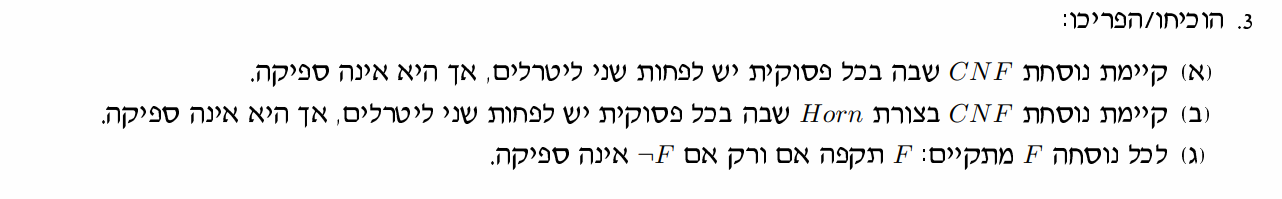
**הסקה אוטומטית ושימושיה – תרגיל 1**

**שאלה 3**

1. הוכחה:

נראה שקיימת נוסחת CNF שבכל פסוקית שלה יש לפחות 2 ליטרלים, והיא אינה ספיקה.

להלן הנוסחה:

נוכיח שהיא אינה ספיקה על ידי כך שנעבור על כל האפשרויות להשמות:

בהשמה זו הפסוקית  *לא מסופקת כי:*

*ולכן כל הנוסחה לא מסופקת.*

בהשמה זו הפסוקית  *לא מסופקת כי:*

בהשמה זו הפסוקית  *לא מסופקת כי:*

בהשמה זו הפסוקית  *לא מסופקת כי:*

*כלומר, עברנו על כל ההשמות האפשריות, ובכל אחת מהן יש פסוקית שלא מסופקת, וכתוצאה מכך כל הנוסחה לא מסופקת, ולכן הראנו שהנוסחה לא ספיקה.*

1. *הפרכה:*

*נוכיח שלא קיימת נוסחת CNF בצורת HORN שבה בכל פסוקית יש לפחות 2 ליטרלים והיא לא ספיקה, כלומר נוכיח שאם בנוסחת HORN, נסמנה ב-F, בכל פסוקית יש לפחות 2 ליטרלים אז F ספיקה.*

*תהי השמה כך שלכל משתנה , , כלומר ההשמה מציבה לכל משתנה את הערך false.*

*נוכיח ש-, כלומר ההשמה v מספקת את כל הפסוקיות ב-F.*

*תהי c פסוקית ב-F, נראה ש- :*

*לפי הנתון בטענה שלכל פסוקית יש לפחות 2 ליטרלים, ידוע שב-c גם יש לפחות 2 ליטרלים, ומהנתון ש-F היא נוסחת HORN, ידוע שכל פסוקית יש לכל היותר ליטרל אחד חיובי, ובפרט ב-c. לכן קיים משתנה כך שהשלילה שלו - מופיעה ב-c. לפי הגדרת v מתקיים: , ולכן , ולכן , כלומר v מספקת את c, ולכן , כלומר ההשמה v מספקת את כל הפסוקיות ב-F.*

*סה"כ הראנו שאם בנוסחת HORN בכל פסוקית יש לפחות 2 ליטרלים אז היא ספיקה, ובכך הפרכנו את הטענה.*

1. *הוכחה:*

*נוכיח באמצעות גרירה דו כיוונית.*

*תהי נוסחה F, נוכיח את הטענה הבאה: תקפה אינה ספיקה.*

1. *כיוון ראשון: תקפה אינה ספיקה*

*נניח בשלילה ש- ספיקה. כלומר קיימת השמה v כך ש- , לכן*

*כלומר:*

*בעצם קיבלנו שקיימת השמה v שלא מספקת את F,אך לפי ההנחה F תקפה, ולפי ההגדרה – נוסחה היא ספיקה אם כל השמה מספקת אותה, ולכן הגענו לסתירה. כלומר ההנחה שלנו בשלילה לא נכונה, ולכן אינה ספיקה כנדרש.*

1. *כיוון שני: תקפה אינה ספיקה*

*נניח בשלילה ש-F לא תקפה. כלומר קיימת השמה v שלא מספקת את F : ,*

*לכן , וקיבלנו שקיימת השמה vשמספקת את , אך הנחנו ש- אינה ספיקה, כלומר לא קיימת השמה שמספקת אותה, ולכן קיבלנו סתירה. כלומר, ההנחה שלנו בשלילה לא נכונה, ולכן F תקפה כנדרש.*