

**Planche 1** Lyon-Cachan-Rennes

On considère une masse  $m$ , posée sur une table, et reliée à un ressort de paramètres  $(k, \ell_0)$ . Un opérateur tire l'autre extrémité du ressort à une vitesse  $\vec{v}_0$ , horizontale et de norme constante. étudier le mouvement de la masse.

**Planche 2** Lyon-Cachan-Rennes

**I)** On considère une source ponctuelle monochromatique située au foyer  $F$  d'une lentille convergente de diamètre  $2h$ , d'épaisseur  $\varepsilon$  et d'indice  $n$ , et au centre de laquelle se trouve un trou de diamètre  $2e$ . Un écran est situé de l'autre côté, à une distance  $\ell$  de la lentille.

1. Que voit-on sur l'écran ? Calculer l'intensité lumineuse en un point situé à la distance  $z$  de l'axe, en distinguant cinq cas.

2. Calculer le nombre de franges ( $f' = \ell = 20 \text{ cm}$  ;  $h = 2e = 10 \text{ mm}$  ;  $\varepsilon = 3 \text{ mm}$  ;  $n = 1,57$  ;  $\lambda = 560 \text{ nm}$ ).

**II)** On parle toujours de lentille « sphérique ». Cependant, comme les « miroirs sphériques » dont on sait que la vraie forme est parabolique, cela n'est vrai que dans une certaine approximation. En utilisant le théorème de Malus, déterminer la forme d'une lentille réelle.

Rappel sur les coniques : la forme  $y = y_0 \pm c\sqrt{r^2 - x^2}$  correspond à une ellipse, la forme  $y = y_0 + cx^2$  à une parabole et la forme  $y = y_0 \pm c\sqrt{r^2 + x^2}$  à une branche d'hyperbole.

**Planche 3** Lyon-Cachan-Rennes

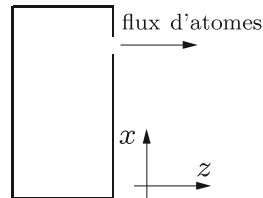
Étude des oscillations des spires d'un ressort : on étudie un ressort horizontal fixé en  $O$ , de longueur à vide  $L$ , à l'extrémité duquel se trouve une masselotte  $M$  de masse  $m$ . Le point  $M$  est repéré par l'abscisse  $L + X(t)$ . La spire se trouvant initialement en  $x_0$  est repérée par l'abscisse  $x_0 + \xi(x_0, t)$ . La partie droite du ressort exerce sur cette spire la force  $\vec{F}_{d \rightarrow g}$  de norme  $K \frac{\partial \xi}{\partial x}$ . Quelle est la dimension de  $K$  ? Donner l'équation différentielle vérifiée par  $\xi$ . La résoudre dans le cadre de l'ARQS. Chercher, dans le cas général, des solutions de la forme  $\xi(x, t) = f(x) \cos(\omega t)$ . Discuter de la condition de validité de l'ARQS.

**Planche 4** Ulm <sup>(1)</sup>

On va parler de la dénaturation de l'ADN. Le but n'est pas de faire de la chimie. L'examinateur vient au tableau, il dessine une échelle en disant que c'est de l'ADN, puis il demande ce qu'il se passe à haute température.

**Planche 5** Ulm <sup>(2)</sup>

On génère un flux d'atomes. Pour simplifier, on suppose les atomes constitués d'un noyau et d'un électron. Comment ralentir (et refroidir) les atomes ? Expliquer qualitativement ce qui se passe.



<sup>(1)</sup> Si le candidat propose certaines idées générales, l'examinateur oriente vers des modèles simples pour expliquer le fait que l'ADN se détachait à partir d'une température critique.

<sup>(2)</sup> Les atomes sont électriquement neutres. Envoyer un flux de photons. Il y a absorption d'un photon puis réémission. Les niveaux d'énergie de l'électron étant quantifiés, il faut fournir une quantité précise d'énergie ce qui donne une condition sur la fréquence de l'onde lumineuse. Reste à justifier la possibilité de mouvement : l'émission se faisant dans une direction quelconque, la différence moyenne de quantité de mouvement est  $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ . Connaissant la variation de densité particulaire  $\frac{dn}{dt}$ , on peut ainsi exprimer la force exercée par le faisceau lumineux sur le flux

d'atomes :  $\vec{F} = \frac{dn}{dt} \hbar \vec{k}$ . Ceci fait, on envisage une approche plus quantitative. On représente le faisceau lumineux par une onde sinusoïdale, se propageant selon  $-\vec{u}_z$ , polarisée selon  $\vec{u}_x$ . Pour simplifier on suppose (dans un premier temps) l'atome au repos ( $v = 0$ ). Le champ électrique est alors à l'origine d'un mouvement de l'atome selon  $\vec{u}_x$  (oscillations). C'est alors la partie magnétique de la force de Lorentz qui donne à l'atome sa vitesse selon  $\vec{u}_z$ . Pour calculer la force moyenne exercée sur l'atome (elle dépend de  $v_x$ ), on choisit un modèle classique. Après quelques échanges avec l'examinateur, on aboutit au modèle de l'électron élastiquement lié : on représente l'interaction noyau-électron par une force de rappel  $-m\omega_0^2 r \vec{u}_r$ . À ce stade l'interaction est conservative, or l'atome perd de l'énergie en émettant un photon : par analogie avec la mécanique, on rajoute donc une force de frottement visqueux  $-\gamma \vec{v}$ . La RFD permet d'aboutir à l'expression de  $v_x$ , puis de  $\langle f_m \rangle$  (moyenne de la partie magnétique de Lorentz), qui est bien dirigée selon  $-\vec{u}_z$  : l'atome recule sous l'effet du faisceau lumineux. L'expression est similaire à celle d'un filtre électronique : on en déduit que l'effet est maximal pour  $\omega$  proche de  $\omega_0$  (c'est en fait la condition sur la fréquence de l'onde mentionnée auparavant). Enfin, qu'en est-il si les atomes sont en mouvement ( $v \neq 0$ ) : il faut ajuster la pulsation  $\omega$ , précisément la pulsation obtenue est inférieure (raisonner sur la vitesse de groupe) : c'est l'effet Doppler.

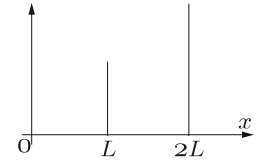
<sup>(3)</sup> Lors de la fusion du glaçon, la trainée d'eau est supposée immobile. Introduire la chaleur latente de fusion de l'eau.  $\int \frac{dt}{t^2 - 1} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{t-1}{t+1} \right| + C$

<sup>(4)</sup> Tracer le profil des températures : gaine isolante électrique et de conductivité thermique faible devant celle du fil.

**Planche 6** Cachan-Rennes

On considère le potentiel unidimensionnel, représenté ci-contre et

$$\text{défini par } V(x) = \begin{cases} +\infty & \text{si } x \in ]-\infty, 0[ \cup ]2L, +\infty[ \\ aV_0 \underbrace{\delta(x-L)}_{\text{impulsion}} & \text{sinon} \end{cases}$$



Déterminer les états libres et liés d'une particule dans ce profil de potentiel.

**Planche 7** Lyon-Cachan-Rennes <sup>(3)</sup> abordable dès la 1<sup>re</sup> année

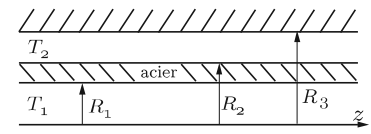
On considère un glaçon à 0°C. On le lance sur une table avec une vitesse  $v_0$ . Déterminer la vitesse du glaçon en fonction du temps. On ne néglige pas les frottements solides.

**Planche 8** Lyon-Cachan-Rennes <sup>(4)</sup>

On considère un fil réel, donc un conducteur cylindrique à l'intérieur d'une gaine isolante. On fait circuler un courant  $I$  à l'intérieur du fil. Que se passe-t-il physiquement ?

**Planche 9** Lyon-Cachan-Rennes

On considère un échangeur formé de deux cylindres concentriques de même axe  $Oz$ . La paroi extérieure est complètement calorifugée.



On fait circuler de l'eau dans les espaces situés entre les parois, en sens inverse ou non. On se placera toujours en régime permanent. La température de l'eau dans le cylindre intérieur est notée  $T_1$ , celle dans le cylindre extérieur  $T_2$ .

1. De quelles variables dépend  $T$  ? Énoncer la loi de Fourier et en donner le sens physique.

2. Quelle est la conductance du système ?

3. En déduire la conductance d'une tranche d'épaisseur  $dz$ .

4. La température de l'eau ne dépend que de  $z$ , mais la température de l'acier varie avec  $r$ .

Quelles sont les équations vérifiées par  $T_1$  et  $T_2$  ?

5. Résoudre les équations et tracer les courbes.

Données :  $T_1^0 = 30^\circ \text{C}$  ;  $T_2^0 = 70^\circ \text{C}$  ; densité de l'acier  $d = 7,96 \text{ g.cm}^{-3}$  ; capacités thermiques volumiques :  $c_{\text{eau}} = 4185 \text{ kJ.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$ ,  $c_{\text{acier}} = 3,996 \text{ kJ.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$  ; Conductivités thermiques :  $\lambda_{\text{eau}} = 0,565 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ ,  $\lambda_{\text{acier}} = 16,3 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$

**ENS – PC**

**Planche 10** Ulm

On considère un grand récipient à fond parfaitement plat que l'on remplit d'eau. Dans ce récipient on fait tomber un cylindre à la verticale dont l'axe de révolution est également vertical, et dont le fond est également parfaitement plat. Modéliser ce qu'il se passe quand le cylindre arrive près du fond du récipient.

### Planche 11 Lyon-Cachan

**I)** Question de cours : expliquer l'origine et donner l'expression des différentes actions s'exerçant sur un objet en mouvement dans un fluide. Discuter selon les différents régimes d'écoulement en utilisant des ordres de grandeur. On demande des exemples concrets.

**II)** On prend une carcasse de fer avec un cylindre au milieu et une armature cylindrique qui l'entoure (tout cela ne fait qu'une pièce de fer). Sur le cylindre du milieu je mets en bas une bobine qui génère un flux  $\Phi_0$  selon  $\vec{u}_z$ . Plus haut sur le cylindre, je mets une autre bobine. Est-il possible de la maintenir en haut du cylindre ?

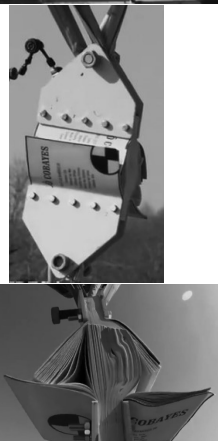
### Planche 12 Lyon-Cachan<sup>(5)</sup>

**I)** Leçon : étude de l'équilibre liquide-vapeur dans le cas du corps pur ; conditions d'observation expérimentale et interpréter le phénomène d'évaporation.

**II)** L'examineur donne une photo d'une grue qui soulève une voiture.



Une seconde photo fournit un zoom sur une partie de la photo précédente et on remarque que la voiture est soulevée grâce à deux livres dont les pages sont entremêlées.



Puis une autre photo de la situation avec deux livres entremêlés (pages non collées). L'un retenu au sol et l'autre tiré vers le haut.

Expliquer comment la voiture a pu être soulevée.

### Planche 13 Lyon-Cachan

**I)** Thème : correspondance entre l'approximation scalaire de la lumière et celle de l'optique géométrique. Dans ce cadre, donner les conséquences du caractère vectoriel de  $(\vec{E}, \vec{B})$  sous-jacent à la notion de lumière.

**II)** On réalise l'expérience suivante devant le candidat : un ressort de  $N$  spires, fixé verticalement, est immobile. On envoie une onde depuis le haut du ressort. Donner le temps pour que l'onde atteigne le bas du ressort.

### Planche 14 Lyon-Cachan<sup>(6)</sup>

**I)** Leçon : L'ARQS magnétique, exemple de la bobine alimentée par un courant alternatif.

**II)** Une montgolfière en vol s'élève grâce à un ballon rempli d'air chaud. La température extérieure  $T$  dépend de l'altitude. Quelle est la température à l'intérieur du ballon en fonction de l'altitude ? En déduire une condition sur le volume du ballon.

### Planche 15 Lyon-Cachan

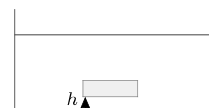
**I)** Cours : préciser les conditions sur la source et le dispositif interférentiel pour obtenir une interférence. On pourra pour cela s'appuyer sur le dispositif interférentiel des trous d'Young. On mettra en avant le sens physique plutôt que des considérations mathématiques.

**II)** Exercice : soit  $\kappa$  le coefficient de diffusion thermique d'un métal, soit  $\sigma$  la conductivité du métal. Il a été établi une relation entre  $\kappa$  et  $\sigma$  telle que :  $\frac{\kappa}{\sigma} = f(T)$  où  $T$  est la température.

Retrouver et démontrer cette formule à l'aide de vos connaissances.

### Planche 16 Ulm

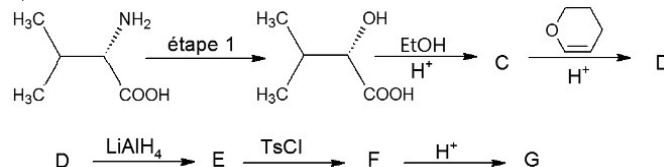
On laisse tomber d'une hauteur  $h$ , très petite, un solide cylindrique dans un grand récipient cylindrique. Déterminer la dynamique de chute de l'objet.



### Planche 17 Chimie Lyon-Cachan

**I)** Cours : équilibre, sens et vitesse des réactions chimiques en chimie générale.

**II)**



Questions sur la première molécule :

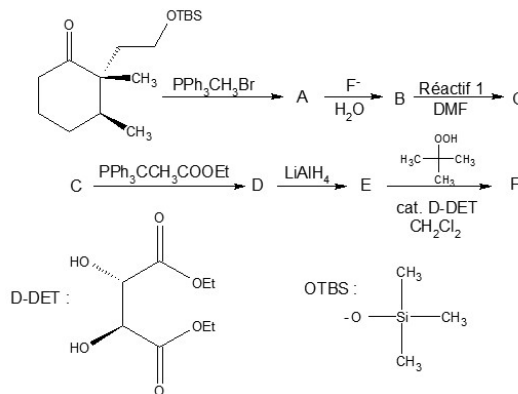
- à quelle catégorie appartient cette molécule ? Peut-elle exister ?
  - Est-elle chirale ? Quel est son énantiomère ? Son descripteur stéréochimique ? Comment synthétiser un seul des énantiomères ?
  - Comment savoir qu'on a bien l'énantiomère voulu ?
- L'étape 1 de la synthèse, hors-programme, n'est pas étudiée.
- Comment faire expérimentalement une estérification ?
- Quelles particularités pour le solvant ?
- Mécanisme C  $\rightarrow$  D. Qu'est-ce que D ?
  - Quels sont les stéréoisomères de F ? énantiomères ?
  - Quelle est la fonction de G ?

### Planche 18 Chimie Ulm<sup>(7)</sup> I) abordable dès la 1<sup>re</sup> année

**I)** On considère la réaction  $A + B \rightarrow 2B$ . Interpréter qualitativement puis quantitativement la vitesse de réaction. On fait ensuite la supposition que cette réaction était un acte élémentaire pour conduire les calculs.

- Trouver le maximum de la vitesse ;
- à quel temps le maximum est atteint ?
- quelle condition imposer sur les concentrations initiales ?
- dessiner l'évolution de la concentration des réactifs en fonction du temps et interpréter les calculs à chaque fois.

**II)** Déterminer les différentes molécules et détailler les mécanismes.



Données :

Le spectre IR de C présente une bande vers  $1700\text{ cm}^{-1}$  et aucune à partir de  $3200\text{ cm}^{-1}$ . Les tables IR de fonctions usuelles sont données. Nota Bene : à chaque réaction, le solvant était indiqué tout comme le possible catalyseur mais le candidat ne se souvenait pas de tout les détails. De plus, l'exercice se poursuivait avec au moins 5 ou 6 autres réactions...

### École Polytechnique-ENS Cachan – PSI

### Planche 19 abordable dès la 1<sup>re</sup> année

Un satellite de masse  $m$  est en orbite circulaire de rayon  $R$  autour de la Terre. Il subit, grâce au Soleil, une force de poussée due à la pression solaire :  $P = \frac{2P_r}{S.c}$  où  $S$  représente la surface du satellite.

On néglige pour l'instant la pression solaire ; calculer la vitesse de rotation  $v$  du satellite. Quelle est son énergie mécanique ?

<sup>(5)</sup> « Corrigé » : [http://www.dailymotion.com/video/x1rwdgo\\_em101-defi-suspendre-une-voiture-avec-deux-annuaires\\_tv](http://www.dailymotion.com/video/x1rwdgo_em101-defi-suspendre-une-voiture-avec-deux-annuaires_tv)

<sup>(6)</sup> Indication pour **II)** : émettre l'hypothèse d'une expression affine de  $T(z)$ .

<sup>(7)</sup> Corrigé du **I)** sur <http://cinet.chim.pagesperso-orange.fr/cours/chap3.html>, paragraphe 1.4 Bimoléculaire autocatalytique

Retrouver la loi de Kepler qui relie la période de rotation  $T$  à  $R$ .  
Si on prend en compte les frottements, comment varient  $E_m$ ,  $R$  et  $v$ ? Est-ce paradoxal?

On prend en compte une force de poussée  $F$  orthoradiale, mais suffisamment faible pour que, sur une période, les calculs précédents restent valables.

Calculer  $\delta W$ , le travail de  $F$  sur  $dt \ll T$ . Calculer  $\frac{dR}{dt}$ .

Comment varie  $R$ ? Pour un satellite de masse  $m = 100 \text{ kg}$  à une altitude de  $100 \text{ km}$ , combien de temps sera nécessaire pour atteindre une orbite située  $100 \text{ km}$  plus haut?

Application numérique pour  $F = 0,006 \text{ N}$ .

On prend désormais en compte la pression solaire. Sachant que le Soleil émet une puissance surfacique  $P_m = 1361 \text{ W.m}^{-2}$ , retrouver l'ordre de grandeur de la force ci-dessus (on donne  $S = 600 \text{ m}^2$ ).

Calculer explicitement la force  $F$  et la comparer à celle de gravitation due au Soleil.

Quelle est la nature de la force du Soleil?

Peut-elle être utilisée pour un changement d'orbite?

On choisit donc d'incliner la surface telle que la normale  $\vec{n}$  fasse un angle  $\theta$  avec  $\vec{u}_r$ ; montrer que la force est  $F_\theta = F \cos^2(\theta) \cdot \sin(\theta)$  où  $F$  est la force calculée précédemment.

### Planche 20

**A)** On étudie les conditions de survie d'une bactérie aérobique dans un lac de très grande taille à la température de  $297 \text{ K}$ . Pour vivre, elle a besoin de consommer le dioxygène dissous dans l'eau au voisinage de sa surface. La bactérie est modélisée par une sphère de centre  $O$  fixe, de rayon  $R$ , sa masse volumique  $\mu$  est assimilée à celle de l'eau. On se place en régime stationnaire et on note  $n(r)$  la densité particulaire, exprimée en  $\text{m}^{-3}$ , du dioxygène dissous à la distance  $r$  du centre  $O$  ( $r > R$ ). Loin de la bactérie, la concentration molaire volumique du dioxygène dissous dans le lac vaut  $c_0 = 0,2 \text{ mol.m}^{-3}$ . On admet que la consommation en oxygène de la bactérie est proportionnelle à sa masse et on introduit le taux horaire  $\mathcal{A}$  de consommation de dioxygène par unité de masse, mesuré en  $\text{mol.kg}^{-1}.\text{s}^{-1}$ .

1. Expliquer qualitativement les phénomènes de convection et de diffusion. On suppose que la convection est négligeable devant la diffusion. La diffusion du dioxygène dans l'eau obéit à la loi de Fick avec un coefficient de diffusion  $D = 2 \times 10^{-9} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ .

2. Expliquer qualitativement pourquoi une « grosse » bactérie ne peut pas survivre. Donner un ordre de grandeur (expression littérale) du rayon maximal.

3. Exprimer  $\Phi(r)$  le nombre de molécules de dioxygène entrant par unité de temps dans une sphère de rayon  $r$  ( $r > R$ ) en fonction de  $r$ ,  $n$  (ou ses dérivées) et  $D$ .

Quelle particularité possède  $\Phi(r)$  en régime permanent?

4. En déduire l'expression de la densité particulaire en dioxygène dissous sur la surface extérieure de la bactérie ( $n(R^+)$ ) en fonction de  $\Phi$ ,  $D$ ,  $R^+$ ,  $\mathcal{A}$  et  $c_0$ , la concentration molaire volumique de dioxygène à grande distance de la bactérie.

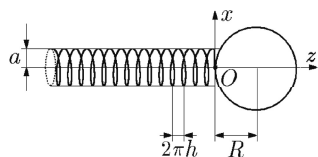
5. Calculer  $n(R^+)$  en fonction de  $\mathcal{A}$ ,  $\mu$ ,  $D$ ,  $R$  et  $c_0$ .

Commenter l'influence de  $R$  dans l'expression de  $n(R^+)$ .

6. À quelle condition sur  $R$  la bactérie peut-elle survivre?

En réalité la bactérie est de l'ordre de  $1 \mu\text{m}$  de rayon. Commenter.

**B)** La propulsion de certaines bactéries est assurée par le mouvement de longs filaments appelés flagelles. Le flagelle est modélisé par un solide en forme d'hélice de rayon  $a = 0,20 \mu\text{m}$  et de pas  $2\pi h$  avec  $h = 0,10 \mu\text{m}$ .



La longueur totale du filament est  $L = 10 \mu\text{m}$ . On note  $Oz$  l'axe du cylindre imaginaire sur lequel est enroulée cette hélice. Soit  $M(\theta)$  le point courant de l'hélice; on a, en coordonnées cylindriques :  $\vec{OM}(\theta) = a\vec{e}_r + h\theta\vec{e}_z$ .

Un moteur biologique implanté dans la membrane de la bactérie peut imprimer au flagelle un mouvement de rotation à la fréquence  $f = 1,9 \times 10^2 \text{ Hz}$ . La bactérie est plongée dans l'eau de viscosité  $\eta = 1,0 \times 10^{-3} \text{ Pa.s}$ . La cellule est assimilée à une bille de rayon  $R = 0,5 \mu\text{m}$ .

1. La cellule est soumise à un couple de frottements  $\Gamma_V = -16\pi^2\eta R^3 f$ . Commenter.

2. Déterminer littéralement puis numériquement la puissance  $P_m$  du moteur cellulaire qui maintient le flagelle en rotation à la fréquence  $f = 1,9 \times 10^2 \text{ Hz}$ .

### Planche 21

abordable dès la 1<sup>re</sup> année

On s'intéresse au fonctionnement d'un moteur à fil élastique.

On caractérise l'état d'un fil élastique par les paramètres d'état température  $T$ , longueur  $L$ , tension  $F > 0$ .

On linéarise la fonction d'état, autour d'un état  $T_m, L_m, F_m$  :  $F(T, L) = F_m + k(L - L_m) + \sigma(T - T_m)$ .

On note  $L_0(T)$  la longueur telle que  $F(T, L_0(T)) = 0$  et on donne les expressions des transferts thermiques et travaux reçus

(algébriquement) par le fil :  $\begin{cases} \delta W = F dL \\ \delta Q = C_L dt - \sigma T dL \end{cases}$

1) On considère une évolution réversible isotherme.

a. Comment évolue la longueur lorsque le fil reçoit de la chaleur?

Déterminer l'énergie potentielle associée à la force exercée par le fil. Commenter.

b. Comment évolue l'entropie du fil lorsqu'on l'étire? Commenter.

Comparer avec un gaz parfait.

2) On considère un cercle de centre

$C$  et de rayon  $R$ , pouvant tourner

autour de son axe de révolution.

Une moitié est plongée dans de

l'eau à la température  $T_c$ , l'autre

étant dans l'air à la température

$T_f$ . On a  $T_c > T_f$ . Soit un point  $O$

situé sur l'interface eau/air, à une

distance  $a$  de  $C$ .

Soit un point  $A$  fixe sur le cercle. On relie ces points par un fil élastique. On suppose que la température du fil est à chaque instant égale à la température du milieu dans lequel il se trouve, et que le changement de température lors du changement de milieu est immédiat. On veut faire de ce système un moteur.

a. Tracer un cycle moteur du système fil élastique dans l'analogie du diagramme de Clapeyron. Dans quel sens est parcouru le cycle?

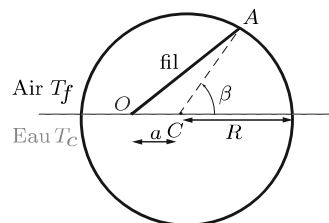
b. Dans quel sens tourne la roue?

3) a. Donner l'expression du transfert thermique reçu pendant un cycle par le fil.

b. Donner l'expression du travail reçu pendant un cycle par le fil.

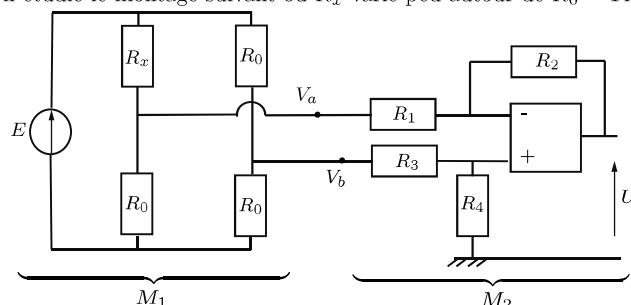
c. Calculer le rendement du moteur. Comparer au rendement de Carnot.

4) Comment améliorer le système précédent par un système avec  $N$  fils.



### Planche 22

On étudie le montage suivant où  $R_x$  varie peu autour de  $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ .



1) Sous quelle(s) condition(s) ou avec quelles modifications, le montage  $M_2$  n'a pas d'influence sur  $M_1$ ?

2) Rappeler les caractéristiques de l'ALI. Quelles sont les hypothèses de l'ALI idéal et leurs conséquences?

3) On suppose tout d'abord que l'ALI de  $M_2$  est idéal. Exprimer  $U$  en fonction de  $V_a$  et  $V_b$ . Proposer des valeurs simples pour les résistances  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$ , pour que l'on amplifie la différence  $V_b - V_a$  d'un facteur 10. Quel est le montage ainsi réalisé?

On cherche à déterminer l'erreur que l'on fait en supposant l'ALI idéal. On considère désormais que l'ALI n'est plus idéal et on a la relation :  $U = A(V_+ - V_-) + B \frac{1}{2}(V_+ + V_-)$ .

La première partie de  $U$  est appelée tension différentielle, la seconde étant appelée tension de mode commun. Les autres propriétés de l'ALI idéal sont supposées conservées. On définit le Taux de Réjection de Mode Commun :  $TRMC = 20 \log \left( \frac{A}{B} \right)$

4) Dans le cas de notre ALI, on a un  $TRMC$  de  $80 \text{ dB}$ . Donner un ordre de grandeur de  $A$  et en déduire un ordre de grandeur de  $B$ .

5) Par analogie avec la relation de  $U$  avec  $V_+$  et  $V_-$ , déterminer une expression de  $U$  utilisant  $V_b$  et  $V_a$  de la forme  $U = CV_d + DV_{mc}$ .

Que valent  $V_d$  et  $V_{mc}$ ? Déterminer  $C$  et  $D$ .

Quelle est la valeur du  $TRMC$  dans ce cas?

6) On suppose maintenant le pont équilibré. Que vaut alors  $U$  ? Pour  $E = 10\text{ V}$ , quelle valeur de  $R_x$  croit-on mesurer en supposant l'ALI idéal ? Quelle caractéristique de l'ALI est modifiée ?

7) En pratique les relations entre les valeurs des résistances sont impossibles à réaliser. On note donc  $R_i = R_{i0}(1 + \delta_i)$  avec  $|\delta_1| = 10^{-2}$ .

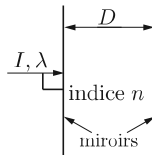
En notant  $\Sigma = \frac{R_4}{R_4 + R_3} + \frac{R_2}{R_1 + R_2}$  et  $\Delta = \frac{R_4}{R_4 + R_3} - \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ , on obtient  $TRMC = \frac{A\Sigma + \frac{B}{4}\Delta}{A\Delta + \frac{B}{2}\Sigma}$ .

Justifier pourquoi ce sont les termes en  $\Delta$  qui importent. Quel est le  $TRMC$  dans le cas le plus défavorable ?

## École Polytechnique – MP

### Planche 23

I) On a un dispositif constitué de deux miroirs parallèles se faisant face et espacés d'une distance  $D$ . L'espace situé entre les miroirs est d'indice  $n$ . Les faces externes du dispositif transmettent la totalité du faisceau lumineux.



Les miroirs (faces internes) ont un coefficient de réflexion en puissance  $R \approx 1$  et un coefficient de transmission en puissance  $T \ll 1$ .

1. À  $t = 0$ , l'intensité  $I$  du faisceau incident passe par  $O$  et est égal à  $I_0$ . Déterminer l'intensité en sortie du dispositif en fonction du temps. On demande d'abord une analyse qualitative du régime permanent, puis le calcul effectif en fonction du temps.

2. Les rayons sortant interfèrent-ils ? le cas échéant, reprendre le calcul en tenant compte des interférences. Représenter l'intensité en sortie lors du régime permanent en fonction de  $\lambda$ .

Quelle utilisation peut-on faire de ce dispositif ?

II) On considère une étoile à neutrons, de masse  $M$ , sphérique de rayon  $R$  et de masse volumique  $\rho$ , supposée constante.

Calculer l'énergie potentielle d'interaction gravitationnelle.

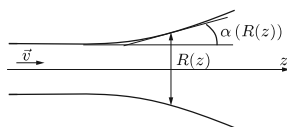
### Planche 24 <sup>(8)</sup>abordable dès la 1<sup>re</sup> année

On considère un faisceau circulaire d'ions, de masse  $m$  de charge  $q$  et vitesse  $\vec{v}$ .

$\lambda$  est la densité linéique de charges.

1. Montrer que le faisceau s'élargit.

2. Calculer  $\alpha(R(z))$ .



### Planche 25 Chimie

On considère l'équilibre de la dissociation de la calcite en chaux et dioxyde de carbone :  $\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightleftharpoons \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})$   
Données : grandeurs thermodynamiques à  $T = 298\text{ K}$

Composé	$\text{CaCO}_3(\text{s})$	$\text{CaO}(\text{s})$	$\text{CO}_2(\text{g})$
$\Delta_f H^0(T_0)$ en $\text{kJ.mol}^{-1}$	-1207,0	-635,1	-393,5
$C_p^0(T_0)$ en $\text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$	81,9	44,8	37,1
$S^0(T_0)$ en $\text{J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$		38,1	213,7

1. On donne le numéro atomique du calcium :  $Z = 20$ . Donner la structure électronique du calcium. Prévoir ainsi sa position dans le tableau périodique et son degré d'oxydation (nombre d'oxydation, i.e. quel(s) ion(s) va former le calcium ?).

2. On place la calcite dans un récipient fermé à 300 K. On fait le vide dans le récipient dont on mesure la pression à l'aide d'un manomètre. Le récipient est alors porté à 1100 K. On mesure alors une pression de 0,4 bar. On suppose en outre qu'un robinet permet d'introduire du  $\text{CO}_2$  à l'intérieur du récipient. Montrer que la possibilité de rajouter du  $\text{CO}_2$  permet de déterminer si le système est à l'équilibre.

3. Exprimer  $\Delta_r H^\circ$  en fonction de  $T$ .

4. Exprimer  $\ln(P)$  en fonction de  $T$ .

5. Calculer  $P$  pour  $T = 1000\text{ K}$ .

6. Existe-il une température comprise entre 300 et 1200 K telle que  $P = 1\text{ bar}$  ?

7. Exprimer  $\Delta_r S^\circ$  en fonction de  $T$ .

8. En déduire  $S^\circ(\text{CaCO}_3(\text{s}))^{(9)}$ .

9. Comment justifier que les capacités soient indépendantes de  $T$  ?

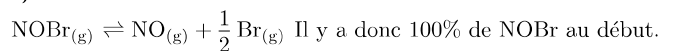
10. Que penser de la valeur de  $P$  obtenue en 5. ?

<sup>(8)</sup> Calculer les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ .

<sup>(9)</sup>  $S^\circ(\text{CaCO}_3(\text{s})) \approx 90$ .

### Planche 26 Chimie II) abordable dès la 1<sup>re</sup> année

I) On étudie la dissociation de NOBr :



1. Donner la densité du mélange en fonction de l'avancement.

À 100 °C, on a une densité de 3,11 à l'équilibre.

2. Calculer  $\alpha_{\text{Eq}}$ , coefficient de dismutation à l'équilibre.

3. Calculer  $K^\circ$ .

4. Calculer  $\Delta_r G^\circ$ .

À 50 °C, on a  $\alpha_{\text{Eq}} = 3,22$ .

5. Calculer  $\Delta_r H^\circ$  et  $\Delta_r G^\circ$ , supposés indépendants du temps.

On donne les masses molaires : azote : 14,01  $\text{g.mol}^{-1}$  ; oxygène : 16,00  $\text{g.mol}^{-1}$  ; brome : 79,91  $\text{g.mol}^{-1}$  ; air : 28,97  $\text{g.mol}^{-1}$ .

II) On a une barre de nickel avec des impuretés de cuivre et de cadmium. On souhaite éliminer les impuretés par électrolyse. Expliquer comment faire. Faire un schéma.

1. Où se trouve l'anode ? Dans quel sens vont les électrons ?

On donne les potentiels suivants :  $E^\circ(\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = 0,34\text{ V}$ ,

$E^\circ(\text{Cd}^{2+}/\text{Cd}) = -0,40\text{ V}$ ,  $E^\circ(\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}) = -0,25\text{ V}$ .

2. Le nickel est situé sur la 4<sup>e</sup> ligne et la 10<sup>e</sup> colonne de la classification périodique.

a. Donner sa configuration électronique.

b. À quels degrés d'oxydation peut-on s'attendre ?

2. Méthode de purification du Nickel.

L'anode est la barre de nickel à purifier, contenant également du cuivre et du cadmium. La cathode est une électrode de nickel pur. Le tout est plongé dans une solution contenant du sulfate de sodium.

a. Faire un schéma du montage. À quoi sert la solution de sulfate de sodium ?

b. En supposant que les couples concernés constituent des systèmes rapides, tracer les courbes intensité-potential pour chacune des électrodes. Que se passe-t-il à l'anode ? À la cathode ?

c. Comment doit-on choisir la tension aux bornes du générateur ? On placera le potentiel de chaque électrode sur le graphique précédent. Comment déterminer le courant à l'anode et à la cathode ?

### Planche 27 Chimie abordable dès la 1<sup>re</sup> année

I) 1.  $E_1^\circ(\text{Cd}^{2+}/\text{Cd}) = -0,40\text{ V}$ ,  $E_2^\circ(\text{Sn}^{4+}/\text{Sn}^{2+}) = 0,15\text{ V}$ .

On dispose de deux solutions :

- une solution de  $\text{Cd}^{2+}$ , à une concentration de 0,1  $\text{mol.L}^{-1}$  ;
- une solution de  $\text{Sn}^{4+}$  et de  $\text{Sn}^{2+}$  de concentrations respectives 0,1  $\text{mol.L}^{-1}$  et 0,05  $\text{mol.L}^{-1}$ .

Calculer les potentiels de ces solutions.

2. On a une lame de cadmium et une lame de platine. Faire le schéma d'une pile. Quel est la polarité des électrodes ? Quel est le sens du courant ?

3. Donner les équations aux électrodes.

Préciser : oxydation ou réduction ?

4. Donner l'équation bilan.

5. On a un pont salin de KCl : quel est son rôle ? Que se passe-t-il au niveau de ce pont ?

6. Calculer la fem de cette pile.

7. Comment évoluent les concentrations en  $\text{Cd}^{2+}$ ,  $\text{Sn}^{2+}$  et  $\text{Sn}^{4+}$  ? Donner l'évolution de la fem.

8. Quel est la charge totale pouvant être fournie ?

II) 1. La solubilité de l'hydroxyde ferreux est  $s = 1,5\text{ g.L}^{-1}$  à 18 °C. Calculer le produit de solubilité dans un l'eau, et le pH à saturation.

2. Dans une solution de soude à 0,001  $\text{mol.L}^{-1}$  à 25 °C, prévoir si la solubilité sera plus grande ou plus faible qu'avant, puis la calculer.

Questions supplémentaires :

– quelle est la structure électronique de l'aluminium ? On donne :

– état 4s : +3,14 eV ;

– état 3d : +4 eV.

Expliquer ces augmentations d'énergie et les comparer.

Que sont les hydrures ?

Quels éléments sont susceptibles de donner des hydrures ?