



## Objectifs

Le but de cette activité est de prendre des initiatives.

Un camping du département de la Dordogne possède une piscine ayant la forme d'un parallélépipède rectangle de dimensions 20 m par 10 m. Cette piscine est représentée par la vue aérienne du camping ci-dessous :



La piscine est composée de trois marches ayant pour chacune une largeur de 50 cm et une hauteur de 30 cm. Les marches font le tour complet de la piscine. La hauteur d'eau est de 1,55 m sur la partie la plus profonde. Le prix de l'eau en Dordogne en 2022 était de 2.33€ par mètre cube.

## Travail à faire

On demande de répondre aux questions :

1. Le gérant estime que le cout de remplissage ne peut pas dépasser 722.3€ après une vidange.
  - Expliquer comment il a obtenu ce montant ;
  - Selon vous, son hypothèse est-elle réaliste ? Expliquer votre réponse.
2. Mettre en oeuvre une démarche détaillée pour calculer exactement le volume d'eau contenu dans la piscine.
3. L'estimation du gérant était-elle réaliste ? Commenter le résultat.



## Éléments de correction

La méthode présentée ici n'est pas l'unique manière de réfléchir à ce problème. Elle ne se veut pas solution "ultime" mais une manière de réfléchir comme une autre.

Le montant avancé par le gérant s'obtient en calculant le volume d'un parallélépipède rectangle tel que  $l = 10\text{ m}$ ,  $L = 20\text{ m}$  et  $h = 1,55\text{ m}$ . On a donc :

$$V = 1.55 \times 10 \times 20 = 310\text{ m}^3$$

On multiplie ensuite ce résultat par le prix d'un mètre cube pour obtenir :

$$310 \times 2.33 = 722.3$$

Son hypothèse est assez réaliste dans le sens où s'il prévoit ce montant, la réalité ne pourra pas le dépasser. Le volume des marches réduira ce prix, mais dans quelle mesure ?

Pour calculer le volume réel de la piscine, on peut découper en plusieurs tranches à l'horizontale : la tranche la plus basse est celle ne contenant que de l'eau avec une hauteur de 1,55 m. Celle du dessus correspond à une hauteur de 0,3 m et est plus grande d'une marche etc.

En commençant par le haut, on a donc une tranche qui fait les dimensions de la piscine avec une hauteur de 0,3 m :

$$V_1 = 0.3 \times 20 \times 10 = 60\text{ m}^3$$

La tranche suivante, il faut enlever 0,5 m à chaque dimension ce qui donne :

$$V_2 = 9 \times 19 \times 0.3 = 51,3\text{ m}^3$$

Même démarche pour la tranche suivante :

$$V_3 = 8 \times 18 \times 0.3 = 43,2\text{ m}^3$$

La dernière tranche est la plus profonde, il reste  $1.55 - 3 \times 0.3 = 0,65\text{ m}$  d'eau et :

$$V_4 = 0.65 \times 7 \times 17 = 77,35\text{ m}^3$$

Le volume total est la somme des 4 tranches :

$$V = 60 + 51.3 + 43.2 + 77.35 = 231,85\text{ m}^3$$

On trouve un écart de  $78\text{ m}^3$  environ ce qui représente un delta de 182€ en sa faveur par rapport à son estimation. Le temps passé à calculer le volume de l'eau pourrait être remplacé par un compteur à la vidange pour avoir le volume précis ou simplement garder la première estimation !