
TD3 : Variables aléatoires

Rappels :

- $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$: une v.a. à valeurs réelles (affecte un nombre réel à un événement de Ω)
- x : une valeur possible prise par X
- $P(X = x)$: probabilité que l'événement $\{X = x\}$ se réalise
- $p_X(x)$: loi de probabilité de X définie comme $p_X(x) = P(X = x)$
- $F_X(x) = P(X \leq x)$: fonction de répartition de X

Exercice 1 : On tire successivement, avec remise, deux boules d'une urne qui contient une rouge R, une verte V et une blanche B.

1. On gagne 1 euro avec R, 2 euros avec V et on perd 3 euros avec B. Quels sont les gains possibles ? Définir la v.a. X qui représente le gain.
2. Maintenant on change les règles. On gagne 2 euros si les deux boules sont identiques et on perd 1 euro dans tous les autres cas. Définir la v.a. Y correspondante.
3. On revient au cas initial : on suppose équiprobable chaque tirage.
 - (a) Définir l'événement $A = \{\text{"obtenir un V sans B"}\}$.
 - (b) Calculer la probabilité de A .
 - (c) Quelle est l'image de A par X ?
 - (d) Quelle est la probabilité de $X(A)$?
4. Définir la loi de probabilité de X (faire un tableau de p_X).
5. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 0 ?
6. Quelle est la probabilité de gagner de l'argent à ce jeu ?
7. Que peut on espérer gagner ? (calculer l'espérance de X définie par $E[X] = \sum_x xP(X = x)$)

Exercice 2 : Les 3 commerciaux d'une entreprise ont respectivement une probabilité de 0,1 - 0,2 - 0,3 de conclure un contrat chaque jour ouvrable. La probabilité pour chacun d'eux de signer plusieurs contrats est nulle.

1. Définir X , la v.a. du nombre de contrats signés pour l'entreprise un jour donné.
2. Définir la loi de probabilité de X .
3. Définir sa fonction de répartition.
4. Quelle est la probabilité de signer 0, 1, 2, ou 3 contrat(s) ?
5. Quelle est la probabilité de signer au moins un contrat ?

Exercice 3 : Une entreprise fabrique des interrupteurs avec voyants lumineux. Un relevé statistique indique que 5% des interrupteurs fabriqués sont défectueux. Supposons que l'on prélève successivement et au hasard de la production deux interrupteurs. Notons X la v.a. « nombre d'interrupteurs défectueux dans l'échantillon prélevé ».

1. Définir la v.a. X .
2. Déterminer la loi de probabilité de X .
3. Définir la fonction de répartition de X .
4. Quelle est la probabilité pour qu'au plus, un interrupteur soit défectueux ?