

Renseignements généraux

- *Concours* : ULCR
- *Matière* : Maths
- *NOM Prénom* : AUFFRAY Vincent

Énoncé des exercices

Exercice 1 :

Soit $P = |\lambda| \prod_{j=1}^n (X - \alpha_j) \in \mathbb{C}[X]$, de degré n . On pose $M(P) = \prod_{j=1}^n \max(1, |\alpha_j|)$.

On cherche à montrer que $M(P) = |\lambda| \exp\left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |1 - P(e^{i\theta})| d\theta\right)$

1. Montrer qu'il suffit de montrer le résultat pour les polynômes unitaires de degré 1 de $\mathbb{R}[X]$.
2. On pose, pour $a \in \mathbb{R}$, $I(a) = \int_0^\pi \ln(1 - 2a \cos \theta + a^2) d\theta$.
Montrer que pour tout $a \in \mathbb{R}$, $I(a) = I(-a)$ et $I(a^2) = 2I(a)$. En déduire $I(a)$ pour tout $a \in \mathbb{R}$.
3. Conclure.

Remarques sur l'oral