



آزمایشگاه کنترل خطی

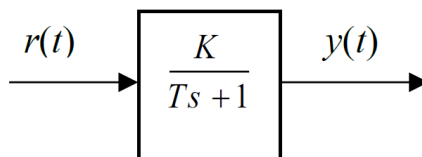
پیاده‌سازی و تحلیل پاسخ زمانی سیستم‌های مرتبه اول و دوم

مقدمه

در این آزمایش به بررسی پاسخ زمانی سیستم‌های مرتبه اول و دوم می‌پردازیم. برای این منظور ابتدا یک سیستم مرتبه یک را با استفاده از ادوات الکتریکی پیاده‌سازی و در حوزه زمان شناسایی می‌کنیم. در ادامه به نحوه پیاده‌سازی آنالوگ سیستم‌های مرتبه دو و تحلیل پاسخ آن‌ها در حوزه زمان می‌پردازیم.

بخش اول) معرفی سیستم‌های مرتبه اول و دوم

یک سیستم مرتبه یک برای نمونه در شکل زیر توصیف شده است:



شکل 1: بلوک دیاگرام یک سیستم مرتبه اول

به طور فیزیکی، سیستم مربوطه (شکل 1) ممکن است نشان‌دهنده یک مدار RC یا یک سیستم حرارتی باشد و رابطه ورودی و خروجی آن به صورت زیر خواهد بود.

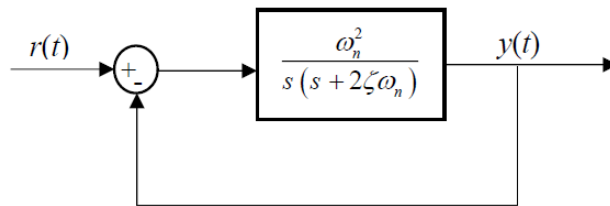
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K}{Ts + 1} \quad (1)$$

هدف از شناسایی سیستم، تعیین پارامترهای بهره حالت ماندگار K و ثابت زمانی سیستم T در رابطه 1 با استفاده از بررسی پاسخ زمانی آن است.

برای ساخت سیستم‌های مرتبه بالاتر می‌توان چند سیستم مرتبه یک را به صورت سری به هم متصل کرد. با این روش می‌توان هر سیستمی را با هر مرتبه‌ای پیاده‌سازی کرد. اما قطب‌های سیستم مرتبه بالا حقیقی خواهند بود زیرا امکان ایجاد قطب مختلط به این روش وجود ندارد.

برای ایجاد قطب مختلط باید از فرم استاندارد سیستم مرتبه دوم به همراه فیدبک استفاده کنیم (شکل 2). در شکل 2، $r(t)$ و $y(t)$ به ترتیب ورودی و خروجی سیستم، ω_n فرکانس طبیعی و ζ نسبت میرایی آن می‌باشد. تابع تبدیل شکل 2 به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n + \omega_n^2} \quad (2)$$



شکل 2: فرم حلقه بسته سیستم مرتبه دوم

با توجه به رابطه فوق، رفتار دینامیکی یک سیستم مرتبه دوم را می‌توان با استفاده از دو پارامتر ω_n و ζ بررسی نمود.

- (1) اگر $0 < \zeta < 1$ قطب‌های حلقه بسته سیستم مربوطه (مرتبه دوم)، مختلط می‌باشد و در نیمه چپ صفحه s قرار دارند و سیستم مربوطه، زیرمیرا می‌باشد و پاسخ گذرای سیستم نوسانی است.
 - (2) اگر $\zeta = 1$ ، سیستم میرای بحرانی می‌باشد، پاسخ گذرای سیستم غیرنوسانی است.
 - (3) اگر $\zeta > 1$ ، سیستم فوق میرا می‌باشد، پاسخ گذرای سیستم نوسانی نیست.
 - (4) اگر $\zeta = 0$ ، پاسخ گذرای سیستم میرا نمی‌باشد.
- به ازای نسبت میرایی مختلف، پاسخ زمانی سیستم و مکان هندسی ریشه‌ها را به صورت کلی رسم کنید.

بخش دوم) پیاده‌سازی سیستم‌های مرتبه اول

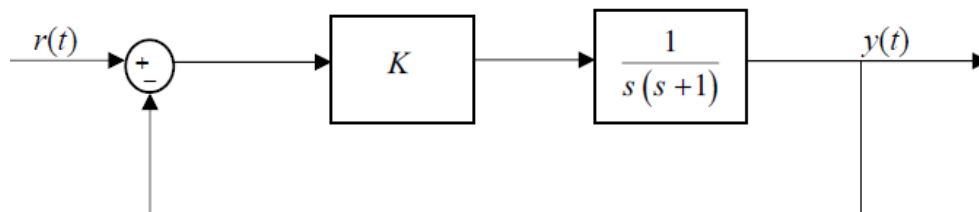
- با استفاده از ادوات الکتریکی مناسب، تابع تبدیل $G(s) = \frac{-2}{0.1s + 1}$ را پیاده‌سازی کنید. با انتخاب ورودی مناسب، سیستم پیاده‌سازی شده را در حوزه زمان شناسایی و جدول شماره 1 را کامل نمایید.

جدول 1: شناسایی سیستم مرتبه اول در حوزه زمان

اندازه‌گیری عملی	مقدار نظری	
		ثابت زمانی (ثانیه) - T
		بهره حالت ماندگار - K

بخش سوم) پیاده‌سازی سیستم‌های مرتبه دوم

- سیستم ارائه‌شده در شکل 3 را در نظر بگیرید.



شکل 3: فرم حلقه بسته سیستم مرتبه دوم

با توجه به سیستم فوق رابطه بین ورودی و خروجی سیستم به صورت زیر می‌باشد.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + s + K} \quad (3)$$

مکان هندسی ریشه‌های سیستم فوق را ترسیم کنید و مقادیری از K که به ازای آن پاسخ سیستم زیرمیرا، میرایی بحرانی و فوق میرا می‌شود را بیابید.

- در ادامه قصد داریم به صورت آزمایشگاهی نشان دهیم که به ازای مقادیر کوچک K پاسخ سیستم فوق میرا و به ازای مقادیر بزرگ K پاسخ سیستم زیرمیرا می‌شود. در واقع با تنظیم بهره می‌توان پاسخ سیستم را تنظیم کرد. با توجه به ساختار مدار شکل 3، جدول 2 و 3 را تکمیل کنید. ورودی سیستم را به گونه‌ای تنظیم کنید که یک سیگنال مربعی متقارن با دامنه پیک تا پیک حدود 2 ولت، فرکانس حدود 50 میلی‌هرتز تولید کند. شکل موج حاصل را توسط اسیلوسکوپ مشاهده کنید و پس از اطمینان از مشخصات آن، خروجی مولد سیگنال 1 را به پایانه ورودی مدار آنالوگ متصل کنید.

جدول 2: شناسایی سیستم مرتبه دوم در حوزه زمان (مقدار نظری)

$\frac{K}{s^2 + s + K}$	قطب‌های سیستم - s	زمان خیز (ثانیه) - t_r	زمان نشست (ثانیه) - t_s	درصد فراجهش - M_p
$K=0.1$				
$K=0.235$				
$K=10$				

جدول 3: شناسایی سیستم مرتبه دوم در حوزه زمان (اندازه‌گیری عملی)

$\frac{K}{s^2 + s + K}$	قطب‌های سیستم - s	زمان خیز (ثانیه) - t_r	زمان نشست (ثانیه) - t_s	درصد فراجهش - M_p
$K=0.1$				
$K=0.235$				
$K=10$				

- با انتخاب ورودی مثلی با دامنه پیک تا پیک 1 ولت و فرکانس 10 میلی‌هرتز، خطای حالت دائم سیستم به ورودی شیب را به ازای $K=0.1$ و $K=0.33$ اندازه‌گیری کنید. مقدار این خطا را محاسبه و با مقدار اندازه‌گیری شده مقایسه کنید. چه رابطه‌ای بین خطای حالت ماندگار و بهره K وجود دارد؟

بخش چهارم) نوسان‌ساز خطی

- سیستم $\frac{1}{s^2 + 1}$ را در نظر بگیرید. پاسخ سیستم به ورودی پله را محاسبه کنید. سیستم را با استفاده از ادوات الکتریکی پیاده‌سازی کنید و پاسخ سیستم به ورودی پله را بر روی اسیلوسکوپ مشاهده کنید. آیا پاسخ نظری و آزمایشگاهی متفاوت می‌باشد؟ توضیح دهید.