

## Renseignements généraux

- *Concours* : ENS
- *Matière* : Mathématiques U
- *NOM Prénom* : LEBLEU Ilyas

## Énoncé des exercices

### Exercice 1 :

Soient  $A_1, \dots, A_k \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$  vérifiant  $A_i^2 = A_i, i \in \{1, \dots, k\}$ .

Montrer que  $\sum_{i=1}^k n - \text{rg}(A_i) \geq \text{rg}(I_n - A_1 \dots A_k)$ .

### Exercice 2 :

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  admettant une limite à gauche et à droite en tout point.  
Montrer que  $f$  admet un nombre au plus dénombrable de points de discontinuité.

### Exercice 3 :

Montrer que  $n + (n-1)X + \dots + X^{n-1}$  n'admet pas de racines dans  $\text{Conv}(\mathbb{U})$ .