

Renseignements généraux

- *Concours* : X
- *Matière* : Maths 1
- *NOM Prénom* : POZNANSKI Stéphane

Exercice

1. On considère des matrices de $M_n(R)$ de type A définies ainsi : dans chaque colonne on choisit un seul coefficient qui vaut 1, tous les autres sont nuls. Déterminer la probabilité qu'une telle matrice soit inversible.
2. On considère des matrices de type B définies de manière analogue sauf que cette fois deux coefficients par colonne valent 1. Montrer que la probabilité qu'une telle matrice soit inversible est plus petite que 2^n fois la probabilité précédente (ind : relier cette proba à $\mathbb{E}(|\det(M)|)$, puis qu'elle tend vers 0).
3. On considère des matrices de type C dont la diagonale n'a que des 1, et on prend un autre coefficient dans la colonne qui vaut 1, les autres sont nuls. On définit le permanent d'un déterminant en reprenant l'expression explicite du déterminant et en enlevant la signature. Relier cette espérance au nombre de permutations sans points fixes.

Remarques sur l'oral

La première question est instantanée. Pour la deuxième il me débloque avec l'indication. Je reprends l'expression explicite du déterminant et parle d'indépendance, mais j'ai un bug énorme sur le calcul de l'espérance d'un coefficient d'une ligne, parce que j'essayais de dénombrer des couples non nuls, et l'examinateur commençait vraiment à me stresser. À partir de là tout commence à déraper, il me dit de faire des petits cas, de ne pas me précipiter, finalement j'obtiens le résultat mais en ayant perdu du temps précieux. Pour la troisième il fallait recalculer une espérance du même type mais j'étais déjà trop catastrophé parce que je me disais que j'avais pas réussi à faire quelque chose de simple...