MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE,
DE LA JEUNESSE
ET DES SPORTS
L'ÉDITE
L'ÉDI

**EFE MPC 1** 

#### SESSION 2021

# CAPLP CONCOURS EXTERNE et CAFEP 3ème CONCOURS

**SECTION: MATHÉMATIQUES - PHYSIQUE-CHIMIE** 

# ÉPREUVE ÉCRITE SUR DOSSIER DE MATHÉMATIQUES

Durée: 4 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

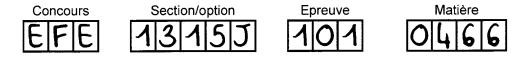
NB: Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

## **INFORMATION AUX CANDIDATS**

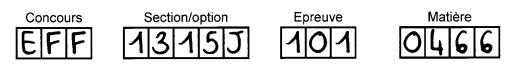
Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie.

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

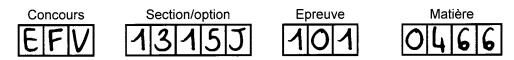
► Concours externe du CAPLP de l'enseignement public :



► Concours externe du CAFEP/CAPLP de l'enseignement privé :



▶ 3<sup>ème</sup> Concours du CAPLP de l'enseignement public :



Le sujet est constitué de trois exercices indépendants qui peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Le premier exercice est un vrai-faux avec justification.

Le deuxième exercice est un exercice de nature pédagogique.

Le troisième exercice est constitué de deux parties.

# **Exercice 1**

Préciser si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse, puis justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

- 1. Soit  $(u_n)$  la suite de nombres réels telle que  $u_0=1$  et, pour tout  $n\in\mathbb{N}$ ,  $u_{n+1}=\sqrt{2+u_n}$ . PROPOSITION :  $Pour tout \ n\in\mathbb{N}$ ,  $0\leq u_n\leq 2$ .
- 2. Soit  $(u_n)$  une suite réelle positive décroissante.

PROPOSITION: La suite  $(u_n)$  converge vers 0.

- 3. PROPOSITION: Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ ,  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{n}{n+1}$ .
- 4. Soit  $(u_n)$  la suite de nombres réels telle que  $u_0 = 1$  et, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = u_n + e^{-u_n}$ . PROPOSITION: La suite  $(u_n)$  diverge vers  $+\infty$ .
- 5. Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I.

  PROPOSITION: Si f est strictement croissante sur I, alors f' est strictement positive sur I.
- 6. PROPOSITION: Pour tout réel x,  $e^x \ge 1 + x$ .
- 7. Soit f la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{si } x \neq 0\\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

PROPOSITION : La fonction f est dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

8. Soit f une solution sur  $\mathbb{R}$  de l'équation différentielle y'' + 3y' + 2y = 0.

PROPOSITION:  $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ .

9. Pour tout réel x, on note D(x) le déterminant de la matrice  $\begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}$ .

PROPOSITION: D(x) est nul si et seulement si x = 1.

10. On lance cinq fois un dé équilibré (six faces équiprobables numérotées de 1 à 6).

PROPOSITION: La probabilité d'obtenir exactement une fois la face « 6 » est égale à  $\frac{5}{6}$ .

11. Soit n un entier naturel non nul et  $x_1, ..., x_n$  des réels. On note m la moyenne de la série statistique  $(x_1, ..., x_n)$  et s son écart type. Pour tout  $i \in [1, n]$ , on pose  $y_i = 2x_i + 3$ .

PROPOSITION: La série statistique  $(y_1,...,y_n)$  a pour moyenne 2m+3 et pour écart type 2s+3.

12. Soit X une variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre  $\frac{1}{2}$ .

PROPOSITION : La probabilité de l'événement ( $X < \ln(9)$ ) est égale à  $\frac{1}{3}$ .

13. Dans le plan complexe, on considère les points A, B, C, D d'affixes 1, i, -1, -i. On note  $\Gamma$  le cercle unité, c'est-à-dire l'ensemble des points dont l'affixe z vérifie |z|=1.

Si M est un point de  $\Gamma$ , on note p(M) le produit des distances de M aux points A, B, C, D:

$$p(M) = MA \times MB \times MC \times MD$$
.

PROPOSITION: Lorsque M décrit  $\Gamma$ , le maximum de p(M) est égal à 2.

14. Dans le plan euclidien rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ , soit A le point de coordonnées (1,0) et B le point de coordonnées (0,1).

PROPOSITION: L'ensemble des points M du plan tels que  $MA = MB\sqrt{2}$  est un cercle de rayon 2.

15. Dans l'espace affine muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{t}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère la sphère  $\mathscr{S}$  d'équation  $x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 2y - 15 = 0$  et le plan  $\mathscr{P}$  d'équation 2x - 2y + z - 4 = 0.

PROPOSITION : L'intersection de  $\mathcal S$  et de  $\mathcal S$  est un cercle de rayon 3.

# **Exercice 2**

Cet exercice de type pédagogique a pour objectif l'analyse d'une activité de statistique, inspirée d'un document titré « Mettre des gants », disponible sur le site Éduscol.

L'analyse demandée nécessite les annexes suivantes fournies en fin de sujet :

- annexe 1 : énoncé de l'activité;
- annexe 2 : extraits des programmes des classes de seconde et de première professionnelles;
- annexe 3 : extrait du préambule des programmes des classes de seconde et première professionnelles.
- 1. À quel niveau de classe peut-on proposer l'exercice présenté en annexe 1?
- 2. Quelles capacités et connaissances du programme de cette classe un élève doit-il mobiliser pour résoudre cet exercice?
- 3. Quels sont les prérequis nécessaires à sa résolution?
- 4. Citer deux des cinq compétences figurant dans le tableau de l'annexe 3, que cet exercice permet de travailler particulièrement. Argumenter la réponse.
- 5. Proposer une correction de cet exercice, telle qu'elle pourrait figurer dans le cahier d'un élève.
- 6. Citer trois difficultés qu'un élève pourrait rencontrer et proposer pour chacune d'elles une question intermédiaire qui pourrait l'aider à les surmonter.
- 7. On s'intéresse à une série statistique à deux variables  $(x_i, y_i)_{1 \le i \le n}$ , où n est un entier naturel. Dans le plan rapporté à un repère orthogonal  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère le nuage formé par les n points  $M_i(x_i, y_i)$ . On suppose que ces points n'appartiennent pas à une droite parallèle à l'axe  $(O, \vec{v})$ .

On souhaite réaliser un ajustement affine de ce nuage de points par une droite  $\mathcal{D}$ , d'équation réduite y = ax + b, où a et b sont deux réels. On note  $P_i$  le point de  $\mathcal{D}$  d'abscisse  $x_i$  et S(a,b) la somme des carrés des distances  $M_iP_i$ :

$$S(a,b) = \sum_{i=1}^{n} M_i P_i^2.$$

(a) Montrer que

$$S(a,b) = a^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 + nb^2 - 2a \sum_{i=1}^n x_i y_i - 2b \sum_{i=1}^n y_i + 2ab \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i^2.$$

(b) On admet qu'il existe une unique droite  $\mathcal D$  pour laquelle la somme S(a,b) est minimale. Cette droite est appelée droite de régression de y en x de la série  $(x_i,y_i)_{1\leqslant i\leqslant n}$ . Soit S la fonction de deux variables réelles définie, pour tout couple  $(a,b)\in\mathbb R^2$ , par :

$$S(a,b) = \sum_{i=1}^{n} M_i P_i^2.$$

En tout point de  $\mathbb{R}^2$ , S admet une dérivée partielle d'ordre un par rapport à a et une dérivée partielle d'ordre un par rapport à b.

On admet que le minimum de *S* est obtenu lorsque ces deux dérivées partielles sont nulles.

Montrer qu'une première condition pour que la fonction S admette un minimum est :

$$\sum_{i=1}^{n} y_i = nb + a \sum_{i=1}^{n} x_i.$$

- (c) En déduire que le point moyen  $G(\bar{x}, \bar{y})$  du nuage de points appartient à la droite  $\mathcal{D}$ . (On note  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$  les moyennes des séries statistiques  $(x_i)_{1 \le i \le n}$  et  $(y_i)_{1 \le i \le n}$ .)
- (d) Montrer qu'une seconde condition pour que la fonction S admette un minimum est :

$$\sum_{i=1}^{n} x_i y_i = b \sum_{i=1}^{n} x_i + a \sum_{i=1}^{n} x_i^2.$$

(e) Montrer que les nombres a et b pour lesquels la fonction S admet un minimum sont :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} \quad \text{et} \quad b = \bar{y} - a\bar{x}.$$

(f) On considère la série statistique à deux variables  $(x_i, y_i)$  constituée à partir du tableau de l'activité de l'annexe 1.

Les valeurs  $x_i$  représentent la température de l'air en °C, et les valeurs  $y_i$  représentent la température ressentie correspondante, en °C, pour un vent soufflant à 50 km/h.

i	1	2	3	4	5
$x_i$	-10	-5	0	5	10
$y_i$	-23	-14	-7,5	-1	5,5

- i. Calculer a et b.
- ii. À l'aide de la droite de régression de y en x de la série  $(x_i, y_i)_{1 \le i \le 5}$ , en déduire la température de l'air à partir de laquelle des lésions irréversibles peuvent apparaître sur les mains du conducteur d'un scooter roulant sans gants à 50 km/h pendant plus de 30 minutes.

# **Exercice 3**

#### Introduction

Dans tout l'exercice, on suppose que T est une variable aléatoire réelle de densité f. On suppose de plus que f est nulle sur  $]-\infty,0[$ , strictement positive sur  $]0,+\infty[$  et que sa restriction à  $[0,+\infty[$  est continue.

On rappelle les résultats suivants.

• Du fait que f est une densité, et qu'elle est nulle sur  $]0, +\infty[$ , on a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = \int_{0}^{+\infty} f(t) dt = 1.$$

• Si  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont deux réels tels que  $\theta_1 \le \theta_2$ , alors

$$P(\theta_1 \le T \le \theta_2) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} f(t) dt.$$

• La fonction de répartition de T est la fonction F de  $\mathbb R$  dans  $\mathbb R$  définie par

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \quad F(\theta) = P(T \le \theta) = \int_{-\infty}^{\theta} f(t) \, \mathrm{d}t = \int_{0}^{\theta} f(t) \, \mathrm{d}t.$$

• L'espérance de la variable aléatoire T est donnée par

$$E(T) = \int_0^{+\infty} t f(t) \, \mathrm{d}t,$$

sous réserve que cette intégrale converge.

#### A. Fonction de survie et taux de défaillance

On appelle *durée de vie* d'un composant électronique la durée de fonctionnement de ce composant jusqu'à sa première panne éventuelle. On considère un composant électronique dont la durée de vie est modélisée par une variable aléatoire *T* ayant les propriétés mentionnées dans l'introduction.

On appelle fonction de survie du composant la fonction S définie sur  $\mathbb{R}_+$  par

$$\forall \theta \in \mathbb{R}_+ \quad S(\theta) = \int_{\theta}^{+\infty} f(t) \, \mathrm{d}t = 1 - F(\theta).$$

Pour tout réel t positif, on appelle taux de défaillance à l'instant t le nombre  $\pi(t)$  défini par

$$\pi(t) = \frac{f(t)}{S(t)}.$$

1. Soit *t* un réel positif.

Pour tout réel strictement positif h, on note q(t,h) la probabilité que le composant tombe en panne entre les instants t et t+h sachant qu'il fonctionne encore à l'instant t, c'est-à-dire le nombre q(t,h) défini par

$$q(t,h) = P_{[T>t]}(t < T \le t + h).$$

- (a) Établir pour tout réel h strictement positif, l'égalité :  $q(t,h) = \frac{S(t) S(t+h)}{S(t)}$ .
- (b) Montrer que la fonction S est dérivable sur  $\mathbb{R}_+$  et préciser sa fonction dérivée.
- (c) Montrer que le rapport  $\frac{q(t,h)}{h}$  a pour limite  $\pi(t)$  quand h tend vers 0 par valeurs supérieures.
- 2. On suppose, dans cette question, que  $\lambda$  est un réel strictement positif et que T suit la loi exponentielle de paramètre  $\lambda > 0$ . On rappelle que T admet alors pour densité la fonction f donnée par  $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$  pour  $t \ge 0$  et f(t) = 0 pour t < 0.
  - (a) Rappeler la valeur de l'espérance de T, notée E(T), et justifier ce résultat par le calcul.
  - (b) Déterminer la fonction de survie du composant et donner l'allure de sa courbe représentative.
  - (c) Établir, pour tout réel t positif, l'égalité  $\pi(t) = \frac{1}{E(T)}$ .
- 3. On suppose dans cette question que T est une variable aléatoire de densité f définie par

$$f(t) = \begin{cases} t \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) & \text{si } t \ge 0\\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

(a) Vérifier que *f* est une densité de probabilité.

On rappelle que la loi normale d'espérance nulle et de variance 1 a pour densité la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$t \mapsto \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right).$$

- (b) En déduire les égalités :  $\int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}} = \int_0^{+\infty} t^2 \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt.$
- (c) Calculer l'espérance de la variable aléatoire T.
- (d) Montrer que la variable aléatoire  $T^2$  suit une loi exponentielle et préciser son paramètre. En déduire la variance de la variable aléatoire T.
- (e) Déterminer la fonction de survie *S* du composant.
- (f) Calculer, pour tout réel t positif, le taux de défaillance  $\pi(t)$ .
- 4. On suppose dans cette question qu'il existe une constante  $\alpha$  strictement positive telle que

$$\forall t \in \mathbb{R}_+, \quad \pi(t) = \alpha.$$

- (a) Montrer que, pour tout réel t positif,  $S'(t) = -\alpha S(t)$ .
- (b) Soit g la fonction de  $\mathbb{R}_+$  dans  $\mathbb{R}$  telle que, pour tout réel t positif,  $g(t) = e^{\alpha t} S(t)$ . Montrer que la fonction g est constante sur  $\mathbb{R}_+$ .
- (c) En déduire que T suit une loi exponentielle et préciser son paramètre.

# B. Entretien préventif

On désire, dans cette partie, comparer le coût de deux méthodes d'entretien.

On suppose que la variable aléatoire T admet une espérance (nécessairement strictement positive) notée E(T) et représentant donc la durée moyenne de fonctionnement d'un composant. On considère que la panne d'un composant provoque un préjudice de coût C, et que son remplacement a un coût K, où C et K sont deux constantes strictement positives.

Une *première méthode* consiste à attendre la panne pour procéder au remplacement. On estime alors que le coût de l'entretien du composant par unité de temps est donné par :

$$c_1 = \frac{K + C}{E(T)}.$$

Une *deuxième méthode* d'entretien consiste à se fixer un réel  $\theta$  strictement positif et à remplacer le composant dès sa panne si elle survient au bout d'une durée de fonctionnement inférieure à  $\theta$ , sinon à le remplacer préventivement au bout d'une durée  $\theta$  de fonctionnement. On estime alors que le coût de l'entretien du composant par unité de temps est donné en fonction de  $\theta$  par :

$$c_2(\theta) = \frac{K + (1 - S(\theta))C}{\int_0^{\theta} S(t) dt}.$$

1. À l'aide d'une intégration par parties, établir, pour tout réel  $\theta > 0$ ,

$$\int_0^\theta S(t) \, \mathrm{d}t = P(T > \theta) \times \theta + P(T \le \theta) \times \int_0^\theta t \frac{f(t)}{F(\theta)} \, \mathrm{d}t.$$

L'intégrale  $\int_0^\theta S(t) \, \mathrm{d}t$  peut donc s'interpréter comme la durée moyenne de fonctionnement du composant dans la deuxième méthode.

2. Dans le cas où T suit la loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ , calculer  $c_1$  et, pour tout réel  $\theta$  strictement positif, exprimer  $c_2(\theta)$  en fonction de C, K et  $\lambda$ .

Indication: utiliser la question A.2.

Montrer qu'alors la deuxième méthode ne présente pas d'avantage.

Comment peut-on expliquer ce résultat?

- 3. On suppose que T suit la loi décrite dans la question A.3.
  - (a) Préciser la valeur de  $c_1$  et montrer que l'on a :  $\lim_{\theta \to +\infty} c_2(\theta) = c_1$ .
  - (b) On pose pour tout réel strictement positif  $\theta$ ,

$$\varphi(\theta) = C \int_0^{\theta} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt - \frac{1}{\theta} \left(K + C\left(1 - \exp\left(-\frac{\theta^2}{2}\right)\right)\right).$$

Montrer que la fonction  $\varphi$  est dérivable sur  $\mathbb{R}_+^*$  et que sa fonction dérivée est strictement positive.

En déduire le tableau de variations de  $\varphi$  en y portant les limites aux bornes.

- (c) Étudier les variations de la fonction  $c_2$  et montrer qu'elle admet un minimum en  $\theta_0$  qui vérifie  $c_2(\theta_0) < c_1$ .
- (d) Établir l'égalité  $c_2(\theta_0) = C\theta_0$  puis l'inégalité  $\theta_0 < \sqrt{\frac{2}{\pi}} \Big( 1 + \frac{K}{C} \Big)$ .
- (e) On suppose, dans cette question, que K et C sont tous deux égaux à 1, et on donne :  $c_2(1,5)=1,5429$  et  $c_2(1,45)=1,5439$ .

En déduire un encadrement de  $\theta_0$  d'amplitude 0,1.

#### Annexe 1

#### Énoncé de l'activité

Lorsqu'il y a du vent, la température ressentie est différente de la température de l'air. Le tableau ci-dessous donne la température ressentie, pour différentes températures de l'air, en prenant en compte la vitesse du vent.

Vitesse du vent (en km/h) Température de l'air (en °C)	0	10	20	30	40	50
<b>- 1</b> 0	<b>- 1</b> 0	<b>–</b> 15	- 18	- 20	- 21	- 23
<b>-</b> 5	<b>–</b> 5	- 9,5	- 12	- 13	- 13	- 14
0	0	- 3	<b>-</b> 5	- 6,5	<b>-</b> 7	<b>−</b> 7 <b>,</b> 5
5	5	3	1	0	- 0,5	- 1
10	10	9	7,5	7	6	5,5

Exemple : si la température de l'air est  $-10\,^{\circ}$ C et qu'il y a un vent soufflant à 30 km/h, la température ressentie est  $-20\,^{\circ}$ C.

Des lésions irréversibles peuvent apparaître aux extrémités (mains, pieds, nez et oreilles) si elles sont soumises plus de 30 minutes à des températures inférieures à -25 °C.

On admet que la température ressentie par le conducteur d'un scooter à 50 km/h est la même que celle donnée dans le tableau ci-dessus, pour un vent soufflant à 50 km/h.

À partir de quelle température de l'air des lésions irréversibles peuvent-elles apparaître sur les mains du conducteur d'un scooter roulant sans gants pendant plus de 30 minutes à 50 km/h?

#### Annexe 2

## Extraits des programmes des classes de seconde et de première professionnelles

#### Classe de seconde professionnelle

#### Statistique à une variable

# **Objectifs**

L'objectif de ce module est de favoriser la prise d'initiative et la conduite de raisonnements pour interpréter, analyser ou comparer des séries statistiques. Pour ce faire, on s'appuie sur des situations concrètes liées aux spécialités professionnelles ou issues de la vie courante. Des données réelles sont à privilégier. L'utilisation des outils numériques est nécessaire. Ce module est particulièrement propice aux changements de registres (textes, tableaux, graphiques) qui participent au renforcement de la maîtrise de la langue.

## Liens avec le cycle 4

Au cycle 4, les élèves ont appris à recueillir, organiser, interpréter, représenter et traiter des données, à utiliser un tableur-grapheur pour présenter des données sous la forme d'un tableau ou d'un diagramme. Ils ont également appris à calculer des effectifs et des fréquences, à calculer et à interpréter des indicateurs de position et de dispersion d'une série statistique. Ils ont étudié moyenne, médiane et étendue.

En seconde, ils consolident ces notions et découvrent d'autres représentations et indicateurs permettant de comparer des séries statistiques. Ils découvrent la notion d'intervalle comme ensemble de nombres vérifiant des inégalités.

Capacités	Connaissances
Recueillir et organiser des données statistiques.	Regroupement par classes d'une série statistique.
Organiser des données statistiques en choisissant un mode de représentation adapté à l'aide des fonctions statistiques d'une calculatrice ou d'un tableur.  Extraire des informations d'une représentation d'une série statistique.	Représentation d'une série statistique par un diagramme en secteurs, en bâtons, en colonnes, à lignes brisées.
Comparer et interpréter des séries statistiques à l'aide d'indicateurs de position et de dispersion calculés avec les fonctions statistiques d'une calculatrice ou d'un tableur.	Indicateurs de position : mode, classe modale, moyenne, médiane, quartiles. Indicateurs de dispersion : étendue, écart type, écart interquartile $Q_3 - Q_1$ .
Construire le diagramme en boîte à moustaches associé à une série statistique avec ou sans TIC.  Comparer et interpréter des diagrammes en boîte à moustaches.	Diagrammes en boîte à moustaches.

# Exemple d'algorithme

Déterminer la fréquence d'apparition d'une lettre dans un texte.

#### Commentaires

Les déciles et les centiles peuvent être présentés lorsque leur étude est pertinente pour la situation traitée.

#### Annexe 2 (suite)

#### Classe de première professionnelle

• Statistique à deux variables quantitatives (groupements A, B et C)

#### **Objectifs**

L'objectif de ce module est de déterminer, à l'aide d'outils numériques, une équation d'une droite d'ajustement d'un nuage de points associé à une série statistique à deux variables quantitatives et de l'utiliser pour interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues. L'élève est amené à évaluer la pertinence d'un ajustement affine à l'aide du coefficient de détermination et à développer une réflexion critique sur le lien entre deux phénomènes articulés pour distinguer corrélation et causalité.

Ce thème d'étude a de nombreuses applications en sciences expérimentales, en sciences sociales et dans le domaine professionnel. Il se prête particulièrement à l'étude de situations concrètes, notamment celles qui sont liées aux problématiques du changement climatique et du développement durable ; des données réelles seront dans ce cas privilégiées.

## Liens avec la classe de seconde professionnelle

En classe de seconde, les élèves ont consolidé les notions d'effectif et de fréquence. Ils ont étudié différents paramètres de dispersion et ont découvert des représentations et indicateurs permettant de comparer des séries statistiques. En classe de première, ils consolident ces notions et étudient les ajustements affines qui permettent de réinvestir les notions de fonction affine et d'équation de droite étudiées en classe de seconde.

#### Capacités et connaissances

Capacités	Connaissances
Représenter graphiquement à l'aide d'outils numériques un nuage de points associé à une série statistique à deux variables quantitatives.	Nuage de points associé à une série statistique à deux variables quantitatives.
Réaliser un ajustement affine, à l'aide des outils numériques.	Ajustement affine par la méthode des moindres carrés.
Déterminer l'équation réduite d'une droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés, à l'aide d'outils numériques. Interpoler ou extrapoler des valeurs inconnues.	
Déterminer le coefficient de détermination d'une série statistique à deux variables quantitatives à l'aide d'outils numériques. Évaluer la pertinence d'un ajustement affine.	Coefficient de détermination $R^2$ .

# Exemples d'algorithmes ou d'activités numériques

- Déterminer des indicateurs de position et de dispersion d'une série statistique en utilisant les listes.
- Déterminer l'équation réduite d'une droite d'ajustement par la méthode des moindres carrés à l'aide d'outils numériques.
- Déterminer le coefficient de détermination d'une série statistique à deux variables quantitatives à l'aide d'outils numériques.

# Annexe 2 (fin)

#### **Commentaires**

- On indique aux élèves l'ajustement à réaliser (ajustement de x en y ou de y en x).
- Ce module donne l'occasion de travailler sur la droite de régression et de faire percevoir le sens de l'expression « moindres carrés ».
- Le coefficient de détermination, carré du coefficient de corrélation, est obtenu à l'aide d'outils numériques.
- Aucune théorie n'est attendue sur ces coefficients; un coefficient de détermination proche de 1 signifie qu'il existe une forte corrélation entre les deux variables. On montrera, au moins sur un exemple, que cela ne signifie pas nécessairement qu'il y a une relation de causalité entre les deux variables.

#### Dans le cadre de la bivalence

Ce module est mis en œuvre dans les domaines *Mécanique* et *Électricité* du programme de physique-chimie.

# Annexe 3

# Extrait du préambule des programmes des classes de seconde et de première professionnelles

# Tableau des compétences et capacités associées

Compétences	Capacités associées
S'approprier	<ul><li>Rechercher, extraire et organiser l'information.</li><li>Traduire des informations, des codages.</li></ul>
Analyser Raisonner	<ul> <li>Émettre des conjectures, formuler des hypothèses.</li> <li>Proposer une méthode de résolution.</li> <li>Choisir un modèle ou des lois pertinentes.</li> <li>Élaborer un algorithme.</li> <li>Choisir, élaborer un protocole.</li> <li>Évaluer des ordres de grandeur.</li> </ul>
Réaliser	<ul> <li>Mettre en œuvre les étapes d'une démarche.</li> <li>Utiliser un modèle.</li> <li>Représenter (tableau, graphique), changer de registre.</li> <li>Calculer (calcul littéral, calcul algébrique, calcul numérique exact ou approché, instrumenté ou à la main).</li> <li>Mettre en œuvre un algorithme.</li> <li>Expérimenter – en particulier à l'aide d'outils numériques (logiciels ou dispositifs d'acquisition de données).</li> <li>Faire une simulation.</li> <li>Effectuer des procédures courantes (représentations, collectes de données, utilisation du matériel).</li> <li>Mettre en œuvre un protocole expérimental en respectant les règles de sécurité à partir d'un schéma ou d'un descriptif.</li> <li>Organiser son poste de travail.</li> </ul>
Valider	<ul> <li>Exploiter et interpréter les résultats obtenus ou les observations effectuées afin de répondre à une problématique.</li> <li>Valider ou invalider un modèle, une hypothèse en argumentant.</li> <li>Contrôler la vraisemblance d'une conjecture.</li> <li>Critiquer un résultat (signe, ordre de grandeur, identification des sources d'erreur), argumenter.</li> <li>Conduire un raisonnement logique et suivre des règles établies pour parvenir à une conclusion (démontrer, prouver).</li> </ul>
Communiquer	À l'écrit comme à l'oral :  - rendre compte d'un résultat en utilisant un vocabulaire adapté et choisir des modes de représentation appropriés ;  - expliquer une démarche.