

## Maths ULCR Hugo PANCHAUD

Soit  $\sigma \in \mathfrak{S}_n$ . On dit que  $k$  est un record de  $\sigma$  si  $\forall i \leq k, \sigma(i) \leq \sigma(k)$ .

On munit  $\mathfrak{S}_n$  de la loi uniforme et on pose  $X_i$  la variable aléatoire correspondant à l'indicatrice de l'évènement " $i$  est un record de  $\sigma$ ".

1. Trouver la loi des  $X_i$ .
2. Montrer que  $X_n$  et  $X_{n-1}$  sont indépendantes.

*Remarque de l'examinatrice :* On peut de même montrer que tous les  $X_i$  sont indépendants dans leur ensemble.

3. On associe à  $\sigma \in \mathfrak{S}_n$  le  $n$ -uplet  $(a_1, \dots, a_n)$  où  $a_k$  est le cardinal de  $\{i \leq k, \sigma(i) \leq \sigma(k)\}$ . Comment retrouver  $\sigma$  à partir de  $(a_1, \dots, a_n)$ . Que peut-on en déduire pour  $\mathfrak{S}_n$  et  $[1, 1] \times \dots \times [1, n]$ .