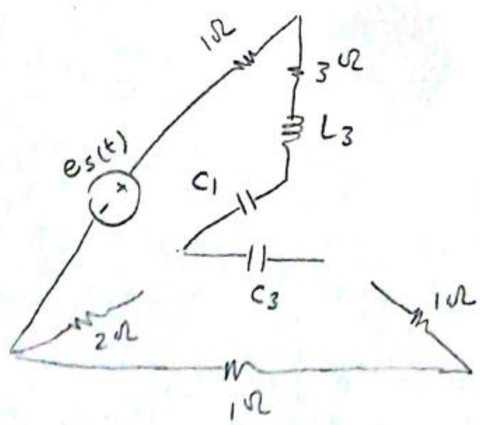
ب -1

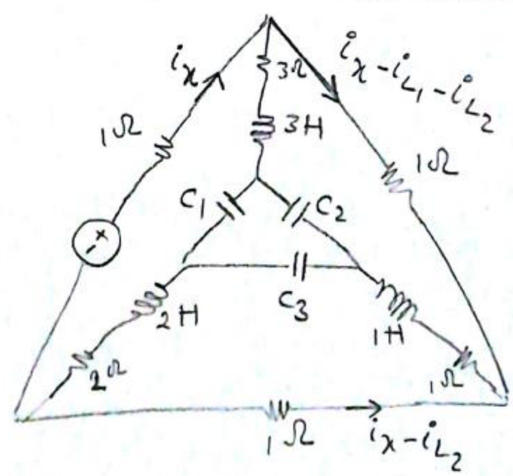
در حل سوال 1 قسمت ب از نکته ای مربوط به درس مدار2 برای تسهیل نوشتن روابط معادلات حالت استفاده شده است که یادگیری آن از اهداف این درس نیست .

نکته : برای سهولت نوشتن معادلات حالت درختی تشکیل می دهیم که تا حد ممکن خازن ها جزئی از آن و سلف ها خارج از آن باشند . حال با نوشتن معادلات در حلقه های سلفی و کات ست های خازنی ، متغیر های حالت (جریان سلف ها و ولتاژ خازن ها) و مشتق اول آنان در روابط ظاهر می شوند .

بخش ب)

چون سلف های L_1 و L_2 و L_3 تشکیل یک کاتست می دهند ($i_{L_3}=i_{L_1}+i_{L_2}$) پس i_{L_3} نمی تواند بعنوان یک متغیر حالت در نظر گرفته شود و همچنین $V_{C_2}=V_{C_3}-V_{C_1}$ می باشد. پس V_{C_2} هم نمی تواند به عنوان متغیر حالت در نظر گرفته شود. درخت زیر را انتخاب می کنیم:





چون در محاسبات به i_x احتیاج داریم پس اول آن را محاسبه می‌کنیم. برای محاسبه i_x یک KVL در مش بیرونی می‌نویسیم.

$$i_x + i_x - i_{L_1} - i_{L_2} + i_x - i_{L_2} = e_s(t)$$

$$\rightarrow i_x = \frac{1}{3} i_{L_1} + \frac{2}{3} i_{L_2} + \frac{1}{3} e_s(t)$$

KVL در حلقه شامل L_1: $v_{L_1} = e_s(t) + v_{C_1} - v_{C_3} - v_{L_3} - v_{R_3} - v_{R_4} - v_{R_5} - v_{R_6}$

L_2 " " : $v_{L_2} = e_s(t) + v_{C_1} - v_{L_3} - v_{R_2} - v_{R_3} - v_{R_4}$

KCL در کات‌ست خازن C_1: $i_{C_1} = -i_{L_1} - i_{L_2} - i_{C_2}$

حال باید عبارات فوق را کلا برحسب متغیرهای حالت بنویسیم. با جایگذاری مقادیر به دو دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر می‌رسیم که از حل آن‌ها معادلات حالت به دست می‌آید.

$$\begin{cases} 4\dot{i}_{L_1} + 3\dot{i}_{L_2} = v_{C_1} + v_{C_3} - 3i_{L_1} - 3i_{L_2} \\ 3\dot{i}_{L_1} + 5\dot{i}_{L_2} = v_{C_1} - \frac{10}{3} i_L - \frac{17}{3} i_{L_2} + \frac{2}{3} e_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{v}_{C_1} - 2\dot{v}_{C_3} = i_{L_1} + i_{L_2} \\ \dot{v}_{C_1} + 3\dot{v}_{C_3} = -i_{L_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{v}_{C_1} = \frac{3}{5} i_{L_1} + \frac{1}{5} i_{L_2} \\ \dot{v}_{C_2} = \frac{-1}{5} i_{L_1} - \frac{2}{5} i_{L_2} \\ \dot{i}_{L_1} = \frac{2}{11} v_{C_1} + \frac{5}{11} v_{C_3} - \frac{5}{11} i_{L_1} + \frac{2}{11} i_{L_2} - \frac{2}{11} e_s \\ \dot{i}_{L_2} = \frac{1}{11} v_{C_1} - \frac{3}{11} v_{C_3} - \frac{13}{33} i_{L_1} - \frac{41}{33} i_{L_2} + \frac{8}{33} e_s \end{cases}$$

جریان گذرنده از منبع ولتاژ همان i_x است که محاسبه شد:

$$i_x = \frac{1}{3} i_{L_1} + \frac{2}{3} i_{L_2} + \frac{1}{3} e_s$$

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_{C_1} \\ \dot{v}_{C_2} \\ \dot{i}_{L_1} \\ \dot{i}_{L_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & \frac{-1}{5} & \frac{-2}{5} \\ \frac{2}{11} & \frac{5}{11} & \frac{-5}{11} & \frac{2}{11} \\ \frac{1}{11} & \frac{-3}{11} & \frac{-13}{33} & \frac{-41}{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ i_{L_1} \\ i_{L_2} \end{bmatrix} + e_s \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{-2}{11} \\ \frac{8}{33} \end{bmatrix}$$

$$i_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{C_1} \\ v_{C_2} \\ i_{L_1} \\ i_{L_2} \end{bmatrix} + \frac{1}{3} e_s(t)$$

۴- الف

[illegible]: $T_{motor} + r(T_2 - T_1) = J_m\ddot{\theta} + b\dot{\theta}$

جرم m: $T_1 - T_2 = m\ddot{y}$ 　　　 فنر بالا: $T_1 = K(r\theta - y)$

فنر پایین: $T_2 = k(y - r\theta)$

روابط موتور: $T_m = K_m I_E \xrightarrow{\text{در اینجا}} I_E = \frac{V_2}{R}$ $\left(V_E = I_E R_E + \cancel{LsI_E}\right)$, $V_2 = -K_2K_1\dot{y}$

$T_m = \frac{-K_2K_1K_m}{R}\dot{y}$ 　　　 در اینجا L=0 است.

ب:

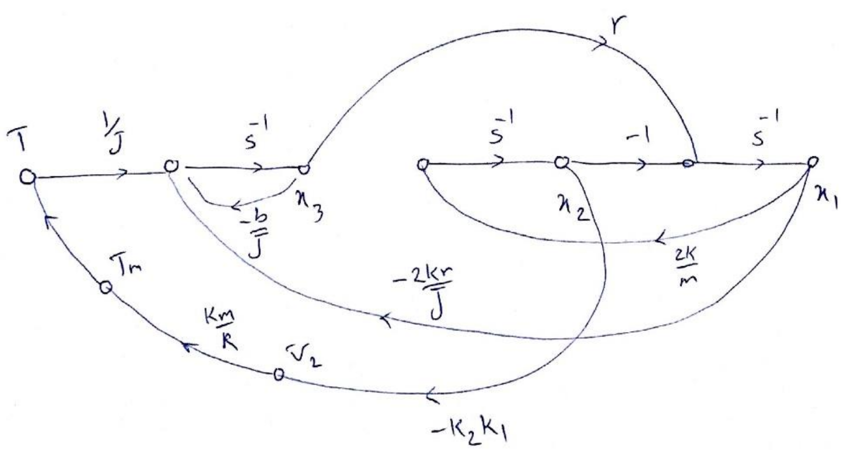
متغیرهای حالت 　 $x_1 = r\theta - y$ 　　 $\dot{x}_1 = r\dot{\theta} - \dot{y} = rx_3 - x_2$

$x_2 = \dot{y}$ 　　 $\dot{x}_2 = \ddot{y} = \frac{1}{m}(T_1 - T_2) = \frac{1}{m}(2k)(r\theta - y) = \frac{2K}{m}x_1$

$x_3 = \dot{\theta}$ 　　 $\dot{x}_3 = \ddot{\theta} = \frac{1}{J_m}\left(-b\dot{\theta} - 2kr(y - r\theta) - \frac{K_2K_1K_m}{R}\dot{y}\right)$

$$\Rightarrow \dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & r \\ \frac{2K}{m} & 0 & 0 \\ \frac{-2Kr}{J_m} & \frac{-K_mK_1K_2}{JR} & \frac{-b}{J} \end{bmatrix} X$$

ج:



آ-د

$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{T_1}{T_2} = 0.236 \implies 4.23T = 2(\theta_2 - \theta_3)$$

$$\frac{\theta_4}{\theta_3} = \frac{N_3}{N_4} = \frac{T_3}{T_4} = 0.1916 \implies 4.23 \times 5.21\, T = \cancel{b}^{26}(0 - \cancel{\theta_4}^{s\theta_4}) \implies \frac{\theta_4(s)}{T(s)} = \frac{4.23 \times 5.21}{26 \times s} = \boxed{\frac{0.847}{s}}$$

$$\begin{cases} \cancel{J}^{1}\ddot{\theta}_1 = T + (\theta_2 - \theta_1) + (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + 0 - \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1 + \theta_2 - \theta_1 = 0 \end{cases}$$

$$\theta_1(s)(s^2 + 2s + 1) + \theta_2(s)(-s - 1) = T(s)$$ ب-د

$$\theta_1(s)(-1 - s) + \theta_2(s)(2s + 1) = 0$$

$$\implies \theta_2(s) = \frac{1}{2s(s+1)} T(s)$$