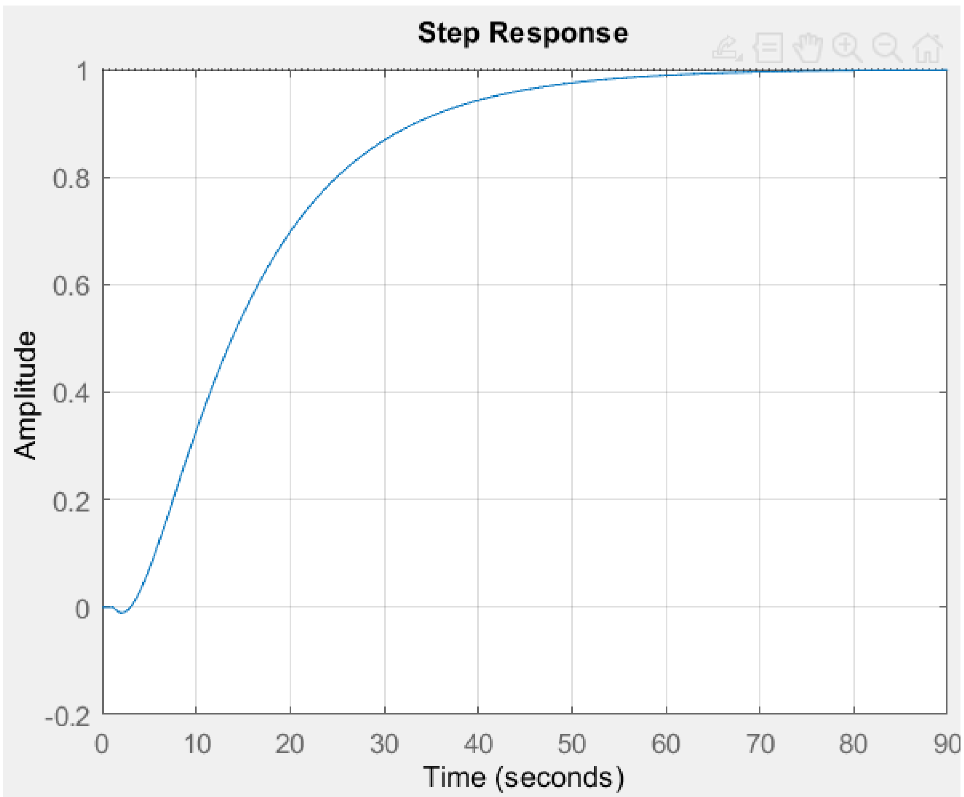
شیرین جمشیدی ۸۱۰۱۹۹۵۷۰	**کنترل صنعتی** Hw3	استاد: دکتر نیری تاریخ تحویل: ۱۴۰۲/۰۹/۲۴

.۵

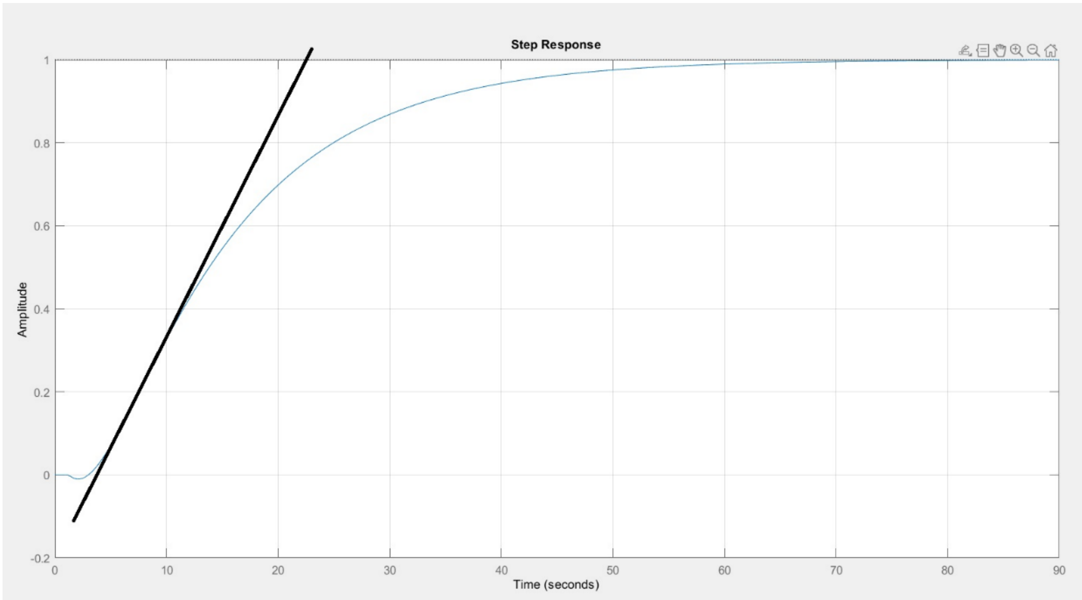
الف)

پاسخ پله‌ی تابع داده شده:



ب)

- معیار خط بیشینه شیب:

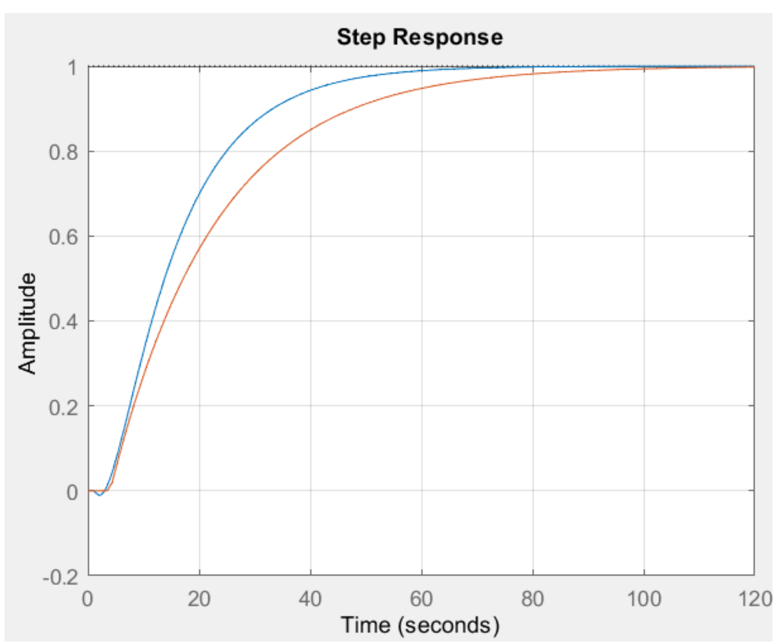


با ترسیم خط بیشینه شیب، شکل بالا را خواهیم داشت. طول از مبدا این خط زمان تاخیر(z_d) و زمان تقاطع این خط با مقدار حالت ماندگار، ثابت زمانی+زمان تاخیر($z_d + z$) را به ما میدهد. از روی نمودار میتوانیم بخوانیم که زمان تاخیر حدود ۴ ثانیه و $z_d + z = 23$ ثانیه میباشد. خواهیم داشت: $z_d = 4, z = 19$

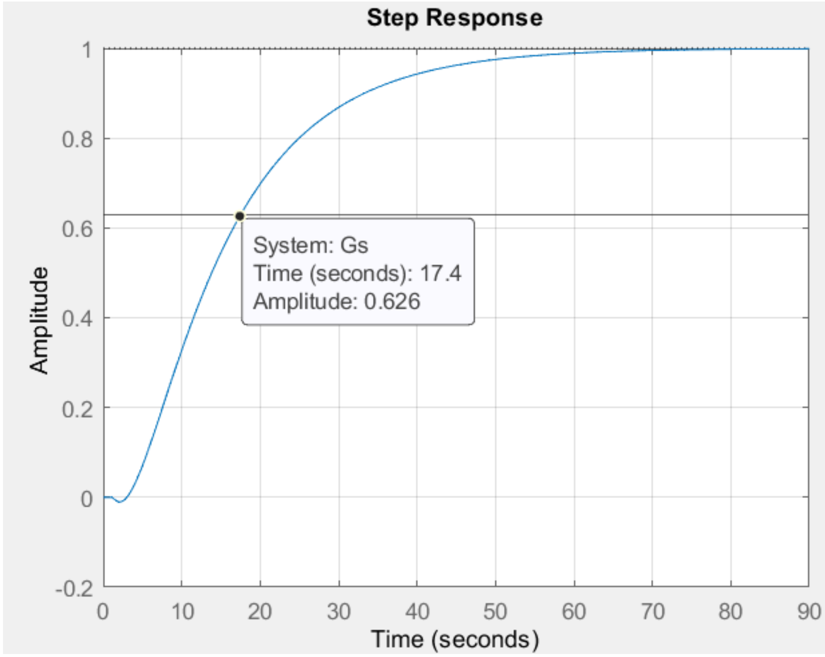
بهره‌ی نمودار نیز از مقدار حالت ماندگار تقسیم بر دامنه‌ی تابع پله بدست می‌اید که در اینجا دامنه ۱ و مقدار حالت ماندگار نیز ۱ میباشد پس k=1 خواهد شد. پس تابع تبدیلمان خواهد شد:

$$G1(s) = \frac{1}{19s + 1} e^{-4s}$$

با ترسیم پاسخ پله‌ی تابع تبدیل بالا میبینیم که تطابق بنسبت خوبی با پاسخ پله تابع تبدیل اصلی دارد:



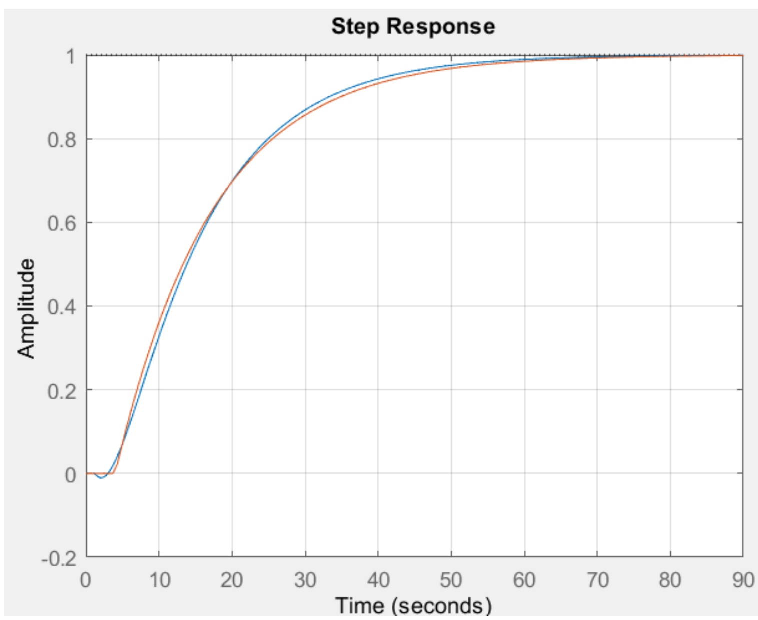
- معیار تک نقطه(۰.۶۳)



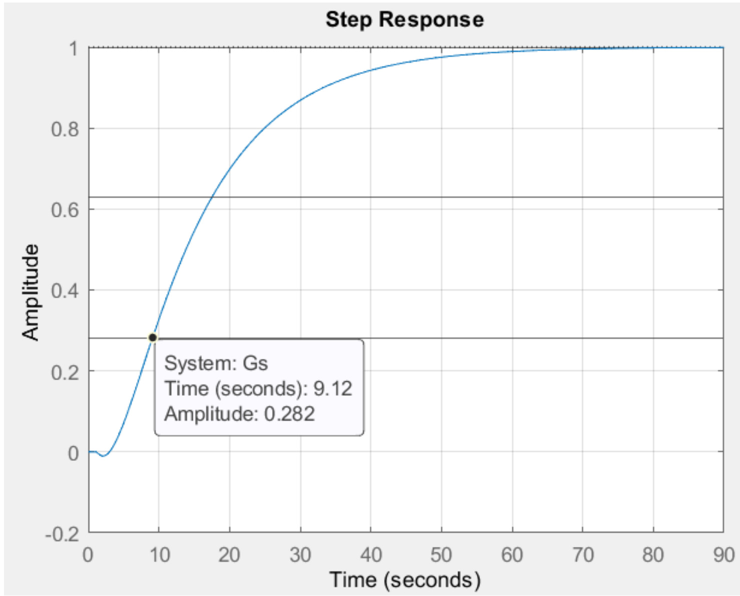
از این روش به $z_d + z = 17.4$ خواهیم رسید. با کم کردن زمان تاخیر، z=13.4 خواهد شد. خواهیم داشت:

$$G2(s) = \frac{1}{13.4s + 1} e^{-4s}$$

با ترسیم پاسخ پله‌ی تابع تبدیل میبینیم که تطابق بسیار بهتری نسبت به روش قبل با پاسخ پله تابع تبدیل اصلی دارد:

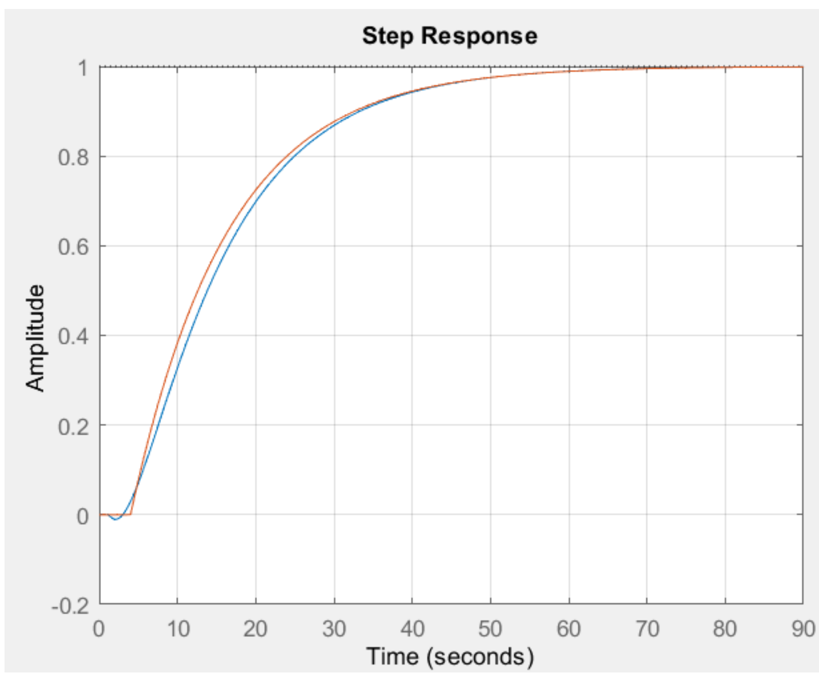


- معیار دو نقطه(۰.۲۸ و ۰.۶۳)

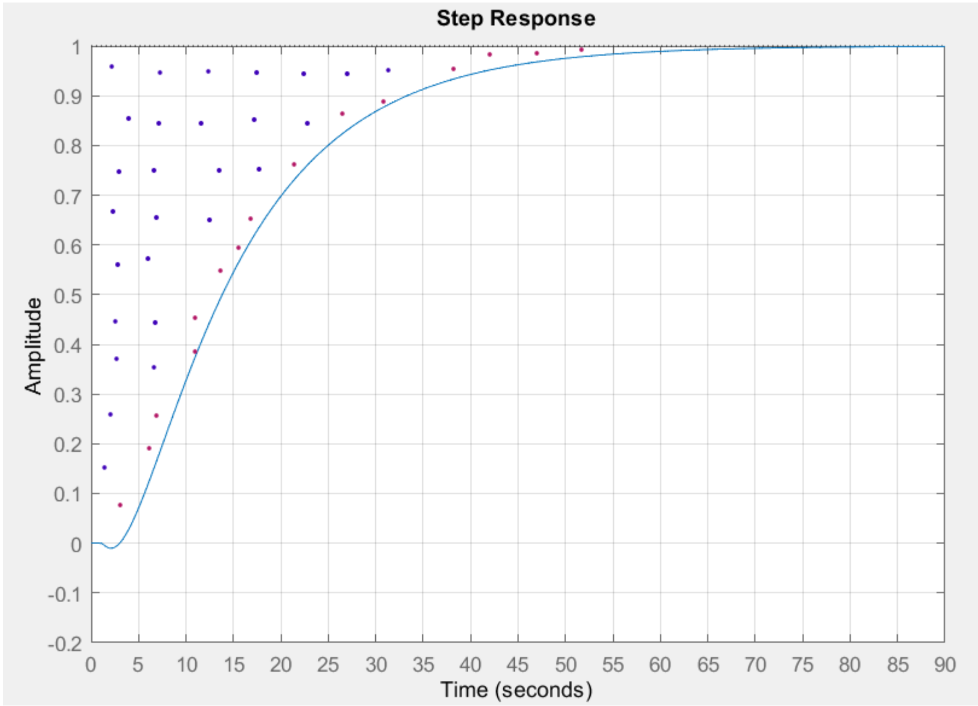


با استفاده از فرمول $z = 1.5(t_{0.68} - t_{0.28})$ خواهیم داشت $z = 1.5(17.4 - 9.12) = 12.42$ داریم:

$$G3(s) = \frac{1}{12.42s + 1} e^{-4s}$$

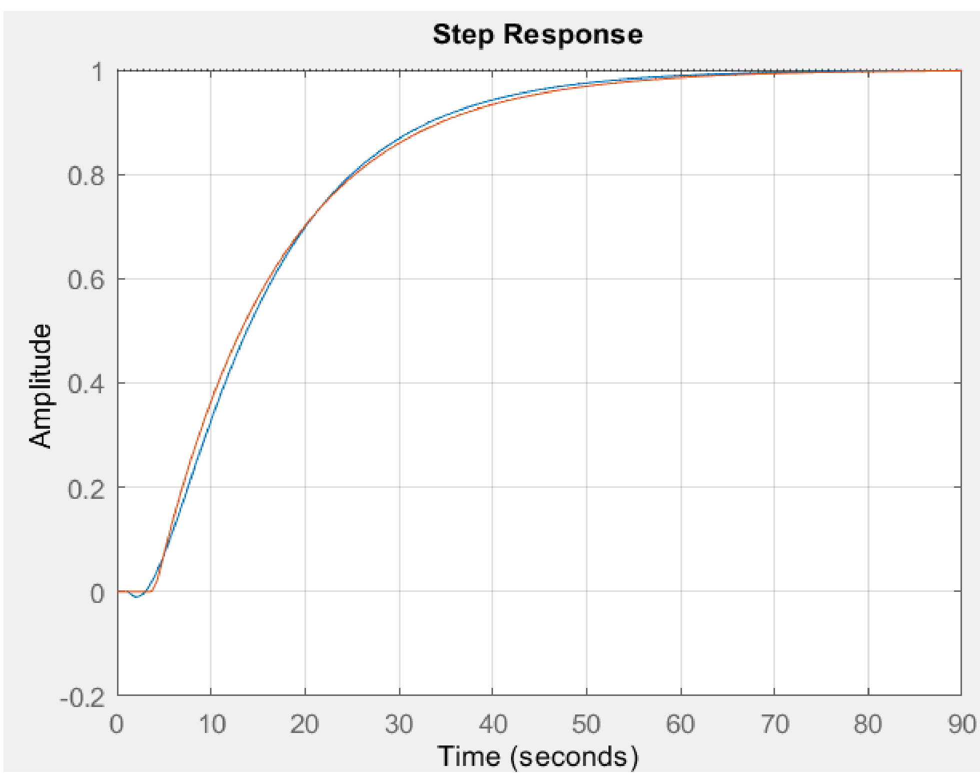


- معیار زمان متوسط سکون



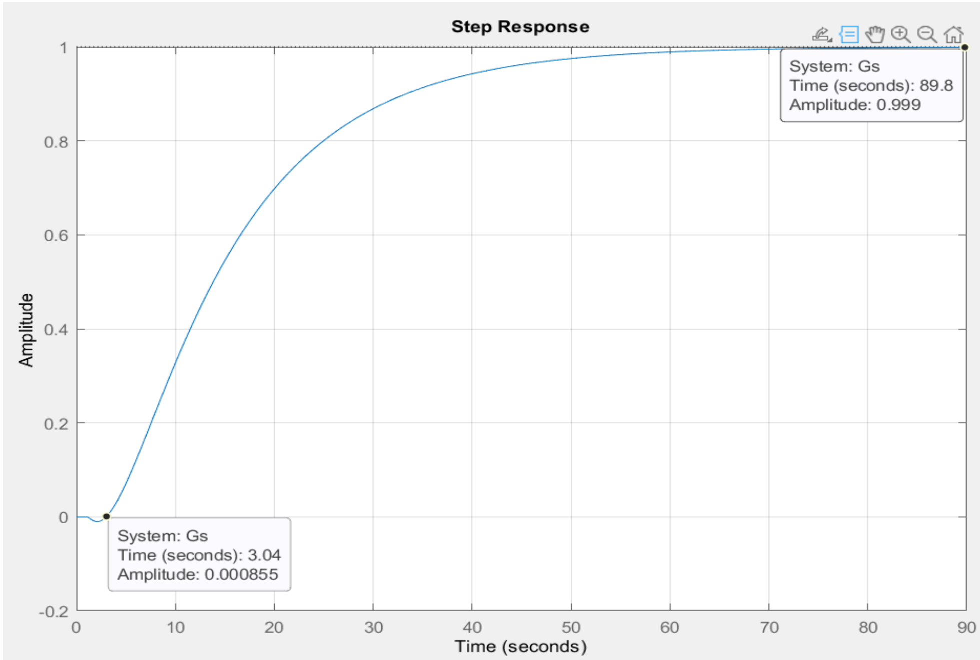
در این شکل ۲۷ واحد کامل و ۱۵ واحد ناقص دیده میشود و مساحت هر واحد ۰.۵ میباشد. پس مساحت کل مربع‌های بالای نمودار ۱۷.۲۵ میباشد. داریم: $T_{ar} = z + z_d = 17.25$ به این ترتیب z=13.25 خواهد شد.

$$G4(s) = \frac{1}{13.25s + 1} e^{-4s}$$



ج)

- مدل فوق میرا



زمان ترک پاسخ از $y_0(t_x)$، ۳.۰۴ ثانیه و زمان رسیدن پاسخ به حالت ماندگارش(t_m)، ۷۰ ثانیه میباشد.

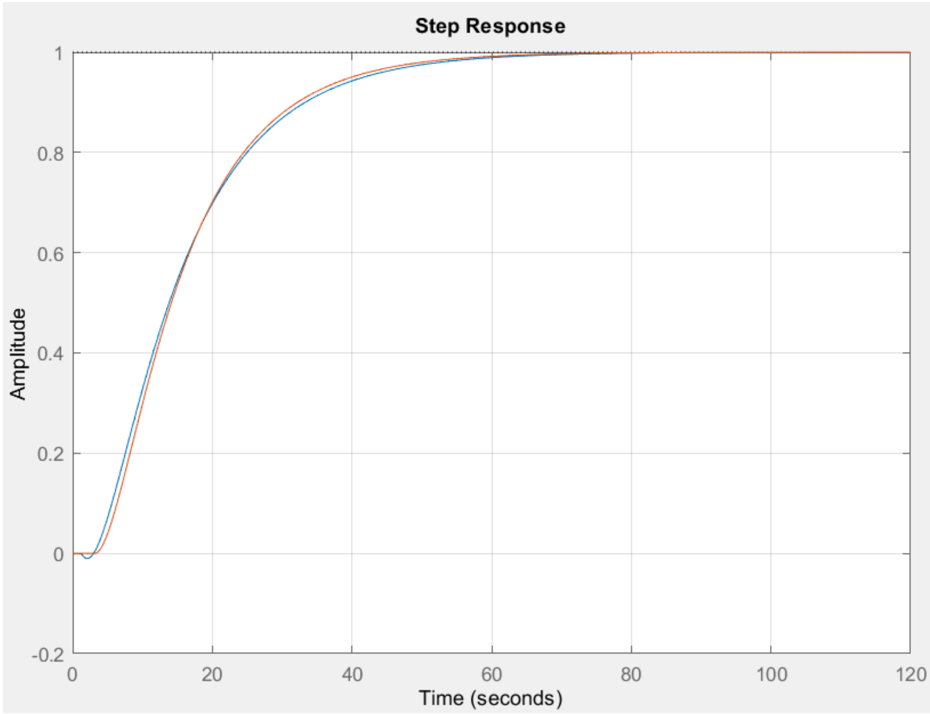
$$k_s = \frac{k}{t_m - t_x}, \lambda = \frac{k_s}{k} \times (t_m - T_{ar}), \eta = \frac{z_1}{z_2}, \lambda = \frac{\ln(\eta)}{\eta - 1} e^{\left(\frac{\ln \eta}{\eta - 1}\right)}, \frac{k_s}{k} = \frac{\eta^{\frac{1}{1-\eta}}}{z_2},$$

با جایگذاری مقادیر متوسط زمان سکون، بهره، زمان ترک و رسیدن در روابط فوق خواهیم داشت:

$$k_s = 0.015, \lambda = 0.79, \eta \approx 0.27, z_2 = 11.09, z_1 = 2.99$$

زمان تاخیر را از رابطه $T_{ar} = z_1 + z_2 + z_d$، ۳.۱۷ ثانیه بدست می‌آید. تابع تبدیل را با استفاده از فرم تابع تبدیل فوق میرا و ثوابت زمانی بدست آمده، به این شکل مینویسیم:

$$G5(s) = \frac{1}{(11.09s + 1)(2.99s + 1)} e^{-3.17s}$$

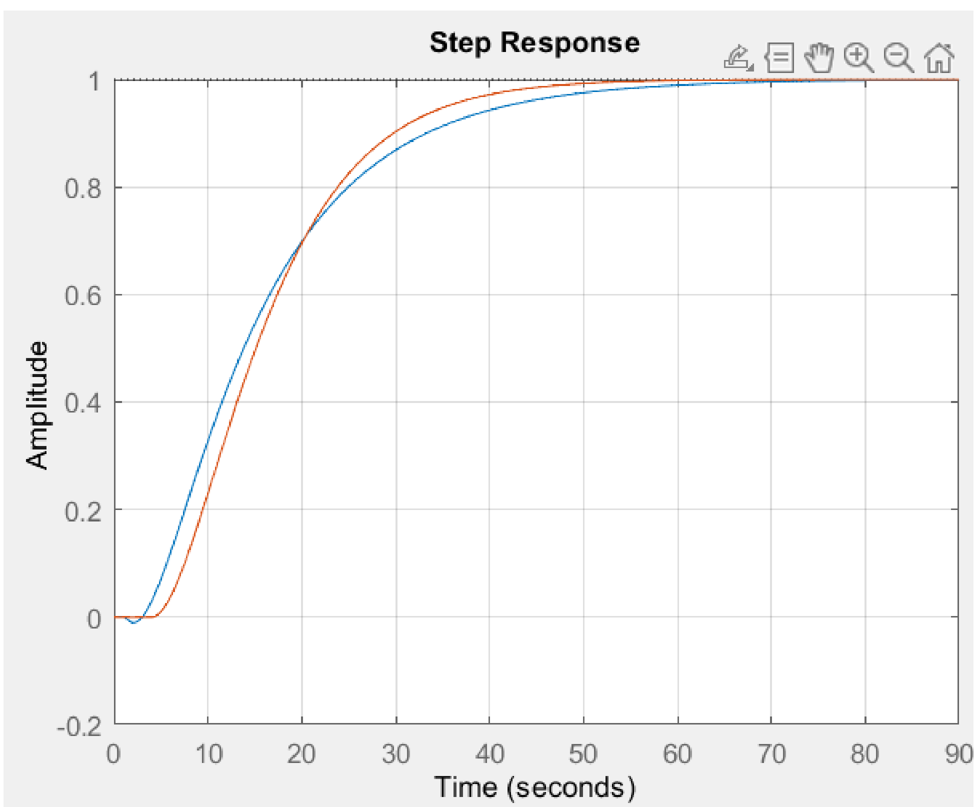


مشهود است که مدل فیت شده بسیار با پاسخ پله‌ی اصلی‌مان تطابق دارد.

- مدل میرای بحرانی

با استفاده از رابطه‌ی $T_{ar} = 2z + z_d$ و دانستن اینکه $T_{ar} = 17.25, z_d = 4$، ثابت زمانی ۶.۶۲۵ خواهد شد.

$$G6(s) = \frac{1}{(6.625s + 1)^2} e^{-4s}$$



د) در قسمت‌های قبل، پلات‌های مدنظر در هر بخش ترسیم شد. برای محاسبه MSE، از دستور immse استفاده میکنیم:

```
disp(['Mean Squared Error of G1: ', num2str(mse1)]);
```

```
Mean Squared Error of G1: 8279.7338
```

```
disp(['Mean Squared Error of G2: ', num2str(mse2)]);
```

```
Mean Squared Error of G2: 8271.4596
```

```
disp(['Mean Squared Error of G3: ', num2str(mse3)]);
```

```
Mean Squared Error of G3: 8269.3829
```

```
disp(['Mean Squared Error of G4: ', num2str(mse4)]);
```

```
Mean Squared Error of G4: 8271.1582
```

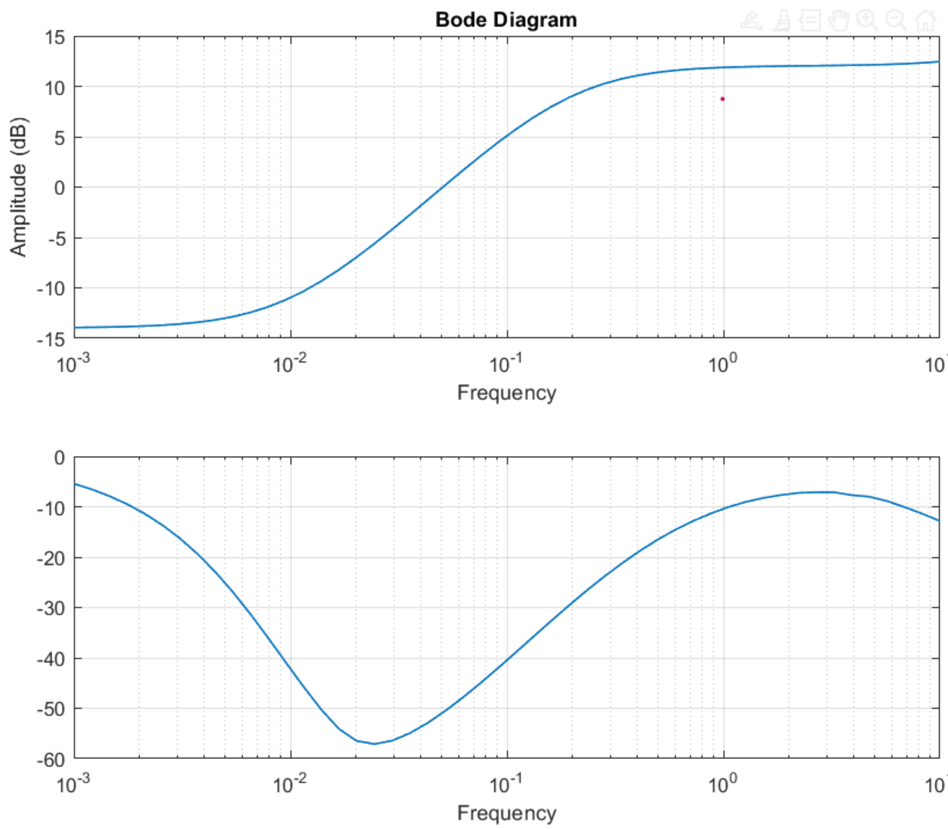
```
disp(['Mean Squared Error of G5: ', num2str(mse5)]);
```

```
Mean Squared Error of G5: 8279.1747
```

```
disp(['Mean Squared Error of G6: ', num2str(mse6)]);
```

```
Mean Squared Error of G6: 8286.699
```

۴.



با ترسیم نمودار بود متوجه میشویم که تابع دارای بهره‌ی کوچک‌تر از یک میباشد چراکه دامنه منفی میباشد.

$$-14 = 20\log(k) \rightarrow k \approx 0.2$$

همچنین با توجه به شیب صعودی دامنه میدانیم یک صفر و پس از آن یک قطب داریم چراکه در انتها شیب صفر شده است. محل صفر و قطب، یک دهه قبل از دره و قله‌ی نمودار فاز میباشد. پس صفر در فرکانس حدود ۰.۰۰۶ و قطب در فرکانس حدود ۰.۲ میباشد. پس تابع تبدیل خواهد شد:

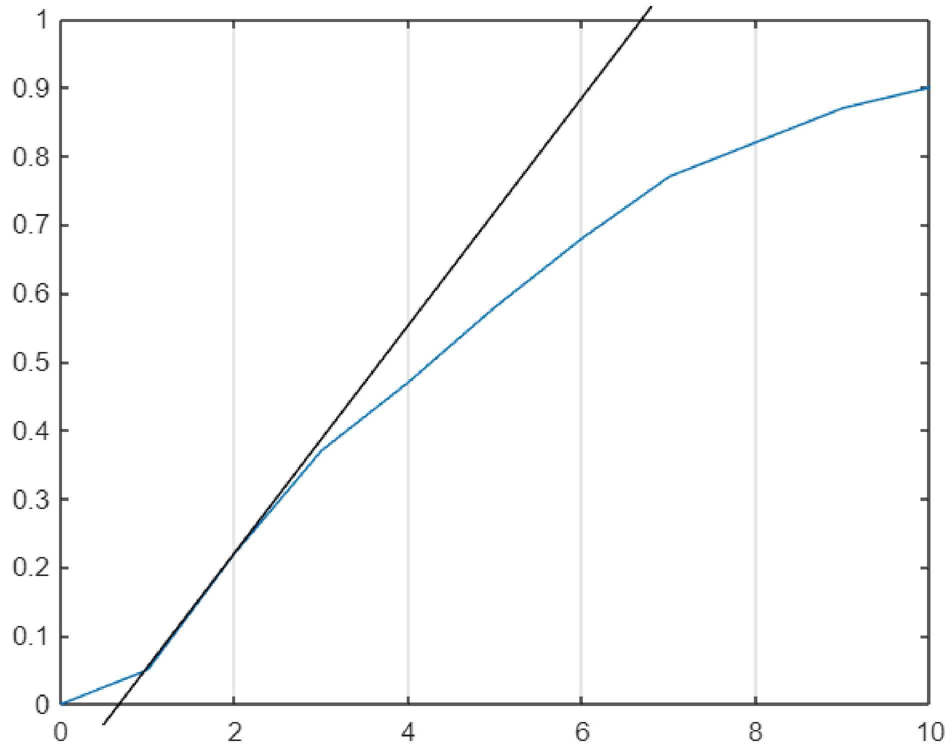
$$G(s) = \frac{0.2(\frac{s}{0.006}+1)}{\frac{s}{0.2}+1}$$

.۶

الف)

- معیار بیشینه شیب

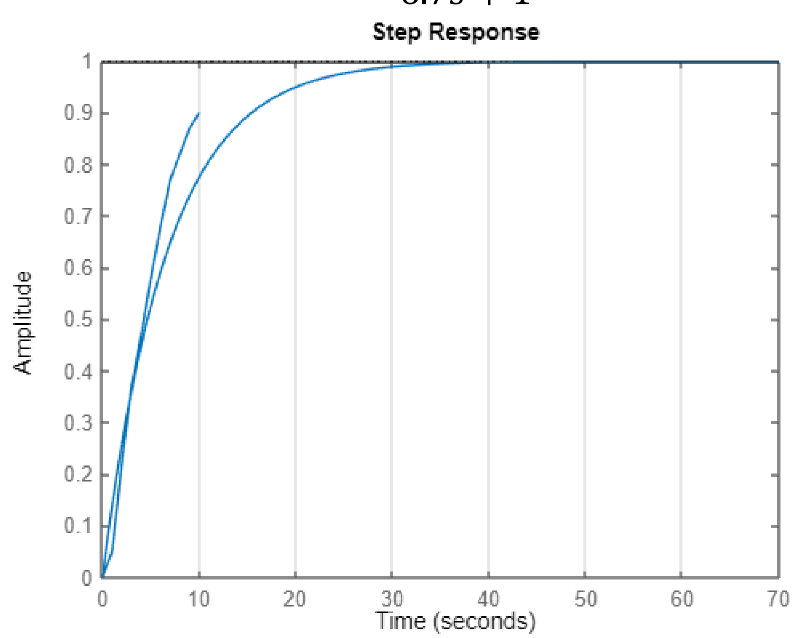
با ترسیم نقاط داده شده داریم و ترسیم خط بیشینه شیب داریم:



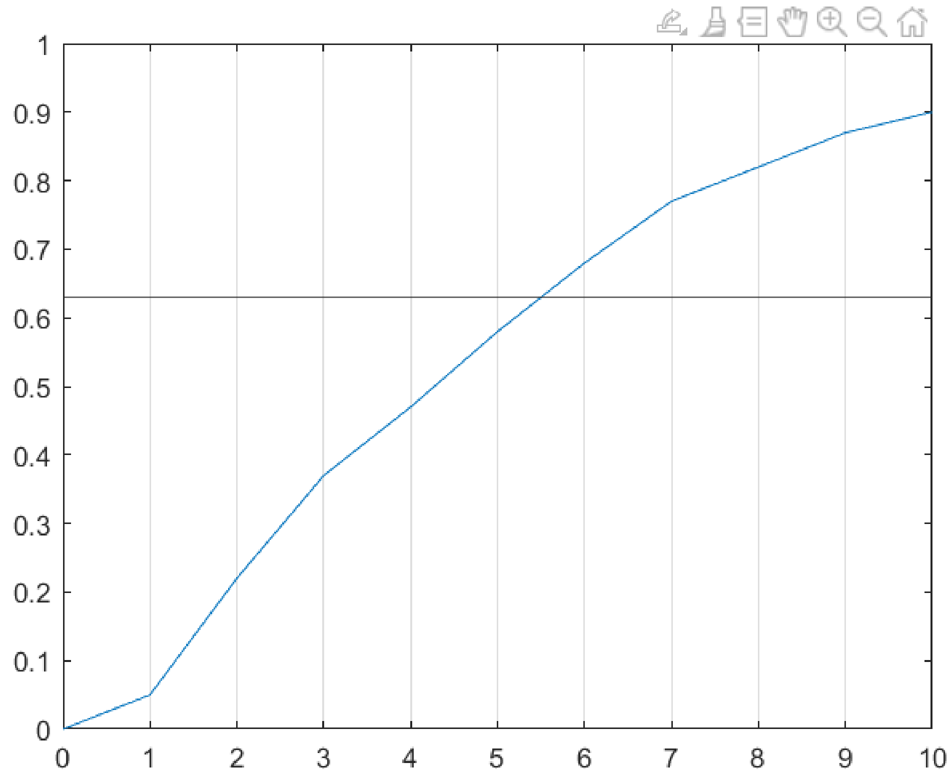
از انجایی که نقاط پس از زمان ۱۰ ثانیه را نداریم، باید مقدار حالت ماندگار را فرض کنیم. در این مسئله یک فرض معقول، حالت ماندگار ۱ میباشد. در این صورت بهره‌ی تابع تبدیلمان ۱ خواهد شد. مدل بدون تاخیر میباشد پس ثابت زمانی، ۶.۷ ثانیه میباشد.

پس خواهیم داشت:

$$G(s) = \frac{1}{6.7s + 1}$$

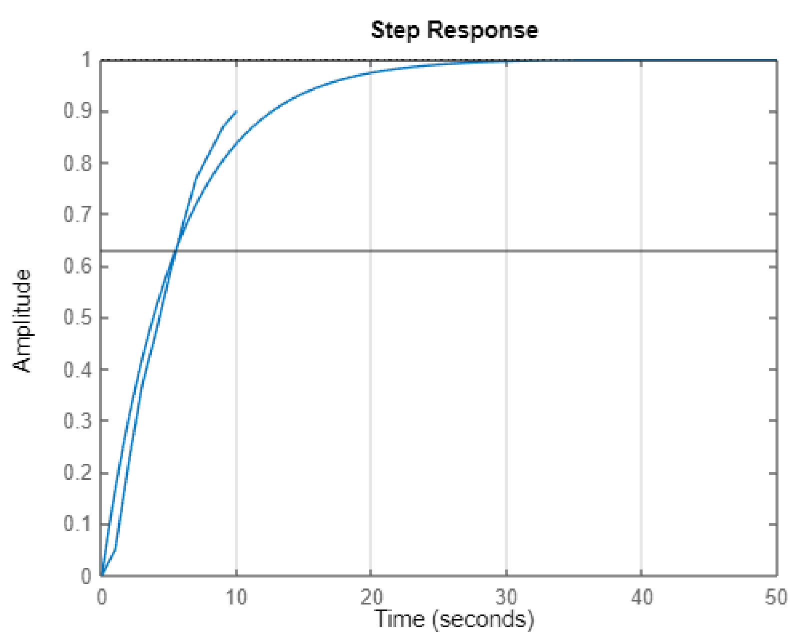


- معیار تک نقطه

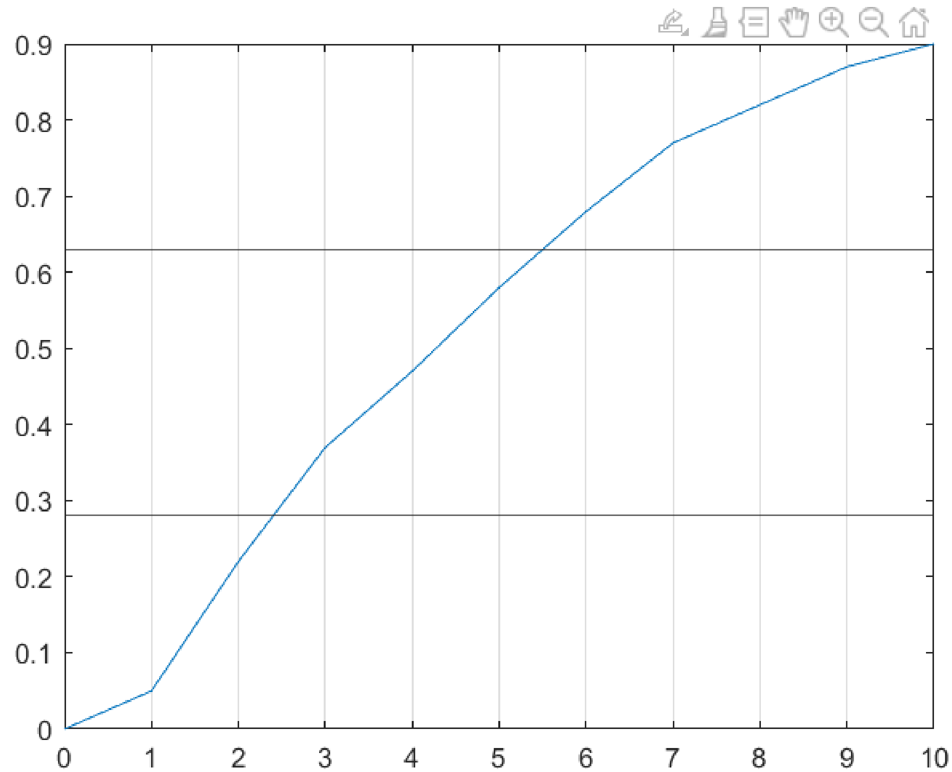


با معیار تک نقطه، ثابت زمانی حدود ۵.۵ ثانیه بدست می‌آید.

$$G(s) = \frac{1}{5.5s + 1}$$

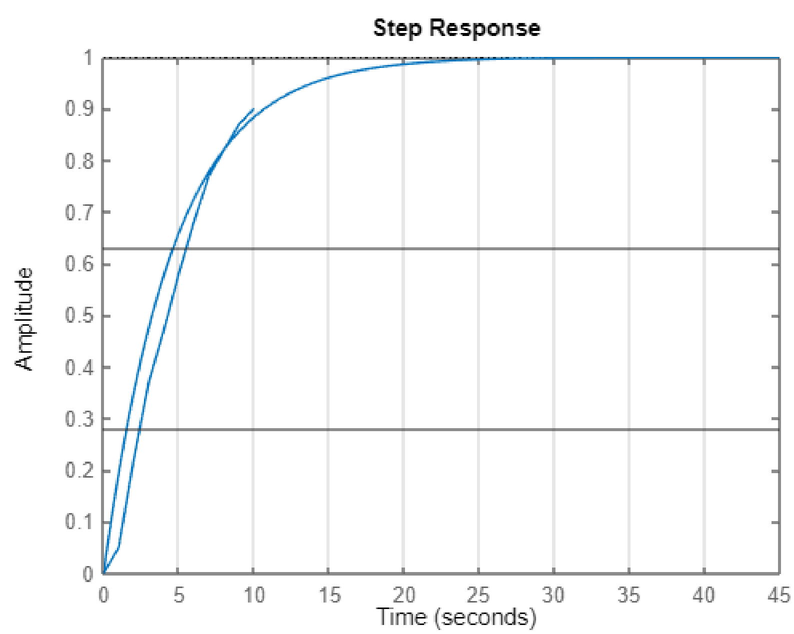


- معیار دو نقطه



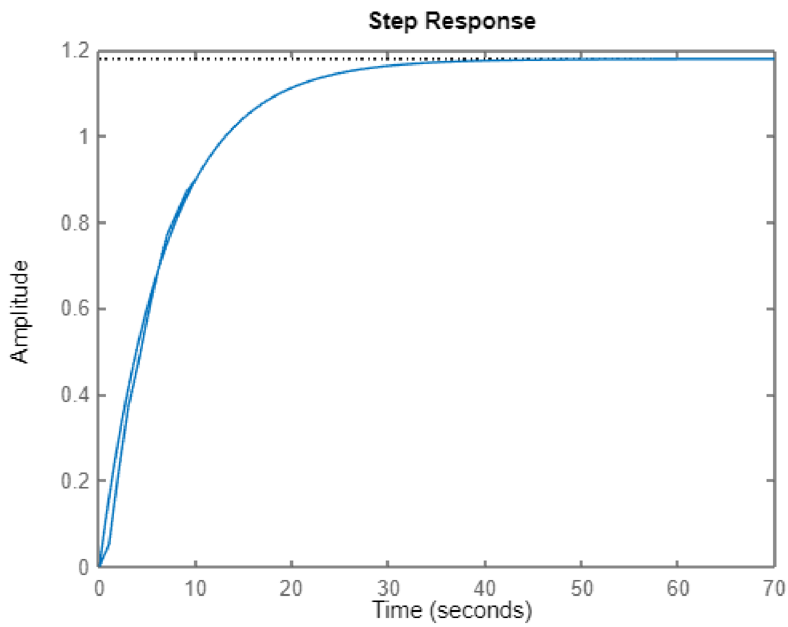
طبق این معیار، ثابت زمانی از رابطه $1.5(t_{0.63} - t_{0.28}) = 1.5(5.5 - 2.4)$ بدست می‌آید. که حدود ۴.۶۵ ثانیه خواهد شد.

$$G(s) = \frac{1}{4.65s + 1}$$



ب) تابع تبدیل بدست‌آمده از روش Least Square:

$$Gb(s) = \frac{1.179}{6.945s + 1}$$



ج)

با استفاده از دستور *immse* میانگین مجموع مربعات خطاها به ترتیب برای مدل های فیت شده خواهد شد:

```
mse1 = immse(y', y1)
mse1 = 0.0076
mse2 = immse(y', y2)
mse2 = 0.0036
mse3 = immse(y', y3)
mse3 = 0.0062
mseb = immse(y', yb)
mseb = 0.0021
```

میبینیم که مدل *LS* از سایر مدل های فیت شده دقیقتر و نزدیکتر به مدل اصلی میباشد. و دورترین مدل فیت شده به مدل اصلی، مدل روش بیشینه شیب میباشد.

hw 3 کنترل صنعتی

شیرین جمشیدی ۸۱۰۱۹۹۵۷۰

۱)

الف)

a) از روی شکل نمودار حدس می‌زنیم تابع تبدیل به شکل $\frac{k}{(\frac{s}{\omega_{01}}+1)(\frac{s}{\omega_{02}}+1)}$ باشد. چرا که به اندازه $40\frac{dB}{dec}$ و 180° افت کرده‌ایم که به این معناست که دو قطب داریم و چون هیچ جا صعودی / ثابت نیست نمودار، صفر نداریم.

$20\log|k| \simeq 34 \rightarrow \boxed{k \simeq 45}$

in $\omega_{01} \rightarrow$ phase $= -45^\circ \Rightarrow \omega_{01} = 5$

in $\omega_{02} \rightarrow$ phase $= -270^\circ \Rightarrow \omega_{02} = 100$

از آنجایی که عرض از مبدأ نمودار اندازه مثبت است، می‌فهمیم یک صفر هم داشته‌ایم که اثرش را از دست داده ← حذف صفر و قطب $\Rightarrow$ $\boxed{G_{(s)} = \frac{45(\frac{s}{5}+1)}{(\frac{s}{5}+1)^2(\frac{s}{100}+1)}}$

c) از آنجایی که از $-\infty$ با اندازه ∞ شروع به کاهش با شیب $-20\frac{dB}{dec}$ داریم، می‌فهمیم $\frac{1}{s}$ داریم. در نهایت نیز $-40\frac{dB}{dec}$ شیب افت داریم که با توجه به افت 90° ای نمودار فاز و یک قله و دو دره، می‌فهمیم یک صفر و دو قطب دیگر داریم.

از نمودار اندازه می‌توان ω_0 ها را پیدا کرد.

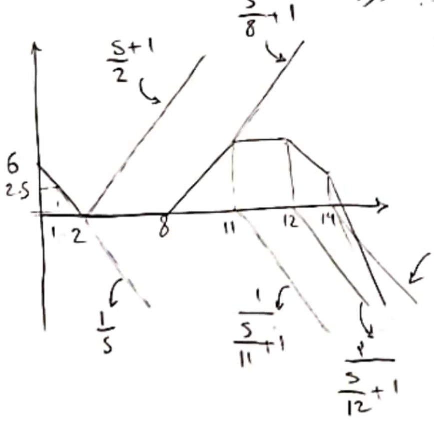
$$G_{(s)} = \frac{1}{s}\frac{(\frac{s}{\omega_{01}}+1)}{(\frac{s}{\omega_{02}}+1)(\frac{s}{\omega_{03}}+1)}$$

$\omega_{01} = 10,\ \omega_{02} = 1,\ \omega_{03} = 200 \rightarrow G_{(s)} = \frac{20s+200}{200s(s+1)(s+200)} = \boxed{\frac{s+10}{10s(s+1)(s+200)} = G_{(s)}}$

d) از آنجایی که نمودار اندازه این قسمت با نمودار اندازه‌ی قسمت a برابر است و تنها نمودار فاز آن فرق دارد، حدس می‌زنیم صفر نامینیمم فاز خواهیم داشت. ← اما با رسم $\frac{45(\frac{s}{5}-1)}{(\frac{s}{5}+1)^2(\frac{s}{100}+1)}$ خواهیم دید که شکل نمودار شبیه صورت سوال نخواهد شد. ← از آنجایی که در نمودار اندازه به اندازه $-40\frac{dB}{dec}$ شیب داریم (در انتها) و در نمودار فاز در زاویه صفر مانده‌ایم، منطقی‌ترین جواب این است که بگوییم تابع تبدیلی برای این شکل وجود ندارد.

(لااقل در گستره دانش کنونی ما.)

ب)



در حالت مینیمم فاز: $G_{(s)} = \frac{k}{s}\frac{(\frac{s}{2}+1)(\frac{s}{8}+1)}{(\frac{s}{11}+1)(\frac{s}{12}+1)(\frac{s}{14}+1)}$

$20\log|k| = 6 \rightarrow k = 10^{6/20} \rightarrow \boxed{k = 1.99}$

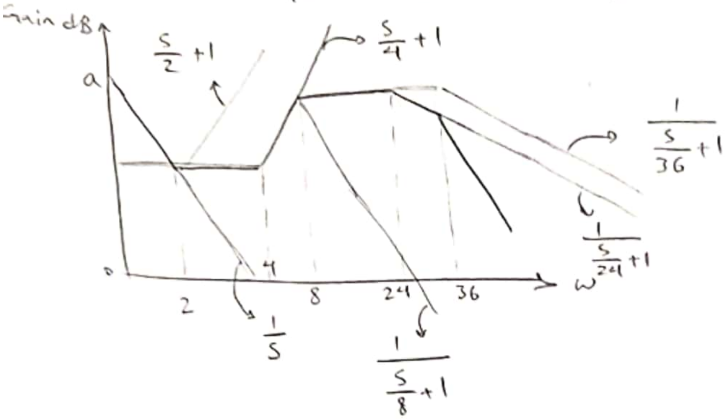
$$\Rightarrow \boxed{G_{(s)} = \frac{1.99}{s}\frac{(\frac{s}{2}+1)(\frac{s}{8}+1)}{(\frac{s}{11}+1)(\frac{s}{12}+1)(\frac{s}{14}+1)}}$$

در حالت نامینیمم فاز، نمودار اندازه همان می‌ماند ← تابع تبدیل در این حالت بسیار مشابه حالت مینیمم فاز است. تنها فرق، حضور صفر ناپایدار است. $\Leftarrow$ $\boxed{G_{(s)} = \frac{1.99}{s}\frac{(\frac{s}{2}-1)(\frac{s}{8}+1)}{(\frac{s}{11}+1)(\frac{s}{12}+1)(\frac{s}{14}+1)}}$

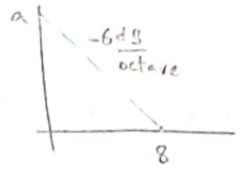
۲,

مانند تست ب سوال ۱ می توان حل کرد . هرجا که شکست داشته باشیم ، ضریب صفر یا قطبمان است .

اگر شیب مثبت داشته باشیم به اندازه ω در نقطه‌ی شکست ضریب صفر و اگر شیب منفی داشته باشیم ضریب قطب می باشد .



$\Rightarrow \boxed{a=\frac{1}{4}} , \boxed{b=\frac{1}{24}}$



$\Rightarrow \boxed{a=6}$

$6\log|k| = 6 \rightarrow \boxed{k=10}$

۳,

الف)

$$G(j\omega) = \frac{2}{j\omega(j\omega+1)(2j\omega+1)} \rightarrow |G(j\omega)| = \frac{2}{\omega\sqrt{\omega^2+1}\sqrt{4\omega^2+1}} , \measuredangle G(j\omega) = -90 - \tan^{-1}(\omega) - \tan^{-1}(2\omega)$$

$\omega = 0 : \measuredangle G(j\omega) = -90 , |G(j\omega)| = \infty$

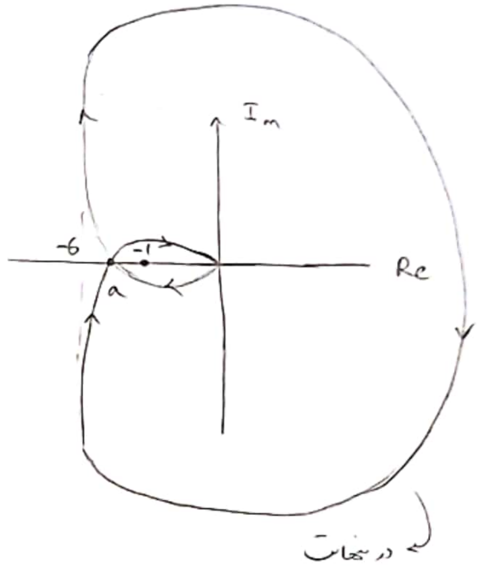
$\omega = \infty : \measuredangle G(j\omega) = -270 , |G(j\omega)| = 0$

$$G(j\omega) = \frac{1}{j\omega(j\omega+1)(j\omega+\frac{1}{2})} = \frac{-j(j\omega-1)(j\omega-1/2)}{\omega(\omega^2+1)(\omega^2+1/4)}$$

$$Re\{G(j\omega)\} = \frac{-3/2\,\omega}{\omega(\omega^2+1)(\omega^2+\frac{1}{4})} , Im\{G(j\omega)\} = \frac{\omega^2-1/2}{\omega(\omega^2+1)(\omega^2+1/4)}$$

$Re\{G(j\omega)\}_{\omega=0} = -\frac{3}{2}\times 4 = -6 \leftarrow$ مجانب

$Im\{G(j\omega)\}_a = 0 \Rightarrow \omega_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow Re\{G(j\omega_a)\} = \boxed{a = -\frac{4}{3}}$



$N_Z = N - N_P$: قطب ناپایدار نداریم $\Rightarrow N_P = 0$ ، نمودار در خلاف جهت ساعتگرد دور ۱- نزده است $\Rightarrow N = 0 \Rightarrow \boxed{N_Z = 0}$ پایدار ✓

ب)

$1 + GH = s^4 + 2s^3 + (k+1)s^2 + (k+1)s + k = 0$

$s = j\omega : \underbrace{\omega^4 - (k+1)\omega^2 + k-1}_{Re} + (\underbrace{-2\omega^3 + (k+1)\omega}_{Im})j = 0$

$\omega = 0 : Re\{GH\} = k-1 , Im\{GH\} = 0$

$\omega = \infty : Re\{GH\} = \infty , Im\{GH\} = -\infty$

$Im\{GH(j\omega_0)\} = 0 \rightarrow \omega_0 = 0 , \pm\sqrt{\frac{k+1}{2}}$

$Re\{GH(j\omega_0)\} = k-1 , -\frac{k^2+5-2k}{4}$

شرط پایداری:

$-\frac{k^2+5-2k}{4} \geq -1$

$\rightarrow -(k-1)^2 \geq 0$

$\Rightarrow \boxed{k=1}$