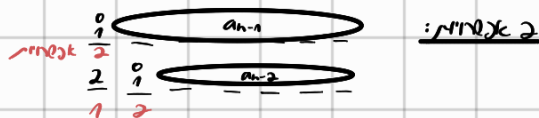


הנה

8 / 2

הנה 1

7. a_n - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק n פעמים.



$$a_n = 2a_{n-1} + 2a_{n-2} \quad \text{p/1}$$

$a_0 = 1$ - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק 0 פעמים.

$$a_1 = 3$$

הנה 2

8. a_n - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק n פעמים.

1. a_{n-1} - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק $n-1$ פעמים.



2. a_{n-2} - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק $n-2$ פעמים.

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-2} \quad \text{p/1}$$

$a_0 = 1$ - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק 0 פעמים.

$$a_1 = 1$$

הנה 4

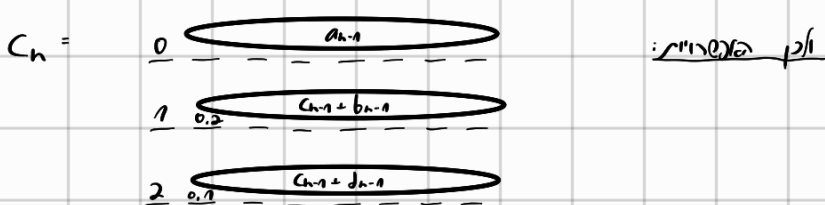
9. a_n - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק n פעמים.

$$a_n = c_n + d_n + b_n \quad \text{p/1}$$

c_n - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק n פעמים.

d_n - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק n פעמים.

b_n - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק n פעמים.



$$a_n = a_{n-1} + c_{n-1} + b_{n-1} + c_{n-1} + d_{n-1} \quad \text{p/1}$$

$$a_n = a_{n-1} + a_{n-1} + c_{n-1}$$

$$a_n = 2a_{n-1} + c_{n-1}$$

c_n - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק n פעמים.

$$a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2} \quad \text{p/1}$$

$a_0 = 1$ - מספר האותיות ב- $\{0,1,2\}$ המופיעות בדיוק 0 פעמים.

$$a_1 = 3$$

הכללה 6:

a_n - מספר הריבועים בגודל n שניתנים לפרוק ל-2 ריבועים קטנים יותר.

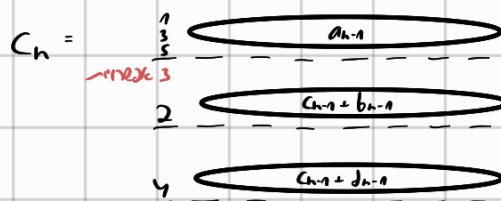
$$a_n = c_n + b_n + d_n$$

הוכחה:

c_n - מספר הריבועים בגודל n שניתנים לפרוק ל-1 ריבוע קטן יותר.

d_n - מספר הריבועים בגודל n שניתנים לפרוק ל-2 ריבועים קטנים יותר.

b_n - מספר הריבועים בגודל n שניתנים לפרוק ל-3 ריבועים קטנים יותר.



הוכחה:

$$a_n = 3a_{n-1} + c_{n-1} + b_{n-1} + c_{n-1} + d_{n-1}$$

הוכחה:

$$a_n = 3a_{n-1} + a_{n-1} + c_{n-1}$$

$$a_n = 4a_{n-1} + c_{n-1}$$

c_n - מספר הריבועים בגודל n שניתנים לפרוק ל-3 ריבועים קטנים יותר.

$$a_0 = 1$$

$$a_n = 4a_{n-1} + 3a_{n-2}$$

הוכחה:

$$a_1 = 5$$

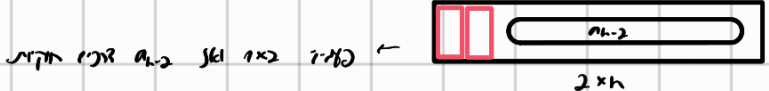
הכללה 7:



a_n - מספר הריבועים בגודל n שניתנים לפרוק ל-2 ריבועים קטנים יותר.

(7)

הוכחה:



$$a_0 = 1$$

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$$

הוכחה:

$$a_1 = 1$$

12 נ"ל

$$a_1 = 1$$

$$a_0 = 1$$

$$a_{h+2} = 7a_{h+1} - 12a_h$$

7

$$a_h = x^h \quad : 23$$

$$x^{h+2} = 7x^{h+1} - 12x^h \quad / : x^h$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x_2 = 3 \quad x_1 = 4$$

$$: \beta + 1 \text{ א-כנסת } \Rightarrow \text{הכנסת היא } 23) \quad a_h = \alpha \cdot 3^h + \beta \cdot 4^h \quad \Leftarrow$$

$$a_1 = 1 = \alpha \cdot 3 + \beta \cdot 4$$

$$a_0 = 1 = \alpha \cdot 3^0 + \beta \cdot 4^0$$

$$1 = \alpha + \beta \Rightarrow \alpha = 1 - \beta$$

$$1 = 3(1 - \beta) + 4\beta \Rightarrow 1 = 3 - 3\beta + 4\beta \Rightarrow -2 = \beta \quad \alpha = 3$$

12/1

$$a_h = 3 \cdot 3^h - 2 \cdot 4^h$$

$$a_0 = -2$$

$$a_{h+1} + 3a_h = 0$$

3

$$-3a_h = a_{h+1}$$

$$a_h = -2(-3)^h$$

$$x^{h+1} + 3x^h = 0 \quad / : x^h \Rightarrow x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow a_h = \alpha(-3)^h$$

: 12/1 א-כנסת

$$a_0 = -2 = \alpha(-3)^0 \Rightarrow \alpha = -2 \Rightarrow \underline{a_h = -2(-3)^h} \quad \checkmark$$

13 נ"ל

$$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^3$$

11/7

$$? : 11/7 \quad x_1 x_2 x_3^2 x_4^3 \quad \text{ל } 11/7 \text{ מה } 7$$

$$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^h = \sum_{i+j+k+l=h} \binom{h}{i,j,k,l} x_1^i x_2^j x_3^k x_4^l$$

: 11/7 א-כנסת

$$\binom{7}{1,1,2,3} = \frac{7!}{1!1!2!3!} = 420$$

: 11/7 א-כנסת