

Exercices de révision pour les oraux : Série 2.

1. Effet de surtension

On place une bobine d'inductance $L = 4 \times 10^{-3} \text{ H}$ dans un circuit comprenant une source de tension de fem $e = 40 \text{ V}$ constante et un interrupteur K . La résistance totale du circuit est $R = 40 \Omega$. Le régime permanent étant établi, on ouvre brusquement l'interrupteur K . On assimile la coupure ainsi réalisée à un condensateur de capacité $C = 10 \text{ pF}$.

1. Déterminer l'intensité du régime permanent précédant l'ouverture de K .
2. Montrer que la tension $u(t)$ aux bornes de la coupure croît rapidement et que le *potentiel explosif* qui est de l'ordre de 1000 V est rapidement atteint.
3. Montrer qu'au moment de l'éclatement de l'étincelle $u(t)$ et $i(t)$ sont bien représentés par $u(t) = bt$ et $i(t) = i_0(1 - at^2)$. Calculer a , b et i_0 .
4. On ajoute aux bornes de l'ensemble bobine-résistance, une résistance R' en série avec un condensateur de capacité C' . Montrer que l'on peut choisir R' et C' telles que l'impédance équivalente à cette nouvelle association soit indépendante de la pulsation ω . Montrer qu'alors l'étincelle de rupture est supprimée.

Réponses : $i_p = 1 \text{ A}$, $L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0$, $\frac{d^2 i}{dt^2} + 10^4 \frac{di}{dt} + 2,5 \times 10^{13} i = 0$, $i(t) = 1 \cos 5 \times 10^6 t \exp -5 \times 10^3 t$, $i(t) \simeq 1(1 - 1,25 \times 10^{13} t^2)$, $u(t) \simeq 2 \times 10^4 \sin 5 \times 10^6 t \simeq 10^{11} t$, $i_0 = 1 \text{ A}$, $a = 1,25 \times 10^{13} \text{ s}^{-2}$, $b = 10^{11} \text{ V} \cdot \text{s}^{-1}$, $Z = R \frac{(1 - \frac{R'}{R} LC' \omega^2) + j(\frac{L}{R} + R' C' \omega)}{(1 - LC' \omega^2) + j(R + R') C' \omega}$, $R = R'$ et $C' = \frac{L}{R^2}$, $Z = R$ d'où $RC \frac{du}{dt} + u = e$, $u_{\max} = e = 40 \text{ V}$, plus de problème.

2. Oscilloscope numérique

La structure d'un oscilloscope numérique comprend un étage d'entrée atténuateur qui possède une impédance d'entrée de $1 \text{ M}\Omega$ - information inscrite sur l'appareil en général -, un échantillonneur fonctionnant à la fréquence F_e - et qui, par conséquent, prélève F_e échantillons par seconde -, un convertisseur analogique-numérique qui envoie les données dans la mémoire et un système de traitement pour fournir l'image sur l'écran de l'oscilloscope. Un utilisateur souhaite pouvoir analyser des signaux classiques - sinusoïdal, triangle, créneau, impulsion - présentant des fréquences comprises entre $0,1 \text{ Hz}$ et 10 MHz .

1. Pourquoi ne peut-on pas se contenter d'un oscilloscope dont la bande passante est égale à la fréquence maximale souhaitée ?
2. Quelle est la valeur minimale du taux d'échantillonnage nécessaire ?
3. La notice de l'appareil précise que, pour une bonne gestion de la capacité de la mémoire d'une capacité de 256 ko , le taux d'échantillonnage F_e est ajusté en fonction du calibre sélectionné sur l'appareil. En supposant qu'un échantillon occupe 2 octets , quel taux d'échantillonnage F_e maximal permettrait d'observer 10 périodes d'un signal de fréquence 10 kHz ? On restreint la cadence à $100 \text{ Méch} \cdot \text{s}^{-1}$, combien un balayage occupe-t-il de capacité mémoire ? Combien cela représente-t-il de points par période ?
4. Le choix du convertisseur conditionne fortement le prix de l'appareil. Commenter les valeurs du tableau suivant.

Nombre de bits	8	12	16
Nombre de niveaux	256	4 096	65 536
Plus petite variation décelable	0,4%	244 ppm	15 ppm

5. Peut-on avec les convertisseurs proposés atteindre une précision de $0,1 \text{ mV}$ pour une tension de 240 V ?
6. En fait, pour mesurer des tensions de quelques dizaines ou de centaines de volts, on utilise une sonde qui atténue le signal d'un facteur 10 . Quelle est la précision que l'on peut obtenir en utilisant un convertisseur 12 bits ?

Réponses : un signal triangle ou créneau ou a fortiori impulsion présente des fréquences supérieures à 10 MHz , pour le triangle et le créneau ce sont des multiples de cette fréquence, les oscilloscopes de TP sont à 60 MHz ; il faut respecter le critère de SHANNON et donc $F_e > 2f_{\max}$; on dispose de $256 \times 1024 = 262 144 \text{ octets}$ ce qui fait $131 072$ valeurs à stocker dans la mémoire ce qui représente pour une période environ $13 107$ valeurs, la fréquence étant de 10 kHz , il faut donc $F_e = 131 \text{ Méch} \cdot \text{s}^{-1}$, 10 périodes cela représente 1 ms , cela fait 10^5 échantillons et cela occupe donc $2 \times 10^5 \text{ octets}$ tout en ayant 10^4 échantillons par période; le nombre de niveaux est bien 2^n où n est le nombre de bits, la plus petite variation relative est de $\frac{1}{2^{n-1}} \simeq 2^{-n}$, on trouve bien les valeurs annoncées dans le tableau; la variation relative est de $0,4 \text{ ppm}$ c'est impossible à atteindre avec les convertisseurs proposés; avec l'atténuation on doit mesurer au maximum 24 V avec une précision de 244 ppm cela représente donc une précision d'environ 6 mV .

3. Barrière de potentiel

On cherche à déterminer certains états stationnaires d'une particule quantique de masse m évoluant dans le potentiel suivant :

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < -\frac{a}{2} \text{ (région I),} \\ V_0 > 0 & \text{pour } -\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{a}{2} \text{ (région II),} \\ 0 & \text{pour } x > \frac{a}{2} \text{ (région III).} \end{cases} \quad (1)$$

On se limite au cas où $E > V_0$. On pose $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ et $K = \frac{\sqrt{2m(E - V_0)}}{\hbar}$.

1. Décrire qualitativement le mouvement de la particule dans le cas où il peut être décrit dans le cadre de la mécanique classique.
2. Dans le cadre d'une description quantique, l'état de la particule est décrit par la fonction d'onde $\psi(x, t) = \varphi(x) \exp(-iEt/\hbar)$. Établir l'équation différentielle vérifiée par $\varphi(x)$ dans chacune des trois régions.
3. En l'absence de source de particules quantiques dans la région III, proposer une forme adéquate de $\varphi(x)$ dans chacune des trois régions. Préciser les conditions de raccordement qui doivent être vérifiées par $\varphi(x)$.

Ces conditions de raccordement permettent de déduire les expressions des probabilités de transmission au-delà de la barrière T , et de réflexion par la barrière R . On donne :

$$T = \frac{1}{1 + \frac{V_0^2}{4E(E - V_0)} \sin^2 \left(\frac{a\sqrt{2m(E - V_0)}}{\hbar} \right)}$$

4. Déterminer l'expression de R à partir de l'expression de T .
5. Représenter l'allure de T et de R en fonction de E pour $E > V_0$. Commenter.
6. Des électrons d'énergie cinétique égale à 10 eV s'approchent d'une barrière de potentiel comme celle-ci de hauteur 4 eV. Déterminer les épaisseurs de la barrière pour laquelle la transmission du faisceau électronique est totale. Comparer, dans cette situation, l'épaisseur de la barrière à la longueur d'onde de DE BROGLIE des électrons dans la barrière.

Réponses : la particule classique ralentit en $x = -a/2$ de façon brutale comme dans un choc et accélère de façon brutale en $a/2$; dans les régions I et III on a $\frac{d^2\varphi}{dx^2} + k^2\varphi(x) = 0$ et dans la région II $\frac{d^2\varphi}{dx^2} + K^2\varphi(x) = 0$, on a $\varphi_I(x) = A_1 \exp ikx + B_1 \exp -ikx$, $\varphi_{II}(x) = A_2 \exp iKx + B_2 \exp -iKx$ et $\varphi_{III}(x) = A_3 \exp ikx$, il y a continuité de φ d'où $\varphi_I(-a/2) = \varphi_{II}(-a/2)$ et $\varphi_{III}(a/2) = \varphi_{II}(a/2)$, le potentiel étant borné en tout point, on a aussi continuité de la dérivée $\frac{d\varphi_I}{dx} \Big|_{-a/2} = \frac{d\varphi_{II}}{dx} \Big|_{-a/2}$ et $\frac{d\varphi_{II}}{dx} \Big|_{a/2} = \frac{d\varphi_{III}}{dx} \Big|_{a/2}$; par conservation de la loi de probabilité, on a $R = 1 - T$; représentation graphique de T et de R sur le graphique de la figure 1; à chaque fois que $Ka = n\pi$, on a $T = 1$, cela se produit lorsque $a = n \frac{\hbar}{2\sqrt{2m(E - V_0)}}$, la longueur d'onde de DE BROGLIE est $\lambda_{DB} = \frac{\hbar}{p}$ avec $p = \sqrt{2m(E - V_0)}$, on voit que la condition précédente revient à $a = n \frac{\lambda_{DB}}{2}$ qui est équivalente à une condition d'ondes stationnaires entre deux nœuds comme par exemple sur la corde de MELDE; $a_n = na_1$ avec $a_1 = 250$ pm, on a $a = 500$ pm $= 2a_1$, il y a bien transmission intégrale.

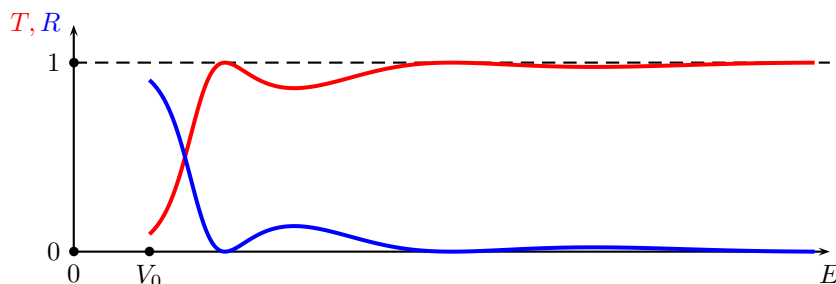


FIGURE 1 – Coefficient de transmission T et de réflexion R

4. Modèle d'Einstein des solides

Afin de pouvoir évaluer précisément la capacité thermique d'un solide, on utilise le modèle unidimensionnel d'EINSTEIN de 1907. Chaque atome de masse m est considéré comme un oscillateur harmonique au sens quantique à une dimension. Les niveaux d'énergie d'un tel système d'énergie potentielle $E_p(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$ sont quantifiés : $E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega$. On pose $u = \frac{\hbar\omega}{k_B T}$.

1. Pour un solide en équilibre avec un thermostat de température T , exprimer la probabilité $p_n(u)$ qu'un atome soit dans l'état indicé par n .
2. Montrer que l'énergie moyenne $\bar{\varepsilon}(T)$ d'un atome vaut :

$$\bar{\varepsilon}(T) = \frac{\hbar\omega}{2} \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)$$

On donne : $\sum_{n=0}^{\infty} n \exp(-\alpha n) = \frac{1}{4 \operatorname{sh}^2 \frac{\alpha}{2}}$ pour $\alpha > 0$.

3. Évaluer la capacité thermique molaire $C_{V,mol}(T)$ du solide. On rappelle la relation $\frac{d \coth x}{dx} = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}$.
4. Quelle est la limite à haute température ? Quelle loi retrouve-t-on ?
5. Tracer l'allure de $C_{V,m}(T)$.

Réponses : $p_n = \frac{1}{z} \exp(-(n + \frac{1}{2})u)$ et $z = \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-(n + \frac{1}{2})u) = \exp(-\frac{u}{2}) \sum_{n=0}^{\infty} \exp(-nu)$ d'où $z = \frac{1}{2 \operatorname{sh} \frac{u}{2}}$ et donc $p_n = 2 \operatorname{sh} \frac{u}{2} \exp(-(n + \frac{1}{2})u)$; $\bar{\varepsilon} = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \hbar\omega(n + \frac{1}{2})$, on trouve bien $\bar{\varepsilon}(T) = \frac{\hbar\omega}{2} \coth\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)$; $C_{V,mol} = \mathcal{N}_A \frac{d\bar{\varepsilon}}{dT} = \mathcal{N}_A \frac{\hbar^2 \omega^2}{4k_B T^2} \frac{1}{\operatorname{sh}^2 \frac{\hbar\omega}{2k_B T}}$; à haute température $\frac{\hbar\omega}{2k_B T} \ll 1$ d'où $\operatorname{sh} x \simeq x$, on trouve $C_{V,mol} \simeq \mathcal{N}_A k_B = R$, c'est la loi de DULONG et PETIT, on a un oscillateur unidimensionnel à deux degrés de liberté quadratiques $E_c = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$ et $E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$, il y a $\frac{1}{2}k_B T$ par degré de liberté; à basse température, on trouve que $C_{V,mol} \simeq 0$, une petite variation de température ne change pas la répartition des particules qui sont toutes dans le niveau fondamental et y restent, on ne stocke pas d'énergie.

5. Transport d'une planche dans une scierie

On considère une planche d'épaisseur très faible par rapport à sa longueur $2(d+a)$ et de masse m . Cette planche repose sur un appui que l'on va considérer comme ponctuel en A et sur un cylindre de rayon R qui tourne à la vitesse ω constante par rapport à un axe horizontal. Le coefficient de frottement sera supposé identique pour le contact en A et pour le contact avec le cylindre. Il est noté f . On confondra coefficient de frottement statique et coefficient de frottement dynamique. On suppose que les deux contacts sont réalisés en permanence. À la date $t = 0$, la planche possède la vitesse $\vec{v}_{t=0} = -v_0 \vec{e}_x$ et l'abscisse s du centre d'inertie de la planche supposée homogène est $x = 0$. Voir le schéma de la figure 2.

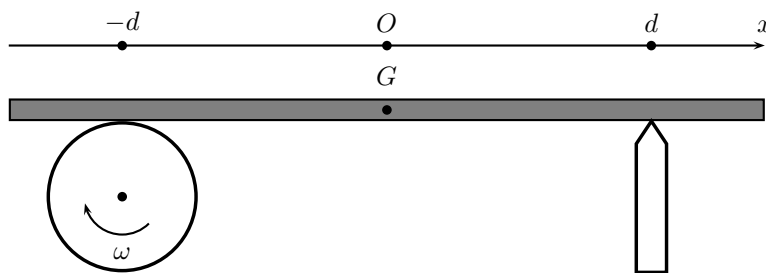


FIGURE 2 – Entraînement d'une planche

1. Montrer qu'à la date $t = 0$, il y a nécessaire glissement sur les deux appuis et déterminer l'orientation de chaque composante tangentielle de frottement.
2. Étudier la première phase du mouvement en supposant qu'il y a glissement au niveau de chaque appui.
3. Déterminer la date à laquelle va s'annuler, en premier, l'une des deux vitesse de glissement. Quelle conclusion doit-on en tirer ?
4. Étudier le mouvement ultérieur. Montrer que selon la valeur de ω une phase de roulement sans glissement de la planche sur le cylindre est possible.

Réponses : $v_{g1} = \dot{x}$ et $v_{g2} = \dot{x} - R\omega$ T_1 et T_2 dans le sens $x > 0$, $m\ddot{x} = T_1 + T_2$, $N_1 + N_2 = mg$, $\ddot{x} = fg$, $\dot{x} = fgt - v_0$, $v_{g1} = fgt - v_0$ et $v_{g2} = fgt - (v_0 + R\omega)$, $v_{g1} = 0$ à $t_1 = \frac{v_0}{fg}$, $x(t_1) = -\frac{v_0^2}{2fg}$ et $\dot{x}(t_1) = 0$, ensuite T_1 est dans le sens $x < 0$, $m\ddot{x} = T_2 - T_1 = f(N_2 - N_1)$, par le théorème du moment cinétique en G $N_2(d+x) = N_1(d-x)$, $N_1 = \frac{mg}{2}(1 + \frac{x}{d})$ et $N_2 = \frac{mg}{2}(1 - \frac{x}{d})$, $\ddot{x} + \frac{fg}{d}x = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{fg}{d}}$, $x = -\frac{v_0^2}{2fg} \cos \omega_0(t - t_1)$, $\dot{x} = \frac{v_0^2}{2\sqrt{fgd}} \sin \omega_0(t - t_1)$, $v_{g2} = \frac{v_0^2}{2\sqrt{fgd}} \sin \omega_0(t - t_1) - R\omega$, RSG possible si $\omega < \frac{v_0^2}{2R\sqrt{fgd}}$.

6. Moteur automobile à turbine

Un moteur destiné à un véhicule automobile est schématiquement représenté sur la figure 3.

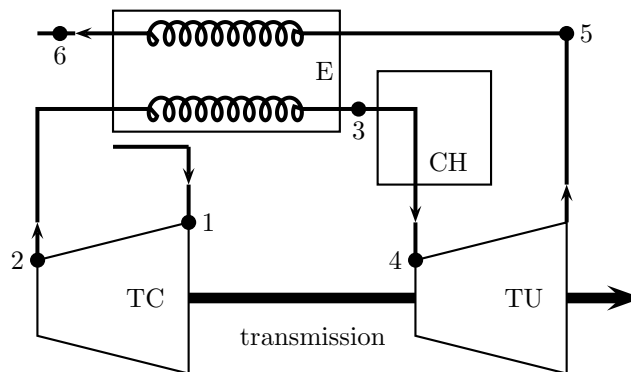


FIGURE 3 – Moteur automobile à turbine

Le fluide circulant dans l'installation est de l'air assimilé à un gaz parfait de capacité thermique massique $c_p = 1 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ et de coefficient $\gamma = 1,40$. Le débit massique de l'air est $\mathcal{D}_m = 0,9 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$. L'installation comporte les éléments décrits ci-dessous (les transformations sont supposées réversibles) :

- ◊ Un turbocompresseur, de rendement mécanique $\eta_{\text{méc}} = 0,95$, aspire de l'air à $t_1 = 10^\circ\text{C}$ et à $p_1 = 1 \text{ bar}$. Son rapport de compression adiabatique est $p_2/p_1 = 4$.
- ◊ Une turbine, de rendement mécanique $\eta_{\text{méc}} = 0,95$, admet l'air à $t_4 = 927^\circ\text{C}$ et à $p_4 = p_2$. La détente adiabatique ramène l'air à $p_5 = p_1$.
- ◊ Un échangeur thermique parfaitement calorifugé et isobare d'efficacité $\epsilon = 0,74$. L'efficacité est définie par $\epsilon = \frac{t_3 - t_2}{t_5 - t_2}$.
- ◊ Une chambre de combustion isobare, parfaitement calorifugée et de rendement de combustion $\eta_{\text{comb}} = 0,97$. Ce rendement est défini comme le rapport de l'énergie reçue par le fluide par transfert thermique et de l'énergie apportée par le combustible.

1. Calculer la température t_2 du gaz à la sortie du turbocompresseur ainsi que la puissance P_C fournie à l'arbre du compresseur.
2. Calculer la température t_5 du gaz à la sortie de la turbine ainsi que la puissance P_T disponible sur l'arbre de la turbine. En déduire la puissance utile reçue par la transmission du véhicule.
3. Calculer la température t_3 du gaz à l'entrée de la chambre de combustion.
4. Calculer le rendement global de l'installation.
5. Calculer le débit massique $\mathcal{D}_m^{\text{comb}}$ horaire du combustible dont le pouvoir énergétique est $p.e. = 4 \times 10^4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.
6. Calculer la température t_6 du gaz à la sortie de l'échangeur thermique.

Réponses : $t_2 = 148^\circ\text{C}$, $P_C = 131 \text{ kW}$, $t_5 = 535^\circ\text{C}$, $P_T = -335 \text{ kW}$, $P_{\text{utile}} = 204 \text{ kW}$, $t_3 = 434^\circ\text{C}$, $\eta = 0,45$, $\mathcal{D}_m^{\text{comb}} = 0,011 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$, $t_6 = 249^\circ\text{C}$.

7. Conduction thermique et effet Joule

Un matériau de conductivité thermique λ et de conductivité électrique γ , est parcouru par un courant de densité volumique uniforme $\vec{j} = j\vec{e}_x$. Le plan $x = 0$ est calorifugé de telle sorte qu'il ne puisse pas se produire de transferts thermiques et le plan $x = L$ est isotherme maintenu à $T = T_0$. Déterminer en régime stationnaire la répartition de température dans le matériau. Les parois latérales sont calorifugées, on néglige donc toute convection.

Réponse : En régime permanent, on a $\frac{dj_{\text{cond}}}{dx} = \sigma$ où $\sigma = \frac{j^2}{\gamma}$ est le terme de production de puissance volumique, ici, dû à l'effet JOULE. Avec $j_{\text{cond}} = -\lambda \frac{dT}{dx}$, on obtient l'équation différentielle $\frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{j^2}{\lambda\gamma}$. Elle s'intègre en prenant en compte les conditions aux limites $T(x = L) = T_0$ et $\frac{dT}{dx}|_{x=0} = 0$. On obtient $T(x) = -\frac{j^2}{2\lambda\gamma}(x^2 - L^2) + T_0$.

8. Onde et induction

On étudie la propagation de l'onde électromagnétique dans le vide suivante :

$$\vec{E} = E_0 \cos(kx - \omega t + \varphi) \vec{e}_z \quad \text{et} \quad \vec{B} = B_0 \cos(kx - \omega t) \vec{e}_y$$

1. Comment appelle-t-on φ ? Donner la direction et le sens de propagation de l'onde. Quelle est sa vitesse ?
2. Déterminer l'expression de φ et de B_0 pour que l'onde soit une OPPS. Calculer le vecteur de POYNTING, calculer sa moyenne temporelle. Quelle est la signification physique de cette grandeur ?
3. On utilise comme dispositif récepteur de l'onde un cadre carré de hauteur $2h$, constitué de N spires. Comment doit-on placer le cadre pour obtenir un effet maximum ?
4. Calculer la force électromotrice induite dans le cadre en considérant que le cadre est centré sur l'abscisse x .

Réponses : φ est un déphasage, axe Ox dans le sens x croissant, $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, $\varphi = \pi$, $B_0 = E_0/c$, $\langle \vec{\Pi} \rangle_t = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \vec{e}_x$, perpendiculaire à Oy , $e = 4hNE_0 \sin \frac{\omega h}{c} \sin(\omega t - kx)$.

9. Freinage par induction

Un cadre carré conducteur de masse m , de résistance électrique R et d'arête a tombe verticalement dans un champ magnétique :

$$\vec{B} = (B_0 - bz) \vec{e}_y$$

perpendiculaire au plan du cadre. A l'instant t , l'arête supérieure du cadre est à la cote z . L'axe Oz est un axe vertical orienté vers le bas. On notera g l'accélération de la pesanteur.

1. Calculer le flux du champ magnétique en fonction de z .
2. Expliquer pourquoi le cadre va subir une force de la part du champ magnétique. Calculer l'expression de cette force.
3. Établir l'équation du mouvement du cadre. Discuter la nature du mouvement de chute.
4. Étudier le cas où le champ magnétique dépend à la fois de z et de t selon : $\vec{B} = (B_0 - bz - b' \frac{t}{\tau}) \vec{e}_y$

Réponses : $\Phi = B_0 a^2 - \frac{a^2 b}{2} (2z + a)$, $i = \frac{a^2 b}{R} \dot{z}$, $F_z = -ba^2 i = -\frac{a^4 b^2}{R} \dot{z}$, $\frac{dv}{dt} + \frac{a^4 b^2}{mR} v = g$, $v_{lim} = \frac{mgR}{a^4 b^2}$, $\tau_0 = \frac{mR}{a^4 b^2}$, $v = A \exp -\frac{t}{\tau_0} + v_{lim}$, seul le second membre change $\frac{dv}{dt} + \frac{a^4 b^2}{mR} v = g - \frac{a^4 b b'}{m \tau R}$.

10. Interférences en lumière parallèle

On considère deux ondes planes monochromatiques, de longueur d'onde $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, cohérentes, de même amplitude A_0 . Les deux ondes arrivent en un point P du plan Oxy . L'une arrive de façon normale à ce plan et l'autre, contenue dans le plan Oxz , fait un angle $\theta = 3^\circ$ avec l'axe Oz .

1. Donner l'expression de l'amplitude complexe de chacune des deux ondes sachant que l'origine des phases est choisie à l'origine du repère.
2. En déduire l'éclairement dans le plan Oxy .
3. Donner la géométrie des franges et calculer l'interfrange.

Réponses : $a_1 = A_0 \exp[i(\omega t - kz)]$ et $a_2 = A_0 \exp[i(\omega t - k \cos \theta z - k \sin \theta x)]$, $E(P) = \frac{E_{max}}{2} (1 + \cos \frac{2\pi \sin \theta x}{\lambda})$, rectilignes sur Oy , $i = \frac{\lambda}{\sin \theta} = 12 \mu\text{m}$.

11. Détecteur large

On considère un interféromètre de MICHELSON monté en lame d'air d'épaisseur e . On note i l'angle d'incidence d'un rayon lumineux sur cette lame d'air et λ la longueur d'onde du rayonnement monochromatique utilisé. À la sortie de l'interféromètre, on utilise une lentille convergente de distance focale f . On utilise pour étudier la figure d'interférences, un détecteur de forme sphérique concave dont le sommet est placé au foyer image F' de la lentille. Le centre de la sphère correspondant au détecteur est situé au centre optique O de la lentille, ce qui fait que le rayon de courbure du détecteur est f . Le diamètre du détecteur est $2R$, voir le schéma de la figure 4. Sur cette figure, la taille du détecteur est volontairement exagérée car on considère $R \ll f$.

1. Déterminer la surface totale du détecteur.
2. Démontrer que l'expression de la différence de marche à l'infini provoquée par la lame d'air est $\delta = 2e \cos i$. On considérera, par la suite, que cette différence de marche est toujours valable.
3. Déterminer l'expression de l'éclairement enregistré par le détecteur en fonction, entre autres, du rapport $e\lambda$, de R et de f' .

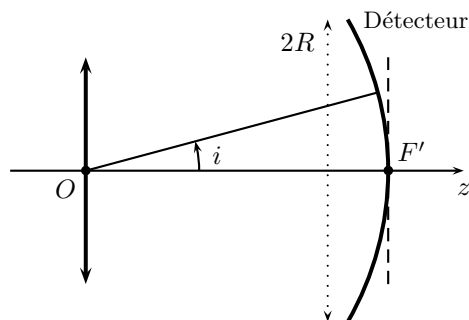


FIGURE 4 – Détecteur large

4. Discuter l'influence de R sur l'éclairement enregistré.

Réponses : surface élémentaire $dS = 2\pi f \sin i f di = f^2 2\pi \sin i di$, surface totale $S = 2\pi f^2 (1 - \cos i_{max}) = 2\pi f^2 (1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{f^2}})$, avec $R \ll f$ on retrouve $S = \pi R^2$, dS reçoit l'éclairement élémentaire $dE = K'(1 + \cos \frac{2\pi 2e \cos i}{\lambda}) dS$, $E = K'S \left(1 - \text{sinc} \pi \frac{2e}{\lambda} \frac{R^2}{f^2} \cos 2\pi \frac{2e}{\lambda} (2 - \frac{R^2}{2f^2})\right)$, $E = \frac{E_{max}}{2} \left(1 - \text{sinc} \pi \frac{2e}{\lambda} \frac{R^2}{f^2} \cos 2\pi \frac{2e}{\lambda} (2 - \frac{R^2}{2f^2})\right)$; lorsque R augmente le contraste $\mathcal{C} = \left| \text{sinc} \pi \frac{2e}{\lambda} \frac{R^2}{f^2} \right|$ diminue vite le détecteur ne distingue plus les franges, pour bien détecter les franges, il faut que le détecteur soit petit mais il reçoit alors d'autant moins d'énergie, un compromis est nécessaire.

12. Synthèse du iodure d'hydrogène

On donne à $T = 1000$ K fixée :

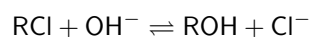


Dans un volume $V = 10$ L, initialement vide, on place 0,5 mol de dihydrogène et 0,5 mol de diiode. Décrire l'état final.

Réponses : 0,11 mol de $\text{H}_{2\text{gaz}}$ et de $\text{I}_{2\text{gaz}}$, 0,78 mol de HI_{gaz} .

13. Cinétique d'ordre 2

On étudie la réaction en solution :



Cette réaction est d'ordre 1 par rapport à chacun des deux réactifs. La constante de vitesse est notée k . Cette réaction est réalisée dans un réacteur ouvert de volume fixé V , muni d'un dispositif d'agitation suffisamment efficace pour que le mélange avec le milieu, des réactifs introduits, puisse être considéré comme instantané. Dans le réacteur, la solution peut être considérée comme homogène de concentration constante en RCI. Elle est notée c_{eq} . Les réactifs sont introduits dans le réacteur avec un débit constant D (en $\text{L} \cdot \text{s}^{-1}$). Les concentrations de RCI et de OH^- dans le flux entrant sont toutes deux égales à c_0 . On admettra qu'en régime permanent, la quantité totale de RCI présente dans le réacteur est constante.

- Donner l'expression de la vitesse v de disparition du réactif RCI.
- En écrivant le bilan des nombre de moles de RCI, donner la relation littérale existant, en régime permanent, entre c_{eq} , c_0 , D et V .
- Calculer c_{eq} avec $c_0 = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, $D = 0,1 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$, $V = 100 \text{ L}$ et $k = 8,9 \times 10^{-2} \text{ mol}^{-1} \cdot \text{L} \cdot \text{s}^{-1}$.

Réponses : $v = k [\text{RCI}] [\text{OH}^-]$, $Dc_0 = kVc_{eq}^2$, $c_{eq} = 0,106 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.