

## TD n°2 Révisions Oraux

**1 Michelson CCP**

On étudie un interféromètre de Michelson éclairé par une source étendue qui émet une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda = 550 \text{ nm}$ . On observe la figure d'interférence sur un écran situé dans le plan focal image d'une lentille mince convergente ( $L$ ) de distance focale  $f' = 50 \text{ cm}$ . L'ensemble est placé dans l'air, dont l'indice est pris égal à 1.

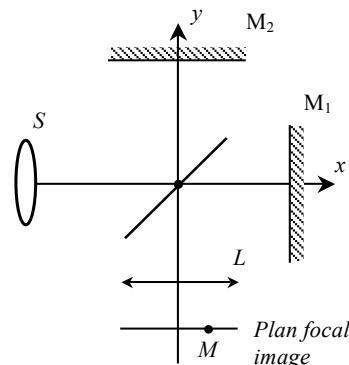


Figure 1

- On observe des anneaux sur l'écran. En déduire l'orientation relative des deux miroirs. Pourquoi faut-il placer l'écran dans le plan focal de la lentille ?
- On se réfère au schéma de la figure 1. L'écran d'observation est toujours placé dans le plan focal image de ( $L$ ). On déplace le miroir  $M_1$  dans la direction  $Ox$  jusqu'à l'obtention d'un éclairage uniforme sur l'écran. Comment s'appelle cette situation ?

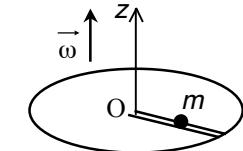
3. À partir de la position précédente, on déplace  $M_1$  d'une distance  $e$  dans le sens des  $x$  croissants. On observe à nouveau des anneaux.

- On relève le rayon du 1<sup>er</sup> anneau sombre à partir du centre de la figure :  $r_1 = 1,5 \text{ cm}$  et celui du 9<sup>ème</sup> anneau sombre :  $r_9 = 4,8 \text{ cm}$ . Calculer numériquement  $e$ .
  - Quel est le rayon du 2<sup>ème</sup> anneau sombre ?
  - On constate que l'intervalle entre les anneaux successifs se resserre quand on passe du centre au bord de la figure d'interférences. Expliquer ce phénomène.
- On translate progressivement le miroir  $M_2$  en accroissant  $e$ . Prévoir en l'expliquant le sens de défilement des anneaux.

Réponses : 3.a)  $e = \frac{8\lambda f'^2}{r_9^2 - r_1^2} = 0,53 \text{ mm}$ , 3.b)  $r_2 = 1,98 \text{ cm}$

**2 Mécanique CCP**

Un disque tourne à vitesse angulaire constante  $\omega$  autour de son axe vertical. Un bille coulisse sans frottement le long d'une gouttière radiale. On se place dans le référentiel lié à la gouttière.



- La bille est liée au centre  $O$  par un ressort de raideur  $k$  et longueur à vide  $L_0$ .
  - Calculer  $\vec{F}_{ie}$ ,  $\vec{F}_{ic}$ .
  - Donner l'équation du mouvement et décrire l'évolution.
- La bille n'est maintenant plus liée au centre par le ressort. Elle est initialement placée en  $r_0$  sans vitesse initiale par rapport à la tige. Étudier l'évolution.

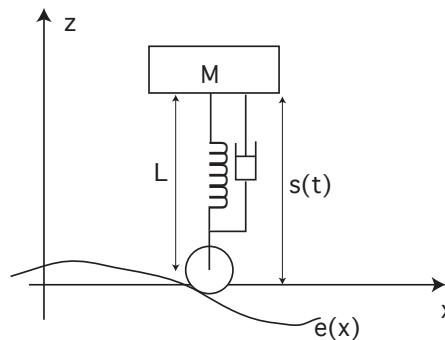
Réponses : 1.  $\vec{F}_{ie} = m\omega^2 r \vec{u}_r$ ,  $\vec{F}_{ic} = -2m\omega \dot{r} \vec{u}_\theta$ ,  $\ddot{r} + (\omega_0^2 - \omega^2) r = \omega_0^2 L_0$  avec  $\omega_0^2 = k/m$ ,  
2.  $r(t) = r_0 \operatorname{ch}(\omega t)$

### 3 Mécanique Centrale

On considère un système d'amortisseur d'automobile : ressort de longueur  $L$ , de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide  $L_0$ , amortisseur modélisé par une force de frottement fluide :  $\vec{f} = -a \frac{dL}{dt} \vec{u}_z$ .

La roue est de rayon  $R$ . Le châssis est modélisé par une masse  $M$  et son altitude selon

$Oz$  est donnée par  $s(t)$ . La vitesse horizontale du châssis est constante et égale à  $V$ . Le sol est ondulé et suit l'équation  $e(x) = e_m \cos(2\pi x/d)$ . On néglige la variation de la position du point de contact entre la roue et la route.

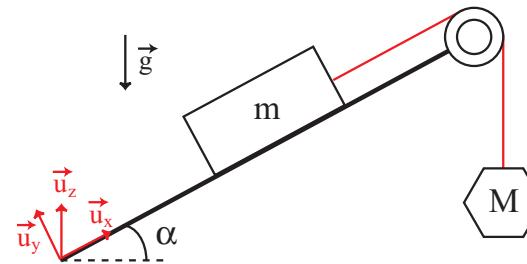


- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $s(t)$ . On pourra raisonner sur la variation de  $s$  par rapport à la position d'équilibre  $s_{eq}$  lorsque  $e = 0$ .
- Déterminer l'amplitude des oscillations en régime sinusoïdal forcé.
- Dans une scène du film "Le salaire de la peur", un camion transportant de la nitroglycérine (qui explose lorsqu'elle est secouée s'apprête à rouler sur un sol ondulé. Le conducteur explique qu'il faut rouler soit très lentement, soit très rapidement. Justifier.

Réponses : 1. En posant  $X = s - s_{eq}$  :  $M\ddot{X} = -k(X - e) - a(\dot{X} - \dot{e})$  avec  $e(t) = e_m \cos(\omega t)$ ,  $\omega = 2\pi V/d$ , 2. En posant  $\underline{X}(t) = \underline{X}_0 \exp(j\omega t)$  et  $\underline{e}(t) = e_m \exp(j\omega t)$  :  $\underline{X}(t) = \frac{\omega_0^2 + \frac{a}{M}j\omega}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{a}{M}j\omega}$  avec  $\omega_0^2 = k/M$

### 4 Mécanique Centrale

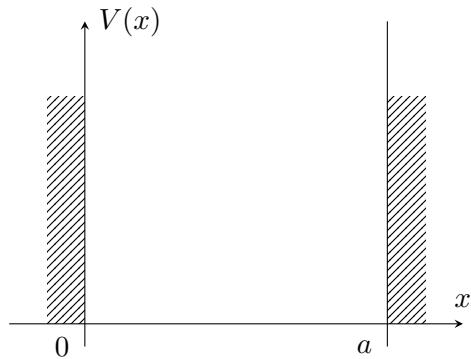
Une masse  $m$  est maintenue par un fil sur un plan incliné faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale. Le fil passant par une poulie sans frottement est tendu par une masse  $M$ . Le contact {m - plan incliné} possède un coefficient de frottement solide  $f$ . On confond les coefficients de frottement statique et dynamique.



- Déterminer un encadrement  $M_{min} \leq M_{eq} \leq M_{max}$  de la masse  $M$  qu'il faut suspendre pour que la masse  $m$  reste en équilibre.
- Déterminer le mouvement de la masse  $m$  lorsque  $M > M_{max}$  sachant que le mobile est lâché avec une vitesse nulle en  $O$ , origine du repère, à  $t = 0$ .

Réponses : 1.  $m(\sin \alpha - f \cos \alpha) \leq M_{eq} \leq m(\sin \alpha + f \cos \alpha)$  2.  $(m + M)\ddot{x} = Mg - mg(\sin \alpha + f \cos \alpha)$ .

## 5 Mécanique quantique (CCP)

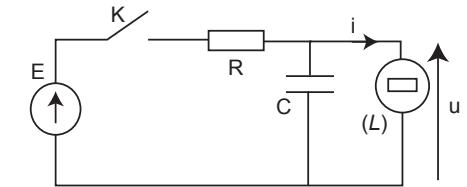


Un électron de masse  $m$  se situe dans un puits infini de largeur  $a$  ( $0 < x < a$ ).

1. Résoudre l'équation de Schrödinger et déterminer les niveaux d'énergie.
2. Calculer la densité de probabilité de présence, quelle propriétés de normalisation doit-elle vérifier ? Calculer la position moyenne de l'électron.
3. On suppose maintenant qu'il y a  $N$  électrons et qu'il n'en existe que 2 par niveau d'énergie (principe d'exclusion de Pauli). Calculer l'énergie totale. On donne : pour  $M \gg 1$  :  $\sum_{n=1}^M n^2 \approx \frac{M^3}{3}$

## 6 Électrocinétique CCP

On considère le schéma ci-contre où ( $L$ ) est une lampe au néon. La lampe s'allume si  $u > E_a$  et elle est alors assimilable à une résistance  $r$ , et s'éteint si  $u < E_e$  et alors sa résistance est infinie.



À  $t = 0$ , la lampe est éteinte et le condensateur déchargé.

1. Décrire qualitativement ce qui se passe.
2. ( $L$ ) est éteinte. Équation différentielle pour  $u(t)$  ? Quelle est la forme de  $u(t)$  ? Déterminer l'instant  $t_a$  pour lequel ( $L$ ) s'allume.
3. ( $L$ ) est allumée. On pose  $E_o = \frac{rE}{r+R}$  et  $\tau = \frac{rR}{r+R}C$ . Quelle est l'équation différentielle vérifiée par  $u(t)$  ? Forme de  $u(t)$  ? Déterminer la date  $t_e$  à laquelle ( $L$ ) s'éteint.
4. Discuter du fonctionnement en fonction des signes de  $E_a - E_o$  et de  $E_e - E_o$ . Quelle est la période du phénomène quand le fonctionnement est périodique ?

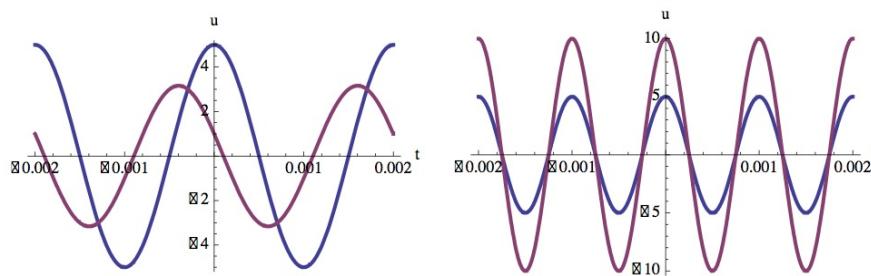
Réponses 2.  $t_a = \tau \ln\left(\frac{E}{E-E_a}\right)$ , 2.  $RC \frac{du}{dt} + \frac{r+R}{r}u = E$ , 3.  $t_e - t_a = \tau \ln\left(\frac{E_e-E_0}{E_a-E_0}\right)$ , 3.  $T = RC \ln\left(\frac{E-E_e}{E-E_a}\right) + \tau \ln\left(\frac{E_e-E_0}{E_a-E_0}\right)$

## 7 Electrocinétique (CCP)

On alimente un filtre de fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ(x - 1/x)} \text{ où } x = \frac{f}{f_0}$$

avec une tension sinusoïdale  $u_e(t) = 5 \cos(2\pi ft)$ . On observe à l'oscilloscope les courbes ci-dessous, avec  $f = 500$  Hz (la première) et  $f = 1000$  Hz.



1. Calculer  $H_0$ ,  $f_0$  et  $Q$ .
2. Déterminer la tension de sortie  $u_s(t)$  pour  $f = 300$  Hz et  $f = 3000$  Hz. Représenter  $u_s(t)$  pour  $f = 300$  Hz.

Réponse : 1.  $H_0 = 2$ ,  $f_0 = 1000$  Hz et  $Q = 2,0$

## 8 Électromagnétisme - Thermodynamique (Centrale)

Une OPPM de vecteur  $\vec{E} = E_0 \exp i(\omega t - k_i z) \vec{e}_x$  arrive en incidence normale depuis le vide ( $z < 0$ ) sur un métal occupant le demi-espace  $z > 0$ . Caractéristiques du métal : conductivité électrique  $\gamma$ , conductivité thermique  $\kappa$ , masse volumique  $\mu$ , capacité calorifique massique  $c$ . Dans le métal, on note  $\vec{j}_e$  et  $\vec{j}_Q$  les vecteurs densité de courant électrique et thermique.

On étudie la variation de température à l'intérieur du métal. On suppose  $\rho_e = 0$  et  $j_{\text{deplac}} \ll j_e$ .

1. Établir l'équation de propagation du champ électromagnétique dans le métal.
2. Montrer que  $\vec{E} = E_0 \exp(-z/\delta) \exp i(\omega t - z/\delta) \vec{e}_x$  est solution de cette équation. Déterminer  $\delta$  en fonction de  $\omega$ ,  $\gamma$  et  $\mu_0$ .
3. Quelle est la signification de  $\vec{j}_e \cdot \vec{E}$ ? Calculer  $\vec{j}_e \cdot \vec{E}$  puis sa moyenne temporelle notée  $p$ .
4. On s'intéresse maintenant à l'aspect thermique. On suppose que  $\omega$  est assez grand pour pouvoir assimiler l'effet de  $\vec{j}_e \cdot \vec{E}$  à celui de  $p$ . On se place en régime permanent.
  - a) Quelle est la relation entre  $j_Q(z)$  et  $p$  en fonction des données de l'énoncé ?
  - b) Déterminer  $T(z)$  dans le métal sachant que  $T \rightarrow T_0$  si  $z \rightarrow +\infty$

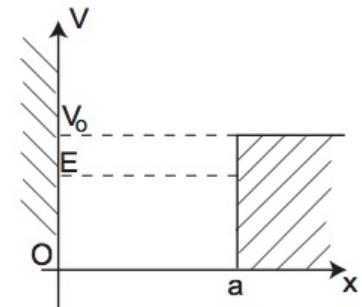
## 9 Mécanique quantique (Mines)

Soit une particule de masse  $m$  et d'énergie  $E$ . On suppose que son énergie potentielle vérifie :

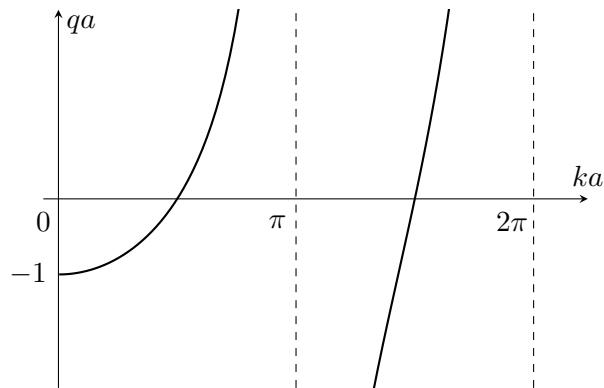
$$\begin{cases} x < 0 & : V(x) = +\infty \\ 0 \leq x \leq a & : V(x) = 0 \\ x > a & : V(x) = V_0 \end{cases}$$

On s'intéresse aux états liés et on pose :

$$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad \text{et} \quad q = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}}$$



1. Montrer que :  $qa = -ka \cotan(ka)$ .
2. Déterminer  $(ka)^2 + (qa)^2$ . La figure ci-dessous donne une représentation de l'application  $x \mapsto -x \cotan(x)$  sur  $[0, 2\pi]$ .

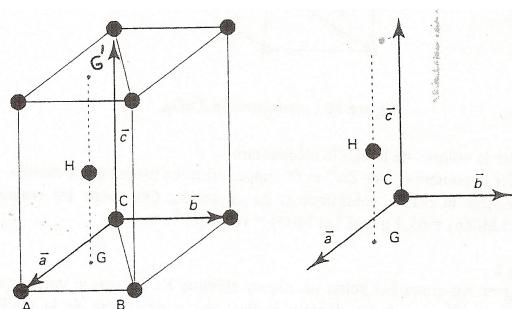


En raisonnant dans le plan  $(ka, qa)$ , en déduire :

- Que l'énergie est quantifiée.
- La valeur minimale de  $a$  pour qu'une particule dans ce puit ait un état lié.

## 10 Cristallographie CCP

Le cobalt, de rayon atomique  $R = 125$  pm cristallise dans le système hexagonal compact. On rappel que  $ABC$  est un triangle équilatéral d'arête  $a$  et que tous les atomes (assimilés à des sphères de même rayon  $R$ ) sont en contact. La figure ci-dessous donne la maille à base losange de cette structure :

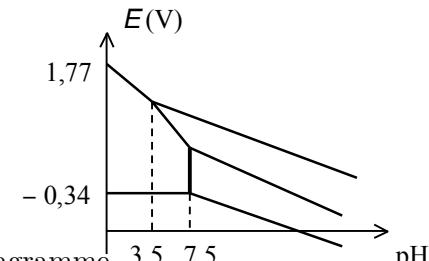


- Déterminer le rapport  $c/a$  de cette maille.
- Calculer la compacité  $C$  de ce réseau cristallin. Étant donné un atome Co du réseau, quel est son nombre de plus proches voisins  $[Co]/[Co]$  ?
- La masse volumique expérimentale est  $\rho = 8,90 \text{ g.cm}^{-3}$ . En déduire  $a$  et  $c$ . On donne  $M(\text{Co}) = 58,9 \text{ g.mol}^{-1}$ .

Réponses : 1.  $\frac{c}{a} = \sqrt{\frac{8}{3}}$ , 2.  $C = \frac{\pi}{3\sqrt{2}}$ , 12 ppv, 3.  $a \approx 250 \text{ pm}$  et  $c \approx 408 \text{ pm}$ .

## 11 Diagramme E-pH Centrale

On envisage le diagramme E-pH du nickel pour une concentration de tracé  $C_0 = 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ . Les espèces envisagées sont :  $\text{Ni}_{(s)}$ ,  $\text{Ni}_{(aq)}^{2+}$ ,  $\text{Ni}_2\text{O}_3_{(s)}$ ,  $\text{Ni(OH)}_{2(s)}$  et  $\text{NiO}_{2(s)}$ .



- Placer les espèces dans le diagramme.
- Calculer le produit de solubilité de  $\text{Ni(OH)}_{2(s)}$ .
- Déterminer les pentes des droites frontières des couples  $\text{NiO}_{2(s)}$ / $\text{Ni}_2\text{O}_3_{(s)}$  et  $\text{Ni}_2\text{O}_3_{(s)}/\text{Ni}_{(aq)}^{2+}$ .
- Calculer les potentiels standard des couples  $\text{Ni}_{(aq)}^{2+}/\text{Ni}_{(s)}$  et  $\text{Ni(OH)}_{2(s)}/\text{Ni}_{(s)}$ .

Réponses : 2.  $K_s = 0,01$  2.  $-0,06 \text{ V/pH}$  et  $-0,18 \text{ V/pH}$  3.  $E^0(\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}) = 0,25 \text{ V}$  et  $E^0(\text{Ni(OH)}_2/\text{Ni}) = 0,11 \text{ V}$