به نام خدا

دانشگاه تهران

پردیس دانشکده‌های فنی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

آزمایشگاه سیستم‌های کنترل خطی

پیش‌گزارش آزمایش شماره ۵

محیا شهشهانی -- شیرین جمشیدی

۸۱۰۱۹۹۵۹۸ -- ۸۱۰۱۹۹۵۷۰

گروه ۵

اردیبهشت ماه ۱۴۰۲

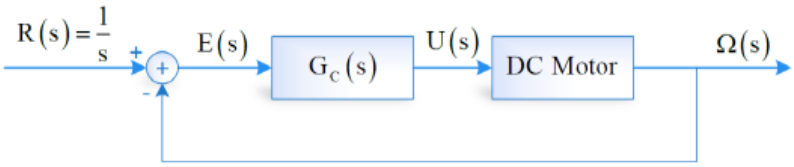
فهرست

عنوان	شماره صفحه
چکیده	۳
بخش ۱	۴
بخش ۲	۵
بخش ۳	۶
بخش ۴	۷
بخش ۵	۸
بخش ۶	۱۰
پیوست	۱۱
منابع	۱۲

چکیده

در این آزمایش هدف تنظیم سرعت موتور DC با استفاده از کنترل‌کننده‌های P، PI، PD، PID و پیش‌فاز و پس‌فاز میباشد. در آزمایش دوم با پیاده‌سازی مدارهای آنالوگ آشنا شدیم. در این آزمایش، برای پیادهسازی کنترل‌کننده‌ها باید مدارهای نسبتاً پیچیده‌تری را پیاده‌سازی کنیم.

بخش ۱) کنترل‌کننده تناسبی(K)



شکل ۱: سیستم حلقه بسته با کنترل‌کننده $G_c(s)$

که تابع تبدیل موتور DC، $G(s) = \frac{1.42}{1+1.65s}$ میباشد.

خطای تنظیم سرعت موتور = R(s)-Ω(s) ; While Ω(s) = R(s)H(s)

ابتدا تابع تبدیل حلقه بسته را محاسبه میکنیم:

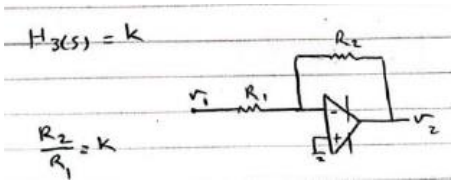
$$\text{Closed loop transfer function: } H(s)=\frac{k_c\frac{1.42}{1+1.65s}}{1+k_c\frac{1.42}{1+1.65s}} = \frac{1.42k_c}{1.65s+1+1.42k_c}$$

$$E(s)=R(s)-R(s)H(s)=R(s)(1-H(s))=\frac{1}{s}\left(1-\frac{1.42k_c}{1.65s+1+1.42k_c}\right)=\frac{1}{s}\left(\frac{1.65s+1}{1.65s+1+1.42k_c}\right)$$

$$E_{ss}=\lim_{s\to 0} sE(s) = s*\frac{1}{s}\left(\frac{1.65s+1}{1.65s+1+1.42k_c}\right)=\frac{1}{1+1.42k_c}$$

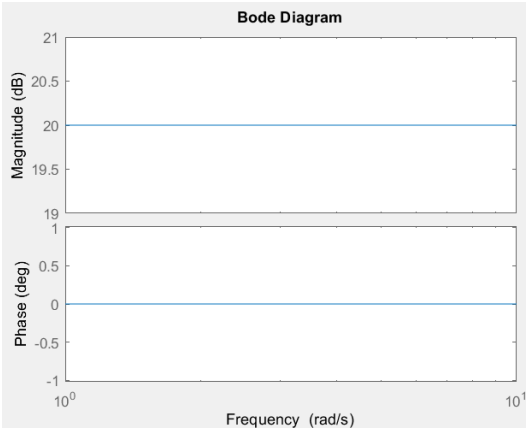
همانطور که میبینیم این خطا رابطه‌ی عکس با بهره سیستم دارد و هرچه ثابت k_c بزرگتر شود، مقدار خطا کمتر میشود. این کنترلر خطای حالت ماندگار و پایداری را بهبود میبخشد.

همانطور که پیش‌تر در پیش‌گزارش ۳ نوشته‌ایم، برای تحقق اکتیو کنترلر تناسبی، خواهیم داشت:



شکل ۱-۲

به ازای k_c=10، نمودار بود کنترلر خواهد شد:



نمودار ۱-۱

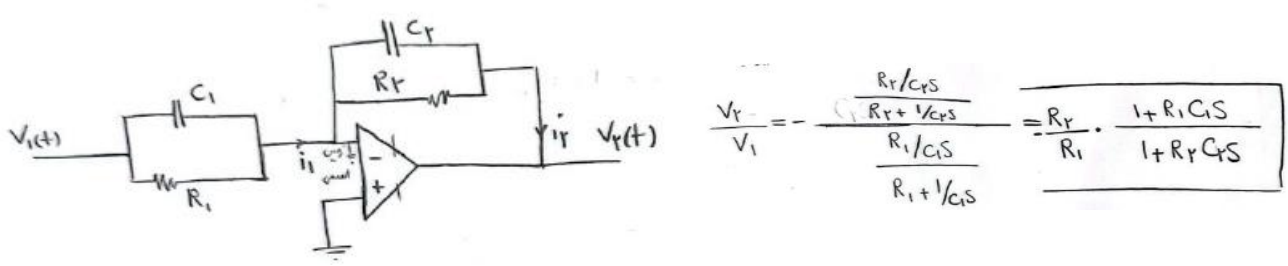
بخش ۲) کنترل‌کننده تناسبی-مشتق‌گیر(PD)

با جایگزین کردن $k_P + k_D s$ به جای k_c در بخش قبل، برای خطای تنظیم سرعت موتور خواهیم داشت:

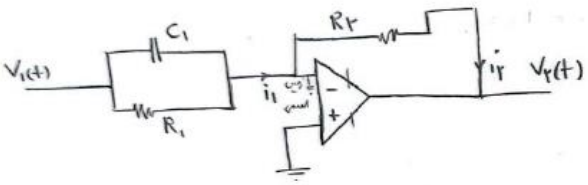
$$E_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = s * \frac{1}{s}\left(\frac{1.65s+1}{1.65s+1+1.42(k_P+k_D s)}\right) = \frac{1}{1+1.42k_P}$$

مانند بخش قبل، این خطا رابطه‌ی عکس با بهره سیستم دارد و هرچه ثابت k_P بزرگتر شود، مقدار خطا کمتر میشود. اما بهره‌ی k_D، بر خطای حالت دائم تاثیری ندارد. با استفاده از PD سیستم سریعتر میشود. البته دمپینگ افزایش پیدا میکند.

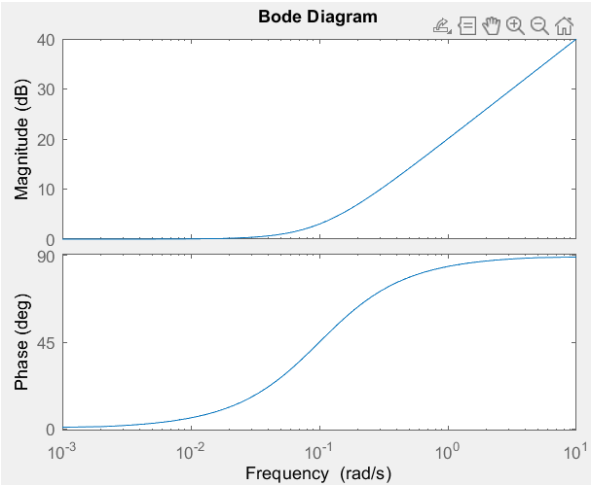
طبق چیزی که در پیش‌گزارش ۳ اثبات کردیم:



کافیست برای تحقق اکتیو کنترل‌کننده PD، مقدار خازن C_2 را صفر قرار دهیم. انگاه $k_P = \frac{R_2}{R_1}$ و $k_D = R_2C_1$:



به ازای $k_P=10$ و $k_D=1$، نمودار بود کنترلر خواهد شد:



نمودار ۲-۱

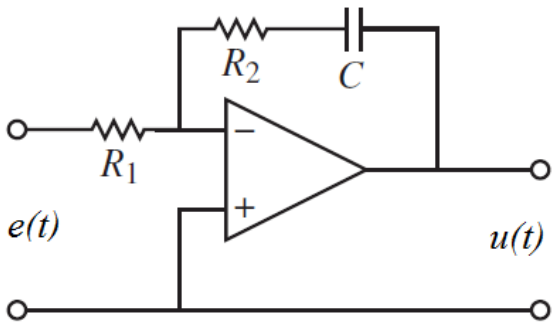
بخش ۳) کنترل‌کننده تناسبی-انتگرال‌گیر(PI)

با جایگزین کردن $k_P + \frac{k_I}{s}$ به جای k_c در بخش ۱، برای خطای تنظیم سرعت موتور خواهیم داشت:

$$E_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = s * \frac{1}{s}\left(\frac{1.65s + 1}{1.65s + 1 + 1.42(k_P + \frac{k_I}{s})}\right) = 0$$

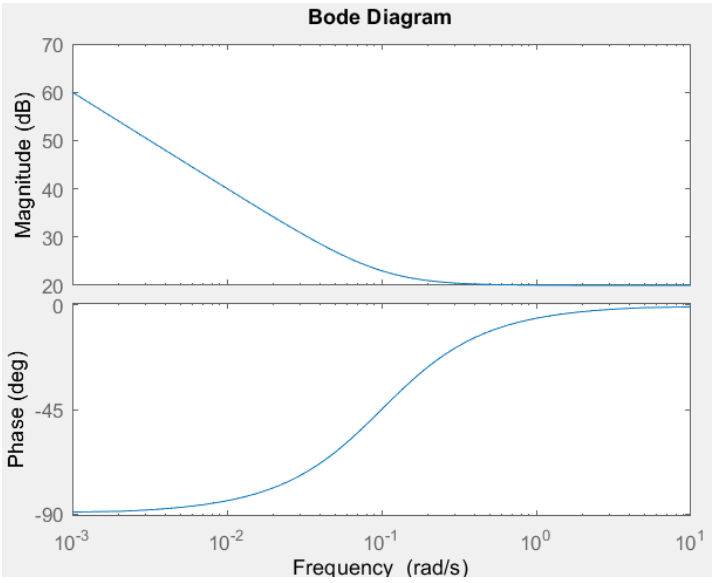
کنترل کننده مرتبه ۱ می باشد و ورودی پله می باشد و خطای حالت ماندگار همواره صفر میباشد. پس پارامترهای بهره تناسبی کنترل‌کننده و ثابت زمانی مشتق‌گیر، تاثیری در خطای حالت ماندگار سیستم نخواهند داشت.(مگر اینکه $k_I = 0$ و انگاه کنترلر همان کنترلر بخش ۱ خواهد شد.) به طور کلی کنترل کننده تناسبی انتگرال گیر (PI)خطای حالت ماندگار را کاهش می دهد. (و البته تعقیب بهتر داریم) پایداری سیستم کمتر است.

تحقق اکتیو کنترلر PI:



شکل ۳-۱

به ازای $k_P=10$ و $k_I=1$، نمودار بود کنترلر خواهد شد:



نمودار ۳-۱

بخش ۴) کنترل‌کننده تناسبی-انتگرال‌گیر-مشتق‌گیر(PID)

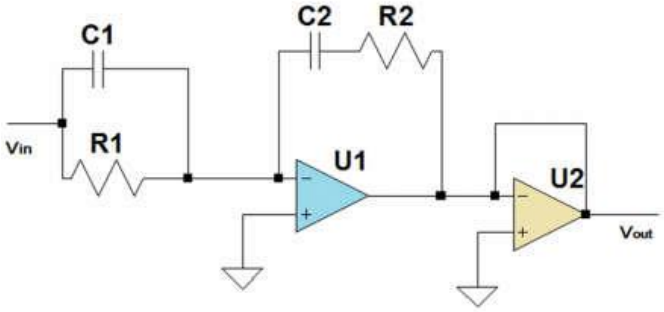
با جایگزین کردن $k_P + \frac{k_I}{s} + k_D s$ به جای k_c در بخش ۱، برای خطای تنظیم سرعت موتور خواهیم داشت:

$$E_{ss} = \lim_{s\to 0} sE(s) = s * \frac{1}{s}\left(\frac{1.65s + 1}{1.65s + 1 + 1.42(k_P + \frac{k_I}{s} + k_D s)}\right) = 0$$

کنترل کننده مرتبه ۲ می باشد و خطای حالت ماندگار همواره صفر میباشد. پس پارامترهای بهره تناسبی کنترل‌کننده و ثابت زمانی انتگرال‌گیر و ثابت زمانی مشتق‌گیر، تاثیری در خطای حالت ماندگار سیستم نخواهند داشت.(مگر اینکه $k_I = 0$ و انگاه کنترلر همان کنترلر بخش ۲ خواهد شد.)

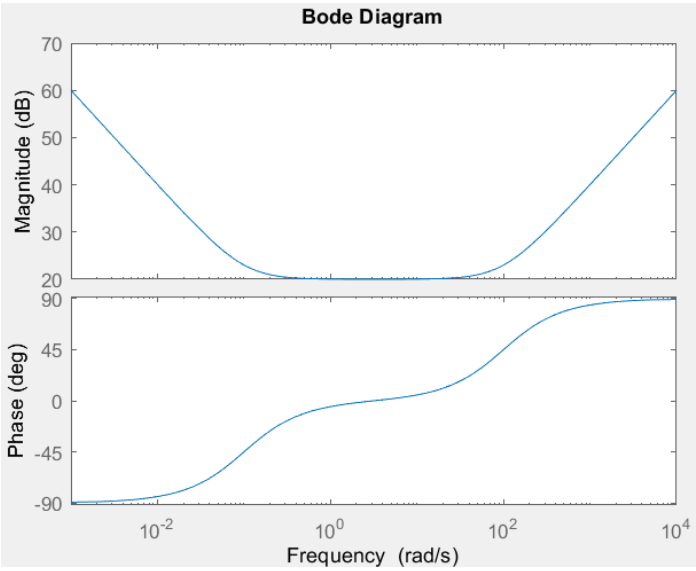
و البته در کل در این نوع کنترلر تعقیب بهتر رفتار فرکانس پایین سیستم و اصلاح خطا را اصلاح و کاهش Peak overshoot را داریم. Gain نیز پایدارتر خواهد بود.

تحقق اکتیو کنترلر PID:



شکل ۴-۱

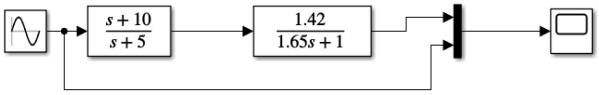
به ازای $k_P=10$ و $k_I=1$ و $k_D=0.1$ ، نمودار بود کنترلر خواهد شد:



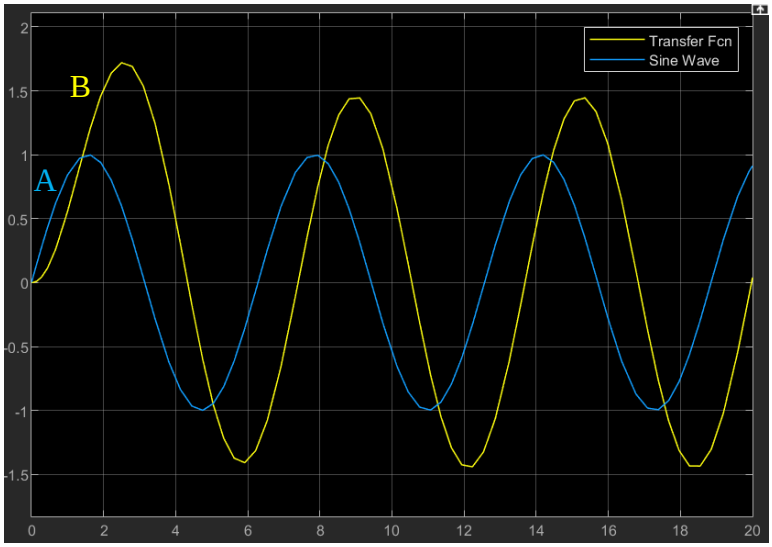
نمودار ۴-۱

بخش ۵) کنترل‌کننده پس‌فاز(lag)

- پس از بستن جبران کننده پس فاز برای این مدار، از مقایسه شکل موج‌های ورودی و خروجی به خوبی مشاهده میکنیم که شکل موج خروجی جلوتر از سینوس ورودی قرار دارد. یعنی میزان اکسترمم خروجی پس از یک تاخیر زمانی نسبت به ورودی رخ میدهد. پس فاز بودن به معنای اختلاف فاز و به تاخیر افتادن خروجی کاملا محقق شده است.



شکل ۵-۱



نمودار ۵-۱

Closed loop transfer function: $H(s)=\frac{G_c\frac{1.42}{1+1.65s}}{1+G_c\frac{1.42}{1+1.65s}}=\frac{1.42G_c}{1.65s+1+1.42G_c}$

$$H(s)=\frac{1.42\frac{s+10}{s+5}}{1.65s+1+1.42\frac{s+10}{s+5}}=\frac{1.42s+14.2}{1.65s^2+10.67s+19.2}$$

در کنترل کننده پس فاز |z| بزرگتر از |p| است. در نتیجه اختلاف فازی که در صورت و مخرج داریم منفی خواهد بود که همین منجر به ایجاد تاخیر و عملا پس‌فاز بودن می شود.

- در صورت استفاده از کنترل کننده پس فاز خطای تنظیم سرعت موتور به صورت زیر خواهد بود:

$$E(s)=R(s)-R(s)H(s)=R(s)(1-H(s))=\frac{1}{s}\left(1-\frac{1.42s+14.2}{1.65s^2+10.67s+19.2}\right)=$$
$$\frac{1}{s}\left(\frac{1.65s^2+9.25s+5}{1.65s^2+10.67s+19.2}\right)$$

$$E_{ss}=\lim_{s\to 0} sE(s)=s*\frac{1}{s}\left(\frac{1.65s+1}{1.65s+1+1.42\frac{s+z}{s+p}}\right)=\frac{1}{1+1.42\frac{s+z}{s+p}}=\frac{p}{p+1.42z}$$

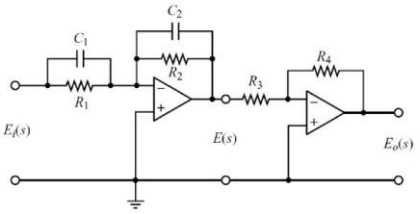
اگر صفر از قطب دورتر باشد، خطای ماندگار سیستم کمتر خواهد بود. در این کنترلر نسبت $\frac{z}{p}$ همواره بزرگتر از یک است پس هرچه نسبت محل صفر به محل قطب را بیشتر کنیم مخرج کسر بزرگتر شده خطای ماندگار کمتری خواهیم داشت.

- تحقق اکتیو برای کنترل کننده پس‌فاز:

Electronic Lag Compensator

- The configuration of the electronic lag compensator using operational amplifiers is the same as that for the lead compensator shown in following figure.

$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)}=\frac{R_4C_1}{R_3C_2}\frac{s+\frac{1}{R_1C_1}}{s+\frac{1}{R_2C_2}}$$

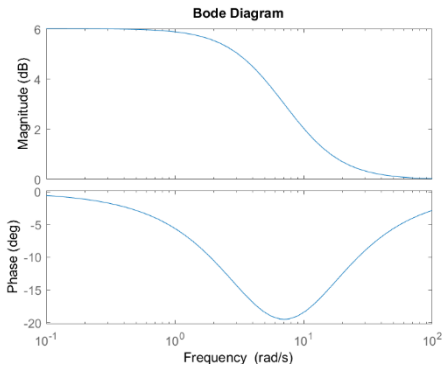


شکل ۵-۲

$T=R_1C_1$ $\quad\beta T=R_2C_2$ $\quad K_c=\frac{R_4C_1}{R_3C_2}$ $\quad R_2C_2>R_1C_1$

11

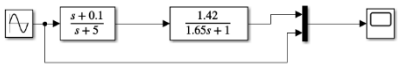
- نمودار بد:



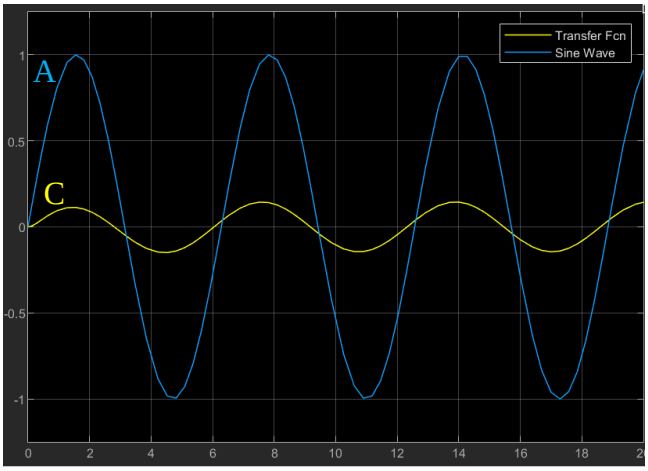
نمودار ۵-۲

بخش ۶) کنترل‌کننده پیش‌فاز(lead)

- پس از بستن مدار مشاهده میکنیم که شکل موج خروجی با اختلاف فازی از ورودی عقب می‌افتد.



شکل ۶-۱



نمودار ۶-۱

در واقع اسم lead و lag یا همان پیش‌فاز و پس‌فاز از همین‌جا می آید.

C lags A. B leads A.

Closed loop transfer function: $H(s)=\frac{G_c\frac{1.42}{1+1.65s}}{1+G_c\frac{1.42}{1+1.65s}}=\frac{1.42G_c}{1.65s+1+1.42G_c}$

$$H(s)=\frac{1.42\frac{s+0.1}{s+5}}{1.65s+1+1.42\frac{s+0.1}{s+5}}=\frac{1.42s+0.142}{1.65s^2+10.67s+5.142}$$

- در صورت استفاده از کنترل کننده پیش فاز خطای تنظیم سرعت موتور به صورت زیر خواهد بود:

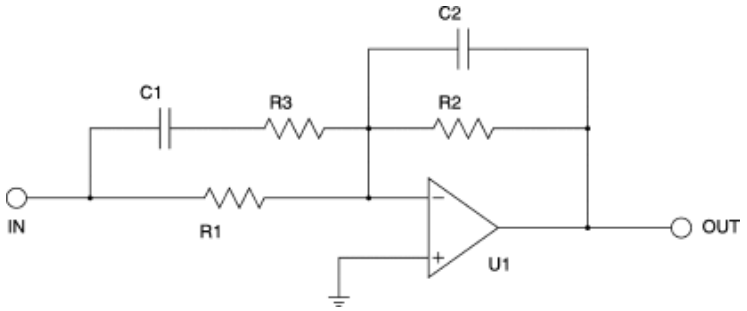
$$E(s)=R(s)-R(s)H(s)=R(s)(1-H(s))=\frac{1}{s}\left(1-\frac{1.42s+0.142}{1.65s^2+10.67s+5.142}\right)=\frac{1}{s}\left(\frac{1.65s^2+9.25s+5}{1.65s^2+10.67s+5.142}\right)$$

$$E_{ss}=\lim_{s\to 0}sE(s)=s*\frac{1}{s}\left(\frac{1.65s+1}{1.65s+1+1.42\frac{s+z}{s+p}}\right)=\frac{1}{1+1.42\frac{s+z}{s+p}}=\frac{p}{p+1.42z}$$

فرم تابع تبدیل برای پیش فاز و پس فاز یکی است تنها نسبت اندازه قطب به صفر متفاوت است. در پیش فاز |p| بزرگتر از |z| است.

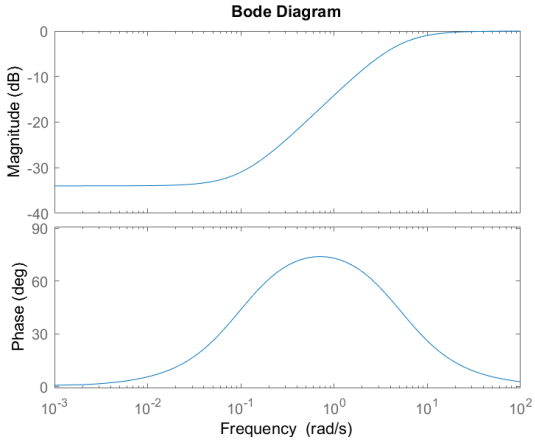
$$\frac{p}{p+1.42z}=\frac{1}{1+\frac{z}{p}1.42}$$

هرچه مخرج بزرگتر باشد، میزان خطا کمتر خواهد شد. در حالت پیش فاز اندازه محل صفر کوچکتر از محل قطب است. نسبت $\frac{z}{p}$ همواره کوچکتر از یک است. کمینه خطا زمانی رخ میدهد که اندازه محل صفر و اندازه محل قطب به صورت حدی با یکدیگر برابر باشند.

- 

شکل ۶-۲

- نمودار بد:



نمودار ۶-۲

روند اجرای برنامه

- نمودارهای بد هر بخش با نام Part x.m در پیوست موجود است.
- برای بخش پس‌فاز و پیش‌فاز به ترتیب فایل‌های سیمولینک part5_a.slx و part6_a.slx که جهت دیدن شکل موج به ازای ورودی سینوسی استفاده شد، پیوست شده اند.

منابع

۱.

https://www.researchgate.net/figure/Schematic-diagram-for-PI-controller-using-operational-amplifier_fig2_338104251

۲.

https://www.researchgate.net/figure/Figure-1-op-amp-circuit-for-PID-control_fig1_325756599

۳.

https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/lag-compensation

۴.

https://slideplayer.com/slide/14685062/