

## 1 Maths ULCR

Soit  $P \in \mathbb{R}[X, Y]$ . On suppose que  $\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow +\infty} P(x, y) = +\infty$ .

On note  $S$  la sphère unité de  $\mathbb{R}^2$  pour la norme euclidienne.

- Soit  $(x, y) \in S$ . On pose  $C(x, y) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{P(tx, ty)}{t^2}$ . Montrer que  $C(x, y) > 0$  ou  $C(x, y) = +\infty$ .
- Montrer qu'on a l'alternative entre :
  - $C$  est fini sur  $S$
  - $C$  est infini sur  $S$  sauf sur un nombre fini de points
- On note  $M = \inf_{(x,y) \in S} C(x, y)$ . Est-ce que  $M > 0$  ?