

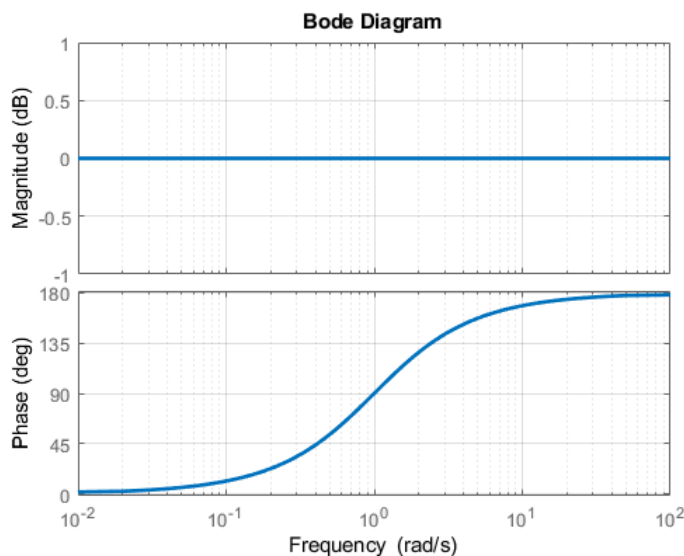


شماره دانشجویی:

نام خانوادگی:

زمان پاسخ‌گویی: ۳۰ دقیقه

۱. تابع تبدیل مربوط به دیاگرام Bode زیر را بیابید. با توجه به این که تغییری در نمودار اندازه مشاهده نمی‌شود



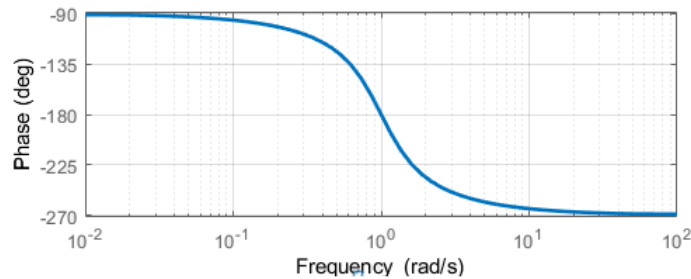
ولی نمودار زاویه تغییر می‌کند، با حالت ۱ صفر و ۱ قطبی که اندازه صفر و قطب برابر ولی علامت‌شان متفاوت است، مواجهیم.

$$G(s) = K \frac{1 + \tau_1 s}{1 + \tau_2 s}, \quad |\tau_1| = \tau_2, \quad \tau_1 = -\tau_2$$

با توجه به این که زاویه در فرکانس‌های پایین نزدیک صفر است، پس $K > 0$ و از آنجایی که همواره اندازه برابر 0dB است پس $K = 1$. تغییر زاویه حول فرکانس $10^0 = 1$ اتفاق افتاده و مجموع تغییر زاویه برابر 180+ است. پس صفر سمت چپ و قطب سمت راست بود است. بنابراین:

$$G(s) = \frac{1 + s}{1 - s}$$

۲. در یک سیستم کنترلی با فیدبک واحد، نمودار زاویه تابع تبدیل مسیر مستقیم به صورت شکل زیر است. اگر سیستم حلقه بسته پایدار و تابع تبدیل مسیر مستقیم کمینه فاز باشد، خطای حالت ماندگار سیستم حلقه بسته به ورودی پله واحد چه مقداری است؟ توضیح دهید.



با توجه به تغییر زاویه در فرکانس ۱ و کمینه فاز بودن سیستم حلقه بسته دو قطب در حوالی $s = -1$ داریم. همچنین با توجه به این که در فرکانس های پایین زاویه برابر با -90 درجه است با دو حالت مواجهیم: یا یک قطب در $s = 0$ داریم و بهره تابع تبدیل مثبت است یا یک صفر در $s = 0$ داریم و بهره تابع تبدیل منفی است. بنابراین به صورت تقریبی تابع تبدیل مسیر مستقیم یکی از دو حالت زیر است:

$$G_1(s) = K \frac{1}{s(s+1)^2}, K > 0, \quad G_2(s) = K \frac{s}{(s+1)^2}, K < 0$$

که سیستم حلقه بسته در هر دو حالت می توان پایدار باشد. در حالت ۱ خطای حالت ماندگار به ورودی پله برای صفر و در حالت دوم برابر با ۱ است.