

## Exercices de révision pour les oraux : Série 3.

### 1. Filtre à $-40dB$ par décade

On considère le montage représenté sur la figure 1 dans lequel l'amplificateur opérationnel est considéré comme parfait fonctionnant en régime linéaire. La tension d'entrée est sinusoïdale de pulsation  $\omega$ . Les quantités  $Y$ ,  $Y_1$  et  $Y_2$  sont les admittances complexes. L'amplificateur opérationnel idéal est considéré en régime linéaire, cela signifie que l'on considère que les courants entrants dans l'amplificateur linéaire intégré sont très faibles au point d'écrire  $i_- = i_+ = 0$ . De plus, le régime linéaire assure là encore que la différence de potentiel entre les entrées + et - est très faible. On écrira que  $\varepsilon = V_+ - V_- = 0$ .

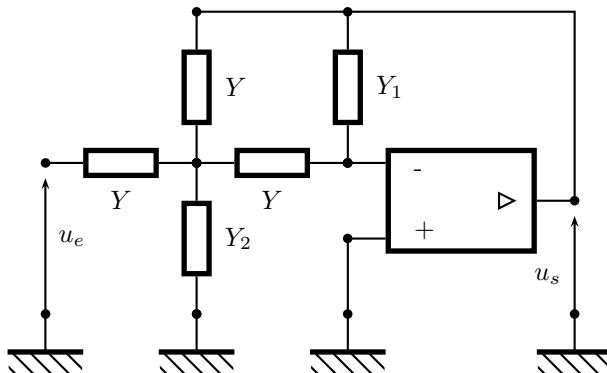


FIGURE 1 – Filtre à structure de RAUCH

1. Calculer la fonction de transfert du montage en fonction des admittances.
2.  $Y$  représente l'admittance d'une résistance  $R$ ,  $Y_1$  celle d'une condensateur de capacité  $C$  et  $Y_2$  celle d'un condensateur de capacité  $\alpha C$ . Exprimer la fonction de transfert en fonction de  $\alpha$  et de  $x$  défini comme  $x = \omega/\omega_0$  avec  $\omega_0 = 1/RC$ .
3. Déterminer la valeur de  $\alpha$  pour laquelle on peut écrire :

$$H = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_1})^4}}$$

où on exprimera  $\omega_1$ .

4. Donner l'allure du diagramme de Bode (amplitude et phase) de cette fonction. Calculer la valeur de la pulsation  $\omega_2$  correspondant à une atténuation de  $40dB$ .

Réponses :  $H = \frac{-Y^2}{Y^2 + 3YY_1 + Y_1Y_2}$ ,  $H = \frac{-1}{1 - \alpha x^2 + j3x}$ ,  $\alpha = \frac{9}{2}$ ,  $\omega_1 = \omega_0 \frac{\sqrt{2}}{3}$ .

### 2. Filtre passe-haut

On étudie la réalisation d'un filtre numérique passe-haut du premier ordre par la méthode d'EULER.

1. On note  $\underline{e}$  et  $\underline{s}$  les grandeurs complexes associées au signal d'entrée et au signal de sortie. On raisonne en régime harmonique. Rappeler la forme complexe de la fonction de transfert  $H(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$  du filtre passe-haut sachant que sa constante de temps caractéristique est notée  $\tau$ .
2. En déduire l'équation différentielle qui lie entrée et sortie pour un régime temporel d'évolution quelconque.
3. Écrire l'équation récurrente associée l'équation différentielle de ce filtre passe-haut.
4. Programmer en langage *Python* cette équation pour observer la réponse  $s(t)$  de ce filtre à un échelon de tension imposé en entrée.
5. Commenter le graphique obtenu.

Réponses :  $H(j\omega) = \frac{j\omega\tau}{1+j\omega\tau}$ ;  $\tau \frac{ds}{dt} + s = \tau \frac{de}{dt}$ ;  $\frac{\tau}{T_e} (s_n - s_{n-1}) + s_n = \frac{\tau}{T_e} (e_n - e_{n-1})$ , on obtient  $s_n = as_{n-1} + a(e_n - e_{n-1})$  avec  $a = \frac{\tau}{\tau + T_e}$ .

from pylab import \* from math import factorial from matplotlib import animation  
condition initiale sur la sortie

CI=0.

nombre total de points du calcul

```

Ntot=20
valeur de l'entrée (échelon) débutant après 5 points
E=(5*[0]+(Ntot-5)*[2])
durée de l'intervalle de travail
Duree=20
constante de temps et de temps réduite Ctemps
Tau = 2.
dt=Duree/Ntot
Ctemps=Tau/dt
création d'une liste de valeur de la sortie initialisée à la valeur de départ
s=[CI]
relation fonctionnelle du filtre passe-bas et initialise le premier terme (pour le temps aussi)
t=[0]
sn=CI
for n in range(Ntot) : En=E[n] if n==0 : Enm1=0 else : Enm1=E[n-1] sn = (Ctemps/(1+Ctemps))*sn +
(Ctemps/(1+Ctemps))*(En-Enm1) s.append(sn) t.append(n*dt)
S.append ajoute à la liste s les termes sn successifs
x=linspace(5 ,Duree ,1000)
def y(x) : return 2*exp(-(x-5)/Tau)
clf() nettoie d'une éventuelle figure précédente axis([0,Duree,-0.5,2.4]) définit les axes
plot(t,s,marker='o',linestyle='',color='r') commande l'exécution du tracé, pas de ligne et des ronds rouges pour
les points
plot(x,y(x)) commande l'exécution du tracé de l'exponentielle
title("Réponses analogique et numérique sur 20 points")
show() montre le tracé!

```

### 3. Potentiel quadrique

Un quanton de masse  $m$  est soumis au potentiel (rappel : énergie potentielle)  $V(x) = gx^4$ . Le quanton est limité dans ces déplacements à l'axe  $Ox$ . On donne  $g > 0$ .

1. Expliquer pourquoi une énergie nulle est impossible et, par conséquent, qu'une énergie minimale non nulle est indispensable.
2. Estimer l'énergie du fondamental en utilisant l'indétermination d'HEISENBERG. On considérera dans cette partie que  $\langle x^4 \rangle = \alpha(\Delta x)^4$  où  $\alpha$  est un coefficient dont l'ordre de grandeur est l'unité.

Réponses : on a nécessairement  $\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$  on ne peut avoir avec certitude  $x = 0$  et  $p_x = 0$ ; l'énergie de la particule est  $E = \frac{p_x^2}{2m} + gx^4$ , comme on ne peut pas avoir simultanément  $p_x = 0$  et  $x = 0$ , on note qu'il va se produire nécessairement des oscillations autour de la position d'équilibre  $x = 0$ , on peut dire que  $\langle p_x^2 \rangle = (\Delta p_x)^2$  et que  $\langle x^4 \rangle = \alpha(\Delta x)^4$ , l'énergie mécanique moyenne est  $E_m = \frac{\langle p_x^2 \rangle}{2m} + g \langle x^4 \rangle = \frac{(\Delta p_x)^2}{2m} + g\alpha(\Delta x)^4$ , on remplace par la relation d'indétermination de HEISENBERG et on obtient  $E_m = \frac{(\Delta p_x)^2}{2m} + g\alpha(\frac{\hbar}{2(\Delta p_x)})^4$ , le mode fondamental correspond à un minimum d'énergie  $\frac{dE_m}{d\Delta p_x} = \frac{\Delta p_x}{m} - \frac{g\alpha\hbar^4}{4\Delta p_x^5} = 0$ , on trouve  $\Delta p_x = \left(\frac{mg\alpha\hbar^4}{4}\right)^{1/6}$ , on arrive alors à  $E_m \simeq \left(\frac{g\alpha\hbar^4}{m^2}\right)^{1/3}$ .

### 4. État fondamental du puits infini

On considère un puits de potentiel rectangulaire infini de potentiel nul pour  $x \in [0, a]$ . On étudie un quanton de masse  $m$  est dans ce puits.

1. Rappeler sans calcul la forme de la fonction d'onde de l'état stationnaire  $\varphi(x)$  et la représenter graphiquement.
2. Calculer la valeur moyenne de la position  $\langle x \rangle$  dans cet état.
3. Faire de même avec la valeur moyenne du carré de la position  $\langle x^2 \rangle$ .
4. En déduire l'écart-type en position  $\Delta x = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2}$ .
5. Que dire de l'écart-type en quantité de mouvement  $\Delta p_x$  dans cet état ?

On donne :  $\int_0^a x \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \frac{a^2}{4}$  et  $\int_0^a x^2 \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right) dx = \frac{a^3}{6} - \frac{a^3}{4\pi^2}$ .

Réponses : la fonction d'onde doit s'annuler en  $x = 0$  et  $x = a$ , dans le mode fondamental elle ne s'annule pas entre les deux  $\varphi(x) = A \sin \frac{\pi x}{a}$ , on doit normaliser la probabilité  $\int_0^a \varphi^2(x) dx = 1$  d'où  $A = \sqrt{\frac{2}{a}}$ ;  $\langle x \rangle = \frac{a}{2}$ ;

$\langle x^2 \rangle = a^2 \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{2\pi^2} \right)$ ;  $\Delta x = a \sqrt{\left( \frac{1}{12} - \frac{1}{2\pi^2} \right)}$ , on trouve  $\Delta x = 0,18a < a$  ce qui confirme bien le confinement de la particule ; d'après la relation d'indétermination de HEISENBERG, on a  $\Delta p_x = \frac{\hbar}{2\Delta x}$ .

## 5. Un satellite géostationnaire

On considère un satellite géostationnaire de masse  $m$ . La Terre est considérée comme sphérique de masse  $M_T$  et de rayon  $R_T$ . On notera  $G$  la constante de gravitation universelle.

1. Démontrer que si le satellite est en position géostationnaire, sa trajectoire est un cercle équatorial de rayon  $R$  dont on donnera l'expression en fonction de la vitesse de rotation de la terre sur elle-même notée  $\Omega$ .
2. Proposer des valeurs des constantes non fournies dans le problème en puissance de 10 avec 1 chiffre significatif.
3. Donner l'expression de l'énergie potentielle et de l'énergie mécanique du satellite.
4. On lance le satellite depuis la Terre depuis un point de la surface à la latitude  $\lambda$ . Déterminer son énergie avant le lancement. En déduire l'énergie minimale nécessaire pour placer le satellite en orbite géostationnaire. Conclure.

Réponses : Le satellite reste au-dessus d'un point fixe de la Terre, le plan de son mouvement passant par le centre, le seul plan qui convienne est le plan équatorial, on a  $-\frac{GM_T m}{R^2} \vec{e}_r = -m\Omega^2 R \vec{e}_r$ ,  $G \simeq 6 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ ,  $R_T = 6,4 \times 10^3 \text{ km}$ ,  $M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$ ,  $\Omega = 7 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  puisque la période de rotation est de un jour (sidéral qui est un peu inférieur au jour solaire),  $R = 4,2 \times 10^4 \text{ km}$ ,  $E_m = -\frac{GM_T m}{2R} = -\frac{1}{2}m\Omega^2 R^2$ ,  $E_0 = -\frac{m\Omega^2 R^3}{R_T} + \frac{1}{2}mR_T^2 \cos^2 \lambda \Omega^2$ , on a  $\Delta E = \frac{m\Omega^2 R^2}{2} \left[ \frac{2R}{R_T} - 1 - \frac{R_T^2}{R^2} \cos^2 \lambda \right]$ , il faut plutôt se mettre à l'équateur, on  $\frac{2R}{R_T} = 13,1$  et  $\frac{R_T^2}{R^2} = 2,3 \times 10^{-2}$ .

## 6. Température de la Terre

On se propose d'étudier, à l'aide d'un modèle simplifié, la distribution de température à la surface de la Terre et d'autres planètes. L'influence des atmosphères planétaires sera ignorée et tous les corps du système solaire sont assimilés à des corps noirs. On admettra que les planètes sont en rotation autour de leur axe à vitesse suffisante pour que leur température de surface soit uniforme. On rappelle la loi du rayonnement de STEFAN-BOLTZMANN  $j_{ray} = \sigma T^4$  ainsi que la loi de WIEN  $\lambda_{max} T = 2895 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{K}$ .

1. Quelle est la puissance totale rayonnée par le Soleil ? On donne le rayon ( $R_S = 700000 \text{ km}$ ) et la température de surface du Soleil ( $T_S = 5700 \text{ K}$ ). Sachant que l'énergie solaire est fournie par la conversion de masse en énergie (relation d'Einstein  $E = mc^2$ ), déterminer la variation de masse du Soleil en une seconde, puis la variation relative de cette masse en un milliard d'années. On donne  $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et la masse du Soleil  $M_S = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$ .
2. Soit  $d = 150 \times 10^6 \text{ km}$  la distance moyenne Terre-Soleil ; à la distance  $d$  du soleil, on place un capteur solaire de surface  $1 \text{ m}^2$  que l'on suppose être un corps noir, exposé perpendiculairement aux rayons solaires. Ce capteur est destiné à chauffer un fluide. A quelle température peut-on espérer porter le fluide qu'il contient si on néglige tout phénomène de conduction ou de convection ?
3. Déterminer la température moyenne de la surface de la Terre. On négligera les effets de l'atmosphère. Commenter.
4. Établir l'équation donnant la température de surface d'une planète située à une distance  $x$  du Soleil. Pour chaque planète du tableau ci-dessous, calculer numériquement la température de surface et la comparer à la valeur mesurée  $T_m$ .

	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus
$x/d$	0,4	0,7	1	1,5	5,2	9,5	19,2
$T_m$	440 K	740 K	294 K	233 K	120 K	90 K	65 K

5. Quelles raisons physiques permettent d'expliquer la plus importante des différences observées ?

Réponses :  $P_s = 3,7 \times 10^{26} \text{ W}$ ,  $4,1 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $6,5 \times 10^{-5}$ ,  $115^\circ\text{C}$ ,  $2^\circ\text{C}$ .

## 7. Piston diatherme

Un cylindre fermé, à parois adiabatiques, est divisé en deux parties étanches de même volume  $V_i = 25 \times 10^{-3} \text{ m}^3$  par un piston diatherme, de capacité thermique négligeable, initialement bloqué. Les deux compartiment contiennent le même gaz parfait à la même température  $T_i = 290 \text{ K}$  et aux pressions respectives  $p_{i2} = 3p_{i1} = 3 \text{ bar}$ . On donne  $\gamma = 1,4$ . On libère le piston qui se déplace en translation sans frottement (on négligera les pertes énergétiques liées au frottement mécanique) et qui finit, malgré tout..., par s'immobiliser dans une nouvelle position d'équilibre.

1. Calculer la température finale  $T_f$  des gaz dans les compartiments (1) et (2) :

$$a : T_f = \gamma T_i \quad b : T_f = T_i / \gamma \quad c : T_f = (\gamma - 1) T_i \quad d : T_f = T_i$$

2. Calculer la pression finale dans les compartiments (1) et (2) :

$$a : p_f = (p_{i1} + p_{i2})/2 \quad b : p_f = \gamma(p_{i1} - p_{i2})/2 \quad c : p_f = p_{i1} + p_{i2} \quad d : p_f = (p_{i1} - p_{i2})/(2\gamma)$$

3. Calculer le volume final  $V_{f1}$  du gaz dans le compartiment (1) :

$$a : V_{f1} = 22,3 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \quad b : V_{f1} = 12,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \quad c : V_{f1} = 37,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \quad d : V_{f1} = 5,3 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

4. Calculer la variation d'enthalpie  $\Delta H$  du système :

$$a : \Delta H = 0 \text{ J} \quad b : \Delta H = 53,5 \text{ J} \quad c : \Delta H = 12,8 \text{ J} \quad d : \Delta H = -75,2 \text{ J}$$

5. Calculer l'entropie produite  $S_p$  au cours de cette évolution en :

$$a : S_p = 0 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad b : S_p = 58,7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad c : S_p = -12,7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \quad d : S_p = 4,5 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

Réponses : 1d, 2a, 3b, 4a, 5d.

### 8. Structure dipolaire plane

On considère 3 plans infinis situés en  $x = 0$  et en  $x = \pm a$ . Ces trois plans délimitent une distribution volumique de charge définie par la charge volumique  $\rho = \rho_0$  pour  $0 < x < a$ ,  $\rho = -\rho_0$  pour  $-a < x < 0$  enfin  $\rho = 0$  partout ailleurs.

1. Déterminer le champ électrique en tout point de l'espace.
2. Représenter le module de ce champ électrique en fonction de  $x$ .
3. Un électron est situé à une date  $t = 0$  à une abscisse  $x_0$  ( $y_0 = z_0 = 0$ ) et possède une vitesse  $\vec{v} = v_0 \vec{e}_z$ . Déterminer en fonction de  $x_0$  la nature du mouvement de l'électron.

Réponses :  $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$  et  $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_z)$  sont des  $\Pi^+$  donc  $\vec{E} = E_x(x)\vec{e}_x$  puisque la distribution est invariante selon une translation en  $y$  et  $z$ ,  $\operatorname{div} \vec{E} = \frac{dE_x}{dx} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ ,  $E_x = \frac{\rho_0}{\epsilon_0}x + \alpha_1$ ,  $\vec{E}_x = -\frac{\rho_0}{\epsilon_0}x + \alpha_2$ , la continuité en  $x = 0$  impose  $\alpha_1 = \alpha_2$ , en dehors de la distribution de charge  $E_x = \beta$ , en se plaçant  $x \rightarrow \infty$ , on a  $E_x = 0$  donc  $\beta = 0$  car la distribution est globalement neutre et d'extension finie sur  $x$ , on en déduit que  $|x| > a$   $E_x = 0$ ,  $-a < x < 0$   $E_x = -\frac{\rho_0}{\epsilon_0}(x + a)$ ,  $0 < x < a$   $E_x = \frac{\rho_0}{\epsilon_0}(x - a)$ , si  $|x| > a$  l'électron est en mouvement rectiligne uniforme si on néglige le poids, si  $0 < x < a$ , on a  $m\ddot{x} = -\frac{e\rho_0}{\epsilon_0}(x - a)$  d'où  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 a$  avec  $\omega_0 = \sqrt{\frac{e\rho_0}{m\epsilon_0}}$ ,  $x = a + (x_0 - a) \cos \omega_0 t$  et  $z = v_0 t$ , jusque ce que  $x = a$ , ensuite mouvement rectiligne uniforme,  $-a < x < 0$   $\ddot{x} - \omega_0^2 x = \omega_0^2 a$ ,  $x = -a + (a + x_0) \sin \omega_0 t$  jusqu'à ce que  $x = 0$  puis forme de mouvement identique au cas précédent avec toujours  $z = v_0 t$ .

### 9. Mise en mouvement par induction

On considère un dispositif conducteur formé de d'un conducteur circulaire de rayon  $a$  et de deux tiges de masse  $m$ , de longueur  $a$ , de moment d'inertie  $J_{Oz} = \frac{1}{3}ma^2$  liées au point  $O$  et pouvant tourner sans frottement autour de l'axe  $Oz$ . L'ensemble est plongé dans un champ magnétostatique uniforme  $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$ . Le circuit électrique que l'on considérera est toujours celui de plus courte longueur et quelle que soit sa longueur, sa résistance électrique  $R$  sera considérée comme invariable. À la date  $t = 0$ , on donne à l'extrémité de la tige 1 une vitesse initiale  $v_0$ . Voir le schéma de la figure 2.

1. Expliquer qualitativement ce qui va se produire.
2. Donner l'expression de l'intensité  $i$  du courant induit dans le circuit en fonction des angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  correspondant aux tiges par rapport à leur position initiale.
3. Établir les équations mécaniques des mouvements des tiges.
4. Quelles sont les équations différentielles auxquelles obéissent les angles  $\theta_1$  et  $\theta_2$  ?
5. Déterminer la solution des équations précédentes.
6. Faire un bilan énergétique.

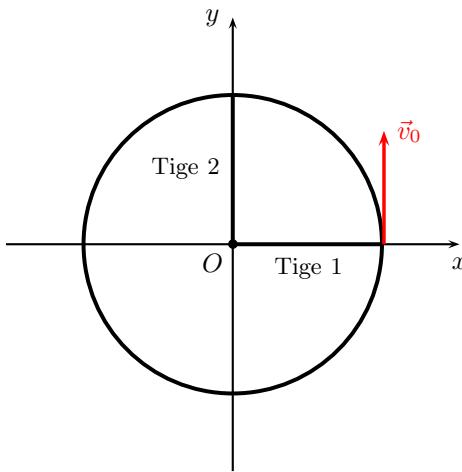


FIGURE 2 – Horloge à induction

Réponses : Le circuit constitué par le premier secteur au départ va être le siège d'un phénomène d'induction puisque sa surface va varier, le flux aussi, il y aura un courant induit qui par ces effets va tendre à s'opposer à la cause qui lui a donné naissance, la tige 1 va ralentir et la tige 2 se mettre en mouvement, en régime permanent les deux tiges auront la même vitesse, il n'y aura plus d'induction, on a  $\phi = (\frac{\pi}{2} + \theta_2 - \theta_1) \frac{a^2}{2} B_0$ ,  $i = -(\frac{d\theta_2}{dt} - \frac{d\theta_1}{dt}) \frac{a^2 B_0}{2R}$ , sur la barre 1 le moment des forces de LAPLACE est  $M_1 = -\frac{a^4 B_0^2}{4R} (\frac{d\theta_1}{dt} - \frac{d\theta_2}{dt})$  et  $M_2 = -M_1$  orientés sur l'axe  $Oz$ , on a  $\frac{1}{3}ma^2 \frac{d^2\theta_1}{dt^2} = M_1$  et  $\frac{1}{3}ma^2 \frac{d^2\theta_2}{dt^2} = M_2$ , on pose  $\tau = \frac{4mR}{3a^2 B_0^2}$  et on obtient  $\frac{d^2\theta_1}{dt^2} = \frac{1}{\tau} (\frac{d\theta_2}{dt} - \frac{d\theta_1}{dt})$  et  $\frac{d^2\theta_2}{dt^2} = -\frac{1}{\tau} (\frac{d\theta_2}{dt} - \frac{d\theta_1}{dt})$ , les solutions sont  $\frac{d\theta_1}{dt} = \frac{v_0}{2a} (1 + \exp -\frac{2t}{\tau})$ ,  $\theta_1 = \frac{v_0}{2a} (t + \frac{\tau}{2}(1 - \exp -\frac{2t}{\tau}))$  et  $\theta_2 = \frac{v_0}{2a} (t - \frac{\tau}{2}(1 - \exp -\frac{2t}{\tau}))$ , le bilan énergétique consiste à comparer l'énergie initiale  $E_{c,i} = \frac{1}{2} J \dot{\theta}_1^2(t=0) = \frac{1}{6}mv_0^2$  à l'énergie finale qui est de l'énergie cinétique pour chaque tige, en tout on trouve  $E_{c,f} = \frac{1}{12}mv_0^2$ , la moitié de l'énergie initiale a été dissipée par effet JOULE dans la résistance électrique du circuit, il faut calculer  $i = \frac{v_0 a B_0}{2R} \exp -\frac{2t}{\tau}$  et ensuite  $E_d = \int_0^\infty R i^2 dt$ , on trouve après calcul  $E_d = \frac{1}{12}mv_0^2$ .

### 10. Système de trois fentes

On considère un système de trois fentes infinies et infiniment fines séparées par la longueur  $a$ . Elles sont éclairées par une source monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  placée au foyer objet d'une lentille convergente de distance focale  $f$ . On place un écran d'observation dans le plan focale image d'une seconde lentille convergente de distance focale  $f$ .

1. Déterminer l'éclairement obtenu en un point  $M$  de coordonnées  $x$  sur l'écran.
2. On étudie maintenant le cas où les fentes sont de largeur  $b$  finie avec  $b < a$ . Déterminer à nouveau l'éclairement en  $M$ .

Réponses :  $E = \frac{E_{max}}{9} (1 + 2 \cos \frac{2\pi ax}{\lambda f})^2$ ,  $E = \frac{E_{max}}{9} \operatorname{sinc}^2 \frac{\pi bx}{\lambda f} (1 + 2 \cos \frac{2\pi ax}{\lambda f})^2$ , voir la figure 3.

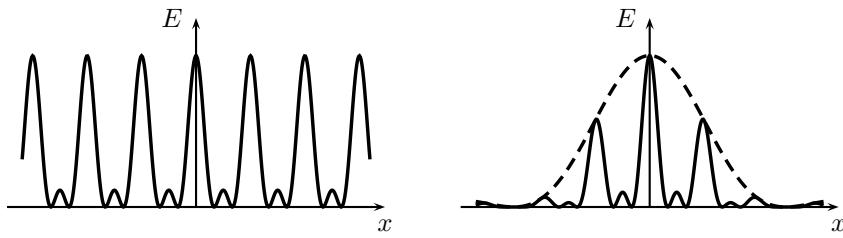


FIGURE 3 – Éclairement du système de trois fentes

### 11. Diffraction par un CD

On éclaire la face d'un CD contenant les informations avec un laser monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ . Le CD est orienté à  $45^\circ$  par rapport à l'horizontal envoyant ainsi des rayons lumineux sur le plafond de la salle. Le faisceau laser lui est horizontal, voir le schéma de la figure 4.

Le CD est disposé à  $h = 1,30 \text{ m}$  du plafond. Sur le CD, l'information est stockée sur une spirale linéaire qui part du centre et qui va vers l'extérieur. Le pas de la spirale est  $a = 1,6 \mu\text{m}$ . Le CD est installé à  $\ell = 1 \text{ m}$  du mur, la longueur totale de la pièce est  $L = 5 \text{ m}$ .

1. Expliquer qualitativement pourquoi on observe plusieurs taches lumineuses au plafond.

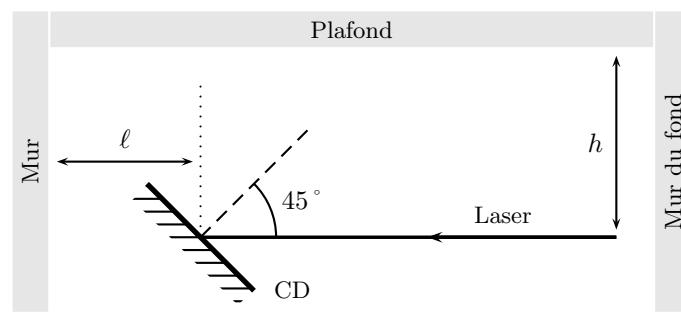


FIGURE 4 – CD agissant comme un miroir diffractant la lumière laser

2. Déterminer le nombre de taches lumineuses observées au plafond.
3. Déterminer la position des taches observées ;

Réponses : Le CD agit comme un réseau de pas  $a$ , il y a diffraction et interférences entre plusieurs ondes car la largeur du laser de l'ordre de 1 mm couvre un nombre assez élevé de motifs puisque le pas du réseau est très inférieur cette largeur, la loi de BRAGG donne  $\sin \theta = \sin i_0 + p \frac{\lambda}{a}$  avec  $i_0 = 45^\circ$ , numériquement cela donne  $\sin \theta = 0,707 + 0,396p$ , les ordres envisageables sont  $p \in [0, -1, \dots, -4]$  correspondant à  $\theta_0 = i_0 = 45^\circ$  et donc  $\alpha_0 = 0^\circ$  par rapport à la verticale,  $\theta_{-1} = 18,2^\circ$  et  $\alpha_{-1} = 26,8^\circ$ ,  $\theta_{-2} = -4,8^\circ$  et  $\alpha_{-2} = 49,8^\circ$ ,  $\theta_{-3} = -28,6^\circ$  et  $\alpha_{-3} = 73,6^\circ$ ,  $\theta_{-4} = -61^\circ$  et  $\alpha_{-4} = 106^\circ$  cet ordre n'atteint pas le plafond mais plutôt le mur du fond de la salle, la position par rapport à la verticale du point d'arrivée sur le laser par  $\ell_i = h \tan \alpha_i$ , on trouve donc  $\ell_0 = 0$ ,  $\ell_{-1} = 0,66\text{ m}$ ,  $\ell_{-2} = 1,54\text{ m}$  et  $\ell_{-3} = 4,42\text{ m} > L - \ell$ , cette dernière tache est sur le mur du fond, il y a donc 3 taches au plafond.

### 12. Équilibre de Boudouard

On considère l'équilibre de BOUDOARD :



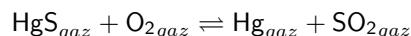
	$\text{CO}_{\text{gaz}}$	$\text{CO}_{2\text{gaz}}$
$\Delta_f G^\circ (\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1})$	-137,2	-394,4
$\Delta_f H^\circ (\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1})$	-110,5	-393,5

1. Donner l'expression de la constante d'équilibre  $K$  en fonction des activités des constituants du système, puis en fonction des pressions partielles des gaz.
2. Calculer  $\Delta_r G^\circ$  et  $K$  à 298 K.
3. Dans une enceinte de volume  $V = 10\text{ L}$ , on introduit à 298 K, un excès de carbone graphite et 0,1 mol de  $\text{CO}_2$ . Calculer l'enthalpie libre de réaction initiale du système, que peut-on en conclure ?
4. Calculer les pressions partielles des gaz à l'équilibre.
5. Comment évoluera l'équilibre précédent si on augmente la température ?
6. Comment évoluera l'équilibre précédent si on augmente la pression ?

Réponses :  $K = \frac{p_{\text{CO}}^2}{p^{\circ} p_{\text{CO}_2}} = \frac{n_{\text{CO}}^2}{n_{\text{CO}_2}} \frac{RT}{p^{\circ} V}$ ,  $\Delta_r G^\circ = 120 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ ,  $K = 9,3 \times 10^{-22}$ ,  $\Delta_r G \rightarrow -\infty$  sens 1,  $p_{\text{CO}} = 1,5 \times 10^{-11} \text{ bar}$ ,  $p_{\text{CO}_2} = 0,25 \text{ bar}$ ,  $\Delta_r H^\circ = 172,5 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$  endothermique si  $T$  augmente sens 1, si  $p$  augmente sens 2 (diminution du nombre de moles de gaz).

### 13. Élaboration du mercure

Le mercure se prépare exclusivement à partir de  $\text{HgS}$  par grillage à l'air vers  $700^\circ\text{C}$ , sous pression atmosphérique :



Le gaz de grillage circule dans des batteries de tubes, refroidis à l'eau, afin de condenser le mercure. Ce dernier est enfin purifié par distillation sous vide.

1. Préciser la variance du système, en prenant pour modèle de l'air à 20% de  $\text{O}_2$  et 80% de  $\text{N}_2$ .
2. En prenant initialement un mélange de 1 mole de  $\text{HgS}$  et 5 moles d'air, trouver le taux de conversion de  $\text{HgS}$  à l'équilibre connaissant l'enthalpie libre standard de la réaction à  $700^\circ\text{C}$  :  $\Delta_r G^\circ = -309 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ .

Réponses :  $v = 4$ ,  $K = 4 \times 10^{16}$ , quasiment 100%,  $n_{\text{O}_2} = n_{\text{HgS}} = 2 \times 10^{-8} \text{ mol}$ ,  $n_{\text{SO}_2} = n_{\text{Hg}} = 1 \text{ mol}$ .