

## 応用一般均衡分析入門

## 第 13 章：投資の導入（静学モデル）\*

武田 史郎†

Date: 2023/05/08,

Version 4.0

## 目次

1	導入	2
2	投資	2
2.1	投資額と貯蓄額の関係	2
2.2	投資についての二つの決定	3
2.3	投資額のデータ	4
2.3.1	日本の産業連関表のデータ	4
2.3.2	GTAP データの投資データ	6
3	投資の導入方法	6
3.1	投資の配分	6
3.1.1	一般的な形式	8
3.1.2	よく利用される特定化	9
3.2	投資・貯蓄の決定	9
3.2.1	A-1: 実質的な投資額を固定するケース	10
3.2.2	A-2: 貯蓄率一定と想定するケース	10
3.2.3	二つのアプローチの比較	11
4	モデル	14
4.1	貿易がないモデル	14
4.1.1	投資を固定するモデル	14
4.1.2	貯蓄率一定のモデル	15
4.2	貿易があるモデル	16
4.2.1	投資が固定されるケース	16
4.2.2	貯蓄率一定のケース	18
4.3	海外への貯蓄率が一定のケース	19
4.4	まとめ	19

\*このファイルの配布場所: <https://shirotakeda.github.io/ja/research-ja/cge-howto.html>†所属: 京都産業大学経済学部. Website: <https://shirotakeda.github.io/ja/>

---

5	例として利用する SAM	19
6	シミュレーション	21
6.1	プログラム	21
6.2	カリブレーション	21
6.3	シナリオ	21
6.4	シミュレーション結果	22
6.4.1	貿易のないモデル	22
6.4.2	貿易のあるモデル	23
7	終わりに	25
	参考文献	25
8	履歴	26

## 1 導入

今回の内容について

- ここまで利用してきたモデルでは、最終需要として消費や輸出を考えてきたが、「投資（金融投資ではなく、設備投資や住宅投資などの物的な投資）」を考慮していなかった。
- 環境経済学、国際貿易の理論分析における静学的な一般均衡モデルではそもそも投資は存在しないと仮定することが多いが、現実には投資が存在するわけであるから、実際のデータを前提としてシミュレーションをおこなう CGE 分析においては仮に静学モデルを利用するとしてもなんらかの形で投資を考慮する必要がある。
- そこで今回は CGE モデルへの投資の導入方法について説明する。ただし、あくまで静学モデル、あるいは静学モデルを繰り返し解くタイプの動学モデル（逐次動学モデル）を前提としたケースを説明する。言い換えれば、マクロ経済学で利用されている動学的最適化行動を導入した動学モデルはここでは考えない。それらの動学モデル、及びその際の投資の扱い方についてはまた別のところで解説する予定である。

## 2 投資

### 2.1 投資額と貯蓄額の関係

仮に海外との取引が全く存在しなければ（そして、政府の財政収支が均衡していれば<sup>1)</sup>、マクロ的な制約から貯蓄額は投資額に等しくなる。

$$\text{貯蓄額} = \text{投資額}$$

---

1) 第 14 章で詳しく説明するが、多くの CGE モデルでは財政収支が均衡していると仮定するので、ここでもそれを前提にする。

この場合、投資額の決定は貯蓄額の決定と完全に表裏一体の関係となり、その意味で**投資を考えるということは貯蓄を考えることと等しい**とも言える。しかし、現実には海外との取引が存在するので、上式は次のように修正される。

$$\text{国内貯蓄額} = \text{国内投資額} + \text{海外へのネットの投資額} \quad (1)$$

つまり、国内の貯蓄額と投資額は必ずしも一致しなくなり、「海外へのネットの投資額」という部分が現れる。仮に「国内貯蓄額 > 国内投資額」となっているのなら「海外へのネットの投資額 > 0」であり、国内で貯蓄された額の一部が海外へ投資されている（資本の流出が生じている）ことになる<sup>2)</sup>。逆に、「国内貯蓄額 < 国内投資額」となっているのなら「海外へのネットの投資額 < 0」であり、国内の投資を賄うのに国内の貯蓄だけでは足りず、海外から資金を受け入れている（資本の流入が生じている）状態になる。現実のデータにおいて、「国内貯蓄額」が「国内投資額」と一致していることはほぼないので、CGE 分析では (1) 式の状況を考慮しなければならない。(1) 式では「国内の貯蓄＝国内の投資」という関係はなくなるといっても、国内の貯蓄・投資と比較し海外へのネットの投資額は規模が小さいこともあり、やはり国内の貯蓄と投資が密接な関係にあるのは変わらない。

また、第 12 章で既にふれたが、「海外へのネットの投資額」は結局「貿易収支の黒字額」にも等しいので、(1) 式の関係は

$$\text{国内貯蓄額} - \text{国内投資額} = \text{貿易収支の黒字額}$$

とも表現できる<sup>3)</sup>。

## 2.2 投資についての二つの決定

モデルに投資を導入するには、どれだけ投資が行なわれるのかを決定する仕組みを考えなければいけないが、その決定は次の二つの段階に分けて考えることができる。

- 1) 全体としての投資（額）の決定
- 2) 投資にどのような財が利用されるか（つまり、投資支出がどの財の購入に利用されるか）という決定

前者は文字通り経済全体としての投資（額）の決定のことであるが、後者については少し説明が必要であろう。マクロ経済学で利用されるような一部門モデル（one sector model）では投資の決定と言えば 1 の全体としての投資額の決定であり、その投資額は（消費にも使われる）ある一つの「財」の購入を意味する。しかし、複数の財を考慮する CGE モデルでは、全体の投資額の決定に加え、その投資がどの財の購入に利用されるか、言い換えればどの財が投資向けに購入されるかを考えなければならない。これが 2 つ目の決定である。

以下ではこの二つの決定に分けて考えていく。

- 
- 2) ここでの「資本」は資本収支における資本であり、生産要素として利用される物的な資本ではない。
  - 3) これも第 12 章で説明したが、所得収支や経常移転収支も存在するので厳密には「経常収支の黒字＝海外へのネットの投資額（資本収支の赤字）」であり、「貿易収支の黒字＝海外へのネットの投資額」ではないが、モデル上では所得収支や経常移転収支のようなものは考えないので「経常収支＝貿易収支」として話をしている。

- 投資（額）全体の決定
- 投資の配分（各財への投資支出の配分）の決定

なお、第 2.1 節で指摘した通り、投資はほぼ貯蓄に等しいという関係があるので、「投資（額）全体の決定」は「貯蓄（額）」の決定とも言える。

#### [注]

ここでの「投資額全体の決定」とは国（地域）全体としての投資額の決定のことである。そもそも設備投資や住宅投資等の物的投資は現実には個々の企業や家計が決定しているものであり、国全体としての投資が一括で決定されているわけではない。しかし、第 1 章で説明したように、通常ミクロ経済学の一般均衡モデルでは資本ストックを家計が保有していると仮定している。それに対応し、家計が資本ストックを増加させる投資をおこなうという想定が置かれるが、家計としては一つの「代表的な家計」を仮定しているため、結局「**地域全体の投資を代表的な家計が決定する**」というような想定になる。

## 2.3 投資額のデータ

### 2.3.1 日本の産業連関表のデータ

投資の決定を考える前にまず投資のデータを確認しておこう。CGE 分析では投資額のデータとして産業連関表に含まれるデータを用いることが普通である。産業連関表では投資に相当するものとして通常次の 3 つの項目が含まれている<sup>4)</sup>。

- 固定資本形成（民間）
- 固定資本形成（公的）
- 在庫投資

「**固定資本形成（民間）**」にはまず民間の企業、家計による物的な投資であり設備投資や住宅投資などが含まれる。さらに、2015 年表からは、この固定資本形成に研究・開発支出なども含まれるようになった。「**固定資本形成（公的）**」は政府による同種の投資を示している。最後の「**在庫投資**」は投資と言っても固定資本形成とは異なり、製品が在庫として積み増されるものである。在庫投資については取り崩しが多くなる場合もあるため、マイナスの符号を示すこともよくある。

表 1 は日本の 2015 年産業連関表（37 部門に統合した表）における上述の 3 つの投資のデータである。3 つの投資がどれだけ行なわれているかに加え、どの財の購入に利用されているか（つまり、投資目的としてどの財が購入されているのか）がわかる。投資額の内訳は、民間による固定資本形成が約 108.8 兆円、政府による固定資本形成が 28.1 兆円、在庫投資が 0.5 兆円と、日本では民間の固定資本形成が非常に多く、全体の 79% を占めている。また、投資目的で購入される財は一部の財に偏っていることがわかる。特に、「建設」が非常に多く、全体の投資支出の中で 41.6% を

4) 日本の産業連関表の基本分類表では、在庫投資に当るものはさらに細かく「生産者製品在庫純増」、「半製品・仕掛品在庫純増」、「流通在庫純増」、「原材料在庫純増」に分割されている。

表 1：2015 年産業連関表（37 部門表）における投資額データ（単位: 10 億円）

財	総固定資本形 成（民間）	総固定資本形 成（公的）	在庫投資	合計	シェア（%）
1 農林漁業	193.4	0.0	189.3	382.7	0.3
2 鉱業	-6.5	0.0	-1.9	-8.4	0.0
3 飲食料品	0.0	0.0	-17.2	-17.2	0.0
4 繊維製品	318.7	0.8	150.3	469.9	0.3
5 パルプ・紙・木製品	445.2	14.2	-65.8	393.5	0.3
6 その他の製造工業製品	1,068.6	111.4	39.4	1,219.4	0.9
7 化学製品	0.0	0.0	-120.7	-120.7	-0.1
8 石油・石炭製品	0.0	0.0	-29.6	-29.6	0.0
9 プラスチック・ゴム製品	-0.7	0.0	-32.2	-32.8	0.0
10 窯業・土石製品	0.0	0.0	-58.2	-58.2	0.0
11 鉄鋼	-168.5	-28.0	-239.3	-435.9	-0.3
12 非鉄金属	131.4	0.0	-121.4	10.0	0.0
13 金属製品	446.0	18.4	12.0	476.5	0.3
14 はん用機械	4,278.1	157.1	88.5	4,523.6	3.3
15 生産用機械	8,574.5	99.6	164.2	8,838.2	6.4
16 業務用機械	4,303.4	444.9	73.5	4,821.7	3.5
17 電子部品	0.0	0.0	91.4	91.4	0.1
18 電気機械	5,231.0	300.3	47.1	5,578.4	4.1
19 情報通信機器	4,884.8	1,002.8	9.7	5,897.4	4.3
20 輸送機械	6,865.9	857.9	119.2	7,843.1	5.7
21 建設	36,587.0	20,550.2	0.0	57,137.2	41.6
22 電力・ガス・熱供給	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
23 水道	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
24 廃棄物処理	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25 商業	6,899.8	496.5	181.6	7,577.9	5.5
26 金融・保険	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
27 不動産	2,853.7	0.0	0.0	2,853.7	2.1
28 運輸・郵便	771.4	59.5	50.4	881.4	0.6
29 情報通信	8,322.7	1,055.2	-27.0	9,350.9	6.8
30 公務	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
31 教育・研究	14,978.4	2,825.0	0.0	17,803.4	13.0
32 医療・福祉	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
33 他に分類されない会員制団体	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
34 対事業所サービス	1,813.3	175.8	0.0	1,989.1	1.4
35 対個人サービス	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
36 事務用品	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37 分類不明	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
合計	108,791.5	28,141.5	503.3	137,436.2	100.0

---

占めている。その他に多いのは機械製品、「商業」、「情報通信」、「教育・研究」等である<sup>5)</sup>。

以上のように、投資と言っても、民間か公的か、固定資本形成か在庫投資かによって、額、構成要素がかなり異なるため、3つを分けて扱うアプローチもありうるが、多くの CGE モデルでは 3つを一つに統合し「投資」として扱っている。以下でもとりあえずは3つを全て合計した全体としての投資で考えていく。

#### [注]

上の説明では「固定資本形成（公的）」を「投資」の一要素として説明した。公的な投資であっても資本ストックの形成に繋がるものであるため、このように扱っているのであるが、場合によっては異なる分類をすることもある。例えば、マクロ経済学では「固定資本形成（公的）」を「投資」ではなく「政府支出」の一項目として「固定資本形成（民間）」とは別の扱いにすることが多い。「固定資本形成（公的）」を含め、政府による支出をどう扱うべきかについては、第 14 章で扱う予定である。

### 2.3.2 GTAP データの投資データ

もう一つ CGE 分析においてよく利用されている GTAP データの投資データを見ておこう。表 2 は、GTAP データ（version 10）における日本の 2014 年の投資額（単位は 100 万 US ドル）を財別に表したデータである。財の記号については GTAP のページを見て確認して欲しい<sup>6)</sup>。

総投資額は約 9,814 億ドルである。2014 年の年末の為替レートである 1 ドル 120 円を使うと、円換算で 118.8 兆円となる。2015 年と 2014 年という違いはあるが、日本の産業連関表のデータにそれほど大きな差はない。また、財別の値については、連関表の分類と GTAP の分類が違ってもあり正確な比較ができないが、どちらでも建設が半分を占め、その他に多い財が機械産業、商業、情報通信であり、同じような傾向を見せている。いずれにせよ、投資に利用される財は一部の財に集中しているということがここでも確認できる。

## 3 投資の導入方法

### 3.1 投資の配分

ここでは投資の決定のうちまず投資の決定の二段階目、つまり総投資額が各財にどのように配分されるかを考える。最初に一般的な形式のケースを説明し、その後、実際によく利用される特殊ケースを説明する。

---

5) 上で述べたように、2015 年表から研究開発への支出が「固定資本形成」に計上されることになったために、「教育・研究」財の固定資本形成での利用が多くなっている。2011 年表までは「教育・研究」財の固定資本形成での利用はほぼゼロである。

6) [https://www.gtap.agecon.purdue.edu/databases/v10/v10\\_sectors.aspx](https://www.gtap.agecon.purdue.edu/databases/v10/v10_sectors.aspx)

表 2：GTAP10 の日本の投資データ（2014 年、単位: 100 万ドル）

	額	シェア (%)		額	シェア (%)
pdr	0.0	0.0	bph	0.9	0.0
wht	2.9	0.0	rpp	1.7	0.0
gro	2.6	0.0	nmm	8.6	0.0
v_f	262.0	0.0	i_s	1.9	0.0
osd	3.5	0.0	nfm	2,753.0	0.3
c_b	1.4	0.0	fmp	4,102.0	0.4
pfb	8.1	0.0	ele	67,192.0	6.8
ocr	79.6	0.0	eeq	47,431.0	4.8
ctl	16.3	0.0	ome	130,056.0	13.3
oap	149.0	0.0	mvh	18,180.0	1.9
rmk	592.0	0.1	otn	38,334.0	3.9
wol	313.2	0.0	omf	30,467.0	3.1
frs	0.5	0.0	ely	0.0	0.0
fsh	0.1	0.0	gdt	0.0	0.0
coa	0.0	0.0	wtr	7.3	0.0
oil	0.0	0.0	cns	458,760.0	46.7
gas	0.0	0.0	trd	66,025.0	6.7
oxt	408.0	0.0	afs	0.3	0.0
cmt	0.0	0.0	otp	6,470.0	0.7
omt	0.0	0.0	wtp	224.1	0.0
vol	0.0	0.0	atp	33.6	0.0
mil	0.0	0.0	whs	389.2	0.0
pcr	0.0	0.0	cmn	82,831.0	8.4
sgr	0.0	0.0	ofi	0.3	0.0
ofd	0.0	0.0	ins	0.0	0.0
b_t	0.0	0.0	rsa	28.1	0.0
tex	631.0	0.1	obs	23,096.0	2.4
wap	2,208.0	0.2	ros	107.1	0.0
lea	0.0	0.0	osg	42.0	0.0
lum	179.8	0.0	edu	31.0	0.0
ppp	23.2	0.0	hht	34.3	0.0
p_c	0.0	0.0	dwe	0.0	0.0
chm	6.6	0.0	Total	981,496.0	100.0

### 3.1.1 一般的な形式

$x_i^{\text{INV}}$  を投資用の財  $i$  の購入量（財  $i$  に対する投資需要）とし、さらに  $q^{\text{INV}}$  を投資全体を表す数量指数（以下、「投資財」と呼ぶ）とする。一般的なケースではこの二つの間に以下のような関係があると想定する。

$$q^{\text{INV}} = f^{\text{INV}}(x_1^{\text{INV}}, x_2^{\text{INV}}, \dots, x_n^{\text{INV}}) = \left[ \sum_i \alpha_i^{\text{INV}} (x_i^{\text{INV}})^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (2)$$

ただし、 $f^{\text{INV}}$  は各財を投資財に合成するための CES 関数である。つまり、各財を投入することで生産物を生みだす、あるいは、各財を消費することで効用を生みだすことと同様に、**各財を投入することで「投資財」が生み出される**という想定をおこなうということである。

そして、投資財の水準が決まった（つまり、全体としての投資の水準が決定された）という状況での各財への投資需要は、支出を最小化するように決定すると想定する。つまり、以下の問題を解くようにして各財への投資需要が決定するということである。

$$\min_{\mathbf{x}^{\text{INV}}} \left[ \sum_i p_i x_i^{\text{INV}} \mid f^{\text{INV}}(\mathbf{x}^{\text{INV}}) = q^{\text{INV}} \right]$$

これは、生産において各財への投入需要が費用を最小化するように決定され、消費において各財への消費需要が支出を最小化するように決定されることと形式上全く同じである。

ここでは投資財の合成関数に一次同次関数を仮定しているので、投資財生産の単位費用  $c^{\text{INV}}$  を定義できる。

$$c^{\text{INV}} \equiv \min_{\mathbf{x}^{\text{INV}}} \left[ \sum_i p_i x_i^{\text{INV}} \mid f^{\text{INV}}(\mathbf{x}^{\text{INV}}) = 1 \right]$$

これは投資財一単位を得る（生産する）のに必要な費用を表している。

さらに、 $f^{\text{INV}}$  の定義より、単位費用関数は結局次のような形式になる。

$$c^{\text{INV}} = \left[ \sum_i (\alpha_i^{\text{INV}})^{\sigma} (p_i)^{1-\sigma} \right]^{1-\sigma} \quad \{c^{\text{INV}}\}$$

投資の単位費用関数が定義できれば、シェパードの補題（Shephard's lemma）より財  $i$  に対する単位投資需要（投資財一単位を得るのに必要な財  $i$  の量）が次式で与えられる。

$$a_i^{\text{INV}} = \frac{\partial c^{\text{INV}}}{\partial p_i} = \left[ \frac{\alpha_i^{\text{INV}} c^{\text{INV}}}{p_i} \right]^{\sigma} \quad \{a_i^{\text{INV}}\}$$

これを使うと財  $i$  に対する総投資需要を  $a_i^{\text{INV}} q^{\text{INV}}$  と表現できる。

また、投資財の価格を  $p^{\text{INV}}$  としたとき、投資財の生産量（つまり、投資の水準）は

$$\max_{q^{\text{INV}}} \pi^{\text{INV}} = p^{\text{INV}} q^{\text{INV}} - c^{\text{INV}} q^{\text{INV}}$$

という投資財生産の利潤最大化問題によって決定される。これは通常の財の生産量が利潤最大化で決定されることと同じである。



上の利潤最大化問題の条件は

$$p^{\text{INV}} - c^{\text{INV}} = 0 \quad \{q^{\text{INV}}\}$$

であるので、この条件が満たされるように  $q^{\text{INV}}$  が決まるということである。

ここまで、「投資財」、及び「投資財の価格」という用語を利用してきた。しかし、第 2.1 節で述べたように投資は貯蓄によってファイナンスされるので、投資と貯蓄は表裏一体の関係にある。よって、投資財、投資財の価格と呼んでいるものを「貯蓄財」、「貯蓄財の価格」と呼ぶこともできる。特に、貯蓄をおこないそれによって投資財を購入する側（主に家計）からは貯蓄財、貯蓄財の価格と呼んだ方がわかりやすいかもしれない。

### 3.1.2 よく利用される特定化

ここまで  $f^{\text{INV}}$  を (2) 式のような CES 関数と仮定してきた。しかし、実際の CGE モデルでは  $f^{\text{INV}}$  をレオンチェフ関数と仮定することがほとんどである。つまり、以下のような関数形を想定する。

$$f^{\text{INV}}(x_1^{\text{INV}}, x_2^{\text{INV}}, \dots, x_n^{\text{INV}}) = \min \left[ \frac{x_1^{\text{INV}}}{\bar{a}_1^{\text{INV}}}, \dots, \frac{x_n^{\text{INV}}}{\bar{a}_n^{\text{INV}}} \right] \quad (3)$$

ただし、 $\bar{a}_i^{\text{INV}}$  は一単位の投資財を生産するのに必要な財  $i$  の量（つまり、投入係数）である。これは投資のためには全ての財が固定比率で利用されるということである。

$f^{\text{INV}}$  が (3) 式であるとする、これまで求めた投資財生産の単位費用、及び単位投資需要は次式になる。

$$c^{\text{INV}} = \sum_i p_i \bar{a}_i^{\text{INV}}$$

$$a_i^{\text{INV}} = \frac{\partial c^{\text{INV}}}{\partial p_i} = \bar{a}_i^{\text{INV}}$$

## 3.2 投資・貯蓄の決定

第 3.1 節で投資の各財への配分を考えた。ここでは、投資全体がどう決まるかを考える。投資・貯蓄の決定については様々な考え方があるのだが<sup>7)</sup>、ここでは CGE 分析において非常によく使われる二つのアプローチを紹介する。

- A-1：実質的な投資額を固定するアプローチ
  - 筆者の作成した Takeda (2010)、Takeda et al. (2019)、Takeda et al. (2012)、Takeda et al. (2014) 等の静学モデルではこのアプローチを用いている。
  - また、GTAPinGAMS に添付のモデルもこれを利用している (Lanz and Rutherford 2016)。
- A-2：貯蓄率一定と想定し貯蓄額（投資額）を決定するアプローチ

7) 第 1 節で述べたが、この第 13 章はあくまで静学モデルを前提としていることに注意して欲しい。動学的最適化を想定する動学モデルであれば、その最適化行動の結果、貯蓄、投資が自然に決まってくるので全く話が変わってくる。

- 。 GTAP モデル Hertel (1999)、IFPRI CGE モデル Lofgren et al. (2002) はこちらを利用している。
- 。 筆者も 武田他 (2010)、Saito et al. (2016) の逐次動学モデルではこちらのアプローチを用いている。

以下、二つのアプローチを詳しく説明するが、まず海外との取引がないケースを前提として話を進める。

### 3.2.1 A-1: 実質的な投資額を固定するケース

これは投資財への需要が外生的に固定されているというケースである<sup>8)</sup>。外生的に与えられる需要量を  $\bar{q}^{\text{INV}}$  とすると、投資財の市場均衡条件は次式になる。

$$q^{\text{INV}} = \bar{q}^{\text{INV}} \quad \{p^{\text{INV}}\}$$

需要量が外生的に固定されていれば投資財の供給量（生産量）も同様に固定されることになる。そして、この市場均衡条件によって投資財の価格  $p^{\text{INV}}$  が決まることになる。

$q^{\text{INV}}$  と  $p^{\text{INV}}$  が決まれば、総投資額  $e^{\text{INV}}$  が次式で決まる。

$$e^{\text{INV}} = p^{\text{INV}} q^{\text{INV}}$$

とりあえずは海外との取引がないと仮定しているので、これはそのまま貯蓄額に等しくなる。

$\bar{q}^{\text{INV}}$  の値としては基準データにおける投資額を用いることが多い。よって、このアプローチでは（実質的な）投資額が基準均衡から変わらないという想定を置くことになる。

### 3.2.2 A-2: 貯蓄率一定と想定するケース

このアプローチでは（代表的）家計の貯蓄率が一定であると仮定する。その貯蓄率を  $\phi^S$ 、可処分所得を  $m$  とすると貯蓄額は  $\phi^S m$  となる。今、海外との取引を考えないため、これがそのまま投資額  $e^{\text{INV}}$  に等しくなるので

$$e^{\text{INV}} = \phi^S m \quad \{e^{\text{INV}}\} \quad (4)$$

で  $e^{\text{INV}}$  が決まる。 $e^{\text{INV}}$  が決まれば後は  $e^{\text{INV}}/p^{\text{INV}}$  によって投資財への需要が与えられるので、投資財の市場均衡条件は次式となる。

$$q^{\text{INV}} = \frac{e^{\text{INV}}}{p^{\text{INV}}} \quad \{p^{\text{INV}}\}$$

これによって投資財価格  $p^{\text{INV}}$  が決まる。貯蓄率一定のモデルでは可処分所得の変化に応じて、（実質的な）投資額  $q^{\text{INV}}$  が変化することになる

この A-2 のアプローチを採用する際には、同時に効用関数も変更することが多い。具体的には、

8) ここで固定するのはあくまで実質的な投資  $q^{\text{INV}}$  であることに注意して欲しい。仮に、投資額  $p^{\text{INV}} q^{\text{INV}}$  を固定したとすると価格の 0 次同次性が成り立たなくなってしまう。特別な理由がない限り、我々は価格の 0 次同次性が成立するような実物モデル、言い換えれば貨幣がベールの役割しか果たさないモデルを考えたいので、固定するとしたら実質変数でなければならない。

効用関数を次のような貯蓄（投資）と消費の Cobb-Douglas 関数と仮定する。

$$u = \alpha^u (q^S)^{\phi^S} (q^C)^{1-\phi^S}$$

ただし、 $u$  は効用、 $q^S$  は貯蓄、 $q^C$  を消費である。ここでの貯蓄  $q^S$  とは要するに貯蓄財（投資財）の量のことであり、 $q^C$  はこれまでのモデルにおいて効用と呼んでいたものである。これまでは効用は消費にしか依存していなかったが、ここでは「消費によって決まる効用（消費の指数）」と「貯蓄」が組み合わされて最終的な効用が決まるということである。

ここで  $p^S$  を貯蓄財の価格、 $m$  を所得とすると、効用を最大化する貯蓄財の量（貯蓄財に対する非補償需要関数）は

$$q^S = \frac{\phi^S m}{p^S} \quad (5)$$

となる<sup>9)</sup>。これを書き換えると  $p^S q^S = \phi^S m$  となる。つまり、一定の貯蓄率  $\phi^S$  に従い、貯蓄額  $p^S q^S$  が決まることになる。

以上のように、効用が消費と貯蓄の Cobb-Douglas 関数と仮定することで貯蓄率一定という性質を導くことができる。なお、貯蓄というのは結局、投資財の購入に当るので、 $q^S = q^{\text{INV}}$ 、 $p^S = p^{\text{INV}}$  である。よって、上の関係は  $p^{\text{INV}} q^{\text{INV}} = e^{\text{INV}} = \phi^S m$  となり、(4) 式の関係を表していることになる。

### 3.2.3 二つのアプローチの比較

二つのアプローチを紹介したが、以下で、それぞれの利点・欠点を検討し、どのような場合にどのアプローチを使うべきか、あるいはどのような場合にどのアプローチを使うべきではないかを考えよう。

#### A-1 の問題点

まず、A-1 には一つ大きな問題点がある。それは政策のショックがあっても（実質的な）投資額が全く変わらないという A-1 の想定が非現実的だということである。特に、大きなショックが生じ、その結果、所得額も大きく変化するような状況で投資額が変わらないと想定することは現実の経済の反応とは大きく異なる可能性が高い。

これに対し貯蓄率一定のモデルでは、所得が減少すれば貯蓄額が減り投資額も減る、また逆に所得が増加すれば貯蓄額が増え投資額も増える。貯蓄率が全く変わらないという仮定が必ずしも成り立つとは限らないが（特に、長期的には）、所得の増減に応じて、貯蓄・投資の水準も変化するという A-2 のアプローチの方が現実の経済により近い想定であろう。この意味で A-1 ではなく、A-2 の方がより適切なアプローチと言えるが、それでも A-1 がよい場合もある。それは「厚生」をどのように測るかということに密接に関わってくる。

#### 厚生 の尺度

静学的な CGE モデルでは代表的な家計の効用は消費に依存すると仮定することが多く、実際、これまでもずっとそう仮定してきた。そして、その代表的な家計の効用が経済全体の「厚生

9) Cobb-Douglas 効用関数のときの需要関数については第 A-1 章を参照されたい。

(welfare)」を表すものとみなし、家計の効用の変化によって厚生の変化を測ることが多い。つまり、次の B-1、B-2 という仮定を置くということである。

- 仮定 B-1: 家計の効用 → 消費に依存（つまり、効用は消費の関数になっている）
- 仮定 B-2: 「代表的な家計の効用＝厚生」

そもそも「厚生」とは何なのかが明確に定義されているわけではないし、様々な考え方があり、正しい定義があるわけでもない<sup>10)</sup>。しかし、少なくとも CGE 分析においては「**代表的な家計の効用の水準を社会全体の厚生水準を測る指標として利用する**」ことが多く、実際に多くの CGE 分析の研究では、そのように定義される社会厚生を用いて政策等の善し悪しを判断している。そして、B-1 & B-2 という仮定の下では、経済へのショック（政策等）の厚生に対する効果は消費への効果によって決まってくる。つまり、ショックによって消費が増加すれば厚生は上昇し、逆に減少すれば厚生は低下するということになる。

ここで、A-2 のようなモデルを仮定しているとしよう。そして、ある政策ショックによって、消費に多く利用される財（例えば、農産物、食品、サービス等）の価格が上昇し、投資に多く利用される財（機械製品、建設等）の価格が低下するという効果が働いたとしよう。この場合、消費が減少する一方、投資は増加することになるので<sup>11)</sup>、B-1 & B-2 の仮定の下では厚生は低下したと判断することになる。しかし、本当にそう判断してよいだろうか？

その一つの問題は、投資の増加が厚生に与える効果を全く無視している点である。投資は資本ストックの増加をもたらし、それは将来の生産、消費を増加させることになるので、投資の増加は将来の厚生を高める効果があるはずである。しかし、B-1 という仮定では現在の消費の減少の影響だけを捉え、投資の増加（による将来の消費へ）の影響を全く考慮しないことになる。

逆のケースもありうる。例えば、ある政策ショックによって、投資に多く利用される財の価格が大きく上昇し、消費に多く利用される財の価格が低下したとすると、投資が大きく減少する代わりに消費は増加するであろう。消費が増加するのだから、B-1 & B-2 という仮定に従えば厚生は改善することになる。しかし、この場合も、投資が減り、将来の消費を犠牲にすることで現在の消費が増加しているのだから、これを単純に厚生の上昇と判断することは不適切であろう。

以上のように、B-1 & B-2 という静学的な CGE モデルでよく利用されている仮定の下で、A-2 のようなモデルを利用してしまうと、本来、厚生の上昇（低下）とみなすべきではない状況を厚生の上昇（低下）と判断してしまうという問題が生じる。

## 対応方法

上記のような問題に対応する方法としては、次の二つがある。

- A-2 ではなく、A-1 を仮定する。
- A-2 は仮定するが、代表的家計の効用関数を消費だけではなく投資（貯蓄）の関数とする（つまり、B-1 はやめる）。

10) 我々は常に代表的家計を想定しているが、モデルによっては複数の家計を想定する場合がある。その場合には何をもって「厚生」を測るかは一層難しくなる。

11) 実際、第 6 節のシミュレーションにおいてこのようなケースが生じる。

A-2 のように消費も投資も動くモデルを想定することで二つの変数が逆方向に変化するケースが出てくるといことが、厚生の変化を判断することを難しくしている理由の一つであるので、そもそも投資を固定してしまえば問題は起こらなくなる。実際、投資を固定すれば投資の変化が将来の消費（そして将来の厚生）に与える影響が生じなくなるので、B-1、B-2 のように純粋に現在の消費で厚生を測ったとしても大きな問題はない。Takeda (2010)、Takeda et al. (2019)、Takeda et al. (2012)、Takeda et al. (2014) では投資を固定しているが、それは消費にのみ依存する効用によって厚生への効果を測るためである。最初に述べたように投資が全く動かないというのは非現実的な仮定ではある。しかし、通常の CGE 分析の B-1、B-2 という想定を静学モデルの枠組みの中で用いるのであれば、適切な厚生の判断をするためには必要な仮定であると言える。

もう一つの対応方法は、A-2（投資が動く）という仮定は維持するが、厚生の基準となる効用関数自体を変更してしまうということである。具体的には、効用を消費だけではなく、投資（貯蓄）の関数と仮定するということである。このように仮定すれば、消費と投資が逆に動いたとしても、その動き方を総合的に判断した上で厚生を評価することになる。こちらの対応方法では、通常、効用関数として (27) 式のような Cobb-Douglas 関数を仮定することが多い。というのは、第 3.2.2 節で説明したように、そう仮定することで同時に貯蓄率一定という性質も導けるからである。このようなアプローチをとっているモデルに GTAP モデル (Hertel 1999) がある。GTAP モデルでは厚生（代表的家計の効用）は消費と貯蓄の Cobb-Douglas 関数としており<sup>12)</sup>、消費も貯蓄（投資）もともに変動するが、両者の動きを考慮した上で厚生を判断するようになっている。

## まとめ

「投資や貯蓄をどのようにモデル化するか」についても、「厚生を何によって測るか」についても様々な考え方があり、単純な答えがあるわけではない。A-1、A-2 のアプローチのどちらが望ましいかについても一概には言えないが、はっきり言えることは「B-1、B-2 のような想定を置いているときに、A-2 のアプローチを用いてしまうと厚生への効果を測る際に不適切な判断をしてしまう場合が出てくる」ということである。モデルの設定として B-1、B-2、A-2 の組み合わせを用いるのは望ましくないということに注意すべきである。ちなみに、筆者は静学モデルを用いるときには、B-1 & B-2 の想定を置くので A-1 のアプローチを用いることが多く、逐次動学モデルを用いるときには、投資の変化を考慮したいので、A-2 のアプローチを用いることが多い。

表 3：投資・貯蓄の決め方のアプローチ

モデル	説明	アプローチ
静学モデル + B-1 & B-2	投資（貯蓄）を固定しておくことが望ましい	A-1 を採用
静学モデル + 効用が貯蓄にも依存 & B-2	投資（貯蓄）を固定しておく必要はない	A-2 でもよい
逐次動学モデル	投資（貯蓄）を固定しておくのは望ましくない	A-2 がよい

12) 厳密には、GTAP モデルでは民間の家計と政府を合わせた存在である「地域家計」という経済主体を想定し、その地域家計の効用関数が「民間消費」、「投資」、「政府消費」の 3 つの Cobb-Douglas 関数と仮定している。

## 4 モデル

この節で、投資を導入したモデルを提示する。

### 4.1 貿易がないモデル

以下では第5章や第8章で利用したモデルに投資を導入する。基本的な構造については第5章を参照して欲しい。

#### 4.1.1 投資を固定するモデル

以下では、投資の合成関数に (3) を仮定するケースで考える。

$$c_i = \left[ \sum_j (\alpha_{ji}^x)^{\sigma_i} (p_j)^{1-\sigma_i} + (\alpha_i^v)^{\sigma_i} (p_i^{va})^{1-\sigma_i} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_i}} \quad \{c_i\}_{i=1,\dots,n} \quad (6)$$

$$c_i^{va} = \left[ \sum_f (\beta_{fi}^v)^{\sigma_i^v} [(1+t_{fi}^F)p_f^F]^{1-\sigma_i^v} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_i^v}} \quad \{c_i^{va}\}_{i=1,\dots,n} \quad (7)$$

$$c_i - (1-t_i^Y)p_i = 0 \quad \{y_i\}_{i=1,\dots,n} \quad (8)$$

$$c_i^{va} - p_i^{va} = 0 \quad \{v_i^a\}_{i=1,\dots,n} \quad (9)$$

$$a_{ji}^x = \left[ \frac{\alpha_{ji}^x c_i}{p_j} \right]^{\sigma_i} \quad \{a_{ji}^x\}_{i,j=1,\dots,n} \quad (10)$$

$$a_i^v = \left[ \frac{\alpha_i^v c_i}{p_i^{va}} \right]^{\sigma_i} \quad \{a_i^v\}_{i=1,\dots,n} \quad (11)$$

$$x_{ij} = a_{ij}^x y_j \quad \{x_{ij}\}_{i,j=1,\dots,n} \quad (12)$$

$$a_{fi}^F = \left[ \frac{\beta_{fi}^v}{(1+t_{fi}^F)p_f^F c_i^{va}} \right]^{\sigma_i^v} \quad \{a_{fi}^F\}_{i=1,\dots,n, f=1,\dots,m} \quad (13)$$

$$v_{fi} = a_{fi}^F v_i^a \quad \{v_{fi}\}_{f=1,\dots,m, i=1,\dots,n} \quad (14)$$

$$e = \left[ \sum_j (\gamma_j)^{\sigma^c} [(1+t_j^C)p_j]^{1-\sigma^c} \right]^{\frac{1}{1-\sigma^c}} u \quad \{e\} \quad (15)$$

$$d_i = \left[ \frac{\gamma_i(e/u)}{(1+t_i^C)p_i} \right]^{\sigma^c} u \quad \{d_i\}_{i=1,\dots,n} \quad (16)$$

$$c^{\text{INV}} = \sum_i p_i \bar{a}_i^{\text{INV}} \quad \{c^{\text{INV}}\} \quad (17)$$

$$c^{\text{INV}} - p^{\text{INV}} = 0 \quad \{q^{\text{INV}}\} \quad (18)$$

$$y_i = \sum_j a_{ij}^x y_j + d_i + \bar{a}_i^{\text{INV}} q^{\text{INV}} \quad \{p_i\}_{i=1,\dots,n} \quad (19)$$

$$v_i^a = a_i^v y_i \quad \{p_i^{va}\}_{i=1,\dots,n} \quad (20)$$



$$\bar{v}_f = \sum_i a_{fi}^F v_i^a \quad \{p_f^F\}_{f=1,\dots,m} \quad (21)$$

$$q^{\text{INV}} = \bar{q}^{\text{INV}} \quad \{p^{\text{INV}}\} \quad (22)$$

$$m = \sum_f p_f^F \bar{v}_f + \sum_i t_i^C p_i^C d_i + \sum_{i,f} t_{fi}^F p_f^F v_{fi} + \sum_i t_i^Y p_i^Y y_i \quad \{m\} \quad (23)$$

$$e^S = p^{\text{INV}} q^{\text{INV}} \quad \{e^S\} \quad (24)$$

$$e = m - e^S \quad \{u\} \quad (25)$$

$$p^u = \frac{e}{u} \quad \{p^u\} \quad (26)$$

元々のモデルと異なるのは、(17)、(18)、(19)、(22)、(24)、(25) 式である。(17) 式は投資財生産の単位費用（投資の単位費用）の定義式である。レオンチェフ型の合成関数を仮定しているので各財の価格の線形結合の形式になる。(18) 式は投資財生産の利潤最大化条件である。この式で投資財の生産量が決まる。(19) 式は財市場の均衡条件式である。元のモデルでは財に対する需要としては、中間投入需要と消費需要しかなかったが、ここではそれに投資需要（ $\bar{a}_i^{\text{INV}} q^{\text{INV}}$ ）が加わっている。

(22) 式は投資の水準が外生的に与えられるある値（ $\bar{q}^{\text{INV}}$ ）に等しくなるという条件である。投資の水準を固定するというのは、この条件によって表現されている。 $q^{\text{INV}}$  が投資財の供給量、 $\bar{q}^{\text{INV}}$  が投資財に対する（外生的に与えられる）需要量とみなせるので、この条件は投資財の需給均衡式とみなせる。よって、この式で投資財の価格が決まる。(24) 式は貯蓄額（＝投資額）を表す  $e^S$  の定義式である。最後の (25) 式は、消費に支出される所得の定義式である。元々は所得が全て消費に振り向けられていたので  $e = m$  であったが、ここでは消費支出は所得から貯蓄額を差し引いた額になるため、右辺において  $e^S$  が差し引かれている。

最後の  $p^u$  は効用の価格（一単位の効用を得るのに必要な費用）である。消費のための財の価格に基づいて計算される価格指数であるので、「消費者物価指数」に相当するもので、後のシミュレーションで価格をデフレートするのに利用している。

#### 4.1.2 貯蓄率一定のモデル

貯蓄率一定のモデルでは (22) 式と (24) 式の 2 つの条件が修正される。まず、(22) 式は

$$q^{\text{INV}} = \frac{e^S}{p^{\text{INV}}} \quad \{p^{\text{INV}}\}$$

になる。右辺は貯蓄額を投資財の価格でわった値であり、これが投資財への需要を表す。

次に、(24) は次式となる。

$$e^S = \phi^S m \quad \{e^S\}$$

これが貯蓄率一定の仮定で貯蓄額が決まるということである。

さらに、貯蓄率一定のモデルでは効用関数を消費と貯蓄（投資）の Cobb-Douglas 関数としよう。この場合、 $u$  はあくまで消費の指数にすぎず、本当の効用の値  $\nu$  は

$$\nu = \alpha^\nu (u)^{1-\phi^S} (q^{\text{INV}})^{\phi^S} \quad \{\nu\} \quad (27)$$

で与えられることになる。

以下、区別のため  $u$  を消費に基づく効用と呼ぶ。

## 4.2 貿易があるモデル

以下では第 12 章で扱った貿易があるモデルに投資を導入したモデルを説明する。記号については第 12 章の説明を参照して欲しい。

貿易があるモデルでは貿易収支をどのように扱うかが一つの重要なポイントになったが、ここではまず「貿易収支は基準年の値で固定されているケース」を選択する。ただし、「貿易収支が変化するケース」も後に紹介する。貿易収支は海外へのネットの投資であり、海外に向けられる貯蓄を表すので、貿易収支固定とは「海外向けの貯蓄が固定」されているということを意味する。

### 4.2.1 投資が固定されるケース

#### 単位費用関数

(32) 式が投資財生産の単位費用である。

$$c_i = \left[ \sum_j (\alpha_{ji}^x)^{\sigma_i} (p_j^A)^{1-\sigma_i} + (\alpha_i^v)^{\sigma_i} (p_i^{va})^{1-\sigma_i} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_i}} \quad \{c_i\} \quad (28)$$

$$c_i^{va} = \left[ \sum_f (\beta_{fi}^v)^{\sigma_i^v} [(1+t_{fi}^F)p_f^F]^{1-\sigma_i^v} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_i^v}} \quad \{c_i^{va}\} \quad (29)$$

$$c^u = \left[ \sum_j (\gamma_j)^{\sigma^c} [(1+t_j^C)p_j^A]^{1-\sigma^c} \right]^{\frac{1}{1-\sigma^c}} \quad \{c^u\} \quad (30)$$

$$c_i^A = \left[ (\alpha_i^{AD})^{\sigma_i^{DM}} (p_i^D)^{1-\sigma_i^{DM}} + (\alpha_i^{AM})^{\sigma_i^{DM}} ([1+t_i^M]p_i^M)^{1-\sigma_i^{DM}} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_i^{DM}}} \quad \{c_i^A\} \quad (31)$$

$$c^{INV} = \sum_i p_i \bar{a}_i^{INV} \quad \{c^{INV}\} \quad (32)$$

#### 単位収入関数

$$r_i^y = \left[ (\delta_i^{ES})^{-\eta_i^{DE}} (p_i^E)^{1+\eta_i^{DE}} + (\delta_i^{DS})^{-\eta_i^{DE}} (p_i^D)^{1+\eta_i^{DE}} \right]^{\frac{1}{1+\eta_i^{DE}}} \quad \{r_i^y\} \quad (33)$$

#### 輸出財の価格と輸入財の価格

$$p_i^E = p^{\text{EX}} p_i^{\text{EW}} \quad \{x_i^E\} \quad (34)$$

$$p^{\text{EX}} p_i^{\text{MW}} = p_i^M \quad \{x_i^M\} \quad (35)$$

#### 利潤最大化条件



(40) 式が投資財生産の利潤最大化条件である。

$$c_i - (1 - t_i^Y)r_i^y = 0 \quad \{y_i\} \quad (36)$$

$$c_i^{va} - p_i^{va} = 0 \quad \{v_i^a\} \quad (37)$$

$$c^u - p^u = 0 \quad \{u\} \quad (38)$$

$$c_i^A - p_i^A = 0 \quad \{q_i^A\} \quad (39)$$

$$c^{\text{INV}} - p^{\text{INV}} = 0 \quad \{q^{\text{INV}}\} \quad (40)$$

### 単位需要関数

$$a_{ji}^x = \left[ \frac{\alpha_{ji}^x c_i}{p_j^A} \right]^{\sigma_i} \quad \{a_{ji}^x\} \quad (41)$$

$$a_i^v = \left[ \frac{\alpha_i^v c_i}{p_i^{va}} \right]^{\sigma_i} \quad \{a_i^v\} \quad (42)$$

$$a_{fi}^F = \left[ \frac{\beta_{fi}^v}{(1 + t_{fi}^F)p_f^F c_i^{va}} \right]^{\sigma_i^v} \quad \{a_{fi}^F\} \quad (43)$$

$$a_i^u = \left[ \frac{\gamma_i c^u}{(1 + t_i^C)p_i^A} \right]^{\sigma^c} \quad \{a_i^u\} \quad (44)$$

$$a_i^{\text{AD}} = \left[ \frac{\alpha_i^{\text{AD}} c_i^A}{p_i^D} \right]^{\sigma_i^{\text{DM}}} \quad \{a_i^{\text{AD}}\} \quad (45)$$

$$a_i^{\text{AM}} = \left[ \frac{\alpha_i^{\text{AM}} c_i^A}{(1 + t_i^M)p_i^M} \right]^{\sigma_i^{\text{DM}}} \quad \{a_i^{\text{AM}}\} \quad (46)$$

### 単位供給関数

$$a_i^{\text{ES}} = \left[ \frac{p_i^E}{\delta_i^{\text{ES}} r_i^y} \right]^{\eta_i^{\text{DE}}} \quad \{a_i^{\text{ES}}\} \quad (47)$$

$$a_i^{\text{DS}} = \left[ \frac{p_i^D}{\delta_i^{\text{DS}} r_i^y} \right]^{\eta_i^{\text{DE}}} \quad \{a_i^{\text{DS}}\} \quad (48)$$

### 市場均衡条件

(50) 式が Armington 財の市場均衡条件である。Armington 財の需要として投資需要が加わることになる。また、(53) 式は投資財の市場均衡条件である。投資固定のモデルであるので、投資財に対する需要が外生的に与えられている。

$$a_i^{\text{DS}} y_i = a_i^{\text{AD}} q_i^A \quad \{p_i^D\} \quad (49)$$

$$q_i^A = \sum_j a_{ij}^x y_j + a_i^u u + \bar{a}_i^{\text{INV}} q^{\text{INV}} \quad \{p_i^A\} \quad (50)$$

$$v_i^a = a_i^v y_i \quad \{p_i^{va}\} \quad (51)$$

$$\bar{v}_f = \sum_i a_{fi}^F v_i^a \quad \{p_f^F\} \quad (52)$$

$$q^{\text{INV}} = \bar{q}^{\text{INV}} \quad \{p^{\text{INV}}\} \quad (53)$$

$$u = \frac{m^D}{p^u} \quad \{p^u\} \quad (54)$$

### 輸出货量と輸入量

$$a_i^{\text{ES}} y_i = x_i^E \quad \{p_i^E\} \quad (55)$$

$$x_i^M = a_i^{\text{AM}} q_i^A \quad \{p_i^M\} \quad (56)$$

### 貿易収支の設定

$$\text{TS} = \sum_i p_i^{\text{EW}} x_i^E - \sum_i p_i^{\text{MW}} x_i^M \quad \{\text{TS}\} \quad (57)$$

$$\text{TS} = \bar{\text{TS}} \quad \{p^{\text{EX}}\} \quad (58)$$

### 所得の定義式

(59) 式は所得であり、(60) 式は国内の投資に向けられる貯蓄である。 $p^{\text{EX}}\text{TS} + e^S$  が総貯蓄額になる。最後の (61) 式は消費に向けられる所得を定義している。

$$m = \sum_f p_f^F \bar{v}_f + \sum_i t_i^C p_i^A d_i + \sum_{i,f} t_{fi}^F p_f^F v_{fi} + \sum_i t_i^M p_i^M x_i^M + \sum_i t_i^Y r_i^Y y_i \quad \{m\} \quad (59)$$

$$e^S = p^{\text{INV}} q^{\text{INV}} \quad \{e^S\} \quad (60)$$

$$m^D = m - e^S - p^{\text{EX}}\text{TS} \quad \{m^D\} \quad (61)$$

#### 4.2.2 貯蓄率一定のケース

貯蓄率一定のケースでは (53) 式が次のように修正される

$$q^{\text{INV}} = \frac{e^S}{p^{\text{INV}}} \quad \{p^{\text{INV}}\} \quad (62)$$

また、(60) 式は次のように修正される。

$$e^S = \phi^S (m - p^{\text{EX}}\text{TS}) \quad \{e^S\} \quad (63)$$

ただし、 $\phi^S$  は一定の貯蓄率であり、 $m - p^{\text{EX}}\text{TS}$  は国内向けの支出を表している。

### 効用関数

貯蓄率一定のケースの本当の効用関数

$$\nu = \alpha^\nu (u)^{1-\phi^S} (q^{\text{INV}})^{\phi^S} \quad \{\nu\} \quad (64)$$

やはり貯蓄率一定のケースでは上式で真の効用関数を表すものとする。

### 4.3 海外への貯蓄率が一定のケース

ここまでの貿易があるモデルでは貿易収支を固定していた。ここでは、貿易収支が変化するモデル、具体的には第12章で紹介した「所得の一定率を海外に投資するというモデル」も考えよう。「所得の一定率を海外に投資する」というのは言い換えれば「海外への貯蓄率が一定」というケースである。A-2 で国内の投資に利用される貯蓄が貯蓄率一定で決まるとしているケースを考えているが、ここでは海外の投資に利用される貯蓄も同じように貯蓄率一定で決まると想定することである。

この場合、(58) 式が次のように修正される。

$$TS = \phi^{FS} m$$

ただし、 $\phi^{FS} \equiv p^{EX} TS / \bar{m}$  は海外への貯蓄率を表すパラメータである。

### 4.4 まとめ

以上より次節のシミュレーションで分析するモデルは以下の4つとなる。

- 1) 国内の投資を固定 (A-1) + 貿易収支固定
- 2) 国内の投資が可変 (貯蓄率一定) (A-2) + 貿易収支固定
- 3) 国内の投資を固定 (A-1) + 貿易収支可変 (海外への貯蓄率一定)
- 4) 国内の投資が可変 (貯蓄率一定) (A-2) + 貿易収支可変 (海外への貯蓄率一定)

ただし、第12章で指摘したように、3) と 4) の「貿易収支可変 (海外への貯蓄率一定)」のモデルでは、海外との間に所得移転のような効果が働くことになるため、厚生分析をする際には注意が必要である。この問題については次節のシミュレーションで実際に確認しよう。

## 5 例として利用する SAM

モデルとして「貿易のないモデル」と「貿易のあるモデル」の両方を使うので、SAM も貿易のない SAM と貿易のある SAM の二つを使う。表4が貿易のない SAM、表5が貿易のある SAM である。

どちらの SAM でも二段階のインデックスを用いており、第12章での SAM と似ている。SAM (A) では貿易はないので、輸出向け供給と国内向け供給の配分をおこなうための DE というインデックスがなくなる。また、第12章では Other というインデックスの下に消費 (CON) しかなかったが、ここでは投資財生産部門 (INV) が加えられている。

INV の列では投資財の生産に利用される財の額 (つまり、各財に対する投資需要額) が計上されている。Sector.AGR の財が 20、Sector.MAN の財が 100、Sector.SER の財が 10 だけ投資に利用されていることがわかる。一方、INV の行では生産された投資財がどこに供給されているかわ

表 4：SAM データ (A)

SAM\_A

		Sector	Sector	Sector	Factor	Factor	Other	Other	Agent	Sum
		AGR	MAN	SER	LAB	CAP	CON	INV	HH	
Sector	AGR	30	10	30	0	0	80	20	0	170
Sector	MAN	10	50	20	0	0	120	130	0	330
Sector	SER	20	40	20	0	0	100	10	0	190
Factor	LAB	60	110	70	0	0	0	0	0	240
Factor	CAP	50	120	50	0	0	0	0	0	220
Other	CON	0	0	0	0	0	0	0	300	300
Other	INV	0	0	0	0	0	0	0	160	160
Agent	HH	0	0	0	240	220	0	0	0	460
Sum		170	330	190	240	220	300	160	460	

表 5：SAM データ (B)

SAM\_B

	Sector	Sector	Sector	Factor	Factor	DE	DE	DE	Goods	Goods	Goods	Other	Other	Agent	Agent	Sum
	AGR	MAN	SER	LAB	CAP	AGR	MAN	SER	AGR	MAN	SER	CON	INV	HH	ROW	
Sector	AGR	0	0	0	0	160	0	0	0	0	0	0	0	0	0	160
Sector	MAN	0	0	0	0	0	410	0	0	0	0	0	0	0	0	410
Sector	SER	0	0	0	0	0	0	220	0	0	0	0	0	0	0	220
Factor	LAB	50	100	80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	230
Factor	CAP	50	210	70	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	330
DE	AGR	0	0	0	0	0	0	0	150	0	0	0	0	0	10	160
DE	MAN	0	0	0	0	0	0	0	0	260	0	0	0	0	150	410
DE	SER	0	0	0	0	0	0	0	0	0	220	0	0	0	0	220
Goods	AGR	30	10	30	0	0	0	0	0	0	0	0	90	10	0	170
Goods	MAN	10	50	20	0	0	0	0	0	0	0	0	140	100	0	320
Goods	SER	20	40	20	0	0	0	0	0	0	0	0	130	10	0	220
Other	CON	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	360	360
Other	INV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	120	120
Agent	HH	0	0	0	230	330	0	0	0	0	0	0	0	0	0	560
Agent	ROW	0	0	0	0	0	0	0	20	60	0	0	0	80	0	160
Sum		160	410	220	230	330	160	410	220	170	320	220	360	120	560	160

---

かる。ここでは、投資財は全て家計が貯蓄を用いて購入するので、(Other.INV, Agent.HH) のセルに全額計上されている。

一方、SAM (B) では貿易があるので DE のインデックスもあり、さらに海外を表す経済主体 Agent.ROW が加っている。その他の部分についての扱いは SAM (A) とほぼ同じである。

## 6 シミュレーション

### 6.1 プログラム

貿易がないモデルのプログラムは `inv_model_A.gms`、貿易があるモデルのプログラムは `inv_model_B.gms` である。それぞれ第 9 章で利用した `policy_simulation.gms`、第 12 章で利用した `one_region.gms` を修正したプログラムである。

基準データには `chap_13_SAM_example.xlsx` のデータを用いる。`inv_model_A.gms` の方はプログラム内に既にデータが含まれているが、`inv_model_B.gms` を実行するにはまず `data_create_B.gms` を実行して、`chap_13_SAM_example_B.gdx` を作成しておく必要がある。

### 6.2 カリブレーション

パラメータのカリブレーションについては大きな変更はないので、詳しくは GAMS のコードの方を見てほしい。ただし、A-2 のモデルで現れる真の効用関数 (27) 式の  $\alpha^\nu$  は次のようにカリブレートされる。

$$\alpha^\nu = \frac{\bar{v}}{(\bar{u})^{1-\phi^S} (\bar{q}^{\text{INV}})^{\phi^S}}$$

### 6.3 シナリオ

以下のシミュレーションでは次の 3 つのシナリオを解く。

- 基準均衡
- MAN に消費税を導入するケース
- MAN に生産税を導入するケース

MAN という財に消費税、生産税を導入することで均衡がどのように変化するかを見る。今回は投資を導入したので特に投資量、厚生（効用）への影響を分析する。ここで考えているような完全競争、かつ市場の失敗もないモデルでは既にパレート効率的な状態が成立しており、そこに新たに税金を導入することは歪みをもたらすことを意味し、経済全体の効率性を低下させるはずである。実際に、どのような結果になるかを以下でチェックする。

基準データを見ればわかるが、MAN は特に投資に多く利用されている財であるため、MAN の生産、消費の変化は投資に対して強い影響を与える可能性が高い。結果を解釈する際にこのことに注意する必要がある。

## 6.4 シミュレーション結果

### 6.4.1 貿易のないモデル

シミュレーション結果は表 6 である。表 6 は各変数の基準均衡の値からの変化率 (%) を示している。 $q\_inv$  は投資財の生産量 ( $q^{INV}$ )、 $u$  は消費のみに依存する効用 (25 式で決まる  $u$ )、 $nu$  は消費と投資に依存する効用水準 (27 式で決まる  $\nu$ )<sup>13)</sup>、 $y\_$  で始まる変数は各財の生産量 ( $y_i$ )、 $c\_$  で始まる変数は各財の消費量 ( $d_i$ )、 $p\_inv$  は効用の価格でデフレートした投資財の価格 ( $p^{INV}/p^u$ ) である。

表 6：貿易がないモデル（基準均衡からの変化率、%）

	A-1		A-2	
	消費税	生産税	消費税	生産税
$q\_inv$	0.0	0.0	4.8	-6.8
$p\_inv$	-7.2	10.4	-7.2	10.3
$u$	-0.2	-0.7	-2.8	2.9
$nu$			-0.2	-0.6
$y\_man$	-2.1	-6.0	-1.0	-7.5
$y\_agr$	2.3	2.7	1.3	4.2
$y\_ser$	1.9	1.3	0.8	2.9
$c\_man$	-5.4	-7.4	-7.8	-4.1
$c\_agr$	3.6	4.6	0.9	8.4
$c\_ser$	3.6	4.0	0.9	7.8

以下で変数の動きを見ていこう。まず、投資を固定する A-1 では MAN への消費税のケースでも生産税のケースでも投資財の生産量は、当たり前であるが全く変わらない。消費税のケースでは、MAN への需要が大きく減少するため、生産も減少し、価格も低下する。その結果として効用  $u$  は低下している。税が新たな歪みとなり、経済の効率性が低下しているということを裏づける結果となっている。

MAN に対する生産税のケースでも基本的に同方向に変数は変化する。ただし、生産に税金がかかるため投資財の価格が上昇する点は異っている。このケースでも効用  $u$  は低下しており、生産税が効率性を悪化させていることがわかる。

次に貯蓄率一定の A-2 での結果を見てみよう。まず、消費税で MAN の消費、生産が減少することは変わらないが、投資が増加する結果となっている。これは、MAN が投資において集約的に利用される財であるため、MAN の消費の減少で投資が増加するという効果が強く働くためだと考えられる。消費税の結果、効用  $u$  はやはり低下しているが、A-1 と比較すると低下率が非常に大きい (0.2% から 2.8% に拡大)。これは、消費が減少する代わりに投資が増加するという効果が働くためである。

A-1 でも消費は減少し効用が低下したが、これはあくまで税によって効率性が損なわれることによる効果である。これに対し A-2 では効率性の低下という効果だけではなく、投資に資源がとら

13) A-1 では  $\nu$  は定義しないので数値は NA になる。

れることで消費が減少するという効果が加わり、その結果、消費に基づく効用  $u$  の低下が拡大しているのである。第 3.2.3 節で議論したように、投資も動くモデルにおいて消費にのみ依存する効用  $u$  で厚生を測ることには問題がある。ここでも  $u$  を用いた場合、税金による効率性低下の効果だけではなく、消費から投資への資源の移動によるマイナスの効果も反映されるが、後者は将来の消費を増やす可能性が高い効果であるから、単純にマイナスの効果として捉えるべきではない。もし A-2 を用いるのなら貯蓄も考慮した効用  $v$  の方で効率性（厚生）を測る必要がある。実際、消費税の導入により  $v$  は低下しており、 $v$  で測れば消費税は厚生を低下させる結果となっている。これは通常の経済モデルの示唆する結果と整合的な結果である。

MAN への生産税のケースでは  $u$  を厚生 の尺度として用いることの問題がより大きくなる。というのは、生産税の導入で  $u$  は上昇する結果となっているからである。本来、生産税も経済の効率性を低下させ、それは厚生に対してマイナスの効果をもたらすはずであるが、生産税では投資が大きく減少することで消費が増加する効果が働くため、消費にのみ依存する  $u$  で基準にすると厚生が上昇することになってしまうのである。このように、 $u$  を厚生 の尺度に用いることで誤った評価につながることになる。一方、この場合でも投資も考慮した効用  $v$  を見れば期待通りに低下しており、 $v$  は適切に厚生 の動きを捉えていると言える。

以上のように、A-1 を前提としているときには消費に基づく効用で厚生を測るので問題はないが、A-2 の場合には消費に基づく効用で厚生を測ることには問題がある。従って、もし A-2 の想定を置くのなら、厚生を判断する際に投資の動きも考慮した効用関数を採用する必要がある。モデルの設定を考える際や、シミュレーション結果を解釈する際に、この点について留意する必要がある。

#### 6.4.2 貿易のあるモデル

貿易のあるモデルでも基本的には同じであるが、こちらでは「海外への貯蓄率一定」というケースも計算している。結果は表 7 である。変数についての詳しい説明はプログラムのファイル (inv\_model\_B.gms) を見て欲しい。

ここでは投資 ( $q\_inv$ )、貿易収支 ( $ts$ )、二つの効用 ( $u$ ,  $nu$ ) の動きだけ確認しよう。

##### 貿易収支一定のモデル

貿易収支一定のモデルについては投資、効用とも前節の貿易がないモデルとほぼ同様の動き方をしており、さらに効用の動き方について同じ問題が生じていることがわかる。つまり、A-2 では消費に基づく効用  $u$  は消費税で大きく低下、生産税では逆に大きく上昇と問題のある動きをしており、A-2 については投資も考慮した効用関数  $v$  によって厚生を測るべきだということである。

##### 海外への貯蓄率一定のモデル

国内向けの貯蓄額を貯蓄率一定で決めるのなら、海外向けの貯蓄も貯蓄率一定という仮定で決めることはごく自然で、整合的な設定だと考えられる。その意味で、A-2 という想定を置いているときには、「海外への貯蓄率一定のモデル」を用いることが望ましいのかもしれないが、第 12 章で既に説明したように、貿易収支が変動する想定をおこなうと、海外との間に所得移転の効果が入って

表 7: 貿易があるモデル (基準均衡からの変化率、%)

	貿易収支一定				海外への貯蓄率一定			
	A-1		A-2		A-1		A-2	
	消費税	生産税	消費税	生産税	消費税	生産税	消費税	生産税
q_inv	0.0	0.0	5.6	-8.2	0.0	0.0	4.8	-7.0
p_inv	-7.2	10.5	-7.1	10.4	-7.2	10.4	-7.2	10.4
ts	0.0	0.0	0.0	0.0	4.5	-7.3	4.5	-7.4
u	-0.1	-1.4	-1.9	1.4	-1.1	0.3	-2.7	2.6
nu			-0.1	-1.1			-0.9	0.1
tot	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
y_agr	1.0	25.3	0.1	26.9	0.5	25.8	-0.3	27.2
y_man	-0.7	-9.9	0.0	-11.0	-0.3	-10.5	0.3	-11.5
y_ser	0.9	0.8	0.0	2.1	0.2	1.8	-0.5	2.9
c_agr	1.4	0.7	-0.5	3.4	0.4	2.3	-1.2	4.7
c_man	-2.2	-4.0	-4.0	-1.3	-3.2	-2.4	-4.8	-0.1
c_ser	1.4	0.4	-0.5	3.1	0.4	2.1	-1.2	4.4
d_agr	1.0	13.2	0.1	14.7	0.5	14.2	-0.3	15.5
d_man	1.1	1.9	0.1	3.4	0.7	2.4	-0.2	3.7
d_ser	1.0	4.4	0.1	5.9	0.3	5.5	-0.5	6.8
e_agr	0.9	184.4	0.1	187.0	1.6	179.3	0.9	181.3
e_man	-0.5	-16.9	0.0	-17.8	1.0	-19.0	1.4	-19.8
e_ser	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
m_agr	1.1	-54.9	0.1	-54.1	-0.7	-53.3	-1.6	-52.6
m_man	-1.4	6.7	0.0	4.8	-3.0	9.8	-1.9	8.2
m_ser	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
p_ex	-7.1	11.5	-7.1	11.5	-6.8	10.9	-6.9	10.9
p_d_agr	-7.1	-11.4	-7.1	-11.3	-7.1	-11.3	-7.1	-11.3
p_d_man	-7.2	15.1	-7.1	14.9	-7.3	15.2	-7.2	15.1
p_d_ser	-7.1	-8.5	-7.1	-8.4	-7.1	-8.5	-7.1	-8.4
p_e_agr	-7.1	11.5	-7.1	11.5	-6.8	10.9	-6.9	10.9
p_e_man	-7.1	11.5	-7.1	11.5	-6.8	10.9	-6.9	10.9
p_e_ser	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
p_m_agr	-7.1	11.5	-7.1	11.5	-6.8	10.9	-6.9	10.9
p_m_man	-7.1	11.5	-7.1	11.5	-6.8	10.9	-6.9	10.9
p_m_ser	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
p_a_agr	-7.1	-9.6	-7.1	-9.5	-7.1	-9.6	-7.1	-9.5
p_a_man	-7.2	14.4	-7.1	14.2	-7.2	14.3	-7.2	14.2
p_a_ser	-7.1	-8.5	-7.1	-8.4	-7.1	-8.5	-7.1	-8.4
r_y_agr	-7.1	-9.1	-7.1	-9.1	-7.1	-9.2	-7.1	-9.1
r_y_man	-7.2	13.8	-7.1	13.7	-7.1	13.7	-7.1	13.6
r_y_ser	-7.1	-8.5	-7.1	-8.4	-7.1	-8.5	-7.1	-8.4



---

きてしまうため、政策ショックの厚生への影響を分析することが難しくなる<sup>14)</sup>。

実際、A-1 のときの生産税では効用  $u$  が上昇しているし、A-2 のときの生産税で効用  $v$  も上昇してしまっている。これは、貿易収支が変動するモデルでは、消費税、生産税の本来の効果に加えて、海外との所得移転の効果が加わってしまっているからである。実際、この二つケースでは貿易収支は大きく減少しており、国内に所得が流入する効果が働いている。このように、所得移転の効果が生じてしまうことが、厚生への効果を分析する場合に、貿易収支が変動するモデルを使うべきではない大きな理由である。

## 7 終わりに

本章では 応用一般均衡モデルにおける投資（物的な投資）の扱いについて説明した。本来、投資は動学モデルの枠組みで扱うべき事象であるが、本章では基本的に静学モデル（）あるいは、逐次動学モデル）の枠組みでの扱いに限定している。CGE 分析は実際のデータを利用してシミュレーションをおこなう手法であるので、静学モデルであっても投資を考慮する必要が生じる。その際の扱い方について説明している。具体的には、静学モデルよく利用されるアプローチとして、投資（貯蓄）を固定するケースと貯蓄率一定という仮定により投資を決定するケースを主に扱っている。動学モデルでの投資の扱い方については、また別の部分で取り上げる予定である。

## 参考文献

- Hertel, T. W. (1999). *Global Trade Analysis: Modeling and Applications*. Ed. by T. W. Hertel. New York: Cambridge University Press. URL: <http://econpapers.repec.org/RePEc:cup:cbooks:9780521643740> (visited on 04/01/2011) (cit. on pp. 10, 13).
- Lanz, B. and T. F. Rutherford (2016). “GTAPinGAMS: Multiregional and Small Open Economy Models”. In: *Journal of Global Economic Analysis* 1.2, pp. 1–77. DOI: [10.21642/JGEA.010201AF](https://doi.org/10.21642/JGEA.010201AF) (cit. on p. 9).
- Lofgren, H., R. L. Harris, and S. Robinson (2002). *A Standard Computable General Equilibrium (CGE) Model in GAMS*. Tech. rep. Washington, D.C.: International Food Policy Research Institute (IFPRI). URL: <https://www.ifpri.org/publication/standard-computable-general-equilibrium-cge-model-gams> (cit. on p. 10).
- Saito, M., S. Kato, and S. Takeda (2016). “Effects of Immigration in Japan: A Computable General Equilibrium Assessment”. In: *SSRN Electronic Journal*. DOI: [10.2139/ssrn.2782708](https://doi.org/10.2139/ssrn.2782708). (Visited on 04/07/2020) (cit. on p. 10).

---

14) 詳しいことはもう一度第 12 章を見て欲しい。

- 
- Takeda, S. (2010). “A Computable General Equilibrium Analysis of the Welfare Effects of Trade Liberalization under Different Market Structures”. In: *International Review of Applied Economics* 24.1, pp. 75–93. DOI: [10.1080/02692170903424307](https://doi.org/10.1080/02692170903424307) (cit. on pp. 9, 13).
- Takeda, S., T. H. Arimura, and M. Sugino (2019). “Labor Market Distortions and Welfare-Decreasing International Emissions Trading”. In: *Environmental and Resource Economics* 74.1, pp. 271–293. DOI: [10.1007/s10640-018-00317-4](https://doi.org/10.1007/s10640-018-00317-4). (Visited on 04/09/2020) (cit. on pp. 9, 13).
- Takeda, S., T. H. Arimura, H. Tamechika, C. Fischer, and A. K. Fox (2014). “Output-Based Allocation of Emissions Permits for Mitigating the Leakage and Competitiveness Issues for the Japanese Economy”. In: *Environmental Economics and Policy Studies* 16.1. Resources for the Future Discussion Paper Series, RFF DP 11-40, pp. 89–110. DOI: [10.1007/s10018-013-0072-8](https://doi.org/10.1007/s10018-013-0072-8). (Visited on 03/05/2014) (cit. on pp. 9, 13).
- Takeda, S., T. Horie, and T. H. Arimura (2012). “A Computable General Equilibrium Analysis of Border Adjustments under the Cap-And-Trade System: A Case Study of the Japanese Economy”. In: *Climate Change Economics* 03.01, p. 1250003. DOI: [10.1142/S2010007812500030](https://doi.org/10.1142/S2010007812500030). (Visited on 06/29/2013) (cit. on pp. 9, 13).
- 武田史郎・川崎泰史・落合勝昭・伴金美 (2010) 「日本経済研究センター CGE モデルによる CO2 削減中期目標の分析」『環境経済・政策研究』第 3 巻, 第 1 号, pp. 31–42 (cit. on p. 10).

## 8 履歴

- 2023-04-29: 誤植の修正。
- 2022-01-18: 説明の追加・修正。
- 2018-07-20: 説明の追加・修正。
- 2017-03-15: 最初の原稿。