force caractérisant l'agitation thermique  $F(t)$ .

On note  $\langle \cdot \rangle$  la moyenne sur toutes les particules. On a  $\langle \frac{d\psi}{dt} \rangle = \frac{d\langle \psi \rangle}{dt}$  et  $F(t)$  vérifie  $\langle F(t) \rangle = 0$ ,  $\langle x.F(t) \rangle = 0$ ,  $\langle x^2.F(t) \rangle = 0$ ...

1) Soit un gaz de particules de masse  $m$  à la température  $T$ . Exprimer la moyenne temporelle  $\vec{v}_x$  selon  $x$  en fonction de  $T$  et de constantes universelles.

2) Avec l'équation du mouvement d'une particule, trouver l'expression de  $\frac{d}{dt}(m \langle \frac{xv}{2} \rangle)$ .

3) Résoudre l'équation différentielle.

4) Trouver l'expression de  $\langle x^2 \rangle$ . Pourquoi s'intéresse-t-on à cette grandeur? Développement limité au voisinage de 0? Développement asymptotique en l'infini? Analogie avec la conduction thermique?

**Exercice 174** Mines 09 - Pham + Mines 10 Hautbois

Un cylindre équipé d'un piston pouvant se déplacer sans frottements est immergé dans l'eau de température  $T$ . Le cylindre occupe un volume  $V' = 0.07 \text{ dm}^3$ . (Le volume de la "boîte" même, en fait, sans compter sa contenance.). Il est rempli d'air qui, à la température  $T=288\text{K}$ , à la pression atmosphérique, occupe un volume  $V_o = 5 \text{ dm}^3$ . Le tout a une masse de 5kg.

1) Donner l'évolution du volume d'air à l'intérieur du cylindre en fonction de la profondeur à laquelle il est plongé.

2) Discuter la possibilité d'un équilibre à une profondeur  $h$ . Stabilité?

3) Comment évolue  $h$  en fonction de  $m$  et  $V_o$ ? (qualitativement)

4) Utilité de ce problème pour les plongeurs?

**Exercice 175** Ulm 07-Delisle

Une balle de ping-pong de rayon  $a$  se trouve à l'intérieur d'un cylindre fermé de même rayon dans lequel on a fait le vide. A l'instant  $t=0$ , on ouvre l'extrémité gauche. La balle peut se déplacer sans frottement. Quelle est la vitesse maximale atteinte par la balle?

**Exercice 176** X 09 - Leduc

Question subsidiaire : On souffle dans un ballon de baudruche. On le ferme et on attend. On le lâche : dans quelle direction va-t-il? Pourtant à la foire on voit des ballons qui montent. Expliquer.

**Exercice 177** Centrale 07-Coiffec-Pennec

On considère un tunnel dans la lune entre A et B, tel que  $\widehat{AOB} = 90^\circ$ . Il est rempli d'air de température uniforme et la pression au centre du tunnel vaut  $P_o = 1\text{bar}$ . L'accélération de la pesanteur à la surface de la lune est  $g_L = \frac{g_T}{6}$  où  $g_T$  est l'accélération de la pesanteur à la surface de la terre. Le rayon de la lune est  $R_L = 1750\text{km}$ .

Calculer la pression aux extrémités du tunnel. Conclure.

**Exercice 178** TPE 08 - Lecué

On considère un volume  $V_o$  d'eau liquide aux alentours de  $T_o = 293\text{K}$  et  $P_o = 1\text{bar}$ . On donne les coefficients de compressibilité isobare  $\alpha = 3.10^{-4}\text{K}^{-1}$ , de compressibilité isotherme  $\chi_T = 5.10^{-10}\text{Pa}^{-1}$ .

1) Montrer que l'on a la relation :

$$\ln \frac{V}{V_o} = \alpha(T - T_o) - \chi_T(P - P_o)$$

Que dire si  $\alpha = 0$  et  $\chi_T = 0$  ?

2) Calculer le volume occupé par l'eau à  $T_o$  et  $P = 1000\text{bar}$ . L'approximation de fluide incompressible est-elle valable dans le cas de l'eau ?

3) On considère de l'eau liquide dans une bouteille métallique de volume constant  $V_o$ . Calculer la pression  $P_1$  lorsque l'eau subit une variation de température de  $400^\circ\text{C}$ . Commenter. Dans quel cas ce constat est-il primordial ?

**Exercice 179** TPE 09 - Bouacida

1) Qu'est-ce que la détente de Joule-Gay-Lussac, quelles sont ses caractéristiques ? Quel est le rapport avec les gaz parfaits ?

2) Donner les expressions des différentielles de l'énergie interne et de l'entropie en fonction de  $C_v$ , P, T et  $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T$  sachant que pour une fonction d'état X(T,V),  $dX = A dT + B dV$ .

Mettre dU sous la forme  $dU = C_v dT + (T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P) dV$

3) On donne l'équation d'état du gaz de Van der Waals :  $(P + \frac{a}{V^2})(V - b) = RT$

Calculer la variation de température de ce gaz lors de la détente de Joule-Gay-Lussac. Que peut-on en déduire à propos du gaz parfait ?

**Exercice 180** Mines 08 - Le Douget

Etude d'une détente de Joule-Gay-Lussac pour un gaz de Van der Waals.

On donne l'équation d'état :  $(P + \frac{an^2}{V^2})(V - nb) = nRT$  et l'énergie interne  $U = C_v T - \frac{an^2}{V}$

1) Température et pression finales ?

2) Bilan d'entropie.

3) (Oralement) Signification des deux termes dans  $U$  ? Etait-il prévisible de trouver  $T_f < T_o$  ?

**Exercice 181** TPE 09 - Chevalier

1) Première expérience : on place dans un calorimètre de capacité calorifique C, une masse  $m_1$  d'eau de capacité calorifique massique  $C_{eau}$ . La température est  $T_1$ . On ajoute une masse  $m_2$  d'eau à la température  $T_2$ . On mesure la température finale  $T_3$ , le système n'échangeant aucune chaleur avec l'extérieur. Exprimer  $\mu = \frac{C}{C_{eau}}$ . Signification physique ?

2) Deuxième expérience : dans le calorimètre précédent, initialement vide, on place une masse m d'eau et une résistance électrique R reliée à un générateur délivrant une tension U. Donner  $T(t)$ .

**Exercice 182** CCP 08 - Héraudeau

On considère deux états A et B aux pressions  $P_A$  et  $P_B$  de même température. On s'intéresse aux variations d'entropie d'un système passant de l'état A à l'état B.

1) Chemin 1 : le système subit deux transformations réversibles successives, la première adiabatique réversible jusqu'à un état intermédiaire C ; Calculer  $\Delta S_1$ .

2) Chemin 2 : Le système subit une seule transformation, réversible. Préciser laquelle. Calculer  $\Delta S_2$ .

3) Chemin 3 : Le système subit une transformation, irréversible. Calculer  $\Delta S_3$ .

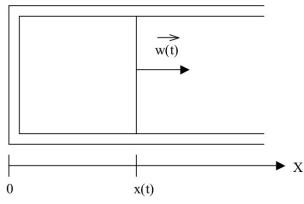
4.a) On donne  $n=1\text{mol}$ ,  $P_A=5\text{bar}$ ,  $P_B=1\text{bar}$ ,  $R = 8,32\text{J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$ . Calculer  $\Delta S_1$ ,  $\Delta S_2$  et  $\Delta S_3$ .

4.b) Tracer dans le diagramme de Clapeyron et dans le diagramme entropique les différents chemins avec les étapes intermédiaires. Commenter.

### Exercice 183

Centrale 07- Etesse

On considère une enceinte remplie d'un gaz formé d'atomes de masse  $m$  fermée par un piston de masse  $M$ . Le piston peut se déplacer suivant l'axe  $X$  sans frottements et à chaque instant  $t$  on note sa vitesse  $\vec{w}(t) = \dot{x}\vec{e}_x$ . On suppose que chaque atome possède une vitesse de norme  $v$  et que, conformément au programme, celle-ci est de direction un des trois axes et possède deux sens.



1) Montrer que la variation de quantité de mouvement d'un atome frappant sur le piston s'écrit :  $\Delta\vec{p} = 2m(\dot{x} - v)\vec{e}_x$ .

2) Exprimer la pression cinétique s'appliquant sur le piston en fonction de  $k_B$ ,  $T$ ,  $m$  et  $n^*$ , où  $n^*$  représente le nombre d'atomes par unité de volume. Quelle doit être la condition sur  $w$  pour que l'on puisse, à chaque instant considérer que le piston est en équilibre ? Application numérique : trouver  $w_{max}$  pour l'air.

3) Décrire le mouvement du piston lorsqu'on l'écarte de sa position d'équilibre.

*Question supplémentaire avant la résolution de 3) :*

Le mouvement du piston est-il réversible ?

Quelle sera alors la forme de l'équation différentielle vérifiée par  $x - x_{eq}$  ?

### Exercice 184 CCP 09 - Franco

Soit un cycle constitué :

- d'une compression isentropique AB où la pression passe de  $P_1$  à  $P_2$
- d'une combustion isobare BC
- d'une détente isentropique CD
- d'un refroidissement isobare DA

1) Représenter ce cycle dans le diagramme de Clapeyron. Donner la nature du cycle.

2) Exprimer les échanges de chaleur sur chaque portion du cycle et justifier leur signe.

3) Exprimer le rendement en fonction des températures  $T_A$ ,  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$ , puis en fonction de  $\alpha = \frac{P_2}{P_1}$  et  $\gamma$ , puis

en fonction de  $\beta = \frac{V_2}{V_1}$  et  $\gamma$ .

### Exercice 185 Centrale 09 - Cotty

On définit le cycle d'un compresseur :

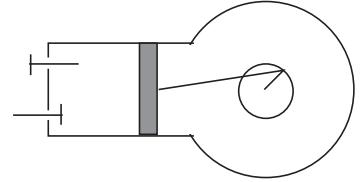
DA : aspiration d'air à  $P = P_1 = \text{constante}$  et  $T = T_1 = \text{constante}$ .

AB : compression adiabatique réversible ;  $V_A = V_e(1 + \epsilon)$

BC : éjection d'air à  $P = P_2 = \text{constante}$  et  $T = T_2 = \text{constante}$ .

CD : détente adiabatique réversible ;  $V_c = \epsilon V_e$

1) Tracer le diagramme de Watt du cycle. Différence avec Clapeyron ?



2) Evolution de  $\frac{V_A - V_D}{V_e}$  quand  $\frac{P_2}{P_1}$  augmente ? Que peut-on conclure ? En pratique,  $\frac{P_2}{P_1}$  ne dépasse pas 10.

Pourquoi ? Calcul pour  $\frac{P_2}{P_1} = 10$  et  $\epsilon = 0,05$ .

3) Calculer le travail des forces de pression pendant le cycle avec  $V_A = 21L$ ,  $V_B = 5,04L$ ,  $V_C = 1L$ ,  $V_D = 4,18L$ ,  $\epsilon = 0,05$ ,  $V_e = 20L$ ,  $T_1 = 293K$ ,  $P_1 = 1 \text{ bar}$ ,  $P_2 = 10 \text{ bar}$ .

4) Le compresseur fonctionne à 600 Tr/min. Calculer le débit massique et la puissance.

5) Question subsidiaire : En général, plutôt que AB adiabatique réversible, on intercale AA' et B'B adiabatiques réversibles et A'B' de refroidissement isobare. Pourquoi est-ce avantageux énergétiquement parlant ?

### Exercice 186 TPE 09 - Martin

On a 3 solides à des températures différentes :  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$  (températures initiales donnée), et deux machines thermiques qui fonctionnent de façon réversible. L'ensemble est isolé.

1) Proposer un dispositif à partir de ce système qui permette de chauffer un des trois solides.

2) Trouver deux relations indépendantes entre  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_3$ .

3) Quelle est la température maximale que peut atteindre le solide chauffé, et quelle est alors la température de chacun des deux autres solides.

### Exercice 187 Mines 10 - Hamon

Un cylindre calorifugé est séparé en deux compartiments par un piston de masse  $m$  calorifugé mobile sans frottements. Initialement les deux compartiments contiennent  $n$  mol du même gaz à mêmes température  $T_o$  et pression  $P_o$ . On déplace légèrement le piston de cette position d'équilibre stable.

- 1) Etudier l'évolution du système.
- 2) Application numérique :  $V_{tot}=2L$ ;  $S = 80\text{cm}^2$ ;  $m=40\text{g}$ ;  $\gamma = 1,4$ . Oralement : expliquer la dépendance de  $\omega$  en  $S^2$ , m, V...

### Exercice 188 Mines 07- Le Corguillé

Un cylindre calorifugé est divisé en deux compartiments par un piston mobile également calorifugé. Initialement chaque compartiment contient un même gaz parfait à la température  $T_o$  et la pression  $P_o$ . Les deux ont même volume initial  $V_o$ . Le compartiment de gauche est traversé par une résistance R parcourue par un courant d'intensité I constante.

- 1) Déterminer la loi  $x(t)$  du déplacement du piston.
- 2) Déterminer l'évolution des entropies  $S_d(t)$  et  $S_g(t)$  dans chacun des compartiments.

### Exercice 189 TPE 08-L'Her

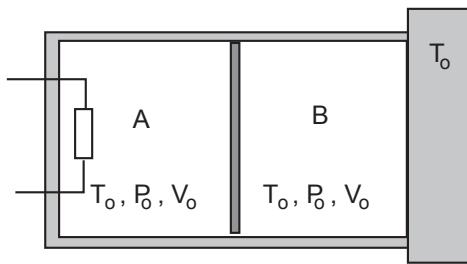
On considère le système ci-contre. Les parois sont adiabatiques sauf celle en contact avec le thermostat. Il y a une mole de gaz parfait dans chaque compartiment. La paroi centrale, adiabatique, se déplace très lentement sans frottement.

- 1) On amène le gaz A à la température  $T_1$ .
  - Déterminer l'état final de chaque gaz en fonction de  $T_o$ ,  $T_1$  et  $V_o$ .
  - Effectuer un bilan énergétique. Quelle est l'entropie créée ?
- 2) On ôte la résistance du compartiment A et on la place dans B après avoir retiré le thermostat. On chauffe B jusqu'au retour de la paroi centrale au milieu. Répondre aux mêmes questions qu'en 1).

### Exercice 190 Centrale 07- Freton

Les parois du cylindre et du piston mobile (sans frottement) sont calorifugées. A  $t=0$ , le compartiment de droite contient 1 mol de gaz parfait à  $(P_1, V_1, T_1)$  et le ressort est au repos. A l'équilibre après avoir libéré le ressort,  $V_2 = kV_1$ .

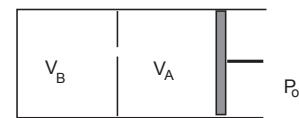
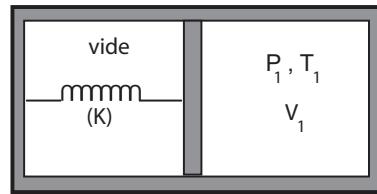
- 1) Déterminer  $P_2$  et  $T_2$ .
- 2) Cette transformation est-elle réversible ? Justifier par le calcul.



### Exercice 191 Centrale 07- Urvoy

On considère une enceinte adiabatique fermée par un piston adiabatique de section s. On y enferme de l'air (gaz parfait diatomique). Une résistance parcourue par une intensité I constante se trouve dans l'enceinte. Initialement le volume est  $V_o=1\text{L}$  et la pression est  $P_o=1\text{bar}$ .

- 1) Déterminer la vitesse de déplacement du piston permettant de maintenir une température constante  $T_o = 300\text{K}$  dans l'enceinte.
- 2) Comment évolue la pression ?
- 3) Réaliser les applications numériques avec des valeurs réalistes pour s, R et I.
- 4) Justifier la non uniformité de T et de P. Où la pression est-elle plus faible ? Lien avec la théorie cinétique des gaz ?
- 5) Que peut-on dire du travail des forces de pression
  - dans le cas de la détente de Joule-Gay-Lussac
  - dans le cas ci-contre : A contient initialement de l'air à  $(P_o, T_o)$ , B est initialement vide.



### Exercice 192 Centrale 11 - Letourneau

- 1) On considère un corps (S) de capacité calorifique  $C_p$ , à la température  $T_i$ , en contact avec une source de chaleur ( $\Sigma$ ) à la température  $T_o$ . L'univers  $\{(S), (\Sigma)\}$  est un ensemble isolé évoluant de manière isobare.

Déterminer la variation d'entropie de (S), de ( $\Sigma$ ). Indiquer leur signe selon les valeurs de  $T_i$  et  $T_o$ .

- 2) Variation d'entropie de l'univers ? Quel est son signe ?
- 3) Le corps est ici une masse m d'eau à  $T_1$  et la source une masse m d'eau à  $T_2$ . L'ensemble est isolé et la transformation isobare. Calculer la variation d'entropie de l'univers en fonction de  $T_1$  et  $T_2$  quelconques. Etudier le signe. (Mathematica à disposition)

### Exercice 193 Mines 09 -Guitton

Soit une pièce de température  $T$ , de capacité  $C$ . A l'extérieur la température est  $T_e$  fixe. La puissance perdue à l'instant  $t$  est proportionnelle à l'écart de température entre  $T$  et  $T_e$ .

1) A l'instant  $t = 0$ , la pièce est à  $T_i$ . A l'instant  $t = \tau$ , elle est à  $T_f$ . Donner l'expression de  $P_{th}$ .

2) On chauffe la pièce avec une puissance  $P_c$  fixée. Montrer qu'il existe une valeur maximale que  $T$  ne peut dépasser et la déterminer.

3) Soit  $T_c$  une température donnée que l'on veut réguler. Lorsque  $T$  atteint une valeur  $T_c - \Delta\theta$ , on chauffe avec  $P_c$  jusqu'à ce que  $t$  atteigne  $T_c + \Delta\theta$  et on éteint le chauffage. Distinguer plusieurs cas et donner l'allure de la courbe  $T(t)$ .

Données :  $T_c = 291\text{K}$ ;  $T_f = 283\text{K}$ ;  $T_e = 278\text{K}$ ;  $P_c = 15\text{ kW}$ .

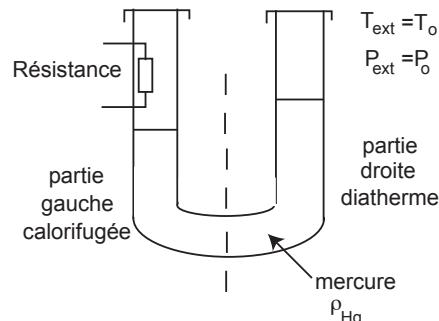
### Exercice 194 Centrale 09 - Carré

On chauffe à gauche par l'intermédiaire de la résistance jusqu'à obtenir une dénivellation de  $d$  entre les deux branches.

1) Calculer les températures finales  $T_g$  et  $T_d$  de chaque côté.

2) Calculer l'énergie reçue à gauche.

3) Calculer l'énergie donnée par la partie droite à l'extérieur.



### Exercice 195 Centrale 08 - Lecué

On étudie différentes détentes d'une mole de gaz parfait monoatomique ( $\gamma = \frac{5}{3}$ ) dans les conditions initiales :  $T_o = 500\text{K}$ ,  $P_o = 10\text{bar}$ .

1) Adiabatique réversible :

a) Quel protocole mettre en place pour réaliser ce type de détente ?

b) A l'état final,  $P_1 = 1\text{bar}$ . Calculer le travail  $W_1$  fourni par le fluide et la température finale  $T_1$ .

2) Adiabatique irréversible :

a) Quel protocole mettre en place pour réaliser ce type de détente ?

b) A l'état final,  $P_2 = 1\text{bar}$ . Montrer que l'on a  $\frac{T_2}{T_o} = \frac{1}{\gamma} \left[ 1 + (\gamma - 1) \frac{P_2}{P_o} \right]$

c) Représenter  $\frac{T_f}{T_o}$  en fonction de  $\frac{P_f}{P_o}$  sur le même graphe dans les deux cas précédents. Commentaires et analyses.

### Exercice 196 Centrale 10 - Thouzeau

Un cylindre de section  $S = 10\text{cm}^2$  est fermé par un disque rigide et fixe d'un côté et par un piston mobile de masse négligeable de l'autre. Les parois sont calorifugées. Il est rempli d'un gaz parfait ayant les propriétés diélectriques du vide :  $\epsilon = \epsilon_o = 8,85 \cdot 10^{-12}\text{F/m}$ . Les faces internes des disques sont métallisées et reliées aux bornes d'un générateur de tension. A l'extérieur se trouve l'air à pression  $P_o = 1\text{ bar}$ .

1) Initialement la tension est nulle, la température intérieure est  $T_o = 300\text{K}$  et la hauteur relevée est  $h_o = 5\text{mm}$ . On augmente progressivement la tension de sorte qu'on peut considérer la transformation subie par le gaz comme réversible. Décrire qualitativement ce qui va se passer.

2) On applique une tension  $U = 270\text{kV}$  et on observe une variation de 10% du volume. Déterminer  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  du gaz. A.N.

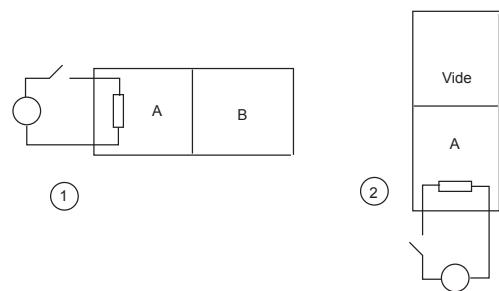
3) On bloque le piston. En partant de cet état final, on ôte le générateur et on le remplace par une résistance  $R$ . Déterminer la force nécessaire au maintien du piston (sens et norme).

### Exercice 197 CCP 08 - Raimbaud

1) Le système ① est composé d'une enceinte calorifugée et d'une paroi calorifugée mobile sans frottement. A l'instant initial, chaque compartiment contient le même nombre de moles d'un gaz supposé parfait, à la même température  $T_o$  et la même pression  $P_o$ . A  $t = 0$ , on ferme le circuit, puis on le rouvre à  $t_o$ . On note  $W_{em}$  l'énergie molaire fournie au système. La paroi se déplace lentement jusqu'à un état d'équilibre. La capacité calorifique molaire à volume constant du gaz est  $c_{vm}$ , constante.

a) La pression finale dans le compartiment B est  $P'_B = 2P_o$ . Calculer à l'état final  $T_A$  et  $T_B$  en fonction de  $T_o$ .

b) Exprimer  $W_{em}$  en fonction de  $c_{vm}$  et  $T_o$ .

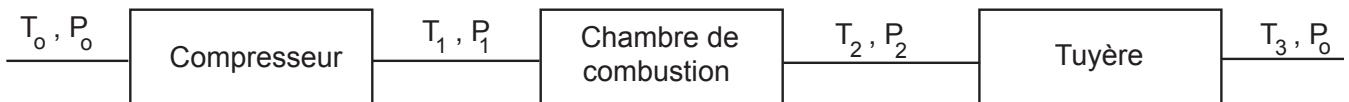


**2)** On place maintenant le système en position verticale avec l'état initial de la figure ②. La paroi a une masse  $m$  et une section  $S$ . On note  $W'_{em}$  l'énergie molaire fournie au système. La capacité calorifique molaire à pression constante du gaz est  $c_{pm}$ , constante.

- Le volume final du compartiment A est  $V'_A = 2V_o$ . Exprimer  $P'_A$  et  $T'_A$ .
- Exprimer  $W'_{em}$ .

**Exercice 198** Mines 10 - Malherbe

- On fait subir à un fluide une détente de Joule-Thomson. Montrer la loi de conservation :  $\Delta(h + \frac{c^2}{2}) = 0$  où  $h$  est l'enthalpie massique. Quand un transfert thermique massique  $q$  intervient, on admet  $\Delta(h + \frac{c^2}{2}) = q$ .
- Un écoulement horizontal de section constante est schématisé ci-dessous :



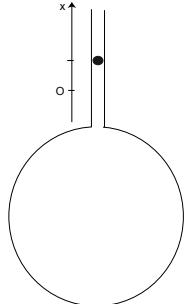
- La compression est adiabatique réversible. Exprimer  $T_1$  en fonction de  $T_o$ , de  $\gamma$  et de  $a = \frac{P_1}{P_o}$ .
- La chambre de combustion apporte une chaleur massique  $q$  à pression constante. On néglige la vitesse d'écoulement. Exprimer  $T_2$  en fonction de  $q$ ,  $r = \frac{R}{M}$ ,  $\gamma$  et  $T_1$ .
- Le gaz, après une transformation adiabatique réversible sort avec une vitesse  $c$  de la tuyère. Exprimer  $c$  en fonction des données.

**Exercice 199** Mines 07- Etesse

On dispose d'un flacon de volume  $V_o$  possédant une embouchure de section  $S$ . On place dans celle-ci une bille de masse  $m$  et dont on négligera les dimensions devant celles de l'embouchure. La bille peut se déplacer sans frottements verticalement et elle comble complètement l'embouchure. On note  $T$  et  $P$  la température et la pression à tout instant dans le flacon,  $x$  l'abscisse de la bille et la pression régnant à l'extérieur du système est  $P_o$ .

Montrer que la connaissance de la période  $\theta$  des oscillations de la bille permet de connaître le  $\gamma$  du gaz.

*Applications numériques :  $m = 16,6$  g,  $S = 2.10^{-4}m^2$ ,  $\theta = 1,12$  s,  $V_o = 10$  L,  $P_o = 10^5$  Pa.*



**Exercice 200** CCP 08 - Lanoë

On considère un moteur ditherme fonctionnant de manière réversible entre deux sources :

- source chaude : une masse  $m$  d'eau initialement à  $T_{10}$  ;
- source froide : même masse  $m$  d'eau initialement à  $T_{20}$ .

**1)** Déterminer le rendement.

**2)** Que peut-on dire quand  $m$  tend vers l'infini ?

**Exercice 201** CCP 07- Caütucoli

Le diagramme de Clapeyron du cycle d'un gaz parfait est composé de deux horizontales et deux adiabatiques réversibles. On donne les deux pressions  $P(A)$  et  $P(B)$ .

Donnez, en la justifiant, l'expression analytique du rendement.

**Exercice 202** CCP 10 - Malherbe

On fait subir à  $n$  mol d'un gaz parfait le cycle suivant :

- Détente isotherme de A( $P_o, T_o, V_o$ ) à B( $P_1, T_o, V_1$ ) ;
- Diminution de volume isobare de B à C( $P_1, T_2, V_2$ ) ;
- Compression isentropique de C à A. On note  $\alpha = \frac{V_1}{V_o}$ ,  $\beta = \frac{T_2}{T_o}$  et  $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$

**1)** Représenter le cycle dans le diagramme de Clapeyron. Le cycle est-il moteur ou récepteur ?

**2.a)** Exprimer  $\alpha$  en fonction de  $\beta$  et  $\gamma$ .

**2.b)** Dans ce cycle ditherme, quelle est la température de la source chaude ? de la source froide ?

**3.a)** Définir et calculer le rendement  $\eta$  de ce cycle.

**3.b)** Sachant que  $\ln(x+1) < x$  si  $x > 0$ , comparer  $\eta$  au rendement de la machine de Carnot fonctionnant entre ces deux températures. Conclure.

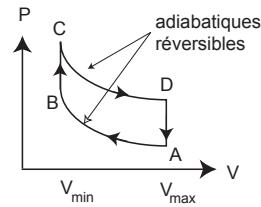
### Exercice 203

CCP 08 - Gachet

Un gaz parfait suit le cycle représenté ci-contre. Il est en contact avec une source chaude et une source froide sur les trajets BC et AD.

1) Le cycle est-il moteur ou récepteur ? (Il ne suffit pas de dire qu'il est parcouru dans le sens horaire)

2) Définir et calculer le rendement, premièrement en fonction de  $Q_c$  et  $Q_f$ , puis en fonction des températures  $T_A$ ,  $T_B$ ,  $T_C$  et  $T_D$ , et enfin en fonction de  $\alpha = \frac{V_{max}}{V_{min}}$  et de  $\gamma$ .



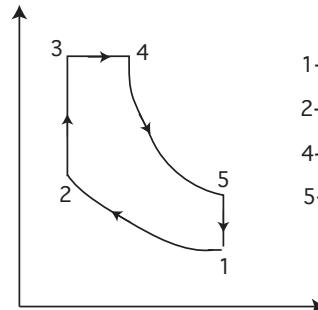
### Exercice 204

Mines 11 - Crépin

On considère le cycle moteur ci-contre. On donne  $P_1 = 1\text{bar}$ ,  $T_1 = 300\text{K}$ ,  $V_1 = 5\text{L}$ ,  $P_2 = 5\text{bar}$ ,  $P_3 = 8\text{bar}$ ,  $T_3 = 700\text{K}$ ,  $T_4 = 900\text{K}$ ,  $P_5 = 2\text{bar}$ ,  $\gamma = 1,38$ .

1) Démontrer la loi de Laplace  $PV^\gamma = \text{constante}$  pour une adiabatique réversible.

2) Déterminer le travail que fournit le moteur sur un cycle, puis la puissance sachant que le moteur effectue 2400 tours/min et qu'un cycle correspond à 2 tours.



1-2 adiabatique réversible

2-4 combustion isochore puis isobare

4-5 adiabatique réversible

5-1 isochore

### Exercice 205

Mines 10 - Charvin

(sans préparation) Un climatiseur fonctionne entre une pièce de capacité thermique C, température  $T_i$  et l'extérieur de température  $T_e$ . La résistance thermique des murs est  $R_{th}$ .

1) Déterminer la puissance nécessaire pour maintenir la température  $T_i$ .

2) Le climatiseur tombe en panne. Que se passe-t-il ?

3) A quelle condition peut-on considérer  $R_{th}$  ?

### Exercice 206

CCP 08 - Lefaudeux

Un gaz parfait, de capacité calorifique indépendante de la température, subit un cycle moteur ditherme formé de deux isochores aux volumes  $V_1$  et  $V_2$ , et deux isentropiques.

1) Représenter le cycle dans le diagramme de Clapeyron.

2) Où a lieu le contact avec la source chaude ?

3) Déterminer l'expression du rendement du moteur en fonction des températures des sommets, puis du rapport des volumes et de  $\gamma$ .

4) Comparer le rendement au rendement de Carnot et conclure.

### Exercice 207

CCP 08 - Lecué

Une masse  $m$  de gaz parfait ( $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \text{constante}$ ), subit un cycle de transformations réversibles :

- ◊ AB : compression isentropique de  $V_2$  à  $V_1$  ;
- ◊ BC : combustion isobare à  $P_2$  ;
- ◊ CD : détente isentropique ;
- ◊ DA : refroidissement isobare à  $P_1$ .

On note  $\alpha = \frac{P_2}{P_1}$  et  $\beta = \frac{V_2}{V_1}$

1.a) Représenter le cycle dans un diagramme de Clapeyron.

1.b) Le cycle est-il moteur ou résistant ?

2.a) Exprimer les transferts thermiques sur les différentes transformations en fonction des températures  $T_A$ ,  $T_B$ ,  $T_C$  et  $T_D$ .

2.b) Commenter les signes.

3) Exprimer le rendement en fonction des différentes températures, puis en fonction de  $\gamma$  et  $\alpha$ , puis en fonction de  $\gamma$  et  $\beta$ .

### Exercice 208

Centrale 07- Owen

On veut refroidir une masse  $m=1\text{kg}$  d'eau liquide initialement à la température  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ , à la température  $t_2 = -10^\circ\text{C}$ . Le congélateur est placé dans une pièce à la température  $t_e = 25^\circ\text{C}$ . Le fluide subit des transformations réversibles. Calculer le temps minimal nécessaire au refroidissement.

Données : Chaleurs massiques de l'eau liquide :  $c_l = 4,18\text{J.g}^{-1}\text{.K}^{-1}$ , de la glace :  $c_g = 2,1\text{J.g}^{-1}\text{.K}^{-1}$ , chaleur latente de fusion de la glace :  $L_f = 335\text{kJ.kg}^{-1}$ , puissance du congélateur :  $P=5\text{kW}$ .

### Exercice 209 CCP 07- Curelli+In

1) Expliquer le fonctionnement d'un moteur thermique à l'aide d'un schéma.

2) On considère un gaz parfait décrivant le cycle ci-dessous :

- $(T_1, V_1) \rightarrow (T_2, V_2)$  : isochore,
- $(T_2, V_2) \rightarrow (T_3, V_3)$  : isentropique,
- $(T_3, V_3) \rightarrow (T_4, V_4)$  : isochore,
- $(T_4, V_4) \rightarrow (T_1, V_1)$  : isentropique.

Les étapes sont supposées quasistatiques et réversibles. On note  $a = V_4/V_1$ .

a) Représenter le cycle décrit par le gaz dans le diagramme de Clapeyron et dans le diagramme isentropique.

Situer  $Q_F$  et  $Q_C$  sur le diagramme.

b) Exprimer  $T_3/T_2$  et  $T_1/T_4$  en fonction de  $a$ .

c) Donner le rendement  $\eta$  en fonction de  $a$  et  $\gamma$ . Application numérique avec  $a = 9$  et  $\gamma = 1,4$ . Commentaires.

Que se passe-t-il si  $\gamma$  augmente ? Causes d'irréversibilité ?

3) Où trouve-t-on ce genre de moteur ? Quelle est la différence entre un moteur Diesel et un moteur à essence ?

Dans le sans plomb 98, pourquoi "sans plomb" et pourquoi "98" ?

### Exercice 210 Mines 11 - Ruello

Une pompe à chaleur au fréon préleve de la chaleur à un circuit d'eau froide et cède de la chaleur à l'eau chaude qui circule dans le sol de l'habitation.

Le fréon décrit un cycle :

- le fréon gazeux sort du compresseur à la température  $T_3$  et sous la pression  $p_1$  (compression adiabatique) ;

- dans le condenseur, le fréon se refroidit, puis se liquéfie complètement sous la pression de vapeur saturante  $p_1$  et à la température  $T_1$  ;

- en traversant le détendeur, le fréon subit une détente adiabatique et isenthalpique passant de  $(T_1, p_1)$  à  $(T_2, p_2)$  ; cette détente s'accompagne d'une vaporisation partielle du liquide.

- dans l'évaporateur, il subit une évaporation complète sous la pression de vapeur saturante  $p_2$  et à la température  $T_2$  ;

Tous les calculs seront réalisés pour une masse  $m=1\text{kg}$  de fréon et on pose :

-  $L_v(T)$  : chaleur latente de vaporisation du fréon ;

-  $c_l$  : capacité thermique massique du fréon liquide, supposée indépendante de T et p.

- le fréon gazeux est assimilable à un gaz parfait de masse molaire M et pour lequel  $\gamma = 1,20$  ;

- l'installation fonctionne en régime permanent et on néglige l'énergie cinétique macroscopique ainsi que l'énergie potentielle de pesanteur ;

- le volume massique  $V_l$  du fréon liquide est indépendant de la pression et de la température ;

#### Données :

$T_2 = 273K$  ;  $T_1 = 305K$  ;  $p_2 = 5.10^5\text{Pa}$  ;  $p_1 = 12,65.10^5\text{Pa}$  ;  $c_l = 1,38\text{kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$  ;  $L_v(T_2) = 205\text{kJ.kg}^{-1}$  ;  $L_v(T_1) = 175\text{kJ.kg}^{-1}$  ;  $V_l = 0,75\text{dm}^3.\text{kg}^{-1}$  ;  $M=86,5.10^{-3}\text{kg.mol}^{-1}$ .

#### 1) Etude de la compression

a) Le fréon reçoit une quantité de chaleur  $Q$  et un travail  $W$  quand il traverse le compresseur. En appliquant le premier principe à un système que l'on définira soigneusement, montrer que la variation d'enthalpie du fréon est  $\Delta H = W + Q$ .

b) La compression est adiabatique et réversible. Déterminer  $T_3$  et le travail en fonction des données. Faire l'application numérique.

2) Passage dans le condenseur. Calculer la quantité de chaleur  $Q_1$  échangée par le fréon. Calculer  $\Delta S$ .

3) Passage dans le détendeur.

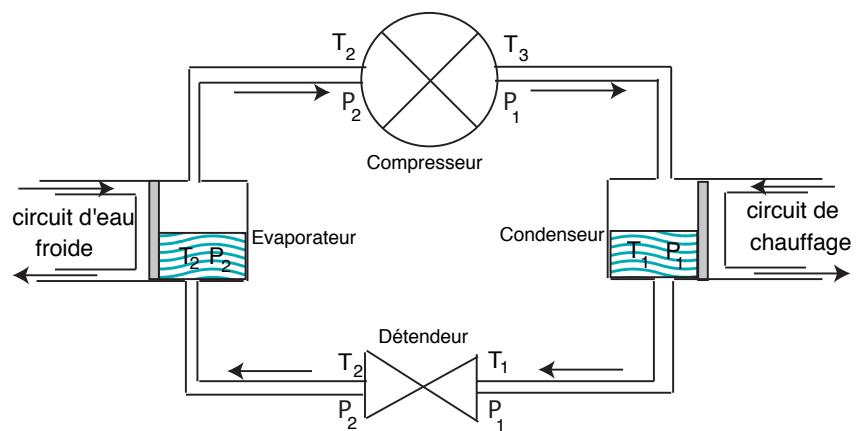
a) Montrer que la détente est isenthalpique.

b) En déduire la fraction massique  $x$  du fréon gazeux à la sortie du détendeur. Calculer  $\Delta S$ .

4) Passage dans l'évaporateur. Déterminer la quantité de chaleur  $Q_2$  échangée par le fréon. Calculer  $\Delta S$ .

5.a) Vérifier le bilan énergétique sur le cycle.

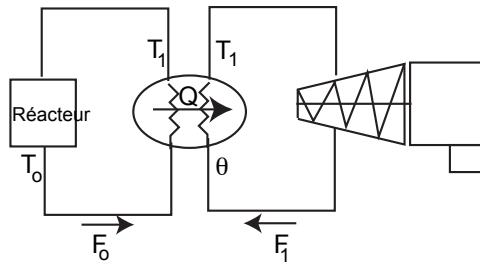
5.b) Le compresseur est entraîné par un moteur électrique de rendement électromécanique  $r=0,8$ . Définir l'efficacité de cette pompe à chaleur et l'évaluer.



### Exercice 211

Mines 07- Tessier

Un fluide  $F_o$  sort d'un réacteur à la température  $T_o$ , il arrive dans un échangeur et en ressort à la température  $T_1$ . Il échange une chaleur  $Q_1$  avec le fluide  $F_1$  qui entre dans l'échangeur à une température  $\theta$  et en ressort à la température  $T_1$ . L'échange thermique se déroule à pression constante. Il traverse enfin une turbine et repasse par l'échangeur.



Pendant tout ce problème, on considérera une masse  $m$  de fluide  $F_o$ . On considère également que les capacités thermiques à pression constante des fluides  $F_o$  et  $F_1$  notées respectivement  $c_{po}$  et  $c_{p1}$  sont indépendantes de la température et que le travail des différentes forces de frottements dans le réacteur, l'échangeur, la turbine et les tuyaux est nul.

1) Déterminer  $Q_1$  en fonction de  $T_o$ ,  $T_1$  et  $c_{po}$ . Déterminer une relation entre les débits massiques des fluides  $F_o$  et  $F_1$  notés respectivement  $q_{mo}$  et  $q_{m1}$  ainsi que  $c_{po}$ ,  $c_{p1}$ ,  $T_1$ ,  $T_o$  et  $\theta$  en considérant que l'échangeur fonctionne de manière idéale.

2) Calculer les variations d'entropie  $\Delta S_o$  et  $\Delta S_1$ .

3) En considérant un cycle de Carnot effectué par le fluide  $F_1$ , déterminer le travail  $W_1$  fourni par la turbine en fonction de  $Q_1$ ,  $T_1$  et  $\theta$ .  $T_o$  et  $\theta$  étant donné, déterminer la valeur de  $T_1$  pour que  $W_1$  soit maximal. Quelle est alors la valeur maximale  $W_{max}$  de  $W_1$ ? Calculer la chaleur  $Q'$  échangée avec l'extérieur.

4) Donner les valeurs de  $\Delta S_o$  et  $\Delta S_1$ . On trouve que  $\Delta S_{tot} > 0$ . Commenter ce résultat.

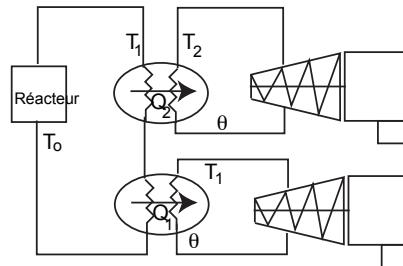
5) Que devient  $Q_1$  si le fluide  $F_o$  passe de la température  $T_o$  à  $\theta$  à la traversée de l'échangeur. Donner la valeur du nouveau rendement  $\eta$ . La comparer avec  $\eta_o$ .

6) On considère maintenant le système ci-contre :

Déterminer le travail total  $W = W_1 + W_2$ . Pour quelles valeurs des température  $T_1$  et  $T_2$   $W$  est-il maximal ?

7) Déterminer le rendement  $\eta'$ .

8) Étendre le résultat précédent à  $n$  échangeurs. Que devient le rendement lorsque  $n$  tend vers l'infini ?



### Exercice 212

Mines 09 - Cotty

On étudie un complexe piscine-patinoire reliés par une pompe à chaleur supposée réversible. Au départ, on dispose de deux étendues d'eau à  $T_o = 20^\circ\text{C}$ . A la fin, la piscine est à  $T_1$  et la patinoire à  $T_2 = -5^\circ\text{C}$ .

1) Quel est le travail fourni à la pompe à chaleur pour obtenir la glace à  $T_2$  ?

2) Quelle est alors la température  $T_1$  de l'eau de la piscine ?

Données :

chaleurs massiques de l'eau liquide  $c_l = 4,2 \text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$  et de la glace  $c_g = 2,1 \text{ kJ.kg}^{-1}.K^{-1}$ .

chaleur latente de fusion de la glace  $L_f = 334 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

dimensions de la piscine (en m) 50x20x3 et de la patinoire 50x20x0,3.

### Exercice 213

ENS 07- Etesse

Connaissez-vous le principe d'une chauffette ? Utilisation : on dispose d'un matériau initialement solide, on le place au micro-ondes à environ  $90^\circ\text{C}$ , le matériau devient liquide, on le remet à température ambiante, il reste liquide. Puis, lorsque l'on veut l'utiliser, on le frictionne, il redevient solide et dégage de la chaleur durant un certain temps. Expliquez les phénomènes physiques en jeu.

*Petit sondage de fin :* Quelle est la longueur d'onde du rouge ? Du bleu ? Diamètre d'un cheveux ? Hauteur de la tour Eiffel ? Fréquence du courant EDF ? Fréquence du la (musique) ?

### Exercice 214

INT 08 - Soulard

On considère une gaine cylindrique de rayon intérieur  $R_1$  et de rayon extérieur  $R_2$ . Dans le cylindre intérieur se trouve un matériau de température  $T_1$ . L'extérieur est à la température  $T_2$ .

Calculer le flux thermique traversant la gaine. On donne  $R_1=2\text{cm}$ ,  $R_2=4\text{cm}$  et  $K = 0,5 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$ .

### Exercice 215 Centrale 09 - Bellec

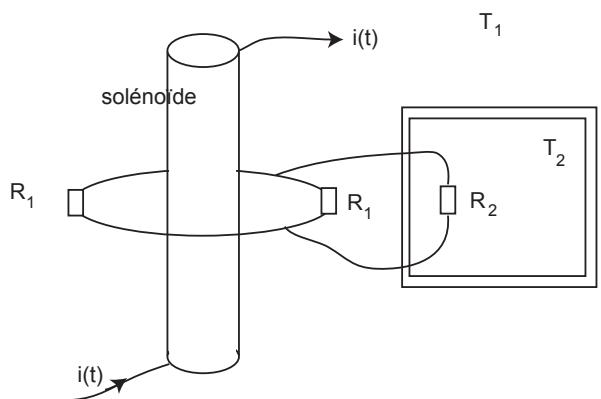
Un solénoïde de longueur  $l$  comporte  $N$  spires. Il est parcouru par un courant  $i(t)$  de période  $\tau$ , de valeur moyenne nulle, en dents de scie de pente  $\pm k$ . On négligera les effets de bord ainsi que l'auto-induction, et on donne le champ magnétique sur l'axe du solénoïde :  $B = \mu_0 N i(t)/l$ .

Une boucle de courant entoure le solénoïde. Elle comprend deux résistances de même valeur  $R_1$ . En parallèle se trouve une résistance  $R_2$ .

$R_2$  est située dans un thermostat de surface extérieure  $S$ , d'épaisseur faible  $e$ , de conductivité thermique  $\lambda$ , contenant un gaz à température uniforme  $T_2$ . L'extérieur du thermostat est à température uniforme  $T_1$ .

Un thermomètre différentiel mesure  $\delta T = T_2 - T_1$ . On attend d'être en régime permanent, c'est-à-dire que  $\delta T$  soit constant.

- 1) Décrire qualitativement les phénomènes observés.
- 2) Quelle doit être la valeur de  $R_2$  pour que  $\delta T$  soit maximale ?



### Exercice 216 Centrale 08 - Gachet

Données : capacité calorifique massique de la glace  $c_g = 2,1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , de l'eau liquide  $c_l = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , chaleur latente de fusion de la glace  $L_f = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

- 1) On prend une masse  $m=100\text{g}$  de glace dans un congélateur à  $-10^\circ\text{C}$  et on les met dans une pièce à  $25^\circ\text{C}$ . Quelle est l'entropie créée ?
- 2) On fait l'opération inverse. L'entropie créée sera-t-elle plus grande ou plus faible ?
- 3) Quel est le travail reçu par le congélateur dans l'opération du 2) ?

### Exercice 217 Centrale 10 - Thiberville

On considère un cylindre infini de rayon  $d$  plongé dans un fluide à la température  $T_f$ . Le cylindre de masse volumique uniforme  $\rho$  et de capacité thermique  $c_p$  est initialement à la température  $T_0$ . On note  $\theta = T - T_f$  et  $\theta_0 = T_0 - T_f$ .

- 1) De quelles variables dépend  $\theta$ .
- 2) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $\theta$ . On pose  $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ . Dimension de  $\alpha$ .
- 3) On pose  $\theta = f(r)g(t)$ . En déduire l'existence d'une constante strictement positive  $k$ , dont le carré apparaît dans l'équation différentielle.
- 4) En déduire  $g$ .
- 5) Calculer  $a_n$ , où  $f(r) = 1 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n r^n$ .
- 6) On exprime  $f$  à l'ordre 4 :  $\theta = (1 - \frac{k^2 r^2}{4} + \frac{k^4 r^4}{64})e^{-ak^2 t}$ . On note  $h$  le coefficient de transfert conducto-convectif avec le fluide. Trouver une relation entre  $h$ ,  $k$ ,  $d$  et  $\lambda$ . L'exprimer en fonction des coefficients adimensionnés  $m = kd$  et  $B = \frac{hd}{\lambda}$ . Quel est le sens physique de  $B$  ?
- 7) Exprimer les possibles différentes valeurs de  $n$ .
- 8) Réexprimer  $\theta$ . Problème ?

*Le problème est que pour  $t=0$ ,  $\theta$  dépend de  $r$ . Pour résoudre ce problème, il faut garder l'expression complète de  $f$ .*

### Exercice 218 Centrale 07 - Raffard

Un solide de capacité thermique  $C$ , à la température  $T_1$ , est mis en contact avec un mélange eau liquide-glace à  $T_o = 273\text{K}$  sous  $P^o = 1\text{bar}$ , de fraction massique  $x_i$  en glace. Le tout est isolé.

Donnés : chaleurs massiques à pression constante de l'eau  $c_l = 4,18 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , de la glace  $c_g = 2,1 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ , la chaleur latente de fusion de la glace  $L_f = 335 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

- 1) Montrer que trois phénomènes différents peuvent se produire suivant les valeurs de  $T_1$ . Déterminer les deux valeurs critiques de  $T_1$ .
- 2) Calculer la température finale  $T_2$  dans les trois cas, et éventuellement la fraction massique  $x_2$  de la glace. Calculer  $\Delta S_{total}$
- 3) Dans le cas où  $T_1 = 373\text{K}$ ,  $x_i = 0,4$ ,  $C = 420 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $m=100\text{g}$ , calculer  $\Delta S$ . Commenter.

### Exercice 219 Mines 10 - Caillé

(sans préparation) Données : enthalpie de vaporisation de l'eau :  $L_s = 2675 \text{ kJ/kg}$ ; pressions de vapeur saturante de l'eau :  $P_s(24^\circ\text{C})=3000 \text{ Pa}$  et  $P_s(19^\circ\text{C})=2250 \text{ Pa}$ .

$$\text{On définit le taux d'humidité de l'air : } x = \frac{P_{eau}}{P_s}.$$

L'air entre sous 1bar à  $24^\circ\text{C}$ , effectue une détente de Joule-Thomson à travers un coton humide et sort à  $19^\circ\text{C}$ , sous 1 bar et 100% d'humidité. Calculer le taux d'humidité à l'entrée.

### Exercice 220 Mines 07 - Raffard

Dans une enceinte adiabatique de volume constant contenant initialement une masse  $m_1=10 \text{ g}$  d'air à  $1000^\circ\text{C}$  sous  $P_1=10 \text{ bar}$ , on introduit 1g d'eau liquide prise à  $100^\circ\text{C}$  et  $P^o=1 \text{ bar}$ . On donne la chaleurs massiques de l'eau  $c_l = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.K^{-1}$ , la chaleur latente de vaporisation de l'eau  $L_v(100^\circ\text{C}) = 2224 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . L'air et la vapeur d'eau sont considérés comme des gaz parfaits.

- 1) Déterminer la température finale  $T_f$ .
- 2) Déterminer la pression finale  $P_f$ .
- 3) Calculer la variation d'entropie.

### Exercice 221 Centrale 07- In

On fabrique de la neige artificielle en lançant des gouttes d'eau de température initiale  $T_i = 10^\circ\text{C}$  dans l'air à la température  $T_s = -15^\circ\text{C}$ . La goutte est modélisée par une sphère de rayon  $R=0,2 \text{ mm}$  et de température uniforme.

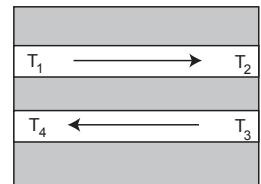
On donne la masse volumique de l'eau liquide  $\rho_l = 1 \text{ kg.L}^{-1}$ , celle de la glace  $\rho_g = 0,92 \text{ kg.L}^{-1}$ , les chaleurs massiques à pression constante de l'eau  $c_l = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.K^{-1}$ , de la glace  $c_g = 2,1 \text{ J.g}^{-1}.K^{-1}$ , la chaleur latente de fusion de la glace  $L_f = 335 \text{ kJ.kg}^{-1}$  et le coefficient d'échange conducto-convectif entre l'eau (ou la glace) et l'air  $h = 65 \text{ W.K}^{-1}.m^{-2}$ . Le flux thermique sortant de l'eau est normal à sa surface et s'écrit  $d\phi_{th} = h(T(t) - T_s)ds$

- 1) Calculer le temps que va mettre la goutte pour atteindre la température de surfusion  $T_e = -5^\circ\text{C}$ .
- 2) Lorsque la surfusion cesse, la température passe à  $0^\circ\text{C}$  et il reste une fraction  $x$  de la goutte sous forme liquide. On suppose la transformation adiabatique car très rapide. Calculer  $x$ .
- 3) Calculer le temps nécessaire à la solidification du reste de la goutte.

### Exercice 222 TPE 09 - Pengam

On étudie un échangeur thermique en régime permanent. On néglige les variations d'énergie mécanique. L'échangeur est globalement calorifugé et la pression  $P$  y est constante. Le gaz qui le traverse est un gaz parfait diatomique et suit le trajet ci-contre :

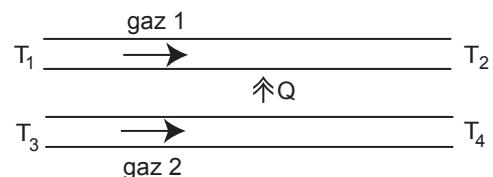
- 1) En appliquant le premier principe à un système fermé que l'on définira, trouver deux relations entre  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$ .
- 2) On donne  $T_1 = 300 \text{ K}$  et  $T_3 = 90 \text{ K}$ . Comment en déduire  $T_2$  et  $T_4$  ?



### Exercice 223 TPE 08 - Le Coz

Un échangeur thermique est constitué par deux gaz en écoulement échangeant une quantité de chaleur  $Q$ .

- 1) Trouver 2 relations reliant  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$ .
- 2)  $T_1$  et  $T_3$  étant fixées, en déduire  $T_2$  et  $T_4$ .



### Exercice 224 CCP 11 - Belhadj

- 1) On considère la vitre de la figure 1 en régime stationnaire. Elle a une surface  $S$ , une épaisseur  $e$  et une conductivité thermique  $\lambda$ .

a) Donner le profil de température dans la vitre.

b) Déterminer la puissance thermique  $P_1$  transmise à l'extérieur en fonction de  $e$ ,  $S$  et  $\lambda$ .

c) Résistance thermique  $R_1$  ?

- 2) On considère le double vitrage de la figure 2 en régime stationnaire.

a) Déterminer la puissance thermique  $P_2$ .

b) Déterminer  $R_2$ .

c) Calculer  $\frac{P_2}{P_1}$  en fonction de  $\lambda_{air}$  et  $\lambda$ . A.N. $\lambda = 1 \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$  et  $\lambda_{air} = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ W.m}^{-1}\text{K}^{-1}$

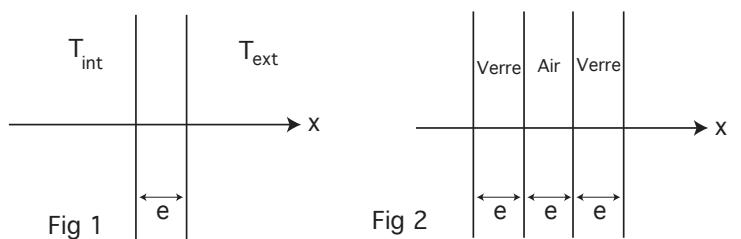


Fig 1

Fig 2

### Exercice 225 Centrale 08 - Rioche + Le Ster

On dispose de 0,10 mol d'un gaz parfait dans un cylindre de section  $S = 10\text{cm}^2$  muni d'un piston et dont le fond est une paroi de verre d'épaisseur  $e = 2\text{mm}$  de conductivité thermique  $\lambda = 1\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ . Le reste du cylindre et le piston sont adiabatiques. Au niveau des faces de la paroi de verre on a des transferts convectifs avec  $h = 100\text{W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$ . La température extérieure est  $T_{ext} = 20^\circ\text{C}$  et la température du gaz intérieur est  $T_{int} = 30^\circ\text{C}$ .

1) Calculer la résistance thermique du verre. Interpréter le résultat. Pourquoi  $R_{th}$  diminue quand  $S$  augmente ? Pourquoi  $R_{th}$  augmente quand  $e$  augmente ? Quand peut-on dire que deux parois sont en parallèle ? en série ?

2) On réalise une compression isotherme quasi-statique du gaz. Exprimer la vitesse du piston en fonction de son déplacement  $x$ .

3) Calculer le temps nécessaire à la compression de 1bar à 2 bar.

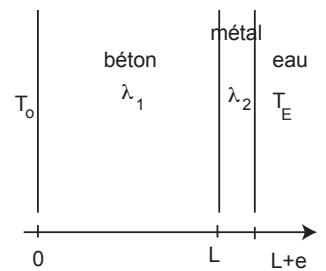
### Exercice 226 Centrale 09 - Ozenne

Une réaction exothermique se produit dans le béton et dégage une puissance volumique  $P = 60\text{W.m}^{-3}$ . On donne les conductivités thermiques du béton  $\lambda_1 = 1\text{W.K}^{-1}\text{m}^{-1}$  et du métal  $\lambda_2 = 80\text{W.K}^{-1}\text{m}^{-1}$ .  $L=1\text{m}$  et  $e=1\text{cm}$ . La paroi en  $x=0$  est isotherme à température  $T_o$ . La paroi métallique est arrosée avec de l'eau à température  $T_E$ .

1) Condition sur  $T_o - T_E$  pour que la température du béton reste toujours inférieure à  $T_o$  ?

2) Quelle est la température maximale du béton si  $T_o = 20^\circ\text{C}$  et  $T_E = 10^\circ\text{C}$  ?

3) Que faut-il pour qu'on puisse considérer la paroi métallique comme isotherme ?



### Exercice 227 Centrale 11 - Morvan

On considère une tige de section  $s$ , de longueur  $l$ , de masse volumique  $\rho$ , de capacité calorifique  $C_p$  et de conductivité thermique  $\lambda$ . Les parois latérales sont calorifugées, l'extrémité en  $x=0$  est en contact avec un thermostat à  $T_1$  et l'extrémité en  $x=l$  en contact avec un thermostat à  $T_2$ . On se place en régime permanent.

1) Que vérifie le flux thermique ?

2) Déterminer  $T(x)$ .

3) On considère une tranche de longueur  $dx$  de la tige. Que vaut la variation d'entropie de cette portion ? Déterminer l'entropie créée pendant un intervalle de temps  $dt$ . Conclure.

On retire à présent les deux thermostats et on calorifie les extrémités. On attend ensuite l'équilibre thermique de la tige (toujours à pression constante).

4) Quelle est la température d'équilibre ? (Justifier)

5) Calculer la variation d'entropie entre le calorifugeage et l'équilibre. Que peut-on en dire ?

### Exercice 228 CCP 11 - Riffaut

Soient deux cylindres coaxiaux de rayons respectifs  $r_1$  et  $r_2 > r_1$ . Le matériau entre les deux cylindres a une conductivité thermique  $\lambda$ .

1) Donner la forme du vecteur densité de flux thermique  $\vec{j}_Q$ . Quelle est sa direction ?

2) Exprimer la résistance thermique du matériau.

### Exercice 229 Mines 11 - Crépin

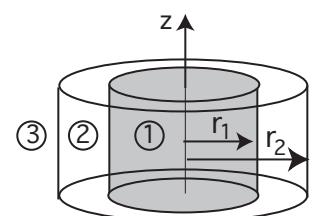
(sans préparation à 5 min de la fin) Soit une gaine cylindrique creuse de longueur  $L$ , de rayon intérieur  $R_1$  et extérieur  $R_2$ , de conductivité thermique  $\lambda$ . La température de la face interne est  $T_1$  et celle de la face externe  $T_2$ . Calculer la puissance thermique évacuée.

### Exercice 230 Mines 11 - Plessis

On considère une enceinte chauffante : deux cylindres concentriques de rayons  $r_1$  et  $r_2 > r_1$  délimitent trois zones, chacune constituée d'un solide de masse volumique  $\mu_i$ , capacité thermique  $c_i$  et conductivité thermique  $\lambda_i$ . De plus, la zone  $r_1 < r < r_2$  produit une puissance volumique  $p$ . On suppose que  $T$  tend vers  $T_o$  pour  $r \rightarrow 0$ .

Déterminer  $T(r)$  en régime permanent et la tracer. Qu'observe-t-on pour  $0 < r < r_1$  ?

Un formulaire d'analyse vectorielle est disponible et les unités de  $\mu$ ,  $c$  et  $\lambda$  fournies.



### Exercice 231 TelecomSudP 11 - Mousset

On considère un cylindre de rayon  $R_1$  à la température constante  $T_1$  entouré d'un gaine de rayon  $R_2$ , de conductivité thermique  $\lambda$ , et échange à la surface avec un coefficient  $h$  (température ambiante  $T_a$ ). Déterminer la température dans la gaine.

**Exercice 232** CCP 11 -Guyader

Un fil cylindrique de rayon  $a$ , de longueur  $l$ , d'axe  $Oz$  est parcouru par une intensité  $I$ , de vecteur densité de courant  $\vec{j} = j\vec{e}_z$ . Il a une résistivité électrique  $\rho$  et une conductivité thermique  $\lambda$ .

Ce fil est entouré d'une gaine d'épaisseur  $e$  de conductivité thermique  $\lambda'$ . On note  $\vec{j}_Q$  le vecteur densité de courant thermique dans la gaine. On se place en régime permanent.

- 1) Déterminer  $\vec{j}_Q$  dans la gaine (faire un bilan de puissance sur un cylindre entre  $r$  et  $r + dr$  pour  $r < a$ ).
- 2) Expression de  $T(r)$  dans la gaine.

**Exercice 233** Mines 10 - Goblot

A  $t=0$ , la température  $T_2$  dans le demi-espace  $x \geq 0$  est uniforme. Ce milieu a une capacité thermique  $c_2$ , une masse volumique  $\rho_2$  et une conductivité thermique  $\lambda_2$ . On maintient la température  $T_o$  constante dans le demi-espace  $x \leq 0$ .

1) Déterminer  $T(x, t)$  pour  $t > 0$  dans le milieu (2). On cherchera une solution de la forme  $T = f(u)$  avec  $u = \frac{x}{2\sqrt{at}}$  où  $a$  est la diffusivité thermique.

2) En déduire la température à l'interface lorsqu'on met 2 solides en contact en fonction de  $c_1, c_2, \rho_1, \rho_2, \lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

**Exercice 234** Centrale 10 - Malherbe

Quatre aventuriers construisent un igloo pour passer la nuit polaire. Chaque aventurier émet une puissance de 60W. La température de l'air extérieur est de  $-10^\circ\text{C}$  et ils veulent obtenir une température intérieure supérieure à  $0^\circ\text{C}$ . Le coefficient de convection avec la surface de la glace est  $h_i = 5\text{W.m}^{-2}\text{K}^{-1}$ .

- 1) Pour que l'épaisseur de l'igloo ne soit pas trop importante, faut-il construire un igloo de faible ou de fort rayon intérieur ? ( c'est un argument simple qui est attendu) Quelle est l'influence du vent ?
- 2) Proposer une configuration si  $h_e = 10\text{W.m}^{-2}\text{K}^{-1}$  ou si  $h_e = 100\text{W.m}^{-2}\text{K}^{-1}$ , en faisant en sorte que les aventuriers aient assez de place pour s'allonger côté-à-côte. Conductivité thermique de la glace :  $\lambda = 2\text{W.m}^{-1}\text{.K}^{-1}$ .
- 3) On tient maintenant compte des effets de rayonnement. Définir un coefficient convectif équivalent, compte tenu de la faible différence des températures. Doit-on mettre les résistances en série ou en parallèle ?

**Exercice 235** Mines 09 - Fréour

On considère une succession de  $(N+1)$  plaques infinies parallèles de températures  $T_i$ , séparées par des matériaux d'épaisseur  $e_i$ , de masse volumique  $\mu_i$ , de conductivité thermique  $\lambda_i$  et de capacité thermique massique  $c_i$ .

- 1) En régime permanent, donner  $T_i$  en fonction des données et de  $T_0$  et  $T_N$ .
- 2) Calculer l'entropie créée par unité de temps  $\frac{dS}{dt}$ .

**Exercice 236** Centrale 10 - Ruffio

Modélisation d'une pièce dont un mur avec fenêtre est en contact avec l'extérieur de température  $T_b = 5^\circ\text{C}$  et les trois murs intérieurs en contact avec un autre milieu de température  $T_c = 16^\circ\text{C}$ . Les trois murs ont une surface totale  $S_3 = 20\text{m}^2$ . Le mur vitré a une surface  $S_1 = 10\text{m}^2$  sans la vitre. La vitre a une surface  $S_2 = 2\text{m}^2$ . L'intérieur de la pièce est à température  $T_a$ . Sa capacité calorifique est  $C$ . Les murs intérieurs ont une épaisseur  $e_3 = 20\text{cm}$ . Le mur extérieur a une épaisseur  $e_1 = 30\text{cm}$  et la vitre une épaisseur  $e_2 = 6\text{mm}$ . On donne les conductivités thermiques de la vitre  $\lambda_1 = 1\text{W.K}^{-1}\text{.m}^{-1}$  et du béton  $\lambda = 2\text{W.K}^{-1}\text{.m}^{-1}$ . Les 4 murs et la vitre effectuent des échanges par convection avec l'air de coefficient  $h = 5\text{W.K}^{-1}\text{.m}^{-2}$ .

- 1) Déterminer la puissance  $P$  à fournir au local pour maintenir sa température constante à  $T_a$ . Tracer  $P(T_a)$ .
- 2) On chauffe avec une puissance  $P$  fixée pour maintenir la température à  $T_o$ . Quand la température atteint  $T_o - 1^\circ\text{C}$ , on allume le chauffage et quand on atteint  $T_o + 1^\circ\text{C}$  on l'éteint. Déterminer  $P$  pour que les temps d'allumage et d'extinction du chauffage soient les mêmes. Donner la période de  $T(t)$ . On utilisera l'approximation des régimes quasi-stationnaires.

**Exercice 237** Centrale 09 - Pengam

On étudie un fusible modélisé par un fil cylindrique en plomb ( rayon  $a$ , longueur  $L$ ), parcouru par un courant  $I$ , entouré d'une gaine en silice isolante. On se place en régime permanent.

On donne les valeurs numériques suivantes :  $L = 3\text{cm}$ ,  $\lambda = 35\text{W.K}^{-1}\text{.m}^{-1}$ ,  $\gamma = 5.10^6\text{S.m}^{-1}$ ,  $I_{max} = 10\text{A}$ .

Les deux extrémités du fusible sont maintenues à température  $T_o = 300\text{K}$ . La température de fusion du plomb est  $T_f = 600\text{K}$ .

- 1) Déterminer  $T(x)$  le long du cylindre. En déduire le rayon maximal  $a_M$  du fusible.
- 2) Calculer l'entropie créée par unité de temps.

### Exercice 238

Centrale 10 - Le Meur

Chaudage d'un billard : on considère un billard de longueur 2,4 m et de largeur 1,2m. On donne  $e_1 = e_2 = 5\text{cm}$ ;  $e_3 = 2\text{mm}$ .

Conductivités thermiques du tapis et de la partie chauffante  $\lambda_1 = 1\text{W.K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ , du marbre  $\lambda_3 = W\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$

Température à la surface du tapis :  $T_p = 40^\circ\text{C}$ ;

Température de l'air :  $T_a = 20^\circ\text{C}$ ;

Coefficient de Newton pour convection entre le tapis ou la partie chauffante et l'air :  $h = 10\text{W.m}^{-2}\text{K}^{-1}$ .

- 1) Température en  $e_1$  ?
- 2) Température  $T(x)$  dans la partie chauffante ?
- 3) Puissance dissipée par effet Joule dans la partie chauffante ?

### Exercice 239

CCP 10 - Jumppertz + Ruffio

Soit un tube cylindrique de rayon  $a$ , de longueur  $l \gg a$  et de conductivité thermique  $\lambda$ . Le tube échange avec l'extérieur à température  $T_o$  un flux conducto-convectif de coefficient  $h$ . Les extrémités en  $x = 0$  et  $x = l$  sont respectivement maintenues à  $T_1$  et  $T_2$ . On se place dans le cas où  $T_1 > T_2 > T_o$ .

- 1) En régime permanent, exprimer  $\delta Q_{ext}$  d'une tranche entre  $x$  et  $x + dx$ .
  - 2) Faire un bilan thermique pendant un intervalle de temps  $dt$ .
  - 3) Exprimer  $T(x)$  en fonction de  $a$ ,  $\lambda$  et  $h$ .
  - 4) On donne sur la figure 1 les courbes correspondant à 3 valeurs de  $h$ . Pour quelle courbe  $h$  est-il le plus élevé ? Justifier.
  - 5) On assimile la tranche de longueur  $dx$  de la tige au circuit électrique ci-contre.
- a) Expression de  $G_{fuite}$  en fonction de  $a$ ,  $\lambda$  et  $h$ .  
b) Expression de  $R_{cond}$ .

### Exercice 240

Mines 11 - Borissov

On considère un fil de longueur  $L$  et de rayon  $r$ . Les deux extrémités sont à  $T = T_e$ . Le fil est parcouru par un courant d'intensité  $I$ . Il est aussi en contact avec un fluide en écoulement et échange un flux  $d\varphi = h_e(T - T_e)dS$ . La résistivité du fil est  $\rho = \rho_o(1 + e(T - T_e))$ . Les constantes  $h_e$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $c_p$ ,  $r$ ,  $L$ ,  $e$  sont indépendantes de la température.

- 1) Etudier la distribution de la température dans le fil.
- 2) A l'aide d'une application numérique, déterminer le type de solution (exponentielle ou sinusoïdale).

### Exercice 241

CCP 10 - Pelletier

On considère un barreau cylindrique d'uranium de diamètre  $D_2$ , de coefficient conducto-diffusif  $k$ . Des réactions nucléaires dégagent à l'intérieur une puissance volumique  $q$ .

1) A l'extérieur du barreau (à distance  $D_2/2$ ), la température est  $\theta = \theta_o = 200^\circ\text{C}$ . Déterminer la température  $\theta(r)$  à l'intérieur du barreau et  $\theta_{max}$ . AN avec  $D_2 = 5\text{cm}$ ,  $k = 27\text{W.m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$  et  $q = 200\text{MW.m}^{-3}$ .

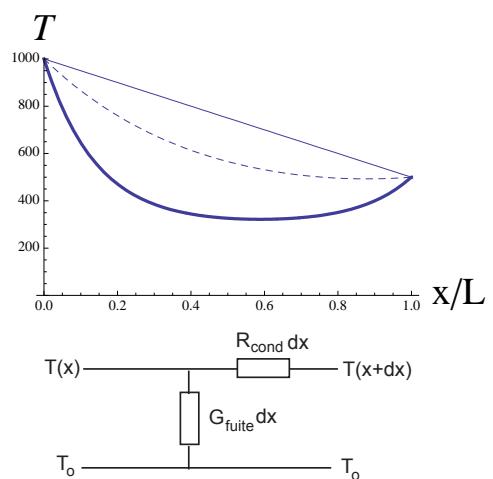
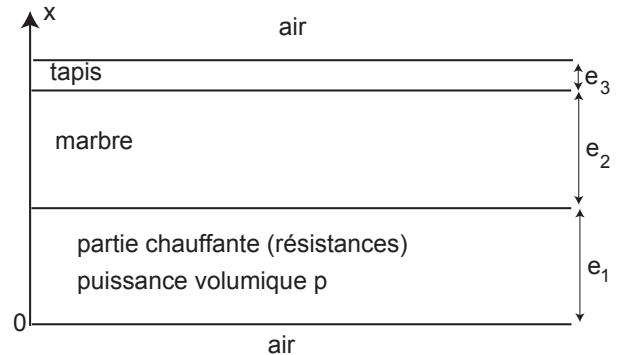
2) La température de fusion du barreau est de  $1232^\circ\text{C}$ . On considère donc maintenant le même cylindre creux de diamètre intérieur  $D_1 = 2\text{cm}$ , sans échanges thermiques avec l'intérieur. Déterminer  $\theta(r)$  dans le barreau et  $\theta_{max}$ .

### Exercice 242

CCP 09 - Pengam

Un fusible est modélisé par un fil cylindrique de longueur  $l$ , de rayon  $a \ll l$ , de conductivité électrique  $\gamma$  et de conductivité thermique  $\lambda$ . Il est parcouru par un courant d'intensité  $I$  constante. On se place en régime permanent et on suppose que  $\vec{j}_{cd}$  est radial.

- 1) On néglige les transferts convectifs.
  - a) Exprimer la direction et le sens du vecteur de conduction thermique.
  - b) En effectuant un bilan thermique sur un volume d'épaisseur  $dr$ , établir le profil de  $T(r)$ .
  - c) Déterminer  $T_{max}$ .
- 2) On prend en compte les transferts par convection à la surface du cylindre.
  - a) Déterminer le nouveau vecteur  $\vec{j}_{th}$ .
  - b) Déterminer  $T(r)$ .



**Exercice 243** CCP 11 - Tazine

On s'intéresse à un cylindre de combustible de centrale nucléaire, de diamètre D plongé dans de l'eau à très haute pression, tel que la température de sa surface est maintenue constante égale à  $T_s$ . A l'intérieur se produisent des réactions de fission nucléaires qui libèrent une puissance volumique  $P_N$ .

- 1) Quelle est la direction du vecteur  $\vec{j}_Q$  ?
- 2) Trouver l'expression de  $\vec{j}_Q$  en faisant un bilan thermique sur un volume d'épaisseur dr en régime permanent.
- 3) Trouver le profil de température et la température maximale dans le cylindre. A.N.  $\lambda = 19 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  $D=29\text{mm}$ ,  $T_s = 200^\circ\text{C}$ ,  $P_N = 350 \text{ MW m}^{-3}$ ,  $T_f = 1130^\circ\text{C}$ . Le matériau peut-il supporter un tel échauffement ?
- 4) En réalité on utilise un cylindre creux dont la surface extérieure est calorifugée.
  - a) Déterminer le profil de température.
  - b) Montrer que le cylindre ne fond plus. On donne le diamètre intérieur :  $d=1\text{cm}$ .

**Exercice 244** Centrale 09 - Letellier

Soit deux cylindres coaxiaux de rayons  $R_1$  et  $R_2 > R_1$  et de longueur L. On se place en régime permanent. Le cylindre intérieur est rempli de fluide à  $T_o$ , l'extérieur est à  $T_1$ . Entre les deux cylindres se trouve un matériau de conductivité thermique  $\lambda$ . On suppose que  $T$  ne dépend que de la coordonnée radiale.

- 1) Calculer la résistance thermique par unité de longueur.
- 2) On note  $q$  transfert thermique massique,  $h_e$  enthalpie massique à l'entrée,  $h_s$  enthalpie massique à la sortie pour le fluide s'écoulant dans le cylindre intérieur. Montrer, par la même méthode que pour la détente de Joule-Thomson, que  $h_s - h_e = q$ .
- 3) Un fluide parcourt le cylindre intérieur avec un débit massique  $D_m$  constant. Il entre à  $T_e$  et sort à  $T_s$ . Calculer la longueur du cylindre.

**Exercice 245** TelecomSudP 11 - Le Coz

On considère une sphère d'uranium de rayon r et de conductivité thermique  $\lambda$ . Elle est placée dans l'atmosphère à température  $T_o$  et on admet que sa surface est à  $T_o$ . En raison des radiations, la sphère émet une puissance thermique volumique q. Calculer la température au centre de la sphère en régime permanent.

**Exercice 246** Mines 09 - Martin

Un mammifère, modélisé par une sphère de rayon R, est plongé dans un liquide de conductivité thermique  $\lambda$ . Le mammifère dégage une puissance volumique  $P_o$ . Très loin dans le fluide, la température est  $t = 20^\circ\text{C}$ .

Calculer  $P_o$  telle que la température de surface du mammifère se maintienne à  $30^\circ\text{C}$ .

Données :  $\lambda = 0,6 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ ,  $t = 20^\circ\text{C}$  et  $R=20\text{cm}$ .

**Exercice 247** Centrale 08 - Lanoë

Un mammifère marin est modélisé par une sphère de rayon R et de température uniforme  $T_i$ , entourée d'une couche de graisse d'épaisseur e et de conductivité thermique  $\lambda = 0,2 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ . On le place dans l'eau à la température  $T_e = 5^\circ\text{C}$ . On prendra le coefficient de la formule de Newton égal à  $300 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-2}$

1) Calculer la puissance thermique dissipée par l'animal pour maintenir sa température constante, avec  $e=1\text{cm}$ . Pourquoi n'existe-t-il pas de petits mammifères marins ?

2) Evaluer le temps de survie d'un homme qui a mangé 300g de pâtes, sachant que 100g représentent 1500kJ.

**Exercice 248** CCP 09 - Martin

1) Rappeler l'équation de la chaleur pour  $T(x,t)$ .

2) On pose  $T(x,t) = T_o + f(t)g(x)$ . Montrer que  $f$  ne peut pas être croissante. Expliciter la forme de  $T(x,t)$ .

3) Un solide situé entre les plans  $x = 0$  et  $x = l$  est plongé dans un bain à  $T_o$ .

On impose  $T(x,0) = T_o + (T_1 - T_o) \sin(\frac{\pi x}{l})$ .

Tracer  $T(x)$  à  $t = 0$ , à  $t$  quelconque, à  $t$  infini.

**Exercice 249** Centrale 10 - Petit

On considère une sphère de rayon R, de conductivité thermique  $\lambda$ , de masse volumique  $\mu$  et de capacité calorifique massique c. La sphère est totalement immergée dans un fluide de température constante et uniforme  $T_o$ . On note  $T(M,t)$  la température en un point M de la sphère à l'instant t et  $\theta(M,t) = T(M,t) - T_o$ .

1) De quel(s) paramètre(s) dépend  $\theta$  ?

2) Déterminer l'équation aux dérivées partielles vérifiée par  $\theta$ .

3) Chercher une solution de la forme  $\theta(r,t) = f(r)g(t)$ . On pourra poser  $f(r) = \frac{Z(r)}{r}$

### Exercice 250 Mines 10 - Aumont

(sans préparation) On assimile localement la terre à un demi espace infini  $x \geq 0$ , de chaleur massique  $c$ , de masse volumique  $\mu$  et de conductivité thermique  $K$ . On suppose qu'à la surface du sol ( $x=0$ ), la température varie en  $T = T_0 - T_1 \cos(\omega t)$ , avec  $T_0$  et  $T_1$  constantes (variations diurne/nocturne). On donne  $\mu = 3.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ ;  $c = 515 \text{ J.kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;  $K = 1 \text{ W.K}^{-1} \text{ m}^{-1}$ .

- Déterminer la répartition de température  $T(x,t)$  en régime permanent.

### Exercice 251 TPE 08 - Morici

On considère la conduction thermique entre deux sphères concentriques de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$  avec  $R_1 < R_2$ . L'espace entre les deux sphères est occupé par un matériau homogène et isotrope de conductivité thermique  $\lambda$  constante.

- Donner l'équation différentielle vérifiée par  $T(r,t)$  dans le matériau entre les deux sphères.

Dans la suite, on se place en régime permanent.

- Les deux sphères sont maintenues à des températures  $T_1 = T(R_1)$  et  $T_2 = T(R_2)$ .

- Déterminer  $T(r)$ .

- Exprimer la résistance thermique  $R_{th}$  après avoir fait une analogie avec l'électricité.

- On a toujours  $T(R_1) = T_1$  mais on ne suppose plus  $T(R_2) = T_2$  : la sphère extérieure est à présent en contact avec l'air extérieur à la température  $T_a$ . Un flux conducto-convectif se développe alors. Exprimer  $T(r)$ .

### Exercice 252 CCP 07- Dembri

On considère la conduction thermique entre deux sphères concentriques de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$  avec  $R_1 < R_2$ . L'espace entre les deux sphères est occupé par un matériau homogène et isotrope de conductivité thermique  $\lambda$  constante.

- Les deux sphères sont maintenues à des températures  $T_1$  et  $T_2$ . Déterminer la résistance thermique entre les deux sphères en régime permanent.

- Les deux sphères ont même capacité calorifique  $C$  et on considère leur température uniforme à chaque instant. Déterminer les lois  $T_1(t)$  et  $T_2(t)$  lorsque l'ensemble est isolé de l'extérieur. Quelle est la température finale atteinte ?

### Exercice 253 Centrale 08 - Morici

On considère deux corps ( $C_1$ ) et ( $C_2$ ) de même capacité calorifique  $C$ . Ils sont reliés par une tige de conductivité thermique  $\lambda$ . Cette tige est totalement calorifugée sauf aux deux extrémités en contact avec ( $C_1$ ) et ( $C_2$ ).

- Dans cette question, on considère que ( $C_1$ ) est à température  $T_1$  et ( $C_2$ ) à température  $T_2$ . Calculer l'entropie créée dans la tige en régime stationnaire.

- Dans cette question, on considère que l'ensemble ( $C_1$ ) + tige + ( $C_2$ ) est calorifugé. Initialement, ( $C_1$ ) est à température  $T_{10}$  et ( $C_2$ ) à température  $T_{20}$ . La tige a une capacité calorifique nulle. Les variations de température sont suffisamment lentes pour considérer un régime stationnaire dans la tige et des températures uniformes pour les deux corps. Calculer la variation totale d'entropie du système

- en ne tenant pas compte de la tige ;

- en tenant compte des propriétés thermiques de la tige (on pourra essayer de se ramener à l'équation trouvée en 1)).

### Exercice 254 Centrale 11 - Rostam

Machine à glaçons.

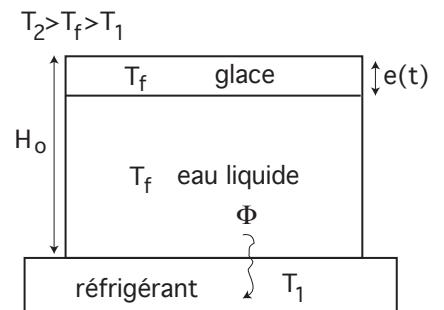
On dispose d'un bac d'eau de surface  $S$  à la température uniforme  $T_f$  (température de fusion de l'eau) de masse volumique  $\rho$ , de hauteur initiale  $H_o$ . On note  $e(t)$  l'épaisseur de la couche de glace qui se forme sur le dessus à l'instant  $t$ ; on note  $L$  la chaleur latente de fusion de la glace. La glace est également à la température constante  $T_f$ . Le réfrigérateur est à la température  $T_1 < T_f$ . On donne  $|\phi| = h|T_1 - T_f|$ .

- Le fluide réfrigérant subit un cycle ditherme : il est successivement à la température  $T_1$  puis à la température  $T_2 > T_1$  de l'air ambiant. Définir l'efficacité  $\eta$  du réfrigérateur. En déduire  $P_m$ , puissance mécanique fournie en fonction de  $\eta$ ,  $h$ ,  $S$  et des données thermodynamiques du texte.

- Exprimer  $de/dt$ . En pratique  $P_m$  augmente légèrement : expliquez.

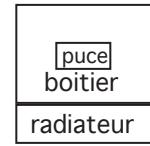
- Le modèle employé ici suppose une température constante et uniforme de l'eau et de la glace, ce qui n'est pas le cas en réalité. Pour se rapprocher de ce modèle, la conductivité thermique  $\lambda$  de l'eau doit-elle être très grande ou bien très petite ? Proposez une valeur limite.

- Exprimer  $\frac{de}{dt}$  en fonction de  $P_m$  quand on prend en compte la conductivité thermique  $\lambda$  de l'eau. Commenter.



### Exercice 255 Centrale 11 - Chouteau

Soit un composant, servant à obtenir une tension constante, modélisé par une puce encastrée dans un boîtier, posé sur un radiateur. On étudie la dissipation thermique par effet Joule de la puce.



1) Montrer qu'un milieu de conductivité infinie a une température uniforme.

2) On pose  $\phi = aS(T_1 - T_2)$ ,  $a$  dépendant du matériau,  $S$  surface de contact.

Déterminer la résistance thermique.

3) Faire un schéma des flux thermiques issus de la puce. En effectuant une analogie électrique, représenter ces flux à l'aide d'associations en série ou parallèle de résistances thermiques. Exprimer  $T_{puce}$  en fonction de  $T_{air}$  et  $T_{boîtier}$ .

4) On met le dispositif en marche et on mesure  $T_{boîtier} = f(t)$  en fonction du temps. On obtient  $f(t) = T_o(1 - \exp(-\frac{t}{\tau})) + T'_o$  avec  $T_o + T'_o = 81^\circ\text{C}$ ,  $T'_o = T(0) = 25^\circ\text{C}$ ,  $\tau = 2\text{ks}$ . La puce a consommé  $P = 9\text{W}$ . Déterminer la résistance équivalente du circuit boîtier → air.

5) On donne la capacité calorifique  $C$  du composant. Déterminer un équation différentielle vérifiée par  $T$ . Donner la résistance thermique totale puce → air.

### Exercice 256 Centrale 09 - du Boberil

De l'eau s'écoule dans un tuyau de conductivité thermique  $\lambda_1 = 2\text{W.K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$  en régime quasi-stationnaire. On observe la formation de glace (conductivité  $\lambda_2 = 1\text{W.K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ ).

1) Définir et calculer la résistance thermique du tuyau et de la glace de deux manières différentes.

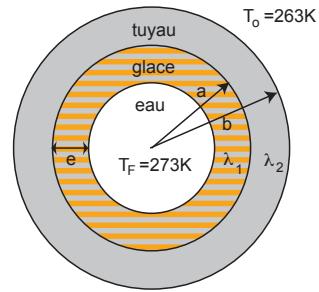
2) Montrer que la formation de la glace suit la loi :  $\tau \frac{de}{dt} + e = A$   
Expliciter  $\tau$  et  $A$ .

3) Il n'y a pas de glace à l'instant initial. Calculer le temps au bout duquel  $e = 1\text{mm}$ .

Questions orales :

- Loi de Fourier : connaissez-vous une démonstration ? Si oui, laquelle ? Sinon, pourquoi ? Est-ce un postulat ou une loi empirique ? Elle a donc des limites : domaine de validité ? Dans quel cas est-elle rigoureusement exacte ? Analogie électrique et approximation ?

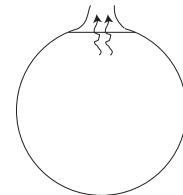
- Pour définir  $R_{th}$ , on prend  $\Delta T = \phi_{th} \cdot R_{th}$  ou  $\Delta T = -\phi_{th} \cdot R_{th}$ . Que faut-il préciser ? (toujours en s'aidant de l'analogie électrique).



### Exercice 257 Centrale 11 - Belhadj

On veut rafraîchir l'eau d'une amphore de rayon  $R$  par évaporation. On donne la masse volumique de l'eau  $\rho = 1\text{kg m}^{-3}$ ,  $\lambda = 0,6 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  $c = 4,18\text{kJ K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ ,  $L_v(T_o) = 2440\text{kJ kg}^{-1}$ . L'extérieur est à  $P^o = 1\text{bar}$  et  $T_o = 298\text{K}$  constantes.

1) On note  $\tau$  le temps caractéristique du phénomène d'évaporation. A quelle condition peut-on considérer que la température  $T(t)$  est uniforme à l'intérieur de l'amphore ?



2) Soit  $m$  la masse d'eau évaporée. La vitesse d'évaporation suit la loi  $\frac{dm}{dt}_{vap} = -KS$  avec  $K$  une constante et  $S$  la surface libre. Qu'en déduisez-vous ?

3) A partir de là, on peut utiliser Mathematica et les instructions suivantes :

$$S[z_-] = \pi(R^2 - z^2); V[z_-] = \text{Integrate}[S[z], \{z, R, 0\}]; Bilan1 = rho \frac{dV[z]}{dt} == -KS[z]; \text{Solve}[Bilan1, t]$$

3) On modélise le transfert thermique au niveau de la surface par la loi de convection de Newton, avec  $G_u$  la conductance surfacique. Calculer la puissance cédée par l'eau. En déduire une expression de  $T(t)$ .

4) L'amphore s'est vidée en 10 heures. Au bout de 6heures, elle s'est vidée du quart de sa hauteur. Calculer  $K$  et  $G_u$ .

5) Oralement : Relier le temps caractéristique et la distance caractéristique de l'uniformisation de température dans l'amphore.

### Exercice 258 Mines 07-Coiffec-Pennec

On considère un cylindre métallique infini de rayon  $a$ , parcouru par un courant d'intensité  $I$  uniformément réparti, parallèle à l'axe du cylindre. On note  $\rho$  sa masse volumique,  $\lambda$  sa conductivité thermique et  $\gamma$  sa conductivité électrique.

A la surface du cylindre, il existe un flux thermique surfacique vers l'air extérieur de la forme  $\varphi = h(T(a) - T_e)$ .

Déterminer la température en tout point du cylindre en régime permanent.

### Exercice 259 Mines 11 - Riffaut

On considère un cryostat sphérique rempli d'azote liquide ( $T_f = 77\text{K}$ ) de rayon  $R = 10\text{cm}$  entouré d'une couche de polystyrène d'épaisseur  $e = 5 \text{ cm}$ . On donne la conductivité thermique  $\lambda = 0,02\text{W.K}^{-1}.m^{-1}$  du polystyrène, ainsi que la masse volumique de l'azote liquide  $\rho = 0,8\text{g.cm}^{-3}$  et sa chaleur latente de vaporisation  $L_v = 199\text{kJ kg}^{-1}$ . Température extérieure : 300K.

- 1) Donner la loi de température dans le polystyrène.
- 2) Combien de temps va-t-on conserver l'azote ?
- 3) ( quelque chose avec le coefficient de Newton h et l'influence de l'air sur le polystyrène ).

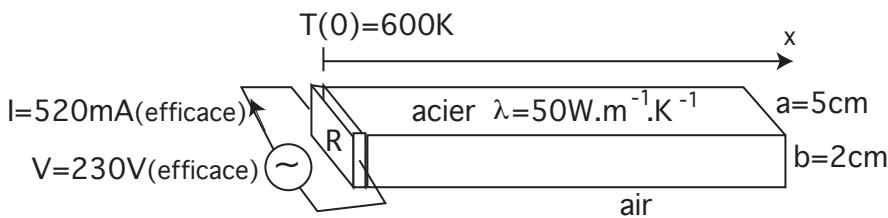
### Exercice 260 Centrale 11 - Poignant

On considère un cryostat formé de trois enceintes  $E_1, E_2, E_3$  de même volume, égal à celui d'un cylindre de rayon  $R=60\text{cm}$  et de hauteur  $h = 1,2 \text{ m}$ . L'enceinte  $R_o$  contient de l'hélium, à la température  $T_o = 4 \text{ K}$ . Son volume est  $V_o$ . L'ensemble est fermé par  $E_3$ , thermostaté à  $T_3 = 290 \text{ K}$ . Les transferts thermiques entre  $R_o, E_1$  et  $E_2$  s'effectuent par rayonnement. Données :  $V_o = 75 \text{ L}$ ,  $T_{eb}(\text{He}) = 4 \text{ K}$ ,  $\rho(\text{He}) = 126 \text{ kg m}^{-3}$ ,  $L_{vap}(\text{He}) = 41 \text{ kJ kg}^{-1}$ ,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ ,  $T_1 \ll T_2, T_o \ll T_1$  et  $T_2$ .

- 1) Calculer  $T_1$  et  $T_2$ .
- 2) Calculer le débit massique.
- 3) Calculer l'autonomie de l'échangeur.
- 4) Discuter.

### Exercice 261 Centrale 11 - Hairault

Etude d'un banc Kofler, servant à mesurer des températures de fusion jusqu'à 300°C. On pose le cristal sur le banc en acier.



Hypothèses : on néglige le flux radiatif de l'air, on assimile l'acier à un corps noir et on considère que les échanges thermiques entre l'air et l'acier sont purement radiatifs.

On se place en régime stationnaire.

- 1) Initialement, où est-il préférable de placer les cristaux ?
- 2) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $T(x)$ . En déduire  $\frac{dT}{dx}$  en fonction de  $T$ . (Oralement : astuce : multiplier l'équation par  $\frac{dT}{dx}$ ).
- 3) On a  $T \in [500\text{K}, 600\text{K}]$ . La précision sur  $x$  est de 0,5mm. Quelle précision maximale (absolue et relative) peut-on espérer sur  $T$  ?
- 4) Dans la réalité, il est nécessaire d'étalonner l'appareil. Comment peut-on améliorer la modélisation ?

### Exercice 262 Centrale 10 - Barré

Soit un tube cylindrique en cuivre de rayons intérieur  $r_1=5\text{cm}$  et extérieur  $r_2=5,5\text{cm}$ , de conductivité thermique  $\lambda = 390\text{W.K}^{-1}\text{m}^{-1}$ . On fait circuler à l'intérieur de l'eau de masse volumique  $\rho_{eau} = 1\text{kg/L}$ , de capacité thermique  $c_{eau} = 4,18\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , à un débit  $D=10\text{L/min}$ . On considère la température de l'eau constante, notée  $T_{eau}(x)$ , sur une tranche d'abscisse  $x$ . On note  $\varphi(x)\text{dx}$  le flux radial reçu par une tranche de longueur  $\text{dx}$  du tuyau. On se place en régime stationnaire.

- 1) Montrer que la température de l'eau vérifie :  $D\rho_{eau}c_{eau}\frac{dT_{eau}}{dx} = \varphi$
- 2) On considère maintenant les transferts conducto-convectifs entre l'eau et le cuivre, de coefficient  $h = 100\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ , et entre le tuyau et l'air de coefficient  $h' = 5\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ . L'air est à température  $T_o=295\text{K}$  et le cuivre à température  $T_p$ . On considère aussi un rayonnement thermique de vecteur densité de flux  $\vec{j}_{ray} = h_{ray}(T_p - T_o)\vec{n}$  avec  $\vec{n}$  vecteur radial vers l'extérieur et  $h_{ray} = 4\epsilon\sigma T_p^3$  ( $\epsilon=0,6$ ).

Sachant que la température du ballon d'eau est  $T_{eau}(0) = 350\text{K}$ , déterminer la température de l'eau à la sortie de la douche si le tuyau a une longueur  $L=2\text{m}$ .

**Exercice 263** CCP 10 - Zannane

On s'intéresse à un cylindre de combustible de centrale nucléaire, de diamètre D plongé dans de l'eau à très haute pression, tel que la température de sa surface est maintenue constante égale à  $T_s$ . A l'intérieur se produisent des réactions de fission nucléaires qui libèrent une puissance volumique  $P_N$ .

- 1) Quelle est la direction du vecteur  $\vec{j}_Q$  ?
- 2) Trouver l'expression de  $\vec{j}_Q$  en faisant un bilan thermique sur un volume d'épaisseur dr en régime permanent.
- 3) Trouver le profil de température et la température maximale dans le cylindre. A.N.  $\lambda = 19W.m^{-1}.K^{-1}$ ,  $D=3cm$ ,  $T_s = 200^\circ C$ ,  $P_N = 10MW.m^{-3}$ ,  $T_f = 1130^\circ C$ . Le matériau peut-il supporter un tel échauffement ?
- 4) En réalité on utilise un cylindre creux dont la surface extérieure est calorifugée.
  - a) Déterminer le profil de température.
  - b) Montrer que le cylindre ne fond plus. On donne le diamètre intérieur :  $d=1cm$ .

Oralement : quel est ce matériau ? Isotopes ?

**Exercice 264** Centrale 10 - Goblot

On considère un matériau combustible nucléaire cylindrique plein de rayon  $r_o = 25,4mm$ . Sa conductivité thermique est  $k = 6,69 \cdot 10^4 J.h^{-1}.m^{-1}.K^{-1}$ . Il est entouré d'eau à la température  $T_e = 132^\circ C$ . Le coefficient surfacique de convection avec l'eau est  $E = 64 \cdot 10^6 J.h^{-1}.m^{-2}$ . Ce matériau émet une puissance volumique uniforme  $W = 8,48 \cdot 10^{10} J.h^{-1}.m^{-3}$ .

- 1) En régime permanent, calculer la température  $T_o$  du matériau à sa surface, soit en  $r = r_o$ .
  - 2) Calculer la température en tout point du cylindre.
  - 3) Déterminer la température maximale à l'intérieur du matériau.
- Afin de diminuer la température de surface, on ajoute des ailettes "aiguilles" cylindriques (de section constante), de rayon  $r_1$ , perpendiculairement à la surface. On suppose de plus que la longueur des ailettes est suffisante pour la considérer comme infinie. Le coefficient de convection avec l'eau est le même et le coefficient de conductivité est  $k' = 10k$ .
- 4) En supposant qu'on connaisse la nouvelle température de surface  $T'_o$ , exprimer le flux thermique évacué par les ailettes.

- 5) On note n le nombre d'aillettes par unité de surface. Déterminer n pour que l'on ait :  $\frac{T_o - T_e}{T'_o - T_e} = 1,5$ .

6) A l'aide d'un logiciel de calcul formel, calculer et tracer le graphe de la température dans chaque ailette. Estimer la longueur des ailettes pour qu'on puisse la considérer comme infinie. (Dans les ailettes, la température ne dépend que de la distance à l'extrémité).

**Exercice 265** Centrale 09 - Pham

Forage par laser. On considère un cylindre d'aluminium de conductivité thermique  $\lambda$ , de masse volumique  $\rho$ , de chaleur latente de fusion  $L_f$ , de capacité calorifique massique C, de section S, de longueur infiniment grande. Le cylindre est éclairé sur toute sa section par  $E_0 = I_0/S$ . L'aluminium fond sur toute sa section de manière uniforme, et on suppose que l'aluminium fondu est instantanément évacué de la section éclairée par le laser (De sorte qu'à chaque instant, ce soit une section perpendiculaire qui soit systématiquement exposée, et non en partie de l'aluminium déjà fondu résiduel...). Cette section exposée est d'abscisse notée  $x_f$  et de température  $T_f$ . On note  $v_f = \frac{dx_f}{dt}$ . On admet que loin de l'extrémité exposée, la température du cylindre est de  $T_0$ .

1) Trouver une solution sous la forme  $T(x, t) = F(x - v_f \cdot t)$ . On prend  $x_f = 0$  à  $t=0$ . En déduire une distance caractéristique. Dans quel référentiel peut-on considérer qu'on est en régime stationnaire ?

2) Exprimer  $v_f$  en fonction de  $E_0$ ,  $T_0$ ,  $T_f$ ,  $\rho$ , C et  $L_f$ . Application numérique pour  $E_0 = 10^5 W.mm^{-2}$ ,  $\rho = 2700 kg.m^{-3}$ ,  $T_0 = 293K$ ,  $T_f = 933K$ ,  $C = 900 J.kg^{-1}.K^{-1}$ ,  $L_f = 395000 J.kg^{-1}$ .

**Exercice 266** Centrale 10 - Zannane

On souhaite réduire l'épaisseur d'une plaque métallique via une onde électromagnétique incidente.

Le coefficient de réflexion en puissance du métal est R=60%. On donne  $\lambda = 390 W K^{-1} m^{-2}$ ,  $c = 0.385 J K^{-1} g^{-1}$ ,  $\rho = 8900 kg m^{-3}$ , la température initiale de la plaque  $T_0 = 300K$  et la température de fusion du métal  $T_F = 1356K$ . Le flux surfacique incident est  $j_{rad}$ .

On suppose que la plaque occupe le demi-espace  $x > 0$

- 1) Déterminer l'équation aux dérivées partielles vérifiée par  $j_Q$ .
- 2) Quelle est la signification physique du facteur  $D_{th} = \frac{\rho c}{\lambda}$ .
- 3) On suppose que  $j_Q(x, t) = \alpha + \beta \operatorname{erf}(u)$

où  $u = \frac{x}{\sqrt{kt}}$  et où la fonction erf est définie par  $\operatorname{erf}(u) = \frac{1}{2\pi} \int_0^u \exp(-x^2) dx$ .

En utilisant le logiciel de calcul formel, trouver les coefficients k,  $\alpha$  et  $\beta$ . (Il fallait utiliser "Factor").

- 4) On veut obtenir la fusion au bout de 20 s. Déterminer  $j_{rad}$ . Lien avec l'amplitude du champ électromagnétique ?

### Exercice 267 Centrale 11 - Vadès

Echauffement d'une tablette de chocolat au micro-ondes. : elle subit un échauffement caractérisé par une production volumique d'enthalpie  $P(x) = P_0 \sin^2(4\pi x/d)$  par unité de temps, où  $d$  est une constante.



- 1) On suppose le transfert thermique uniquement conductif selon x.

a) Equation différentielle vérifiée par  $T(x, t)$ ? On visualise sur Mathematica l'évolution de  $T(x, t)$  (voir sur le site de la classe ou sur le réseau au lycée).

- b) Conditions initiales à  $t = 0$  en x?

- c) Différentes valeurs de  $\frac{\partial T}{\partial t}$ ?

2) On pose  $T(x, t) = f(x) + \theta(x, t)$  où  $\theta(x, t)$  a une moyenne spatiale nulle. Expliciter  $f(t)$  et donner un développement de  $\theta(x, t)$ .

3) On modélise le four micro-ondes par un système de deux plans conducteurs parallèles en vis à vis, distants de  $a$ .

- a) Comment sont les ondes entre les deux plans?

b) Dessiner l'amplitude des ondes et donner la distance entre les noeuds en fonction de  $a$  et de la fréquence  $f$  des ondes.

### Exercice 268 Centrale 09 - Bouacida

On donne  $\lambda = 0,25 W.K^{-1}$ ,  $\lambda' = 4\lambda$ ,  $L=2$  cm, proportion d'eau dans la matière :  $\alpha = 0,9$ ,  $\mu = 10^3 kg.m^{-3}$ ,  $\Delta H_{sub} = 3.10^6 J.kg^{-1}$ ,  $T_s = 40^\circ C$ , interface maintenu à  $T_o = -20^\circ C$ , surface S du bas maintenue à  $T_B = -5^\circ C$ .

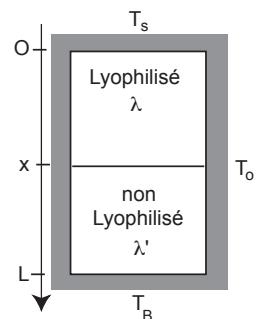
On considère de la matière qu'on cherche à lyophiliser. Pour cela, on fait le vide.

1) A l'aide du diagramme  $p(T)$ , expliquer le procédé. Justifier que  $\Delta H = W_{autres} + Q$ .

2) Exprimer la puissance thermique dans la matière lyophilisée et non lyophilisée.

- 3) Déterminer une équation différentielle en x.

- 4) Combien de temps faut-il pour lyophiliser 2 cm de matière?



### Exercice 269 Centrale 10 - Cloarec

On considère, en régime stationnaire, un cylindre d'axe Ox, de conductivité thermique  $\lambda = \lambda_o \frac{T_o}{T}$ . Les parois sont calorifugées. On impose  $T_1$  en  $x = 0$  et  $T_2$  en  $x=L$ . Les échanges thermiques ne se font que selon Ox.

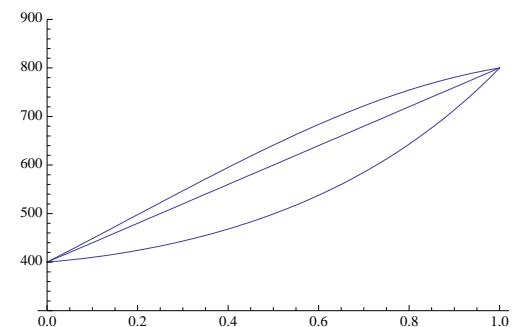
1) Par un argument physique, déterminer l'allure de  $T(x)$  parmi les trois représentations ci-contre.

- 2) Déterminer  $T(x)$ .

3) Soit  $\Delta T$  la différence entre la loi trouvée et celle d'un cylindre de conductivité constante  $\lambda_o$ . Déterminer la position où  $\Delta T$  est maximale.

4) On considère maintenant une source interne d'énergie qui fournit une puissance volumique uniforme  $p$ . Equation différentielle vérifiée par  $T(x)$ ?

5) On donne la solution de cette équation :  $\ln(\frac{T}{T_1}) = \frac{p}{2\lambda_o T_o}(x^2 - Lx) + \frac{x}{L} \ln(\frac{T_2}{T_1})$ . Montrer que  $T(x)$  admet un maximum avec une certaine condition sur  $p$ . Donner ce maximum.



### Exercice 270 Centrale 10 - Tartivel

On considère un fil électrique infini formé d'un cylindre de cuivre de rayon  $R_1=1,5$  mm entouré d'une gaine de rayon extérieur  $R_2=2$  mm. On donne  $\lambda_1 = 390 W.m^{-1}.K^{-1}$  pour Cu et  $\lambda_2 = 2 W.m^{-1}.K^{-1}$  pour la gaine. La partie en cuivre (conductivité électrique  $\gamma = 6.10^7 S.m^{-1}$ ) est traversée par un courant électrique d'intensité  $I=2$  A constant. La température extérieure est  $T_a = 300$  K. Les échanges entre la gaine et l'air extérieur sont de nature convective avec  $h = 5 W.m^{-2}K^{-1}$ . On se place en régime permanent.

- 1) Déterminer la résistance thermique de la gaine pour une longueur L de fil.

- 2) Montrer que la température du cuivre est pratiquement uniforme et déterminer sa valeur  $T_1$ .

3) La gaine fond pour une température  $T_{max} = 350$  K. Déterminer l'intensité maximale pour que la gaine ne fonde pas.

**Exercice 271** CCP 10 - Hautbois + Ouedraogo

Soit une tige de longueur  $l$  et de rayon  $a$ . On impose à son extrémité en  $x = 0$  une température  $T_o$ . La tige échange avec l'extérieur à température  $T_e$  un flux conducto-convectif de coefficient  $h$ . La température est supposée uniforme sur une section de la tige.

**1.a)** Donner l'expression de  $\vec{j}_{cd}$  en fonction du coefficient de transfert conducto-diffusif et du gradient de température.

**1.b)** Direction et sens de  $\vec{j}_{cd}$  ?

**2.a)** Donner l'expression de  $\vec{j}_{cc}$  conducto-convectif entre  $x$  et  $x+dx$ .

**2.b)** Faire un bilan énergétique local.

**3.a)** En déduire  $T(x)$ .

**3.b)** Trouver graphiquement la longueur  $l$  telle que le refroidissement soit efficace.

**4.a)** Calculer la puissance transmise par la tige.

**4.b)** Application numérique.

**Exercice 272** Centrale 08 - Madiot

On modélise une ailette de refroidissement par une barre cylindrique de longueur  $L$ , de section rectangulaire de côtés  $a$  et  $b$  et de conductivité thermique  $\lambda$ . On impose une température  $T_o$  à l'extrémité située en  $z = 0$ . La barre échange avec l'extérieur à température  $T_a$  un flux conducto-convectif de puissance surfacique  $P = \alpha(T(z) - T_a)$ .

On posera  $m^2 = \frac{2\alpha}{b\lambda}$ .

**1)** Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $T(z)$  en régime permanent.

**2)** Donner la condition vérifiée par  $T(z)$  en  $z=L$ . En déduire l'expression de  $T(z)$ .

**3)** Que vaut  $T(z)$  dans le cas où  $L$  est infini ? A quelle condition sur  $L$  peut-on considérer que  $L$  est infini ?

**4)** Calculer la puissance cédée à l'extérieur par l'aillette. Comparer avec l'aillette infinie.

**Exercice 273** Mines 08 - Madiot

Une tige cylindrique de longueur  $L$ , de rayon  $r$  et de conductivité thermique  $\lambda$ , est trempée à une extrémité dans de l'eau bouillante à 373K, le reste étant en contact avec l'atmosphère à  $T_a=293K$ . La puissance surfacique cédée à l'extérieur est  $\frac{dP}{ds} = h\theta$  où  $\theta = T - T_a$ .

**1)** Faire un bilan thermique pour une portion de tige située entre  $x$  et  $x+dx$ . En déduire une équation différentielle vérifiée par  $\theta(x)$  en régime permanent.

**2)** En supposant  $L$  suffisamment grande pour que  $T(L) = T_a$ , montrer que  $\theta(x) = \theta_o \exp(-\frac{x}{\delta})$  avec  $\delta$  une longueur caractéristique qu'on exprimera en fonction de  $\lambda$ ,  $h$  et  $r$ .

**3)** On se place dans les conditions expérimentales du 2). On badigeonne deux tiges (1) en cuivre et (2) en étain de cire de température de fusion égale à 333K. On remarque que la cire fond à partir de  $x_1 = 15,6$  cm sur (1) et  $x_2 = 6,4$  cm sur (2). On connaît la conductivité thermique du cuivre :  $\lambda_1 = 390S.I.$ . En déduire celle de l'étain.

**Exercice 274** Centrale 07- Glon

On considère deux coquilles sphériques d'épaisseur négligeable de rayons respectifs  $R_1 = 1cm$  et  $R_2 = 10cm$ . Au sein de la sphère interne se trouve un mélange eau-glace à la température  $T_o = 273K$ . Entre les deux coquilles se trouve un mélange de conductivité thermique  $\lambda = 0,4W.m^{-1}K^{-1}$ . Le milieu extérieur est à la température  $T_1 = 298K$ . Les échanges thermiques entre la coquille externe et l'extérieur sont caractérisées par un coefficient de fuite  $h = 6W.m^{-2}K^{-1}$

**1)** Déterminer le temps au bout duquel la masse de glace initialement présente a totalement disparu. A.N.  $m=1g$  et  $L_f = 335kJ.kg^{-1}$ .

**2)** On souhaite ajouter un isolant autour de la coquille externe. Lequel sera le plus efficace ?

matériau	bois	laine de verre	polystyrène expansé
$\lambda(W.m^{-1}K^{-1})$	0,2	0,04	0,004
$h(W.m^{-2}K^{-1})$	6,5	3	7

**3)** On suppose l'isolant choisi. Peut-on négliger les fuites au niveau de la coquille externe ?

**Exercice 275** TPE 08 - Héraudeau

**1)** Grâce à la loi de diffusion thermique (équation de la chaleur), déterminer la relation entre le temps caractéristique  $\tau$  et la distance caractéristique  $e$  de diffusion thermique dans un matériau de capacité calorifique massique  $c$ , de masse volumique  $\mu$  et de conductivité thermique  $\lambda$ .

**2)** Montrer que dans le cas de la cuisson d'une tarte de rayon  $R$  et de hauteur  $h$ ,  $h \ll R$ , le temps caractéristique  $\tau$  se met sous la forme  $\tau = Km^2$ . Discuter de l'influence de  $R$  sur  $\tau$  ( limites du modèle).

**Exercice 276** TPE 07- Dembri

On considère une barre cylindrique de longueur  $L$ , de section rectangulaire de côtés  $a$  et  $b$  et de conductivité thermique  $\lambda$ . On impose une température  $T_1$  à l'extrémité située en  $x=0$  et elle est au contact sur toutes ses autres faces avec l'air extérieur à la température  $T_o$ . La surface latérale cède à l'extérieur une puissance thermique surfacique  $P = h(T(x) - T_o)$ .

On s'intéresse au régime stationnaire.

- 1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $T(x)$ .
- 2) Résoudre cette équation.

A quelle condition a-t-on  $T(L)=T_o$ ? Calculer dans ce cas la puissance cédée à l'extérieur. Comparer à la puissance cédée par une surface  $s=a.b$  de température  $T_1$  directement en contact avec l'extérieur.

**Exercice 277** Mines 07- Rames

Etude de la température lors de la création d'une barre métallique.

Une barre formée à la température  $T_f$  en  $x=0$ , progresse à la vitesse  $v$  constante selon  $Ox$ . Très loin du lieu de formation la température de la barre est égale à la température de l'air  $T_a$ . On prend en compte les transferts thermiques au sein de la barre et avec l'air ambiant à la température  $T_a$ . On étudie  $T(x)$  le long de la barre.

- 1) Exprimer la variation d'enthalpie pour une portion de barre entre les instants  $t_1$  et  $t_2$ . Que devient cette expression si  $t_1$  et  $t_2$  sont très proches ?
- 2) Exprimer la variation d'enthalpie pour une petite portion de barre entre les positions  $x_1$  et  $x_2$ .
- 3) En déduire l'équation vérifiée par  $T(x)$  (introduction de constantes relatives à la conduction et à la convection)
- 4) Déterminer  $T(x)$ .

Quel est le facteur le plus important pour le refroidissement ici? (convection ou conduction)

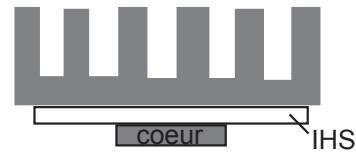
Utilisation de l'expression de  $T(x)$ , des constantes introduites, et de développement limité.

**Exercice 278** Centrale 07- Aït-Ahmad

Le coeur de nombreux microprocesseurs est protégé par une plaque en cuivre appelée IHS (Integrated Heat Spreader), d'épaisseur  $e = 1,25\text{mm}$  et de surface  $S = 2\text{cm}^2$ . La surface du coeur en contact avec l'IHS est de  $1\text{cm}^2$  et sa base est en contact avec un isolant thermique. Le tout est surmonté d'un dissipateur à ailettes.

On donne la conductivité thermique du cuivre :  $\lambda = 390\text{W.K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$

On considère un microprocesseur dégageant une puissance calorifique de  $110\text{W}$ . On enlève l'IHS et on met de coeur directement en contact avec le dissipateur. Calculer la diminution de température du coeur avec ou sans IHS. En pratique on constate une diminution de température de  $3^\circ\text{C}$ . Commenter.

**Exercice 279** Mines 10 - Lambert

Données :

Distance terre-soleil :  $D=150.10^6\text{km}$  ;

Rayon terrestre :  $R_T = 6400\text{km}$  ;

Rayon du soleil :  $R_s = 7.10^5\text{km}$  ;

Puissance surfacique reçue à une distance  $D$  du soleil :  $E_o = 1400\text{W.m}^{-2}$

- 1) Déterminer et calculer numériquement la température  $T_s$  du soleil.
- 2) Le maximum d'émission est pour  $\lambda_m = 494\text{nm}$ . Calculer  $T'_s$  et comparer avec la valeur précédente.
- 3) On néglige le rôle de l'atmosphère. Déterminer et calculer la température  $T_T$  à la surface de la terre.
- 4) On suppose que l'atmosphère est une couche d'épaisseur négligeable, à la température  $T_a$ . Elle absorbe une fraction  $\alpha$  de la puissance émise par le soleil et une fraction  $\beta$  de celle émise par la terre. Elle émet une fraction  $\beta'$  de ce qu'émettrait un corps noir à la température  $T_a$ .

Exprimer  $T'_T$  et  $T_a$  en fonction de  $T_T$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\beta'$ . Application numérique avec  $\alpha = 0,5$  et  $\beta = \beta' = 0,9$ .

Oralement : Sens physique de  $\alpha$  et  $\beta$ ? Pourquoi sont-ils différents?

**Exercice 280** StCyr 09 - de Jacquelin

1) Le sol de la terre est considéré comme un corps noir. On place une vitre transparente pour les rayons du soleil mais absorbant les IR. Le flux solaire est de  $0.6\text{kW/m}^2$ . Calculer les températures du sol et de la vitre en indiquant les hypothèses supplémentaires qui seront faites.

2) Reprendre le problème avec  $n$  vitres.

3) On suppose que chaque vitre réfléchit une fraction  $r$  du flux solaire, montrer qu'il existe un nombre idéal de vitres.

## **Exercice 281** TPE 07- Thiberville

On considère trois cylindres coaxiaux d'épaisseur négligeable et de rayons  $R$ ,  $2R$  et  $3R$  dans le vide. On maintient le cylindre intérieur à la température  $T_o$ . Déterminer la température du cylindre extérieur.

**Exercice 282**      Centrale 10 - Coudray

Le soleil de rayon  $R_s = 7.10^8\text{m}$  est situé à une distance  $a=1,5.10^{11}\text{m}$  de la terre. On admet qu'il émet le rayonnement d'un corps noir à la température  $T_s = 5800\text{K}$ . Une fraction  $z=0,6$  du flux solaire arrivant en haut de l'atmosphère parvient au sol.

On considère une lentille de distance focale  $f'=10$  cm et de rayon  $r=2$  cm. On place une feuille de papier blanche dans son plan focal pour y former l'image du soleil. La feuille absorbe une fraction  $\alpha=0,2$  du flux qu'elle reçoit et émet une fraction  $\epsilon=0,6$  du flux du corps noir à sa température. La température d'ignition de la feuille est  $T_i=500$ K. On néglige les transferts thermiques entre la partie éclairée et le reste de la feuille. Le coefficient d'échange conducto-convectif entre la feuille et l'air à température  $T_o=298$ K est  $h = 20W.K^{-1}m^{-2}$  et on suppose la partie éclairée à température uniforme.

Le papier s'enflamme-t-il ?

#### Questions orales à la fin :

- Peut-on empêcher l'ignition en modifiant  $h$  tout en restant dans l'air ?
  - Sur quel(s) autre(s) paramètre(s) peut-on jouer pour empêcher l'ignition ?

**Exercice 283**      Centrale 08 - Girault

On étudie l'influence du rayonnement solaire sur les vents dans l'atmosphère. Pour cela on modélise la terre par un moteur de Carnot, l'hémisphère sombre étant à  $T_2$  et l'hémisphère éclairé à  $T_1$ . Une puissance  $P_{th,i}$  est transmise de l'hémisphère (i) à l'atmosphère par transfert conducto-convectif. Le soleil transmet à l'atmosphère un flux radiatif  $\Phi = 2\pi R_T^2 \sigma T_c^4$ . On note  $P$  la puissance mécanique transmise à l'atmosphère.

- 1) Déterminer  $\rho = \frac{|P|}{\Phi}$  en fonction de  $\eta$  rendement du moteur de Carnot. Interpréter les cas  $\eta = 0$  et  $\eta = 1$ .  
 2) Les valeurs moyennes  $\eta_m$  et  $\rho_m$  étant connues, calculer  $T_1$  et  $T_2$ .

**Exercice 284**      Centrale 08 - Nabat

Un filament cylindrique de rayon  $a$  et de longueur  $L$  est alimenté par une tension sinusoïdale  $u_a(t) = U_a \sqrt{2} \cos\left(\frac{\omega t}{2}\right)$ . Sa température  $T$  est supposée uniforme : elle dépend alors du temps et s'écrit  $T(t) = T_o + \theta(t)$  où  $\theta(t) = \theta_m \cos(\Omega t + \varphi)$ . On suppose que le filament rayonne comme un corps noir et qu'il ne reçoit que de la puissance électrique. On néglige tous les autres transferts thermiques.

- 1) Quels sont les transferts thermiques négligés ?
  - 2) Montrer qu'en régime établi,  $\Omega = \omega$ .
  - 3) En considérant  $P_e(t)$  comme fonction d'entrée et  $\theta(t)$  comme sortie, déterminer la fonction de transfert. Montrer qu'il s'agit d'un filtre passe-bas. Déterminer la pulsation de coupure.
  - 4) Application numérique ...

**Exercice 285**      Centrale 08 - Rivat

On considère un astéroïde de rayon  $R=250$  km situé à une distance  $D$  du soleil. Il contient des roches radioactives à sa surface, réparties uniformément, et dégageant une puissance volumique  $\alpha$ . On suppose que l'astéroïde se comporte comme un corps noir, ainsi que le soleil. On donne la distance Terre-Soleil  $D'=1,5 \cdot 10^8$  km, le flux surfacique solaire reçu à la surface de la terre  $\varphi_{sT} = 1400 W.m^{-2}$  et on définit de même le flux solaire surfacique reçu à la surface de l'astéroïde  $\varphi_{sa}$ . La terre a une trajectoire elliptique autour du soleil de période  $T'=365,25$  jours, d'équation  $r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$  où  $p$  et  $e$ (excentricité) sont des caractéristiques de la trajectoire.

- 1) On donne  $D=1,5 \cdot 10^9$  km. Sachant que  $T_a = 87,7$ K, calculer  $\alpha$ .

2) On observe des variations cycliques de la température T.

  - Justifier ces observations.
  - Exprimer la variation relative de température. Dépend-elle de  $\alpha$  ?

Exercice 286 CCP 09 - Lambert

On dispose de deux plaques parallèles  $P_1$  et  $P_2$ , de même surface  $S$ , d'épaisseur négligeable selon  $Ox$ , maintenues aux températures  $T_1$  et  $T_2$ . Elles ont une capacité thermique  $C$  et une conductivité thermique  $\lambda$ . Elles sont assimilables à des corps noirs.

On place une plaque  $P$  identique aux précédentes entre  $P_1$  et  $P_2$ , à une température initiale  $T_0$ .

- 1) Définir le corps noir. Donner la puissance rayonnée par  $P_1$  et  $P_2$ .
  - 2) Effectuer un bilan énergétique sur  $P$  considéré comme un très bon conducteur thermique.
  - 3) On note  $\Delta T_1 = T - T_1$  et  $\Delta T_2 = T - T_2$ . On suppose  $|\Delta T_1| \ll T_1$  et  $|\Delta T_2| \ll T_2$ . On pose  $T_m \simeq T_1 \simeq T_2$ . Déterminer  $T(t)$  pour la plaque  $P$ .

### Exercice 287 Centrale 07- Giacinti

On s'intéresse au filament de tungstène d'une ampoule. On suppose connues toutes les caractéristiques du tungstène. On suppose que le filament est un cylindre de longueur  $l$  et de rayon  $a$ . Montrer qu'on peut déterminer  $l$  et  $a$  si on connaît la puissance consommée  $P=100W$  par l'ampoule et sa température de fonctionnement  $T=2900K$ .

### Exercice 288 Centrale 09 - Benvéniste

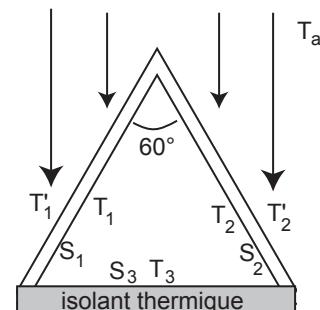
Un grenier placé sous un toit de tuiles est isolé du reste des pièces. Il forme un dièdre d'angle  $60^\circ$ . Le soleil au zénith arrive verticalement sur le toit. Hypothèses et données :

- le soleil émet un flux surfacique  $\varphi_s = 1kW.m^{-2}$
- toutes les surfaces sont considérées comme des corps noirs.
- on considère que les échanges thermiques sont exclusivement radiatifs à l'intérieur du grenier
- les tuiles d'épaisseur  $e=3cm$  ont un coefficient de conductivité thermique égal à  $\lambda = 1W.K^{-1}.m^{-1}$ .
- l'air extérieur et le toit effectuent des échanges thermiques caractérisés par  $h = 6W.K^{-1}.m^{-2}$
- $T_a = 300K$

Calculer  $T_1$ ,  $T'_1$ ,  $T_2$ ,  $T'_2$  et  $T_3$ .

Indications :

- donner des arguments pour réduire le nombre d'inconnues
- déterminer la fraction du flux émis par  $S_1$  qui est reçue par  $S_2$ .



### Exercice 289 Centrale 07- Perigaud

Soit un astéroïde sphérique de rayon  $R$  dont on connaît le flux conducto-convectif  $\vec{j}_{cd}$  et la puissance volumique  $P$  due à des réactions radioactives internes.

- 1) Connaissant la température de la surface et la température de fusion de la roche qui le compose, comment savoir si l'astéroïde est entièrement solide (qualitativement et quantitativement) ?
- 2) Loin de toute source d'énergie, peut-on résoudre la question précédente sans connaître la température de la surface ?
- 3) Même question avec le soleil à une distance  $r$  et connaissant le flux surfacique reçu au niveau de la terre.

### Exercice 290 X 08 - Douguet

Lorsqu'on comprime de l'air à l'aide d'un piston, on observe un échauffement de la paroi. A quel phénomène est-ce du ? Comment mesurer la puissance perdue ?

### Exercice 291 ENS 08- Cébron

- 1) Parlez-moi de la tension superficielle (constante  $\gamma$ ...).
- 2) Connaissez-vous la loi de Laplace ( $P_1 - P_2 = 2\gamma H$ ) ? La démontrer dans le cas d'une goutte sphérique.
- 3) Une plaque verticale plonge dans un liquide. Précisez la forme de la surface du liquide, les surfaces isobares, et calculer l'angle que fait la tangente à la surface avec la verticale en fonction de la hauteur.
- 4) Une plaque ne pouvant se déplacer que selon un axe horizontal  $x$  est maintenue immobile par une force horizontale  $F$  dans un liquide mouillant différemment des deux cotés ( $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ ). Calculer  $\gamma_1$  connaissant  $\gamma_2$ ,  $F$  et les dimensions de la plaque.

### Exercice 292 Ulm 07 - Freton

On considère un lac à la température  $T_i = 0^\circ C$ . Un courant d'air froid de température  $T_a$  circule au dessus. Donner l'épaisseur de la glace en fonction du temps (le lac gèle lentement).

### Exercice 293 X 08 - Casse

Un lac de surface horizontale  $xOy$  est en permanence à la température de congélation de l'eau  $T_f$ . L'air qui le surmonte a une température constante  $T_o$ .

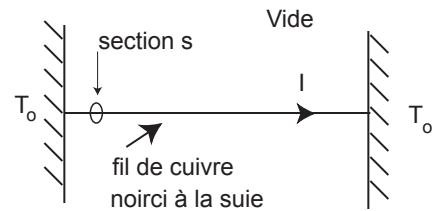
- 1) Exprimer la vitesse de formation de la glace. On donne  $T_f = 273K$ ,  $T_o = 267K$ , masse volumique de la glace  $\rho = 900kg.m^{-3}$ , chaleur latente de fusion de la glace  $L_f = 333kJ/kg$ , conductivité thermique de la glace  $\lambda = 75J.h^{-1}.K^{-1}cm^{-1}$ , coefficient de transfert conducto-convectif entre l'air et la glace  $h = 7,5J.h^{-1}.K^{-1}cm^{-2}$ .
- 2) Je cours sur une fine couche de glace : je ne la casse pas. Je m'arrête, elle craque. Expliquer.

### Exercice 294 ENS 08 - Aumont

On donne la conductivité électrique  $\gamma = 6 \cdot 10^7 \text{ S.m}^{-1}$  et thermique  $\kappa = 380 \text{ W.K}^{-1}.m^{-1}$  du cuivre,  $s = 1 \text{ mm}^2$ ,  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.K^{-4}$ ,  $T_o = 400 \text{ K}$ ,  $L = 10 \text{ cm}$ .

Déterminer la température du fil en régime permanent.

On pourra chercher une solution homogène dans le fil. Calculer la valeur de  $I$  correspondante.



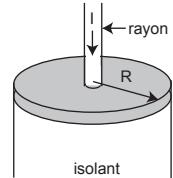
### Exercice 295 X 07- Delisle

Un gaz parfait ( $n$  mol) est à l'équilibre à  $T_o$  dans un cylindre calorifugé de volume  $V_o$  surmonté d'un piston calorifugé de section  $S$  et de masse  $M$ . Le piston est initialement bloqué. La pression atmosphérique extérieure est  $P_a$ . On débloque le piston. Quelle sont les nouvelles valeurs de la température  $T$  et du volume  $V$  une fois l'équilibre mécanique atteint ?

### Exercice 296 ENS 08 - Casse

Un fil de cuivre de rayon  $r$  apporte un courant  $I$  sur un composant électrique en cuivre formant un disque de rayon  $R = 50 \text{ mm}$  et d'épaisseur faible. On donne la conductivité électrique  $\gamma = 6 \cdot 10^7 \text{ S.m}^{-1}$  et thermique  $\kappa = 380 \text{ W.K}^{-1}.m^{-1}$  du cuivre.

Déterminer la température sur le bord du disque en régime permanent.



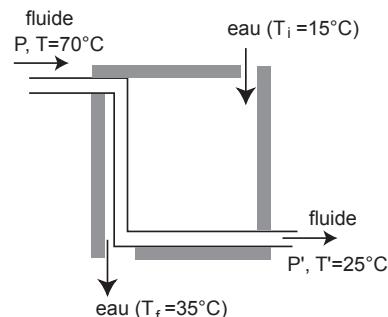
### Exercice 297 ENS 09 - Cadran

Le fluide passe dans l'enceinte calorifugée afin d'être refroidi. Données : capacités calorifiques de l'eau  $c_{p,e} = 4,18 \text{ J.g}^{-1}.K^{-1}$  et du fluide  $c_{p,f} = 2 \text{ J.g}^{-1}.K^{-1}$ . Le débit du fluide est  $\dot{m} = 6 \text{ kg.min}^{-1}$ .

1) On suppose les écoulements idéaux :  $P = P'$ . Déterminer le débit  $\dot{M}$  de l'eau nécessaire.

2) Les écoulements ne sont plus idéaux :  $P - P' = R \cdot \dot{m}$ . Déterminer  $\dot{M}$ .

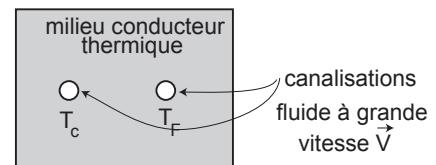
3) Discussion avec l'examinateur pour raisonner par analogie avec les lois de l'électrocinétique.



### Exercice 298 X 09 - Carrée

Le coefficient d'échange conducto-convection entre le fluide et le milieu est infini.

Calculer le flux thermique entre les deux canalisations.



### Exercice 299 ENS U/L/C 10- Bolgar

On prend une plaque d'épaisseur  $e = 1 \text{ mm}$ , de largeur et longueur très grande, de conductivité  $\kappa = 300 \text{ W.K}^{-1}.m^{-1}$ , de coefficient d'échange  $h = 15 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$  avec l'air.

L'air est à température  $T_\infty = 298 \text{ K}$  et les extrémités de la plaque sont maintenues à cette température.

On éclaire une bande de largeur  $2l = 1 \text{ cm}$  (et infinie selon l'autre dimension) par  $\phi_s$ .

1) Expliquez qualitativement ce qui se passe.

2) Expliquez votre démarche.

3) Déterminer l'état du système.

### Exercice 300 X 08- Cébron

On considère un gaz de masse molaire  $M$  de densité particulaire  $n$ , modélisé par des sphères dures de rayon  $r$  et de vitesse de module  $v$ .

1) Définir et exprimer le parcours moyen  $d$  d'une particule.

2) Que vaut-il aux températures et pressions naturelles ?

3) On s'intéresse à une direction  $x$  en particulier. La température  $T$  est fonction de  $x$ . Considérons un élément de surface  $dS$  perpendiculaire à cette direction, en  $x$  (à  $T(x)$ ). Quel est le flux moyen (de particules ?) traversant  $dS$  par unité de temps (se servir de  $T(x+d)$  et  $T(x-d)$ ) ?

4) En déduire la conductivité thermique  $\lambda$  du gaz.

**Exercice 301**      ENS 11 - Férey

1) Parler d'irréversibilité, caractériser, modéliser... Exemples : Joule Gay-Lussac (présenté, sans calcul)

Il voulait ensuite un exemple en régime permanent :

dans un cycle décrit par un fluide, j'ai dit qu'il y avait des frottements avec les parois (diminution de la pression, source de chaleur) donc si on fournit une puissance pour compenser cette diminution de pression et que les parois ne sont pas adiabatiques (pour évacuer la chaleur créée), on avait un cycle de transformation irréversible.

2) Considérer une barre entre deux thermostats de températures distinctes.

J'ai décrit le régime permanent (parlé de la loi de Newton également) Rapidement, on s'est intéressé au régime variable (il voulait l'équation de la chaleur)

Ensuite il a voulu me faire modéliser et démontrer la loi :  $\vec{J}_{cd} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}} T$  pour trouver ensuite une expression de  $\lambda$ .

Il fallait considérer une petite tranche de la barre, préciser que le transfert thermique était du au déplacement des électrons que l'on pouvait considérer comme formant un gaz parfait → voir Exercice précédent.