

سیستم های کنترل خطی
دکتر بنیامین

تمرین سری هم

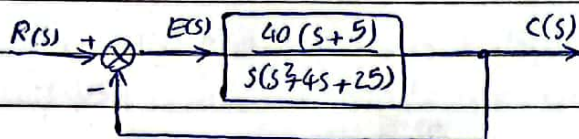
سید محمد محمدی حسینی بیگی

۸۱۰۱۹۹۴۰۱

سوال ۲ - سیستم در فرکانس های پایین ۲۰ dB/sec - سیستم نوع اول $N=1$

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \infty \rightarrow (e_{ss})_p = \frac{1}{K_p + 1} = 0 \rightarrow \text{خطای حالت ماندگار وجودی ندارد}$$

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) = 0 \rightarrow (e_{ss})_a = \frac{1}{K_a} = \infty \rightarrow \text{خطای حالت ماندگار وجودی دارد}$$



سوال ۳

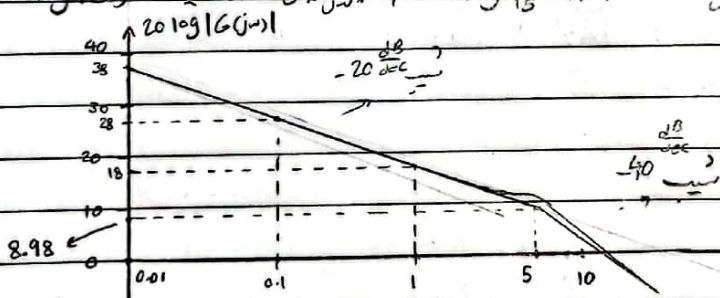
$$C(s) = \frac{40(s+5)}{s(s^2+4s+25)} = \frac{40 \times 5 \left(\frac{s}{5} + 1\right)}{s \times 25 \left(\frac{s^2}{25} + \frac{4}{25}s + 1\right)} = 8 \frac{\left(\frac{s}{5} + 1\right)}{s \left(\frac{s^2}{25} + \frac{4}{25}s + 1\right)}$$

$$20 \log(8) = 60 \log(2) \approx 18$$

$$\frac{s^2}{25} + \frac{4}{25}s + 1 \rightarrow \zeta = 0.4 \text{ و } \omega_n = 5 \text{ از } 40 \frac{dB}{dec} \text{ شیب دارد}$$

$$\frac{1}{s} \rightarrow \text{شیب } -20 \frac{dB}{dec} \text{ از } \frac{s}{5} + 1 \rightarrow \omega = 5 \text{ از } 20 \frac{dB}{dec} \text{ شیب دارد}$$

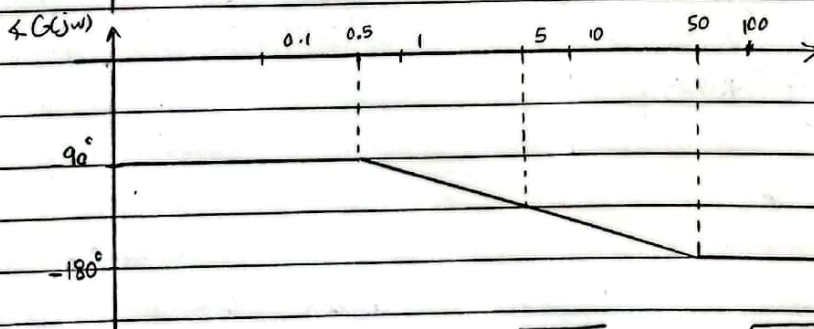
$$20 \log |G(s)| = 20 \log \left| \frac{1}{s} \right| + 20 \log \left| \frac{s}{5} + 1 \right| + 20 \log \left| \frac{1}{\frac{s^2}{25} + \frac{4}{25}s + 1} \right| + 20 \log 8$$



از روی نمودار Bode واضح است، سیستم مرتبه ۱ است.

(به خاطر شیب ۲۰ در فرکانس های پایین)

این نکته از تابع تبدیل $G(s)$ هم مشخص بود.



$$20 \log(j5) = -20 \log(5) + 20 \log \sqrt{1^2 + 1^2} = -20 \log \sqrt{(1-1^2) + (\frac{4}{25} \times 5)^2} + 20 \log 8$$

$$= -13.98 + 3 - 1.94 + 18 = 8.98$$

$$\omega = 1 \rightarrow 20 \log |G(j\omega)| = 18 \Rightarrow 20 \log K_v = 18 \Rightarrow K_v = 10^{\frac{9}{10}} \Rightarrow K_v \approx 8$$

$$\text{سیستم نوع ۱} \rightarrow K_p = \infty; K_a = 0$$

$$\text{تابع تبدیل حلقه بسته: } T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{\frac{40(s+5)}{s(s^2+4s+25)}}{1 + \frac{40(s+5)}{s(s^2+4s+25)}} = \frac{40(s+5)}{s^3+4s^2+25s+40s+200}$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{40(s+5)}{s^3+4s^2+65s+200}$$

$$\text{قطب های حلقه بسته: } s^3+4s^2+65s+200=0 \Rightarrow \begin{cases} s_{1,2} = -0.39863 \pm j7.89225 \\ s_3 = -3.2 \end{cases}$$

با توجه به اینکه $3.2 > 5 \times 0.39863$ می توانیم از این قطب هر قطب را به طرفین مخالف یکدیگر حذف کنیم و در این صورت $s = -5$ می توانیم این کار را انجام دهیم.

$$\Rightarrow T(s) = \frac{5}{3.2} \times \frac{40}{(s+0.39863)^2 + (7.89225)^2} = \frac{62.5}{s^2 + 0.79726s + 62.44652}$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{62.5}{s^2 + 0.79s + 62.5} \Rightarrow \begin{cases} \omega_n^2 = 62.5 \Rightarrow \omega_n = 7.9 \\ 2\zeta\omega_n = 0.79 \Rightarrow \zeta = \frac{0.79}{2 \times 7.9} = \frac{1}{20} \Rightarrow \zeta = 0.05 \end{cases}$$

$$M_p = \exp\left(-\frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}\pi\right) = \exp(-0.157276) \Rightarrow M_p = 0.854$$

$$2\% \text{ خطا: } t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{0.05 \times 7.9} \Rightarrow t_s = 10.127 \text{ (s)}$$

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \Rightarrow t_p = 0.398 \text{ (s)}$$

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} = \frac{\pi - \cos^{-1}(\zeta)}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi - 1.52}{7.9 \sqrt{1-0.05^2}} \Rightarrow t_r = 0.206 \text{ (s)}$$

$$t_d = \frac{1 + 0.7\zeta}{\omega_n} \Rightarrow t_d = 0.131 \text{ (s)}$$

سؤال 4- در $\omega = 1$ کسب 40 dB داریم چه شیب نواحی است. $N=2$
در فرکانس بالا کسب خواهد بود 60- است مع اختلاف تغییرات دقتی 3 است.

اگر خط در فرکانس های پایین کسب 40- دارا باشد مقدار دهیم در فرکانس $\omega=1$ ؛
 $20 \log |G(j\omega)| = 0 \Rightarrow \frac{k}{\omega^2} = 1 \Rightarrow k = 1$

از شکل مشخص است که از $\omega = 0.5$ به $\omega = 1$ کسب 40- افزایش یافته در شیب یک نموداریم.

طبق صورت سؤال، در $\omega = 2$ کسب صاف فقط به نواحی تمایل داریم به آنجا برسیم و این به تکرار 0.3-2 نزدیک است.

$$\Rightarrow T(s) = \frac{(\frac{s}{0.5} + 1) \times \omega_n^2}{s^2 (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)} \Rightarrow T(s) = \frac{(2s + 1) \times 4}{s^2 (s^2 + 1.2s + 4)}$$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{4(2s + 1)}{s^2 (s^2 + 1.2s + 4)}$$