

①

مثال: یک سکه داریم که شانس مشاهده شیر آن دو برابر خط است آن قدر
بیرتاب می بینیم که اولین شیر مشاهده شود $2P+P_1 \rightarrow 3P_2 = 1 \Rightarrow P = \frac{1}{3}$

الف) مول احتمال را بنویسید و نوع آن را تعیین کنید؟
 $H = \frac{2}{3} \quad T = \frac{1}{3}$
 مول احتمال گسسته نامی
 غیر یکپارچه
~~.....~~

H	TH	TTT	TTTT
$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{27}$	$\frac{2}{81}$

ب) احتمال آنکه حداقل 3 بیرتاب لازم باشد تا اولین شیر مشاهده شود را محاسبه کنید. $\frac{2}{27}$

$$P(B) = \frac{2}{3^3} + \frac{2}{3^4} + \dots$$

$$= \frac{1}{1-9} = \frac{\frac{2}{3^3}}{1-\frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3^3}}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{9}$$

(2)

مثال: ۱۰ کالا ۷ معیوب

ترتیب انتخاب گرفته شده

الف) ۳ کالا جایگزینی خارج می‌شود احتمال اینکه اولی و سومی

سالم باشند. دومی معیوب باشد

$$P(A) = \frac{3 \times 7 \times 3}{10 \times 10 \times 10} = \frac{63}{1000} = 6.3\%$$

ب) ۳ کالا جایگزینی خارج می‌کنیم اینکه ۲ سالم باشند را معر باشد

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3 \times 3 \times 7}{10 \times 10 \times 10} \times \frac{3!}{2!}$$

تعداد جایگزینی خاص × زیر حالت خاص

ج) ۵ کالا بدون جایگزینی خارج می‌کنیم احتمال اولی و چهارمی سالم و بقیه معیوب

$$\frac{3 \times 7 \times 6 \times 2 \times 5}{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6} = P(C) = \frac{n(C)}{n(S)}$$

باشد

د) ۵ کالا بدون جایگزینی خارج می‌کنیم احتمال اینکه ۲ سالم بقیه معیوب

$$\frac{3 \times 2 \times 7 \times 6 \times 5}{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6} \times \frac{5!}{3! \times 2!}$$

ه) 5 کھالا باهم انتخاب می کنیم احتمال اینکه 2 سالم و 3 بقیه معیوب

جواب 5) و 6) یسار است

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{\binom{3}{2} \times \binom{7}{3}}{\binom{10}{5}}$$

10. بزرگ
الف) اگر 8 کھالا (انتخاب) استوار احتمال صحیح دو کھالا از یک
بزرگ یا استوار تر نباشد

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{20 \times 18 \times 16 \times 14 \times 12 \times 10 \times 8 \times 6}{20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15 \times 14 \times 13}$$

ترتیب مهم نیست (ترکیب)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{10}{8} \times 2^2}{\binom{20}{8}}$$

4. مره با جایگزینی احتمال اینکه بزرگترین صفات 6 باشد

$$P[\max = 6] = P[\max \leq 6] - P[\max < 6]$$

$$= P[\text{اعداد} \leq 6] - P[\text{اعداد} < 6] = \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6}{10 \times 10 \times 10 \times 10} - \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$$

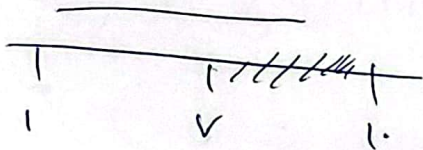
(4)

فضای نمونه

مثال: یک عدد به تصادف در بازه $[0, 10]$ انتخاب می شود

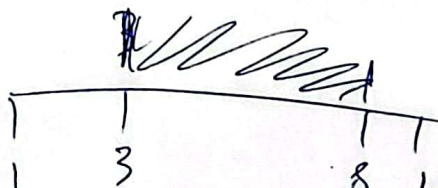
الف) نوع مدل و مدل پیوسته

ب) احتمال اینکه عدد انتخابی از 7 بیشتر باشد



$$P[A] = \frac{10 - 5}{10 - 0} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

ج) احتمال اینکه عدد انتخابی بین 3 تا 8 باشد



$$P(A) = \frac{8 - 3}{10 - 0} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

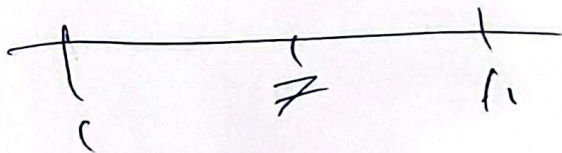
توجه: در مدل های پیوسته چون فضای نمونه غیر قابل شمارش است برای اینکه بتوانیم احتمال هر یک از موارد را محاسبه کنیم باید بدانیم آن یک سامانه نهایی از یک فضای نمونه را اشغال کرده است

ادامه دارد

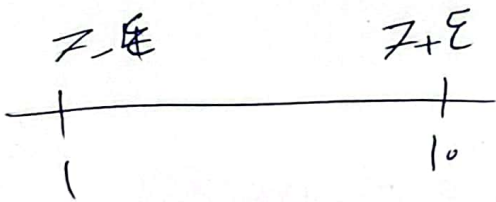
5

$$P(A) \begin{cases} \text{فضای نمونه ای می باشد} & P(A) = \frac{A \text{ طول}}{\text{طول}} \\ \text{فضای نمونه ای می باشد} & P(A) = \frac{A \text{ مساحت}}{\text{مساحت}} \\ \text{فضای نمونه ای می باشد} & P(A) = \frac{A \text{ حجم}}{\text{حجم}} \end{cases}$$

مثال: احتمال اینکه دقیقاً عدد 7 انتخاب شود را بیابان



$$P(7) = \frac{1}{10}$$



انتخاب =

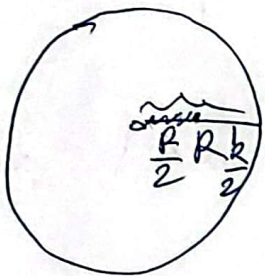
$$P(A) = \frac{A \text{ طول}}{\text{طول}} = \frac{[7-4, 7+4] \text{ طول}}{[1, 10] \text{ طول}}$$

$$= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{(7+4) - (7-4)}{10-1} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{24}{9} = \frac{2(6)}{9} = 0$$

⑥

مثال: از داخل دایره به شعاع R یک نقطه به تصادف انتخاب می‌کنیم

الف) احتمال اینکه نقطه انتخاب مرکز دایره نزدیکتر باشد تا به محیط دایره (قطعی دو بهی (دایره یک فضای دو بهی است)



$$P(A) = \frac{\text{نقاط داخل دایره به شعاع } \frac{R}{2}}{\text{نقاط داخل دایره به شعاع } R}$$

$$\frac{\text{مساحت دایره به شعاع } \frac{R}{2}}{\text{مساحت دایره به شعاع } R}$$

ب) احتمال اینکه نقطه انتخابی داخل دایره (بی به شعاع $\frac{R}{2}$) باشد کمترین

مثال: عدد به تصادف از بازه‌ی صفر و یک (انتخاب بی سوزن) احتمال آنکه مجموع دو عدد بین 0 تا 0.5 باشد

$$X \in (0, 1) \quad X + Y = 0.5$$

$$Y \in (0, 1) \quad X + Y = 0.5$$

عدد دوم