

# Exercice d'oral de mathématiques à Polytechnique

Louis Cousturian MP\*1

1 juillet 2019

## Renseignements généraux

- *Concours* : Polytechnique
- *Matière* : Mathématiques 1
- *NOM Prénom* : COUSTURIAN Louis

## Énoncé de l'exercice

### Énoncé: Polynômes

1) Montrer qu'il n'existe pas de fonction  $g$  fraction rationnelle réelle telle que

$$\frac{d}{dx} \left( g(x)e^{-x^2} \right) = e^{-x^2}$$

2) Soit  $g$  une fraction rationnelle réelle et  $H$  dans  $\mathbb{R}[X, Y]$  tels que  $x \mapsto H(x, e^{g(x)})$  s'annule sur  $I$  un intervalle ouvert non vide de  $\mathbb{R}$ . Montrer que  $H = 0$ .

## Remarques sur l'oral

J'ai trouvé l'exercice très difficile mais je n'ai pas paniqué, ayant médité avant mon oral. L'exercice est technique, nécessite plusieurs résultats hors-programme comme  $\mathbb{R}[X, Y] = \mathbb{R}[X][Y]$ . De plus, l'examinateur voulant une condition d'unicité sous réserve de minimalité du degré de  $H$  pour la deuxième question, j'ai dû lui proposer  $H \in \mathbb{R}(X)[Y]$ . L'examinateur était assez peu loquace, ce qui est problématique pour un exercice de cette teneur mais il était très agréable.

Dans l'ensemble, l'oral c'est bien passé. Je pense que cela ne peut pas faire de mal de rappeler que le stress n'arrange rien, essayez de passer un oral détendu(e).