

scheme や scheme morphism の性質の定義は `section3_text.pdf` にまとめたので参照すること。同じ PDF で  $B$ -fin.gen. scheme などの独自の用語を定義している。 <http://stacks.math.columbia.edu/tag/01T0> も参照すると良い。

## 1 Definition(s) of Locally of Finite Type Morphism.

以下の命題を示す。

$$\begin{aligned} & \exists \{B_i\}_{i \in I}, \left[ Y = \bigcup_{i \in I} \text{Spec } B_i \right] \wedge [\forall i \in I, f^{-1}(\text{Spec } B_i) :: \text{locally } B_i\text{-fin.gen. scheme}] \\ & \iff \forall \text{Spec } A \subseteq X, f^{-1}(\text{Spec } A) :: \text{locally } A\text{-fin.gen. scheme} \end{aligned}$$

下から上は自明である。上から下を示そう。

まず  $U = \text{Spec } A \subset X$  をとり,  $U_i = \text{Spec } A \cap \text{Spec } B_i$  を考える。  $U_i \subseteq \text{Spec } A$  なので開基  $D(a_{ij})$  ( $a_{ij} \in A$ ) によって  $U_i$  を被覆できる。また  $D(a_{ij}) = D(b_{ij})$  ( $b_{ij} \in B_i$ ) とする。この時  $f^{-1}U = \bigcup_{i,j} f^{-1}D(b_{ij})$  最終的に  $\text{Spec } A \subseteq \text{Spec } B$  かつ  $f^{-1} \text{Spec } B :: \text{locally } B\text{-fin.gen. scheme}$  の場合に帰着させられると思う。

2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18  
19  
20  
21  
22  
23