

1 Operações com Grafos

1.1 Definição

A **união** de dois grafos $G_1(V_1, A_1)$ e $G_2(V_2, A_2)$ é um grafo $G_3(V_3, A_3)$ onde:

$$G_3 = G_1 \cup G_2, V_3 = V_1 \cup V_2 \text{ e } A_3 = A_1 \cup A_2.$$

1.2 Definição

A **intersecção** de dois grafos $G_1(V_1, A_1)$ e $G_2(V_2, A_2)$ é um grafo $G_3(V_3, A_3)$ onde:

$$G_3 = G_1 \cap G_2, V_3 = V_1 \cap V_2 \text{ e } A_3 = A_1 \cap A_2.$$

1.2.1 Observação

Pelas definições dadas é fácil verificar que as operações de união e intersecção de grafos são comutativas, isto é:

$$G_1 \cup G_2 = G_2 \cup G_1, G_1 \cap G_2 = G_2 \cap G_1.$$

1.3 Definição

Um grafo G é dito **decomposto** em dois sub-grafos G_1 e G_2 se:

$$G_1 \cup G_2 = G \text{ e } G_1 \cap G_2 = \text{grafo nulo}.$$

Ou seja, cada aresta de G pertence a G_1 ou a G_2 . Alguns vértices no entanto podem pertencer aos dois.

1.4 Definição

Se a é uma aresta de um dado grafo G , então $G - a$ é um sub-grafo de G obtido pela remoção da aresta a do grafo G .

Se v é um vértice de G , então $G - v$ é um sub-grafo de G obtido pela remoção do vértice v do grafo G .

- A remoção de um vértice implica na remoção das arestas a ele incidentes.

De maneira similar é possível incluir vértices e arestas em um grafo.



1.5 Definição

A **soma** de dois grafos $G_1(V_1, A_1)$ e $G_2(V_2, A_2)$ é um grafo $G_3(V_3, A_3)$ onde:

$$G_3 = G_1 + G_2, V_3 = V_1 \cup V_2 \text{ e } A_3 = A_1 \cup A_2 \cup \{(v_i, v_j) : v_i \in V_1, v_j \in V_2\}.$$

1.6 Definição

A **soma direta** de dois grafos $G_1(V_1, A_1)$ e $G_2(V_2, A_2)$ é um grafo $G_3(V_3, A_3)$ onde:

$$G_3 = G_1 \oplus G_2, V_3 = V_1 \cup V_2 \text{ e } A_3 = [A_1 \cup A_2] \setminus [A_1 \cap A_2].$$

1.7 Definição

A **fusão** de um par de vértices a e b em um Grafo G é feita substituindo os dois vértices por um único vértice \overline{ab} , de tal forma que toda aresta que era incidente no vértice a e/ou no vértice b ou em ambos passa a ser incidente no novo vértice \overline{ab} .

1.7.1 Observação

A fusão de vértices em um grafo não altera seu número de arestas, apenas diminui o número de vértices.

1.8 Definição

A **contração de dois vértices** a e b é feita através da fusão dos vértices a e b e a remoção dos loops e arestas paralelas que são formadas no processo.

1.9 Definição

A **contração de uma aresta** (a, b) é feita removendo-se a aresta (a, b) e fazendo a fusão dos vértices a e b . É denotado por $G \setminus (a, b)$.