Renseignements généraux

- *Concours* : ENS
- *Matière* : Maths ULCR
- *NOM Prénom* : MONDON Camille

Énoncé des exercices

Exercice :

Si $d \geq 2$, on note $N(d) = \left|\left\{(n,m) \in \mathbb{N}^2, n \leq m, \binom{m}{n} = d\right\}\right|$.

1. Montrer que $(i,j) \mapsto \binom{i+j}{i}$ est strictement croissante en i et en j.

Soit $B = \min\left\{b \in \mathbb{N}, \binom{2b}{b} \geq d\right\}$.

2. Montrer que $N(d) \leq 2B$. En déduire que $N(d) = O(\ln d)$.
3. Montrer :

$$\frac{1}{x} \sum_{1 \leq d \leq x} N(d) \xrightarrow[x \to +\infty]{} 2$$

Remarques sur l'oral

L'examinateur avait l'air pressé que je finisse son exercice. Pour la 2. j'ai utilisé la formule de Stirling mais effectivement on pouvait juste minorer $\binom{2(B-1)}{B-1}$ par 2^{B-1}.