Planche de colle

Question de cours

• déterminant de Van der Monde : formule et démonstration

Exercice de colle

Soit $M : \left| \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathscr{M}_n(\mathbb{R}) \\ t & \longmapsto & (M_{i,j}(t))_{1\leqslant i,j\leqslant n} \end{array} \right.$ une fonction dérivable à valeurs matricielle, chaque fonction $M_{i,j} : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ étant donc dérivable.

1. Montrer que la fonction $\det \circ M$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et expliciter la dérivée.

On note J la matrice dans $\mathscr{M}_n(\mathbb{R})$ remplie de 1.

2. Calculer pour tout $t \in \mathbb{R}$, $\det(tI_n + J)$.
3. Soit D une matrice diagonale. Calculer pour tout $t \in \mathbb{R}$, $\det(t\ J + D)$.