

Oraux Polytechnique - Mathématiques 2

Martin Teuscher

14 juillet 2019

1 Énoncé des exercices

1.1 Exercice 1

Déterminer les formes linéaires $\mathcal{L} : \mathcal{M}_{2n+1}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$ telles que :

$$\forall P \in \mathcal{O}_{2n+1}(\mathbb{R}), \forall M \in \mathcal{M}_{2n+1}(\mathbb{R}), \quad \mathcal{L}(P^{-1}MP) = \mathcal{L}(M)$$

Indication 1 : Commencer par étudier les matrices diagonales, en les conjugant par des matrices de permutations.

Indication 2 : $\mathcal{S}_{2n+1}(\mathbb{R}) \bigoplus^{\perp} \mathcal{A}_{2n+1}(\mathbb{R})$

Remarque : la dimension impaire ne sert pas dans la démonstration, mais l'exercice était posé comme ceci.

1.2 Exercice 2

Soit $\sigma : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ bijective. Que dire de la nature de la série $\sum_{n \geq 1} \frac{\sigma(n)}{n^2}$?

1.3 Exercice 3

Soit $\mathcal{L} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ une application linéaire du plan dans lui-même. Quelle est l'image d'un carré par \mathcal{L} ?

2 Déroulé de l'oral

Lieu de passage : École Polytechnique, petite classe 13.