

Renseignements généraux

- *Concours* : ENS ULCR
- *Matière* : Maths
- *NOM Prénom* : BACOUP Nicolas

Énoncé des exercices

Exercice :

On dit que n est un nombre parfait si $\sigma(n) = 2n$ où $\sigma(n) = \sum_{d|n} d$. On accepte le théorème suivant : n est un nombre parfait pair si et seulement si il existe $p \in \mathbb{N}$ tel que $n = 2^{p-1}(2^p - 1)$. On veut montrer qu'aucun entier consécutif à un nombre parfait n'est parfait. On se donne P un nombre parfait pair. On pose $m = P + 1$ et $n = P - 1$.

1. Montrer que si $2^p - 1$ est premier, p l'est également.
2. Etudier la congruence de P modulo 12.
3. Montrer que m et n ne sont pas des carrés.
4. Etudier $\sigma(m)$ modulo 3 et $\sigma(n)$ modulo 4 et en déduire que m et n ne sont pas parfaits.

Remarques sur l'oral

L'arithmétique, c'est pas sympa.