

Suites arithmétiques

Consignes :

Calculatrice autorisée - A rendre sur feuille - Justifier les réponses - Faire des phrases

On donne :

$$S_n = \frac{n+1}{2} \times (u_0 + u_n)$$

et

$$u_n = u_0 + n \times r$$

EXERCICE 1.1. Une entreprise engage un salarié pour un salaire de 1150€ net par mois en 2010. Son contrat affirme que chaque année son salaire augmentera automatiquement d'un montant de 75€ net et ce pendant 7 ans.

Mettre en oeuvre la démarche détaillée de votre choix pour déterminer son salaire en 2017.



EXERCICE 1.2. Une cagnotte démarre à $U_0 = 100$ et à chaque retrait, on enlève 3€.








1. **Calculer** U_5 par la méthode de votre choix.
2. **Calculer** U_{50} en utilisant la formule adéquate.
3. **Commenter** le résultat.

EXERCICE 1.3. Un enseignant de mathématiques du LP Benoit Fourneyron prépare un trail de 32 km. Il souhaite s'entraîner de manière progressive et avec comme objectif de courir au moins une fois une distance de 25 km au plus tard 7 jours avant la date de la course fixée au 6 novembre 2022. Il estime être prêt si cet objectif des 25 km est atteint.

La date de début d'entraînement est fixée au 12 juillet. La distance de départ est de 5 km et sera notée u_0 . A chaque entraînement on ajoute 500 m et on considère qu'il y a 3 entraînements par semaine.







Problématique 1 : Comment déterminer si le prof sera prêt à temps ?

Problématique 2 : Comment savoir quelle sera la distance totale parcourue pendant la préparation ?

1. **Donner** la distance parcourue au deuxième entraînement. 
2. **Préciser** en justifiant si la suite (U) est arithmétique. 
3. **Donner** la raison de cette suite. 
4. **Proposer** une méthode permettant de répondre à la problématique 1.  
5. **Proposer** une méthode permettant de répondre à la problématique 2.  



Appel enseignant pour vérifier les méthodes proposées

6. **Mettre en oeuvre** votre démarche pour répondre à la P1. Détailler.   
7. **Mettre en oeuvre** votre démarche pour répondre à la P2. Détailler.   

On donne pour indication :

<

EXERCICE 1.4. Hervé a emprunté de l'argent à la banque pour monter sa société.
Le crédit est sur 10 ans avec une première annuité (montant payé la première année) de 27000€ qui diminue de 1300€ chaque année.








1. **Donner** en justifiant la nature de la suite formée. 
2. **Calculer** le montant de la 10ème annuité que l'on notera U_9 . 
3. **Calculer** le montant de l'annuité U_{21} . 
4. **Commenter** le résultat de la question 3 en lui donnant un sens. 
5. **Calculer** le montant total à rembourser. 
6. Hervé a en réalité emprunté 200000€. **Calculer** le cout du crédit (c'est le montant des intérêts empochés par la banque)  

Tableau récapitulatif des compétences et évaluation (pour info)











Compétence	Questions (pts)	Niveau d'acquisition	Barème
C1 - S'approprier 	Ex 1 (1) 3.1 , 3.3 (2)		/ 3
C2 - Analyser 	Ex 1 (1) 3.2 , 3.4 , 3.5 (3) 4.1 , 4.6 (1)		/ 5
C3 - Réaliser 	Ex 1 (1) 2.1 , 2,2 (2) 3.6 , 3.7 (1) 4.2,4.3,4.5,4.6 (2)		/ 6
C4 - Valider 	2.3 (0.5) 3.6 , 3.7 (2) 4.4 (0.5)		/ 3
C5 - Communiquer 	Ex 1 2.3 3.4 , 3.5 , 3.6 , 3.7 soin et rédaction		/ 3

Tableau récapitulatif des compétences et évaluation (pour info)

Compétence	Questions (pts)	Niveau d'acquisition	Barème
C1 - S'approprier 	Ex 1 (1) 3.1 , 3.3 (2)		/ 3
C2 - Analyser 	Ex 1 (1) 3.2 , 3.4 , 3.5 (3) 4.1 , 4.6 (1)		/ 5
C3 - Réaliser 	Ex 1 (1) 2.1 , 2,2 (2) 3.6 , 3.7 (1) 4.2,4.3,4.5,4.6 (2)		/ 6
C4 - Valider 	2.3 (0.5) 3.6 , 3.7 (2) 4.4 (0.5)		/ 3
C5 - Communiquer 	Ex 1 2.3 3.4 , 3.5 , 3.6 , 3.7 soin et rédaction		/ 3

Corrigé des exercices

CORRIGE 1.1 On peut résoudre cet exercice de plusieurs manières, la plus simple étant un tableau. Si on veut appliquer le cours sur les suites : la situation se représente par une suite arithmétique de raison $r = 75$ et de premier terme $u_0 = 1150$.

$$2011 : u_1 = 1150 + 75 = 1225$$

$$2012 : u_2 = 1225 + 75 = 1300$$

$$2013 : u_3 = 1375$$

$$2014 : u_4 = 1450$$

$$2015 : u_5 = 1525$$

$$2016 : u_6 = 1600$$

$$2017 : u_7 = 1675$$

Remarque : on se déplace de 7 termes dans la suite, en ajoutant à chaque fois 75 ... Il existe une méthode permettant de gagner du temps ! $u_n = u_0 + n \times r$ donne $u_7 = 1150 + 7 \times 75 = 1675$.

CORRIGE 1.2 $U_5 = U_0 + 5 \times r = 100 + 5 \times (-3) = 100 - 15 = 85$

$$U_{50} = 100 - 150 = -50$$

Ce résultat est négatif, on ne peut donc pas retirer autant de fois dans la cagnotte elle sera vide avant.

CORRIGE 1.3 Méthodologie : on peut calculer un terme de haut rang au hasard dans la suite pour savoir s'il dépasse ou pas la distance souhaitée. Sinon on résout l'équation $25 = 5 + 0.5x$ et on trouve $x = 40$ entraînements ce qui donne environ 14 semaines.

On ajoute 14 semaines et on tombe sur le 18 octobre ce qui laisse encore 19 jours avant la course, objectif atteint.

$$\text{La somme est égale à } S_{40} = \frac{41}{2} \times (5 + 25) = 615 \text{ km}$$

La suite est arithmétique de raison $r = 0.5$ et de premier terme $U_0 = 5$, on a donc $U_1 = 5.5$.

CORRIGE 1.4 1. La suite est arithmétique car on retranche la même quantité à chaque fois.

2. Le montant $U_9 = 27000 - 9 \times 1300 = 15300$

3. $U_{21} = 27000 - 21 \times 1300 = -300$

4. Un résultat négatif veut dire qu'on a tout remboursé. Le montant de la dernière annuité ne sera donc pas de 1300 mais de 1000

5. Le montant total se calcul en faisant la somme de U_0 à U_{19} et en ajoutant 1000 :

$$S_{19} = \frac{20}{2} \times (27000 + 2300) = 293000$$

On ajoute 1000 et on a une somme totale remboursée de 294000 €

6. Les intérêts sont donc de 94000€