

به نام خدا



دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

آزمایشگاه سیستم‌های کنترل خطی

آزمایش شماره ۲

محیا شهشهانی -- شیرین جمشیدی

۸۱۰۱۹۹۵۷۰ -- ۸۱۰۱۹۹۵۹۸

فروردین ماه ۱۴۰۲

فهرست

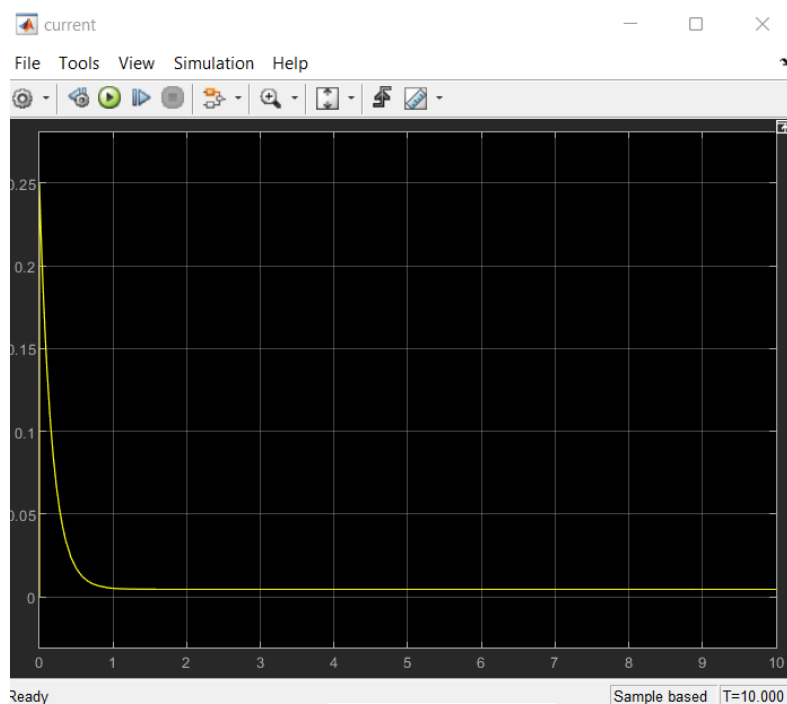
عنوان	شماره صفحه
چکیده	۳
بخش ۲	۴
بخش ۳	۶
بخش ۴	۹
بخش ۵	۱۲
پیوست	۲۲

چکیده

در بخش‌های یک تا چهار به تحلیل و شبیه سازی موتور DC با استفاده از روش های مختلف میپردازیم: حل معادله دیفرانسیل با استفاده از MATLAB، شبیه سازی به کمک Simulink، شبیه سازی به کمک SimMechanics، بدست آوردن تابع تبدیل و رسم پاسخ پله. در بخش ۵ گزارشکار به شبیه سازی سیستم های مکانیکی به وسیله ی SimMechanics پرداختیم. و سپس با استفاده از tune، یک کنترلر pid برای سیستم اخر طراحی کردیم. بخش اول صورت گزارش، به توضیح بیشتر درباره ی روند کار تخصیص داده شده که چیزی برای انجام و گزارش نداشت. به همین سبب گزارشکار از بخش دوم نوشته شده است که نتایج شبیه سازی های مربوطه در آن قرار گرفته است.

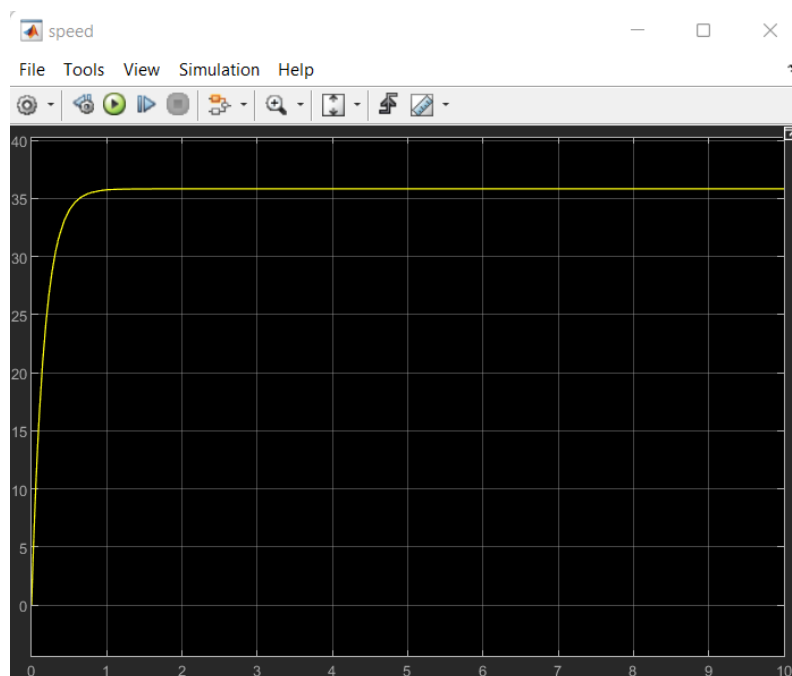
بخش ۲) شبیه‌سازی معادلات دیفرانسیل در محیط simulink

خروجی جریان آرمیچر:



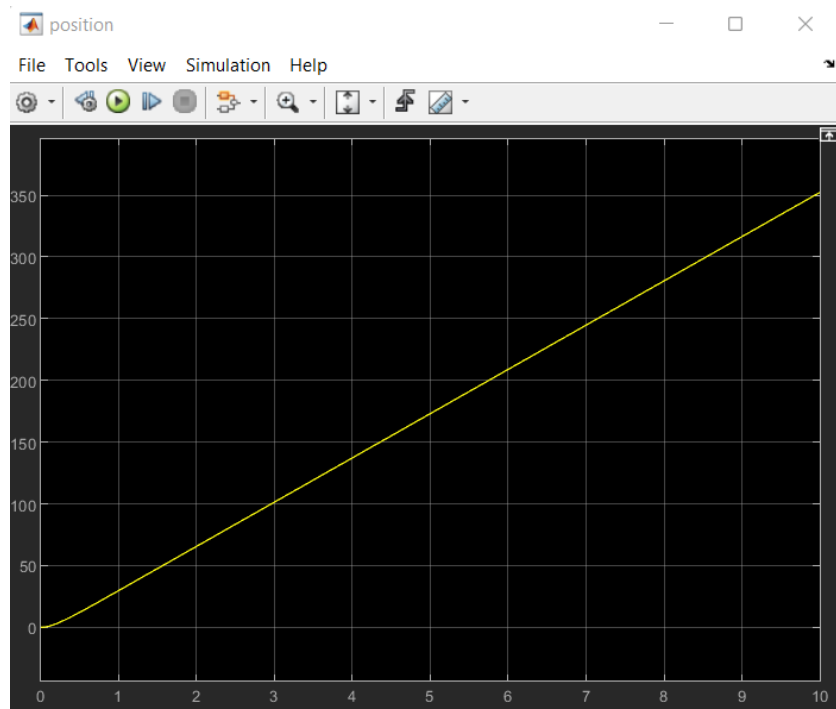
شکل ۲-۱

خروجی سرعت موتور:



شکل ۲-۲

خروجی موقعیت موتور:



شکل ۲-۳

بخش ۳) شبیه سازی معادلات دیفرانسیل در محیط editor(mFile)

• شبیه سازی به کمک تابع تبدیل:

$$\begin{cases} \dot{i}_a = \frac{1}{L_a} (-R_a i_a + V_a - k\omega) \\ \dot{\omega} = \frac{1}{J} (k i_a - b\omega) \\ \dot{\theta} = \omega \end{cases} \rightarrow \begin{cases} sL_a I_a = -R_a I_a + V_a - k\omega \\ sJ\omega = kI_a - b\omega \rightarrow I_a = \frac{sJ+b}{k}\omega \\ s\theta = \omega \end{cases}$$

$$\rightarrow sL_a \frac{sJ+b}{k}\omega + R_a \frac{sJ+b}{k}\omega + k\omega = V_a$$

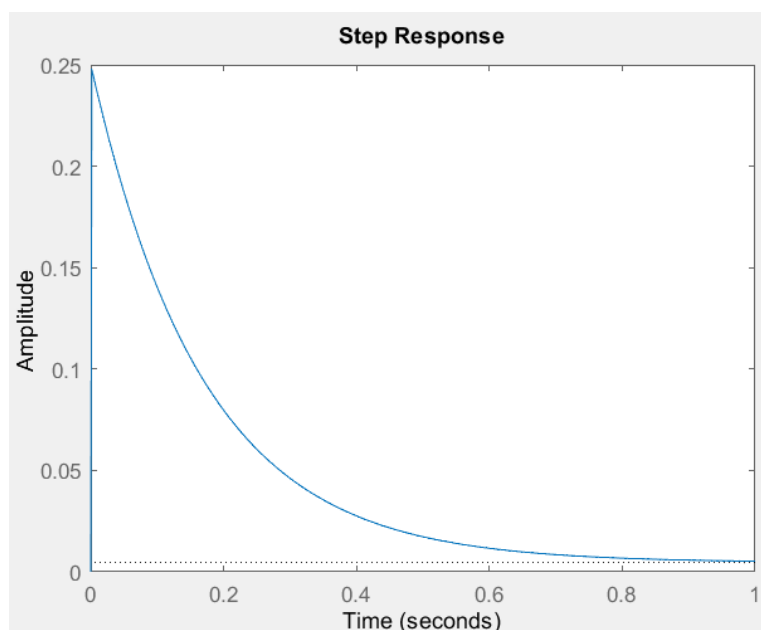
$$\rightarrow \omega (s^2 L_a J + s(L_a b + R_a J) + R_a b + k^2) = k V_a$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{\omega}{V_a} = \frac{k}{s^2 L_a J + s(L_a b + R_a J) + R_a b + k^2}} \quad \begin{array}{l} \text{تابع تبدیل سرعت} \\ \text{نسبت به ولتاژ اعمالی} \end{array}$$

$$\theta = \frac{\omega}{s} \Rightarrow \frac{\theta}{V_a} = \frac{1}{s} \frac{\omega}{V_a} \Rightarrow \boxed{\frac{\theta}{V_a} = \frac{k}{s^3 L_a J + s^2(L_a b + R_a J) + s(R_a b + k^2)}} \quad \begin{array}{l} \text{تابع تبدیل موقعیت} \\ \text{نسبت به ولتاژ اعمالی} \end{array}$$

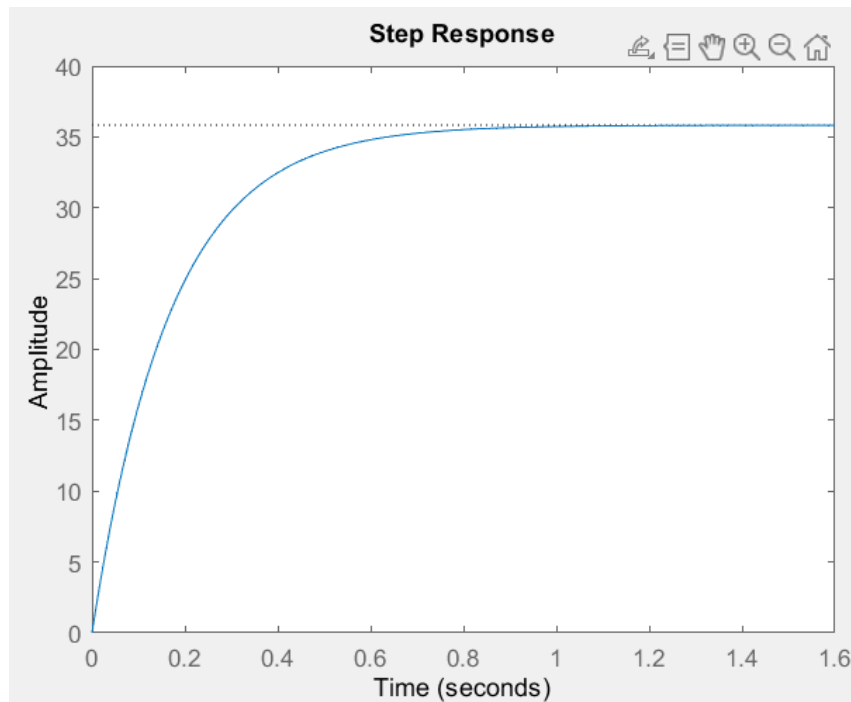
$$I_a = \frac{sJ+b}{k}\omega \Rightarrow \frac{I_a}{V_a} = \frac{sJ+b}{k} \frac{\omega}{V_a} \Rightarrow \boxed{\frac{I_a}{V_a} = \frac{sJ+b}{s^2 L_a J + s(L_a b + R_a J) + R_a b + k^2}} \quad \begin{array}{l} \text{تابع تبدیل جریان} \\ \text{نسبت به ولتاژ اعمالی} \end{array}$$

پاسخ پله‌ای تابع تبدیل جریان موتور:



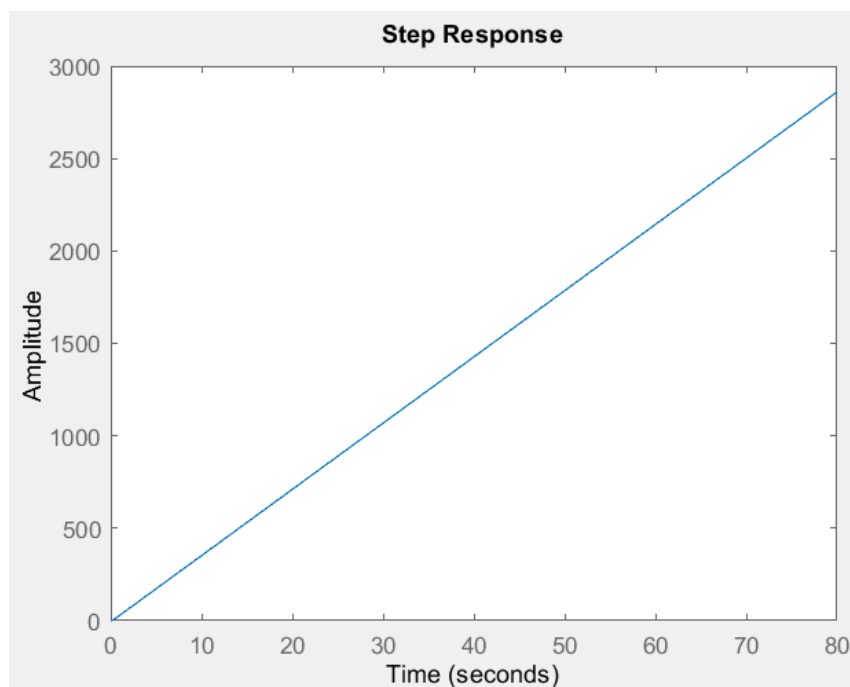
شکل ۳-۱

پاسخ پله‌ی تابع تبدیل سرعت موتور:



شکل ۳-۲

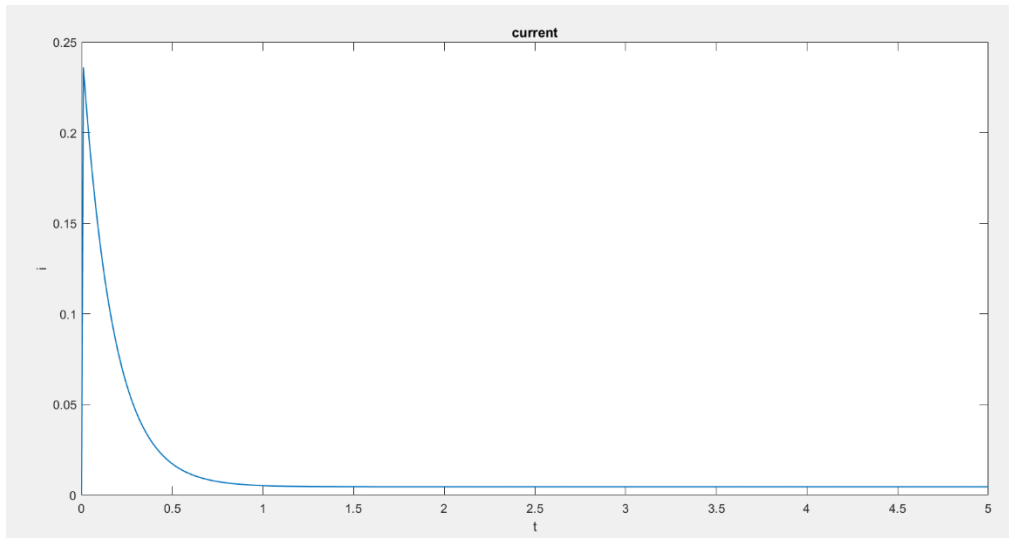
پاسخ پله‌ی تابع تبدیل موقعیت موتور:



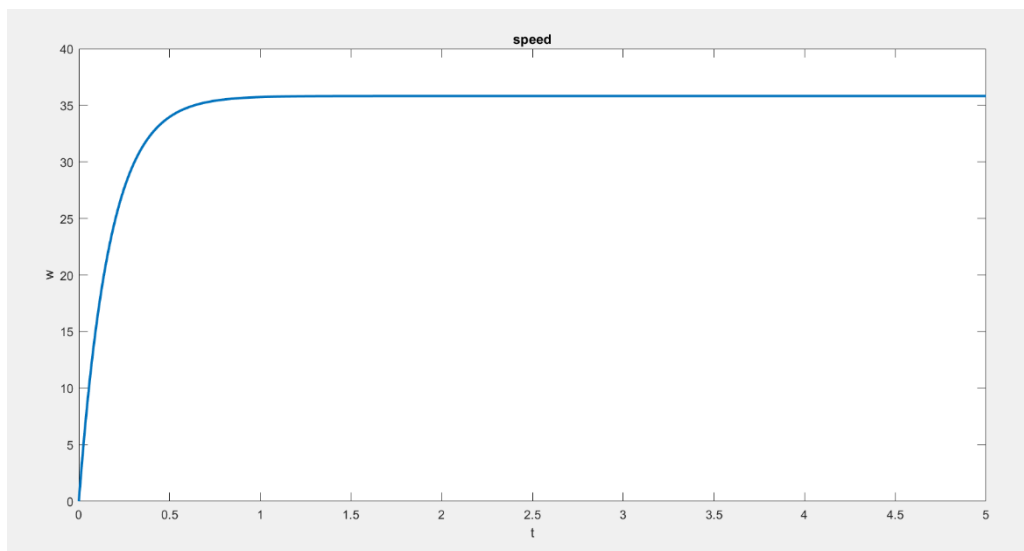
شکل ۳-۳

می‌بینیم که نتایج بدست آمده در این بخش، تطابق کاملی با بخش قبلی دارد.

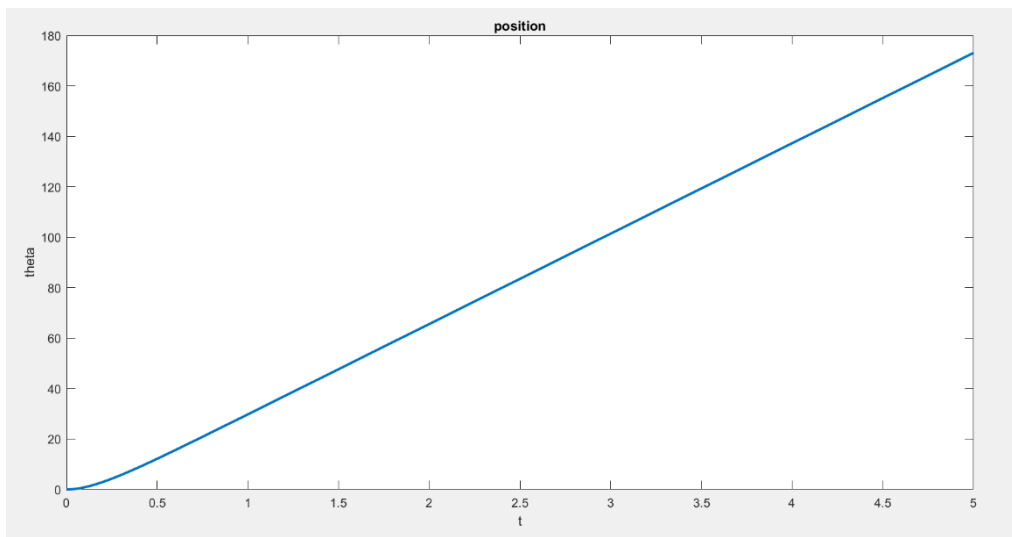
- شبیه سازی به کمک معادله دیفرانسیل:



شکل ۳-۴



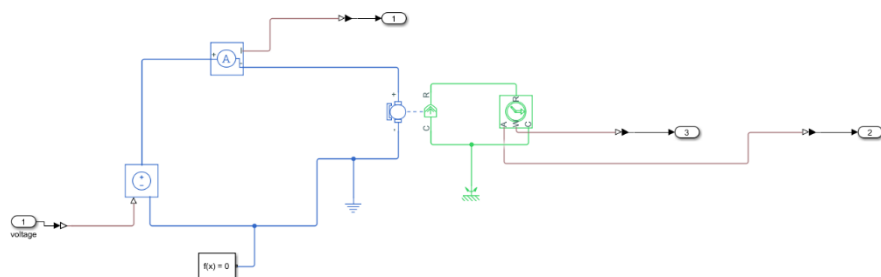
شکل ۳-۵



شکل ۳-۶

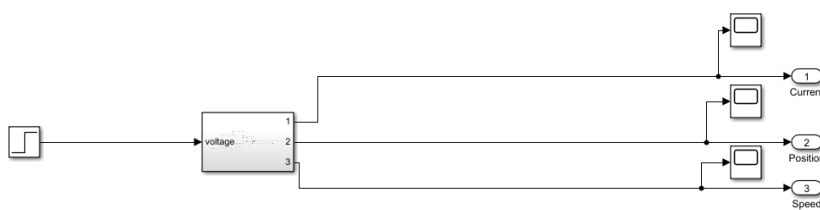
بخش ۴) مدل کردن مدل DC با استفاده از بخش‌های مختلف Simscape

شکل موتور DC ساخته شده:



شکل ۴-۱

شکل سیستم:



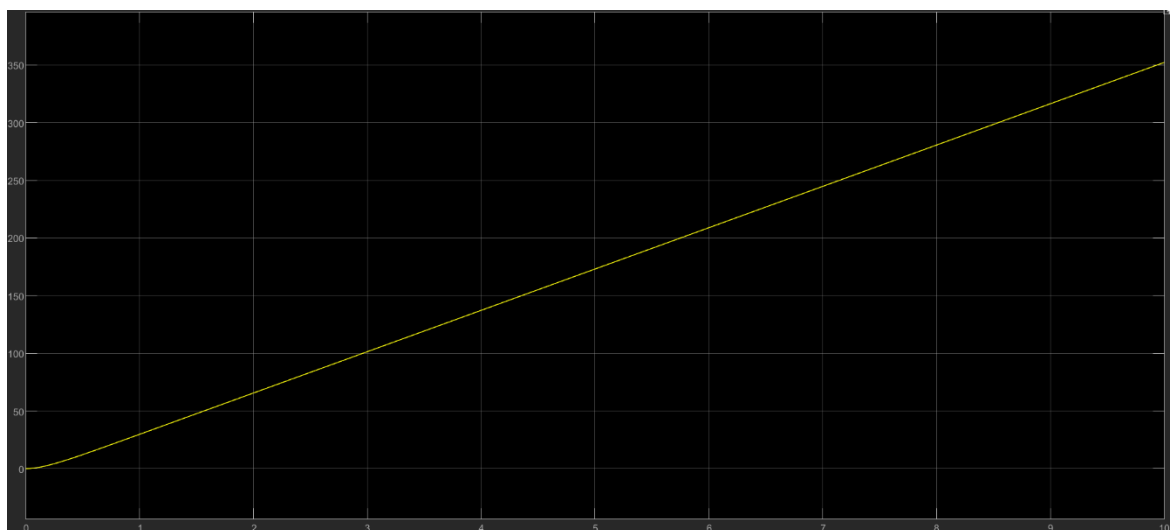
شکل ۴-۲

سیگنال جریان آرمیچر:



شکل ۴-۳

سیگنال موقعیت موتور:



شکل ۴-۴

سیگنال سرعت موتور:



شکل ۴-۵

میبینیم که هر سه شکل موج خروجی با تمامی بخش های قبلی اعم از سیمولینک و محاسبه با تابع تبدیل و حل معادله دیفرانسیل تطابق دارند.

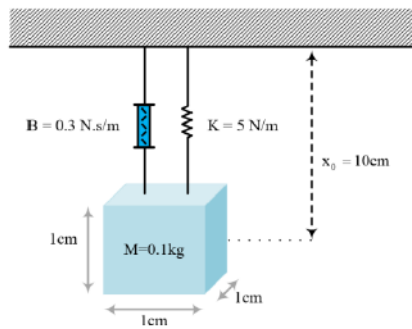
در هر نمودار **سرعت** مشاهده میکنیم که پس از عبور از حالت گذرا، سرعت چرخش موتور به مقدار ثابتی میرسد که باتوجه به پارامترهای داده شده به سیستم در تمامی نمودارها این عدد برابر با ۳۵.۸۲۷ رادیان بر ثانیه است.

در هر نمودار **موقعیت**، همانطور که انتظار داریم مشاهده میکنیم که پس از حالت ناپایدار اولیه، موقعیت با شیب ثابتی پیوسته در حال افزایش است. میدانیم که در موتور DC منظور از موقعیت، زاویه قرارگیری است که برحسب رادیان در تمامی نمودارها رسم شده. هنگامی که سرعت به مقدار ثابت خود میرسد، زاویه نیز با شیب ثابت (خطی) افزایش می‌یابد.

در هر نمودار **جریان** مشاهده میکنیم که با گذر زمان و عبور از حالت گذرا، مقدار جریان آرمیچر به صفر میرسد زیرا در حالت پایدار سرعت موتور ثابت شده و حال که سرعت چرخش ثابت است، تغییرات شار نسبت به زمان صفر بوده در نتیجه دیگر ولتاژ القایی تولید نمیشود و همین امر باعث کاهش پیوسته جریان میشود تا زمانی که به مقدار صفر برسد.

بخش ۵) کار با SimMechanics

سیستم اول:



شکل ۵-۱

$$-k(x - l_0) - b\dot{x} + mg = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = 0 \rightarrow k(x - l_0) + b\dot{x} = mg$$

$$5(x - l_0) + 0.3\dot{x} = 0.98$$

به ازای $l_0=0.1(m)$ داریم:

$$x(t) = c_1 e^{-16.6667t} + 0.296$$

$$x(0) = c_1 + 0.296 = 0.1$$

$$c_1 = -0.196$$

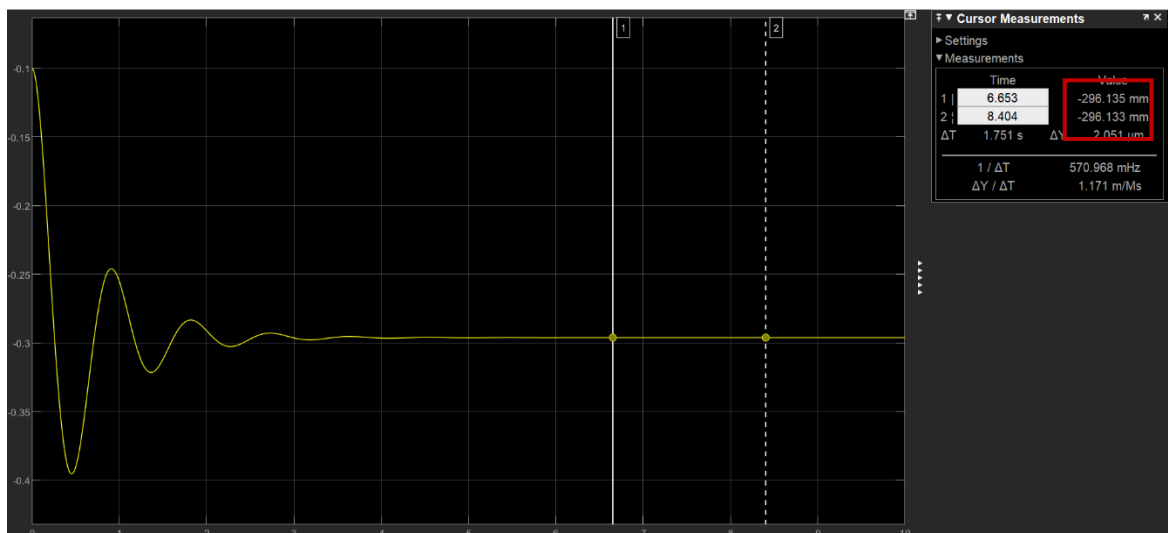
برای محاسبه نقطه تعادل t را به بی‌نهایت میل می‌دهیم و خواهیم داشت:

*در محاسبه جهت مثبت را به سمت پایین گرفتیم به این دلیل عدد حاصل مثبت می‌باشد.

$$x_{\text{تعادل}} = 0.296$$

می‌بینیم که پاسخ حالت تئوری کاملاً با شبیه‌سازی تطابق دارد.

نتیجه شبیه سازی:



شکل ۵-۲

به ازای $l_0=0.05(m)$ داریم:

$$x(t) = c_2 e^{-16.6667t} + 0.246$$

$$x(0) = c_2 + 0.246 = 0.1$$

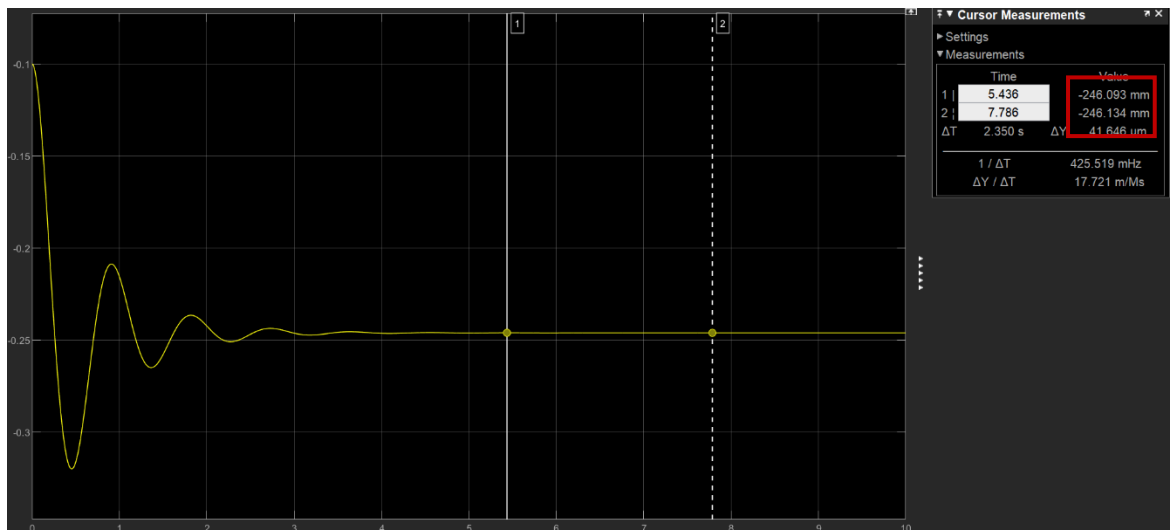
$$c_2 = -0.146$$

برای محاسبه نقطه تعادل t را به بی‌نهایت میل می‌دهیم و خواهیم داشت:

*در محاسبه جهت مثبت را به سمت پایین گرفتیم به این دلیل عدد حاصل مثبت می‌باشد.

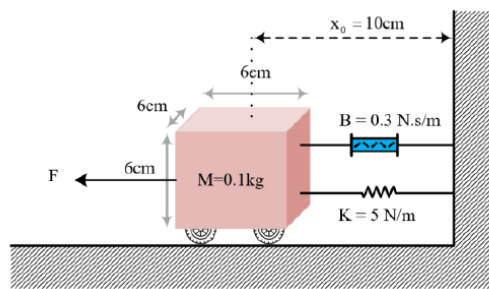
$$x_{\text{تعادل}} = 0.246$$

می‌بینیم که پاسخ حالت تئوری کاملاً با شبیه‌سازی تطابق دارد.



شکل ۳-۵

سیستم دوم:



شکل ۴-۵

$$-k(x - l_0) - b\dot{x} + F = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = 0 \rightarrow k(x - l_0) + b\dot{x} = F$$

$$5(x - l_0) + 0.3\dot{x} = 1$$

به ازای $l_0=0.1(m)$ داریم:

$$x(t) = c_1 e^{-16.6667t} + 0.3$$

$$x(0) = c_1 + 0.3 = 0.1$$

$$c_1 = -0.2$$

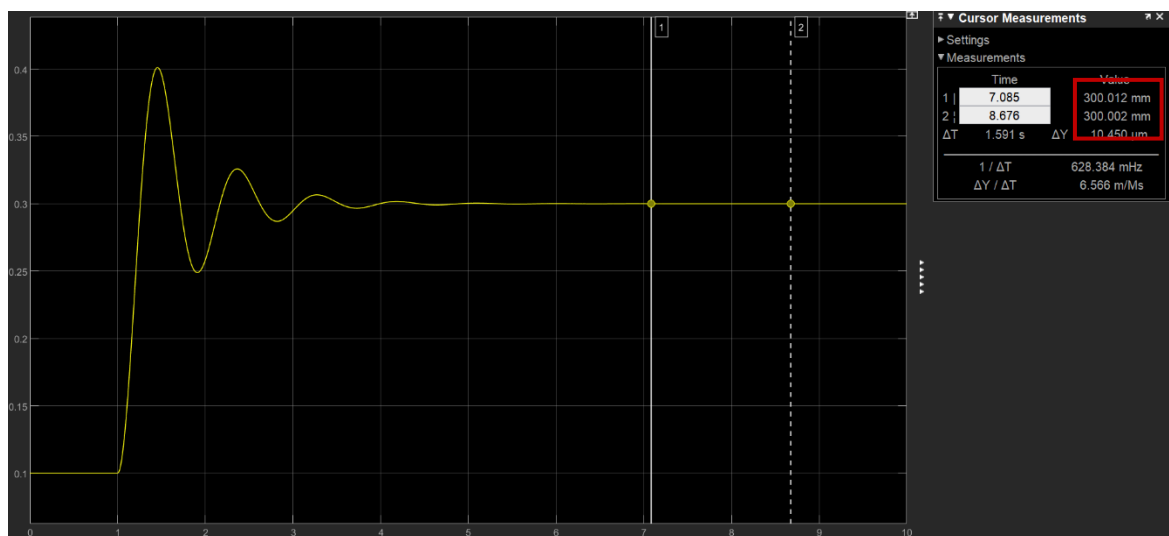
برای محاسبه نقطه تعادل t را به بی‌نهایت میل می‌دهیم و خواهیم داشت:

*در محاسبه و شبیه سازی جهت مثبت را به سمت چپ دیوار گرفتیم به این دلیل عدد حاصل مثبت می‌باشد.

$$x_{\text{تعادل}} = 0.3$$

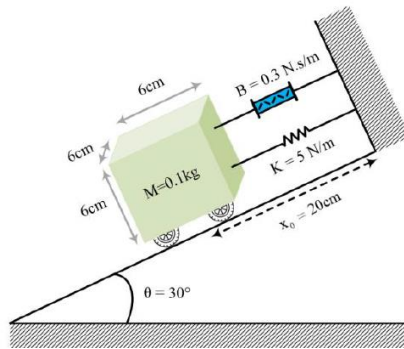
می‌بینیم که پاسخ حالت تئوری کاملاً با شبیه‌سازی تطابق دارد.

نتیجه شبیه سازی:



شکل ۵-۵

سیستم سوم:



شکل ۵-۶

$$-k(x - l_0) - b\dot{x} + mg\sin(\frac{\pi}{6}) = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = 0 \rightarrow k(x - l_0) + b\dot{x} = mg\sin(\frac{\pi}{6})$$

$$5(x - l_0) + 0.3\dot{x} = 0.49$$

به ازای $l_0 = 0.15(m)$ داریم:

$$x(t) = c_3 e^{-16.6667t} + 0.248$$

$$x(0) = c_3 + 0.248 = 0.2$$

$$c_1 = -0.048$$

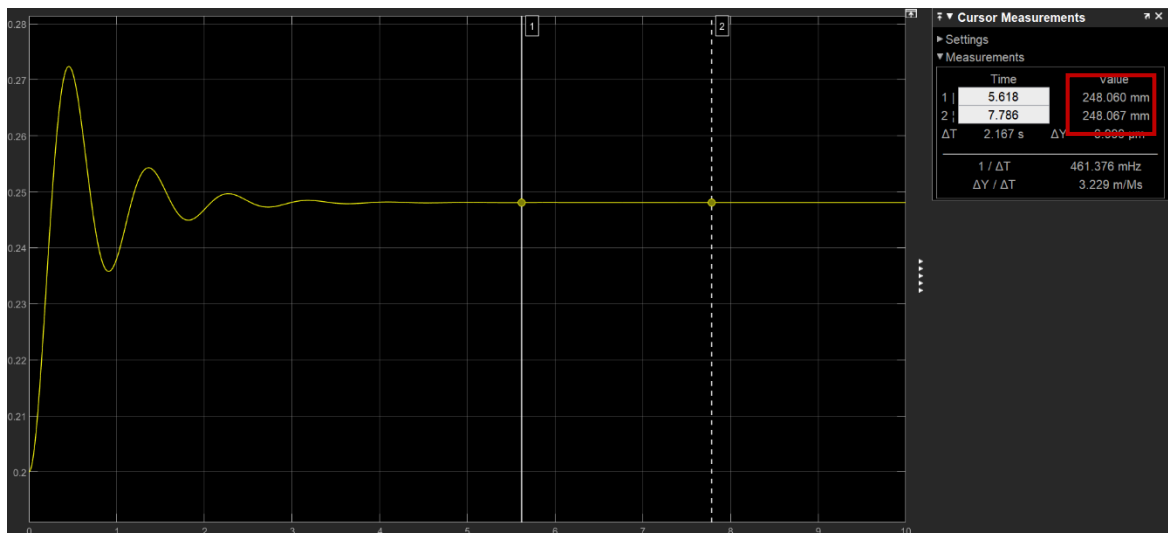
برای محاسبه نقطه تعادل t را به بی‌نهایت میل می‌دهیم و خواهیم داشت:

*در محاسبه و شبیه سازی جهت مثبت را به سمت چپ دیوار گرفتیم به این دلیل عدد حاصل مثبت می‌باشد.

$$x_{\text{تعادل}} = 0.248$$

می‌بینیم که پاسخ حالت تئوری کاملاً با شبیه‌سازی تطابق دارد.

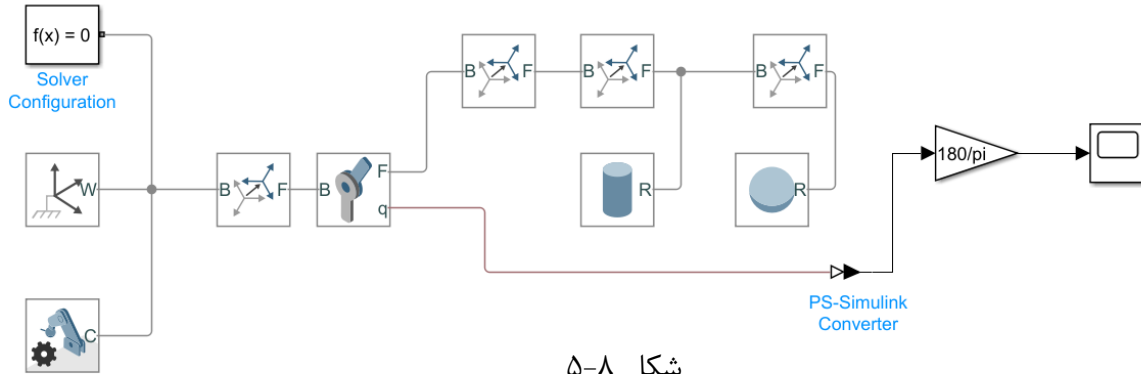
پاسخ شبیه سازی:



شکل ۵-۷

سیستم چهارم:

- پیش از طراحی کنترلر:



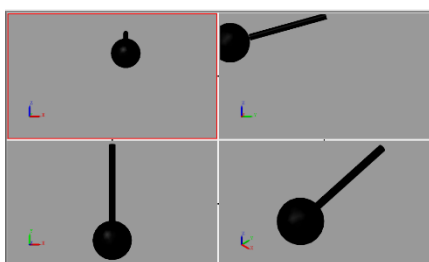
شکل ۵-۸

خروجی اسکوپ:



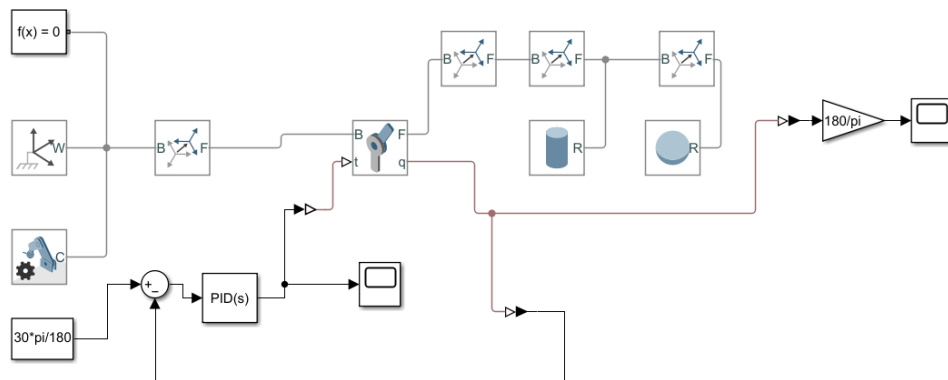
شکل ۵-۹

همانطور که انتظار داشتیم (به دلیل عدم وجود اصطکاک)، پاندول از زاویه $+75^\circ$ درجه تا -75° درجه به صورت سینوسی نوسان میکند. همین نتیجه را نیز در محیط SimMechanics مشاهده کردیم.



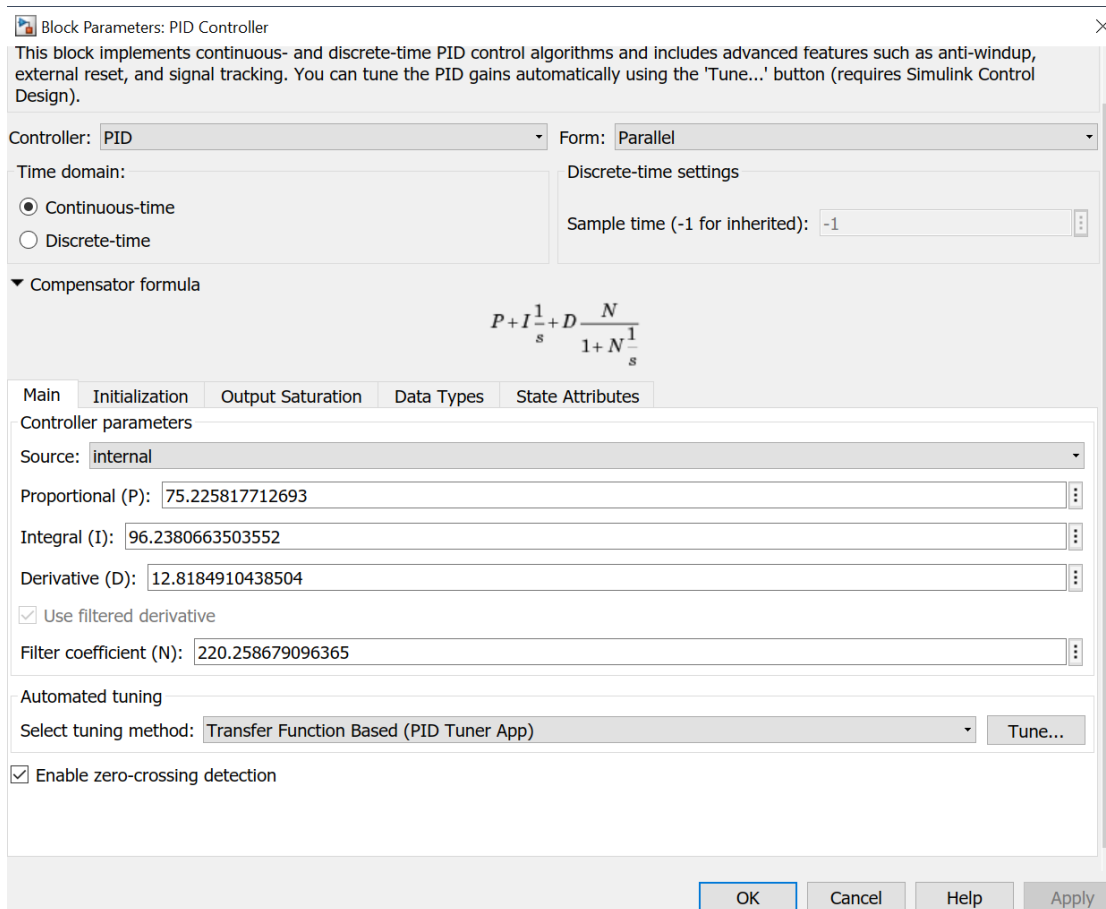
شكل ١٠-٥

- پس از طراحی کنترلر:

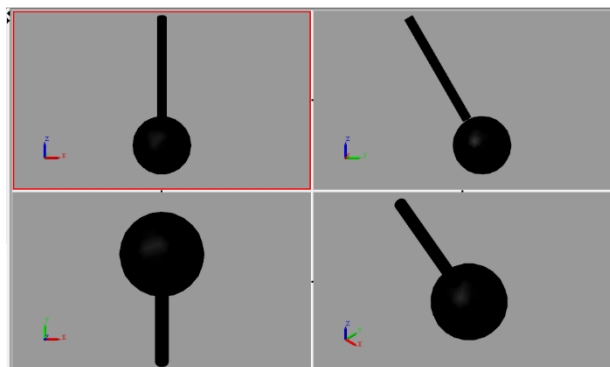


شکل ۱۱-۵

برای طراحی کنترلر، از حلقه‌ی فیدبک استفاده میکنیم که هر سری با تفاضل زاویه خروجی با مقدار ۳۰ درجه تصمیم میگیرد چه نیرویی به سیستم وارد کند.

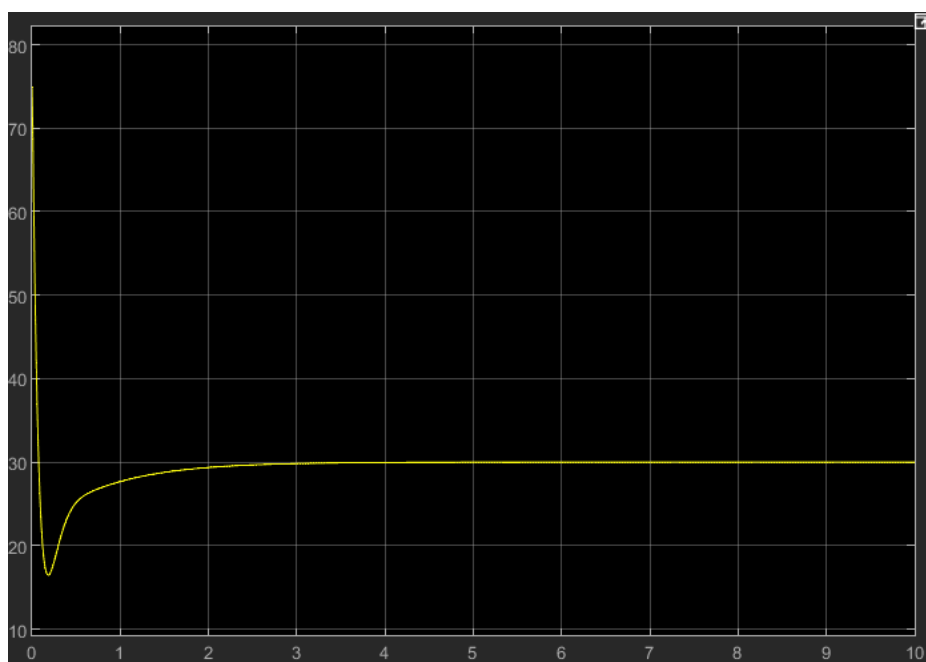


با استفاده از قابلیت tune کنترلر PID، ضرایب کنترل کننده‌های تناسبی، مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر به گونه‌ای محاسبه شده است که ما را به مطلوب مسئله‌مان رسانده تا در زاویه ۳۰ درجه پایدار شود.



شکل ۵-۱۲

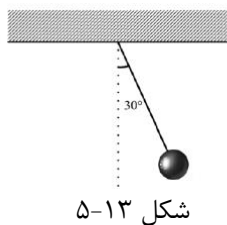
خروجی اسکوپ در نهایت به شکل زیر می‌باشد:



شکل ۵-۱۳

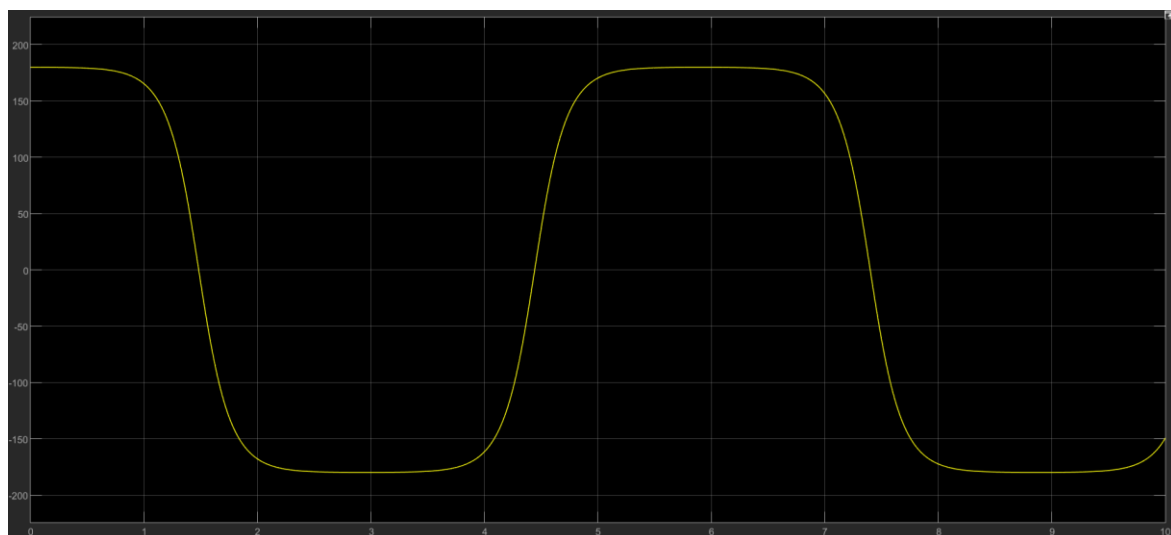
که همانطور که انتظار داشتیم از زاویه ۷۵ درجه که در آن رها شده است، undershoot داشته و سپس در زاویه ۳۰ درجه به تعادل میرسد.

نکته: تمام زوایا را برای SimMechanics باید به رادیان تبدیل کنیم و برای Simulink، باید به درجه تبدیل کنیم.



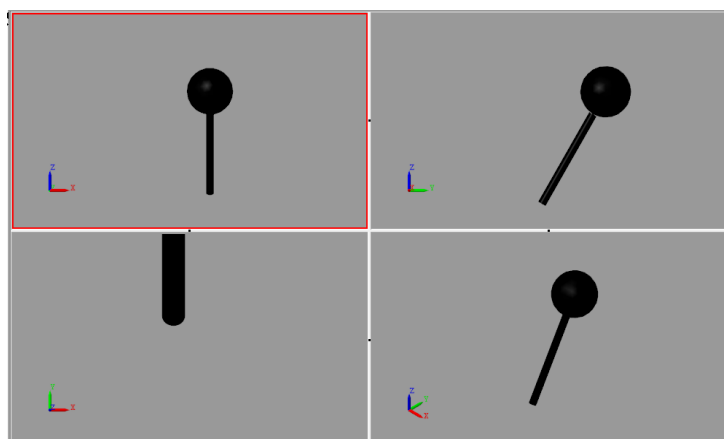
پاندول وارونه:

اگر منظور این بوده است که گوی در ابتدا بالای بالا باشد (یعنی با محور زاویه 180° درجه داشته باشد)، میبینیم که سیستم در تعادل بوده و میماند. پس زاویه ابتدایی را برابر 179° درجه قرار میدهیم و سپس شکل موج مشاهده شده به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۵-۱۴

همانطور که انتظار داشتیم، پاندول از 179° تا 179° نوسان میکند.



شکل ۵-۱۵

حال برای این سیستم با همان روش قبلی کنترلی طراحی میکنیم تا سیستم را در زاویه ۳۰ درجه ثابت نگه دارد.

ضرایب عبارتند از:

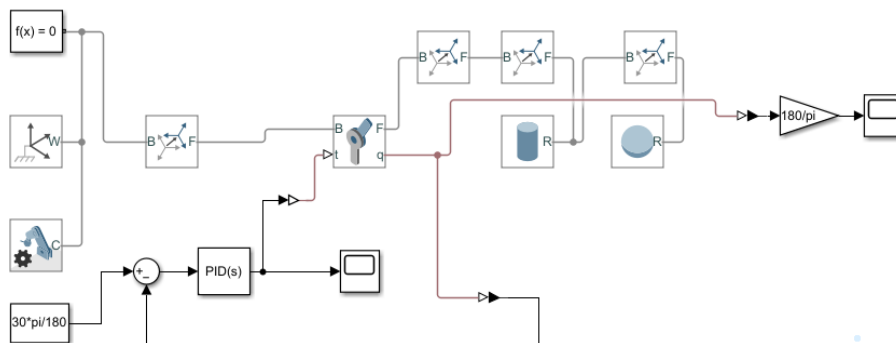
شکل موج خروجی:



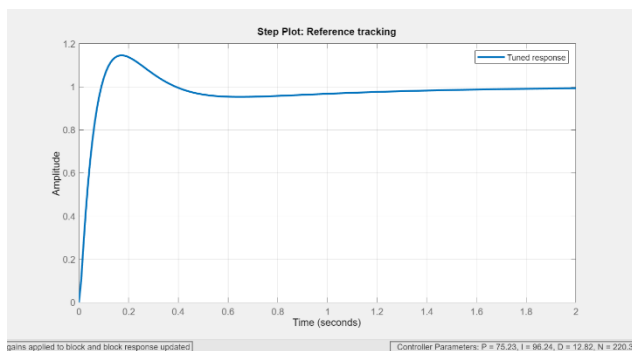
شکل ۱۶-۵

همانطور که انتظار داشتیم از زاویه ۱۷۹ درجه که در آن رها شده است، undershoot داشته و سپس در زاویه ۳۰ درجه به تعادل میرسد.

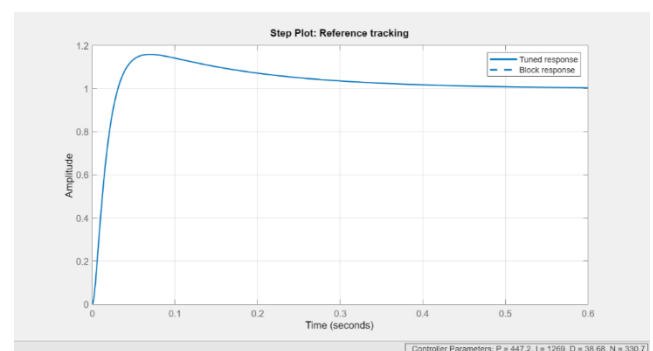
شکل سیستم با کنترلر:



شکل ۱۷-۵



شکل ۱۹-۵



شکل ۱۸-۵

دو شکل بالا، پاسخ پله کنترل کننده طراحی شده هستند. میبینیم که برای پاندول وارونه که در بالای بالا قرار دارد، ضریب تناسبی در حدود ۵ برابر بیشتر، ضریب انتگرالگیر بیش از ۱۰ برابر و ضریب مشتق گیر حدوداً ۳ برابر حالتی است که پاندول از زاویه ۷۵ درجه رها شود. این افزایش ضرایب با شهود ما نیز سازگار است چرا که وقتی پاندول از فاصله بالاتری رها شده، در زاویه ۳۰ درجه انرژی بیشتری در آن ذخیره شده و نیز سرعت بیشتری دارد. کنترل کننده طراحی شده ما که با فیدبک کار میکند، به مقایسه پیاپی گشتاور سیستم میپردازد و سپس بر اساس انرژی سیستم گشتاور (نیروی) اعمال میشود تا پاندول از حرکت بازایستد. هنگامی که خود پاندول در هر دو نقطه مورد بررسی، نسبت به حالت قبل، انرژی بیشتری دارد، کنترل کننده نیز به گشتاور (نیروی) بیشتری برای ثابت نگه داشتن آن نیاز پیدا میکند که همین منجر به افزایش مقدار ضرایب کنترل کننده می شود که آن را مشاهده کردیم.

پیوست: روند اجرای برنامه

فایل‌های مربوط به هر بخش داخل فولدري با شماره همان بخش موجود است.

- بخش دو: اجرای فایل شبیه سازی سیمولینک به همراه فایل متلب متغیرها که منجر به ذخیره در workspace میشود.
- بخش سه:
 - قسمت اول: سه فایل تابع تبدیل به همراه فایل متلب متغیرها
 - قسمت دوم: فایل حل دیفرانسیلی معادلات
- بخش چهارم: فایل شبیه سازی SimMechanics
- بخش پنجم:
 - سیستم اول: دو فایل شبیه سازی سیستم که تفاوت آن‌ها در طول آزاد فنر است.
 - سیستم دوم: فایل شبیه سازی SimMechanics
 - سیستم سوم: فایل شبیه سازی SimMechanics
 - سیستم چهارم:
- پاندول معمولی: دو فایل شبیه سازی، یکی خود پاندول و دیگری با کنترلر
- پاندول وارونه: دو فایل شبیه سازی، یکی خود پاندول و دیگری با کنترلر