

## Renseignements généraux

- *Concours* : ULCR
- *Matière* : Maths
- *NOM Prénom* : AUFRAY Vincent

## Énoncé des exercices

### Exercice 1 :

Soit  $P = |\lambda| \prod_{j=1}^n (X - \alpha_j) \in \mathbb{C}[X]$ , de degré  $n$ . On pose  $M(P) = \prod_{j=1}^n \max(1, |\alpha_j|)$ .

On cherche à montrer que  $M(P) = |\lambda| \exp\left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |1 - P(e^{i\theta})|^2 d\theta\right)$

1. Montrer qu'il suffit de montrer le résultat pour les polynômes unitaires de degré 1 de  $\mathbb{R}[X]$ .
2. On pose, pour  $a \in \mathbb{R}$ ,  $I(a) = \int_0^\pi \ln(1 - 2a \cos \theta + a^2) d\theta$ .  
Montrer que pour tout  $a \in \mathbb{R}$ ,  $I(a) = I(-a)$  et  $I(a^2) = 2I(a)$ . En déduire  $I(a)$  pour tout  $a \in \mathbb{R}$ .
3. Conclure.

## Remarques sur l'oral