

# 1 Introdução

## 1.1 O que é um Grafo?

Um grafo  $G$  é constituído de um conjunto  $V$  não-vazio de objetos, chamados de vértices (ou nós), e uma família  $A$  de pares não ordenados de elementos  $V$ , chamados de arestas. Denotamos o grafo por  $G(V, A)$  ou simplesmente  $G$ . Em algumas situações, dado um grafo  $G$ , denotamos seu conjunto de vértices como  $V(G)$  e sua lista de arestas como  $A(G)$ .

Os grafos podem ser representados através de um diagrama onde as vértices são representados por pontos e cada aresta é representada por uma linha ligando os pares de vértices que a definem.

Em algumas aplicações, as arestas são definidas como pares ordenados de vértices. Neste caso dizemos que o grafo é orientado ou direcionado e o chamamos de Digrafo.

## 1.2 O que é um Digrafo?

Um grafo orientado (ou direcionado)  $G(V, A)$  é constituído por um conjunto  $V$  não-vazio de objetos, chamados vértices (ou nós), e uma família  $A$  de pares ordenados de elementos  $V$ , chamados de arestas ou arcos.

Os digrafos podem ser desenhados através de um diagrama onde os vértices são representados por pontos e cada aresta  $(v_i, v_j)$  é representada por uma linha ligando  $v_i$  a  $v_j$  com uma seta apontando para  $v_j$ .

Um mesmo grafo, ou um mesmo digrafo, pode ter diferentes representações gráficas.

O que é que caracteriza um grafo? O conjunto de vértices e a família de arestas, ou seja, um conjunto de objetos (vértices) e a relação entre estes objetos (arestas). Durante o curso, a distinção entre grafos e digrafos será feita de acordo com o tópico estudado.

Assim, podemos dizer que a Teoria dos Grafos é um ramo da matemática que estuda as relações entre os objetos de um determinado conjunto.

## 1.3 Aplicações

### 1.3.1 O problema das pontes de Königsberg

Na cidade de Königsberg (Hoje Kaliningrado - Rússia) sete pontes cruzam o rio Pregel estabelecendo ligações entre uma ilha e o continente.

Será que é possível fazer um passeio pela cidade, começando e terminando no mesmo lugar e passando por cada uma das pontes apenas uma vez?

**Problema Chinês do Carteiro:** Determinar a rota de menor custo que saia da agência central dos correios, passe por todas as ruas de um determinado bairro, e volte a origem.



### 1.3.2 O problema do caixeiro viajante

Um viajante necessita visitar um certo número de cidades. É possível minar um roteiro de viagem tal que cada cidade seja visitada apenas uma vez?

Considere, por exemplo, um trecho do mapa rodoviário que inclui a cidade de São José do Rio Preto (SJRP). Suponha que o viajante tenha que sair de SJRP e visitar as cidades de Marília, Araçatuba, Bauru e São Carlos.

É possível encontrar uma rota que passe por todas as cidades apenas uma vez e retorne a cidade de SJRP? Caso existam mais de uma rota, qual é a rota que minimiza o trecho viajado?