応用一般均衡分析入門

第 15 章：日本の CGE モデル *

武田 史郎 †

Date: 2022/01/28,
Version 3.0

目次

*このファイルの配布場所: https://shirotakeda.org/ja/research-ja/cge-howto.html

†所属：京都産業大学経済学部．Website: https://shirotakeda.org/ja/

1 導入

今回の内容について

- ここまで利用してきた CGE モデルは全て仮想的なデータに基づくものであり、現実の国・地域を表したものではなかった。
- ここまでの章で CGE モデルを作成するための手順・知識を一通り説明したので、ここでは日本のデータ（2015 年産業連関表）を用いて、日本の CGE モデルを作成し、それを利用し簡単な分析をしてみる。
- ただし、ここでは、1) 小国モデル、2) 静学モデルという前提の下でモデルを作成する。
- これまでの内容のまとめの内容になるので既に説明したことが多くなるが、重複する部分でも最低限の説明はおこなっている。詳しい説明はこれまでの文書を見るようにしてほしい。

2 利用する SAM データ

利用する SAM は `chap_15_SAM_Japan.xlsx` ファイルの「`SAM_adjusted`」シートの SAM である。これは第 7 章において作成した SAM（`chap_7_SAM_Japan.xlsx` の「`SAM)`」シートの SAM）

表 1：SAM における財と部門

財（15）		部門（11）	
agr	農林水産業	agr	農林水産業
oil	原油	fos	化石燃料
coa	石炭		
nat	天然ガス		
gsl	ガソリン	pet	石油製品
pet	その他の石油製品		
cok	コークス	cop	石炭製品
cop	その他の石炭製品		
cem	セメント	cem	セメント
i_s	鉄鋼	i_s	鉄鋼
man	その他の製造業	man	その他の製造業
ele	電力	ely	電力（火力）
gas	ガス・熱供給	gas	ガス・熱供給
trs	輸送	trs	輸送
ser	サービス	ser	サービス

と基本的に同じものである。ただし、2 つだけ変更している。変更点は以下の通りである。

修正点 1：電力部門の統合

- まず、元々は発電部門は「電力（火力)」と「電力（火力以外)」の 2 つに分割されていたが、ここでは一つの部門（「電力」）に統合してしまっている。その結果、部門数は 1 つ減少し、11 部門となっている。
- このように複数の部門が一種類の財を生産するケースではモデルを工夫しないと非現実的な解が生じる可能性が高い。そのため、ここでは一つの部門に統合してしまっている。
- ただし、元のように電力部門が 2 部門あるデータ（`chap_15_SAM_Japan_alt.xlsx`）を使ったシミュレーションも行なう（第 6.2.3 節)。このデータの場合、どのような問題が起こるかを確認する。

修正点 2：民間消費における負のデータを除去

- 2 つ目は民間消費における負のデータを除去する調整をおこなっていることである。
- 元々の SAM（`chap_15_SAM_Japan.xlsx` の「SAM」シートのデータ）では、民間消費の部分（`Other.CON` 列の部分）に負のデータが含まれている。具体的には、`cok` と `i_s` の民間消費が負の値になっている。
- 民間消費が負の値をとっているのは、日本の産業連関表において、屑・副産物の排出をマイナスの要素としてカウントする「ストーン方式」が採用されているためである。

- モデルの性質上、民間消費に負の要素を入れることはできないので、民間消費の負の要素は除去する処理をおこなう。
- ただ、そのような処理をおこなうと SAM のバランスが崩れることになるので、民間消費のセルから除去した分だけどこかの供給を増加させる必要がある。ここでは、家計がその財を保有しており供給するという調整をしている。このデータの調整に対応して、モデルも修正する必要がある。
- なお、中間投入需要や投資需要にもマイナスの要素が含まれているが、中間投入や投資には固定係数を仮定するためマイナスの要素が入っていても、モデルを解く際には問題にならない。そのため、民間消費の負の要素以外はそのまま扱うことにしている。

2.1 部門と財の分類

表 1 が SAM における部門と財の分類である。これまで利用してきたモデルでは、一つの部門は一種類の財のみを生産し、かつ各財は一つの部門のみによって生産されると仮定していたため、部門と財の間には一対一の対応が存在した。従って、部門と財を区別する必要はなかった。しかし、**現実には、一つの部門が複数の財を生産するケースがあると同時に、複数の部門が一つの財を生産するケースもある**。ここで利用する日本の SAM でもそのような状況（前者のみだが）が成立しているため、部門と財を区別する必要がある。

表 1 の SAM では、一つの部門が複数の財を生産しているケースとして次の 3 つが含まれている。

- `pet` 部門：`gsl`、`pet` の 2 種類の財を生産
- `cop` 部門：`cok`、`cop` の 2 種類の財を生産
- `fos` 部門：`oil`、`coa`、`nat` の 3 種類の財を生産

一種類の財が複数の部門によって生産されているケースもありうるが、この SAM ではそのようなケースはない[1)]。

後に考えるモデルについても、「一部門・多数財」の状況を考慮できるように修正する必要がある。これまで i と j というインデックスを財・部門を表すものとして同じように利用してきたが、**以下では i を財、j を部門を表すインデックスとして利用する。**

2.2 インデックス

その他の部分については基本的に第 7 章と全く同じであるので、詳しい説明についてはそちらを確認してほしい。ただし、SAM の構造が後のモデルの構造とも密接に関係してくるので、もう一度、SAM で利用されているインデックスだけ説明しておこう。

`Factor`

1) 先程述べたように、`chap_15_SAM_Japan_alt.xlsx` には、「電力」という財が「電力（火力）」と「電力（火力以外）」の 2 つの部門によって生産されているケースの SAM が含まれている。

これは生産要素を表すインデックスであり、その下に労働（LAB）と資本（CAP）がある。

Agent
これは経済主体を表すインデックスであり、ここでは家計（HH)、政府（GOV）と海外表す ROW がある。

Sector
これは部門を表すインデックスである。部門は表 1 の 13 部門である。

Dealc
これは各財を輸出向けと国内向けに配分するための活動を表すインデックスである。輸出向け、国内向けの配分は財毎に行なわれるため、二段階目のインデックスとしては財が使われる。

Com
これは財を表すインデックスである。財は表 1 の 15 財である。

Tax_fac
これは生産側での生産要素への課税を表すインデックスである。生産要素としては「労働」と「資本」を想定しているので、二段階目のインデックスは LAB と CAP となる。

Tax_finc
これは家計側での生産要素への課税（要素所得への課税）を表すインデックスである。やはり、二段階目のインデックスは LAB と CAP となる。

Tax_Oth
これはその他の課税を含んだインデックスである。具体的には「生産税（out)」、「消費税（con)」、「輸入税（imp)」の 3 つである。

OTH
これはその他の項目を表すインデックスである。CON は民間消費、INV は投資財生産部門、GCN は政府消費財生産部門である。

3 モデル

3.1 モデルの概要

それでは以下で、利用するモデルについて説明する。実際の日本のデータに基づく SAM データを用いてシミュレーションをおこなうので、当然、貿易、政府（税金、政府消費)、投資等を考慮したモデルにする必要がある。ここまで、貿易については第 12 章、投資については第 13 章、政府については第 14 章で説明してきが、これらの要素をモデルに取り入れる際には様々なアプローチがあることを見た。

日本経済をモデル化するにあたり、ここではとりあえず以下のような仮定を置くことにする。

- 仮定 $\mathcal{A}$-1：小国開放モデルを仮定する。
- 仮定 $\mathcal{A}$-2：貿易収支がベンチマークデータの値に固定されるように為替レート（外貨の価格）が調整されるとする。
- 仮定 $\mathcal{A}$-3：投資（投資財の生産量）もベンチマークデータの値に固定する。
- 仮定 $\mathcal{A}$-4：政府消費（政府消費財の生産量）もベンチマークデータの値で固定されるように、一括のトランスファーの値が調整されるとする。

どの仮定も既に第 12 章から第 14 章で利用したものであるので、詳しい説明は各章を見てほしい。$\mathcal{A}$-1 という仮定により交易条件が一定のモデルとなる。$\mathcal{A}$-2 は貿易収支の値についての仮定であるが、それは同時に海外からのネットの投資額を固定することにもなった[2)]。第 12 章から第 14 章で既に説明したが、$\mathcal{A}$-2 から $\mathcal{A}$-4 については固定するのはあくまで実質値であることに注意してほしい。

3.2 結合生産

第 2.1 節で述べたように、ここでのモデルでは**「一つの部門が複数の財を生産する状況」、つまり「結合生産（joint production）」**を表現しなければならない。表現方法として様々なアプローチがあるが、ここでは CET 関数によって表現するというアプローチを使う。CET 関数については既に第 12 章で輸出向けと国内向けの供給を配分する際に利用したが、それを生産における結合生産を表現するのにも利用するということである。具体的には以下のようにする[3)]。

3.2.1 CET 関数による表現

まず、y_{ij}^S を部門 j が生産している財 i の量、y_j を部門 j の生産水準とする。一種類の財しか生産しない通常のケースでは y_j はそのままその部門の生産量になる変数である。この y_j と y_{ij}^S の間に次のような CET 関数の関係を想定する。

$$y_j = g_i^y(y_{ij}^S) = \left[\sum_i \kappa_{ij}(y_{ij}^S)^{\frac{\eta_j+1}{\eta_j}}\right]^{\frac{\eta_j}{\eta_j+1}}$$

ここで $\eta_j \in \{0, +\infty\}$ は**「変形の弾力性」**と呼ばれるパラメータであった。仮に $\eta_j = +\infty$ なら各財は完全に代替（変形可能、入れ替え可能）になり

$$y_j = \sum_i y_{ij}^S$$

となる。つまり、全ての財を足したものが生産水準になる。逆に $\eta_j = 0$ なら各財の間に全く代替はなし（完全に変形不可、入れ替え不可）ということになるため

$$y_j = \max\left[\frac{y_{ij}^S}{\bar{a}_{ij}^y}\right]$$

2) ここで利用するデータでは貿易収支は赤字になっている。

3) CET 関数について詳しくは第 12 章を見てほしい。

となる。つまり、生産水準の変化に対して、常に各財の間の比率が固定されているということである。

CET 関数を想定した場合、y_{ij}^S の配分は収入が最大になるように決定されると普通仮定する。つまり、次の問題を解くように設定されるということである。

$$\max_{\mathbf{y}_j^S}\left[\sum_i p_i^y y_{ij}^S | g^y(\mathbf{y}_j^S) = y_j\right]$$

ただし、p_i^y は財 i の価格であり、$\mathbf{y}_j^S = \{y_{1j}^S, \cdots, y_{nj}^S\}$ である。

今、関数 g_j^y に一次同次関数を仮定しているので、収入最大化の仮定から単位収入関数を定義できる。

$$r_j^y \equiv \max_{\mathbf{y}_j^S}\left[\sum_i p_i^y y_{ij}^S | g^y(\mathbf{y}_j^S) = 1\right]$$

シェパード（Shephard）の補題より、r_j^y を p_i^y で微分すると財 i の単位供給関数が導出できる。

$$a_{ij}^y = \frac{\partial r_j^y}{\partial p_i^y}$$

これより部門 j の財 i の供給量は $y_{ij}^S = a_{ij}^y y_j$ と表現できる。

関数 $g^y(\,\cdot\,)$ の特定化より、具体的には次のような関数になる。

$$r_j^y = \left[\sum_i (\kappa_{ij})^{-\eta_j}(p_i^y)^{1+\eta_j}\right]^{\frac{1}{1+\eta_j}} \tag{1}$$

$$a_{ij}^y = \left[\frac{p_i^y}{\kappa_{ij} r_j^y}\right]^{\eta_j} \tag{2}$$

3.2.2　よく利用するケース

ここまで一般的なケースを説明してきたが、シミュレーションでは変形の弾力性 η の値を特定する必要がある。ある財の輸出向けと国内向けの配分に CET 関数を利用する場合には、供給先は異なるが、あくまで同じ財を前提としているので、η の値としてそれなりに大きい値（4 以上）を想定することが多い。しかし、ここで想定している結合生産の場合には、同じ財ではなく、異なる財同士の変形を考えるので、輸出向け・国内向け配分のケースよりも η は小さくなりそうである。ただ、いくつが適切かと決まっているわけではなく、どのような部門、財かによって η の値は変わると考えられる。

例えば、`GSL`、`PET` の 2 種類の財を生産している `PET` 部門を例にして考えよう。石油会社は原油を原料として、ガソリン、灯油、軽油、重油、LPG、ナフサ等、様々な石油製品を生産している（ここではガソリンとそれ以外としか分けていないが）。この場合、ガソリンの生産を減すことで他の石油製品の生産を簡単に増加させることができるなら η の値は大きいということになる。逆に、ガソリンの生産を減らしたからといって他の石油製品の生産を増やすことが難しいのなら η は小さいということである。現実がどちらかと言えば、一定量の原油から生産できる各石油製品の比率

はある程度固定されてしまっているようである[4)]。従って、PET 部門のケースでは η はかなり小さいと考えられる。

COK、COP の 2 種類の財を生産する COP 部門については、コークスとそれ以外の石炭製品（練炭、豆炭、コールタール等）の生産における構成を簡単に変更できるなら η が大きいということになるが、筆者にはこの点についての技術的な知識がないのでよくわからない。最後に OIL、COA、NAT の 3 種類の財を生産する FOS 部門があるが、石炭の生産を減らすかわりに原油や天然ガスを増やすというようなことはできないであろうから、この部門については η はほぼ 0 に近いと考えられる[5)]。

以上のように本来であれば財の種類によって η の値は当然代わってくるが、**実際の CGE 分析では $\eta = 0$、つまり財の間の比率は固定と想定されることが多い**。以下でも $\eta = 0$ という想定を置くことにする。$\eta = 0$ の場合、(1)、(2) 式は次式となる。

$$r_j^y = \sum_i p_i^y \bar{a}_{ij}^y \qquad \{r_j^y\}$$

$$a_{ij}^y = \bar{a}_{ij}^y \qquad \{a_{ij}^y\}$$

これより部門 j の財 i の供給量は $y_{ij}^S = \bar{a}_{ij}^y y_j$ となる。つまり、各財の生産量は生産水準の変化に伴ない比例的に変化することになる。

3.3 モデルにおける消費、投資、政府消費の扱い

モデルは第 12 章のモデルに、第 13 章、第 14 章のモデルの要素を加えたものになっている。また、モデルの表現方法として、（民間）消費、投資、政府消費の 3 つも生産部門と同じような扱いをしている。すなわち、モデルの表現上は以下のように扱う。

- 民間消費: 消費をおこなうことで効用（という財）を生産する活動
- 投資: 財を投入することで投資財を生産する活動
- 政府消費: 財を投入することで政府消費財を生産する活動

これらの扱い方については既に、第 10 章、第 12 章、第 13 章、第 14 章で説明したので、詳しくはそちらを見てほしい。

3.4 財の生産部門

それではまず財の生産部門について説明する。詳しくは第 2 章を見てほしい。生産部門については、1) 生産要素を投入して合成生産要素を生産する部門、2) 中間財と合成生産要素を投入して財を生産する部門の二段階に分けて考えた。まず、2) の方を考える。

4) 完全に固定されているというわけではなく、重油をガソリンに変換することも少しは可能のようである。

5) そもそも、日本の産業連関表においてなぜ「石炭・原油・天然ガス」というように部門が統合されてしまっているのか不明であるが、この部門の生産は日本において非常に少ないため、ショックに対して大きく生産が増加するような想定を置かないかぎり、どのように扱ったとしても分析上大きな意味は持たない。

3.4.1 財の生産

ここまでは企業の生産関数を次のように仮定してきた。

$$y_j = f_j(\mathbf{x}_j, v_j^a) = \left[\sum_i \alpha_{ij}^x (x_{ij})^{\frac{\sigma_j - 1}{\sigma_j}} + a_j^v (v_j^a)^{\frac{\sigma_j - 1}{\sigma_j}} \right]^{\frac{\sigma_j}{\sigma_j - 1}} \qquad \{y_j\}$$

ただし、y_j は生産量（生産水準）、x_{ij} は中間財の投入量、v_j^a は合成生産要素の投入量である。これは、中間財と合成生産要素の間で代替関係を想定するということである。しかし、多くの CGE モデルでは中間財と合成生産要素は固定比率で投入される（つまり、$\sigma_j = 0$）と仮定している。例えば、GTAP モデル Hertel (1999)、IFPRI モデル Lofgren et al. (2002) 等のモデルでそのように仮定している。以下でも、$\sigma_j = 0$ と仮定する。この場合、生産関数は以下のような式になる。

$$y_j = \min_{\mathbf{x}_j, v_j^a} \left[\frac{x_{1j}}{\bar{a}_{1j}^x}, \cdots, \frac{x_{nj}}{\bar{a}_{nj}^x}, \frac{v_j^a}{\bar{a}_j^v} \right]$$

ただし、$\bar{a}_{ij}^x$、$\bar{a}_j^v$ は外生的に与えられる中間投入財、合成生産要素についての投入係数である。

[注]

上で多くの CGE モデルにおいて $\sigma_j = 0$ と仮定していると書いたが、それが必ずしも適切な仮定というわけではない。実際、固定比率ではなく、代替関係を想定している CGE モデルもある。特に、温暖化対策を分析するモデルにおいては、エネルギー財同士、あるいはエネルギー財と生産要素の間に代替関係を仮定することが多い。例えば、MIT の EPPA モデル Chen et al. (2015)、T.F. Rutherford のモデル Bernstein et al. (1999)、OECD の ENV-Linkage モデル Chateau et al. (2014)、筆者の作成したモデル Takeda et al. (2014, 2012) ではそのような代替関係を考えている。さらに、温暖化対策を分析するモデルでなくとも代替関係を考慮しているモデルもある（例えば、van der Mensbrugghe 2005）。ただし、**これらの投入物に代替関係を想定するモデルでは、本稿で利用しているような二段階の CES 関数ではなく、多段階の CES 関数を利用することが普通であり、さらに部門によって生産関数の形状を変える**ことが多い。CGE モデルで利用されている生産関数、効用関数については、例えば、武田 (2007) が詳しいので、そちらも見てほしい。

企業はこの生産関数の下でプライステイカーとして利潤最大化行動（費用最小化行動）をとる。費用最小化行動から次のように単位費用関数を定義できる。

$$c_j \equiv \min \left[\sum_i p_i^A a_{ij}^x + p_j^{va} a_j^v | f_j(\mathbf{a}_j^x, a_j^v) = 1 \right] = \sum_i p_i^A \bar{a}_{ij}^x + p_j^{va} \bar{a}_j^v \qquad \{c_j\}$$

ただし、p_i^A は Armington 財 i の価格であり、p_j^{va} は合成生産要素の価格である。生産関数に Leontief 関数を利用しているので、単位費用は各投入財の価格の線形結合の形になる。そして、部門 j の中間財 i への単位需要は $\bar{a}_{ij}^x$、合成生産要素への単位需要は $\bar{a}_j^v$ で与えられ、さらに、総需要はそれぞれ $\bar{a}_{ij}^x y_j$、$\bar{a}_j^v y_j$ で与えられる。

部門 j の単位収入関数は r_j^y で表現されたので、部門 j の利潤は次のように表現できる。

$$\pi_j = \left[(1 - t_j^y) r_j^y - c_j \right] y_j$$

ただし、t_j^y は部門 j に対する生産税率である。これより部門 j の利潤最大化条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \pi_j}{\partial y_j} = 0 \quad \rightarrow \quad c_j - (1 - t_j^y) r_j^y = 0 \qquad \{y_j\}$$

この条件式によって部門 j の生産水準 y_j が決まる。

3.4.2 合成生産要素の生産

次に、合成生産要素の生産を考えよう。合成生産要素の生産の生産関数は次の CES 関数で与えられた。

$$v_j^a = f_j^v(\mathbf{v}_j) = \left[\sum_f \beta_{fj}^v (v_{fj})^{\frac{\sigma_j^v - 1}{\sigma_j^v}} \right]^{\frac{\sigma_j^v}{\sigma_j^v - 1}}$$

ただし、v_j^a は合成生産要素の生産量、v_{fj} は生産要素 f の投入量である。

この部門についても利潤最大化行動（費用最小化行動）を仮定するので、以下のように単位費用関数を導ける。

$$c_j^{va} \equiv \min_{\mathbf{v}_j} \left[\sum_f \tilde{p}_{fj}^F v_{fj} | f_j^v(\mathbf{v}_j) = 1 \right] = \left[\sum_f (\beta_{fj}^v)^{\sigma_j^v} \left(\tilde{p}_{fj}^F \right)^{1 - \sigma_j^v} \right]^{\frac{1}{1 - \sigma_j^v}} \qquad \{c_j^{va}\}$$

ただし、t_{fj}^F は部門 j の生産要素 f の投入にかかる生産要素税率、$\tilde{p}_{fj}^F = (1 + t_{fj}^F) p_f^F$ は税込みの生産要素価格である。この単位費用関数とシェパードの補題より、生産要素 f への単位需要は次式となる。

$$a_{fj}^F = \frac{\partial c_j^{va}}{\partial \tilde{p}_{fj}^F} = \left[\frac{\beta_{fj}^v c_i^{va}}{\tilde{p}_{fj}^F} \right]^{\sigma_i^v} \qquad \{a_{fj}^F\}$$

合成生産要素生産の利潤は次のように定義できる。

$$\pi_j^{va} = (p_j^{va} - c_j^{va}) v_j^a$$

従って、利潤最大化条件は次式となる。

$$\frac{\partial \pi_j^{va}}{\partial v_j^a} = 0 \quad \rightarrow \quad c_j^{va} - p_j^{va} = 0 \qquad \{v_j^a\}$$

3.5 国内向け、輸出向けへの配分活動

第 12 章では、財の国内向け、輸出向けの配分は各部門がおこなうものと想定されていたが、ここでは一つの財が複数の部門によって生産されることがあるので、一つの部門が国内向け、輸出向けを配分するという想定を置きにくい。そこで**「財の国内向け、輸出向けの配分をおこなう独立し**

た部門」を想定する。つまり、生産された財を投入し、輸出向けの財、国内向けの財に変換するというような部門である。これには第 12 章と同様に以下のような CET 関数を利用する。

$$y_i^S = g_i^{\mathrm{DE}}(y_i^E, y_i^D) = \left[\delta_i^{\mathrm{ES}}(y_i^E)^{\frac{\eta_i^{\mathrm{DE}}+1}{\eta^{\mathrm{DE}_i}}} + \delta_i^{\mathrm{DS}}(y_i^D)^{\frac{\eta_i^{\mathrm{DE}}+1}{\eta^{\mathrm{DE}_i}}}\right]^{\frac{\eta_i^{\mathrm{DE}}}{\eta_i^{\mathrm{DE}}+1}}$$

ただし、y_i^S は国内で生産された財 i の量、y_i^E は輸出向けの財 i の量、y_i^D は国内向けの財 i の量である。

輸出向けと国内向けの配分は収入が最大化されるようにおこなわれるので、単位収入関数が定義できる。

$$\begin{aligned} r_i^{\mathrm{DE}} &\equiv \max_{a_i^{\mathrm{ES}}, a_i^{\mathrm{DS}}} \left[p_i^E a_i^{\mathrm{ES}} + p_i^D a_i^{\mathrm{DS}} \middle| g_i^{\mathrm{DE}}(a_i^{\mathrm{ES}}, a_i^{\mathrm{DS}}) = 1\right] \\ &= \left[(\delta_i^{\mathrm{ES}})^{-\eta_i^{\mathrm{DE}}}(p_i^E)^{1+\eta_i^{\mathrm{DE}}} + (\delta_i^{\mathrm{DS}})^{-\eta_i^{\mathrm{DE}}}(p_i^D)^{1+\eta_i^{\mathrm{DE}}}\right]^{\frac{1}{1+\eta_i^{\mathrm{DE}}}} \qquad \{r_i^{\mathrm{DE}}\} \end{aligned}$$

ただし、p_i^E は輸出財 i の価格、p_i^M は輸入財 i の価格である。

単位収入関数と Shephard の補題より単位供給関数は次式となる。

$$\begin{aligned} a_i^{\mathrm{ES}} &= \frac{\partial r_i^{\mathrm{DE}}}{\partial p_i^E} = \left[\frac{p_i^E}{\delta_i^{\mathrm{ES}} r_i^y}\right]^{\eta_i^{\mathrm{DE}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{ES}}\} \\ a_i^{\mathrm{DS}} &= \frac{\partial r_i^{\mathrm{DE}}}{\partial p_i^D} = \left[\frac{p_i^D}{\delta_i^{\mathrm{DS}} r_i^y}\right]^{\eta_i^{\mathrm{DE}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{DS}}\} \end{aligned}$$

生産された財 i を輸出向け・国内向けに配分するという活動であるので、この活動の単位費用は財 i の価格（p_i^y）となる。よって、この活動の利潤は次式で表現できる。

$$\pi_i^{\mathrm{DE}} = (r_i^{\mathrm{DE}} - p_i^y) y_i^{\mathrm{DE}}$$

従って、利潤最大化条件は次式となる。

$$\frac{\partial \pi_i^{\mathrm{DE}}}{\partial y_i^{\mathrm{DE}}} = 0 \quad \rightarrow \quad p_i^y - r_i^{\mathrm{DE}} = 0 \qquad \{y_i^{\mathrm{DE}}\}$$

3.6 貿易

次に貿易に関連する部分について説明する。詳しくは第 12 章を見てほしい。

3.6.1 輸出・輸入

まず、輸出向けの財 i の価格を p_i^E、輸出する財 i の世界価格を p_i^{EW}、為替レート（円/ドル）を p^{EX} とすると、3 つの間には次の関係が成立する。

$$p_i^E = p^{\mathrm{EX}} p_i^{\mathrm{EW}} \qquad \{x_i^E\} \qquad (3)$$

左辺が輸出財 i の国内価格で、右辺は輸出財 i の世界価格（外貨表示）を自国通貨表示にした値である。ここでは小国モデルを想定しているので、世界価格 p_i^{EW} は外生的に固定されているとする。

この式は輸出という活動の利潤最大化条件ともみなせるため[6]、この条件式によって輸出量 x_i^E が決まることになる。

同様に、輸入した財 i の価格を p_i^M、輸入する財 i の世界価格 を p_i^{MW} とすると次の関係が成り立つ。

$$p^{\mathrm{EX}} p_i^{\mathrm{MW}} = p_i^M \qquad \{x_i^M\} \tag{4}$$

この式については輸入という活動の利潤最大化条件式とみなせるので、この式によって財 i の輸入量 x_i^M が決まることになる。

3.6.2 貿易収支

貿易収支は「輸出額 − 輸入額」であるので、次のように表現できる。

$$p^{\mathrm{EX}} \mathrm{TS} = \sum_i p_i^E x_i^E - \sum_i p_i^M x_i^M$$

これを (3) 式、(4) 式を用いて外貨表示になおすと次式となる。

$$\mathrm{TS} = \sum_i p_i^{\mathrm{EW}} x_i^E - \sum_i p_i^{\mathrm{MW}} x_i^M \qquad \{\mathrm{TS}\}$$

第 3.1 節の $\mathcal{A}$-2 で述べたように、ここでは貿易収支（の実質値）が基準データの値に等しくなるように為替レートが調整されると仮定する。つまり、以下の式が成り立つように為替レート（p^{EX}）が調整されるということである。

$$\mathrm{TS} = \bar{\mathrm{TS}} \qquad \{p^{\mathrm{EX}}\}$$

この式は「外貨という財の市場均衡条件式」と見ることもできた。

3.7 Armington 統合

第 12 章で説明したように、貿易のある CGE モデルでは**「国内財と輸入財が不完全代替とする Armington 仮定」**を置くことが多い。ここでも Armington 仮定を置く。Armington 仮定の下では、財 i について輸入財 q_i^{AM} と国内財 q_i^{AD} は次のような CES 関数を通じて Armington 財 q_i^A に統合される。

$$q_i^A = f_i^A(q_i^{\mathrm{AD}}, q_i^{\mathrm{AM}}) = \left[\alpha_i^{\mathrm{AD}} \left(q_i^{\mathrm{AD}}\right)^{\frac{\sigma_i^{\mathrm{DM}}-1}{\sigma_i^{\mathrm{DM}}}} + \alpha_i^{\mathrm{AM}} \left(q_i^{\mathrm{AM}}\right)^{\frac{\sigma_i^{\mathrm{DM}}-1}{\sigma_i^{\mathrm{DM}}}} \right]^{\frac{\sigma_i^{\mathrm{DM}}}{\sigma_i^{\mathrm{DM}}-1}}$$

この Armington 統合という活動についても利潤最大化（費用最小化）を仮定するため、次のよ

---

6) 1 単位の輸出をおこなうには、1 単位の輸出財を投入する必要があるので、p_i^E が輸出活動の単位費用になる。一方、1 単位の輸出をすることで $p^{\mathrm{EX}} p_i^{\mathrm{EW}}$ の収入を得ることができるので、$p^{\mathrm{EX}} p_i^{\mathrm{EW}}$ が輸出活動の単位収入になる。よって、この式は「単位費用 = 単位収入」という条件であり、利潤最大化条件になる。詳しくは第 12 章を参照のこと。

うに単位費用関数を定義できる。

$$
\begin{aligned}
c_i^A &\equiv \min_{a_i^{\mathrm{AD}}, a_i^{\mathrm{AM}}} \left[p_i^D a_i^{\mathrm{AD}} + \tilde{p}_i^M a_i^{\mathrm{AM}} \middle| f_i^A(a_i^{\mathrm{AD}}, a_i^{\mathrm{AM}}) = 1 \right] \\
&= \left[(\alpha_i^{\mathrm{AD}})^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} (p_i^D)^{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}} + (\alpha_i^{\mathrm{AM}})^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} (\tilde{p}_i^M)^{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}}} \qquad \{c_i^A\}
\end{aligned}
$$

ただし、p_i^D は国内財の価格であり、$\tilde{p}_i^M = (1+t_i^M) p_i^M$ は輸入関税込みの輸入財の価格である。ここでは輸入に対し関税がかかっていると想定している[7)]。

さらに、Shephard の補題を利用すれば、輸入財への単位需要関数 a_i^M、国内財に対する単位需要関数 a_i^D を導出できる。

$$
a_i^{\mathrm{AD}} = \frac{\partial c_i^A}{\partial p_i^D} = \left[\frac{\alpha_i^{\mathrm{AD}} c_i^A}{p_i^D} \right]^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{AD}}\}
$$

$$
a_i^{\mathrm{AM}} = \frac{\partial c_i^A}{\partial \tilde{p}_i^M} = \left[\frac{\alpha_i^{\mathrm{AM}} c_i^A}{\tilde{p}_i^M} \right]^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{AM}}\}
$$

3.8 家計の行動

家計は効用を最大化するように各財を消費するのであるが、第 3.3 節で説明したように、その行動を**「消費という活動を財を投入することで効用という財を生産する活動として捉える」**[8)]。効用関数（効用という財の生産関数）には次のような CES 関数を仮定する。

$$
u = g(d_1, \cdots, d_n) = \left[\sum_i \gamma_i (d_i)^{\frac{\sigma^c - 1}{\sigma^c}} \right]^{\frac{\sigma^c}{\sigma^c - 1}}
$$

ただし、d_i は i 財の消費量である。

この活動についても利潤最大化（費用最小化）を仮定するので、単位費用関数を定義できる[9)]。

$$
c^u \equiv \min_{\mathbf{a}^C} \left[\sum_i \tilde{p}_i^{\mathrm{AU}} a_i^C \middle| g(\mathbf{a}^C) = 1 \right] = \left[\sum_i (\gamma_i)^{\sigma^c} (\tilde{p}_i^{\mathrm{AU}})^{1-\sigma^c} \right]^{\frac{1}{1-\sigma^c}} \qquad \{c^u\}
$$

ただし、$\tilde{p}^{\mathrm{AU}} = (1+t_i^c) p_i^A$ は消費税込みの財の価格である。

この単位費用関数より、消費のための単位需要関数が導出できる[10)]。

$$
a_i^d = \frac{\partial c^u}{\partial \tilde{p}_i^{\mathrm{AU}}} = \left[\frac{\gamma_i c^u}{\tilde{p}_i^{\mathrm{AU}}} \right]^{\sigma^c} \qquad \{a_i^d\}
$$

7) 厳密には、ここで利用するデータでは輸入品に対する税には「関税」だけではなく、「輸入品商品税」の部分も含まれている。後者は本来関税とは全く別なものであるが、ここでは 2 つを合わせて扱っている。また、便宜上合計したものを「関税」というように以下では呼んでいる。

8) 詳しいことは第 10 章を見てほしい。

9) これは普通は「単位支出関数」と呼ばれるものである。

10) これは普通は「単位補償需要関数」と呼ばれるものである。

効用（という財）の価格を p^u とすると、消費という活動の利潤は次のように定義される。

$$\pi^u = (p^u - c^u)u$$

よって、この活動の利潤最大化条件は次式となる。

$$\frac{\partial \pi^u}{\partial u} = 0 \quad \to \quad c^u - p^u = 0 \qquad \{u\}$$

家計は生産要素を企業に提供して要素所得（労働所得、資本所得）を得る。さらに、第 2 節で説明した消費から負の要素を除去する調整の結果、家計は一部の財について初期賦存を保有していることになっている。この財の初期賦存を売却した収入が生じる。こうして得た所得から所得税を差し引き、一括のトンランスファーを加算した額を貯蓄と消費に利用する。

家計の保有する生産要素 f の賦存量を $\bar{v}_f$、生産要素価格を p_f^F とすると、生産要素 f からの要素所得は $p_f^F \bar{v}_f$ となるが、要素所得から所得税が差し引かれるので、手取りは $(1-t_f^{\mathrm{INC}})p_f^F$ となる。また、家計が保有する国内財 i の量を $\bar{z}_i^h$ とすると、初期保有する財を売却する収入は $\sum_i p_i^D \bar{z}_i^h$ となる。一括のトランスファーは $p^{\mathrm{GOV}}\tau^{\mathrm{LUMP}}$ のように表現できるので、税引き後の所得は次式となる。

$$m = \sum_f (1 - t_f^{\mathrm{INC}}) p_f^F \bar{v}_f + \sum_i p_i^D \bar{z}_i^h + p^{\mathrm{GOV}}\tau^{\mathrm{LUMP}} \qquad \{m\}$$

家計の貯蓄は、国内へ投資する貯蓄と海外へ投資する貯蓄の二つがあるが、それぞれ $e^S = p^{\mathrm{INV}} q^{\mathrm{INV}}$、$e^{\mathrm{FS}} = p^{\mathrm{EX}}\mathrm{TS}$ で与えられるので[11)]、消費に回す所得額は次のように表現される[12)]。

$$m^D = m - e^S - e^{\mathrm{FS}} \qquad \{m^D\}$$

家計はこの m^D を用いて効用という財を購入する。よって、家計の効用という財に対する需要は m/p^u で与えらえる。

3.9 投資

次に投資について説明する。投資について詳しくは第 13 章を見てほしいが、そこでは「投資」を**「各財を投入することで投資財を生産する活動」**と捉えた。ここでも同じように考える。投資財の生産関数を次式のように仮定する。

$$q^{\mathrm{INV}} = f^{\mathrm{INV}}\left(\mathbf{x}^{\mathrm{INV}}\right) = \min\left[\frac{x_1^{\mathrm{INV}}}{\bar{a}_1^{\mathrm{INV}}}, \cdots, \frac{x_n^{\mathrm{INV}}}{\bar{a}_n^{\mathrm{INV}}}\right]$$

ただし、q^{INV} は投資財の生産量、x_i^{INV} は投資のために利用される i 財の量である。Leontief 関数を仮定しているので投資のために利用される各財の比率は固定的ということになる。

11) この点について詳しくは、第 12 章と第 13 章を見てほしい。
12) ここで利用するデータでは $\mathrm{TS} < 0$ であるので、$e^{\mathrm{FS}} < 0$ である。海外への投資ではなく、海外からの投資になっている。

この「投資財生産」という活動についても、利潤最大化（費用最小化）行動を仮定するので、投資財生産活動の単位費用関数を次のように定義できる。

$$c^{\mathrm{INV}} \equiv \min_{\mathbf{x}^{\mathrm{INV}}} \left[\sum_i p_i^A x_i^{\mathrm{INV}} | f^{\mathrm{INV}} \left(\mathbf{x}^{\mathrm{INV}} \right) = 1 \right] = \sum_i p_i^A \bar{a}_i^{\mathrm{INV}} \qquad \{c^{\mathrm{INV}}\}$$

さらに、投資財の価格を p^{INV} とすると、投資財生産活動の利潤を次のように定義できる。

$$\pi^{\mathrm{INV}} = (p^{\mathrm{INV}} - c^{\mathrm{INV}}) q^{\mathrm{INV}}$$

これより投資財生産活動の利潤最大化条件は次式となる。

$$\frac{\partial \pi^{\mathrm{INV}}}{\partial q^{\mathrm{INV}}} = 0 \quad \to \quad c^{\mathrm{INV}} - p^{\mathrm{INV}} = 0 \qquad \{q^{\mathrm{INV}}\}$$

これで投資財の生産量（つまり、投資の水準）が決定される。

この投資は家計の貯蓄によってファイナンスされる。つまり、家計が貯蓄を用いてこの投資財を購入する。ここでは、第 3.1 節の $\mathcal{A}$-3 で仮定したように、投資財への需要は基準データの値 ($\bar{q}^{\mathrm{INV}}$) で固定する。

3.10 政府

次に政府について説明する（政府について詳しくは第 14 章を見てほしい）。ここでの政府は、税金によって税収を集めるとと同時に、税収により政府消費をおこなっている。

3.10.1 政府消費

まず、政府自身の活動である政府消費を考える。「政府消費」という活動については、各財を投入することで「政府消費財」を生産する活動と捉える。その政府消費財の生産関数を次式とする。

$$q^{\mathrm{GOV}} = f^{\mathrm{GOV}} \left(\mathbf{x}^{\mathrm{GOV}} \right) = \min \left[\frac{x_1^{\mathrm{GOV}}}{\bar{a}_1^{\mathrm{GOV}}}, \cdots, \frac{x_n^{\mathrm{GOV}}}{\bar{a}_n^{\mathrm{GOV}}} \right]$$

ただし、q^{GOV} は政府消費財の生産量、x_i^{GOV} は政府消費のために利用される i 財の量である。Leontief 関数を仮定しているので政府消費のために利用される各財の比率は固定的ということになる。

この「政府消費財生産」という活動についても、利潤最大化（費用最小化）行動を仮定するので、政府消費財生産活動の単位費用関数を次のように定義できる。

$$c^{\mathrm{GOV}} \equiv \min_{\mathbf{x}^{\mathrm{GOV}}} \left[\sum_i p_i^A x_i^{\mathrm{GOV}} | f^{\mathrm{GOV}} \left(\mathbf{x}^{\mathrm{GOV}} \right) = 1 \right] = \sum_i p_i^A \bar{a}_i^{\mathrm{GOV}} \qquad \{c^{\mathrm{GOV}}\}$$

さらに、政府消費財の価格を p^{GOV} とすると、政府消費財生産活動の利潤を次のように定義できる。

$$\pi^{\mathrm{GOV}} = (p^{\mathrm{GOV}} - c^{\mathrm{GOV}}) q^{\mathrm{GOV}}$$

これより政府消費財生産活動の利潤最大化条件は次式となる。

$$\frac{\partial \pi^{\mathrm{GOV}}}{\partial q^{\mathrm{GOV}}} = 0 \quad \rightarrow \quad c^{\mathrm{GOV}} - p^{\mathrm{GOV}} = 0 \qquad \{q^{\mathrm{GOV}}\}$$

3.10.2 政府の所得

政府は税金を通じて収入を得る。今、税金として、1) 生産税、2) 生産要素税、3) 消費税、4) 所得税、5) 輸入関税の 5 つを想定している。税収を T^{ALL} で表すとすると、T^{ALL} は次式のように表現できる。

$$\begin{aligned} T^{\mathrm{ALL}} = & \sum_{j,f} t^F_{fj} p^F_f v_{fj} + \sum_i t^M_i p^M_i x^M_i \\ & + \sum_i t^C_i p^A_i d_i + \sum_j t^y_j r^y_j y_j + \sum_f t^{\mathrm{INC}}_f p^F_f \bar{v}_f \qquad \{T^{\mathrm{ALL}}\} \end{aligned}$$

この T^{ALL} から家計への一括のトランスファーを差し引いたものが、政府の所得 m^{GOV} となる。

$$m^{\mathrm{GOV}} = T^{\mathrm{ALL}} - p^{\mathrm{GOV}} \tau^{\mathrm{LUMP}} \qquad \{m^{\mathrm{GOV}}\}$$

政府はこの所得を用いて政府消費財を購入する。よって、政府消費財への需要は $m^{\mathrm{GOV}}/p^{\mathrm{GOV}}$ で与えられる。

3.10.3 一括税の水準の決定

第 3.1 節の $\mathcal{A}$-4 で仮定したように、政府消費がベンチマークデータの値（$\bar{q}^{\mathrm{GOV}}$）で固定されるように、一括税の値（τ^{LUMP}）が調整されるとする。つまり、

$$q^{\mathrm{GOV}} = \bar{q}^{\mathrm{GOV}} \qquad \{\tau^{\mathrm{LUMP}}\}$$

が満たされるように、一括税の水準 τ^{LUMP} が決定されるということである。

3.11 市場均衡条件

以下では財、生産要素の市場均衡条件を説明する。基本的に左辺に供給量、右辺に需要量を記述する。

生産された財 i の市場

まず、生産された財 i は生産部門供給され、輸出向け・国内向けの配分活動に需要されるので、市場均衡条件は次式となる。

$$\sum_j \bar{a}^y_{ij} y_j = y^{\mathrm{DE}}_i \qquad \{p^y_i\}$$

この式によって、生産された財 i の価格 p^y_i が決まる。

合成生産要素の市場

合成生産要素は合成生産要素生産活動によって供給され、生産活動によって需要される。

$$v_j^a = \bar{a}_j^v y_j \qquad \{p_j^{va}\}$$

生産要素市場

生産要素 f の市場均衡条件は次式で与えられる。

$$\bar{v}_f = \sum_j a_{fj}^F v_j^a \qquad \{p_f^F\}$$

Armington 財の市場

Armington 財は Armington 統合活動により供給され、中間投入、消費、投資、政府消費のための利用される。よって、市場均衡条件は次式となる。

$$q_i^A = \sum_j \bar{a}_{ij}^x y_j + a_i^d u + \bar{a}_i^{\mathrm{INV}} q^{\mathrm{INV}} + \bar{a}_i^{\mathrm{GOV}} q^{\mathrm{GOV}} \qquad \{p_i^A\}$$

国内財 i の市場

国内財 i は国内向け・輸出向けの配分活動によって供給されるとともに家計が初期保有する分（$\bar{z}_i^h$）が供給される。そして、Armington 統合活動が需要する。従って、その市場均衡条件は次式となる。

$$a_i^{\mathrm{DS}} y_i^{\mathrm{DE}} + \bar{z}_i^h = a_i^{\mathrm{AD}} q_i^A \qquad \{p_i^D\}$$

輸出財 i の市場

輸出財 i は国内向け・輸出向けの配分活動によって供給され、輸出活動によって需要される。従って、その市場均衡条件は次式となる。

$$a_i^{\mathrm{ES}} y_i^{\mathrm{DE}} = x_i^E \qquad \{p_i^E\}$$

輸入財 i の市場

輸入財 i は輸入活動によって供給され、Armington 統合活動が需要する。従って、その市場均衡条件は次式となる。

$$x_i^M = a_i^{\mathrm{AM}} q_i^A \qquad \{p_i^M\}$$

効用の市場

効用という財は効用生産活動（消費活動）によって供給され、家計によって需要される。

$$u = \frac{m^D}{p^u} \qquad \{p^u\}$$

投資財の市場

投資財は投資財生産活動によって供給され、家計によって需要される。ただし、需要は基準データの値で固定される。

$$q^{\mathrm{INV}} = \bar{q}^{\mathrm{INV}} \qquad \{p^{\mathrm{INV}}\}$$

政府消費財の市場

政府消費財は政府消費財生産活動によって供給され、政府によって需要される。

$$q^{\mathrm{GOV}} = \frac{m^{\mathrm{GOV}}}{p^{\mathrm{GOV}}} \qquad \{p^{\mathrm{GOV}}\}$$

3.12　モデル（まとめ）

単位費用関数

$$c_j = \sum_i p_i^A \bar{a}_{ij}^x + p_j^{va} \bar{a}_j^v \qquad \{c_j\}$$

$$c_j^{va} = \left[\sum_f (\beta_{fj}^v)^{\sigma_j^v} \left[(1 + t_{fj}^F) p_f^F \right]^{1-\sigma_j^v} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_j^v}} \qquad \{c_j^{va}\}$$

$$c^u = \left[\sum_i (\gamma_i)^{\sigma^c} \left[(1 + t_i^C) p_i^A \right]^{1-\sigma^c} \right]^{\frac{1}{1-\sigma^c}} \qquad \{c^u\}$$

$$c_i^A = \left[(\alpha_i^{\mathrm{AD}})^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} (p_i^D)^{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}} + (\alpha_i^{\mathrm{AM}})^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} ([1 + t_i^M] p_i^M)^{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}}} \qquad \{c_i^A\}$$

$$c^{\mathrm{INV}} = \sum_i p_i^A \bar{a}_i^{\mathrm{INV}} \qquad \{c^{\mathrm{INV}}\}$$

$$c^{\mathrm{GOV}} = \sum_i p_i^A \bar{a}_i^{\mathrm{GOV}} \qquad \{c^{\mathrm{GOV}}\}$$

単位収入関数

$$r_j^y = \sum_i p_i^y \bar{a}_{ij}^y \qquad \{r_j^y\}$$

$$r_i^{\mathrm{DE}} = \left[(\delta_i^{\mathrm{ES}})^{-\eta_i^{\mathrm{DE}}} (p_i^E)^{1+\eta_i^{\mathrm{DE}}} + (\delta_i^{\mathrm{DS}})^{-\eta_i^{\mathrm{DE}}} (p_i^D)^{1+\eta_i^{\mathrm{DE}}} \right]^{\frac{1}{1+\eta_i^{\mathrm{DE}}}} \qquad \{r_i^{\mathrm{DE}}\}$$

輸出財の価格と輸入財の価格

$$p_i^E = p^{\mathrm{EX}} p_i^{\mathrm{EW}} \qquad \{x_i^E\}$$

$$p^{\mathrm{EX}} p_i^{\mathrm{MW}} = p_i^M \qquad \{x_i^M\}$$

利潤最大化条件

$$c_j - (1-t_j^y) r_j^y = 0 \qquad \{y_j\}$$
$$c_j^{va} - p_j^{va} = 0 \qquad \{v_j^a\}$$
$$p_i^y - r_i^{\mathrm{DE}} = 0 \qquad \{y_i^{\mathrm{DE}}\}$$
$$c^u - p^u = 0 \qquad \{u\}$$
$$c_i^A - p_i^A = 0 \qquad \{q_i^A\}$$
$$c^{\mathrm{INV}} - p^{\mathrm{INV}} = 0 \qquad \{q^{\mathrm{INV}}\}$$
$$c^{\mathrm{GOV}} - p^{\mathrm{GOV}} = 0 \qquad \{q^{\mathrm{GOV}}\}$$

単位需要関数

$$a_{fj}^F = \left[\frac{\beta_{fj}^v c_j^{va}}{(1+t_{fj}^F)p_f^F}\right]^{\sigma_i^v} \qquad \{a_{fj}^F\}$$
$$a_i^d = \left[\frac{\gamma_i c^u}{(1+t_i^C)p_i^A}\right]^{\sigma^c} \qquad \{a_i^d\}$$
$$a_i^{\mathrm{AD}} = \left[\frac{\alpha_i^{\mathrm{AD}} c_i^A}{p_i^D}\right]^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{AD}}\}$$
$$a_i^{\mathrm{AM}} = \left[\frac{\alpha_i^{\mathrm{AM}} c_i^A}{(1+t_i^M)p_i^M}\right]^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{AM}}\}$$

単位供給関数

$$a_i^{\mathrm{ES}} = \left[\frac{p_i^E}{\delta_i^{\mathrm{ES}} r_i^{\mathrm{DE}}}\right]^{\eta_i^{\mathrm{DE}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{ES}}\}$$
$$a_i^{\mathrm{DS}} = \left[\frac{p_i^D}{\delta_i^{\mathrm{DS}} r_i^{\mathrm{DE}}}\right]^{\eta_i^{\mathrm{DE}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{DS}}\}$$

市場均衡条件

$$\sum_j \bar{a}_{ij}^y y_j = y_i^{\mathrm{DE}} \qquad \{p_i^y\}$$
$$a_i^{\mathrm{DS}} y_i^{\mathrm{DE}} + \bar{z}_i^h = a_i^{\mathrm{AD}} q_i^A \qquad \{p_i^D\}$$
$$a_i^{\mathrm{ES}} y_i^{\mathrm{DE}} = x_i^E \qquad \{p_i^E\}$$
$$x_i^M = a_i^{\mathrm{AM}} q_i^A \qquad \{p_i^M\}$$
$$q_i^A = \sum_j \bar{a}_{ij}^x y_j + a_i^d u + \bar{a}_i^{\mathrm{INV}} q^{\mathrm{INV}} + \bar{a}_i^{\mathrm{GOV}} q^{\mathrm{GOV}} \qquad \{p_i^A\}$$
$$v_j^a = \bar{a}_j^v y_j \qquad \{p_j^{va}\}$$

$$\bar{v}_f = \sum_j a^F_{fj} v^a_j \qquad \{p^F_f\}$$

$$u = \frac{m^D}{p^u} \qquad \{p^u\}$$

$$q^{\mathrm{INV}} = \bar{q}^{\mathrm{INV}} \qquad \{p^{\mathrm{INV}}\}$$

$$q^{\mathrm{GOV}} = \frac{m^{\mathrm{GOV}}}{p^{\mathrm{GOV}}} \qquad \{p^{\mathrm{GOV}}\}$$

貿易収支の設定

$$\mathrm{TS} = \sum_i p^{\mathrm{EW}}_i x^E_i - \sum_i p^{\mathrm{MW}}_i x^M_i \qquad \{\mathrm{TS}\}$$

$$\mathrm{TS} = \bar{\mathrm{TS}} \qquad \{p^{\mathrm{EX}}\}$$

税収と所得の定義式

$$T^{\mathrm{ALL}} = \sum_{i,f} t^F_{fj} p^F_f v_{fj} + \sum_i t^M_i p^M_i x^M_i + \sum_i t^C_i p^A_i d_i + \sum_j t^y_j r^y_j y_j + \sum_f t^{\mathrm{INC}}_f p^F_f \bar{v}_f \qquad \{T^{\mathrm{ALL}}\}$$

$$m^{\mathrm{GOV}} = T^{\mathrm{ALL}} - p^{\mathrm{GOV}} \tau^{\mathrm{LUMP}} \qquad \{m^{\mathrm{GOV}}\}$$

$$m = \sum_f (1 - t^{\mathrm{INV}}_f) p^F_f \bar{v}_f + \sum_i p^D_i \bar{z}^h_i + p^{\mathrm{GOV}} \tau^{\mathrm{LUMP}} \qquad \{m\}$$

$$m^D = m - p^{\mathrm{INV}} q^{\mathrm{INV}} - p^{\mathrm{EX}} \mathrm{TS} \qquad \{m^D\}$$

一括税の水準

$$q^{\mathrm{GOV}} = \bar{q}^{\mathrm{GOV}} \qquad \{\tau^{\mathrm{LUMP}}\}$$

4　カリブレーション

4.1　カリブレーションの方法

これまでのモデルと比較して、部門や財の数が多くなっているが、カリブレートするパラメータの数はそれほど多くない。カリブレートするのは表 2 のパラメータと投入係数を表すパラメータである。投入係数を表すパラメータとしては $\bar{a}^y_{ij}$、$\bar{a}^x_{ij}$、$\bar{a}^v_j$、$\bar{a}^{\mathrm{INV}}_i$、$\bar{a}^{\mathrm{GOV}}_i$ がある。

ウェイトパラメータのカリブレーションの方法はこれまでと基本的に同じであるので、詳しいことは第 8 章を見てほしいが、カリブレーションのときに Agent 価格を使うことに注意しなければならない。例えば、β^F_{fj} は次のようにカリブレートできる。

$$\beta^v_{fj} = \frac{(\bar{a}^F_{fj})^{1/\sigma^v_j}(1+\bar{t}^F_{fj})\bar{p}^F_f}{\bar{c}^{va}_j}$$

表 2：カリブレートするパラメータ

記号	説明	プログラム
β_{fj}^{v}	生産関数のウェイトパラメータ	`beta_v(f,j)`
γ_i	効用関数のウェイトパラメータ	`gamma(i)`
α_i^{AD}	Armington 統合関数内のウェイトパラメータ	`alpha_ad(i)`
α_i^{AM}	Armington 統合関数内のウェイトパラメータ	`alpha_am(i)`
δ_i^{ES}	CET 関数内のウェイトパラメータ	`delta_es(i)`
δ_i^{DS}	CET 関数内のウェイトパラメータ	`delta_ds(i)`

プログラム（`japan_model.gms`）では次のように記述される。

```
beta_v(f,j) = (a_f0(f,j))**(1/sig_v(j)) * (1+rt_f0(f,j))*p_f0(f) / c_va0(j);
```

一方、投入係数については、ベンチマークの総投入量を生産量（活動水準）で割れば求められる。

4.2 Calibrated share form (CSF) によるモデルの記述

第 8 章において、「calibrated share form (以下、CSF)」によるモデルの記述を紹介した。CSF とはウェイトパラメータにそのカリブレートされた値を代入してしまった表現であった。後に CSF を利用することもあるので、参考までにここでのモデルを CSF でも表現しておく。

例えば、Armington 統合の単位費用関数 c_i^A は通常は次のように表現された。

$$c_i^A = \left[(\alpha_i^{\mathrm{AD}})^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} (p_i^D)^{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}} + (\alpha_i^{\mathrm{AM}})^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} ([1+t_i^M] p_i^M)^{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}}} \qquad \{c_i^A\}$$

ここに α_i^{AD}、α_i^{AM} のカリブレートされた値を代入する。

$$\alpha_i^{\mathrm{AD}} = \frac{(\bar{a}_i^{\mathrm{AD}})^{1/\sigma_i^A} \bar{p}_i^D}{\bar{c}_i^A} \qquad \alpha_i^{\mathrm{AM}} = \frac{(\bar{a}_i^{\mathrm{AM}})^{1/\sigma_i^A} (1+\bar{t}_i^M) \bar{p}_i^M}{\bar{c}_i^A}$$

すると次のような CSF の表現が得られる。

$$c_i^A = \bar{c}_i^A \left[\theta_i^{\mathrm{AD}} \left(\frac{p_i^D}{\bar{p}_i^D} \right)^{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}} + \theta_i^{\mathrm{AM}} \left(\frac{[1+t_i^M] p_i^M}{[1+\bar{t}_i^M] \bar{p}_i^M} \right)^{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_i^{\mathrm{DM}}}} \qquad \{c_i^A\}$$

CSF では α_i^{AD}、α_i^{AM} のウェイト・パラメータは消え、その代わりにベンチマークにおけるシェアを表す θ_i^{AD}、θ_i^{AM} というパラメータが出てくる。

これ以外の式の CSF については第 B 節に掲載するので、そちらを見てほしい。

5 プログラム

モデルを記述したプログラムは表 3 の 5 つである。どれもモデルは基本的に同じであるが、表現方法が異なっている。

表 3：プログラム

プログラム	説明
japan_model.gms	これは第 3.12 節のモデルをそのまま表現したもの。
japan_model_csf.gms	これはモデルを CSF で表現したもの。
japan_model_normalized.gms	これは内生変数の初期値を 1 にするように規準化したもの（第 5.1 節の説明を見てほしい）。
japan_model_normalized_csf.gms	これは CSF で表現し、かつ内生変数を 1 に規準化したもの。
japan_model_normalized_alt.gms	これはモデルは japan_model_normalized.gms と同じであるが、データとして chap_15_SAM_Japan_alt.xlsx の SAM を利用するプログラムである。

5.1 内生変数の初期値を 1 に規準化

これについても第 10 章で説明したが、内生変数の値の初期値が 1 に等しくなるように規準化するということである。規準化することで、1) 計算結果が見やすくなる、2) 計算がしやすくなるというメリットがあった。実際、筆者の経験からしても、規準化することのメリットは大きく、シミュレーションが非常にやりやすくなる。ここでも内生変数の値を規準化したプログラムも提示しておく。

規準化の方法は簡単である。例えば、生産量を表す y_j という変数を考える。生産量を表すのでその値は基本的に 1 にはならない。ここで新しい変数 q_j^y を使い、y_j を $\bar{y}_j q_j^y$ というように置き換えてやると、基準均衡で新しい変数は $q_j^y = 1$ となる。このようにして、変数を「基準均衡の値 × 新しい変数」というように置き換えてやることで内生変数を規準化できる。規準化したモデルは japan_model_normalized.gms と japan_model_normalized_csf.gms の二つのプログラムで利用されている。

5.2 マクロによる式の置き換え

既に $macro 命令によるマクロを利用してきたが、これまでの方法は、同じ命令を繰り返し利用するときにマクロを定義するという使い方であった。このような利用方法もあるが、japan_model.gms では**「変数の代わりにマクロを利用する」**という使い方をしている。

具体的にはモデルの記述の以下の部分においてマクロを利用している。

```
*        単位生産要素需要
$macro a_f(f,j)         \
    ((beta_v(f,j) * c_va(j) / ((1+rt_f(f,j))*p_f(f)))**(sig_v(j)))

*        単位消費需要
$macro a_d(i)  ((gamma(i) * c_u / ((1+rt_c(i))*p_a(i)))**(sig_c))
```

```
*         Armington 統合の単位国内財需要
$macro a_ad(i)        ((alpha_ad(i) * c_a(i) / p_d(i))**(sig_dm(i)))

*         Armington 統合の単位輸入財需要
$macro a_am(i)        ((alpha_am(i) * c_a(i) / ((1+rt_m(i))*p_m(i)))**(sig_dm(i)))

*         単位輸出供給
$macro a_es(i)        ((p_e(i) / (delta_es(i) * r_de(i)))**(eta_de(i)))

*         単位国内供給
$macro a_ds(i) ((p_d(i) / (delta_ds(i) * r_de(i)))**(eta_de(i)))
```

ここは単位需要、単位供給の定義の部分である。上のようなコードにより、例えば a_f(f,j) は

```
 ((beta_v(f,j) * c_va(j) / ((1+rt_f(f,j))*p_f(f)))**(sig_v(j)))
```

を表すものと定義される。これにより、プログラム内で a_f(f,j) と記述することで、実際には上の複雑な式が展開（expand）されることになる[13)]。

これまでは単位需要や単位供給についても「変数」として扱い、「式」を用いて記述してきた。例えば、上の a_f(f,j) であれば以下のように式を用いて、変数として定義するということである。

```
e_a_f(f,j)$a_f0(f,j) ..
        a_f(f,j) =e= (beta_v(f,j) * c_va(j) / ((1+rt_f(f,j))*p_f(f)))**(sig_v(j))
```

これに対し、japan_model.gms では a_f(f,j) をマクロとして定義している。これまでと同様に変数として扱うこともできるのだが、ここでマクロとして扱っているのは**「変数の数を減らすため」**である。この第 15 章も含め、この文書で利用するモデルは基本的に GAMS のデモバージョンで解けるようなモデルにしておきたい。デモバージョンでは変数の数に制限があるが、単位需要や単位供給を変数として定義してしまうと、変数の数がその制限を越える可能性がある。そこでここでは変数ではなくマクロとして定義している。

以上のようにマクロには変数の数を削減できるというメリットもあるが、モデルのデバッグが難しくなるというデメリットもある。GAMS でのマクロの利用については、「GAMS のマクロ機能 ($macro)」 で少し議論しているので、興味のある人はそちらを見てほしい。また、モデルの記述においてマクロを多用している例に GTAPinGAMS に付属のモデルがある (Lanz and Rutherford, 2016)[14)]。

13) マクロで記述した部分が実際どのようなコードに展開されているかは LST ファイルを見ればよい。LST ファイルにはマクロ展開後のコードが出力される。
14) GTPAinGAMS の mcp.gms というプログラムである。

5.3 japan_model_normalized_csf.gms

japan_model_normalized_csf.gms はモデルを CSF で記述し、さらに内生変数の初期値が 1 になるようにしたモデルであるが、もう一つの変更点として、基準均衡において元々 1 をとる内生変数を表すパラメータを全て省略している。

例えば、c_j と c_j^{va} は CSF では本来次のような表現になる。

$$c_j = \bar{c}_j \left[\sum_i \theta_{ij}^x \frac{p_i^A}{\bar{p}_i^A} + \theta_j^v \frac{p_j^{va}}{\bar{p}_j^{va}} \right]$$

$$c_j^{va} = \bar{c}_j^{va} \left[\sum_f \theta_{fj}^F \left[\frac{(1+t_{fj}^F)p_f^F}{(1+\bar{t}_{fj}^F)\bar{p}_f^F} \right]^{1-\sigma_j^v} \right]^{\frac{1}{1-\sigma_j^v}}$$

この式には $\bar{c}_j$、$\bar{p}_i^A$、$\bar{p}_j^{va}$、$\bar{c}_j^{va}$、$\bar{p}_{fj}^F$ などの基準均衡における内生変数の値を表すパラメータが含まれるが、これらのパラメータの値は $\bar{c}_j$ を除いて全て 1 である。よって、モデルの記述において実質的な意味を持たないので省略して書いてもよい。これまではずっと 1 をとるパラメータであっても省略せずに記入してきたが、japan_model_normalized_csf.gms では 1 をとるパラメータは全て省略し、以下のように式を記述している[15]。

```
*         生産の単位費用
e_c(j)$y0(j) ..
    c(j) =e=
    sum(i$sh_x(i,j), sh_x(i,j)*p_a(i)) + sh_va(j)*p_va(j);

*         合成生産要素生産の単位費用
e_c_va(j) ..
    c_va(j) =e=
    (sum(f$sh_f(f,j),
        sh_f(f,j)*((1+rt_f(f,j))*p_f(f)/ap_pf0(f,j))**(1-sig_v(j)))
    )**(1/(1-sig_v(j)));
```

これによりプログラム内の式の記述が簡潔になっている。

6 シミュレーション

6.1 シナリオ

シミュレーションで分析するシナリオは表 4 のシナリオである。まず、bnch は基準均衡を計算するシナリオである。シミュレーションでは他のシナリオにおいて、この基準均衡からどれだけ変化するかを分析する。nume はニュメレール（価値尺度財）の価格を変更するシナリオである。

15) ap_pf0(f,j) は $(1+\bar{t}_{f,j}^F)$ である。

元々は agr の国内財をニュメレールとし、その価格（p^D_{AGR}）を 1 に固定している。nume というシナリオでは 1 ではなく、2 に変更してみる[16)]。第 6 章で見たように、ニュメレールの価格を 2 に変更しても、他の価格変数、金額変数が全て 2 倍になるだけで、実質変数は何も変わらないはずである。実際にそうなるかを確認する。

prop は外生的な変数を全て同率（5%）で変化させるシナリオである[17)]。これについても第 6 章で見たが、このモデルでは外生的な変数を全て同率で変化させると、それと同じ率だけ数量を表す内生変数、金額を表す内生変数が変化する一方、価格を表す内生変数は変化しないはずである。これをチェックする。cont は消費税を増税するシナリオである。基準均衡において既に 5% の消費税が導入されているが、それを 10 % に増税する。

linc は労働所得税を増税するシナリオである。基準均衡において既に 30% の労働所得税が課されているが、これを 40% に引き上げる。labi は労働賦存量を増加させるシナリオである。基準均衡における賦存量より 5% 増加させる。prdt は生産税の増税である。基準均衡における各部門への生産税率を 1.2 倍にする。elyt は電力部門（ely）への生産税のみを増税するシナリオである。電力部門（ely）への生産税率を 1.2 倍にする。rmtx は全ての税を撤廃するシナリオである。この場合、税収が減ってしまうので、政府消費を一定の水準に保つように一括のトランスファーの額を調整することになる。最後の ftrd は貿易自由化のシナリオである。具体的には輸入関税を全て撤廃するというシナリオである[18)]。

表 4：シミュレーションのシナリオ

シナリオ名	説明
bnch	基準均衡を計算するシナリオ
nume	ニュメレールの価格を変更するシナリオ
prop	比例的ショックを計算するシナリオ
cont	消費税の増税
linc	労働所得税の増税
labi	労動賦存量の増加
prdt	生産税の増税
elyt	ely 部門（電力部門）への生産税の増税
rmtx	（一括税以外の）税の撤廃
ftrd	貿易自由化

また、表 1 の 15 財 × 11 部門のデータ（chap_15_SAM_Japan.xlsx のデータ）ではなく、電力部門を 2 つに分割した 15 財 × 12 部門のデータ（chap_15_SAM_Japan_alt.xlsx のデータ）を利用したシミュレーションもおこなう。

16) そもそも価格を 1 と置くからこそ「ニュメレール（価値尺度財)」と呼ぶのなら、2 と置いたらニュメレールとは呼べないのかもしれないが、ここでは便宜上、ずっとニュメレールと呼んでいる。
17) 具体的にどの外生変数を変化させているかは、プログラム（sub_scenario_setting.gms）を直接見て欲しい。
18) ここで利用している SAM データの「関税」には純粋な「関税」に加え、「輸入品商品税」も含まれている。よって、ここでの関税の撤廃は実際には関税以外の税の撤廃も含んでしまっている。

6.2 シミュレーション結果

6.2.1 マクロ変数への影響

それでは以下でシミュレーション結果を見ていこう。表 5 は各シナリオにおける様々な変数の水準（単位は 1 兆円）とその基準均衡の値からの変化率（%）である。変数は以下の通りである。まず、u は効用（u）、q_inv は投資財生産量（q^{INV}）、q_gov は政府消費財生産量（q^{GOV}）、ts は貿易収支（TS）、m_d は消費者物価でデフレートした家計の所得（つまり、m^D/p^u）である。また、tot は交易条件で $p^E_{\mathrm{AGR}}/p^M_{\mathrm{AGR}}$ で計算している。pricon、invest、govcon、export、import はそれぞれ**「ベンチマークの Agent 価格で評価」**した総民間消費額、総投資額、総政府消費額、総輸出額、総輸入額であり、以下のように定義される。

- pricon: $\sum_i (1+\bar{t}^C_i)\bar{p}^A_i a^d_i u$
- invest: $\sum_i \bar{p}^A_i \bar{a}^{\mathrm{INV}}_i q^{\mathrm{INV}}$
- govcon: $\sum_i \bar{p}^A_i \bar{a}^{\mathrm{GOV}}_i q^{\mathrm{GOV}}$
- export: $\sum_i \bar{p}^E_i x^E_i$
- import: $\sum_i (1+\bar{t}^M_i)\bar{p}^M_i x^M_i$

価格を「ベンチマークの Agent 価格」に固定し、不変価格表示にすることで実質化している[19)]。最後の GDP（gdp）は実質 GDP である。これは上記の変数を用いて、

$$\mathtt{gdp} = \mathtt{pricon} + \mathtt{invest} + \mathtt{govcon} + \mathtt{export} - \mathtt{import}$$

と定義されている。CGE モデルにおいて GDP をどのように定義（計算）するかは様々な考え方があるが、それについてはまた別の機会で議論する。とりあえず、ここでは上のように定義しており、定義を変更すれば結果も変わることに注意してほしい。

それでは結果を検討しよう。まず、ニュメレールの価格を 2 に変化させるシナリオ nume であるが、数値は全く変わっていない。このモデルは価格の 0 次同次性が成り立つモデルであり、ニュメレールの価格を何に変更しようが実質的な変数は変わらないので、これは当然の結果である。外生変数を 5% 増加させるという prop では、tot を除いて全ての実質変数が 5% ずつ増加している。これもモデルの想定からして当然の結果である。交易条件 tot が不変なのは小国モデルを仮定しているからである。

消費税を 5% から 10%に増税するという cont であるが、全ての変数が全く変化していない。これは既に第 14 章で見た結果である。つまり、このモデルでは全ての財に対して一律の消費税は相

19) これらの変数の変化率は

$$100 \times \frac{p_0 q_1 - p_0 q_0}{p_0 q_0} = 100 \times \left[\frac{p_0 q_1}{p_0 q_0} - 1\right]$$

のような形になるので（0 は変化前、1 は変化後の値）、ラスパイレス型の数量指数の考え方に基づいていると言える。

表 5：変数の値（1 兆円）と基準均衡からの変化率（%）

変数の値（兆円）

	bnch	nume	prop	cont	linc	labi	prdt	elyt	rmtx	ftrd
u	336.7	336.7	353.6	336.7	336.7	352.2	336.5	336.7	337.5	336.8
q_inv	137.4	137.4	144.3	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4
q_gov	105.5	105.5	110.8	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5
pricon	336.7	336.7	353.6	336.7	336.7	352.2	336.5	336.7	337.6	336.8
invest	137.4	137.4	144.3	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4
govcon	105.5	105.5	110.8	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5
export	86.8	86.8	91.1	86.8	86.8	89.5	86.5	86.8	92.4	88.3
import	102.2	102.2	107.3	102.2	102.2	104.9	101.9	102.2	107.8	103.7
tot	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
ts	-14.4	-14.4	-15.1	-14.4	-14.4	-14.4	-14.4	-14.4	-14.4	-14.4
m_d	336.7	336.7	353.6	336.7	336.7	352.2	336.5	336.7	337.5	336.8
gdp	564.3	564.3	592.5	564.3	564.3	579.7	564.1	564.3	565.1	564.3

変化率（%）

	bnch	nume	prop	cont	linc	labi	prdt	elyt	rmtx	ftrd
u	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	4.58	-0.06	0.00	0.22	0.01
q_inv	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
q_gov	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
pricon	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	4.58	-0.06	0.00	0.25	0.01
invest	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
govcon	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
export	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	3.13	-0.29	-0.01	6.50	1.77
import	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	2.68	-0.25	-0.01	5.56	1.53
tot	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ts	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
m_d	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	4.58	-0.06	0.00	0.22	0.01
gdp	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	2.73	-0.04	0.00	0.14	0.00

対価格に全く変化を与えず、かつ、家計の消費支出の増加に等しいだけの税収による所得の増加をもたらすので、全く効果を持たないということである。言い換えれば、このモデルでは消費税は一括税と同値な税金ということである。

労働所得税を 30% から 40% に上昇させる `linc` でも変数の値は全く変わっていない。このモデルでは労働供給（労働賦存量）が外生的に固定されているため、労働所得税は単に労動の市場価格を低下させるだけで、実質的な効果をもたないからである[20]。労働所得税という形でモデルには入っているのだが、実質的にはやはり一括税と同じということである。ここではおこなっていないが、資本所得税についても同じことが成り立ち、資本所得税を変化させたとしても表の変数は何も変わらない。以上の消費税、労働所得税のように、形式上、税金を導入したとしても実質的な効果をもたらさないことがよくあるので、政策の効果を分析するときにはその政策がモデルにおいてもたらす効果についてよく吟味する必要がある。

`labi` は労働賦存量を 5% 増加させるシナリオである。投資、政府消費は固定しているので変わらないが、民間消費、輸出、輸入はそれぞれ 4.58%、3.13%、2.68% 増加しており、その結果、GDP、効用はそれぞれ 2.73%、4.58%増加している。生産には労動だけではなく、資本も利用されるので、労動が 5% 増えても GDP は 3% 弱しか増えないことがわかる。

`prdt` は生産税を増税する（税率を 1.2 倍にする）シナリオである。GDP も効用も低下している。このモデルでは生産税の増税は効率性を低下させる効果があることがわかる。電力部門の生産税のみを増税するシナリオ `elyt` では変数はほとんど変化していない。これは元々、電力部門への生産税率は低く（約 3.6%）、それを 1.2 倍しても経済全体には大きな効果をもたらさないためである。

全ての税金（補助金）を撤廃する `rmtx` では特に輸出と輸入が大きく増加している。また、GDP と効用も増加しているが、増加率はそれほど大きくはない。特に GDP の増加率は 0.14% にすぎない。このモデルでは生産に不可欠な生産要素（労動、資本）の賦存量（供給量）は固定されてしまっている。従って、税金を撤廃すれば歪みはなくなるため、効用はある程度上昇するが、生産要素に強く制約される生産はそれほど増えないという結果になる。生産要素を固定している CGE モデルでは政策ショックの GDP への影響は小さくなる傾向にある。逆に言えば、GDP への影響を大きくするには、生産要素の供給量が変化するモデルを用いる必要があるということである[21]。これは一般に成り立つ性質なので覚えておくとよい。

最後の `ftrd` は貿易自由化のシナリオである。輸出、輸入は大きく増加するが、効用も GDP もほとんど変化していない。自由化が必ずしも大きいプラスの効果をもたらすわけではないことがわかる。

6.2.2 部門別の生産量への影響

次に表 6 で各部門の生産量の変化を見よう。実質的な効果を持たない `nume`、`cont`、`linc` というシナリオでは生産量は全く変化していない。一方、外生変数を 5% 増加させる `prop` では全ての部門の生産量が 5% ずつ増加している。

---

20) 賃金が低下するので家計の所得は減るが、労働所得税の増税により一括税の額が減るため、家計の所得はちょうど同じになる。

21) 例えば、家計の労動供給量が変化するモデル、失業があるモデル、資本ストックが変化する動学モデルなどである。

表 6：生産量の基準均衡からの変化率（%）

	bnch	nume	prop	cont	linc	labi	prdt	elyt	rmtx	ftrd
agr	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	1.9	1.0	0.0	-7.1	-1.1
pet	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	3.8	-4.6	0.0	52.6	-0.1
cop	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	3.0	0.0	0.0	0.1	-0.2
cem	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	2.6	0.0	0.0	0.0	0.1
i_s	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	0.8	0.1	-0.1	-0.6	0.6
man	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	2.8	0.1	0.0	-0.8	-0.2
gas	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	3.3	0.0	0.0	-0.1	0.0
trs	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	3.9	-1.0	0.0	5.0	0.2
ser	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	2.6	0.0	0.0	-0.2	0.0
fos	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	-1.1	-11.0	-0.2	73.4	1.1
ely	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	3.1	-0.1	-0.1	0.4	0.0

`labi` では fos 部門を除く全ての部門の生産量が増加しているが、部門によって増加率は大きく変わっている。`pet` 部門、`trs` 部門の増加率が 4% 程度なのに対し、`i_s` 部門の増加率は 1% 未満である。生産量への効果の差は様々な要因が原因となっていると考えられるが、一つの大きな要因は部門間の生産要素集約度の差であろう。このシナリオでは労動の賦存量が増加しているので、おそらく労働集約的な部門の生産量が大きく増加している可能性が高い[22)]。

`prdt` では生産量が増加する部門と減少する部門に分かれている。全ての部門への生産税を増税するのにかかわらず生産量が増加する部門があることを意外に思うかもしれないが、これは生産税増税の影響が部門間で大きく異なるからである。このシナリオでは既存の生産税率を 1.2 倍にするという増税がおこなわれている。よって、元々の生産税率が高い部門ほど、増税の（マイナスの）影響を大きく受けることになるのである。実際、生産量の減少率が大きい `fos` 部門、`pet` 部門の元々の生産税率はそれぞれ 15%、23.7% で非常に高い。一方、生産量が増加している `agr` 部門の生産税率はマイナス 1.9% である（つまり、税ではなく、補助金になているということ）。我々のモデルは一般均衡モデルであるので、ある部門の生産量が大きく減少する場合、そこで利用されていた生産要素や中間投入財が他の部門にまわることになり、その結果、別の部門の生産量が増加する。この効果によって、生産量が減少する部門と増加する部門の両方が生じているのである。

`elyt` では全体的に生産量の変化率は小さい。増税の対象となる `ely` 部門でも 0.1% 程度しか減少しない。増税の程度があまり大きくないことと、電力部門のみが対象ということで、他の部門への影響が限定されているためである。

`rtmx` でも生産量が増加する部門と減少する部門の両方がある。`fos` 部門、`pet` 部門の生産の伸び率が非常に高いのは、先程指摘したように、この 2 つの部門には非常に高い生産税が課されているが、それが撤廃される影響だと考えられる。生産税の撤廃は多くの部門の生産量を増加させる効果を持つと考えられるが、輸入関税の撤廃は保護されていた部門の生産量を減少させる可能性が高い。元々の関税率が高いのは `agr` 部門、`man` 部門であり、実際この二つの部門の生産量は減少してしまっている[23)]。

22) 「リプチンスキー定理」の効果である。

23) 既に、脚注 18) で触れたが、ここで「関税」と呼んでいるものには、純粋な関税だけでなく、「輸入品にかかる消費税等」も含んでしまっている。`agr` の関税率が高いのは日本が依然農産物に高い関税を課しているからだが、既に貿易障壁 `man` の関税率が高いのは関税以外のものによると思われる。

最後の ftrd では、agr、man、pet、cop 等の生産量が減少しているが、これらの部門は比較的関税率が高い部門である。

6.2.3　別の SAM によるシミュレーション

元々、第 7 章で紹介した SAM では電力部門は「電力（火力）」と「電力（火力以外）」の 2 つに分かれており、その 2 つの部門が「電力」という財を生産している形になっていたが、ここまでは電力部門を一つに統合した SAM を利用してきた。発電部門を一つに統合した理由は、ここで利用しているモデルを前提としたとき、一種類の財を複数の部門が生産するという状況を想定すると、シミュレーションでおかしい結果が生じるためである。以下でシミュレーションをおこなってみて、具体的にどのような結果が生じるかを確認してみよう。

表 7 と表 8 はシミュレーションの結果である。まず、表 7 の方であるが、データを少し変更（部門を細分化しただけ）にもかかわらず、シミュレーション結果はそれなりに変わってしまうことがわかる。この点も問題であるのだが、もっと大きな問題は表 8 の生産量への影響の方である。

実質的な効果をもたらす labi、prdt、elyt、rmtx、frtd 等のシナリオの結果を見ればわかるように、2 つの電力部門のうち生産量がゼロになってしまう部門（変化率がマイナス 100%になる部門）が出てきている。もちろん、生産量がゼロになる（その部門は生産を止めてしまう）という状況があり得ないわけではないが、ここで想定しているようなそれほど大きくない政策ショックに対して生産量がゼロになるということは非現実的な結果であり、やはりモデルの設定のどこかがおかしいと言える。

このようなことが起こるのは、現在のモデルでは

- 複数の電力部門が全く同じ（同質的な）財を生産している。
- 生産要素、中間投入財とも自由に部門間を移動できる。

という想定をしているからである。この想定の下では、何らかのショックに対し、ある電力部門の費用が少し上昇すると、他の電力部門に需要が一気に移ってしまう。そして、需要を失なった部門は高い要素価格、購入価格を支払えなくなるので、生産要素も中間投入物も他の部門に一気に移ってしまう。このため生産がゼロになる部門が生じるのである。

逆に言えば、複数の部門が同じ財を生産するという想定で、複数の部門が並立的に生産を維持できるようにするには以下のようにモデルを修正すればよい。

- 同じ財であっても、ある程度の差別化を導入する。
- 生産要素、中間投入が自由には部門間を移動できないようにする。

温暖化対策を分析する CGE モデルでは複数の発電部門を考慮するが、そのようなモデルでは上のような想定を置いていることが多い。例えば、MIT の EPPA モデル (Chen et al., 2015) では、複数の電力部門を考えているが、火力発電による電力と太陽光発電、風力発電等の再生可能エネルギーによる電力は不完全代替と仮定している。また、二つ目の想定については、各部門のみで利用される「特殊要素（specific factor）」を仮定したり、生産要素の部門間の配分に CET 関数を導入するということが多い。実際、EPPA モデルでは複数の発電部門に特殊要素を仮定している。

表 7：別の SAM を用いたときの変数の値（1 兆円）と基準均衡からの変化率（%）

変数の値（兆円）

	bnch	nume	prop	cont	linc	labi	prdt	elyt	rmtx	ftrd
u	336.7	336.7	353.6	336.7	336.7	353.6	336.4	337.0	338.8	336.8
q_inv	137.4	137.4	144.3	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4
q_gov	105.5	105.5	110.8	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5
pricon	336.7	336.7	353.6	336.7	336.7	353.6	336.4	337.0	338.9	336.8
invest	137.4	137.4	144.3	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4	137.4
govcon	105.5	105.5	110.8	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5	105.5
export	86.8	86.8	91.1	86.8	86.8	86.2	87.0	85.9	87.6	88.1
import	102.2	102.2	107.3	102.2	102.2	101.6	102.4	101.3	103.1	103.6
tot	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
ts	-14.4	-14.4	-15.1	-14.4	-14.4	-14.4	-14.4	-14.4	-14.4	-14.4
m_d	336.7	336.7	353.6	336.7	336.7	353.6	336.4	337.0	338.8	336.8
gdp	564.3	564.3	592.5	564.3	564.3	581.1	563.9	564.6	566.5	564.4

変化率（%）

	bnch	nume	prop	cont	linc	labi	prdt	elyt	rmtx	ftrd
u	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	5.00	-0.11	0.09	0.62	0.02
q_inv	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
q_gov	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
pricon	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	5.00	-0.11	0.09	0.65	0.02
invest	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
govcon	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
export	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	-0.70	0.23	-0.96	0.97	1.59
import	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	-0.55	0.20	-0.82	0.89	1.38
tot	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ts	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
m_d	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	5.00	-0.11	0.09	0.62	0.02
gdp	0.00	0.00	5.00	0.00	0.00	2.97	-0.07	0.05	0.38	0.01

表 8：別の SAM を用いたときの生産量の基準均衡からの変化率（%）

	bnch	nume	prop	cont	linc	labi	prdt	elyt	rmtx	ftrd
agr	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	1.3	1.1	-0.1	-7.9	-1.1
pet	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	2.7	-4.5	-0.3	46.1	-0.1
cop	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	-30.5	4.2	-8.0	-40.8	-1.7
cem	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	3.3	-0.1	0.2	1.0	0.1
i_s	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	-6.0	1.2	-2.0	-8.2	0.2
man	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	0.9	0.3	-0.5	-3.5	-0.3
gas	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	4.2	-0.1	0.2	1.3	0.0
trs	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	2.6	-0.8	-0.3	2.7	0.2
ser	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	3.4	-0.1	0.2	0.8	0.1
fos	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	-42.5	-6.2	-10.1	-33.5	-0.8
ely	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	-67.8	9.1	-17.0	-100.0	-3.2
oel	0.0	0.0	5.0	0.0	0.0	777.2	-100.0	184.3	1102.0	34.8

7 終わりに

この章では実際の日本の産業連関表を利用して、日本の CGE モデルを作成し、簡単なシミュレーションをおこなってみた。実際の研究に用いるにはまだ改善すべき部分が多いものであるが、様々な研究のベースになるようなモデルにはなっている。実際の研究で使われている CGE モデルのプログラムを筆者のホームページで配布している。より進んだ勉強をしたい人はそれらのプログラムを見て欲しい。

参考文献

Bernstein, Paul M., W. David Montgomery, and Thomas F. Rutherford (1999) "Global Impacts of the Kyoto Agreement: Results from the MS-MRT Model," *Resource and Energy Economics*, Vol. 21, No. 3-4, pp. 375–413, August, DOI: 10/fsgx9x.

Chateau, Jean, Rob Dellink, and Elisa Lanzi (2014) "An Overview of the OECD ENV-Linkages Model: Version 3," *OECD Environment Working Papers, No. 65*, No. 65, p. 43, DOI: 10.1787/19970900.

Chen, Y-H Henry, Sergey Paltsev, John Reilly, Jennifer Morris, and Mustafa H. Babiker (2015) "The MIT EPPA6 Model: Economic Growth, Energy Use, Emissions, and Food Consumptions," No. 278, p. 40.

Hertel, Thomas W. (1999) *Global Trade Analysis: Modeling and Applications*, New York: Cambridge University Press, URL: `http://econpapers.repec.org/RePEc:cup:cbooks:9780521643740`.

Lanz, Bruno and Thomas F Rutherford (2016) "GTAPinGAMS: Multiregional and Small Open Economy Models," *Journal of Global Economic Analysis*, Vol. 1, No. 2, pp. 1–77, December, DOI: 10.21642/JGEA.010201AF.

Lofgren, Hans, Rebecca Lee Harris, and Sherman Robinson (2002) "A Standard Computable General Equilibrium (CGE) Model in GAMS,"Technical report, International Food Policy Research Institute (IFPRI), Washington, D.C., URL: `https://www.ifpri.org/publication/standard-computable-general-equilibrium-cge-model-gams`.

Takeda, Shiro, Tetsuya Horie, and Toshi H. Arimura (2012) "A Computable General Equilibrium Analysis of Border Adjustments under the Cap-And-Trade System: A Case Study of the Japanese Economy," *Climate Change Economics*, Vol. 03, No. 01, p. 1250003, February, DOI: 10.1142/S2010007812500030.

Takeda, Shiro, Toshi H. Arimura, Hanae Tamechika, Carolyn Fischer, and Alan K. Fox (2014) "Output-Based Allocation of Emissions Permits for Mitigating the Leakage and Competitiveness Issues for the Japanese Economy," *Environmental Economics and Policy Studies*, Vol. 16, No. 1, pp. 89–110, January, DOI: 10.1007/s10018-013-0072-8, Resouces for the Future Discussion Paper

Series, RFF DP 11-40.

van der Mensbrugghe, Dominique (2005) “LINKAGE Technical Reference Document Version 6.0,”Technical report, October, 2001 January, 2005.

武田史郎 (2007) 「貿易政策を対象とした応用一般均衡分析」, Technical report, URL：http://www.rieti.go.jp/jp/publications/summary/07030019.html, RIETI Discussion Paper Series 07-J -010.

8 履歴

- 2022-01-24: 説明の追加・修正。データのアップデート。
- 2018-07-20: 説明の追加・修正。
- 2017-03-15:

A REDEFINED（REDEF）について

モデルが正常に解けているならば、GAMS の結果が出力される LST ファイルの REPORT SUMMARY 部分は全てゼロの値をとる。つまり、以下のような表示になる。

```
**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED
                             0  REDEFINED (REDEF)
                             0     ERRORS
```

実際、これまでのほとんどのシミュレーションでは上のような表示になっているはずであるが、第 6.2.3 節の japan_model_normalized_alt.gms のシミュレーションではいくつかのシナリオにおいて、LST ファイル内の REPORT SUMMARY の REDEFINED（REDEF）が 0 ではなくなる。例えば、rmtx というシナリオでは次のような値になる。

```
**** REPORT SUMMARY :        0     NONOPT
                             0 INFEASIBLE
                             0  UNBOUNDED
                             2  REDEFINED (REDEF)
                             0     ERRORS
```

REDEF が 0 でなくなるのはエラーではないのだが、どのような意味なのかは理解しておくことが望ましいので、以下でその意味を説明をする。

まず、rmtx でどの部分が原因で REDEF が非ゼロになっているか確認しよう。その部分には

REDEF と表示されるので、それをもとに探すと、以下の e_y の部分であることがわかる。

```
---- EQU e_y  生産水準

          LOWER          LEVEL          UPPER         MARGINAL

agr         .              .              .             0.9209
pet         .              .              .             1.4607
cop         .              .              .             0.5923
cem         .              .              .             1.0096
i_s         .              .              .             0.9176
man         .              .              .             0.9654
gas         .              .              .             1.0126
trs         .              .              .             1.0272
ser         .              .              .             1.0080
fos         .              .              .             0.6654
ely         .            0.0474           .               .     REDEF
oel         .              .              .            12.0201
```

e_y に対応する変数 y の部分をさらに見ると次のようになっている。

```
---- VAR y  生産水準

          LOWER          LEVEL          UPPER         MARGINAL

agr         .            0.9209         +INF             .
pet         .            1.4607         +INF             .
cop         .            0.5923         +INF             .
cem         .            1.0096         +INF             .
i_s         .            0.9176         +INF             .
man         .            0.9654         +INF             .
gas         .            1.0126         +INF             .
trs         .            1.0272         +INF             .
ser         .            1.0080         +INF             .
fos         .            0.6654         +INF             .
ely         .              .            +INF           0.0474
oel         .           12.0201         +INF             .
```

つまり、labi というシナリオにおいて**生産量がゼロになってしまった部門の生産量のところに REDEF が付いている**ということである。

e_y は利潤最大化条件であり、モデルでは次のように記述されていた。

$$c_j - (1 - t_j^y) r_j^y = 0 \qquad \{y_j\}$$

コード（japan_model_normalized_alt.gms）では次のように表現されている。

```
*         生産水準
e_y(j)$y0(j) .. c0(j)*c(j) =e= (1 - rt_y(j)) * r_y0(j)*r_y(j);
```

しかし、この利潤最大化条件の記述は実は不適切である。というのは、これは生産量が必ず非負になるという前提での記述であるからである。仮に生産量が 0 になるケースも考慮するなら、利潤最大化条件は次のように complementary slackness 条件を付けた形で表現しなければならない[24)]。

$$c_j - (1 - t_j^y) r_j^y \geq 0 \qquad \left[c_j - (1 - t_j^y) r_j^y\right] y_j = 0 \qquad y_j \geq 0$$

つまり、「単位費用 > 単位収入」のケースは生産量が 0 になるという条件も含まなければいけない。そして、GAMS のコードでは次のように書かなければならない。

```
*         生産水準
e_y(j)$y0(j) .. c0(j)*c(j) =g= (1 - rt_y(j)) * r_y0(j)*r_y(j);
```

REDEF **が 0 ではないのは、元々等号（=e=）で記述されていた式を、GAMS の方で自動的に不等号付き（=g=）に定義しなおした**ということを表している。このように、本来不等号付きで記述されていなければならない部分が等号で記述されてしまっていても、自動的に定義しなおすという機能が GAMS（正確には MCP ソルバー）にはある。そして、そのような処理がなされた部分が REDEF と記録されているのである。

元々、以下のように変数が 0 になる可能性のある部分を不等号付きで記述していれば、不等号付きに解釈しなおすという処理もおこなわれないので、REDEF は 0 になる。試しに自分で書き換えてみてほしい。

```
*         生産水準
e_y(j)$y0(j) .. c0(j)*c(j) =g= (1 - rt_y(j)) * r_y0(j)*r_y(j);

*         合成生産要素
e_v_a(j) .. c_va0(j)*c_va(j) =g= p_va0(j)*p_va(j);
```

[注]

以下のような記述をしても数学的には上と同じであるが、GAMS ではエラーが生じる。

```
e_y(j)$y0(j) .. (1 - rt_y(j)) * r_y0(j)*r_y(j) =l= c0(j)*c(j);
e_v_a(j) .. p_va0(j)*p_va(j) =l= c_va0(j)*c_va(j);
```

24) 詳しくは第 4 章を見てほしい。

エラーは「`**** Lower Bound and =L= illegal`」というエラーである。これは変数に下限を設定する場合には、式を記述する際に「`=g=`」を使わないといけないという GAMS の記述法のルールのためである。

これまで変数が 0 になってしまうケースを扱ってはこなかったので、均衡条件式を全て「等号」を用いて記述してきた。その場合に変数が 0 になるようなことがあっても、GAMS では自動的に式を redefine して対応してくれるが、最初から不等号付きで記述することが正確な記述である。

B 付録: calibarated share form (CSF) による記述

以下で calibrated share form (CSF) を用いたモデルの記述をおこなう。CSF について詳しくは第 8 章、第 A1 章を見てほしい。プログラムでは

- `japan_model_csf.gms`
- `japan_model_normalized_csf.gms`

の 2 つで CSF を利用している。実際のプログラムでどのような記述になるかはプログラムを直接見てほしい。

注

- CSF で変ってくるのは、「単位費用関数」、「単位収入関数」、「単位需要関数」、「単位供給関数」の部分だけである。その他の条件式は変わらないので、以下では省略している。
- バー付きの変数（例えば、$\bar{c}_j$、$\bar{p}^F_f$、$\bar{t}^C_i$ 等）は基準均衡における値を表している。

[単位費用関数]

$$c_j = \bar{c}_j \left[\sum_i \theta^x_{ij} \frac{p^A_i}{\bar{p}^A_i} + \theta^v_j \frac{p^{va}_j}{\bar{p}^{va}_j} \right] \qquad \{c_j\}$$

$$c^{va}_j = \bar{c}^{va}_j \left[\sum_f \theta^F_{fj} \left[\frac{(1+t^F_{fj})p^F_f}{(1+\bar{t}^F_{fj})\bar{p}^F_f} \right]^{1-\sigma^v_j} \right]^{\frac{1}{1-\sigma^v_j}} \qquad \{c^{va}_j\}$$

$$c^u = \bar{c}^u \left[\sum_i \theta^C_i \left[\frac{(1+t^C_i)p^A_i}{(1+\bar{t}^C_i)\bar{p}^A_i} \right]^{1-\sigma^c} \right]^{\frac{1}{1-\sigma^c}} \qquad \{c^u\}$$

$$c^A_i = \bar{c}^A_i \left[\theta^{\mathrm{AD}}_i \left(\frac{p^D_i}{\bar{p}^D_i} \right)^{1-\sigma^{\mathrm{DM}}_i} + \theta^{\mathrm{AM}}_i \left(\frac{[1+t^M_i]p^M_i}{[1+\bar{t}^M_i]\bar{p}^M_i} \right)^{1-\sigma^{\mathrm{DM}}_i} \right]^{\frac{1}{1-\sigma^{\mathrm{DM}}_i}} \qquad \{c^A_i\}$$

$$c^{\mathrm{INV}} = \bar{c}^{\mathrm{INV}} \sum_i \theta^A_i \frac{p^A_i}{\bar{p}^A_i} \qquad \{c^{\mathrm{INV}}\}$$

$$c^{\mathrm{GOV}} = \bar{c}^{\mathrm{GOV}} \sum_i \theta_i^{\mathrm{GOV}} \frac{p_i^A}{\bar{p}_i^A} \qquad \{c^{\mathrm{GOV}}\}$$

[単位収入関数]

$$r_j^y = \bar{r}_j^y \sum_i \theta_{ij}^y \frac{p_i^y}{\bar{p}_i^y} \qquad \{r_j^y\}$$

$$r_i^{\mathrm{DE}} = \bar{r}_i^{\mathrm{DE}} \left[\theta_i^{\mathrm{ES}} \left(\frac{p_i^E}{\bar{p}_i^E} \right)^{1+\eta_i^{\mathrm{DE}}} + \theta_i^{\mathrm{DS}} \left(\frac{p_i^D}{\bar{p}_i^D} \right)^{1+\eta_i^{\mathrm{DE}}} \right]^{\frac{1}{1+\eta_i^{\mathrm{DE}}}} \qquad \{r_i^{\mathrm{DE}}\}$$

[単位需要関数]

$$a_{fj}^F = \bar{a}_{fj}^F \left[\frac{c_j^{va} / \bar{c}_j^{va}}{(1+t_{fj}^F) p_f^F / [(1+\bar{t}_{fj}^F) \bar{p}_f^F]} \right]^{\sigma_i^v} \qquad \{a_{fj}^F\}$$

$$a_i^d = \bar{a}_i^d \left[\frac{c^u / \bar{c}^u}{(1+t_i^C) p_i^A / [(1+\bar{t}_i^C) \bar{p}_i^A]} \right]^{\sigma^c} \qquad \{a_i^d\}$$

$$a_i^{\mathrm{AD}} = \bar{a}_i^{\mathrm{AD}} \left[\frac{c_i^A / \bar{c}_i^A}{p_i^D / \bar{p}_i^D} \right]^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{AD}}\}$$

$$a_i^{\mathrm{AM}} = \bar{a}_i^{\mathrm{AM}} \left[\frac{c_i^A / \bar{c}_i^A}{(1+t_i^M) p_i^M / [(1+\bar{t}_i^M) \bar{p}_i^M]} \right]^{\sigma_i^{\mathrm{DM}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{AM}}\}$$

[単位供給関数]

$$a_i^{\mathrm{ES}} = \bar{a}_i^{\mathrm{ES}} \left[\frac{p_i^E / \bar{p}_i^E}{r_i^{\mathrm{DE}} / \bar{r}_i^{\mathrm{DE}}} \right]^{\eta_i^{\mathrm{DE}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{ES}}\}$$

$$a_i^{\mathrm{DS}} = \bar{a}_i^{\mathrm{DS}} \left[\frac{p_i^D / \bar{p}_i^D}{r_i^{\mathrm{DE}} / \bar{r}_i^{\mathrm{DE}}} \right]^{\eta_i^{\mathrm{DE}}} \qquad \{a_i^{\mathrm{DS}}\}$$