

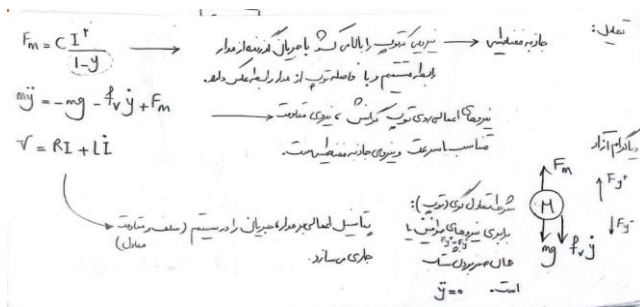
پروژه‌ی اول

11.19957.

11-199411



.



2.

$$\begin{cases} F_n = C \frac{x_3^2}{1-x_1} \rightarrow F_n - x_1 F_n = C x_3^2 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 - \frac{C x_3^2}{F_n} \\ \dot{x}_1 = x_2 = \dot{x}_2 = -\frac{2 C x_3}{F_n} \dot{x}_3 \end{cases} \\ m \ddot{x}_2 = -mg - \frac{F_n}{m} x_2 + F_n \rightarrow \begin{cases} \ddot{x}_2 = -g - \frac{F_n}{m} x_2 + \frac{C}{m} \frac{x_3^2}{1-x_1} \\ \dot{x}_3 = \left(\frac{V}{L} - \frac{R}{L} x_3 \right) \end{cases} \\ V = R x_3 + L \dot{x}_3 \rightarrow \dot{x}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{g}{L} \\ \frac{V}{L} \end{bmatrix} \end{cases}$$

۳.

$$\text{Differential Equations: } \begin{cases} \dot{x}_1 = 0 \rightarrow x_1 = 0 \\ \dot{x}_2 = 0 \rightarrow -g - \frac{F}{m} x_1 + \frac{F}{m} = 0 \rightarrow F_m = mg = C \frac{x_3^2}{1-x_1} = C \left(\frac{r}{R}\right)^2 \frac{1}{1-x_1} \rightarrow \frac{C}{mg} \left(\frac{r}{R}\right)^2 = 1-x_1 \\ \dot{x}_3 = 0 \rightarrow \frac{v}{L} = \frac{R}{L} x_3 \rightarrow x_3 = \frac{v}{R} \rightarrow x_1 = 1 - \frac{C}{mg} \left(\frac{r}{R}\right)^2 \end{cases}$$

Julian bin $\begin{bmatrix} 1 - \frac{c}{mg} \left(\frac{v}{R} \right)^2 \\ 0 \\ -\frac{v}{R} \end{bmatrix}$

۴

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{c}{3} \frac{x_2^2}{(1-y_d)^3} & -\frac{f}{3c} & \frac{2c}{3} \frac{x_2}{1-y_d} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{c}{3} \frac{v^2}{R^2 (1-y_d)^3} & -\frac{f}{3c} & \frac{2c}{3} \frac{v}{1-y_d} \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

$$\bar{x}_2 = v = R \sqrt{\frac{mg}{c} (1-y_d)}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{g}{1-y_d} & -\frac{f}{3c} & \frac{0.6}{100} \frac{\sqrt{\frac{28.4}{0.7} \cdot 0.7}}{0.7} \\ 0 & 0 & -2.50 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{9.84}{0.7} & -\frac{0.02}{100} & \frac{0.6}{100} \frac{\sqrt{\frac{28.4}{0.7} \cdot 0.7}}{0.7} \\ 0 & 0 & -2.50 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 14.06 & -0.2 & 13 \\ 0 & 0 & -2.50 \end{bmatrix}$$

۵

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 14.06 & -0.2 & 13 \\ 0 & 0 & -2.50 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 50 \end{bmatrix} u$$

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$Y = CX + Du$$

$$y = cx + du = x_1 \Rightarrow c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, D = 0$$

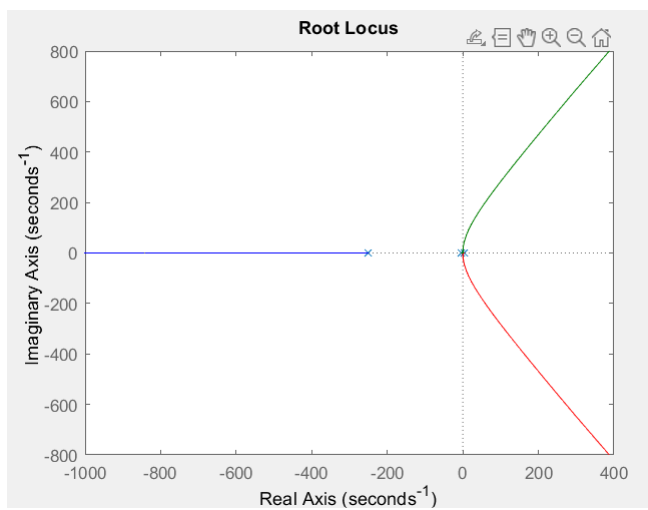
$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$$

$$\xrightarrow{\text{از ماتریس مقلوب}} G(s) = \frac{650}{s^3 + 250.2s^2 + 35.94s - 3513}$$

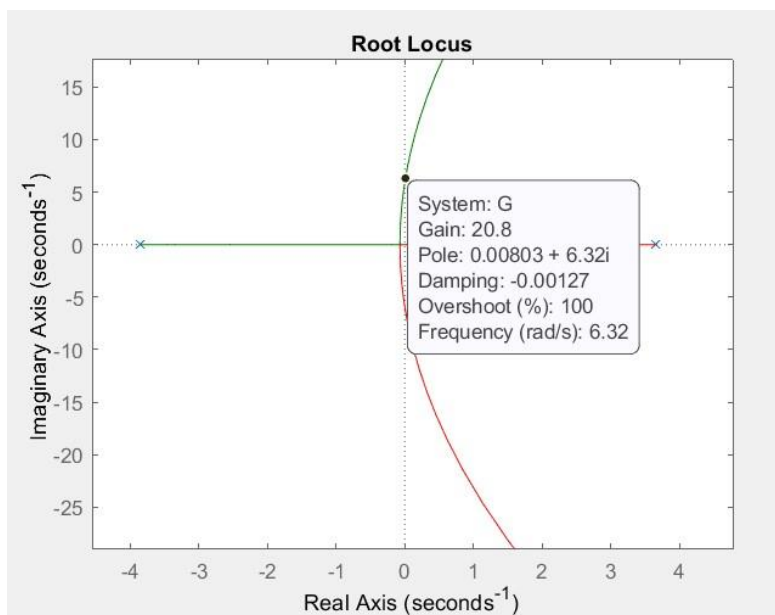
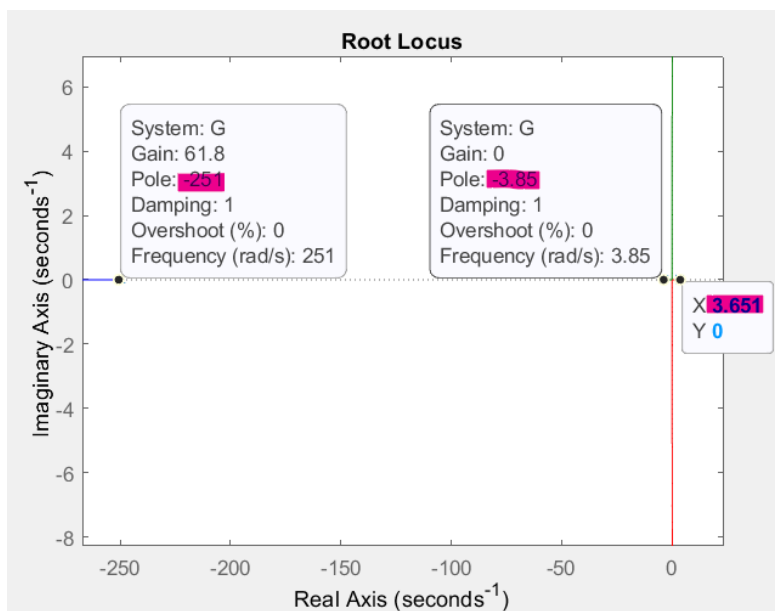
$\downarrow c_1$ $\downarrow c_2$ $\downarrow c_3$

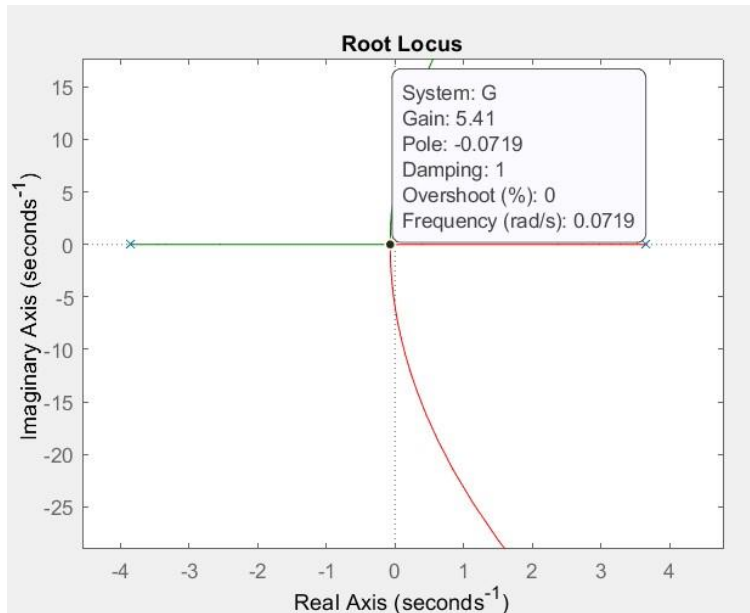
۶

شمای کلی نمودار مکان هندسی ریشه‌ها:



اگر معادله دیفرانسیل مخرج تابع تبدیل را حل کنیم، خواهیم دید که ریشه‌های بدست آمده همان اعداد بدست آمده در نمودار هستند:





همانطور که از دو شکل بالا میبینیم، بازه‌ای از بهره که به ازای آن سیستم پایدار می‌باشد، (5.41, 20.8) می‌باشد.

.Y

$$G_c = k \frac{s+a}{s}$$

$$1 + k \frac{s+a}{s} G = 0 \rightarrow 1 + k G + k \frac{a}{s} G = 0 \rightarrow 1 + \frac{650k}{s^4 + c_1 s^3 + c_2 s^2 - c_3 s} + \frac{650ka}{s^4 + c_1 s^3 + c_2 s^2 - c_3 s} = 0$$

$$s^4 + c_1 s^3 + c_2 s^2 - c_3 s + 650ks + 650ka = 0 \rightarrow s^4 + c_1 s^3 + c_2 s^2 + (650k - c_3)s + 650ka = 0$$

	s^4	s^3	s^2	s^1	s^0	
	1	c_1	$650ka$			$\frac{b_1}{a_1}$
		c_1	$650k - c_3$			$c_1 > 0 \rightarrow 250.2 > 0 \checkmark$
			$\frac{c_1 c_2 - 650k - c_3}{c_1}$			$c_1 c_2 - 650k - c_3 > 0 \rightarrow 19.24$
				$\frac{c_2(650k - c_3) - (650k - c_3)^2}{650k c_1}$		$k a > 0$
					$650ka$	$c_2 c_1 (650k - c_3) - (650k - c_3)^2 > 0$

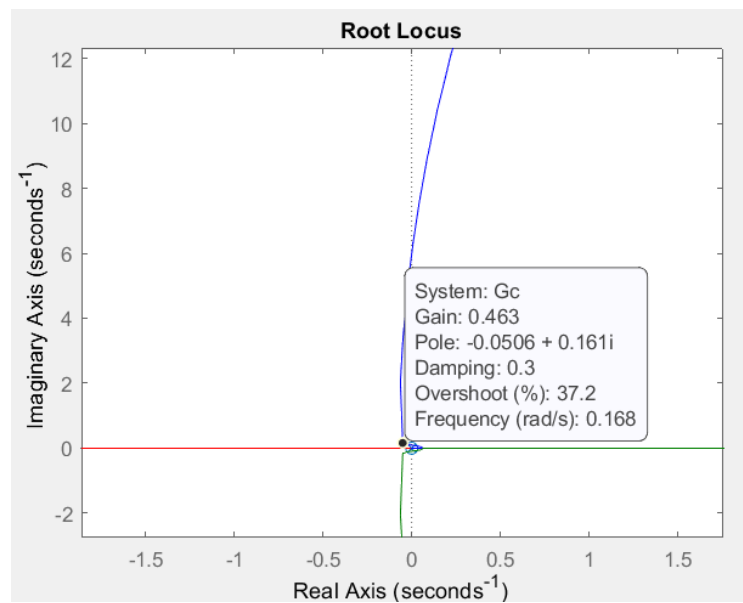
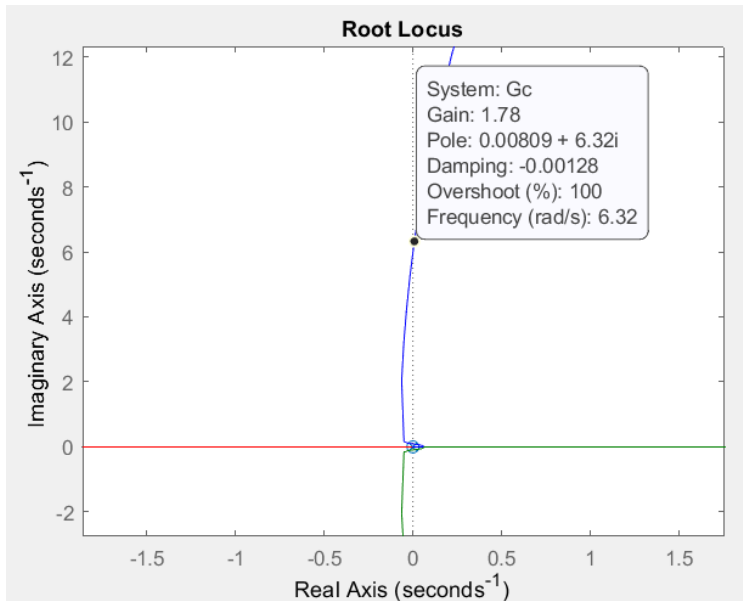
$$\rightarrow 5.4 < k < 19.24, a > 0$$

له‌ی k و a در بازه‌های مشخصه باشد.

با انتخاب $a > 0$ و $5.4 < k < 19.24$ میتوانیم به پایداری برسیم.

مقادیر $k=11.7$ و $ak=0.001$ را جاگذاری میکنیم. (هر مقداری از a و k که در بازه‌ی ذکر شده باشند، صحیح است).

با رسم نمودار مکان هندسی به بازه‌ی بهره‌ی $(0.463, 1.78)$ که سیستم در آن پایدار است میرسیم.



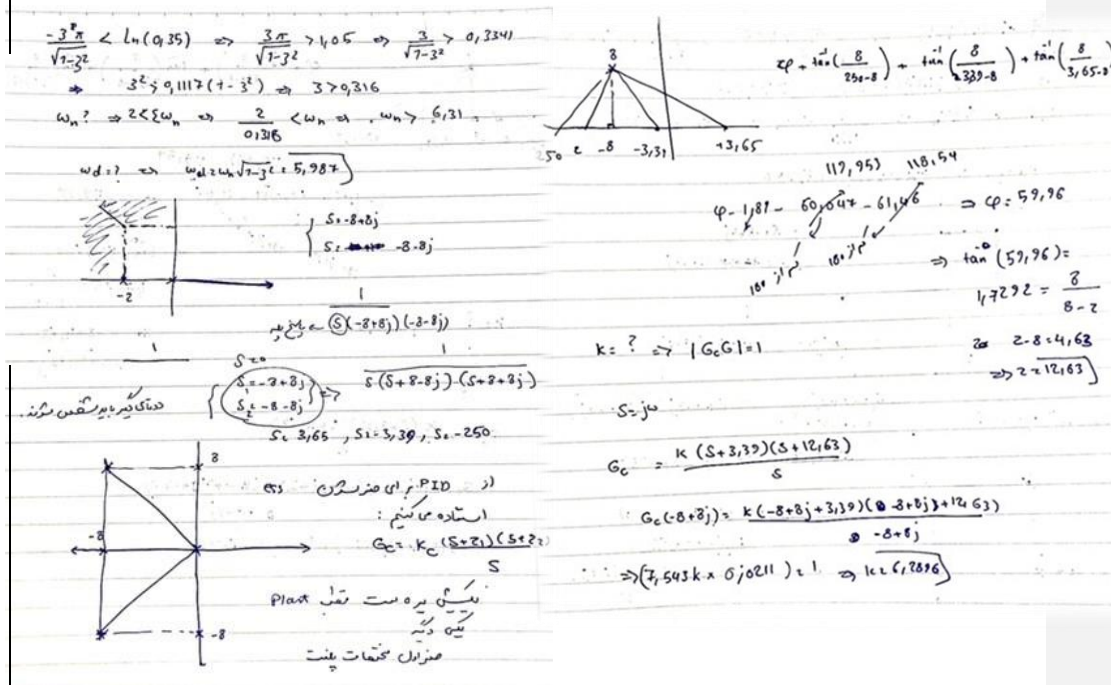
پس برای * شدن ess باید کنترلر PID را انتخاب کنیم که به روش زیر، ابتدا دو قطب دلخواه با رعایت حدود انتخاب میکنیم؛ ما برای این مشخصه $s = -8 + 8j$ را انتخاب کردیم.

می دانیم که کنترلر PID چنین فرمتی دارد:

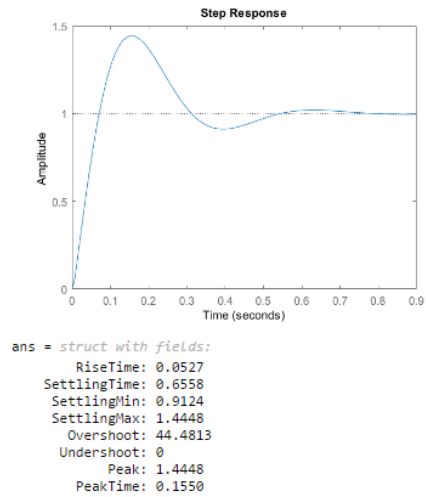
$$G_c(s) = K(s+z_1)(s+z_2)/s$$

برای یکی از صفر ها یکی از قطب های سمت چپ تابع تبدیل را انتخاب میکنیم که ما $z_1 = -3.39$ را انتخاب کردیم.

برای صفر دوم باید از تمام قطب ها (حتی صفر دوم مجهول) به یکی از قطب های انتخابی وصل کرده (که ما به $s = -8 + 8j$ وصل کردیم) و سپس زوایا را نسبت به محور حقیقی پیدا کنیم و برابر با ضریبی فرد از 180° درجه قرار دهیم که ما برابر با -180° قرار دادیم که روی محور قرار گیرد. حالا با پیدا کردن زاویه ی مورد نظر و تانژانت آن براحتی می توان صفر دوم را یافت.

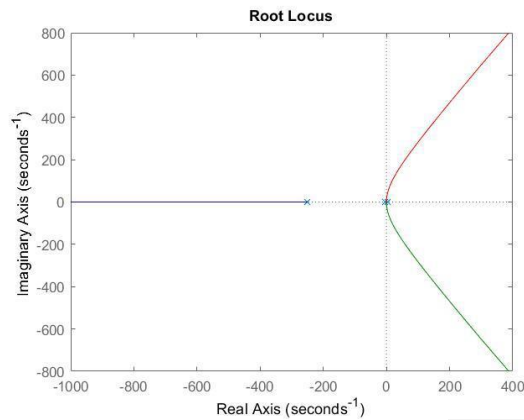
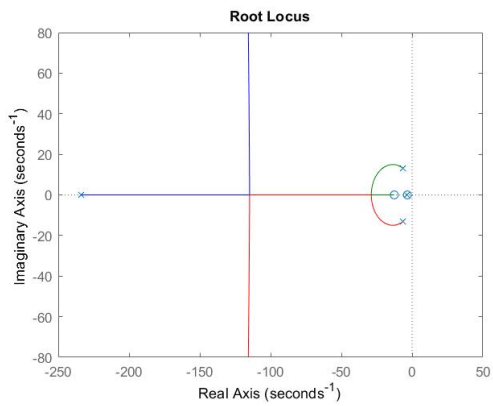


۹. با دستور `step` و `stepinfo` می‌توان داده‌های خواسته شده را بدست آورد:



۱۰.

پیش از قرار دادن کنترلر: پس از قرار دادن کنترلر:



با استفاده از معیار روث، بازه ی k را حساب میکنیم:

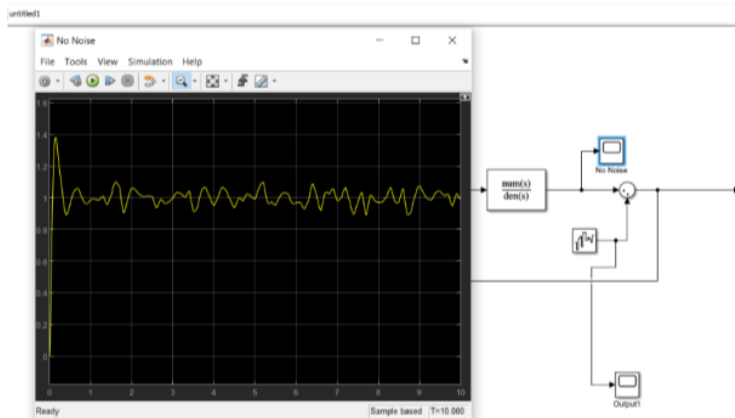
$$s^4 + 250.2s^3 + 4129s^2 + 6196s + 1.75 \times 10^5$$

s^4	1	$35.74 + 4088.2k$	$175040k$
s^3	250.2	$65494k - 3515$	0
s^2		$1088361.64k - 2529.212$	$250.2(175040k)$
s^1		$\frac{k(65494 - 3515)}{(65494k - 3515)}$	
s^0			

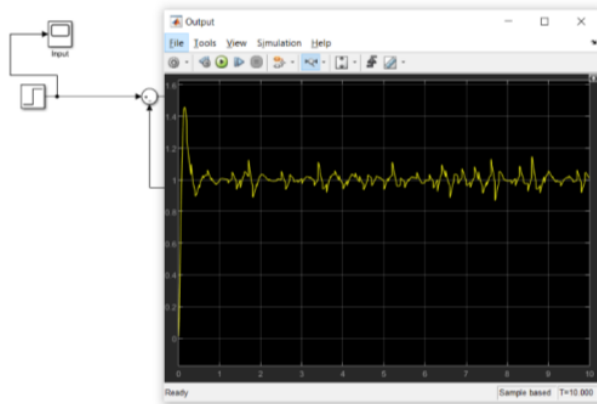
s^4	1	$35.74 + 4088.2k$	$175040k$
s^3	250.2	$65494k - 3515$	0
s^2		$1088361.64k - 2529.212$	$250.2(175040k)$
s^1		$(1088361.64)(65494k - 3515) - (175040k)(2529.212)$	$250.2(175040k)(1088361.64k - 2529.212)$
s^0			

.۱۱

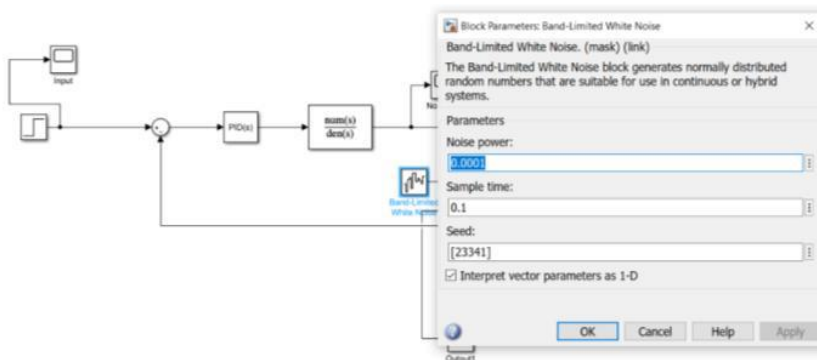
خروجی بدون نویز:



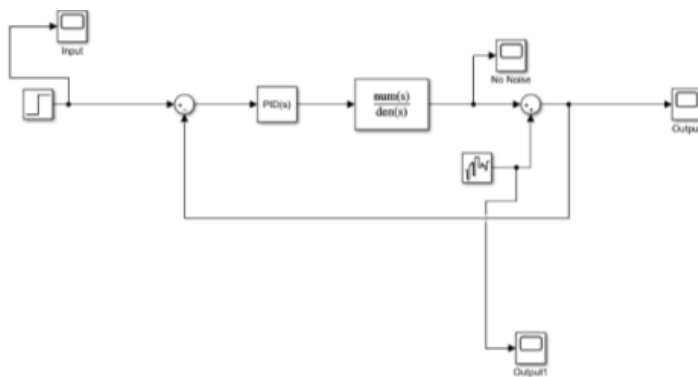
خروجی با نویز:



:Noise Power



:Model



می توان شکل موج خروجی را قبل و بعد از اضافه شدن نویز دید و نتیجه گرفت که کنترلر باعث شده سیستم به خوبی شکل خود را با اضافه شدن نویز نیز نگه دارد؛ **Overshoot** سیستم نیز کاهش یافته و بهتر شده است.

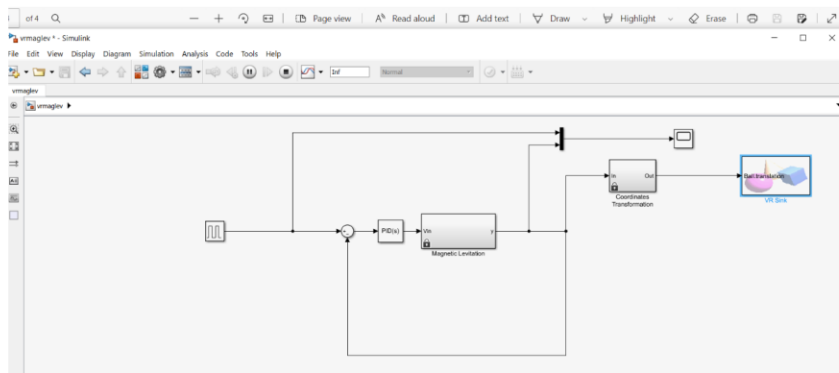
شایان ذکر است که به دلیل استفاده از جبران ساز بخشی از توان نویز کاهش یافته و فقط بخشی از نویز بر روی خروجی نهایی باقی می ماند که نمی توان آن را کنترل کرد. (بسیار کوچک است.)

۱۲.

ابتدا m و y_d را مقدار دهی میکنیم $m=0.1, y_d=0.3$

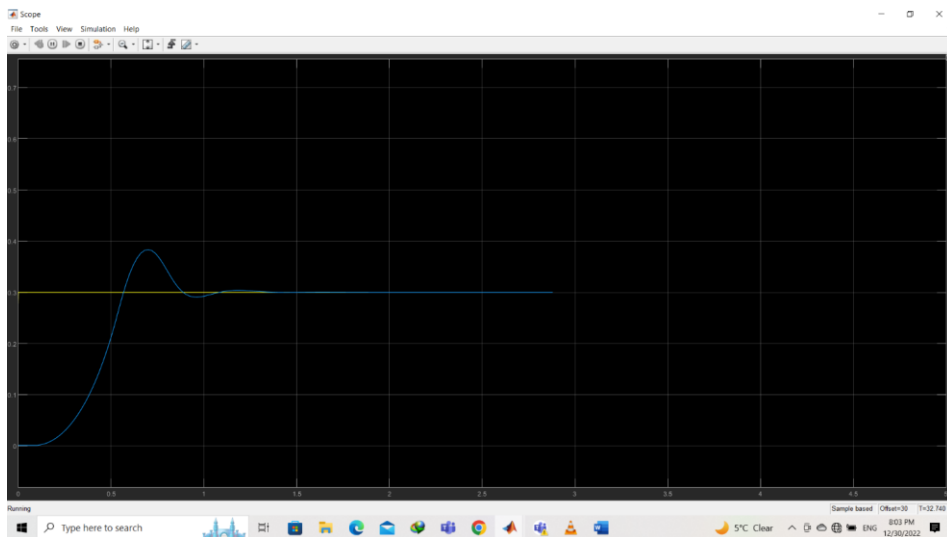
و این کار را با استفاده از ساختن یک متغیر به اسم m و y_d در سیمولینک که از طریق لاگ ارور به ما پیشنهاد شده انجام میدهیم.

و کنترلر را قبل از پلنتمان قرار میدهیم:



خروجی:





خروجی نشان می دهد که توانایی بلند کردن توپ را دارد و همچنین در حول نقطه ی تعادل اعتبار دارد؛ چرا که ما انجا خطی سازی کردیم و کنترلرمان را بر ان اساس ساختیم.