

ゼミノート #2

七条彰紀

2018 年 4 月 9 日

以降は, curve と言えば

smooth, complete, reduced and connected scheme of dimension 1 over \mathbb{C}

のことである. [2] II, 6.7 より, 以上の意味での curve は projective である.

[1] では “curve” の定義に “curve” を用いているので些か定義を定め難い. このノートでは, 通常要求される irreducibility は要求しないことにした. これは [1] Exercise 1.7 に現れる $xy = 0$ を除外しないためである.

また, (geometric) genus of curve は通常 g で表す.

1 Moduli spaces we'll be concerned with

以降で考えていく moduli space を簡単に紹介する.

1.1 \mathcal{M}_g :: the coarse moduli space of curves of genus g .

これまで議論してきた. まだ存在は示されていない.

1.2 $\mathcal{M}_{g,n}$:: the coarse moduli space of pairs of curve of genus g and n distinct points.

$\mathcal{C}_g = \mathcal{M}_{g,1}$ もここで述べる.

curve of genus g :: C と C の n 個の互いに異なる点 :: p_1, \dots, p_n を合わせた順序組 (C, p_1, \dots, p_n) の moduli space を $\mathcal{M}_{g,n}$ と呼ぶ.

[1] によれば, 圏点をつけた条件 (互いに異なる点の順序組) は, $\mathcal{M}_{d,g}$ の compactification を考える上で必要である. また, curve :: C と, 互いに異なるとは限らない点の順序無し組の組 $(C, \{p_1, \dots, p_n\})$ の coarse moduli space を構成することも出来る.

(C, p_1, \dots, p_n) から n 点 p_1, \dots, p_n の情報を忘れると, 自然な写像 $\mathcal{M}_{g,n} \rightarrow \mathcal{M}_g$ が得られる.

1.3 $\mathcal{P}_{d,g}$:: the coarse moduli space of pairs of curve of genus g and line bundle of degree d .

参考文献

- [1] Joe Harris and Ian Morrison. *Moduli of Curves (Graduate Texts in Mathematics)*. Springer, 1998 edition, 8 1998.

- [2] Robin Hartshorne. *Algebraic Geometry (Graduate Texts in Mathematics. 52)*. Springer, 1st ed. 1977.
corr. 8th printing 1997 edition, 4 1997.