

LA THEORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES DE BROUSSEAU

Alain KUZNIAK(*)
DIDIREM Paris VII
et IUFM d'Orléans-Tour

Résumé : La théorie des situations didactiques développe un cadre pour l'étude des situations d'enseignement des mathématiques. L'article présente deux éléments importants de cette théorie : les notions de situations didactiques et adidactiques et la notion de contrat didactique. L'exemple d'une expérience conduite par Brousseau d'un premier enseignement des statistiques au Cours Moyen illustre le propos.

Introduction

La présentation en peu de pages d'un travail aussi foisonnant et s'étendant sur plusieurs décennies relève du genre de tâches susceptible de laisser un goût d'inachevé ou de survol voire pire, à cause des approximations nécessaires, de donner une fausse idée de la théorie qu'on vise à faire découvrir. Outre sa prolixité et sa richesse, l'entrée dans l'œuvre de BROUSSEAU est rendue particulièrement difficile par un point qui relève de la méthode utilisée dans la théorie des situations elle-

même. Son étroite relation pendant plus de trente ans avec des expérimentations dans les classes fait que peu à peu les concepts initiaux se modifient et s'approfondissent graduellement par extension de leur champ d'application. Il s'agira donc ici d'une présentation partielle de la théorie des situations didactiques et d'une introduction à la lecture des différents ouvrages de BROUSSEAU.

BROUSSEAU a l'habitude de dire que sa carrière et ses recherches sont en grande partie le fruit de la contingence et de rencontres souvent déterminantes. Dans son cas, il ne s'agit pas seulement d'une clause de style mais aussi du reflet de la réalité. Il me semble intéressant de préciser ce point en insistant

* Cet article est paru dans *L'ouvert*. Il reprend l'exposé sur la Théorie des Situations Didactiques que j'ai fait lors de la réunion de fin d'année 2004 de l'IREM de Strasbourg. Le prétexte de cet exposé avait été fourni par l'attribution de la médaille KLEIN 2003 à Guy BROUSSEAU pour l'ensemble de ses travaux en didactique des mathématiques.

sur l'importance d'institutions comme les Irem ou l'Ecole Michelet dans l'élaboration de la didactique des mathématiques.

Né en 1933 au Maroc, BROUSSEAU a d'abord été normalien dans le Lot et Garonne. Les Ecoles Normales recrutaient les futurs instituteurs dès la classe de seconde et après quatre ans les jeunes gens devenaient enseignants dans une classe de l'école primaire et ceci le plus souvent jusqu'à leur retraite. Dans les années soixante, le début de la massification de l'enseignement secondaire entraîne un manque de professeurs. BROUSSEAU est ainsi tiré hors de sa classe pour aller sur les bancs de l'Université où il peut ensuite suivre des études de mathématiques financées par les IPES. Dans le même temps s'amorce une autre révolution, celle des mathématiques modernes, qui remet en cause l'ordonnancement traditionnel du savoir mathématique enseigné. Cette révolution coïncide avec celle plus confidentielle alors de la pensée pédagogique appuyée sur les travaux de la psychologie génétique développée par Piaget. Il s'agit simultanément d'enseigner d'autres mathématiques et ceci autrement. Comme assistant à la faculté de Bordeaux, BROUSSEAU se trouve aspiré dans le mouvement dont il va être un des acteurs en œuvrant pour la création des Irem et aussi d'un centre pour l'observation de l'enseignement des mathématiques (le COREM) dans l'école Michelet à Talence. C'est dans cette école qu'il a pu, avec l'aide d'enseignants volontaires, mettre au point, développer et étudier, à partir de 1971, de nombreuses situations d'enseignement des mathématiques.

Il peut ainsi articuler de manière spectaculaire ces deux pierres d'achoppement de toute recherche sur l'enseignement des mathématiques : la théorie et l'expérience pratique. Par la suite, il contribuera à l'émergence ins-

titutionnelle, dans le cadre de l'Université, des études de didactique des mathématiques avec la création de DEA puis de Doctorats de didactique.

Aujourd'hui, alors que les Irem regardent avec nostalgie leur passé, l'expérience de BROUSSEAU rappelle la nécessité de la convergence de plusieurs types de volonté pour parvenir à progresser dans la recherche scientifique : une volonté personnelle bien sûr mais appuyée sur celle d'une collectivité elle-même relayée par la volonté des gouvernants.

1. Vers la didactique des mathématiques

1.1. La mise en place d'une « didactique nouvelle »

Un des apports majeur de BROUSSEAU est certainement d'avoir contribué à dégager un champ spécifique de recherches autour de la didactique des mathématiques. Ce champ se crée en rupture avec la didactique classique dont BROUSSEAU fait remonter les sources à COMENIUS, penseur tchèque un tantinet mystique du XVII^e siècle et inventeur de l'idée de grande didactique (*didactica magna*). Pour COMENIUS la didactique est « l'art d'enseigner » tout à tout le monde :

Mais j'ose promettre, moi, une grande didactique, c'est-à-dire un art universel qui permet d'enseigner tout à tous avec un résultat infaillible ; d'enseigner vite, sans lassitude ni ennui chez les élèves et chez les maîtres, mais au contraire dans le plus vif plaisir.

Une méthode unique suffit pour toutes les matières :

Il n'existe qu'une seule méthode pour enseigner toutes les sciences : c'est la méthode naturelle, valable aussi bien dans les arts que dans les langues. Les variations qui pourraient exister sont si insignifiantes qu'elles ne sauraient exiger de méthode spécialisée.

D'autre part, COMENIUS ne tire pas sa méthode de l'observation de ce qui est mais d'une réflexion a priori.

Enfin, je démontre tout cela a priori, c'est-à-dire en le tirant de la nature immuable des choses ; comme d'une source vive coulent sans cesse des ruisseaux qui s'unissent finalement en un seul fleuve, j'établis une technique universelle qui permet de fonder des écoles universelles.

Cette approche va influencer la vision traditionnelle qui considère l'enseignement d'une discipline comme éclaté en deux composantes indépendantes : le contenu et la didactique. Cette dernière apparaît comme naturelle, immuable et en quelque sorte intemporelle. En réaction à cette conception générale et purement spéculative de la didactique classique, BROUSSSEAU insiste sur les spécificités liées au contenu mathématique et sur la nécessité d'études expérimentales et scientifiques. En effet, selon lui

« on sait aujourd'hui que ni l'humanité entière, ni les êtres humains individuellement, n'acquièrent toutes les connaissances dans les mêmes circonstances, ni suivant les mêmes processus: la géométrie, l'algèbre ou les probabilités n'ont pas la même genèse ni la même organisation ».

Ainsi pour lui, la conception ou l'étude d'un projet d'enseignement dépend de la connaissance qui est l'objet de l'enseignement,

ment, et donc de la discipline. Et elle exige en retour des aménagements originaux et appropriés de cette connaissance car pour BROUSSSEAU l'enseignement produit chez les élèves des formes de connaissances qui varient suivant les conditions didactiques et qui diffèrent des savoirs de référence.

D'autre part, à partir du XXème siècle, l'apprentissage et l'enseignement sont devenus un champ d'études expérimentales. La nouvelle didactique que défend BROUSSSEAU va s'attacher à la conception et à l'étude de faits didactiques mais en s'appliquant à distinguer, dans ses productions, les déclarations à caractère scientifique des opinions ou des dispositifs d'ingénierie. La didactique souhaitée par BROUSSSEAU doit développer des méthodes et des concepts originaux autour de son champ de préoccupation. Elle n'est pas réductible aux domaines classiques comme les mathématiques, la psychologie ou la sociologie.

1.2. *La notion de situation didactique*

BROUSSSEAU met au cœur de son approche de la didactique la notion de situation didactique. Le terme situation désigne l'ensemble des circonstances dans lesquelles une personne se trouve, et des relations qui l'unissent à son milieu. Une situation didactique est une situation où se manifeste directement ou indirectement une volonté d'enseigner.

Pour comprendre la conception privilégiée par BROUSSSEAU dans l'étude des situations, il faut associer à la notion de situation didactique celle de situation non didactique. Cette dernière est la situation rencontrée par le mathématicien ou l'usager des mathématiques lorsqu'il doit résoudre un problème dont la finalité première n'est pas l'apprentissage d'une quelconque notion mathéma-

tique. En s'inspirant de l'usage des connaissances mathématiques en mathématiques ou en dehors des mathématiques, BROUSSEAU introduit la notion de situation adidactique pour l'élève : l'élève s'approprie la situation proposée par le professeur non pas en faisant son travail d'élève mais plutôt celui d'un « mathématicien en herbe » préoccupé par la seule résolution du problème posé. Le problème devient son problème à l'issue d'un processus de dévolution fondamental dans cette conception de l'apprentissage où l'élève doit participer à l'élaboration de ses connaissances de manière active.

Ainsi, le chercheur en didactique des mathématiques va devoir concevoir des situations didactiques à fort potentiel d'« adidacticité ». Ces situations devront permettre un accès au savoir mathématique. L'étude de la conception et de l'impact de telles situations est le premier objectif initialement fixé à la Théorie des Situations Didactiques.

Avant d'aller plus loin dans la présentation de cette théorie, je vais développer un exemple qui montre la fécondité de cette approche qui relie étroitement mathématique et enseignement.

2. Un exemple : une expérience d'un premier enseignement des statistiques

La situation que j'ai choisie de présenter est un peu particulière dans le travail de BROUSSEAU. Elle est ancienne et a été développée en 1974 pour envisager ce que pourrait être un enseignement des statistiques pour des élèves de l'école primaire en CM2. Les programmes de Seconde lui donnent une nouvelle actualité. Il s'agit d'une situation doublement expérimentale puisqu'elle envisage un enseignement sur une notion totale-

ment nouvelle et aussi parce qu'elle apparaît à un stade précoce du développement théorique proposé par BROUSSEAU, développement qu'elle a contribué à nourrir. Elle n'est donc pas aussi achevée que d'autres situations que BROUSSEAU utilise pour présenter sa théorie comme la *course à vingt* ou la *situation du puzzle*. La description complète de la situation est faite dans un article cosigné avec Nadine BROUSSEAU¹ [5] (2002).

Le but du processus est de dégager l'équivalence de deux statistiques lorsqu'on peut leur associer le même modèle. A terme, cela conduit à l'idée de test d'hypothèse pour vérifier cette équivalence. Les données étudiées, contrairement à beaucoup de situations d'enseignement de statistiques ne sont pas fournies mais vont être obtenues par les élèves.

Le processus est assez long et a duré trente deux séances. La durée des séances est très variable : elles sont souvent courtes (5 à 10 minutes) mais elles peuvent durer jusqu'à une heure. Voici un résumé du processus :

- Expérience : deviner ce qui est caché (séances 1 à 5) ;
- Modélisation et comparaison d'expériences (séances 6 à 8) ;
- Représentation graphique de séries (séances 8 à 16) ;
- Convergence et décision (séances 17 à 20) ;
- Les intervalles de décision (séances 21 à 25) ;
- Les événements et leur probabilité (séances 26 à 32).

L'expérience statistique à la base de la situation didactique s'engage autour d'une

¹ On ne soulignera jamais assez l'importance, reconnue par Guy Brousseau, du travail de Nadine Brousseau qui a mis en œuvre la plupart des activités conçues par son mari et en a assuré des comptes rendus particulièrement précis et vivants.

« machine » constituée par une bouteille opaque qui contient des boules noires et des boules blanches qui pourront apparaître dans le goulot mais une seule à la fois. Le contenu de la bouteille ne sera connu ni par les élèves ni, et c'est essentiel, par le professeur. La préparation de la « machine » est donc importante, voici comment elle se déroule :

Préparation de la machine

PROFESSEUR : Votre camarade Jean va mettre dans cette bouteille (opaque et vide), 5 boules prises dans ce sac (opaque lui aussi), qui en contient une trentaine.

Venez vérifier que dans ce sac, il n'y a pas autre chose que des boules blanches et des boules noires.

PROFESSEUR : Jean, mélange les boules dans le sac! Maintenant, sans regarder, sépare 5 boules et maintiens les à part dans le sac, saisis-les de l'extérieur du sac.

Venez vérifier qu'il y en a 5. Mettez la bouteille dans le sac.

Jean, fais entrer les cinq boules dans la bouteille et ferme la avec ce bouchon translucide !

Vous êtes sûrs que dans cette bouteille il y a exactement 5 boules et que personne ne sait de quelle couleur elles sont.

Ensuite, une première série d'observations se déroulent où va se manifester l'obstacle déterministe.

Premières observations

PROFESSEUR : Nous allons essayer de savoir ce que contient cette bouteille sans jamais l'ouvrir.

Les élèves regardent à travers le bouchon mais ne voient rien. Mais en renversant la bouteille, une boule paraît.

ELEVE : *Il y a une blanche !...*

ELEVE : *Recommence... Il y a une noire aussi*

Les élèves émettent des hypothèses qui vont faire avancer le processus

ELEVE : *Recommence cinq fois pour qu'on voie toutes les boules.*

Cet élève pense que peut-être les boules se montrent à tour de rôle.

ELEVE : *Eh! Il y a trois boules blanches et deux noires.*

La prégnance du modèle déterministe se manifeste ici. Et le processus pourrait s'arrêter mais l'idée que les boules se montrent dans le même ordre, exprime que ce qui paraît doit « ressembler » au contenu de la bouteille. Le professeur peut saisir l'occasion de lancer le processus et tenter de clore l'épisode déterministe en utilisant et en formalisant un argument déterministe :

PROFESSEUR : Si ce que tu dis est vrai, alors en recommençant on doit voir à nouveau trois blanches et deux noires... non ?

Les élèves ont des doutes

Les élèves recommencent mais le phénomène qui se produit ne correspond pas à leurs attentes.

ELEVE : *Maintenant il y a quatre blanches et une noire.*

Comme le signale BROSSEAU, l'idée de la réapparition régulière fait long feu. Avec elle

l'espoir de voir les 5 boules en 5 observations fait naufrage. Un débat s'instaure autour d'hypothèses :

ELEVE : *De toute manière il y a plus de blanches que de noires ...*

PROFESSEUR : *Alors on devrait continuer à voir plus de blanches que de noires si on recommence ?*

ELEVES : *Non ! Si les blanches sont apparues, maintenant ce sera le tour des noires.*

Ces élèves pensent qu'il y aura une compensation.

Ainsi apparaît l'idée, qui n'est pas évidente pour tous les élèves, de recourir à une « expérience » pour trancher entre diverses hypothèses. Elle constitue un progrès important souligné par le professeur. Les élèves relancent la « machine » pour observer ce qui se passe. Pour eux, il ne s'agit pas de tirages mais simplement d'une reproduction d'un phénomène. Mais quel est le point commun de toutes ces expériences ? Une dialectique s'installe entre le passé (la statistique) et la prévision du futur (la probabilité). Les deux sont reliés par des hypothèses sur la constitution de la machine.

Le processus s'amorce

Les élèves réalisent des séquences d'observations qu'ils représentent de manières différentes suivant la propriété du contenu superposé de la bouteille qu'ils souhaitent vérifier (effectifs de noires et de blanches pour savoir s'il y a plus de noires que de blanches, ou groupes de cinq observations pour représenter le contenu lui-même). Les élèves sont déçus de voir les résultats fluctuer (pour le contenu), mais ils sont mieux convaincus du fait qu'il y a plus de blanches que de noires. Ce « succès » les encourage à continuer.

Ensuite ils comptent combien de fois ils ont obtenu (4b, 1n) (3b, 2n) (2b, 3n) et (1b, 4n), et trouvent des arguments pour renforcer leur conviction. Ainsi dans le cas représenté, il y a le même nombre de séries (3b, 2n) que (2b, 3n) mais il y a nettement plus de séries (4b, 1n) que de séries (1b, 4n). Ainsi certains élèves concluent qu'il doit y avoir 3 blanches et 2 noires.

Une autre manière de noter les résultats

D'autres comptent toutes les apparitions de noires et de blanches pour arriver à la même conclusion.

Une première idée du test d'hypothèse

Ils se déclarent sûrs de la conclusion qu'ils ont obtenue... et ils demandent l'ouverture de la bouteille pour vérifier ! Mais là, coup de théâtre, le professeur refuse :

PROFESSEUR : *Si vous êtes si sûrs, il est inutile de vérifier, et sinon, il faut trouver une manière de se convaincre.*

La probabilité n'est pas un concept expérimental. Cette posture est particulièrement difficile à tenir par le professeur et lorsque cette

expérience a été refaite récemment en classe de seconde, le professeur a cédé à la demande des élèves, annulant d'une certaine façon tout le processus d'entrée dans les tests d'hypothèse pour se convaincre de la nature de la statistique en question. Un autre élément de risque pour le professeur est évidemment que certains événements nécessaires à la poursuite de son expérience ne se produisent pas et c'est là que le choix de la configuration de base a nécessité un calcul qui ne doit rien au hasard.

Les élèves disent qu'ils seront sûrs si une des compositions possibles apparaît trois fois de plus que les autres (en fait trois occurrences de plus). C'est une première forme du test d'hypothèse.

La situation fondamentale va continuer à évoluer et à produire toute une série de concepts et de méthodes. Comme je l'ai signalé, le processus se poursuit sur 32 séances et ceci avec des enfants de 10-11 ans. Il n'est pas question de détailler ici ce processus particulièrement riche. Voici seulement comment se sont introduites la modélisation et la simulation dans l'expérience développée au CM2. En fait, intrigués et peut-être irrités par le refus obstiné du professeur d'ouvrir la bouteille, un groupe d'élèves a demandé de faire une bouteille transparente avec la composition supposée pour la première. Cette demande a été reprise avec espoir par les autres élèves et tous recommencent à faire des observations avec la nouvelle bouteille.

Mais il ne se passe rien, les séries d'observations ne se ressemblent pas contrairement aux attentes. Cet événement permet de franchir une nouvelle étape, les élèves commencent à s'intéresser non plus à la suite exacte des événements mais à la longueur de la suite : *il y a des écarts mais si on recommence, on devrait voir les*

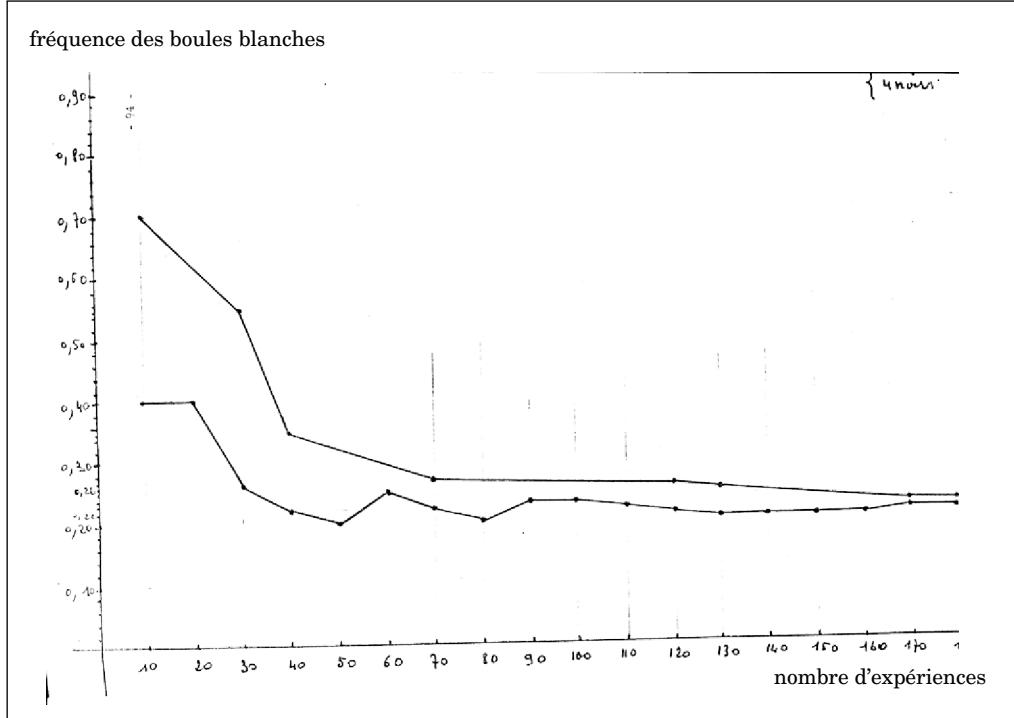
écarts se réduire. En fait pour réaliser cet espoir il faudra passer des effectifs aux fréquences. Le processus suit plusieurs étapes.

Les élèves demandent d'autres bouteilles transparentes, chacune avec un des contenus possibles. Pour gagner du temps le professeur propose des résultats de simulations faites grâce à un ordinateur (et à une fonction pseudo aléatoire). Les élèves comptent les noires et les blanches, puis demandent à la machine de faire ce comptage et enfin ils demandent des calculs de rapports.

Les séries de fréquences sont reportées sur des graphiques. Le graphique de la page suivante représente deux simulations avec la même composition (4 noires, 1 blanche).

Pour avancer vers l'idée du test d'hypothèse, un jeu est proposé aux élèves : de quelle bouteille vient cette série ? Les élèves vont devoir examiner un graphique et « deviner » de quelle bouteille –transparente– est issue la suite qu'il représente. Par la suite les élèves devront acheter des suites pour deviner le contenu de la bouteille, plus la suite est longue, plus elle est chère ! Les données ont un coût en statistique. A quel moment est-il raisonnable d'arrêter la suite ? Lorsque les élèves choisissent de s'arrêter, il est possible de vérifier leur conclusion car, cette fois, la réponse est connue de celui qui fournit la suite.

La conception d'un tel processus didactique nécessite une étude préalable importante qui s'intéresse aux divers aspects de la statistique dans les différents niveaux institutionnels où elle apparaît. Elle regarde aussi les pratiques et les stratégies des statisticiens. Elle nécessite enfin une étude des difficultés et des obstacles liés à la pensée statistique.



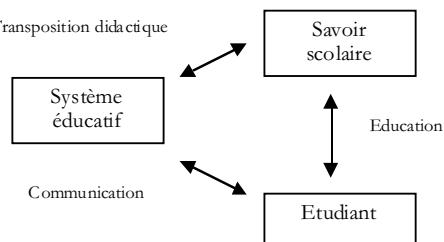
L'ambition théorique de BROUSSEAU vise à définir les éléments constitutifs des situations didactiques conçues en étroite relation avec les mathématiques. L'objet de la suite de cet article est de présenter quelques éléments du cadre théorique en insistant notamment sur la place centrale des notions de situation didactique et de contrat didactique.

3. Situations didactiques et adidactiques

3.1. La situation didactique de base

Pour illustrer sa conception de la situation didactique de base dans sa théorie, BROUSSEAU se propose de l'insérer dans le cadre clas-

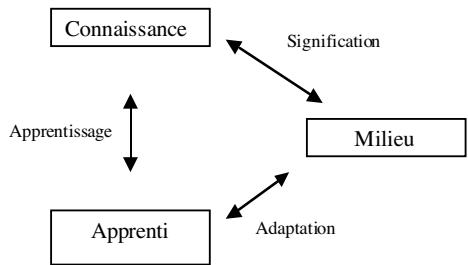
sique du fameux triangle didactique. Ce triangle modélise le jeu de l'enseignement entre trois pôles : un savoir scolaire, un système éducatif souvent représenté dans la classe par un enseignant et enfin un étudiant.



Cette façon de voir se place plutôt du côté de l'institution éducative dans son rôle d'ins-

tance de transmission ou de communication d'un savoir.

Si l'on se place plutôt du côté de l'apprenant en situation d'apprentissage, un autre triangle se met en place qui fait intervenir le milieu et les connaissances du sujet. BROUSSAU propose cette organisation du travail de l'élève dans une situation d'apprentissage spontané.



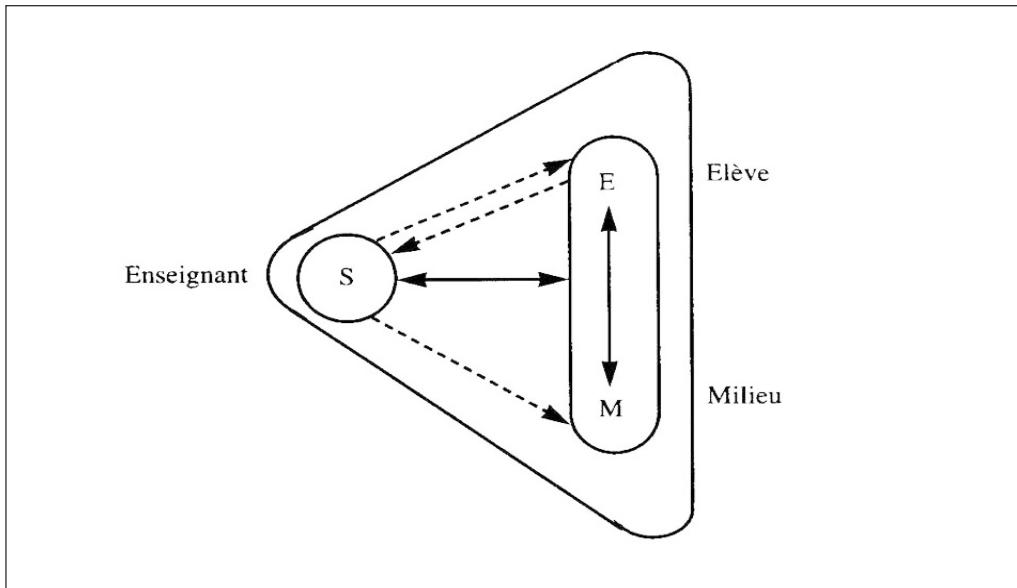
Dans l'enseignement, les deux triangles se rapprochent. Le savoir s'articule avec les

connaissances et l'apprenti avec l'élève ou l'étudiant.

BROUSSAU réorganise ces deux regards sur le système éducatif en privilégiant (voir 1.2) l'action de l'élève, le professeur a pour tâche essentielle d'établir les conditions les plus favorables à la mise en action de l'élève.

Voici, dans l'encadré ci-dessous, comment se schématisent alors la situation didactique de base (voir [1] page 92).

La situation didactique englobe tout l'environnement de l'élève et notamment l'enseignant. La partie adidactique de la situation (désignée sous le nom de *situation adidactique*) est la partie que le professeur délègue (dévolue) à l'élève. Ce dernier peut alors interagir avec un *milieu presque non didactique*, où il peut et doit ignorer les intentions didactiques du professeur.



Il faut noter que le professeur fait désormais partie de la situation didactique, ce qui n'a pas toujours été le cas. Au début de ses recherches, BROUSSEAU s'est concentré sur les situations pour l'élève (donc adidactiques). Différentes raisons motivaient ce choix, la première était l'inexistence de telles situations dans un contexte privilégiant une transmission du savoir de type magistral. Les autres relèvent plus de l'environnement pédagogique et psychologique propre aux années soixante-dix où le modèle constructiviste était dominant. D'autre part le rôle déterminant du professeur dans la gestion des situations avait certainement été initialement minoré par BROUSSEAU qui pensait qu'une situation adidactique bien conçue emporterait tout sur son passage. Depuis, il est revenu sur cette première idée comme en témoigne le rôle central de la dévolution et du contrat didactique dans la conception des situations didactiques (voir 4.4).

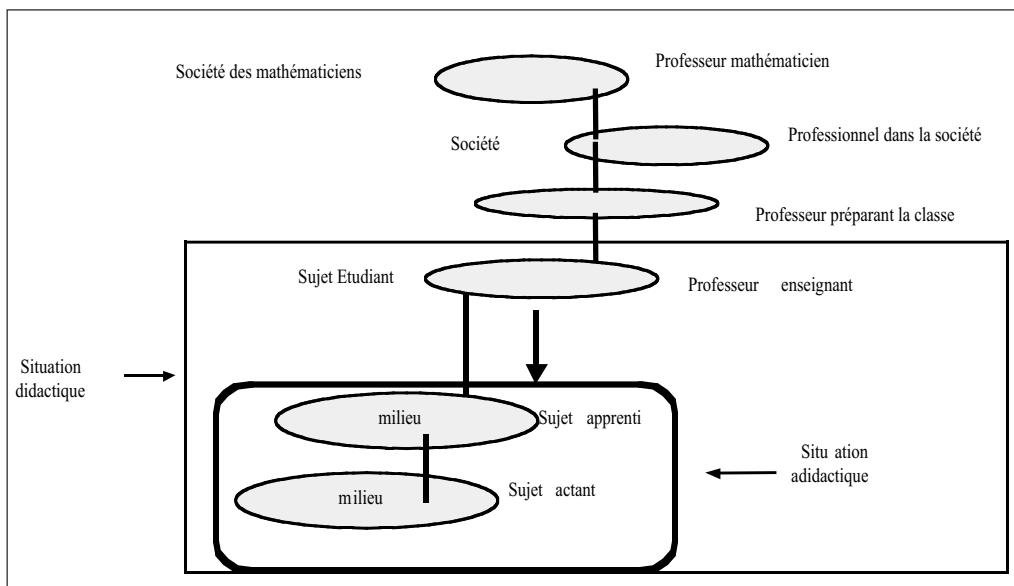
3.2. *Principes de l'étude des situations didactiques*

BROUSSEAU énonce un certain nombre de principes nécessaires selon lui pour bâtir une étude des situations didactiques. Trois horizons principaux paraissent importants dans l'approche de BROUSSEAU.

L'horizon systémique

Une situation didactique s'inscrit dans un système plus vaste que le seul environnement de la classe. Voici comment (ci-dessous) cet ensemble de relations peut être schématisé pour en montrer les différents liens avec le monde savant et la société.

L'étude globale d'une situation didactique doit envisager tous les niveaux. Elle porte bien sûr principalement sur les conditions de l'enseignement et de l'apprentissage. Ces



conditions sont importantes dans l'approche constructiviste du savoir où le rôle actif de l'apprenant est essentiel. Ainsi pour BROUSSSEAU, *le seul moyen dont disposent les professeurs pour provoquer l'apprentissage d'un savoir est de connaître et de reproduire les conditions qui provoquent son acquisition.*

L'horizon de la théorie des jeux

Dans les années 60, BROUSSSEAU s'est beaucoup intéressé à la théorie des jeux qui a profondément influencé sa façon d'envisager l'enseignement. Son idée initiale était de modéliser les systèmes didactiques en termes de *jeux mathématiques* dénommés *situations*. Il faut ainsi préciser *l'actant*, celui qui agit, et les états du *milieu* et aussi définir les règles et les enjeux. Cette conception entraîne un travail d'évaluation d'un certain nombre de *coûts* de la situation : coût d'utilisation, de communication, coût d'enseignement, coût d'apprentissage etc.

L'horizon théorique

Il y a dans le travail de BROUSSSEAU très peu de formalisme, mais un petit nombre de principes qu'il qualifie parfois d'axiomes et qui sont des hypothèses fortes qui guident le travail spécifique sur les situations.

Ainsi en Théorie des Situations Didactiques, un concept C sera *l'objet qui résout une situation déterminée S(C), de façon optimale*. Cette définition s'inspire de l'approche développée par Hilbert dans son étude des fondements de la géométrie, un objet est défini par une relation qu'il vérifie. A cela s'ajoute ce que BROUSSSEAU appelle l'Axiome de la correspondance entre les connaissances mathématiques et les situations. Il s'agit en fait d'un principe directeur pour concevoir et organiser des

situations didactiques. Chaque connaissance mathématique possède au moins une situation qui la caractérise et en retour chaque situation mathématique requiert l'usage d'au moins une connaissance mathématique. Cependant, il n'y a pas correspondance un à un entre situations et connaissances. BROUSSSEAU pose alors son hypothèse la plus forte et sans doute la plus discutée surtout lorsque la complexité du savoir mathématique augmente. Il s'agit de l'hypothèse de l'existence de situations fondamentales.

Toute collection de situations qui caractérisent une même connaissance mathématique, possède au moins une situation fondamentale qui les génère toutes par la détermination des valeurs de ses variables.

Cette hypothèse tire les conséquences de l'axiome de la correspondance entre connaissances et situation. Elle pose l'existence d'une situation génératrice. La recherche des variables didactiques pertinentes pour définir cette situation s'avère particulièrement fructueuse en forçant une analyse épistémologique et didactique approfondie du savoir visé. Cette analyse envisagera notamment les divers types d'obstacles que rencontre l'étudiant dans son apprentissage d'une notion mathématique.

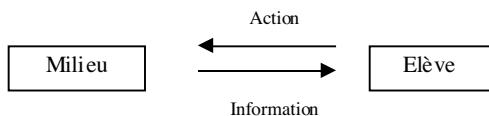
3.3. Les types de situations adidactiques

Les situations adidactiques ont fait très tôt l'objet de l'attention théorique de BROUSSSEAU qui a tenté une typologie de ces situations conçues, rappelons le, par le professeur dans l'intention d'enseigner un contenu mathématique tout en laissant à l'élève la marge de manœuvre et d'initiative la plus grande possible. Il introduit ainsi trois grands types de

situations qui graduellement conduisent l'élève à préciser les connaissances utilisées pour résoudre un problème.

Situation d'action

Dans ce premier type de situations, le sujet est confronté à un milieu qui interagit avec lui.



Agir consiste pour le sujet à choisir des états du milieu en fonction de ses propres motivations. Le milieu est présenté comme antagoniste par BROSSEAU car il doit réagir aux propositions de l'élève dans une perspective d'apprentissage.

Situation de formulation

Pour dépasser l'action, il est nécessaire de développer des situations de formulation, souvent appuyées sur l'obligation faite à l'élève de communiquer avec un autre interlocuteur. La formulation des connaissances utiles pour maîtriser l'action met en œuvre des répertoires linguistiques et facilite également leur acquisition.

Situation de preuve (ou de validation)

Dans les deux premiers types de situations, existaient des corrections et des régulations empiriques, mais pour progresser dans la construction du savoir un nouveau type de formulation est nécessaire. Il ne s'agit plus simplement d'échanger des informations mais de coopérer avec un partenaire pour rechercher la vérité.

4. Le contrat didactique

4.1. Définition

La notion de contrat didactique est une notion centrale dans la théorie des situations didactiques. On a vu que les situations didactiques mettaient en contact un système enseignant avec un système enseigné. L'enseigné ignore ce qui est spécifique du savoir avant de l'avoir appris et, mis à part les cas d'autodidaxie, il fait confiance à l'enseignant pour gérer au moins partiellement la responsabilité du résultat de l'action d'enseignement entreprise.

Dans la pratique de la classe, un certain nombre de comportements spécifiques du maître et de l'élève vont permettre la gestion de l'acte d'enseignement à la fois du côté de l'élève et du côté du professeur. Pour BROSSEAU, *ces habitudes (spécifiques) du maître attendues par l'élève et les comportements de l'élève attendus par le maître, c'est le contrat didactique*. Les différents contrats didactiques vont se déterminer par la répartition, explicite ou implicite, des responsabilités de prise de décisions par rapport à l'apprentissage entre le professeur et les élèves.

Le contrat didactique n'est pas un contrat véritable avec des clauses précisant la nature de savoir qui va être enseigné puisque au début de l'apprentissage l'élève ignore la nature réelle du savoir qu'on veut lui faire acquérir. *Il ignore ainsi nécessairement où et comment on veut le conduire*. Mais pourtant, BROSSEAU fait remarquer que lorsqu'un enseignement échoue ou rencontre des difficultés, chaque parti se comporte comme si un contrat avait été rompu. De fait de nombreux paradoxes président à l'existence du contrat

didactique qui repose sur un grand nombre d'incertitudes : le professeur n'est pas assuré du taux de réussite de ses élèves dans une situation donnée.

Le contrat didactique s'impose à tous et il est intéressant de le repérer pour expliquer certains dysfonctionnements de l'enseignement. *L'âge du capitaine* reste un des plus fameux et rend compte des réponses absurdes données à des pseudo énoncés du type « *Sur un bateau, on embarque 25 moutons et 18 vaches. Quel est l'âge du capitaine ?* » et les élèves de répondre *43 ans*. Lorsqu'on demande aux élèves si l'énoncé ne leur a pas paru bizarre, ils disent que la question était « bête » parce que les moutons n'ont rien à voir avec l'âge du capitaine. Ils ont répondu parce que le maître le leur demandait. Ainsi ces réponses aberrantes ne révèlent pas, comme certains l'ont prétendu, une insuffisance des élèves ou des professeurs mais les conditions de la gestion scolaire de la négociation du savoir entre professeur et élèves. Dans les conditions normales de l'enseignement, le professeur ne pose pas des questions farfelues et l'élève tente de répondre à ces questions en utilisant ses connaissances.

4.2. Dévolution et institutionnalisation

Dans la conception de BROUSSSEAU, l'étude du contrat didactique doit permettre d'éclairer le passage d'une situation didactique à une situation adidactique. Le travail du professeur comporte deux aspects inverses l'un de l'autre et contradictoires. Dans un premier temps, pour faire vivre la connaissance, il doit personnaliser et contextualiser le savoir grâce à des situations qui le mettent en œuvre. Dans un deuxième temps, il doit décontextualiser et dépersonnaliser cette connaissance pour lui redonner son caractère universel

de savoir non relié à une situation spécifique. Pour analyser ces deux temps de l'acte d'enseignement, BROUSSSEAU introduit les deux concepts de dévolution et d'institutionnalisation.

La dévolution

Tout l'art du professeur va être de faire accepter à l'élève d'entrer dans une situation adidactique. Il doit ainsi parvenir à ce que la résolution du problème soit de la responsabilité de l'élève. *La dévolution est l'acte par lequel le professeur obtient que l'élève accepte, et peut accepter, d'agir dans une situation adidactique. Il accepte les conséquences de ce transfert, en prenant le risque et la responsabilité de ses actes dans des conditions incertaines.*

Le professeur s'efforce d'exclure de ses interventions celles qui ont trait à la solution. La conception et la gestion de l'incertitude des situations adidactiques sont les parties les plus difficiles de l'acte didactique. Le premier paradoxe de la dévolution est que *le maître souhaite que l'élève ne veuille tenir la réponse que de lui-même mais en même temps il veut, il a le devoir social de vouloir, que l'élève donne la bonne réponse*. BROUSSSEAU signale que les difficultés posées par la dévolution sont souvent analysées en termes de motivation et les solutions préconisées sont alors de nature psychologique, psychoaffective ou pédagogique. Il insiste au contraire sur le rôle spécifique de la didactique dans une phase où la signification de la connaissance et de la situation joue un rôle important.

L'institutionnalisation

BROUSSSEAU reconnaît, qu'influencé par les travaux de PIAGET qui laissaient penser qu'une épistémologie génétique de chaque notion

mathématique était possible, il avait imaginé que les situations pouvaient provoquer des apprentissages constructivistes en quelque sorte autodidactiques. Les faits, observés et interprétés grâce à sa théorie, lui ont montré la vanité de cette espérance et la nécessité de donner par l'institutionnalisation le statut decontextualisé et « officiel » de savoir à certaines connaissances. *L'institutionnalisation est le passage pour une connaissance de son rôle de moyen de résolution d'une situation d'action, de formulation ou de preuve, à un nouveau rôle : celui de référence pour des utilisations futures, collectives ou personnelles.* Cette phase est indispensable pour assurer le passage d'une connaissance reliée à une situation vécue individuellement et très contextualisée à un savoir decontextualisé actif dans une institution donnée.

4.3. Quelques effets de contrat ou l'effacement de la volonté d'enseigner

Lorsque l'enseignement échoue, le professeur peut tenter de sauver les apparences d'un apprentissage de différentes façons par des effets de contrat. Ces effets sont nombreux et je n'en retiens ici que trois.

L'effet Topaze et le contrôle de l'incertitude

BROUSSEAU illustre cet effet grâce à la scène du Topaze de Pagnol où le professeur donne une dictée à un élève faible. Dans ce cas en modifiant sa diction, le professeur « suggère » à l'élève la solution et « les moutons étaient dans le parc » devient « les moutonsses étai-hunt... ». Topaze négocie à la baisse les conditions dans lesquelles l'élève finira par mettre le « s ».

Mais ce processus traduit un effondrement de l'acte d'enseignement puisque le pro-

fesseur a pris à sa charge l'essentiel de l'acte d'apprentissage. Cet effet apparaîtra à travers la gestion des questions que peut poser le professeur à l'élève pour guider l'élève vers la solution.

L'effet Jourdain ou le malentendu fondamental

Nommé ainsi en référence à la scène du Bourgeois Gentilhomme où le maître de philosophie révèle à Jourdain ce que sont la prose ou les voyelles, il s'agit d'un cas particulier de l'effet Topaze. *Cette fois le professeur admet de reconnaître l'indice d'une connaissance dans les comportements ou les réponses de l'élève bien qu'elles soient en fait motivées par des causes banales.*

BROUSSEAU se moque ainsi de ceux qui feignaient de voir dans les travaux d'un jeune élève la découverte d'un groupe de Klein alors que ce dernier faisait des coloriages ou des manipulations de pots de yaourts.

Glissement métacognitif

Voici comment BROUSSEAU attire l'attention sur cette forme subtile d'effet de contrat : *Lorsque son enseignement a échoué, le professeur peut être conduit à se justifier et, pour continuer son action, à prendre ses propres explications et ses moyens heuristiques comme objet d'étude à la place de la véritable connaissance mathématique.*

C'est ainsi que, par exemple, l'étude et la construction de diagrammes logiques vont se substituer à l'apprentissage du raisonnement. La connaissance de ces nouveaux objets demande des explications et du vocabulaire, elle mobilise toute l'attention et le temps de travail de l'élève et du professeur. Il s'agit d'une

substitution progressive qui s'appuie sur un processus normal et fondamental, celui de l'aide.

4.4. Les contrats « fortement didactiques »

Les quelques effets de contrat précédents illustrent une disparition de la volonté d'enseigner. Il reste à envisager les différents types de contrats où le professeur joue effectivement son rôle d'émetteur d'un savoir nouveau pour l'élève. Lorsque l'enseignant se préoccupe de la bonne réception par l'élève de ce savoir, BROUSSSEAU parle de contrats « fortement didactiques »². BROUSSSEAU distingue six grandes formes de tels contrats³ : l'imitation ou reproduction formelle, l'ostension, le conditionnement (appuyé sur les théories behavioristes), la maïeutique socratique, les contrats d'apprentissage empiriste et constructiviste.

Je n'envisage ici que le contrat d'ostension sans doute le moins connu hors de la didactique. BROUSSSEAU définit ainsi l'ostension : *Le professeur montre un objet et l'élève est supposé le voir comme le représentant d'une classe dont il devra reconnaître les éléments dans d'autres circonstances. La communication de connaissance ne passe pas par son explicitation sous forme d'un savoir. Il est sous-entendu que cet objet est l'élément générique d'une classe que l'élève doit imaginer par le jeu de certaines variables souvent implicites.*

² Les contrats qui laissent cette appropriation à la seule charge de l'élève sont appelés « faiblement didactiques », dans ce cas le professeur organise le savoir et éventuellement l'étude de l'élève. Une conférence (ou un cours magistral) est un exemple de contrat « faiblement didactique ».

³ Il faut remarquer que ces contrats se préoccupent essentiellement de l'entrée dans des savoirs nouveaux. BROUSSSEAU a consacré un travail important à l'étude du rôle de la mémoire didactique dans la transformation des savoirs anciens.

Cette idée d'ostension réfère à la notion de sémiotique qui désigne le fait qu'un objet est sélectionné pour exprimer la classe des objets dont il est membre.

Ce contrat est bien sûr insuffisant pour définir un objet mathématique mais il a l'avantage de la simplicité surtout dans le cas d'objets dont la définition serait trop lourde pour un niveau de scolarité donné. Ainsi, le professeur montrera simplement un triangle à des jeunes enfants en le désignant comme un triangle.

Cependant, ce contrat a des effets négatifs, le principal est l'absence de sens autour de l'objet mathématique qui n'apparaît pas comme un outil pour résoudre des problèmes. Dans l'enseignement traditionnel, la pratique ostensive est courante et finalement assumée. Les savoirs mathématiques sont montrés immédiatement avec peu ou pas de préoccupation adidactique. Des chercheurs proches de BROUSSSEAU (BERTHELOT et SALIN) ont montré l'existence d'une forme « dissimulée » d'ostension apparue dans les années 80 avec le développement de l'incitation à des pratiques constructivistes dans l'enseignement. Cette fois l'élève doit reconnaître lui-même l'objet de référence dissimulé derrière une activité sans réelle portée adidactique. Ainsi, pour introduire les notions d'agrandissement et de réduction par similitude, le professeur demande simplement de dessiner des maisons qui se ressemblent, il est ensuite amené à ne valider dans les productions très variées des élèves (au grand désarroi de ces derniers) que celles semblables (au sens mathématique). Il revient ainsi à une pratique ostensive.

Ces six grandes formes de contrats sous-tendent des manières d'enseigner très variées et qui peuvent s'appuyer sur des principes édu-

catifs et théoriques très différents. Il est intéressant de les relier avec des types de situations didactiques même si fondamentalement la théorie de BROUSSEAU s'inscrit davantage dans un contrat constructiviste : les situations adidactiques fournissant une manière de mettre en oeuvre ce contrat de manière optimale.

Même si sa préférence initiale allait au contrat constructiviste, BROUSSEAU pense qu'un enseignement effectif doit, suivant les moments et les diverses contraintes (notamment temporelles), pouvoir jouer sur ces différentes formes de contrat. L'enseignement ne peut pas se résumer à une accumulation de situations adidactiques apparaissant comme autant d'obstacles remettant sans cesse en cause les connaissances des élèves. D'autres types de situations sont nécessaires pour stabiliser et utiliser les savoirs enseignés. L'étude de ces ruptures et de ces choix reste une question ouverte.

Conclusion

Je conclurai cette présentation en insistant sur l'intérêt que peut présenter de manière générale le travail initié par Guy BROUSSEAU.

La créativité didactique

En centrant sa réflexion sur la notion de situation didactique, BROUSSEAU invite le chercheur et l'enseignant à créer des situations d'enseignement. Il se démarque ainsi d'un type de recherches critiques sur l'enseignement essentiellement basées sur la docimologie et l'évaluation. L'observation des connaissances des élèves reste indispensable mais insérée dans un processus qui vise à les transformer. Au sein du COREM, un grand nombre de situations très originales ont ainsi été développées. Ces situations s'insèrent à chaque fois dans des processus didactiques complets sur

l'enseignement d'une notion. *Le puzzle* pour mettre en discussion une conception additive de la proportionnalité, *la mesure de l'épaisseur d'une feuille de papier* pour introduire les rationnels, *la construction du plus grand triangle formé par les trois médiatrices d'un triangle* pour initier à la démonstration en sont quelques-uns parmi les exemples les plus connus. Il faudrait y ajouter aussi *la course à vingt*, jeu qui met en oeuvre la division dans un contexte non familier et que BROUSSEAU utilise maintenant pour présenter les différents types de situations adidactiques.

Une approche scientifique

La Théorie des situations didactiques permet un découpage de la réalité de l'enseignement qui en facilite une approche plus scientifique. La terminologie adoptée et les phénomènes mis à jour permettent le développement d'observations et l'analyse de ces observations. D'autre part, la méthode reste assez souple et évolutive, un des principes de base est de n'introduire que les éléments utiles à la compréhension des faits didactiques à un niveau donné. Mais en réalité, la théorie s'est considérablement complexifiée depuis qu'elle tente de saisir complètement l'acte d'enseignement. Ainsi, en cherchant à comprendre le rôle du professeur, certains chercheurs dans la lignée de BROUSSEAU ont introduit différents types de situations et de milieux en relation avec les diverses institutions d'enseignement et notamment celles portant sur la formation.

Les mathématiques : retour et approfondissement

Profondément articulée sur les contenus mathématiques, la Théorie des Situations permet de revenir sur certaines notions et de les approfondir. La recherche de situa-

tions fondamentales, et l'analyse nécessaire des obstacles notamment épistémologiques donnent du sens aux recherches historiques et à la résurgence des problèmes qui ont pu donner naissance à une théorie. Ceci est notamment le cas pour l'enseignement de l'analyse au Lycée ou au début de l'enseignement supérieur pour donner du sens au calcul différentiel et intégral.

L'exemple de l'enseignement de la statistique montre aussi la nécessité d'élargir le champ de réflexion du mathématicien en se préoccupant des pratiques sociales de sa discipline.

La réflexion sur les curricula

Les savoirs complexes s'articulent autour d'agrégats de connaissances. La

reconstitution de ces savoirs dans des situations didactiques ne recouvre pas nécessairement le savoir savant de référence. Ainsi apparaît la nécessité d'une réflexion à long terme sur l'organisation de l'enseignement du savoir et des connaissances dans un contexte institutionnel donné. L'approche de BROUSSEAU donne des possibilités à l'enseignant de s'investir davantage dans la conception et la création de cette progression et de ne pas apparaître comme le souligne trop justement CHEVALLARD comme « asservi » à l'institution qui lui impose ces choix en ne lui laissant trop souvent que les tâches de bas niveaux décisionnels. Les Irem ou les IUFM en relation avec les Universités peuvent constituer ces lieux où s'effectue cette réflexion.

Bibliographie

Pour préparer cette présentation, j'ai particulièrement utilisé

- [1] G. BROUSSEAU (1998), Théorie des Situations Didactiques, *La pensée sauvage*.
Cet ouvrage contient les principaux articles parus avant 1990. Son organisation suit celle de la traduction en anglais d'une sélection des travaux de BROUSSEAU.
- [2] G. BROUSSEAU (1997), *Théories des situations didactiques*, Conférence de Montreal,
http://math.unipa.it/~grim/brousseau_montreal_03.pdf
- [3] G. BROUSSEAU (2000), *Education et didactique des mathématiques*,
http://math.unipa.it/~grim/brousseau_didact_03.pdf
- [4] La situation d'enseignement de la statistique est décrite dans les deux articles suivants :
G. BROUSSEAU (2003), *Situations fondamentales et processus génétique de la statistique*, Actes de la 12e école d'été de didactique des mathématiques (à paraître).
- [5] G. BROUSSEAU, N. BROUSSEAU & V. WARFIELD (2002), *Une expérience sur l'enseignement des statistiques et des probabilités*. L'article en anglais est paru dans Journal of Mathematical Behavior **20**, 363-441.

Enfin un site sur BROUSSEAU est maintenu par
<http://math.unipa.it/~grim/homebrousseau.htm>
où l'on peut trouver les articles cités.