

استاد: دکتر کبریایی
تاریخ تحویل: بهمن/۱۴۰۲

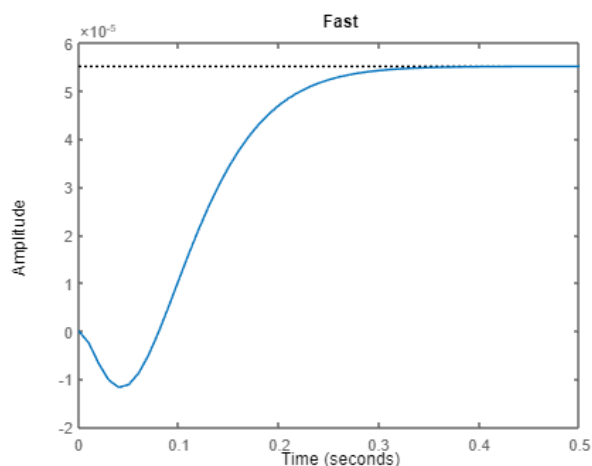
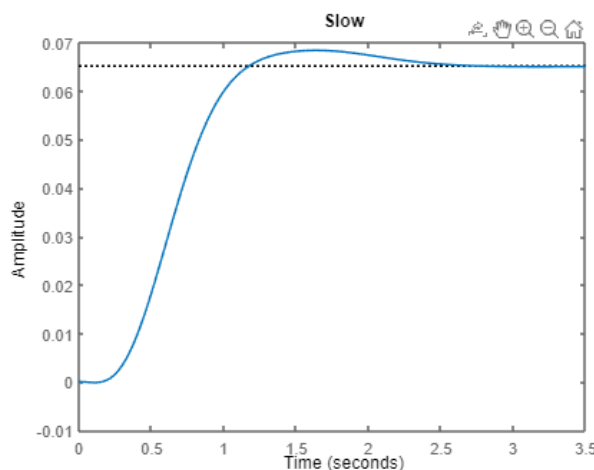
کنترل مدرن
فاز دوم

شیرین جمشیدی
۸۱۰۱۹۹۵۷۰
محیا شهبهانی
۸۱۰۱۹۹۵۹۸



۱. برای طراحی سیستم تند و کند، دو دسته قطب مطلوب تند و کند در نظر گرفته و با استفاده از دستور *acker* به روش آکرمن فیدبک حالت را طراحی میکنیم. قطبهای کند بین ۲- تا ۳- و قطبهای تند بین ۲۰- تا ۳۰- در نظر گرفته شده‌اند.

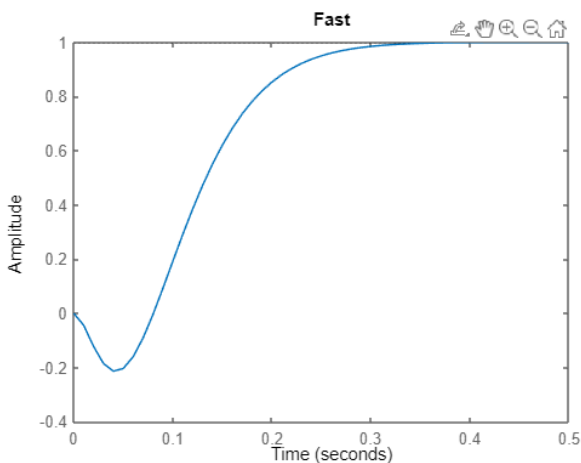
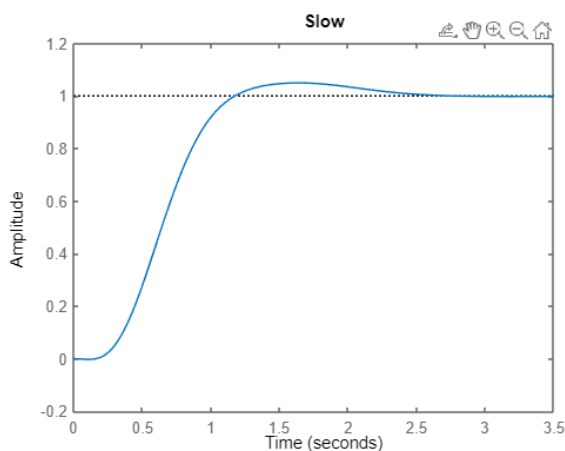
پاسخ پله به سیستم تند و کند طراحی شده:



میبینیم که سیستم تند در زمان ۰.۵ ثانیه به تعادل رسیده است در صورتی که سیستم کند پس از ۳.۵ ثانیه به پایداری رسیده است. اما همچنین میبینیم که در سیستم تند، آندرشوت بنسبت زیادی داریم و همچنین خطای حالت ماندگار بسیار بیشتری داریم. برای اصطلاح خطای حالت ماندگار، به جای r ، $p \times r$ در نظر میگیریم که اسکالر p از رابطه زیر محاسبه میشود:

$$p = (c \times (A - Bk)^{-1} \times B)^{-1}$$

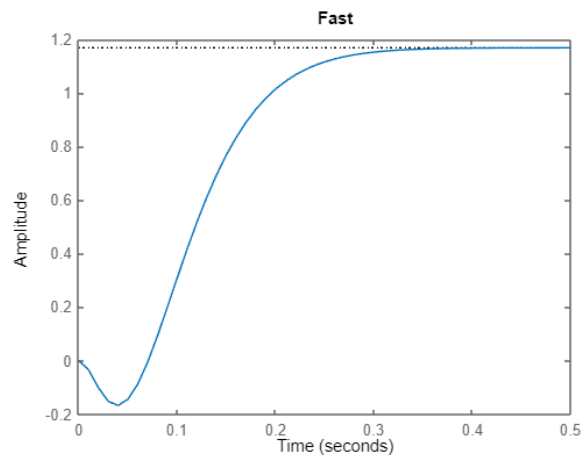
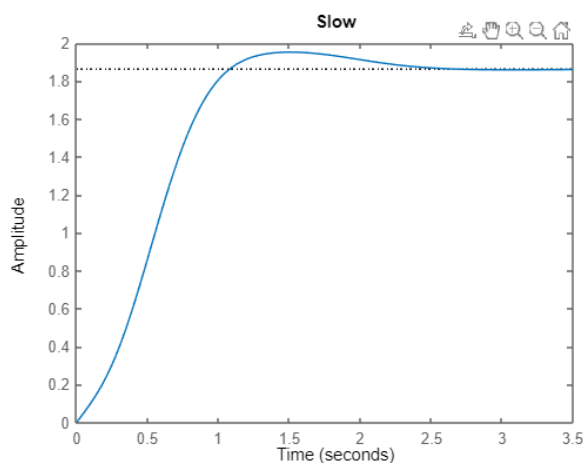
آنگاه خواهیم داشت:



۲. اغتشاش $d = [1 \ 1 \ 0 \ 2]^T$ را به صورت جمع‌شونده با \dot{x} به سیستم اضافه میکنیم.

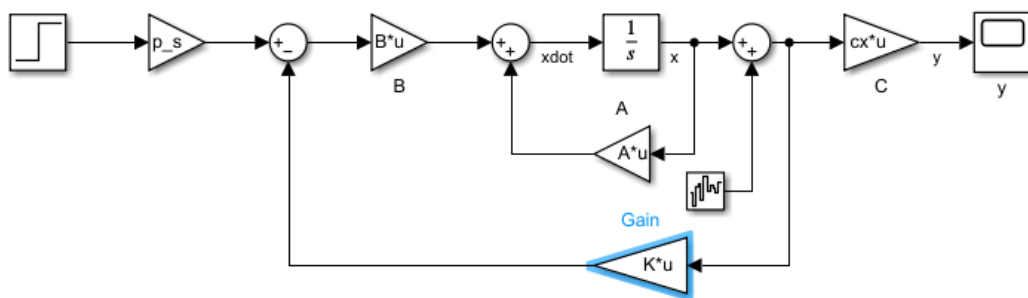
$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + d \\ y = cx, u = -kx + pr \end{cases}$$

خواهیم داشت:

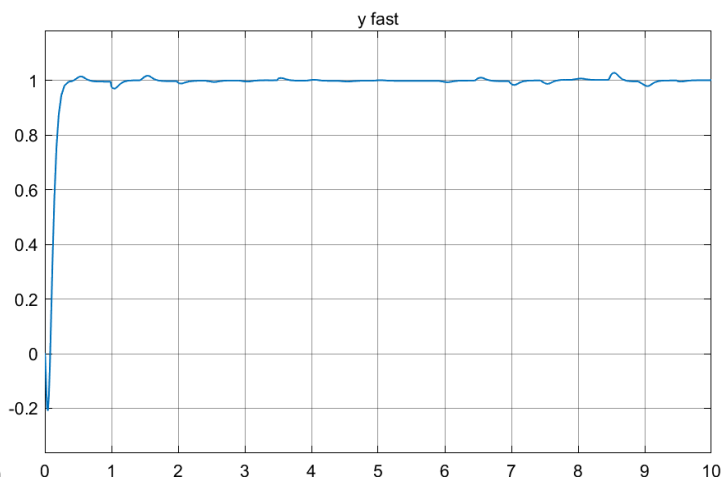
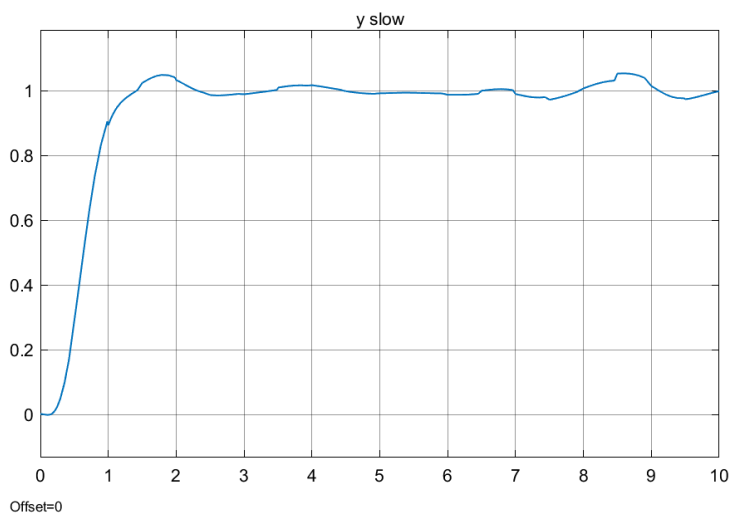


که میبینیم اثر اغتشاش بر روی سیستم کند بیشتر میباشد و خطای حالت ماندگار بیشتری دارد.

برای اغتشاش متغیر با زمان، سیستم زیر را در Simulink میبندیم: (برای اغتشاش از بلوک *Band – Limited White Noise* با تنظیمات روبرو استفاده میکنیم: $\text{Noise power} = 0.00002$; $\text{sample time} = 0.5$)



خواهیم داشت:



۳. با احتساب \bar{B}, \bar{A} میتوان کنترل پذیری (\bar{B}, \bar{A}) را بررسی کرد.

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{q} \end{pmatrix} = \bar{A} \begin{pmatrix} x \\ q \end{pmatrix} + \bar{B}u + \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} r \\ y = (c \quad 0) \begin{pmatrix} x \\ q \end{pmatrix} \\ \bar{A} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ -c & 0 \end{pmatrix}, \bar{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}, u = -k \begin{pmatrix} x \\ q \end{pmatrix} \end{cases}$$

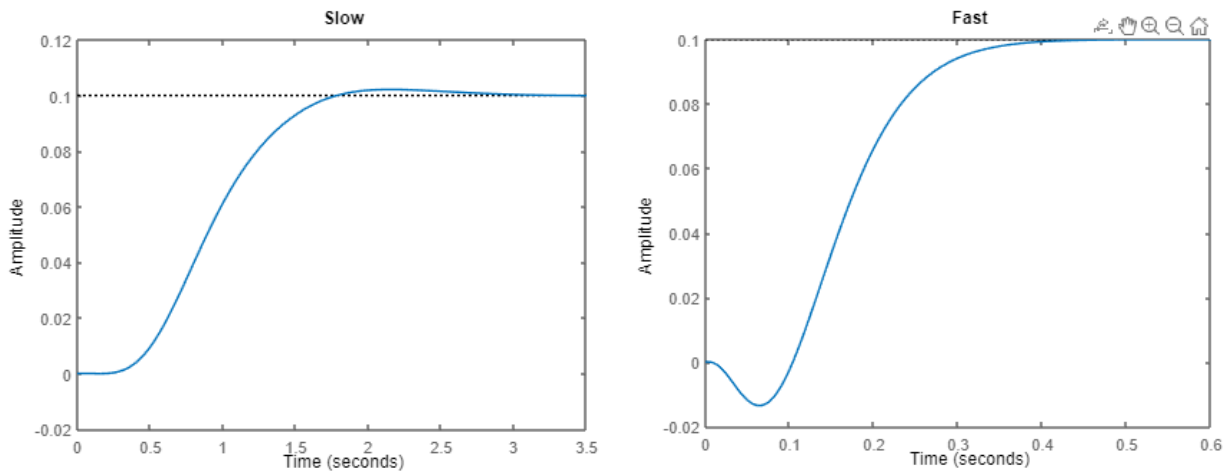
با احتساب ماتریس کنترل پذیری این سیستم و محاسبه دترمینان آن که مخالف صفر بدست می آید، متوجه میشویم سیستم کنترل پذیرست.

با مرتب کردن و جاگذاری پارامترهای تعریف شده، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} X = \begin{pmatrix} x \\ q \end{pmatrix} \\ \dot{X} = A_c X + B_c r \\ y = c_c X \\ A_c = \bar{A} - \bar{B}k; B_c = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}; c_c = (c \quad 0) \end{cases}$$

با این نوشتار، میتوانیم مانند قسمت قبل، تابع تبدیل سیستم را از رابطه ی $G = c_c(sI - A_c)^{-1}B_c$ محاسبه میکنیم.

آنگاه خواهیم داشت:

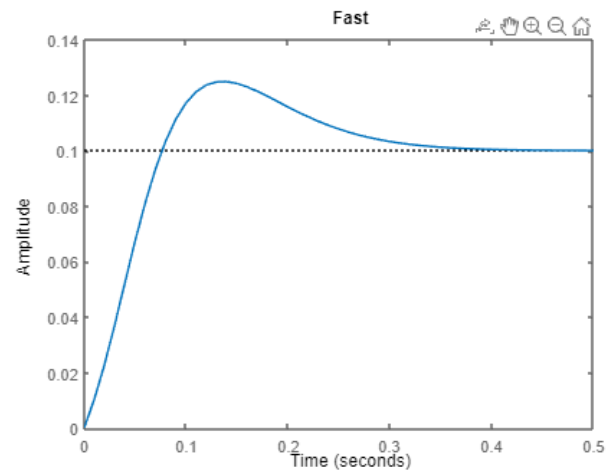
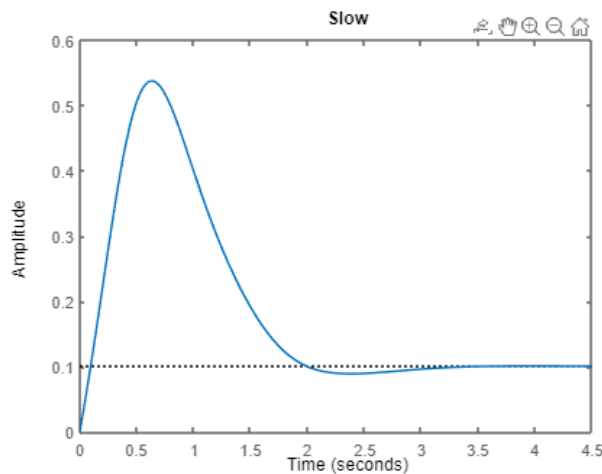


۴. در این قسمت هم مانند قسمت‌های قبل عمل میکنیم. معادلات سیستم خواهد شد:

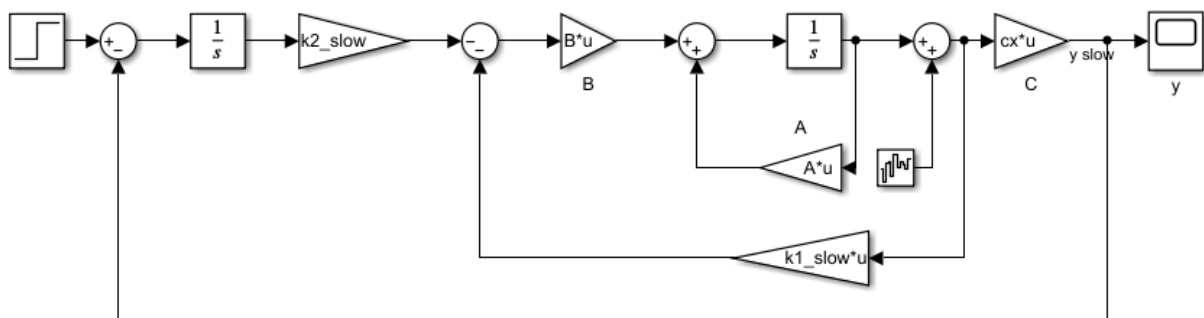
$$\begin{cases} X = \begin{pmatrix} x \\ q \end{pmatrix} \\ \dot{X} = A_c X + B_c r + D \\ y = c_c X \\ A_c = \bar{A} - \bar{B}k; B_c = \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}; c_c = (c \quad 0); D = \begin{pmatrix} d \\ 0 \end{pmatrix} \end{cases}$$

و از انجایی که اغتشاش روی پارامتر q تاثیری ندارد، انتظار داریم در خروجی نیز اغتشاش خود را نشان ندهد.

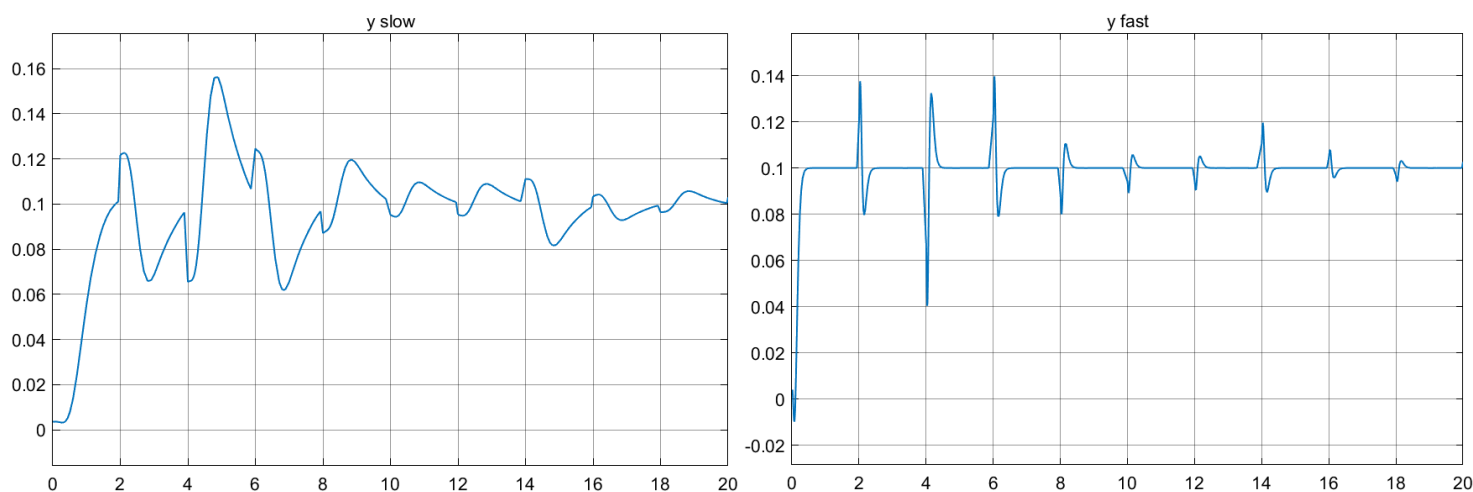
با تنظیم $D = [1 \ 1 \ 0 \ 2 \ 0]^T$ در متلب خواهیم داشت:



برای اغتشاش متغیر با زمان، سیستم زیر را در Simulink می‌بندیم. ($\text{Noise power} = 0.0002$; $\text{sample time} = 2$)



خواهیم داشت:



میبینیم که در حذف نویز ثابت، این روش از روش پیشین موثرتر بود و توانست به طور کامل اغتشاش ثابت را حذف کند. اما در حضور اغتشاش متغیر با زمان، روش اول بهتر توانست عمل کند. چراکه در این روش وجود انتگرال گیر پس از فیدبک خروجی در ابتدای سیستم، باعث میشود اغتشاشات با یکدیگر در هر لحظه جمع شوند.

۵.

تخمین گر مرتبه کامل لیونبرگر:

$$\dot{\hat{x}} = \hat{A} \hat{x} + \hat{B} u + L y$$

$$\hat{A} = A - LC$$

$$\hat{B} = B$$

$$\Rightarrow \dot{\hat{x}} = (A - LC) \hat{x} + Bu + Ly$$

با استفاده از قضیه دوگانی، تخمینگر را طراحی میکنیم.

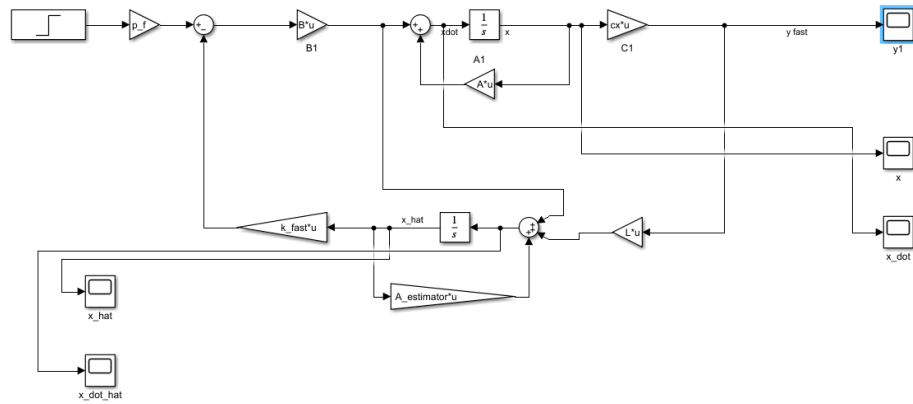
$K = \text{place}(A, B, \text{poles})$

$L = \text{place}(A', C', \text{poles})$

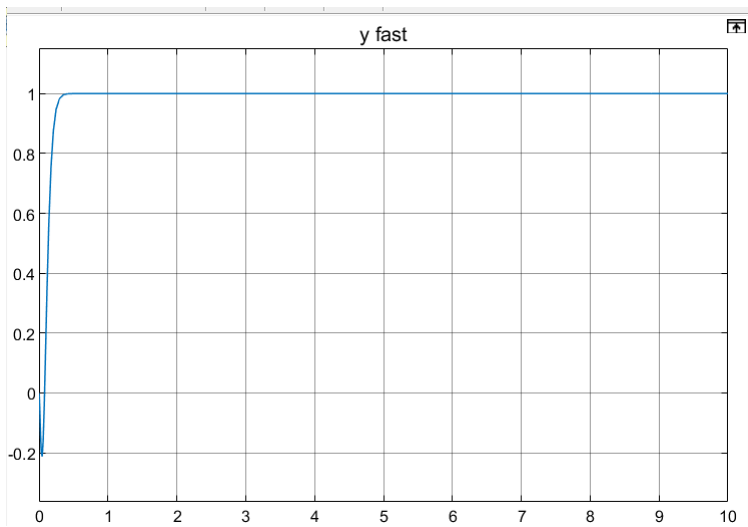
5

```
L = place(A', cx', [-3.5,-3,-4,-3.8])';  
A_estimator = A - L*cx;
```

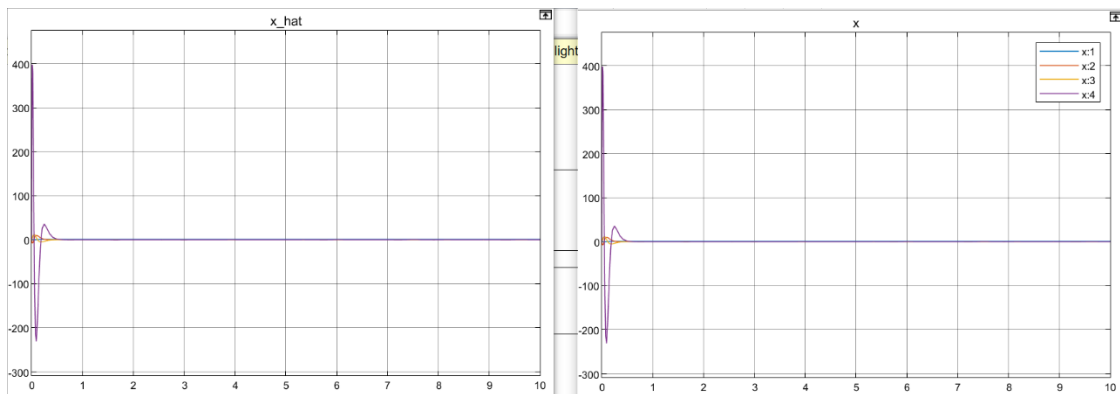
سیستم را به حالت زیر میبندیم و برای قطب سریع داریم:

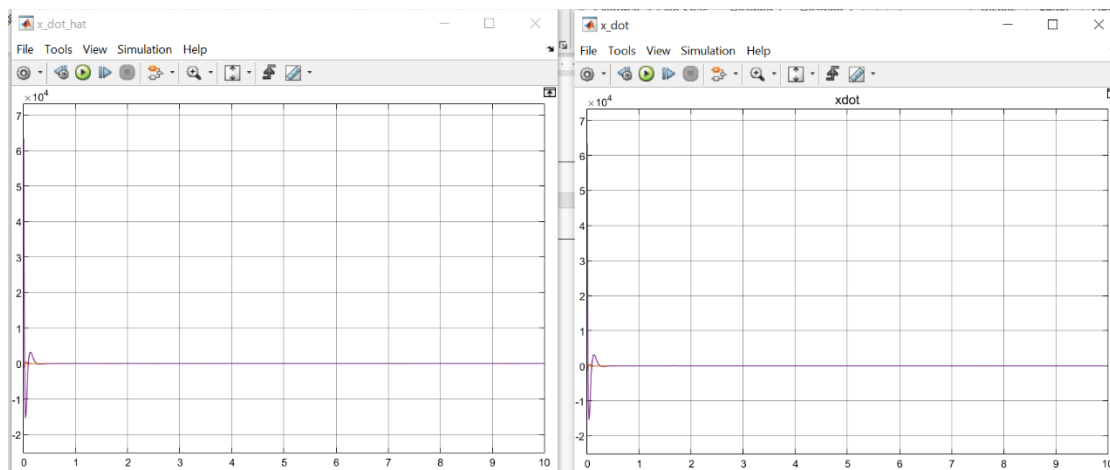


خروجی:

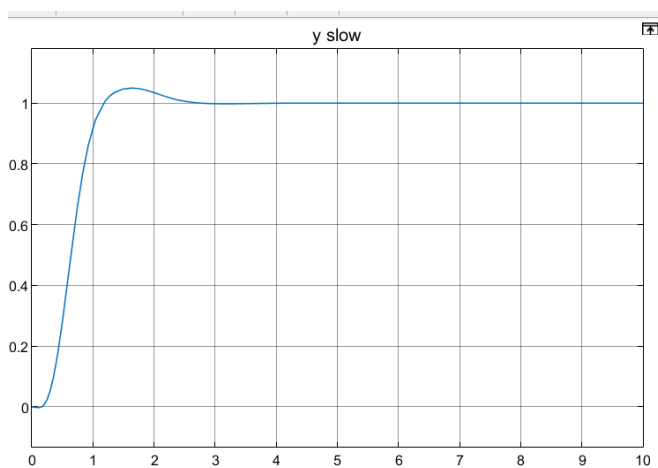


متغیرهای حالت و تخمین متغیرهای حالت:



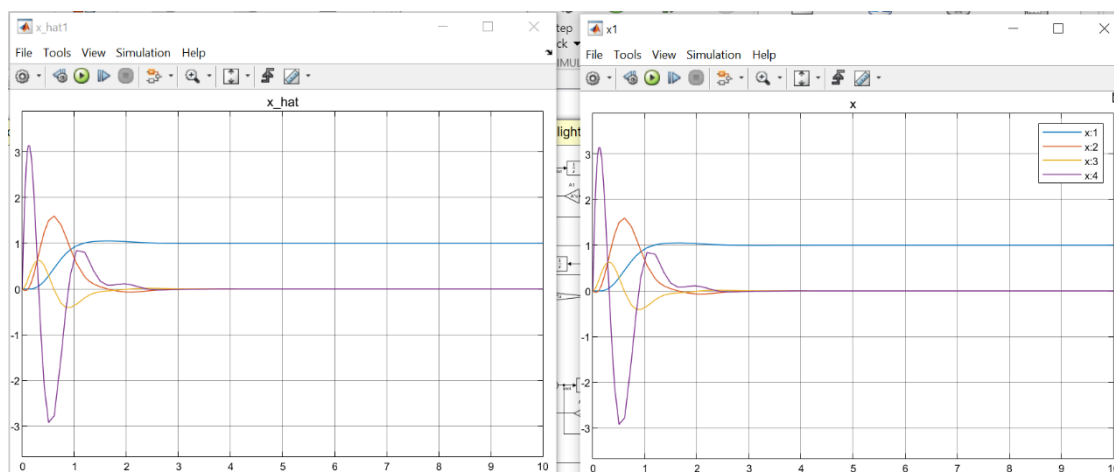


میبینیم که تخمین \hat{x} کاملاً با خود x مطابقت دارد.

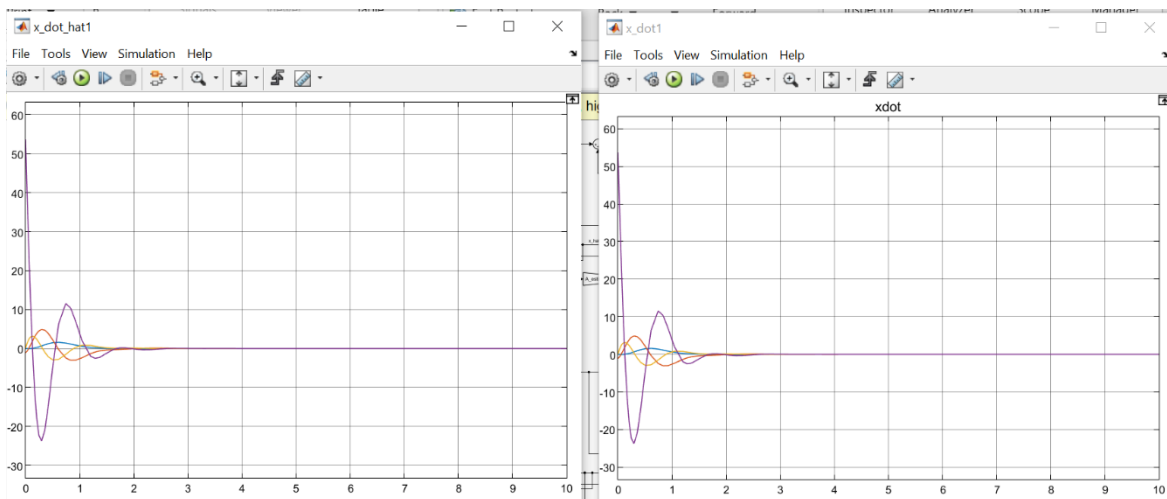


حال برای قطب کند:

همانطور که برای قطب سریع هم دیدیم، تخمینگر اثری در پاسخ خروجی ندارد. شاهد پایداری کامل پس از ۳ ثانیه هستیم.

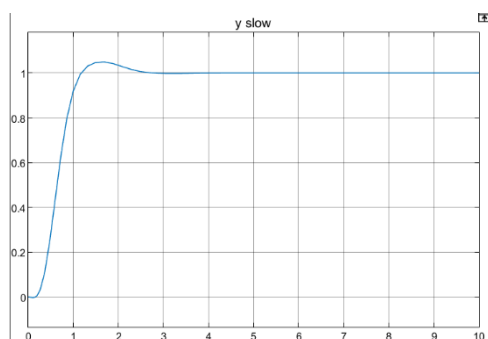
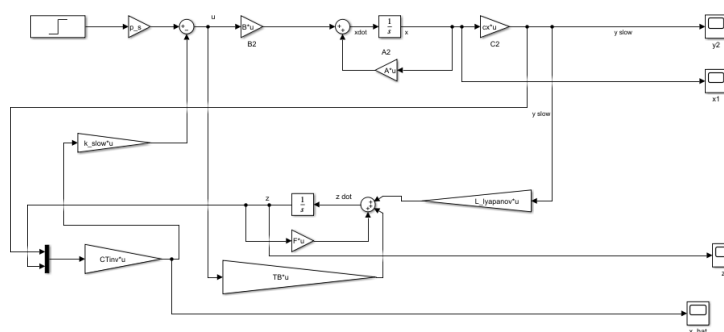


متغیرهای حالت نیز کاملاً منطبقند.



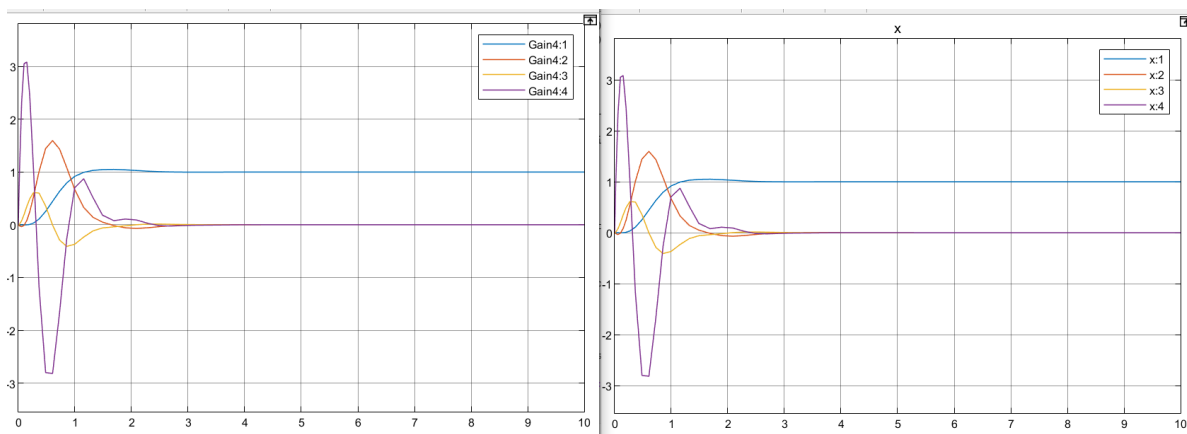
۶. برای طراحی کنترلر همراه با تخمینگر کاهش مرتبه یافته، از روش طراحی به کمک معادله لیاپانوف استفاده میکنیم.

- در مسئله ما برابر ۴ و ۱ برابر با ۱ است. در نتیجه $n-l = 3$ و ماتریس مربعی پایدار سه در سه F را به طریقی انتخاب میکنیم تا مقدار ویژه مشترک با A نداشته باشد.
 - سپس ماتریس ۳ در ۱ L را به طریقی انتخاب میکنیم که زوج (F, L) کنترل پذیر باشد.
 - معادله $TA - FT = LC$ را حل کرده و ماتریس T را به دست آوردیم.
 - $\dot{Z} = FZ + TBu + Ly$
 - تخمین x را از $\hat{x} = \begin{bmatrix} C \\ T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}$ به دست می آوریم.
- بدین ترتیب:



خروجی سیستم به پایداری میرسد:

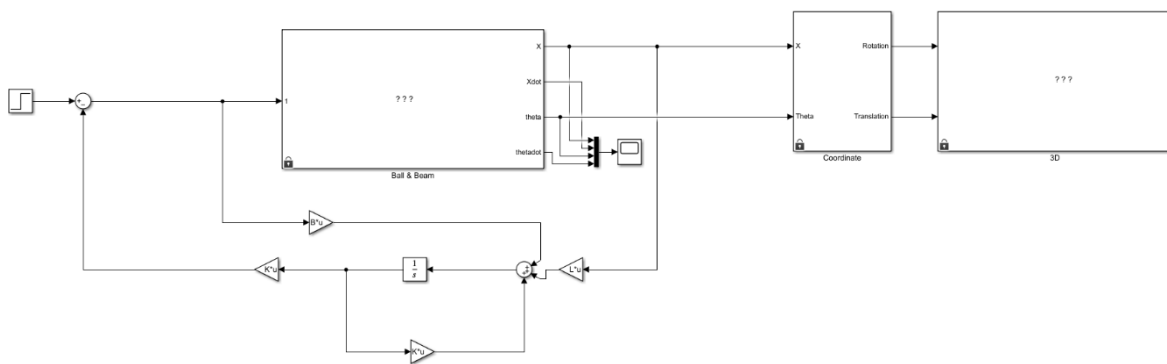
اگر متغیرهای حالت اصلی و تخمین زده شده را نیز با هم مقایسه کنیم، میبینیم که کاملاً تطابق دارند.



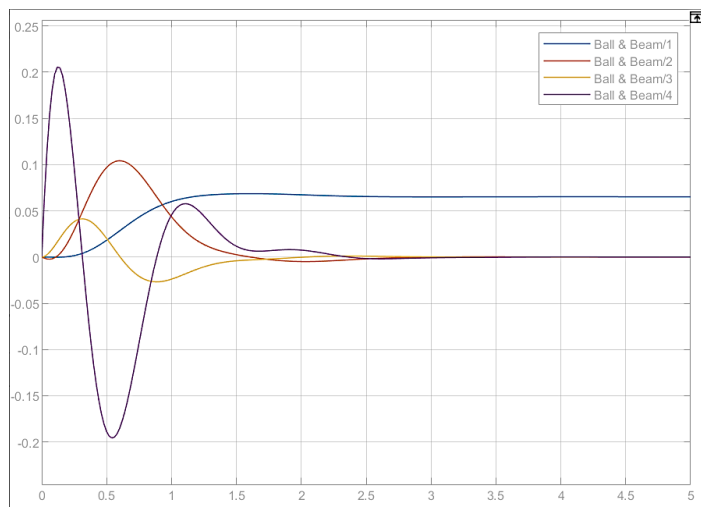
نمودار سمت راست مربوط به خود متغیرها و سمت چپ تخمینی از آن ها است.

هدف؛ که صفر بودن خطای تخمین است نیز برآورده شده است.

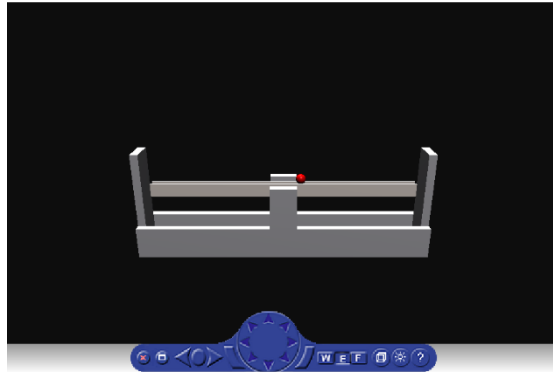
۷. سیستم مربوط به قسمت ۵م را برای سیستم غیر خطی، به شکل زیر میبندیم:



پایداری متغیرهای حالت به صورت زیر خواهد بود:

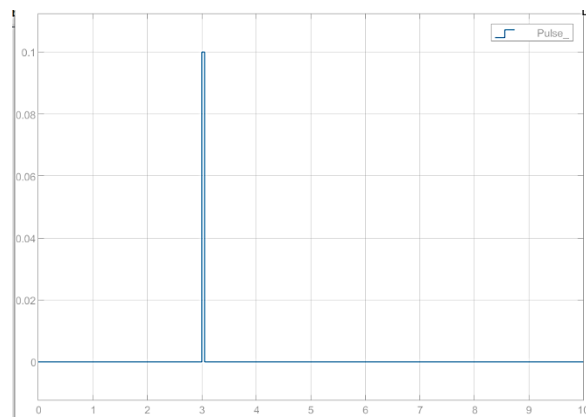


که ball and beam1 همان x_1 ، معادل موقعیت گوی است. میبینیم که در ۱.۵ ثانیه به پایداری رسیده است.

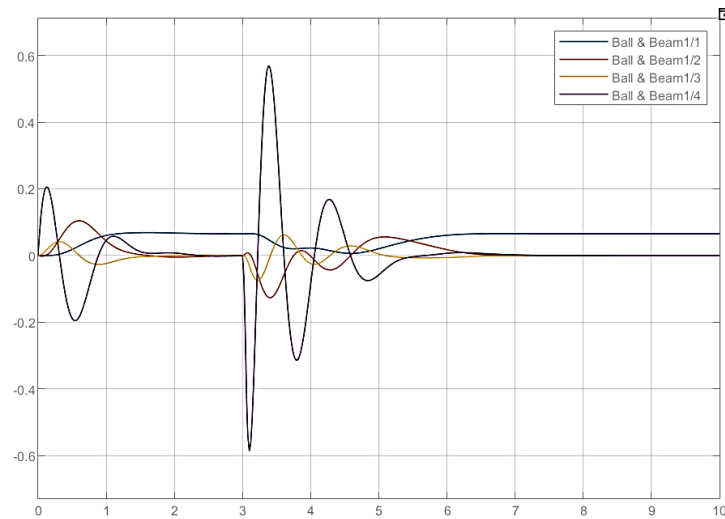


۸. حال اگر بخواهیم به سیستم اغتشاش وارد کنیم، در ثانیه سوم، یک پالس با دامنه ۰.۱ و طول ۰.۰۵ ثانیه وارد کردیم. مشاهده میکنیم که گوی نوساناتی خواهد داشت و سپس دوباره به پایداری میرسد.

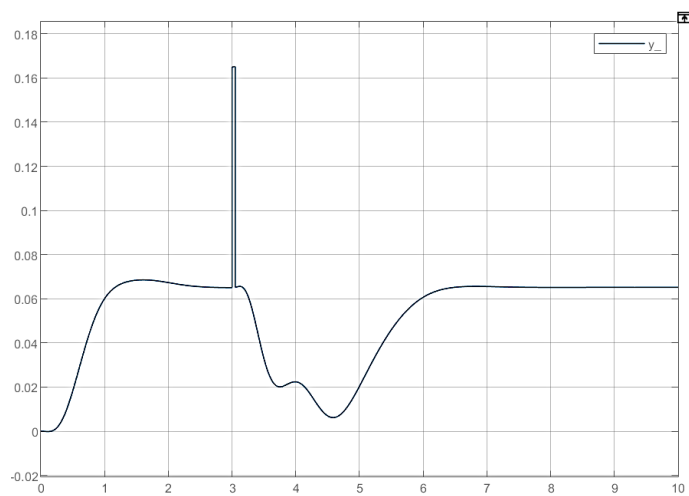
پالس اعمال شده:



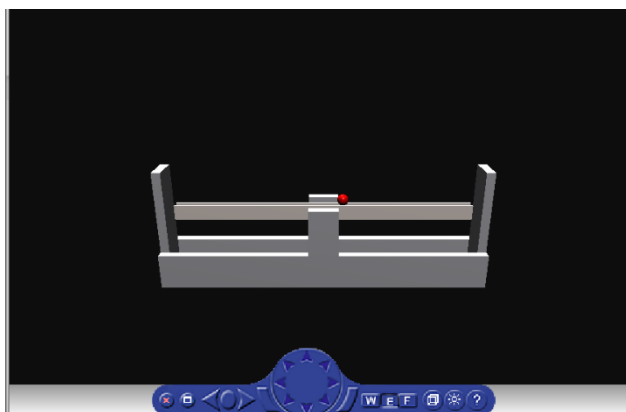
متغیرهای حالت:



خروجی:

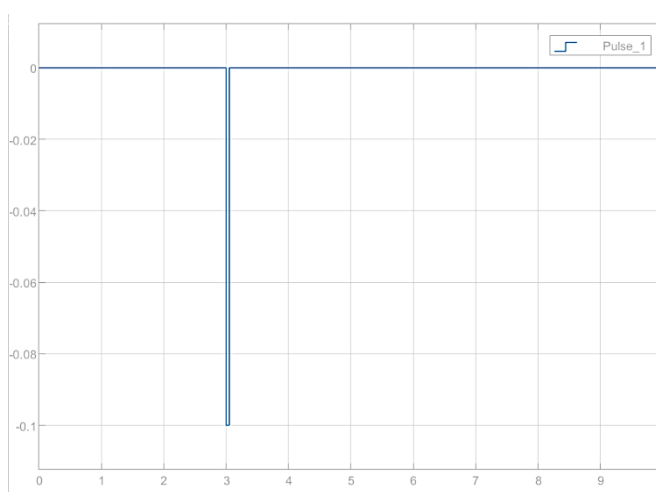


شکل نهایی سیستم:

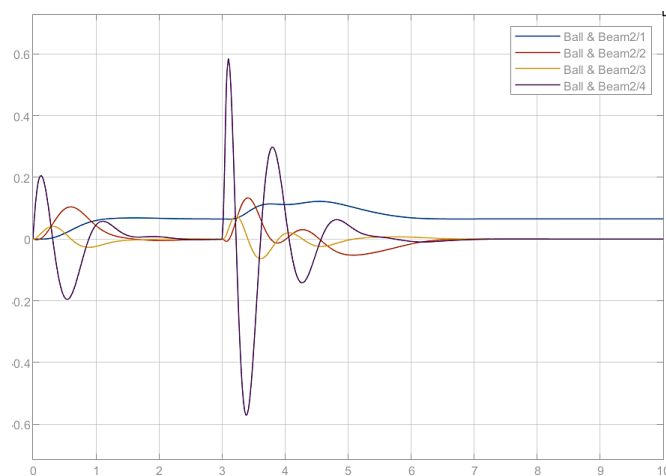


حال برای پالس با دامنه -0.1 خواهیم داشت:

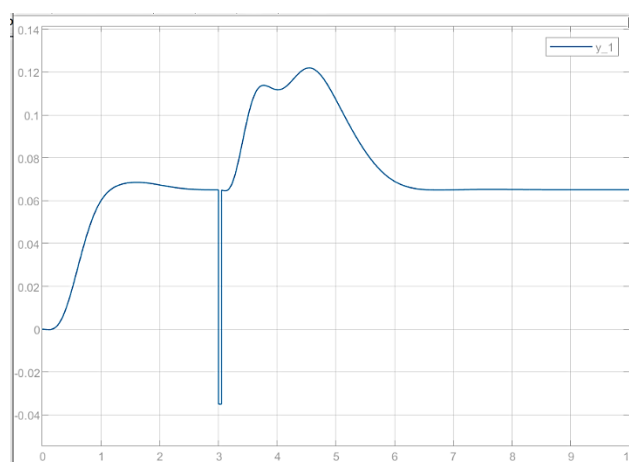
پالس اعمالی:



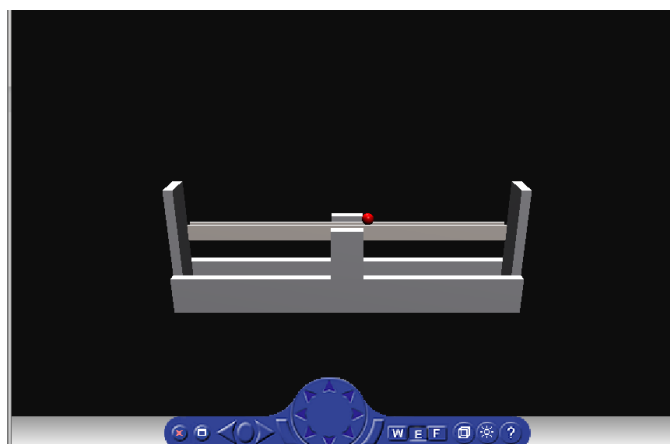
متغیرهای حالت:



خروجی سیستم:



وضعیت نهایی گوی:



میبینیم که با وجود اعمال اغتشاش، کنترلر و تخمینگر هر دو به خوبی عمل کرده و سیستم به پایداری میرسد. متغیرهای حالت نیز به خوبی قابل مشاهده هستند و همانطور که میخواستیم خطای صفر داریم.