

DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS USUELS

Voici les DL(0) usuels, qui sont à connaître par cœur (♥) ou à savoir retrouver très vite (◇).

Fonction binomiale :

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \binom{\alpha}{2} x^2 + \cdots + \binom{\alpha}{n} x^n + o(x^n)$$

$$\text{où } \binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots(\alpha-k+1)}{k!}$$
(♥)

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \cdots + x^n + o(x^n)$$

$$\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - \cdots + (-1)^n x^n + o(x^n)$$
(♥)

Fonctions exponentielle et fonctions hyperboliques :

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$
(♥)

$$\operatorname{sh} x = x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \cdots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+2})$$

$$\operatorname{ch} x = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1})$$
(◇)

Fonction logarithme :

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$$
(♥)

Fonctions circulaires :

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + o(x^{2n+2})$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} + o(x^{2n+1})$$
(♥)

$$\tan x = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 + \frac{17}{315}x^7 + o(x^8)$$
(◇)

Fonctions circulaires réciproques :

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \cdots + (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+2})$$

$$\arcsin x = x + \frac{1}{2} \frac{x^3}{3} + \frac{3}{8} \frac{x^5}{5} + \cdots + \frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + o(x^{2n+2})$$
(◇)