2018图形学Lab3 —— 基于物理的着色

Shi Ruofei
Nanjing University

关于物理光学概念与定义的介绍

一些基本假设：

1. 线性 —— 两个输入的综合效果等于它们各自效果之和
2. 能量守恒 —— “散射”事件不会产生比它们的初始状态更多的能量
3. 已到达稳定状态 —— 假设光源/光线的辐射分布不会随着时间变化
4. 不存在偏振导致的干涉/衍射现象
5. 不存在荧光和磷光现象

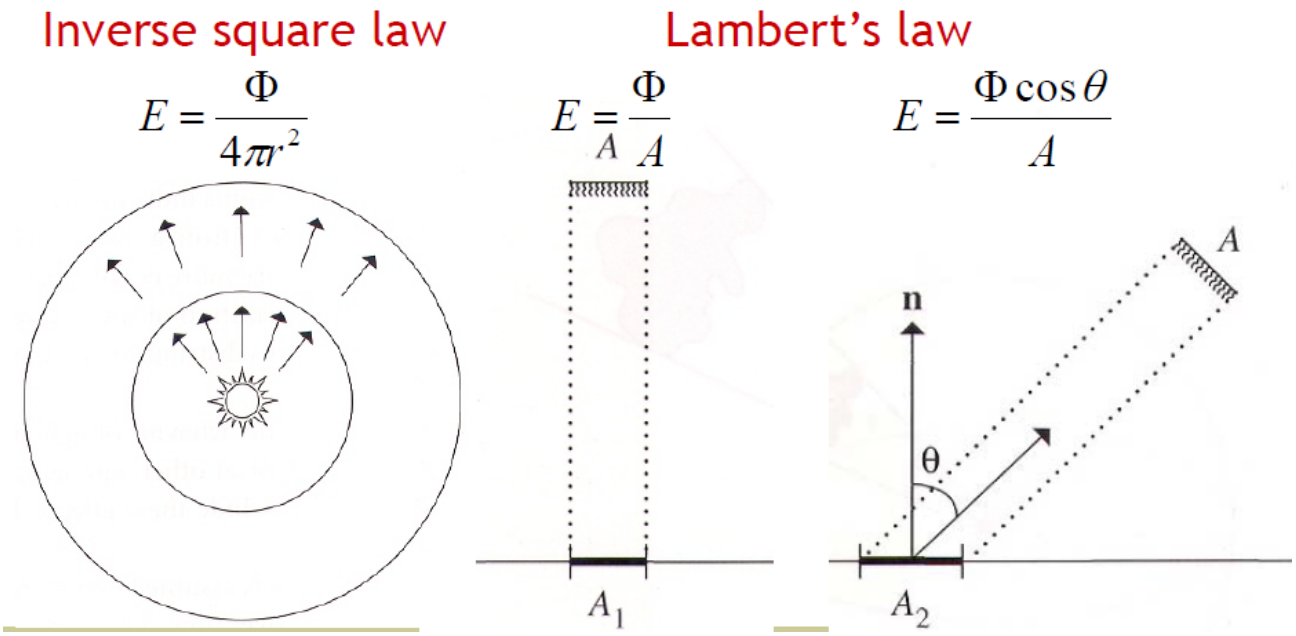
辐射功率 *Radiant Power* —— Φ, P
辐照度 *Irradiance* —— E
辐射度 *Radiosity* —— B
光照强度 *Intensity* —— I
辐射率 *Radiance* —— L

Radiant Power (Flux)

每时间单位穿过一个表面的能量总和(量纲J/S或W)

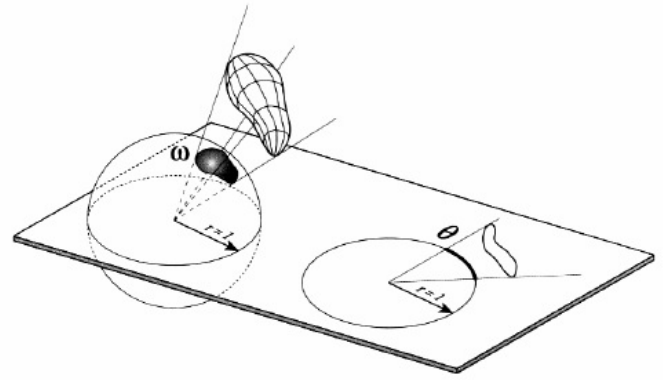
Irradiance & Radiosity

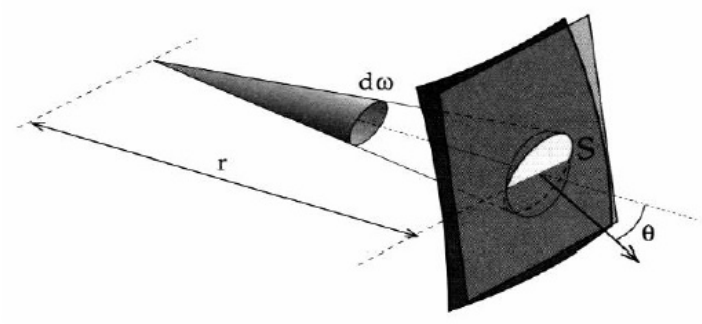
Irradiance(E)是入射到具有固定方向的表面上的每单位面积的总辐射功率（通量密度$E = \frac{d\Phi}{dA}$）
Radiosity(B)定义为离开表面的每单位面积的总辐射功率（通量密度）



Intensity

每立体角的辐射通量





$$d\omega = \frac{dAcos\theta}{r^2} \qquad I = \frac{d\Phi}{d\omega} \qquad \text{点光源强度} \quad \Phi_e = \int_{Sphere} I_e d\omega = I\int_{Sphere} d\omega = I\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} sin\theta d\theta = 4\pi I$$

Radiance

辐射率L定义为在某点x处的特定方向ω上每垂直于光线行进方向的面积每立体角的辐射功率

$$L(x,\omega) = \frac{d^2\Phi}{dAcos\theta d\omega} \qquad E(x) = \frac{d\Phi}{dA} = \int_\Omega L(x,\omega)cos\theta d\omega$$

BRDF

双向反射分布方程f_r描述了表面某点x，光从$\omega_i = (\theta_i, \varphi_i)$方向反射至$\omega_o = (\theta_o, \varphi_o)$的事件

$$f_r(\overrightarrow{\omega_i} \rightarrow \overrightarrow{\omega_o}) = \frac{L_r(\overrightarrow{\omega_o})}{L_i(\overrightarrow{\omega_i})cos\theta_i d\omega_i}$$

这个公式你们已经不陌生了，但是为什么它定义成了辐射率L和辐照度E的比值……?
回到渲染方程，现在应该可以了解里面每个符号的物理意义是什么了

$$L_o(P,\omega_o) = L_e(P,\omega_o) + \int_\Omega f_r(P,\omega_i,\omega_o)L_i(P,\omega_i)cos(\theta_i)d\omega_i$$

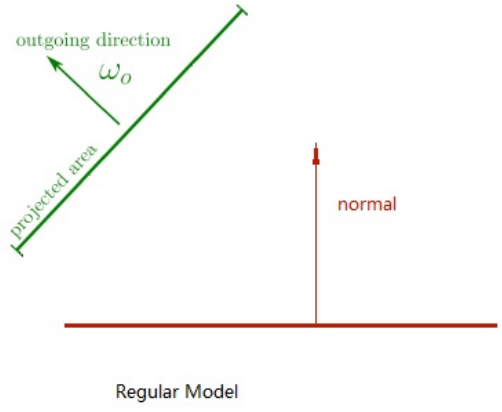
这里的Ω符号表示以法线为轴的半球面
BRDF在定义上不考虑这个半球面以外的光线事件，因此无法描述折射现象，也不会将半球面之外的入射光线纳入考虑

Cook Torrance微表面模型 *Microfacet Model*

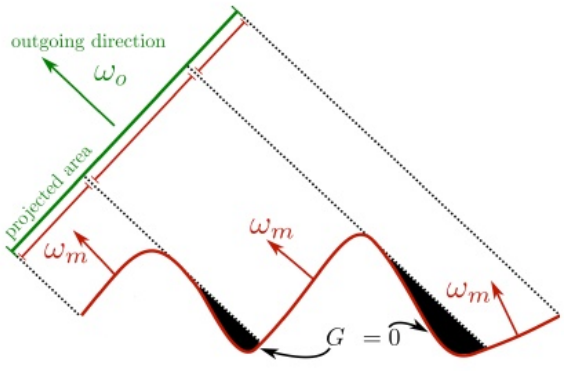
与普通的着色模型的区别在于，普通的着色模型假设着色的区域是一个平滑的表面，表面的方向可以用一个单一的法线向量来定义，而Microfacet模型则认为

1. 着色的区域是一个有无数比入射光线覆盖范围更小的微小表面组成的粗糙区域
2. 所有这些微小表面都是光滑镜面反射的表面

因为Microfacet模型认为着色区域的表面是由无数方向不同的小表面组成的，所以着色区域并不能用一个法线向量来表示表面的方向，只能用一个概率分布函数D来计算任意方向的微小表面在着色区域中存在的概率
最常用的Microfacet模型是Cook Torrance



Regular Model



Microfacet Model

计算Cook Torrance的BRDF需要考虑一下几个函数作为参数：

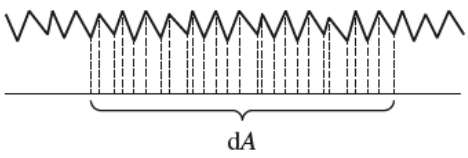
1. 因为每一个微表面都是完美镜面反射面，所以只有出射光线与入射光线关于表面的法线方向对称时才有能量存在。计算入射方向ω_i和出射方向ω_o的中间向量ω_m，法线分布函数$D(\omega_m)$描述了一个微表面的法线方向与ω_m一致的概率
2. 菲涅尔方程$F(\omega_o,\omega_m)$描述了光线被反射的部分和被折射的部分的比率
3. 几何函数$G(\omega_o,\omega_i,\omega_m)$考虑了凹凸不平的微表面间的遮挡因素

综上，经过一系列推导过程后，基于Cook Torrance模型的BRDF可以表示为：

$$f_{cook-torrance}(\omega_o,\omega_i)=\frac{D(\omega_m)F(\omega_o,\omega_m)G(\omega_o,\omega_i,\omega_m)}{4cos(\omega_o\cdot\omega_n)cos(\omega_i\cdot\omega_n)}\qquad \omega_m=\frac{\omega_o+\omega_i}{|\omega_o+\omega_i|}$$

其中ω_m代表对应的微表面的法线法向，而ω_n则和之前的实验一样，是着色区域本身的法线方向

法线分布函数$D(\omega_m)$



$$1=\int_\Omega D(\omega_m)cos(\omega_m,n)d\omega_n$$

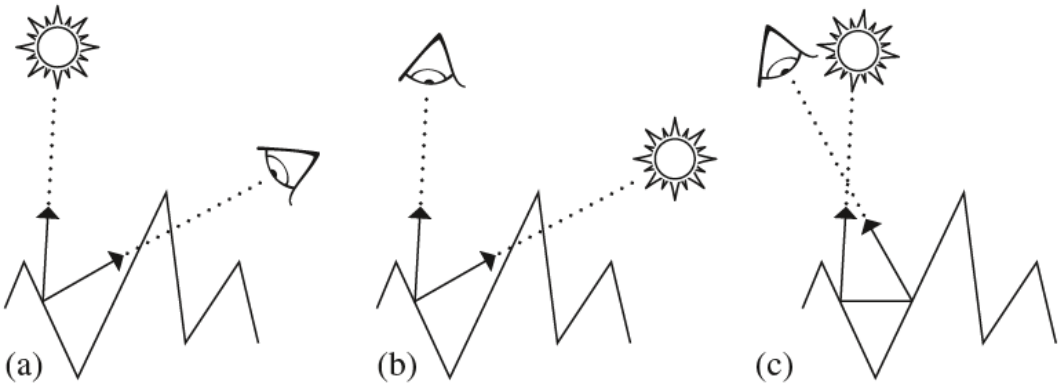
这个其实并不是新的概念，站在微表面模型的角度去理解Blinn-Phong模型，它的法线分布函数其实就是$(\omega_n\cdot\omega_m)^{glossiness}$，但问题是这个函数在半球面上的积分并不等于1，即不符合能量守恒定律，因此Blinn-Phong并不是一个基于物理的模型
所以基于物理的法线分布函数一定符合在半球面上积分为1的特点，现在比较常用的分布函数如Beckmann，GGX等都有符合真实材质表面特征的分布曲线

$$D_{beckmann}(\omega_m)=\chi^+(\omega_m\cdot\omega_n)\frac{exp(\frac{-tan^2\theta_m}{\alpha^2})}{\pi\alpha^2\cos^4\theta_m}$$
$$D_{GGX}(\omega_m)=\chi^+(\omega_m\cdot\omega_n)\frac{\alpha^2}{\pi\cos^4\theta_m(\alpha^2+tan^2\theta_m)^2}$$
$$\chi^+(c)=\begin{cases}1, & c>0,\\ 0, & c\le 0,\end{cases}$$

这里出现了新的参数α，一般取值在0-1之间，是微表面模型最重要的参数之一，代表表面的粗糙程度，这个值越大，表面越“粗糙”，反之越“光滑”

之前提到法线分布函数都只引入了一个ω_m参数是因为默认在着色区域的局部空间，区域法线总是z轴正方向，但片段着色器是在剪裁空间执行的，我们不得不将不确定的ω_n作为参数引入才能计算天顶角θ_m，后文的许多公式也因为这个原因需要参数ω_n，在实现shader时需要注意一下

几何函数$G(\omega_o,\omega_i,\omega_m)$



几何函数模拟了凹凸表面间的遮挡因素，包括入射光线被遮挡的情况与出射光线被遮挡的情况

几何函数的推导来自于阴影遮蔽函数必须满足的某种约束（以出射光线的角度为例）：

$$projected\ \ area=cos\theta_o=\int_\Omega G_1(\omega_o,\omega_m)cos(\omega_o,\omega_m)D(\omega_m)d\omega_m$$

这一项可选择的公式非常多，例如R.Cook和K.Torrance最初的论文中给出的公式：

$$G_{cook-torrance}(\omega_i,\omega_o,\omega_m,\omega_n)=min(1,\frac{2(\omega_m\cdot\omega_n)(\omega_o\cdot\omega_n)}{\omega_o\cdot\omega_m},\frac{2(\omega_m\cdot\omega_n)(\omega_i\cdot\omega_n)}{\omega_o\cdot\omega_m})$$

除此之外，现在用的比较多的Smith模型引入了粗糙度作为参数之一，并把G项拆分为光线入射方向和视线(光线出射)方向两个部分组成

$$G_{Smith}(\omega_o,\omega_i,\omega_m)=G_1(\omega_o)G_1(\omega_i)$$

其原理是将微表面投影至垂直于出射光线的平面，利用法线分布函数计算被遮蔽的表面占比

其中G_1项有很多公式可以使用，这里给出Beckmann和GGX在Smith模型下的G_1项：

$$G_{Beckmann}(\omega_v,\omega_m)=\chi^+\left(\frac{\omega_v\cdot\omega_m}{\omega_v\cdot\omega_n}\right)\begin{cases}\frac{3.535b+2.181b^2}{1+2.276b+2.577b^2}, & b<1.6,\\ 1, & \text{otherwise}\end{cases}\qquad b=(\alpha\tan\theta_{\omega_v})^{-1}$$

$$G_{GGX}(\omega_v)=\chi^+\left(\frac{\omega_v\cdot\omega_m}{\omega_v\cdot\omega_n}\right)\frac{2}{1+\sqrt{1+\alpha^2tan^2\theta_{\omega_v}}}$$

$$\chi^+(c)=\begin{cases}1, & c>0,\\ 0, & c\le 0,\end{cases}$$

同样，在实现shader时需要考虑着色区域的法线方向ω_n和代表粗糙度的α也是几何函数的参数之一

然而$sqrt$操作本身是一个开销非常大的计算，实时渲染领域中因为我们经常需要保证一秒可以渲染30帧以上的画面，如果着色开销过大容易导致严重的卡顿现象。关于这个问题，Schlick提出了与这些函数分布近似但开销较小的方程：

$$G_{Schlick}(\omega_v)=\frac{\omega_n\cdot\omega_v}{(\omega_n\cdot\omega_v)(1-k)+k}\quad k_{Beckmann}=\alpha\sqrt{\frac{2}{\pi}}\quad k_{GGX-direct}=\frac{(\alpha+1)^2}{8}\quad k_{GGX-IBL}=\frac{\alpha^2}{2}$$

这里*direct*指来自直接光源的照明，而IBL意为*image based lighting*，是将环境贴图本身当作间接光源光源进行计算

菲涅尔方程$F(\omega_o,\omega_m)$

物体反射光和透射(折射)光的能力随着观察角度(ω_o)不同而变化，当观察角度越靠近物体的法线时，反射能力越弱，透射能力越强，反之反射能力越强，透射能力越弱

完整的基于波动光学的菲涅尔方程可以参见它的wiki
用斯涅尔定律计算入射角和折射角的三角函数本身不可避免一定数量的*sqrt*计算，在实时渲染领域用的比较多的还是*Schlick*的近似方程：

$$F_{Schlick}(\omega_o,\omega_m)=F_0+(1-F_0)(1-\omega_m\cdot\omega_o)^5$$

其中F_0是光线垂直入射/出射时的*Fresnel*项的值，带入回原始的菲涅尔方程可以得到

$$F_0=(\frac{n_1-n_2}{n_1+n_2})^2$$

在网上查阅各种材质的折射率并带入此式便可得到需要的F_0值，或者直接使用来自LearnOpenGL的材质表（前者计算得到的值可能和下面的表不完全一致，但视觉效果影响不大）

Material	F0(Linear)	F0(sRGB)
Water	(0.02, 0.02, 0.02)	(0.15, 0.15, 0.15)
Plastic/Glass(Low)	(0.03, 0.03, 0.03)	(0.21, 0.21, 0.21)
Plastic High	(0.05, 0.05, 0.05)	(0.24, 0.24, 0.24)
Glass(High)/Ruby	(0.08, 0.08, 0.08)	(0.31, 0.31, 0.31)
Diamond	(0.17, 0.17, 0.17)	(0.45, 0.45, 0.45)
Iron	(0.56, 0.57, 0.58)	(0.77, 0.78, 0.78)
Copper	(0.95, 0.64, 0.56)	(0.98, 0.82, 0.76)
Gold	(1.00, 0.71, 0.29)	(1.00, 0.86, 0.57)
Aluminium	(0.91, 0.92, 0.92)	(0.96, 0.96, 0.97)
Silver	(0.95, 0.93, 0.88)	(0.98, 0.97, 0.95)

值得注意的是金属类材质在镜面反射时体现了自身的颜色特性

Cook-Torrance BRDF公式的推导

这部分主要是介绍分母的$4cos\omega_o cos\omega_i$是如何得来的，非常省略，具体可以参考《PBRT》的8.4章

$$\frac{d\omega_h}{d\omega_i}=\frac{sin\theta_h d\theta_h d\phi_h}{sin\theta_i d\theta_i d\phi_i}$$

又因$\theta_i=2\theta_h$且$\phi_i=\phi_h$

$$\frac{d\omega_h}{d\omega_i}=\frac{sin\theta_h d\theta_h d\phi_h}{sin2\theta_i 2d\theta_i d\phi_i}=\frac{sin\theta_h}{4cos\theta_h sin\theta_h}=\frac{1}{4cos\theta_h}$$

根据前文一些物理量的定义：

$$L(\omega_o)=\frac{F(\omega_o)L_i(\omega_i)d\omega_i D(\omega_h)d\omega_h dAcos\theta_h}{d\omega_o cos\theta_o dA}$$

带入$d\omega_h$和$d\omega_i$的换元，上下消元

$$L(\omega_o) = \frac{F * D}{4cos\theta_o} L_i d\omega_i$$

加入几何函数遮蔽因子，再提取出$cos\theta_i$的共有因子，便得到了最后的Cook-Torrance BRDF公式

多层材质*Multi-Layered Material*

之前我们讨论的微表面模型BRDF公式都是这样的:

$$f_r(\omega_o, \omega_i) = \frac{D(\omega_m)F(\omega_o, \omega_m)G(\omega_o, \omega_i, \omega_m)}{4cos(\omega_o \cdot \omega_n)cos(\omega_i \cdot \omega_n)}$$

使用这个公式带入渲染方程进行计算，着色出的效果是一种粗糙表面的镜面反射，在生活中则多体现在粗糙的金属材质上
而另一种常见的材质则诸如瓷器、塑料、大理石、涂了油漆的木地板则可以视为是在**粗糙的漫反射表面**上有一个透明的镜面反射层，光线射入表面后发生折射的部分会在下面的粗糙表面上进行漫反射
为了描述这一材质，可以将BRDF方程拓展为：

$$f_r(\omega_o, \omega_i) = k_d f_{diffuse}(\omega_o, \omega_i) + \frac{D(\omega_m)F(\omega_o, \omega_m)G(\omega_o, \omega_i, \omega_m)}{4cos(\omega_o \cdot \omega_n)cos(\omega_i \cdot \omega_n)} \qquad f_{lambert-diffuse} = \frac{albedo}{\pi}$$

如果将这个方程与phong shading model比较，会感到有些疑惑：如果diffuse项对应漫反射部分，microfacet项对应镜面反射部门，那么决定权重的ks参数去哪了？这里的kd又是什么？
首先，回忆菲涅尔方程的定义：在特定观察角下，反射光线的辐射率占入射光线的辐射率的比值，这本身不就是镜面反射的权重语义吗，与此同时，既然基于物理的着色要时刻考虑能量守恒，那发生了折射事件的光线，才会进入双层材质模型的下面一层，发生兰伯特漫反射。因此，kd不会大于$1 - Fresnel(\omega_o, \omega_m)$

另一方面，根据现实世界的测量和观察，金属材质往往拥有较高的菲涅尔项（$F_0 > 0.5$），同时不会发生兰伯特漫反射，其镜面反射本身体现我们视觉观察到的金属颜色，而电介质材质往往拥有很低的菲涅尔项（$F_0 > 0.21$），镜面反射光源的颜色，而材质本身的颜色源于兰伯特漫反射的效果
在工业界（如虚幻4引擎），为了让材质的生成更加参数化，而非严格的规定一个材质要么是金属要么是电介质，而引入了“金属工作流（metal workflow）”的思想，即给定一个0-1的参数metallic代表一个材质的“金属度”，1.0表示是金属，0.0代表是电介质

以下代码给出了一种使用metallic参数生成kd的方法

```
uniform float metallic;
uniform vec3 fresnel_0;
uniform vec3 albedo;

// 当完全是电介质时，F0项给定一个很低的值，当完全是金属时，F0为预设的fresnel_0参数，一般是个很高的，代表金属颜色的值，参考前文的表格
vec3 F0 = mix(vec3(0.04), fresnel_0, metallic);
vec3 f = fresnel(F0, wo, wm);
vec3 kd = (vec3(1.0) - f) * (1.0 - metallic);
```

上述模型已经可以模拟许多材质，但现实中的物体材质种类多种多样，像汽车外壳则是粗糙金属表面有一层平滑的喷漆，就需要两次Microfacet镜面反射相组合。这篇论文阐述了利用多层不同类型的材质组合模拟各类现实材质的过程，但本次作业只需要考虑简单的漫反射+Microfacet镜面反射组合的BRDF即可

总结(?)与说明

1. 关于微表面模型的思想和原理介绍我基本上参考了这篇《Microfacet材质和多层材质》专栏
2. 法线分布函数、几何函数、菲涅尔方程的实现公式均有多种，本文档给出的作业要求来自论文Microfacet Models for Refraction through Rough Surfaces，除此之外这篇博客还列举了一些工业界常用的简化公式，有兴趣可以看看
3. 微表面模型作为基于物理的着色模型，与上次实验提到的基于现象和基于测量的着色方法相比，最显著的好处是仅仅只需要几个可调的参数（回忆一下那么多复杂的公式里我们用到的材质参数：α控制粗糙度*roughness*；F_0用于计算菲涅尔项；$metallic$控制材质的“金属度”便于计算第二层粗糙漫反射的强度；$albedo$控制粗糙漫反射的颜色）便可以逼真地模拟现实中的大量材质，因此这也是次时代渲染引擎中普遍的渲染方式
4. 因为有3中提到的可控参数的特性，业界可以将很多参数暴露给美术设计师进行调控，美术因此可以不需要了解BRDF、微表面、多重材质等概念的情况下调整材质外观，如*Disney*和*UE4*的物理渲染管线，这篇《Disney和UE4的实现》专栏解释了金属度、镜面度、粗糙度、光泽等参数对材质外观造成的影响

第三次实验说明与要求

要求

1. 实现$D_{Beckmann} + G_{Beckmann} + F_{Schlick}$的微表面模型(50%)
2. 实现$D_{GGX} + G_{GGX} + F_{Schlick}$的微表面模型(50%)
3. 1和2均要求基于兰伯特漫反射+微表面的双层材质，使用fresnel和metallic参数控制两者的权重
4. 尽可能地不使用*sqrt*函数（观察公式前后是否可以消除根号），尽可能地消除分支语句（分支语句在GPU的运算中会浪费流水线并行计算的性能，并增加维护成本，这次的公式里有很多截断项，请在API文档里查找可以实现这些功能的函数，而不要if-else）

说明

1. 一般来说法线分布函数*D*项和几何函数*G*项是配套使用的（参见几何函数如何推导），所以如果用D_{GGX}，那么也应该用G_{GGX}或$G_{Schlick-GGX}$，*Beckmann*同理
2. 项目代码基本上没有改动，注意配置文件内*objects*的参数变化

3. 事实上如果把法线分布函数、几何函数、菲涅耳方程等封装起来，会发现要求的两种模型很大一部分是冗余的内容，但是为了方便检查，烦请同学们写成两个不同的片段着色器文件提交
4. 包括之前的实验，如果担心在我这里测试失败可以提交能说明结果正确性的截图
5. 注释！命名规范！防止我这里没跑起来shader又读不下去代码！
6. 因为模型简单，不引入各种贴图和环境映射的情况下可能视觉效果不是很显著，不必过于纠结，example文件夹里给出了我这里渲染的结果截图和对应的配置文件
7. 为了便于观察微表面模型不同参数下的视觉效果变化，框架引入了运行时控制参数的机制，键盘1234分别是增加/减少*roughness*和增加/减少*metallic*

关于色调映射与伽玛校正（非必须）

光源的强度radiance可能被设为一个比较高的值（大于1），而最后屏幕可以显示的颜色空间始终在0-1之间，最后可能导致渲染出来的部分片段的rgb值大于1，样子则是耀眼的白色高光区，这就是所谓的“曝光”问题，因此有时需要通过某种色调映射来使计算出的片段rgb值在0-1之间
注意，曝光本身是很正常的现象，色调映射也会与本来预期的颜色有差异，因此是否要进行色调映射是一个主观的视觉调整过程，在此不讨论其正确与否

```
// 一种色调映射函数
color = color / (color + vec3(1.0));
// 伽马矫正
color = pow(color, vec3(1.0 / 2.2));
```

题外话

基于物理的着色作为实验内容非常鸡肋，因为理论一大堆，数学公式推导非常艰涩，但代码实现却异常简单——照着推导好的公式抄就行了。
这次微表面模型的实现代码的复杂程度可能还不及上一次的merl数据库采样，但比起后者的暴力查表，其思想与理论却是非常值得去理解的，而且也基本上可以解答现代的游戏、影视是为何以假乱真的，所以有兴趣的同学应该尝试去理解基于物理渲染管线的原理而不是单纯地在shader里抄公式