Renseignements généraux

- *Concours* : ENS (toutes)
- *Matière* : Mathématiques
- *Nom* : Timothé Lemistre

Énoncé des exercices

Exercice 1 :

Existe-t-il $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ supérieure à toure série entière (réelle) en $+\infty$?

Exercice 2 :

Soit $A \in M_n(\mathbb{R})$ vérifiant $A +^t A = I_n$; montrer : $detA > 0$.

Exercice 3 :

Montrer que n'existe aucune partie de $\mathbb{R}$ non vide, fermée, sans point isolé et au plus dénombrable.

Exercice 4 :

Soit G un sous-groupe fini de $GL_n(\mathbb{C})$; montrer que $\sum_{g\in G} Tr(g)$ est un entier divisible par l'ordre de G.

Remarques sur l'oral

Commence par l'annonce des 10mn de réflexion réglementaires. 1. Je croyais qu'un tel f existait ; sans me contredire, il m'a suggérer de montrer que pour toute suite $(u_n) \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ existe une série entière supérieure à u_n en n et a accepté sans commentaire la suffisance de $a_n^{1/n} \to 0$ pour que le rayon de convergence soit infini. 3. A accepté un dessin (avec C l'ensemble considéré, on prend 2 points distincts de C, on coupe $\mathbb{R}$ en 2 intervalles, chacun contenant l'un de ces points, puis on coupe ces intervalles en gardant des points de C dans chaque sous-intervalle, etc., d'où une injection de $\{0;1\}^{\mathbb{N}}$ dans C), ne demandant que de préciser où servaient les hypothèses sur C. 4. Je n'ai fait que lui rentre indubitable que je suis hamster 5/2 ou viens d'une prépa parisienne en mentionnant $h = \frac{1}{card(G)} \sum_{g\in G} g$, qui vérifie $gh = hg = h$ pour tout $g \in G$ (il suffit de mq $tr(h) \in \mathbb{Z}$) - en vain et sans lui arracher de commentaire.