



به نام خدا  
سیستم‌های کنترل خطی  
تمرین سری دوم  
۱۴۰۱-۱۴۰۲-۱



تاریخ بارگذاری: ۱۴۰۰/۰۷/۱۸

دستیار آموزشی مسئول: شروین محمودی (shervinmahmoudi2005@gmail.com)

خواهشمند است جهت تحویل تمرین به نکات زیر توجه داشته باشید:

۱. دانشجویان می‌توانند سوالات خود را پیرامون تمرین از طریق راه‌های ارتباطی در نظر گرفته‌شده، با دستیار آموزشی مسئول تمرین مطرح کنند.
۲. پاسخ‌های خود را، تا موعد ذکر شده به صورت یک فایل PDF یکپارچه، در سامانه ایلرن بارگذاری نمایید. توجه داشته باشید که فایل ارسالی نیاز به چرخش یا تغییر وضوح نداشته باشد.
۳. در صورتی که در سوالات، شبیه‌سازی از شما خواسته شده بود، صرفاً نتایج خواسته‌شده را در فایل PDF بیاورید. کد و فایل‌های شبیه‌سازی را به صورت یک فایل zip همراه تمرین ارسال نمایید.

سوال ۱ (تحویلی)

سیستمی با شرایط اولیه صفر با معادله دیفرانسیل زیر توصیف شده است:

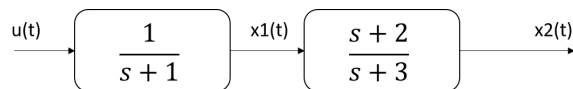
$$\frac{d^3y}{dt^3} + 3\frac{d^2y}{dt^2} + 6\frac{dy}{dt} + 4y = \frac{d^2r}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt} + r$$

الف) تابع تبدیل این سیستم را بدست آورید.

ب) به کمک معادله دیفرانسیل فوق یک نمایش یا تحقق فضای حالت (A, B, C, D) برای این سیستم بدست آورید.

## سوال ۲

در سیستم شکل ۱ با توجه به متغیرهای حالت نشان داده شده در شکل معادلات حالت سیستم را بنویسید.



شکل ۱: سیستم سوال ۲

## سوال ۳

الف) تابع تبدیل  $\frac{Y(s)}{U(s)}$  را برای معادلات فضای حالت زیر بدست بیاورید.

(۱)

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1.5 & 1.5 \end{bmatrix} X$$

(۲)

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix} X$$

(۳)

$$\dot{X} = -2X + 2u$$

$$y = 1.5X$$

ب) از محاسبات و نتایج بند (الف) چه نتیجه‌ای میگیرید؟

سوال ۴ (مورد ب) تحویلی است)

الف) معادله‌ی دیفرانسیل زیر را به ازای تغییرات کوچک  $x$  یک بار حول  $x = 0$  و یک بار حول  $x = \pi$  خطی‌سازی کنید.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 3\frac{dx}{dt} + 2x = \sin(x)$$

ب) نقاط تعادل معادلات زیر را بیابید و معادلات را حول آن‌ها خطی‌سازی کنید.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x(x + y - 1) \\ \frac{dy}{dt} = x^2 - y - 1 \end{cases}$$

پ) سیستم زیر را در نظر بگیرید. این سیستم نقطه‌ی تعادلی در مبدا دارد. معادلات سیستم را حول این نقطه‌ی تعادل خطی‌سازی کنید.

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -x_1 - \frac{x_2}{\ln(\sqrt{x_1^2 + x_2^2})} \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_2 + \frac{x_1}{\ln(\sqrt{x_1^2 + x_2^2})} \end{cases}$$

یک ژنراتور سنکرون متصل به یک باس نامحدود، به صورت

$$M\ddot{\delta} = P - D\dot{\delta} - \eta_1 E_q \sin\delta,$$

$$\tau \dot{E}_q = -\eta_2 E_q + \eta_3 \cos\delta + E_{FD},$$

قابل مدل سازی است که در آن  $\delta$  زاویه (در مقیاس رادیان)،  $E_q$  ولتاژ،  $P$  ورودی توان مکانیکی،  $E_{FD}$  ورودی ولتاژ میدان،  $D$  ضریب میرایی،  $M$  ضریب اینرسی و  $\tau$  ثابت زمانی است. ضمناً،  $\eta_1$ ،  $\eta_2$  و  $\eta_3$  پارامترهای ثابت هستند.

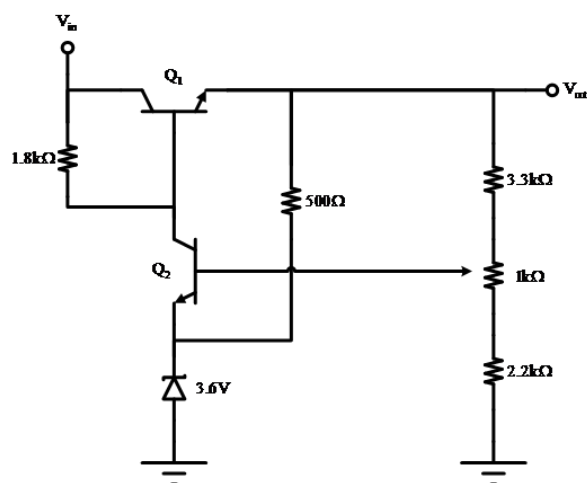
الف) با فرض  $\delta$ ،  $\dot{\delta}$  و  $E_q$  به عنوان متغیرهای حالت، معادله ی حالت سیستم غیرخطی را بیابید.

ب) سیستم با فرض  $P = 0.815$ ،  $E_{FD} = 1.22$ ،  $\eta_1 = 2.0$ ،  $\eta_2 = 2.7$  و  $\eta_3 = 1.7$ ،  $\tau = 6.6$ ،  $M = 0.0147$  و  $\frac{D}{M} = 4$  نقاط تعادل سیستم را بیابید. (برای حل معادلات، مجاز به استفاده از ابزارهای کامپیوتری هستید).

پ) معادلات حالت سیستم غیرخطی را حول نقاط تعادل بدست آمده خطی سازی کنید.

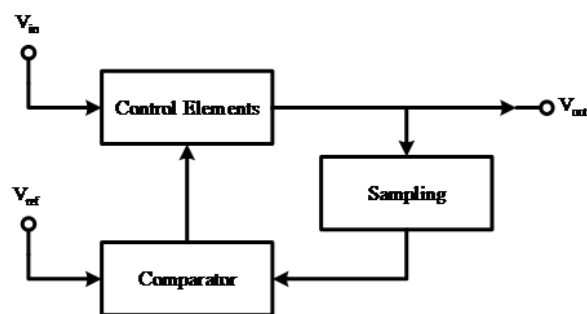
## سوال ۶

رگولاتور ولتاژ، یک قطعه الکترونیکی است که می‌تواند یک ولتاژ ثابت در خروجی ایجاد کند. یعنی ولتاژ ورودی می‌تواند مقادیر مختلفی باشد اما ولتاژ خروجی آن مقدار ثابتی باقی می‌ماند. مدار داخلی رگولاتور ولتاژ در شکل زیر نشان داده شده است.



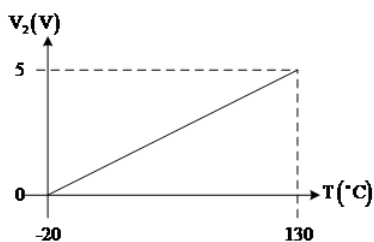
شکل ۲

بلوک دیاگرام عملکرد رگولاتور با مدار فوق، در شکل زیر نشان داده شده است. مشخص کنید هر قسمت از مدار مربوط به کدام بلوک می‌باشد.



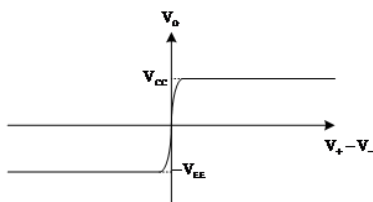
شکل ۳

سنسور LM35 یک سنسور دماست که می‌تواند دمای محیط را اندازه بگیرد و با توجه به دمای محیط یک ولتاژ آنالوگ تحویل دهد. این سنسور سه پایه دارد. پایه ۱ و ۳ آن ولتاژ تغذیه است و پایه ۲ آن ولتاژ آنالوگ خروجی است. مثلاً فرض کنید پایه ۱ و ۳ این سنسور به اختلاف پتانسیل ۵ ولت متصل باشد و رنج اندازه‌گیری دمای این سنسور نیز از  $-20^{\circ}\text{C}$  تا  $130^{\circ}\text{C}$  باشد. با این حساب نمودار تقریبی زیر برای این سنسور به دست می‌آید.



شکل ۴

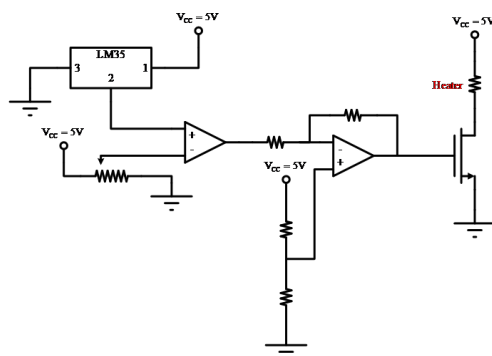
درباره مدارات آپامپ نیز اطلاعاتی دارید. نمودار عملکرد آپامپ به صورت زیر است.



شکل ۵

در این سوال فرض کنید که  $V_{EE} = 0$  است.

مدار زیر بر پایه سنسور LM35 و به منظور کنترل دمای محیط طراحی شده است. نمایش بلوک دیاگرامی این سیستم را تا حد ممکن با جزئیات نشان دهید. سپس مشخص کنید هر قسمت مدار مربوط به کدام یک از قسمت‌های بلوک دیاگرام رسم شده است.



شکل ۶