

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»

На правах рукописи

Ярков Алексей Анатольевич

РЕЗОНАНСЫ В КОМПТОНОПОДОБНЫХ ПРОЦЕССАХ РАССЕЯНИЯ ВО ВНЕШНЕЙ АКТИВНОЙ СРЕДЕ

1.3.3 – Теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

доктор физ.-мат. наук

Румянцев Дмитрий Александрович

Ярославль – 2024

Оглавление

Введение	4
Глава 1. Комptonовское рассеяние с учетом резонанса на виртуальном электро- не	19
1.1. Введение	19
1.2. Представления решений уравнения Дирака во внешнем магнитном поле	22
1.3. Распространение фотона в замагниченной плазме	26
1.4. Реакция резонансного комptonовского рассеяния	29
1.5. Реакция комptonовского рассеяния в относительно сильном магнитном поле	39
1.6. Выводы	46
Глава 2. Затухание фотона в сильно замагниченной плазме	47
2.1. Введение	47
2.2. Распространение фотона в замагниченной среде	48
2.3. Численный анализ	56
2.4. Выводы	59
Глава 3. Решение кинетического уравнения с учетом резонансного комptonовского рассеяния	62
3.1. Введение	62
3.2. Решение кинетического уравнения вблизи резонанса	64
3.3. Численный анализ	69
3.4. Выводы	85
Заключение	86
Приложение А. Точный пропагатор фермиона в магнитном поле	88

Приложение Б. Результаты для $\mathcal{T}_k^{s''s}$	91
Приложение В. Поляризационные и дисперсионные свойства фотона	94
Список литературы	101

Введение

Актуальность темы исследования. Нейтронные звезды, обладая набором экстремальных характеристик, являются природными физическими лабораториями и одними из самых интересных объектов, известных в науке. Особое внимание ученых привлекают радиопульсары и магнитары, обладающие магнитными полями колоссальной напряженности, к которой очень сложно приблизиться в земных условиях. У магнитного поля имеется характерное значение, называемое критическим, $B_e = m_e^2/e \simeq 4.41 \times 10^{13} \text{ Гс}$ ¹, при приближении к которому становится необходимым учитывать квантовые эффекты при движении в нем частиц. Такие условия реализуются в радиопульсарах с магнитными полями порядка 10^{12} Гс и магнитарах – до 10^{16} Гс [1–3].

Радиопульсары – это быстровращающиеся одиночные нейтронные звезды, которые демонстрируют периодические пульсации со стабильным периодом. Основным механизмом потери энергии вращения для радиопульсаров с периодами вращения $P < 2 \text{ с}$ является магнито-дипольное излучение. Исходя из этого, была получена оценка магнитных полей на поверхности радиопульсаров и обобщена в работе [4]: $B \sim 10^{10} - 10^{14} \text{ Гс}$ для среднепериодических ($0.1 \text{ с} < P < 2 \text{ с}$) пульсаров и $B \sim 10^8 - 10^{14} \text{ Гс}$ для короткопериодических ($P < 0.1 \text{ с}$). Около 110 из 1468 рассмотренных в данной работе объектов обладают магнитными полями порядка критического значения, достигая для одного из них максимального значения напряженности магнитного поля $B \simeq 7.56 \times 10^{14} \text{ Гс}$. Несмотря на достаточно долгие наблюдения радиопульсаров, их радиоизлучение остается загадочным явлением, один из возможных механизмов которого исследовался, например, в работе [5].

Другими объектами с полями, масштаба критического значения, являются рентгеновские пульсары – сильно замагниченные нейтронные звезды, находя-

¹ В работе используется естественная система единиц: $\hbar = c = k = 1$, m_e – масса электрона, $e > 0$ – элементарный заряд.

щихся в тесной двойной системе с обычной звездой. Достаточно сильное магнитное поле, $B \gtrsim 10^{12}$ Гс, в этом случае существенно влияет на путь аккреционного потока. Вещество в виде плазмы, аккрецирующееся на нейтронную звезду, следует линиям магнитного поля и сосредотачивается в относительно малых областях на поверхности звезды, близких к магнитным полюсам. В данной горячей области, $T \sim 10^9 - 10^{10}$ К, кинетическая энергия выделяется преимущественно в виде рентгеновских лучей. В спектре этих объектов присутствуют циклотронные особенности, которые впервые были открыты в 1977 году [6], в области энергий от 10 кэВ до 100 кэВ приблизительно. Наблюдаемый спектр по-видимому формируется в горячей плазме над магнитными полюсами нейтронной звезды. Тепловые фотоны рассеиваются на электронах плазмы, модифицируя форму спектра. Наличие данных циклотронных линий позволило прямо измерить значения магнитного поля $B \sim 10^{12}$ Гс [7].

Наконец, существуют так называемые магнитары – отдельный класс изолированных нейтронных звезд, значения магнитных полей которых достигает $10^{14} - 10^{16}$ Гс [2, 3, 8–11]. Исторически сложилось, что магнитары подразделяют на источники мягких повторяющихся гамма-всплесков (SGR) и аномальные аномальные рентгеновские пульсары (AXP). Первыми были открыты SGR при наблюдении интенсивных вспышек в жестком рентгеновском и мягком диапазоне [12], поэтому изначально ассоциировались с гамма-вспышками. В свою очередь AXP были впервые замечены в области мягкого гамма-излучения (< 10 кэВ) и предполагалось, что они принадлежат двойным аккрецирующим системам [13]. Для магнитаров характерны пульсации с достаточно большим периодом от 2 до 12 секунд, а также рентгеновским излучением в области 0.5 – 10 кэВ и 20 – 100 кэВ. При этом температура поверхности имеет порядок $T \sim 10^6$ К [14]. Помимо их основных характеристик, в магнитарах также проявляется вспышечная активность. Как для SGR, так и для AXP характерны короткие вспышки продолжительностью от 0.1 до 1 секунды, которые могут наблюдаться также в области низких энергий (~ 10 кэВ), однако пико-

вое значение находится в области высоких энергий (до 100 кэВ) [15]. Наиболее редким явлением, которые наблюдались только в SGR, являются гигантские вспышки [12, 16–18]. Данные явления наблюдались у источников, магнитные поля которых являются одними из самых больших (от 10^{14} Гс до 10^{15} Гс). В результате гигантских вспышек из SGR высвобождается огромное количество энергии. При таких событиях наблюдается излучения в области очень высоких энергий до 2 МэВ. Некоторые спектральные модели гигантских вспышек предполагают температуры в области $2 - 3 \times 10^9$ К, однако в пиковом значении могут достигать и выше $T \sim 10^{10}$ К [16]. Наиболее подробный обзор наблюдаемых данных и физических процессов, происходящих в магнитарах, можно найти, например, в работе [19].

Кроме сильных магнитных полей, в магнитосфере как радиопульсаров, так и магнитаров присутствует достаточно горячая и плотная электрон-позитронная плазма [1]. Магнитное поле и плазма составляют две компоненты внешней активной среды, присутствие которой значительно изменяет характеристики протекающих в ней микропроцессов. Во-первых, активная среда может изменять закон дисперсии находящихся в ней частиц, что приводит к изменению кинематики процессов и вследствие чего могут открываться каналы реакций, которые запрещены или сильно подавлены в вакууме. Во-вторых, активная среда влияет на амплитуды процессов, в результате чего они могут приобретать резонансный характер. Именно эта составляющая влияния внешней активной среды рассматривается в данном обзоре. Вследствие резонанса вклад микропроцессов в макроскопические характеристики астрофизических процессов, такие как светимость и скорость изменения количества частиц, может многократно увеличиваться.

В сильном магнитном поле поперечная составляющая импульса фермиона квантуется. В таком случае энергия фермиона определяется так называемым

уровнем Ландау n и проекцией импульса вдоль магнитного поля p_z :

$$E_n = \sqrt{m_f^2 + p_z^2 + 2|e_f|Bn}, \quad (1)$$

где e_f и m_f - заряд и масса фермиона. Состояние с $n = 0$, в котором фермион движется вдоль силовой линии магнитного поля, называется основным уровнем Ландау.

Поскольку число параметров, входящих в задачу достаточно велико, можно предложить несколько способов классификации замагниченной плазмы относительно иерархии параметров среды. Упрощенное условие магнитодоминирующей среды является тот факт, что значение магнитного поля во много раз превышает параметры среды $eB \gg \mu^2, T^2, E^2$, где μ - химический потенциал электронов, а T - температура плазмы.

Более строгое соотношение в пределе сильного поля, которое можно найти в работе [20], строится на том, что плотность энергии магнитного поля во много больше плотности энергии электронов позитронного газа:

$$\frac{B^2}{8\pi} \gg \frac{\pi^2(n_{e^-} - n_{e^+})^2}{eB} + \frac{eBT^2}{12}, \quad (2)$$

где n_{e^-} и n_{e^+} - концентрации электронов и позитронов плазмы. Такие условия могут, в частности, реализовываться в моделях вспышечной активности источников мягких повторяющихся гамма-всплесков (SGR) [1, 21], которые, как показывают недавние наблюдения, можно отождествить с магнитарами [22–27].

Ещё одним способом классификации является эффективность заполнения высших уровней Ландау. В последующих главах будет рассматриваться среда с нулевым химическим потенциалом, $\mu = 0$. Такие условия характерны для магнитосфер радиопульсаров и магнитаров. При температурах, $T \ll m$, отношение концентрации основного и первого уровня Ландау:

$$\frac{n_e|_{n=1}}{n_e|_{n=0}} \ll 1.$$

Для параметров среды, $B = 10^{12}$ Гс и $T = 5$ кэВ, характерных для магнитаров

$$\frac{n_e|_{n=1}}{n_e|_{n=0}} \simeq 0.11,$$

$$\frac{n_e|_{n=2}}{n_e|_{n=0}} \simeq 0.012,$$

откуда следует, что электроны занимают преимущественно основной уровень Ландау. Электроны будут занимать основной уровень Ландау и для температур $T \sim m$, характерных для вспышечной активности, при магнитных полях $B_e \gtrsim 7B_e$.

Даже в магнитарных полях условие 2, при котором магнитное поле является доминирующим параметром, перестает выполняться при высоких значениях плотности плазмы $\rho \geq 10^8$ г/см³. Такая плотность может достигаться в границе между внешней и внутренней корой магнитара. В результате реакции, в которых имеются фермионы в промежуточном состоянии, могут приобретать резонансный характер. Это происходит вследствие того, что начинают возбуждаться высшие уровни Ландау виртуальных фермионов. Они становятся реальными с определенным законом дисперсии, садятся на массовую поверхность. В этом состоянии они являются нестабильными и распадаются за время, обратно пропорциональное вероятности их перехода на низшие уровни Ландау. Эффективность реакции при этом заметно увеличивается, что может иметь наблюдаемые астрофизические следствия.

Несомненно, такие экстремальные условия будут приводить к существенному изменению протекающих в активной среде квантовых процессов с участием как электрически заряженных, так и электрически нейтральных частиц, например, электронов и фотонов. Одним из ярких представителей реакций такого типа является процесс комптоновского рассеяния фотонов на электронах (позитронах) замагниченной среды, $\gamma e \rightarrow \gamma e$, которое играет ключевую роль в формировании спектров нейтронных звезд [28–32]. Сильное магнитное поле существенно изменяет характер комптоновского процесса. В частности, становятся возможны резонансы, связанные с переходами электронов между уров-

ниями Ландау. В результате сечение комптоновского рассеяния на резонансных частотах, которые называются циклотронными резонансами, становится много больше томсоновского значения σ_T . Таким образом комптоновский процесс приводит к появлению циклотронных особенностей замагниченных нейтронных звёзд, а также влияет на взаимодействие теплового излучения аккрецирующего вещества и поверхностного излучения в SGR. Проявление циклотронного резонанса на частоте $\omega_B = eB/mc$ позволило дать оценку величине магнитного поля нейтронных звезд [8]. На данный момент известно около 36 пульсаров с циклотронными особенностями в их рентгеновском спектре [7]. Для магнитаров резонансный комптоновский процесс является частью механизма генерации низкоэнергетического спектра [33, 34]. В частности, в работе [34] модель резонансного комптоновского рассеяния используется для описания наблюдаемого спектра некоторых магнитаров. Таким образом исследование комптоновского процесса в экстремальных условиях является интересной научной задачей.

Другим немаловажным квантовым процессом, имеющим место в замагниченной плазме, является процесс рождения электрон-позитронной пары, $\gamma \rightarrow e^+e^-$, который становится возможным в магнитном поле и запрещен в вакууме. Данный процесс в сильном магнитном поле является основным каналом генерации электрон-позитронной плазмы [35] в магнитосфере пульсаров и магнитаров [36, 37]. Кроме того, в замагниченной плазме возможен и процесс поглощения фотона $e\gamma \rightarrow e$. В связи с этим, в таких условиях представляет интерес рассмотреть вопрос о стабильности фотона, что приводит к процессу затухания квантованной электромагнитной волны за счет реакций поглощения фотона электроном (позитроном), $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm$ и рождения e^+e^- - пар, $\gamma \rightarrow e^+e^-$.

Настоящая диссертация посвящена исследованию квантовых процессов с участием электронов и фотонов во внешней активной среде с учетом возможных резонансных эффектов.

Степень разработанности темы исследования.

Как уже было отмечено, комптоновское рассеяние играет ключевую роль в

формировании спектра нейтронных звезд. Поэтому по данной теме было опубликовано достаточно много работ. Исследования комптоновского процесса берёт начало с 30-х годов XX века и не прекращается по настоящее время (см., например, [38–40]). Следует отметить, что во всех указанных работах вычисления проводились без учета влияния среды на дисперсионные свойства фотонов. В относительно недавних работах [41, 42] исследовался предел сильно замагниченной зарядово симметричной и вырожденной плазмы. Было показано, что учет дисперсии и перенормировки волновых функций фотонов приводит к существенной модификации коэффициента поглощения и сечения фотонов. Однако, в [41, 42] не рассматривалась ситуация, когда реакция рассеяния будет идти с учетом резонанса на виртуальном электроном. Тем не менее, как было показано в недавних работах [43–47], резонансные эффекты могут играть ключевую роль в приложении к физике радиопульсаров.

Активная среда существенно модифицирует кинематику процессов. В результате становятся кинематически разрешены процессы, которые запрещены в вакууме. В электрон-позитронной плазме одними из таких процессов являются однофотонное рождение электрон-позитронной пары $\gamma \rightarrow e^+e^-$ и поглощения фотона электроном $\gamma e \rightarrow e$. В таком случае представляет интерес рассмотреть процесс затухания фотона за счёт этих процессов. Процесс распада фотона на электрон-позитронную пару в магнитном поле рассматривался ещё в работе [48], где была получена ширина распада $\gamma \rightarrow e^+e^-$ в квазиклассическом пределе. Далее данный процесс рассматривался в ряде работ [47, 49–51]. Данная ширина имела сингулярности вблизи циклотронных резонансов. Поэтому в работе [51] характер затухания фотона определялся из решения уравнения дисперсии на втором Римановом листе. Однако, согласно замечаниям работы [52], этот метод имеет ряд недостатков и было предложено для определения характера затухания электромагнитной волны решать волновое уравнение в присутствии источника. Для случая же замагниченной плазмы, по-видимому, такая задача не рассматривалась.

Другой важной задачей является построение функции распределения фотонов в сильном магнитном поле и плазме с учетом резонанса в комптоновском процессе. Из-за сложного поведения комптоновского рассеяния вблизи резонанса, задача по переносу излучения представляет значительные трудности. В пределе сильного магнитного поля решение уравнения переноса для одной из двух нормальных мод рассматривалось в работах [53, 54]. Однако такой подход не может быть применим для случая достаточно плотной плазмы, когда среда для другой моды является более прозрачной. Для решения этой задачи в работах [55, 56] рассматривалось диффузное приближение нормальных мод для оптически толстой разреженной плазмы в относительно сильном магнитном поле. В работе [57] был проведен анализ переноса излучения в горячей замагниченной плазме при энергиях фотона, которые находятся значительно ниже уровня циклотронных резонансов. Для случая горячей замагниченной плазмы при частотах, значительно ниже циклотронных резонансов, был рассмотрен перенос излучения в работе [57].

Одним из наиболее эффективных численных методов для решения задач переноса излучения в различных средах является метод Монте-Карло. Использование данного метода для моделирования поляризованного излучения в цилиндрической геометрии было начато ещё в 70-х годах и отражено в работах [58]. Основным преимуществом метода Монте-Карло является его способность моделировать сложные физические процессы для случая сложных геометрических форм или неоднородных сред. Так, в работе [59] данный метод позволил рассматривать пространственную диффузию фотонов в произвольных геометриях с учетом углового распределения. Рентгеновское излучение, возникающего из-за резонансного комптоновского рассеяния тепловых фотонов движущимися зарядами, в искривленной магнитосфере с помощью моделирования Монте-Карло изучалось в работе [60]. Множественный комптоновский процесс рассматривался в работе [61] в сильном магнитном поле с помощью моделирования Монте-Карло, где в качестве результата было показано, что функ-

ция распределения фотонов с учетом циклотронных резонансов существенно отличается от равновесного распределения.

Следует отметить, что во всех перечисленных статьях предполагалась постоянная температура с постоянной плотностью вещества в атмосфере. Перенос излучения для неоднородных температур и плотностей, а также для различных углов магнитного поля по отношению к поверхности исследовалось в работе [62]. Кинетическое уравнение, учитывающее комптоновский процесс и индуцированные процессы, было описано в работе [63]. Однако, из-за значительных вычислительных сложностей данное уравнение, по-видимому никогда не решалось аналитически.

Цели и задачи диссертационной работы:

1. Вычислить коэффициент поглощения фотона в пределе сильного магнитного поля для процесса комптоновского рассеяния $\gamma e \rightarrow \gamma e$ с учётом конечной ширины резонансного пика. Сравнить полученные результаты с δ -функциональным приближением.
2. Исследовать процесс затухания электромагнитной волны в сильно замагниченной плазме с учетом процессов поглощения фотона электроном (позитроном) $\gamma e^{\pm} \rightarrow e^{\pm}$, и рождение электрон-позитронной пары $\gamma \rightarrow e^+ e^-$. Рассмотреть возможность формирования комптоновского процесса при условии затухания фотона в сильно замагниченной плазме.
3. Получить решение кинетического уравнения для функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в замагниченной нерелятивистской электронной плазме с учетом процесса $\gamma e \rightarrow \gamma e$ в окрестности резонанса.

Научная новизна.

1. Впервые вычислен коэффициент поглощения фотона для горячей зарядово-симметричной плазмы $T \sim 1$ МэВ в относительно сильном магнитном поле $B \sim 200 B_e$. Рассмотрена возможная область энергий фотона

применения как δ -функционального приближения резонансного пика, так и нерезонансного предела.

2. Впервые исследован процесс распространения электромагнитной волны для случая сильно замагниченной зарядово-симметричной плазме.
3. Впервые исследовано изменение функции распределения фотона в результате комптоновского процесса в δ -функциональном приближении резонансного пика для замагниченной зарядово-симметричной плазмы электронов.

Теоретическая и практическая значимость. Результаты представляют интерес для дальнейших теоретических исследований в области астрофизики и физики элементарных частиц, когда изучаемые частицы находятся под воздействием внешних экстремальных условий. Кроме того, полученные результаты могут быть востребованы в образовательных целях, например, в качестве материала для учебной и методической литературы, которая поможет студентам в изучении этой области науки.

Методология и методы исследования. При проведении исследований использовались известные методы квантовой теории поля и теоретические разработки физики элементарных частиц, развитые как для вакуума, так и для внешней активной среды.

Положения, выносимые на защиту:

1. Впервые вычислен коэффициент поглощения фотона в результате комптоновского процесса в сильно замагниченной зарядово-симметричной плазме для кинематически разрешённых каналов в области резонанса. Полученные результаты получили численное сравнение с коэффициентом поглощения без учета конечной ширины и в δ -функциональном приближении.
2. Исследован процесс распространения электромагнитной волны в сильно

замагниченной, зарядово-симметричной плазме. Впервые показано, что аналогично случаю чистого магнитного поля процесс затухания фотона в замagniченной плазме имеет неэкспоненциальный характер. Установлено, что вычисление коэффициента поглощения с учетом неэкспоненциального характера затухания приводит к конечному выражению для коэффициента поглощения фотона в окрестности циклотронных резонансов.

3. Впервые получено решение кинетического уравнения для нахождения функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в равновесной нерелятивистской плазме электронов и в относительно сильном магнитном поле с учетом резонанса на виртуальном электроне.

Представленные результаты являются оригинальными и новыми.

Степень достоверности и апробация результатов. Основные результаты диссертации докладывались лично автором на следующих российских и международных конференциях и семинарах:

1. Стендовый доклад на конференции ИКИ РАН “Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра”, (г. Москва 2018, 2019).
2. Стендовый доклад на молодежной конференции по теоретической и экспериментальной физике МКТЭФ-2020, НИЦ «Курчатовский институт» (г. Москва, 2020).
3. Стендовый доклад на 5-й международной конференции по физике частиц и астрофизике (г. Москва 2020).
4. Устный доклад на международной конференции по квантовой теории поля, физике высоких энергий и космологии, (г. Дубна 2022).
5. Устный доклад на 6-й международной конференции по физике частиц и астрофизике (г. Москва 2022).

Автор докладывал результаты исследований на семинаре кафедры теоретической физики ЯрГУ им. П.Г. Демидова и в лаборатории теоретической физики им Н.Н. Боголюбова ОИЯИ, г. Дубна.

Публикации. Всего по теме диссертации опубликовано 5 работ [64–67, 67], из них 3 оригинальные работы [64–66, 68] – в рецензируемых международных и российских журналах, рекомендованных ВАК для публикации результатов кандидатских и докторских диссертаций и включенных в индексы цитирования Scopus и Web of Science.

Личный вклад автора.

1. Автором вычислен коэффициент поглощения фотона в процессе $\gamma e \rightarrow \gamma e$ при резонансе на виртуальном электроне в пределе сильно замагниченной плазмы. Проведен сравнительный анализ с коэффициентом поглощения без учета резонанса и в δ -функциональном приближении.
2. Автором исследован процесс распространения электромагнитной волны в сильно замагниченной, зарядово-симметричной плазме. Показано, что процесс затухания фотона в замагниченной плазме имеет неэкспоненциальный характер и коэффициент поглощения фотона существенно меньше по сравнению с известными в литературе результатами. Рассмотрена возможность формирования комптоновского процесса в условиях возможного затухания фотона в сильно замагниченной плазме.
3. Автором получено аналитическое решение кинетического уравнения для нахождения функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в равновесной нерелятивистской плазме электронов в относительно сильном магнитном поле в приближении холодной плазмы и с учётом резонанса в комптоновском процессе.

Результаты **разделов 1.3–1.4** получены в соавторстве с Румянцевым

Д. А., Шленевым Д. М. [45] и не являются научным результатом настоящей диссертации.

Научные результаты **первой главы раздела 1.5** получены в соавторстве с Румянцевым Д. А., Чистяковым М. В. и отражены в работах [2,7–9].

Научные результаты **второй главы** получены в соавторстве с Румянцевым Д. А. и Чистяковым М. В. и отражены в работах [3,4] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Научные результаты **третьей главы** получены в соавторстве с Румянцевым Д. А. и отражены в работах [5,6] из списка публикаций автора по теме диссертации.

Вклад автора в диссертацию является численный анализ. Аналитические вычисления выполнялись параллельно и сравнивались с ключевыми моментами с результатами авторов.

Структура и объем диссертации. Настоящая диссертация посвящена изучению квантовых процессов с учётом резонансных эффектов и влияния внешней активной среды на кинематику и дисперсию частиц. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, трех приложений и списка литературы.

В **первой главе** показано, что при использовании δ -функционального приближения в случае узкого резонансного пика, S -матричный элемент обобщенного комптоновского процесса факторизуется двумя одновершинным подпроцессами. Предоставляется краткий обзор поляризационных и дисперсионных свойств фотонов в сильно замагниченной электрон-позитронной плазме, а также обсуждается возможная нестабильность фотона в ней за счёт процессов однофотонного распада на e^+e^- -пару. На основе полученных результатов рассматривается комптоновское рассеяние и проводится вычисление коэффициента поглощения фотона как в δ -функциональном приближении, так и в случае

конечной ширины резонансного пика. Рассматривается анализ полученных результатов в сравнении с известными в литературе.

Во **второй главе** рассматривается процесс затухания фотона за счет процесса поглощения фотона электроном (позитроном), $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm$, и рождения e^+e^- -пар, $\gamma \rightarrow e^+e^-$ в сильно замагниченной плазме с параметрами $B = 200B_e$ и $T = 1$ МэВ. Для указанных параметров определен коэффициент поглощения фотона, который является конечным вблизи циклотронных резонансов. Построены дисперсионные кривые в области неустойчивости фотона. Рассмотрена возможность формирования комптоновского процесса при возможной неустойчивости фотона.

В **третьей главе** рассматривается приложение результатов первой главы к решению кинетического уравнения для нахождения функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в равновесной нерелятивистской плазме электронов в относительно сильном магнитном поле и с учетом резонанса на виртуальном электроном.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

В **приложении А** рассмотрен точный пропагатор фермиона в магнитном поле. В **приложении Б** приведены факторы $\mathcal{T}_k^{s''s}$ для скалярных, псевдоскалярных, векторных, псевдовекторных вершин.

В **приложении В** рассматриваются свойства поляризационного оператора в пределе сильного магнитного поля.

Основные обозначения, используемые в диссертации

Используется 4-метрика с сигнатурой $(+ - - -)$, а также естественная система единиц $\hbar = c = k_B = 1$.

Элементарный заряд: $e = |e|$, заряд фермиона: e_f . Масса фермиона: m_f , масса электрона: m . Постоянная тонкой структуры: α , константа Ферми: G_F .

Тензор внешнего поля: $F_{\alpha\beta}$, дуальный тензор: $\tilde{F}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}F^{\mu\nu}$.

Обезразмеренный тензор внешнего магнитного поля: $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$, дуальный обезразмеренный тензор: $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\varphi^{\mu\nu}$.

У 4-векторов и тензоров, стоящих внутри круглых скобок, тензорные индексы полагаются свернутыми последовательно, например:

$$(pFFp) = p^\alpha F_{\alpha\beta} F^{\beta\delta} p_\delta; \quad (FFp)_\alpha = F_{\alpha\beta} F^{\beta\delta} p_\delta; \quad (FF) = F_{\alpha\beta} F^{\beta\alpha}.$$

Безразмерные тензоры $\Lambda_{\alpha\beta} = (\varphi\varphi)_{\alpha\beta}$, $\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\alpha\beta}$ связаны соотношением $\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} - \Lambda_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}$.

В системе отсчета, где имеется только магнитное поле \mathbf{B} , направленное вдоль третьей оси, 4-векторы с индексами \perp и \parallel относятся к подпространствам Евклида $\{1, 2\}$ и Минковского $\{0, 3\}$ соответственно. При этом

$$\Lambda_{\alpha\beta} = \text{diag}(0, 1, 1, 0), \quad \tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 0, 0, -1).$$

Для произвольных векторов p_μ, q_μ имеем:

$$p_\perp^\mu = (0, p_1, p_2, 0), \quad p_\parallel^\mu = (p_0, 0, 0, p_3),$$

$$(pq)_\perp = (p\Lambda q) = p_1q_1 + p_2q_2, \quad (pq)_\parallel = (p\tilde{\Lambda}q) = p_0q_0 - p_3q_3.$$

Остальные обозначения те же, что приняты в книге [69].

Глава 1

Комптоновское рассеяние с учетом резонанса на виртуальном электроне

1.1. Введение

Интерес к изучению комптоновского рассеяния, $\gamma e \rightarrow \gamma e$ в сильном магнитном поле первоначально был вызван неожиданным открытием циклотронных спектральных линий у двойных рентгеновских пульсаров [70–72], которые изначально интерпретировались либо как циклотронное поглощение ¹, либо как циклотронное излучение [70]. Дальнейшее повышение разрешения детекторов по энергии позволило уверенно заключить, что циклотронные особенности связаны именно с поглощением фотона [73]. Под циклотронным резонансом обычно понимается резкое увеличение сечения рассеяния по сравнению с классическим томсоновским сечением, $\sigma_T = 8\pi\alpha^2/(3m_e^2)$. В одной из первых работ по этой тематике [74] выражение для сечения комптоновского рассеяния было получено для случая магнитного поля без плазмы в нерелятивистском пределе. Для фотона, распространяющегося вдоль магнитного поля в сечении был обнаружен резонансный пик при энергии:

$$\omega_B \simeq \frac{\beta}{m_e}. \quad (1.1)$$

В работе [74] также было показано, что сечение рассеяния фотона на электро-не значительно зависит как от поляризационного состояния фотона, так и от угла между направлением магнитного поля и импульса начального фотона. В последовавшей за ней статье [75] исследовалось изменение частоты фотона, кратное циклотронной частоте ω_B (1.1), в комптоновском процессе. В следую-

¹ Под поглощением подразумеваются элементарные процессы, изменяющие состояние фотона: поглощение фотона электроном, комптоновское рассеяние и др.

щих работах [76, 77] были получены результаты для полного сечения рассеяния фотона на электроне с использованием формализма работы [74].

Новым импульсом к исследованию комптоновского процесса послужило обнаружение объектов, которые могут быть ассоциированы с магнитарами. Однако, как было показано в работах [38, 78] при значениях поля $B > 10^{12}$ Гс учет релятивистских эффектов становится существенным.

В данных работах предполагалось, что начальный и конечные электроны находятся на основном уровне Ландау, что имеет смысл в пределе сильного магнитного поля и/или низких температур $T \ll m$ (см. Введение). В этом пределе резонансный пик (1.1) смещается в область более низких энергий фотона, а кроме него возникает бесконечный ряд резонансных пиков, соответствующих разным уровням Ландау n виртуального электрона. Эти пики реализуются при энергиях фотона:

$$\omega_n(\theta) = \frac{\sqrt{m^2 + 2\beta n \sin^2 \theta} - m}{\sin^2 \theta}, \quad (1.2)$$

где θ – угол между импульсом начального фотона и направлением магнитного поля. С другой стороны, в результате комптоновского процесса могут возбуждаться высшие уровни Ландау конечного электрона, что, в свою очередь, может выступать механизмом рождения фотонов малых энергий для магнитных полей $B \lesssim B_e$ [79, 80].

В рассмотренных выше работах сечение комптоновского рассеяния становится бесконечным при энергиях фотона, соответствующих циклотронным резонансам (1.2), вследствие предположения о большом времени жизни виртуальных частиц. По этой причине их результаты справедливы только для областей энергий фотона вдали от резонансов, что также важно для моделирования излучения замагниченной холодной плазмы вблизи поверхности нейтронной звезды [81–83]. С другой стороны, учет резонанса комптоновского процесса является необходимым при моделировании спектра излучения сильно замагниченных горячих нейтронных звезд [59, 84–90]. Вблизи поверхности нейтронной звез-

ды, где формируется излучение, резонансный обратный комптоновский процесс фотонов малых энергий на тепловых электронах является доминирующим процессом, который приводит к охлаждению плазмы внутренней магнитосферы и образованию высокоэнергетического хвоста в спектре излучения [31, 60, 91, 92].

Вблизи циклотронных резонансов для расчета сечения комптоновского рассеяния требуется учесть полную ширину изменения состояния электрона (A.11). В нерелятивистском пределе [74] присутствует лишь одна резонансная частота (1.2), и сечение не зависит от поляризационного состояния электрона (спиновое состояние), поэтому ввести полную ширину относительно просто [93]. Однако в сильных магнитных полях $B \gtrsim B_e$ и при высоких энергиях частиц требуется учитывать релятивистские поправки, что приводит к тому, что выражение для сечения становится очень громоздким, поскольку оно имеет бесконечное число резонансов (1.2), содержащихся в сумме по всем промежуточным виртуальным состояниям.

Изначально для учета конечных резонансных пиков использовались усредненные по спину ширины распада [94]. Как было указано в работе [43], такой подход не является точным, поскольку усреднение по спину некорректно учитывает спиновую зависимость временного распада, что приводит к неверному значению в точке резонанса. Этот недостаток был устранен в работе [44], где представлено сечение рассеяния процесса, $\gamma e \rightarrow \gamma e$, с учетом ширины распада виртуальных промежуточных состояний, в свою очередь зависящие от поляризационного состояния электрона. Однако полное сечение комптоновского рассеяния, полученное таким методом, представляет собой громоздкое выражение, что затрудняет использование его, например, в моделях переноса излучения. Для решения этой задачи было выполнено множество упрощений. Так, в работе [94] была использована аппроксимация сечения рассеяния с учетом резонанса в ультрарелятивистском пределе для случая сильного магнитного поля $B > 0.1B_e$. В точке циклотронного резонанса виртуальный электрон становится реальным, поэтому комптоновское рассеяние становится процессом первого

порядка. В работе [95] исследовался вопрос аппроксимации комптоновского сечения с помощью одновершинного процесса поглощения для магнитных полей $B \sim 0.1B_e$. Различие между одновершинным процессом поглощения и комптоновским процессом становится существенным на высших циклотронных резонансах из-за вклада нерезонансного рассеяния. Особенно существенно это при малых углах между импульсом фотона и направлением магнитного поля, поскольку в этом случае резонансы уширяются. Также в сильных магнитных полях аппроксимация одновершинным процессом работает хуже, так как высота резонансов убывает с увеличением его номера.

Иной подход рассмотрен в работе [45], который заключался в том, что резонансный пик предполагается достаточно узким, чтобы заменить знаменатель пропагатора на дельта-функцию. Как было показано в данной работе, предположение узкого резонансного пика позволяет аппроксимировать область резонанса дельта-функцией, что позволяет значительно упростить, например, решение задачи переноса излучения.

1.2. Представления решений уравнения Дирака во внешнем магнитном поле

В этом разделе обсудим влияние активной среды на волновые функции присутствующих в ней частиц: фермионов и фотонов. В случае фермионов искомые нами волновые функции являются решением уравнения Дирака в присутствии внешнего постоянного однородного магнитного поля, направленного вдоль оси z :

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu + e_f A_\mu\gamma^\mu - m_f)\Psi_{p,n}^s(X) = 0, \quad (1.3)$$

где A_μ – 4-вектор потенциала электромагнитного поля, который в калибровке Ландау имеет вид $A^\mu = (0, 0, xB, 0)$, $X^\mu = \{t, x, y, z\}$. Решением этого уравнения является набор собственных функций любого оператора, который коммутирует с гамильтонианом Дирака во внешнем магнитном поле: $H = \gamma_0(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{P}) +$

$m_f \gamma_0 + e_f A_0$, где $\mathbf{P} = -i\nabla - e_f \mathbf{A}$. Существует несколько представлений решений уравнения Дирака, из них можно выделить два наиболее распространенных подхода, подробное описание которых имеется в работах [96–101]. При первом из них, предложенном Джонсоном и Липпманом [102], решения выбираются как собственные функции оператора обобщенной спиральности, $T_0 = \frac{1}{m_f}(\mathbf{\Sigma} \mathbf{P})$, где $\mathbf{\Sigma} = -\gamma_0 \boldsymbol{\gamma} \gamma_5$ – трехмерный оператор спина. При этом две верхние компоненты биспиноров соответствуют состояниям фермиона с проекцией спина на направление магнитного поля, равной $1/2$ и $-1/2$.

Другой подход предложен Соколовым и Терновым [103]. Он состоит в выборе волновых функций как собственных функций ковариантного оператора μ_z , который строится следующим образом:

$$\mu_z = m_f \Sigma_z - i\gamma_0 \gamma_5 [\mathbf{\Sigma} \times \mathbf{P}]_z . \quad (1.4)$$

Его можно получить непосредственно из введенного в [103] обобщенного оператора спина, являющегося тензором третьего ранга, который можно записать в координатном представлении следующим образом:

$$F_{\mu\nu\lambda} = -\frac{i}{2} (P_\lambda \gamma_0 \sigma_{\mu\nu} + \gamma_0 \sigma_{\mu\nu} P_\lambda) , \quad (1.5)$$

где $\sigma_{\mu\nu} = (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)/2$, и $P_\lambda = i\partial_\lambda - e_f A_\lambda = (i\partial_0 - e_f A_0, -i\nabla - e_f \mathbf{A})$ – оператор обобщенного 4-импульса. Заметим, что в работе [103] ковариантные билинейные формы были построены из матриц Дирака в обкладках биспиноров ψ^\dagger и ψ , тогда как в современной литературе (см., например [104]) билинейные формы строятся из матриц Дирака в обкладках биспиноров $\bar{\psi}$ и ψ . Из пространственных компонент $F_{\mu\nu 0}$ оператора (1.5) можно построить следующий векторный оператор:

$$\mu_i = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} F_{jk0} , \quad (1.6)$$

где ε_{ijk} – тензор Леви-Чивита. Построенный таким образом объект (1.6) имеет смысл оператора поляризации [96, 103]. Его можно представить в виде:

$$\boldsymbol{\mu} = m_f \mathbf{\Sigma} + i\gamma_0 \gamma_5 [\mathbf{\Sigma} \times \mathbf{P}] . \quad (1.7)$$

В нерелятивистском пределе оператор (1.7), отнесенный к квадрату массы фермиона: μ/m_f^2 , переходит в обычный оператор Паули для магнитного момента [105], который имеет явную физическую интерпретацию оператора спина.

Решения уравнения Дирака в представлении Джонсона и Липпмана широко используются в литературе (см., например, [94, 95, 106–109]). Однако эти функции обладают рядом недостатков, которые проявляются при расчете конкретных характеристик процессов с двумя и более вершинами. Так, лоренц-инвариантностью будет обладать только квадрат модуля амплитуды, просуммированный по всем поляризациям фермиона, а не парциальные вклады в него. Более того, как было показано в работах [43, 110], в области резонанса использование функций Джонсона и Липпмана приводит к относительной ошибке в расчетах физических величин порядка $O(B/B_e)$ в древесном приближении и $O[(B/B_e)^2]$ в следующих порядках разложения, что становится существенным при магнитарных магнитных полях.

С другой стороны, использование функций, предложенных Соколовым и Терновым, правильно описывает сечение процессов вблизи резонанса, а также позволяет найти парциальные вклады в амплитуду каждого поляризационного состояния частиц в отдельности, которые будут иметь лоренц-инвариантную структуру. По этой причине далее в этом разделе приведем подробное их описание.

Уравнение для собственных функций оператора (1.4) имеет следующий вид:

$$\mu_z \Psi_{p,n}^s(X) = s M_n \Psi_{p,n}^s(X), \quad (1.8)$$

где квантовое число $s = \pm 1$ определяет поляризационные состояния фермиона в постоянном однородном магнитном поле.

Как уже упоминалось во Введении, состояния фермиона квантуются по энергетическим состояниям, которые называются уровнями Ландау:

$$E_n = \sqrt{p_z^2 + M_n^2}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (1.9)$$

Здесь введено обозначение для эффективной массы фермиона в магнитном поле $M_n = \sqrt{2\beta n + m_f^2}$, где $\beta = |e_f|B$. Каждое состояние является бесконечно вырожденным по p_z и дважды вырожденным по s , кроме состояния $n = 0$, где возможно лишь состояние с $s = -1$. Решения уравнения Дирака (1.3) могут быть представлены следующим образом:

$$\Psi_{p,n}^s(X) = \frac{e^{-i(E_n X_0 - p_y X_2 - p_z X_3)} U_n^s(\xi)}{\sqrt{4E_n M_n (E_n + M_n)(M_n + m_f) L_y L_z}}, \quad (1.10)$$

где

$$\xi(X_1) = \sqrt{\beta} \left(X_1 - \eta \frac{p_y}{\beta} \right). \quad (1.11)$$

Далее, используя обозначение для определения знака заряда фермиона $\eta = e_f/|e_f|$, становится удобным представить биспиноры $U_n^s(\xi)$ в виде отдельной суммы биспиноров соответствующих положительным и отрицательным зарядам $U_{n,\eta}^s(\xi)$:

$$U_n^s(\xi) = \frac{1-\eta}{2} U_{n,-}^s(\xi) + \frac{1+\eta}{2} U_{n,+}^s(\xi), \quad (1.12)$$

где

$$U_{n,-}^-(\xi) = \begin{pmatrix} -i\sqrt{2\beta n} p_z V_{n-1}(\xi) \\ (E_n + M_n)(M_n + m_f) V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n} (E_n + M_n) V_{n-1}(\xi) \\ -p_z (M_n + m_f) V_n(\xi) \end{pmatrix}, \quad (1.13)$$

$$U_{n,-}^+(\xi) = \begin{pmatrix} (E_n + M_n)(M_n + m_f) V_{n-1}(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n} p_z V_n(\xi) \\ p_z (M_n + m_f) V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n} (E_n + M_n) V_n(\xi) \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

$$U_{n,+}^{-}(\xi) = \begin{pmatrix} i\sqrt{2\beta n} p_z V_n(\xi) \\ (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_n(\xi) \\ -p_z(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

$$U_{n,+}^{+}(\xi) = \begin{pmatrix} (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n} p_z V_{n-1}(\xi) \\ p_z(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_{n-1}(\xi) \end{pmatrix}, \quad (1.16)$$

$V_n(\xi)$ – нормированные функции гармонического осциллятора, которые следующим образом выражаются через полиномы Эрмита $H_n(\xi)$ [111]:

$$V_n(\xi) = \frac{\beta^{1/4} e^{-\xi^2/2}}{\sqrt{2^n n!} \sqrt{\pi}} H_n(\xi). \quad (1.17)$$

Далее эти решения уравнения Дирака (1.10) будут использованы для получения пропагаторов фермионов в разделе 1.3.

1.3. Распространение фотона в замагниченной плазме

Дальнейшее описание квантовых процессов в активной среде без учета поляризационных и дисперсионных свойств фотона невозможно. В свою очередь эти свойства определяются поляризационным оператором фотона $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$. Подробный анализ его собственных функций и собственных значений для случая сильно замагниченной плазмы можно найти в приложении В. Как было показано ранее в работе [51], в общем случае в замагниченной плазме фотон будет обладать эллиптической поляризацией и обладать тремя поляризационными состояниями. Однако в случае, когда магнитное поле является наибольшим параметром

задачи $\beta \gg T^2, \omega^2, \mu^2$ (т.н. поледоминирующая среда), векторы поляризации фотона будут такими же, как и в чистом магнитном поле [41]:

$$\varepsilon_\mu^{(1)} = \frac{(q\varphi)_\mu}{\sqrt{q_\perp^2}}, \quad \varepsilon_\mu^{(2)} = \frac{(q\tilde{\varphi})_\mu}{\sqrt{q_\parallel^2}}. \quad (1.18)$$

Это заведомо выполняется в зарядово-симметричной плазме с $\mu = 0$, что имеет место в большинстве моделей магнитосфер радиопульсаров и магнитаров [112].

Как следствие, кинематически разрешены четыре парциальных канала комптоновского рассеяния: $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(1)}e$, $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(2)}e$, $\gamma^{(2)}e \rightarrow \gamma^{(1)}e$ и $\gamma^{(2)}e \rightarrow \gamma^{(2)}e$.

Как было показано ранее (см. приложение B), закон дисперсии для фотона моды 1 в рассматриваемой кинематической области незначительно отличается от вакуумного закона $q^2 = 0$. С другой стороны, закон дисперсии моды 2 значительно отличается от вакуумного в окрестности циклотронных резонансов [41],

$$q_\parallel^2 = (M_n \pm M_{n'})^2, \quad (1.19)$$

из-за наличия корневых сингулярностей в собственных значениях поляризационного оператора, $\mathcal{P}^{(\lambda)}(q)$, для мод $\lambda = 1, 2$ (за исключением точки $q_\parallel^2 = 4m^2$ для моды 1). Поэтому в этих областях становится важным учет радиационных поправок к собственным значениям поляризационного оператора в замагниченной плазме. Этот учет приводит к перенормировке волновых функций фотона

$$\varepsilon_\alpha^{(\lambda)}(q) \rightarrow \varepsilon_\alpha^{(\lambda)} \sqrt{Z_\lambda}, \quad Z_\lambda^{-1} = 1 - \frac{\partial \mathcal{P}^{(\lambda)}(q)}{\partial \omega^2}. \quad (1.20)$$

Проведенный анализ позволяет качественно изобразить дисперсию фотона моды 2 (см. рис. 1.1)

Также следует отметить, что фотон в плазме нестабилен. Например, фотон моды 2 может эффективно распадаться на e^+e^- -пару при масштабах энергии $q_\parallel^2 \gtrsim 4m^2$. С другой стороны, фотон моды 1 распадается на e^+e^- -пару в области $q_\perp^2 \gtrsim (M_1 + m)^2$, что заведомо больше области, в которой наблюдается

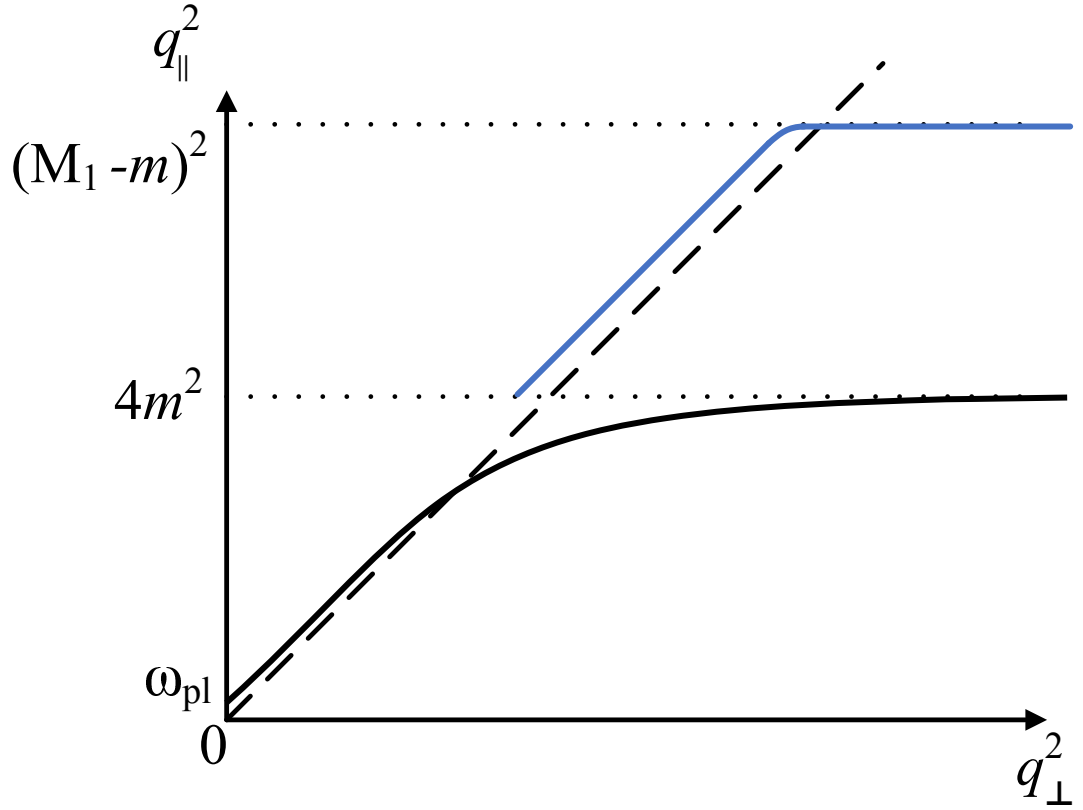


Рис. 1.1. Закон дисперсии моды 2 в зарядово симметричной плазме при $B \gtrsim B_e$ изображен сплошными линиями. Штриховой линией изображен вакуумный закон дисперсии, который совпадает законом дисперсии фотона моды 1. Дисперсионные кривые следует продолжить схожим образом и на область $q_{\parallel}^2 > (M_1 - m)^2$

первый резонанс на виртуальном электроне, $q_{\parallel}^2 \gtrsim (M_1 - m)^2$. Поэтому в пределе сильного поля, $B > 20B_e$, для исследования резонансного комптоновского процесса целесообразно рассматривать лишь 2 канала комптоновского рассеяния: $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(1)}e$ и $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(2)}e$. Также следует отметить, что указанные энергии фотонов совпадают с точками сингулярности собственных значений поляризационного оператора (1.19). Непосредственно поведение фотона обеих мод вблизи циклотронных резонансов связано с затуханием квантованной электромагнитной волны, который рассматривается во второй главе этой диссертации.

1.4. Реакция резонансного комптоновского рассеяния

Для описания комптоновского процесса используется метод δ -функционального приближения, который был развит в работе [45]. Полученные в данной работе результаты представлены в этом разделе и в дальнейшем используются в главе 3 настоящей диссертацией для получения аналитического выражения для функции распределения фотона в замагниченной плазме электронов. Кроме того, данный раздел дополняет работу [45] более подробным сравнительным анализом с уже известными в литературе результатами. Для решения задачи построения коэффициента поглощения рассмотрим эффективный лагранжиан для обширного класса взаимодействий фермиона f с обобщенными токами j [113]:

$$\mathcal{L}(x) = \sum_k g_k [\bar{\psi}_f(x) \Gamma_k \psi_f(x)] J_k(x), \quad (1.21)$$

где $\psi_f(x)$ – операторы фермионного поля, а индекс $k = S, P, V, A$ соответствует скалярным, псевдоскалярным, векторным и аксиальным вершинам с матрицами Γ_k : $\Gamma_S = 1$, $\Gamma_P = \gamma_5$, $\Gamma_V = \gamma_\alpha$, $\Gamma_A = \gamma_\alpha \gamma_5$, соответствующим операторам обобщенных токов $J_k(x)$ (J_S , J_P , $J_{V\alpha}$ или $J_{A\alpha}$), а также константам взаимодействия g_k .

В частности лагранжиан электромагнитного взаимодействия может быть представлен в виде:

$$\mathcal{L}(X) = -e [\bar{\psi}_f(X) \gamma^\mu A_\mu^{(\lambda)}(X) \psi_f(X)]; \quad (1.22)$$

Комптоновский процесс в древесном приближении описывается диаграммами Фейнмана, представленными на рис. 1.2. Соответствующий S -матричный элемент, с учетом лагранжиана (1.22) может быть представлен в виде:

$$\begin{aligned} S_{\gamma^{(s')}e \rightarrow \gamma^{(s')e'}}^{s's} &= -e^2 \int d^4X d^4Y A_\mu^{(\lambda)}(X) A_{\mu'}^{(\lambda')}(Y) \left[\bar{\Psi}_{p',\ell'}^{s'}(Y) \gamma_{\mu'} S(Y, X) \gamma_\mu \Psi_{p,\ell}^s(X) \right] + \\ &+ (A_\mu^{(\lambda)}, \gamma_\mu \leftrightarrow A_{\mu'}^{(\lambda')}, \gamma_{\mu'}). \end{aligned} \quad (1.23)$$

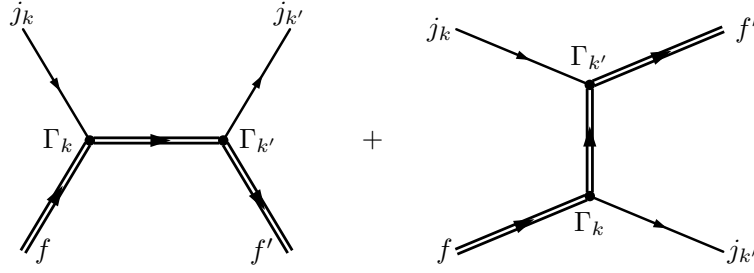


Рис. 1.2. Диаграммы Фейнмана для реакции $\gamma e \rightarrow \gamma' e'$. Двойные линии означают, что влияние внешнего поля на начальное и конечное состояния фермионов и на фермионный пропагатор учтено точно.

Здесь $p^\mu = (E_\ell, \mathbf{p})$ и $p'^\mu = (E_{\ell'}, \mathbf{p}')$ - четырехмерные векторы энергии-импульса начального и конечного фермиона, находящихся на уровнях Ландау ℓ и ℓ' соответственно, $\Psi_{p,\ell}^s(X)$ - волновые функции фермионов в присутствии внешнего магнитного поля (1.10), s и s' обозначают поляризационные состояния начального и конечного фермиона соответственно, $S(Y, X)$ - пропагатор фермиона во внешнем магнитном поле (A.6).

Токи $A_\mu^{(\lambda)}(X)$ и $A_{\mu'}^{(\lambda')}(Y)$, в свою очередь, удобно представить в виде плосковолновых решений с амплитудами $\varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q)$ и $\varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q')$:

$$A_\mu^{(\lambda)}(X) = \frac{e^{-i(qX)}}{\sqrt{2q_0V}} \varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q), \quad q^\alpha = (q_0, \mathbf{q}), \quad (1.24)$$

$$A_{\mu'}^{(\lambda')}(Y) = \frac{e^{i(q'Y)}}{\sqrt{2q'_0V}} \varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q'), \quad q'^\alpha = (q'_0, \mathbf{q}'), \quad (1.25)$$

где $V = L_x L_y L_z$ - нормировочный объем.

С учетом этих замечаний, подставим решения (1.10), фурье-образы токов (1.24), пропагатор (A.6) в (1.23). Проинтегрировав полученный результат по $dX_0 dX_2 dX_3$ и $dY_0 dY_2 dY_3$, представим S -матричный элемент в следующем виде:

$$\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e}^{s's} = \frac{i(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p' - q')}{\sqrt{2q_0V 2q'_0V 2E_\ell L_y L_z 2E_{\ell'} L_y L_z}} \mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e'}^{s's}, \quad (1.26)$$

где $\delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p' - q') = \delta(P_0 - E_{\ell'} - q'_0) \delta(P_y - p'_y - q'_y) \delta(P_z - p'_z - q'_z)$,

$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's} &\simeq ie^2 \varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q') \varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s''} \int dX_1 dY_1 e^{-iX_1 q_x + iY_1 q'_x} \times \quad (1.27) \\
&\times \frac{\bar{\phi}_{p',\ell'}^{s'}(Y_1) \gamma_{\mu'} \phi_{P,n}^{s''}(Y_1) \bar{\phi}_{P,n}^{s''}(X_1) \gamma_\mu \phi_{p,\ell}^s(X_1)}{P_\parallel^2 - M_n^2 + iP_0 \Gamma_n^{s''}/2} + \\
&+ (\varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q), \gamma_\mu, P, q \leftrightarrow \varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q'), \gamma_{\mu'}, P', -q'),
\end{aligned}$$

$$P_\alpha = (p + q)_\alpha, \quad P'_\alpha = (p - q')_\alpha, \quad \alpha = 0, 2, 3.$$

Обсудим, при каких условиях амплитуда (1.27) будет иметь резонансный характер. Если выполняется условие $\ell, \ell' \geq n$, то в этом случае у пропагатора фермиона существуют полюс, соответствующий тому, что виртуальная частица становится реальной, то есть выполняется равенство $P_\parallel^2 - M_n^2 = 0$. При условии $\ell, \ell' < n$ полюса, отвечающие за резонансы в пропагаторе, отсутствуют и резонанс на виртуальном фермионе не наблюдается. Кроме того, кинематический анализ показывает, что вблизи первых циклотронных резонансов основной вклад в амплитуду процесса $jf \rightarrow j'f'$ будет давать только первая диаграмма.

Как было показано в работе [114], в случае, когда ширина поглощения электрона Γ_n достаточно мала, то амплитуда комптоновского процесса факторизуется двумя одновершинными процессами. Этот факт даёт возможность значительно упростить вычисление сечения, что приводит, например, к возможности построения аналитического решения уравнения переноса. Кратко опишем этот метод ниже. Действительно, в области резонанса, где выполняется условие $P_0 \Gamma_n^{s''} \ll |P_\parallel^2 - M_n^2|$ соответствующая часть в (1.27) может быть заменена δ -функцией:

$$\left| \frac{1}{P_\parallel^2 - M_n^2 - iP_0 \Gamma_n^{s''}/2} \right|^2 \simeq \frac{2\pi}{P_0 \Gamma_n^{s''}} \delta(P_\parallel^2 - M_n^2).$$

В таком случае квадрат парциальных амплитуд будет выглядеть следую-

щим образом

$$|\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's}|^2 \simeq \sum_{s''=\pm 1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi}{P_0 \Gamma_n^{s''}} \delta(P_{\parallel}^2 - M_n^2) \times \left| \int dX_1 dY_1 \bar{\phi}_{p'\ell'}^{s'}(Y_1) \phi_{P,n}^{s''}(Y_1) \bar{\phi}_{P,n}^{s''}(X_1) \phi_{p\ell}^s(X_1) \right|^2. \quad (1.28)$$

С учетом (1.28) квадрат S -матричного элемента процесса $jf \rightarrow j'f'$ факторизуется двумя одновершинными подпроцессами

$$\sum_{s,s'=\pm 1} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's}|^2}{\tau} = \sum_{s,s',s''=\pm 1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p' - q')}{2q_0 L_x 2q'_0 V 2E_\ell L_y L_z 2E_{\ell'} L_y L_z} \times (1.29) \\ \times \int \frac{dp_y'' dp_z''}{(2E_n'')^2 (2\pi)^2 \Gamma_n^{s''}} (2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'') |\mathcal{M}_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's''}|^2 |\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}|^2.$$

Здесь мы воспользовались свойством δ -функции:

$$\delta(P_{\parallel}^2 - M_n^2) = \frac{1}{2E_n''} \delta(P_0 - E_n''), \quad (1.30)$$

где $E_n'' = \sqrt{p_z''^2 + M_n^2}$.

Если теперь ввести S -матричный элемент поглощения электрона следующим образом

$$\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s} = \frac{i(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'')}{\sqrt{2q_0 V 2E_\ell L_y L_z 2E_n'' L_y L_z}} \mathcal{M}_{\gamma e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}, \quad (1.31)$$

с учетом того, что

$$\left| \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'') \right|^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'') \tau L_y L_z, \quad (1.32)$$

нетрудно видеть, что выражение (1.29) можно представить в факторизованном виде:

$$\sum_{s,s'=\pm 1} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's}|^2}{\tau} = \sum_{s,s',s''=\pm 1} \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{dp_y'' dp_z''}{(2\pi)^2 \Gamma_n^{s''}} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}|^2}{\tau} \frac{|\mathcal{S}_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's''}|^2}{\tau} \quad (1.33)$$

Здесь соответствующая амплитуда $\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}$ одновершинного процесса записывается следующим образом:

$$\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s} = \frac{\exp[-iq_x(p_y + p_y'')/(2\beta)]}{\sqrt{M_\ell M_n (M_\ell + m)(M_n + m)}} \left[\frac{q_y + iq_x}{\sqrt{q_\perp^2}} \right]^{n-\ell} \mathcal{T}_V^{s''s}, \quad (1.34)$$

S -матричный элемент для процесса рождения электрона $\gamma \rightarrow e\gamma$ может быть получен из матричного элемента процесса поглощения фотона следующим образом $S_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')} e_{\ell'}} = S_{\gamma^{(\lambda)} e_{\ell} \rightarrow e_n}(q \rightarrow q', E_{\ell} \rightarrow E_{\ell'})$.

Таким образом, для получения амплитуды комптоновского процесса вблизи резонанса в случае узкого пика, достаточно вычислить величины $\mathcal{T}_V^{s''s}$, которые были представлены в работе [114] для вершин скалярного, псевдоскалярного, векторного и аксиально-векторного типов. Они выражаются через лоренц-коварианты и инварианты в подпространстве $\{0, 3\}$:

$$\mathcal{K}_{1\alpha} = \sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\Lambda}p'') + M_{\ell}M_n}} \left\{ M_{\ell}(\tilde{\Lambda}p'')_{\alpha} + M_n(\tilde{\Lambda}p)_{\alpha} \right\}, \quad (1.35)$$

$$\mathcal{K}_{2\alpha} = \sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\Lambda}p'') + M_{\ell}M_n}} \left\{ M_{\ell}(\tilde{\varphi}p'')_{\alpha} + M_n(\tilde{\varphi}p)_{\alpha} \right\}, \quad (1.36)$$

$$\mathcal{K}_3 = \sqrt{2 \left[(p\tilde{\Lambda}p'') + M_{\ell}M_n \right]}, \quad (1.37)$$

$$\mathcal{K}_4 = -\sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\Lambda}p'') + M_{\ell}M_n}} (p\tilde{\varphi}p''). \quad (1.38)$$

При вычислениях было использовано соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int dZ e^{-Z^2} H_n \left(Z + \frac{q_y + iq_x}{2\sqrt{\beta}} \right) H_{\ell} \left(Z - \frac{q_y - iq_x}{2\sqrt{\beta}} \right) = \\ = 2^{(n+\ell)/2} \sqrt{n! \ell!} \left[\frac{q_y + iq_x}{\sqrt{q_{\perp}^2}} \right]^{n-\ell} e^{q_{\perp}^2/(4\beta)} \mathcal{I}_{n,\ell} \left(\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right), \end{aligned}$$

где для $n \geq \ell$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{n,\ell}(x) &= \sqrt{\frac{\ell!}{n!}} e^{-x/2} x^{(n-\ell)/2} L_{\ell}^{n-\ell}(x), \\ \mathcal{I}_{\ell,n}(x) &= (-1)^{n-\ell} \mathcal{I}_{n,\ell}(x), \end{aligned} \quad (1.39)$$

и $L_n^k(x)$ – обобщенные полиномы Лагерра [111]. Далее в работе будет использовано обозначение $\mathcal{I}_{n,\ell} \equiv \mathcal{I}_{n,\ell} \left(\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right)$ и для определенности рассматриваются электроны, для которых знак заряда $\eta = -1$.

(Ввёл сечение) Для астрофизических приложений удобно использовать коэффициент поглощения – вероятность перехода за счёт тех или иных процессов, который для комптоновского процесса был определен, например, в работе [41]:

$$W_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e} = \frac{\beta}{16(2\pi)^4 \omega_\lambda} \int |\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s''s}|^2 \times \quad (1.40)$$

$$\times f_E [1 - f_{E'}] (1 + f_{\omega'}) \delta(\omega_\lambda(\mathbf{k}) + E - \omega_{\lambda'}(\mathbf{k}') - E') \frac{dp_z d^3 k'}{EE' \omega_{\lambda'}},$$

где $f_E = (1 + \exp[E/T])^{-1}$ – равновесная функция распределения электронов с температурой T и нулевым химическим потенциалом, $f_\omega = (\exp[E/T] - 1)^{-1}$ – равновесная функция распределения фотонов. С помощью коэффициента поглощения можно, например, вычислить длину свободного пробега $\lambda = W_{\gamma e \rightarrow \gamma e}^{-1}$.

Интегрируя выражение (1.40), а также суммируя его по поляризационным состояниям конечного электрона и фотона, получим следующие парциальные вклады в коэффициент поглощения фотона, соответствующие двум его поляризационным состояниям:

$$W_{\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{\alpha\beta}{2\omega} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{f_-(E_\ell^\epsilon)[1 - f_-(E_\ell^\epsilon + \omega)]}{\sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2}} \times \quad (1.41)$$

$$\times \left\{ [2\beta(n + \ell) - q_\parallel^2] (\mathcal{I}_{n,\ell-1}^2 + \mathcal{I}_{n-1,\ell}^2) - 8\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{I}_{n,\ell-1} \mathcal{I}_{n-1,\ell} \right\},$$

$$W_{\gamma^{(2)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{\alpha\beta}{2\omega} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{f_-(E_\ell^\epsilon)[1 - f_-(E_\ell^\epsilon + \omega)]}{\sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2}} \times \quad (1.42)$$

$$\times \left\{ \left[\frac{(2\beta(n - \ell))^2}{q_\parallel^2} - 2\beta(n + \ell) - 4m^2 \right] (\mathcal{I}_{n,\ell}^2 + \mathcal{I}_{n-1,\ell-1}^2) - \right.$$

$$\left. - 8\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{I}_{n,\ell} \mathcal{I}_{n-1,\ell-1} \right\},$$

$$E_\ell^\epsilon = \frac{1}{2q_\parallel^2} \left[\omega (M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2) + \epsilon k_z \sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2} \right].$$

В (1.41) и (1.42) суммирование по n ограничено согласно закону сохранения

энергии и импульса следующим образом:

$$n_0 = \ell + \left[\frac{q_{\parallel}^2 + 2M_{\ell}\sqrt{q_{\parallel}^2}}{2\beta} \right], \quad (1.43)$$

где $[x]$ – целая часть числа x .

С дифференциальным сечением рассеяния он связан следующим образом [115]

$$d\sigma_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{dW_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}}{j}, \quad (1.44)$$

где $j = |(p\tilde{\Lambda}q)|/(E\omega V)$ – плотность потока падающих частиц в продольном по отношению к магнитному полю подпространстве.

В работах [44, 95, 116] исследовался процесс комптоновского рассеяния замагниченной плазме при ненулевых температурах и магнитных полях, характерных для магнитосфер радиопульсаров и магнитаров $10^{12} - 10^{15}$ Гс. В данных работах рассчитано сечение рассеяния при условии, что начальный и конечный электроны находятся на основном уровне Ландау. При расчетах учитывался резонанс на виртуальном электроне с учетом пика конечной ширины, полученной с использованием корректных решений уравнения Дирака (1.10).

Сначала сечение вводится без учета функций распределения начальных электронов, а потом оно интегрируется по импульсам начального электрона в системе покоя плазмы

$$\sigma_{\lambda}^* = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}_{n,s}(p_z) \sigma_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e} dp_z \quad (1.45)$$

с функцией распределения $\bar{f}_{n,s}(p_z)$, которая нормирована следующим образом

$$\sum_{n,s} \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \bar{f}_{n,s}(p_z) = 1, \quad (1.46)$$

откуда

$$\bar{f}_{n,s}(p_z) = \frac{\beta}{(2\pi)^2 n_e} \frac{1}{e^{E_n/T} + 1}, \quad (1.47)$$

где

$$n_e = \frac{\beta}{(2\pi)^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2 - \delta_{\ell,0}) \int_{-\infty}^{\infty} dp_z f_-(E_\ell) \quad (1.48)$$

– концентрация электронов во внешнем магнитном поле. С учетом этого дифференциальное сечение рассеяния, просуммированное по поляризациям конечного фотона через дифференциальный коэффициент поглощения может быть представлен в следующем виде

$$d\sigma_\lambda^* = \frac{E\omega}{(pq)_\parallel} \frac{1}{n_e} dW_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}, \quad (1.49)$$

которое, будучи проинтегрированным по импульсом начального электрона, в нерелятивистском пределе переходит в классическое выражение для нерелятивистского газа $W_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e} = \lambda^{-1} = n_e \sigma_\lambda$

Согласно рисунку 1.1 раздела 1.3 для рассматриваемых параметров магнитного поля и плазмы, можно считать, что закон дисперсии как моды 1, так и моды 2 мало отличается от вакуумного. В таком случае параллельную магнитному полю компоненту импульса фотона можно положить $k_z = \omega \sin \theta$, где θ – угол между импульсом фотона и направлением магнитного поля. Как уже отмечалось в разделе 1.3, перенормировка волновых функций фотонов становится существенной вблизи циклотронных резонансов $q_\parallel^2 \simeq (M_n + M_\ell)^2$, однако при значении магнитного поля $B \simeq 10^{12}$ Гс можно считать, что $Z_{1,2} \simeq 1$.

Результаты численного анализа отношения $\sigma_\lambda^*/\sigma_T$ как для δ -образного приближения, так и с учетом конечного пика [44] на рис. 1.3–1.4. Исходя из полученных результатов работы [44], можно с уверенностью сказать, что форма резонансных пиков достаточно сильно зависят от угла начального фотона по отношению к магнитному полю – ширина резонансных пиков увеличивается с уменьшением угла θ между импульсом фотона и направлением магнитного поля. Как видно из графиков, что в большинстве случаев сечение рассеяния, вычисленное с помощью дельта-функционального приближения, получается заниженным.

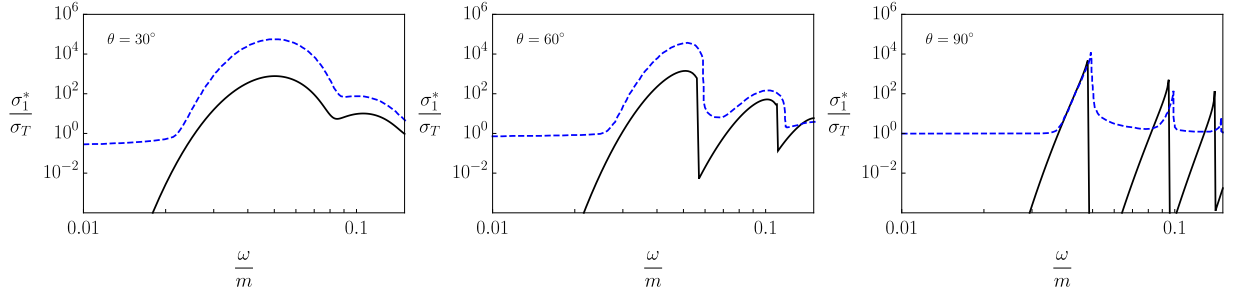


Рис. 1.3. Сечения (в единицах σ_T) рассеяния фотона моды 1, $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma$, полученном в работе [44] (пунктирная линия) и δ -функциональном приближении (сплошная линия) для различных углов θ между импульсом начального фотона и направлением магнитного поля (значения изображены на графиках). $B = 2.2 \times 10^{12}$ Гс, $T = 20$ кэВ, $\mu = 0$. Начальные и конечные электроны находятся на основном уровне Ландау.

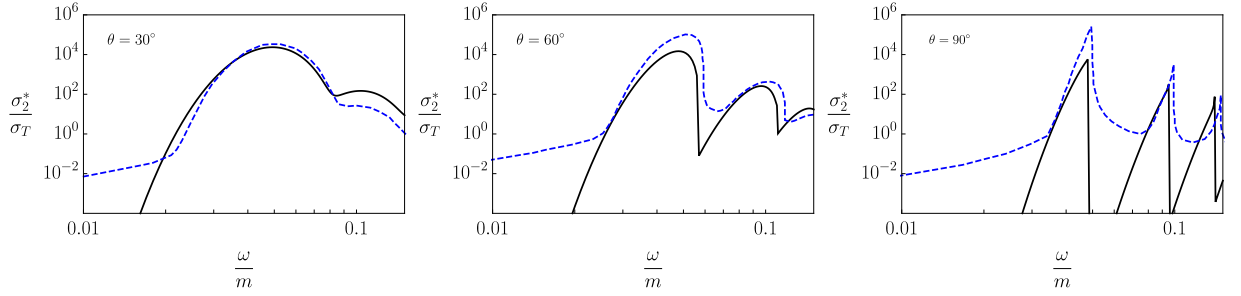


Рис. 1.4. То же, что и на рис. 1.3 для параметров плазмы $B = 2.2 \times 10^{12}$ Гс, $T = 20$ кэВ, $\mu = 0$.

Сравнительный анализ с результатами работы [95] для различных значений магнитного поля и температур показывает, что в области резонанса дельта-функциональное приближение достаточно хорошо описывает резонансный пик (рис. 1.5). Полученные результаты также хорошо согласуются с работой [116]. Как видно из графиков (рис. 1.5) δ -функциональное приближение имеет завышенные значения в области резонанса, связанные с тем, что после интегрирования знаменатель пропагатора электрона будет давать меньший вклад, чем δ -функциональное приближение. С увеличением температуры ($T > 50$ КэВ) наблюдаются заметные расхождения.

Следовательно, применение приближения (1.28) правомочно в области полей $B \sim 10^{12} - 10^{13}$ Гс, характерных для радиопульсаров. С другой стороны, полученные коэффициенты поглощения фотона (1.41) и (1.42) определяются

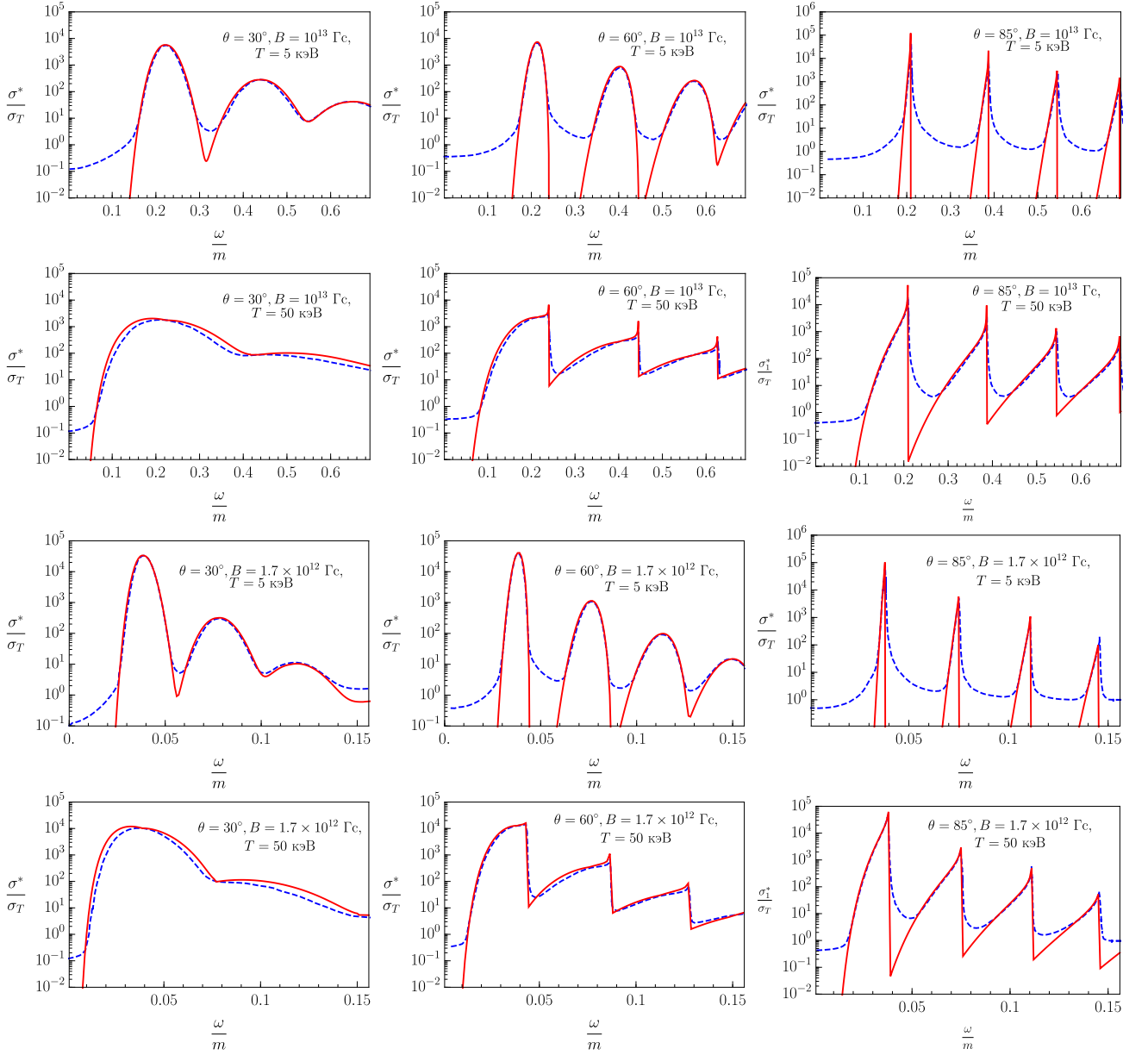


Рис. 1.5. Сечения (в единицах σ_T), усредненного по поляризациям начального фотона, $e\gamma^{(2)} \rightarrow e\gamma$, полученном в работе [95] (пунктирная линия) и δ -функциональном приближении (сплошная линия) для различных углов θ между импульсом фотона и направлением магнитного поля. Все начальные и конечные электроны находятся на основном уровне Ландау.

только как сумма конечных выражений (за исключением особых точек, указанных ранее), что является гораздо удобными в применении (например, решение задачи переноса излучения), чем полный учет конечной ширины.

1.5. Реакция комптоновского рассеяния в относительно сильном магнитном поле

Рассмотрим теперь ситуацию относительно сильного магнитного поля, $B \sim 10^{15} - 10^{16}$, Гс и высоких температур $T = 1$ МэВ, которые характерны для гигантских вспышек нейтронных звезд. Исследование комптоновского процесса в магнитных полях указанного масштаба было проведено, например, в работе [41]. Полученные в этом исследовании результаты справедливы для области энергий фотонов вдали от резонанса. Поэтому представляет самостоятельный интерес вычислить коэффициент поглощения фотона в пределе сильного поля с учетом возможного резонанса на виртуальном электроне и сравнить с нерезонансным пределом [41]. Как известно, в пределе сильного магнитного поля начальный и конечный электроны будут занимать основной уровень Ландау, а виртуальный – первый уровень Ландау. Это позволяет достаточно просто рассчитать коэффициент поглощения фотона с учетом конечной ширины резонансного пика. С другой стороны, также необходимо учесть еще один эффект, связанный с возможным затуханием фотона за счет процесса рождения e^+e^- пары. Поскольку в сильном магнитном поле энергии фотона, на которых наблюдается резонанс, выше, чем порог рождения e^+e^- пары для фотона моды 2, то целесообразно рассмотреть только каналы рассеяния $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ и $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$. Следует отметить, что для фотона моды 1 порог рождения e^+e^- пары заведомо выше рассматриваемой области резонанса.

Следуя работе [41], представим парциальные амплитуды комптоновского процесса в пределе сильного магнитного поля без учета резонанса имеют вид [41]

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{1 \rightarrow 1} &= \frac{8i\pi\alpha t}{\beta} \frac{(q\varphi q')(q\tilde{\varphi}q')}{\sqrt{q_{\perp}^2 q'_{\perp}{}^2 (-Q_{\parallel}^2)}}, \\ \mathcal{M}_{1 \rightarrow 2} &= \frac{8i\pi\alpha t}{\beta} \frac{(q\Lambda q')(q\tilde{\Lambda}Q)}{\sqrt{q_{\perp}^2 q'_{\parallel}{}^2 (-Q_{\parallel}^2)}},\end{aligned}\tag{1.50}$$

где $Q_{\parallel}^2 = (q - q')_{\parallel}^2 < 0$, $q_{\alpha} = (\omega, \mathbf{k})$ и $q'_{\alpha} = (\omega', \mathbf{k}')$ – 4-импульсы начального и конечного фотонов соответственно.

После подстановки (1.50) в (1.40) коэффициенты поглощения фотона для каналов $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ и $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ могут быть представлены следующим образом:

$$W_{1 \rightarrow 1} = \frac{\omega \alpha^2 m^2}{2\beta\pi} \int dQ_0 dk'_z \frac{k_z'^2}{(-Q_{\parallel}^2)^2 \varkappa} \theta(-Q_{\parallel}^2) \theta(q_{\parallel}'^2) \times \\ \times \sum_{p_{z_i}} f(E_0^{\epsilon})(1 - f(E_0^{\epsilon} + \omega))(1 + f_{\omega'}), \quad (1.51)$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = \frac{\alpha^2 m^2}{2\beta\pi\omega} \int dQ_0 dk'_z \left(1 - \frac{\mathcal{P}^{(2)}(q')}{q_{\parallel}'^2}\right) \frac{q_{\parallel}'^2 - \omega\omega'}{(-Q_{\parallel}^2)^2 \varkappa} \theta(-Q_{\parallel}^2) \theta(q_{\parallel}'^2) \times \\ \times \sum_{p_{z_i}} f_{E_0^{\epsilon}}(1 - f_{E_0^{\epsilon} + \omega})(1 + f_{\omega'}), \quad (1.52)$$

где $\theta(x)$ – функция Хевисайда.

Амплитуды $\mathcal{M}_{1 \rightarrow 1}$, $\mathcal{M}_{1 \rightarrow 2}$ в пределе сильного магнитного поля с учетом конечной ширины резонансного пика можно получить из работы [117]:

$$\mathcal{M}_{1 \rightarrow 1} = \frac{8m\pi\alpha}{\sqrt{(-Q_{\parallel}^2)}} \exp\left[-\frac{q_{\perp}^2 + q_{\perp}'^2 - 2i(q\varphi q')}{4\beta}\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{q_{\perp}^2 q_{\perp}'^2}} \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((q\Lambda q') - i(q\varphi q'))^n}{(n-1)!(2\beta)^{n-1}} \frac{(q\tilde{\varphi} q')}{(p+q)_{\parallel}^2 - M_n^2 + iE_n''\Gamma_n} + \\ + (q \leftrightarrow -q'), \quad (1.53)$$

$$\mathcal{M}_{1 \rightarrow 2} = \frac{8m\pi\alpha}{\sqrt{(-Q_{\parallel}^2)}} \exp\left[-\frac{q_{\perp}^2 + q_{\perp}'^2 - 2i(q\varphi q')}{4\beta}\right] \cdot \frac{1}{\sqrt{q_{\perp}^2 q_{\perp}'^2}} \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((q\Lambda q') - i(q\varphi q'))^n}{(n-1)!(2\beta)^{n-1}} \frac{(Q\tilde{\Lambda} q')}{(p+q)_{\parallel}^2 - M_n^2 + iE_n''\Gamma_n} + \\ + (q \leftrightarrow -q'), \quad (1.54)$$

Как показывает численный анализ, в случае сильно замагниченной горячей зарядово-симметричной плазмы полная ширина поглощения электрона мало отличается от соответствующего выражения в сильном магнитном поле и

ультрарелятивистских электронов [101]:

$$\begin{aligned}
E_n'' \Gamma_n = & \alpha e B \sum_{n'=0}^{n-1} \int_0^{(\sqrt{n}-\sqrt{n'})^2} \frac{dx}{\sqrt{(n+n'-x)^2 - 4nn'}} \times \\
& \times \{ (n+n'-x) [\mathcal{I}_{n,n'-1}^2(x) + \mathcal{I}_{n-1,n'}^2(x)] - \\
& - 4\sqrt{nn'} \mathcal{I}_{n,n'}(x) \mathcal{I}_{n-1,n'-1}(x) \}.
\end{aligned} \tag{1.55}$$

Здесь $E_n'' = E + \omega$ – энергия виртуального электрона.

Коэффициент поглощения фотона с учетом конечной ширины поглощения электрона может быть получен подстановкой амплитуд (1.53) и (1.54) в (1.40):

$$\begin{aligned}
W_{1 \rightarrow 1} = & \frac{\beta \alpha^2 m^2}{\pi \omega} \int dQ_0 dk'_z \frac{1}{(-Q_{\parallel}^2)^2 \varkappa} \exp \left[-\frac{q_{\perp}^2 + q_{\perp}'^2}{2\beta} \right] \times \\
& \times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p_{z_i}} \left\{ \frac{1}{((n-1)!)^2} \left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2 q_{\perp}'^2}}{2\beta} \right)^{2(n-1)} \frac{(qq')_{\parallel}^2 - q_{\parallel}^2 q_{\parallel}'^2}{((p+q)_{\parallel}^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2} + \right. \\
& + \frac{1}{((n-1)!)^2} \left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2 q_{\perp}'^2}}{2\beta} \right)^{2(n-1)} \frac{(qq')_{\parallel}^2 - q_{\parallel}^2 q_{\parallel}'^2}{((p-q')_{\parallel}^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2} - \\
& - 2 \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{1}{((n-1)!)^2} \left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2 q_{\perp}'^2}}{2\beta} \right)^{n-1} J_{n+n'} \left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2 q_{\perp}'^2}}{\beta} \right) \frac{1}{(n'-1)!} \left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2 q_{\perp}'^2}}{2\beta} \right)^{n'-1} \times \\
& \times \frac{\left([(p+q)_{\parallel}^2 - M_n^2][(p-q')_{\parallel}^2 - M_{n'}^2] + E_n'' \Gamma_n E_{n'}'' \Gamma_{n'} \right) \cdot \left((qq')_{\parallel}^2 - q_{\parallel}^2 q_{\parallel}'^2 \right)^2}{\left[((p-q')_{\parallel}^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2 \right] \left[((p+q)_{\parallel}^2 - M_{n'}^2)^2 + (E_{n'}'' \Gamma_{n'})^2 \right]} \Big\} \times \\
& \times f_E (1 - f_{E'}) (1 + f_{\omega'}),
\end{aligned} \tag{1.56}$$

$$\begin{aligned}
W_{1 \rightarrow 2} = & \frac{\beta \alpha^2 m^2}{\pi \omega} \int dQ_0 dk'_z \frac{1}{(-Q_{\parallel}^2)^2 \kappa} \exp \left[-\frac{q_{\perp}^2 + q'_{\perp}^2}{2\beta} \right] \cdot \frac{q'_{\perp}^2}{q'_{\parallel}^2} \times \\
& \times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{p_{z_i}} \left\{ \frac{1}{((n-1)!)^2} \left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2 q'_{\perp}^2}}{2\beta} \right)^{2(n-1)} \frac{1}{((p+q)_{\parallel}^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2} \times \right. \\
& \times (q_{\parallel}^2 - (qq')_{\parallel})^2 + \frac{1}{((n-1)!)^2} \left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2 q'_{\perp}^2}}{2\beta} \right)^{2(n-1)} \times \\
& \times \frac{1}{((p-q')_{\parallel}^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2} (q'_{\parallel}^2 - (qq')_{\parallel})^2 - \\
& - 2 \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{1}{((n-1)!)^2} \left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2 q'_{\perp}^2}}{2\beta} \right)^{n-1} J_{n+n'} \left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2 q'_{\perp}^2}}{\beta} \right) \frac{1}{(n'-1)!} \left(\frac{\sqrt{q_{\perp}^2 q'_{\perp}^2}}{2\beta} \right)^{n'-1} \times \\
& \times \frac{[(p+q)_{\parallel}^2 - M_n^2][(p-q')_{\parallel}^2 - M_{n'}^2] + E_n'' \Gamma_n E_{n'}'' \Gamma_{n'}}{[(p-q')_{\parallel}^2 - M_n^2]^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2 [(p+q)_{\parallel}^2 - M_{n'}^2]^2 + (E_{n'}'' \Gamma_{n'})^2} \times \\
& \times (q'_{\parallel}^2 - (qq')_{\parallel}) \cdot (q_{\parallel}^2 - (qq')_{\parallel}) \left. \right\} \times \\
& \times f_E (1 - f_{E'}) (1 + f_{\omega'}) ,
\end{aligned} \tag{1.57}$$

где $J_n(x)$ – функция Бесселя целого индекса, $\kappa = \sqrt{1 - 4m^2/Q_{\parallel}^2}$, а p_{z_i} – корни уравнения $Q_0 + E_0 - E'_0 = 0$:

$$p_{z_i} = -\frac{Q_z}{2} \pm Q_0 \kappa . \tag{1.58}$$

Имеет смысл провести сравнительный анализ результатов работы [41] без учета вклада конечной ширины поглощения электрона с резонансным случаем (1.56) и (1.57) для случая зарядово-симметричной плазмы и поперечного направления импульса фотона по отношению к внешнему магнитному полю для различных значений величины магнитного поля, температуры и энергии начального фотона.

На рис. 1.6–1.7 показана вероятность рассеяния при температуре $T = 1$ МэВ и величине магнитного поля $B = 200B_e$ и $B = 20B_e$ соответственно. Как видно из рис. 1.6–1.7, вероятность рассеяния для канала $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(1)}e$ согласует-

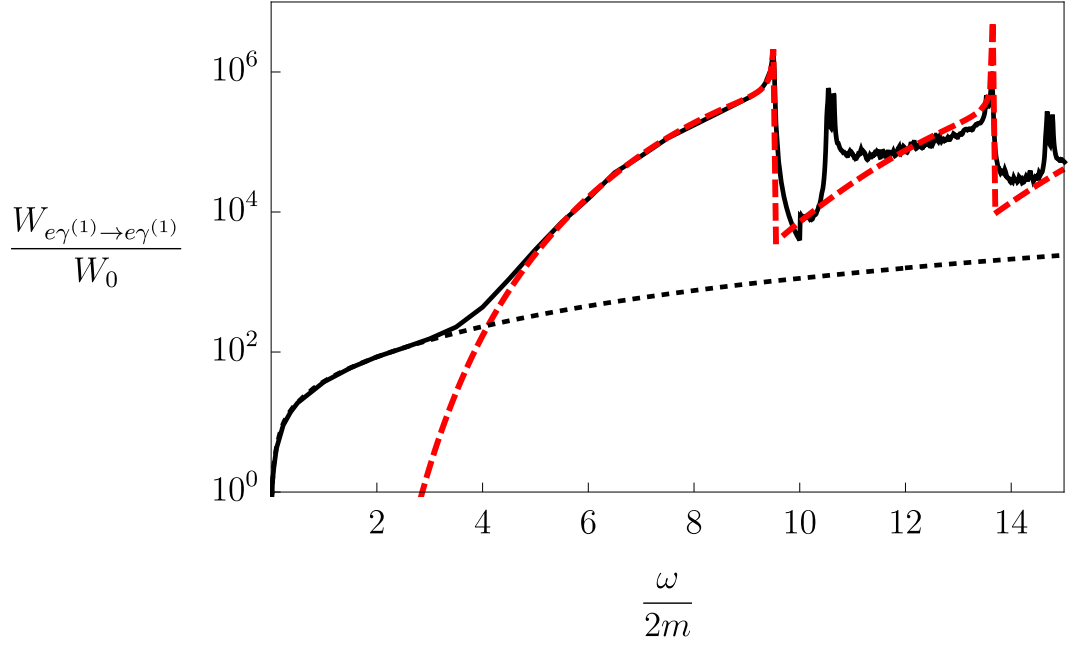


Рис. 1.6. Зависимость коэффициента поглощения от частоты начального фотона для канала $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ при поле $B = 200B_e$ и температуре $T=1$ МэВ. Сплошной и штриховой линией изображен график с учетом резонанса и без него соответственно. δ -функциональная аппроксимация показана пунктиром. Здесь $W_0 = (\alpha/\pi)^3 m \simeq 3.25 \cdot 10^2 \text{ см}^{-1}$.

ся с соответствующими результатами для предела сильного поля и отсутствия резонанса, полученными в работе [41] вплоть до энергий начального фотона $\omega = 3$ МэВ для поля $B = 200B_e$ и $\omega = 0.3$ МэВ для поля $B = 20B_e$. Поэтому результаты работы [41] нужно ограничить до соответствующих энергий начального фотона. Аналогичная ситуация наблюдается и для канала $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(2)}e$ (см. рис. 1.8-1.9). Из рис. 1.7 и 1.9 наиболее ярко видно завышение коэффициента поглощения даже при относительно малых энергиях начального фотона. Этот факт связан с тем, что в пределе сильного магнитного поля [41] авторы пренебрегали знаменателем в пропагаторе электрона.

Следует отметить что при относительно малых температурах $T \lesssim 50$ кэВ с тем же магнитным полем δ -аппроксимация работает хуже из-за уменьшения области резонанса. В целом δ -функциональное приближение достаточно хорошо описывать лишь первый резонансный пик.

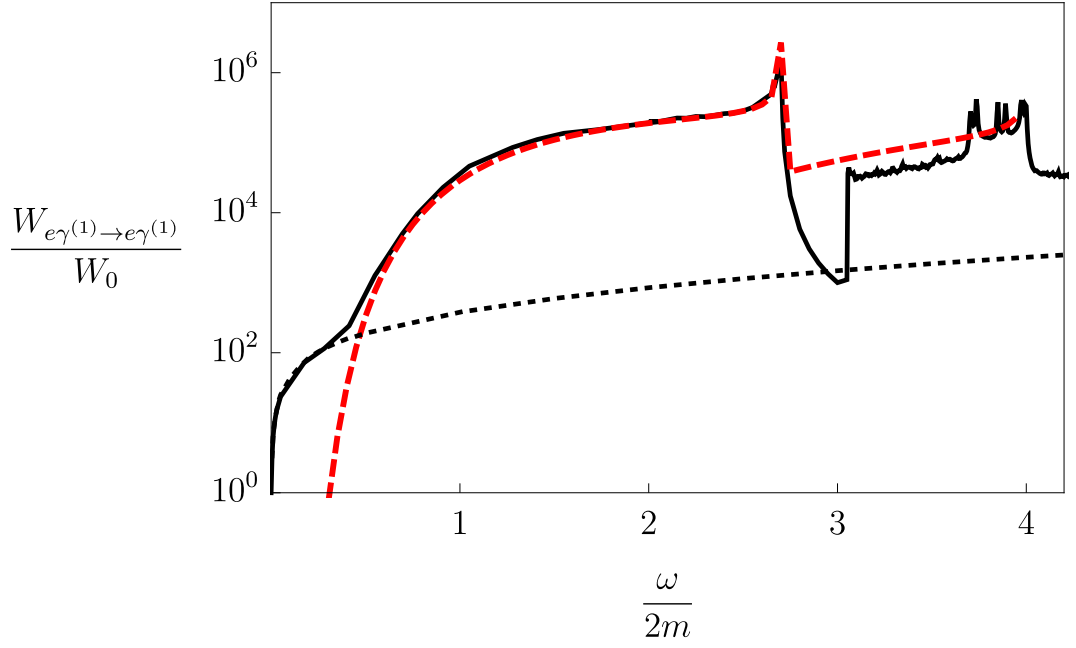


Рис. 1.7. Зависимость коэффициента поглощения от частоты начального фотона для канала $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ при поле $B = 20B_e$ и температуре $T=1$ МэВ. Обозначение для линий то же, что и для рис. 1.6.

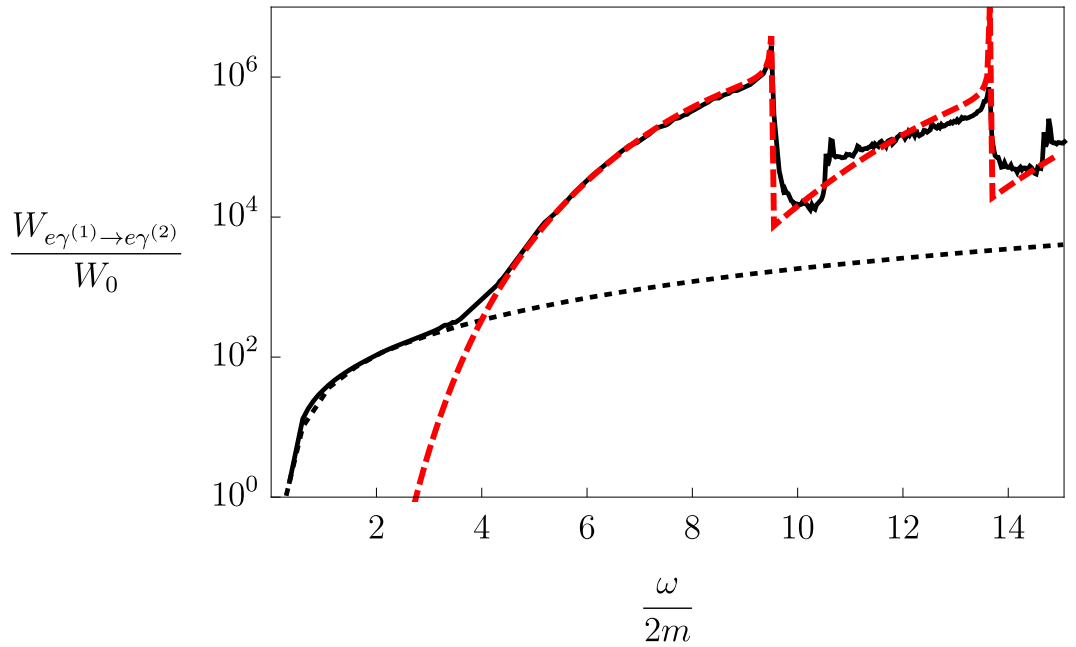


Рис. 1.8. Зависимость коэффициента поглощения от частоты начального фотона для канала $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ при поле $B = 200B_e$ и температуре $T=1$ МэВ. Обозначение для линий то же, что и для рис. 1.6.

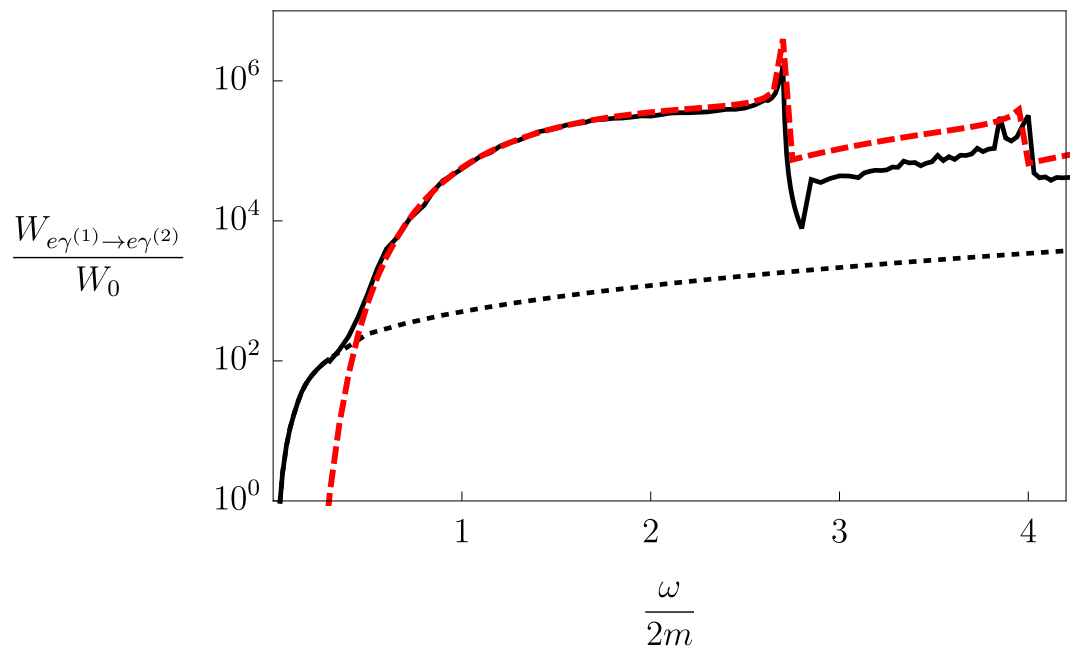


Рис. 1.9. Зависимость коэффициента поглощения от частоты начального фотона для канала $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ при поле $B = 20B_e$ и температуре $T=1$ МэВ. Обозначение для линий то же, что и для рис. 1.6.

1.6. Выводы

Рассмотрен комптоновский процесс как с учетом конечной ширины поглощения электрона, так и в случае узкого резонансного пика. В качестве приложения полученных результатов рассмотрено комптоновское рассеяние $e\gamma \rightarrow e\gamma$ в присутствии замагниченной плазмы. В частном случае зарядово-симметричной плазмы вычислено сечение рассеяния для каналов $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma$ и $e\gamma^{(2)} \rightarrow e\gamma$ с дельта-функциональной аппроксимацией резонансных пиков. Проведен численный анализ коэффициентов поглощения в комптоновском процессе с учетом конечной ширины поглощения электрона, без учета резонанса и с δ -функциональным приближением для двух масштабов магнитных полей ($B \lesssim B_e$ и $B \lesssim 200B_e$). Показано, что δ -аппроксимация резонансных пиков в области резонанса ($T = 20$ кэВ, $B = 2.2 \cdot 10^{12}$ Гс) согласуется с соответствующими результатами работы [44]. В особенности данная аппроксимация согласуется с фотоном моды 1, распространяющимся поперек магнитного поля. С другой стороны, δ -аппроксимация с достаточно хорошей точностью описывает область резонанса и в пределе сильного магнитного поля ($T = 1$ МэВ, $B = 20B_e$ и $B = 200B_e$) для каналов рассеяния $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$ и $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$.

Глава 2

Затухание фотона в сильно замагниченной плазме

2.1. Введение

Как было подчеркнуто в первой главе, в присутствии сильно замагниченной среды возможны изменения дисперсионных и поляризационных свойств фотона. Этот факт может приводить к существенным изменениям кинематики процессов, в результате которых становятся возможными такие реакции, как однофотонное рождение электрон-позитронной пары, $\gamma \rightarrow e^+e^-$, или поглощение фотона, $e^\pm\gamma \rightarrow e^\pm$, которые кинематически запрещены или подавлены в вакууме. С другой стороны, анализ кинематики этих реакций позволяет сделать вывод, что они будут давать определенный вклад в процессы изменения состояния фотона как затухающей квантованной электромагнитной волны. Поэтому представляет отдельный интерес рассмотреть сам процесс затухания фотона за счет реакций поглощения фотона электроном (позитроном), $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm$, и рождения e^+e^- - пар, $\gamma \rightarrow e^+e^-$, которые являются важными в астрофизике замагниченных нейтронных звезд [47, 118].

Процесс рождения электрон-позитронной плазмы в магнитном поле в древо-весном приближении был рассмотрен в ряде работ (см., например [35, 48, 50, 51, 119]). Однако, как подчеркивается в работе [51], факт наличия корневых сингулярностей в вероятности процесса $\gamma \rightarrow e^+e^-$ указывает, что эту ширину распада нельзя интерпретировать как коэффициент затухания фотона вблизи резонансных областей. Поэтому для решения этой задачи в работе [51] предлагалось определять коэффициент затухания фотона, решая уравнение дисперсии на втором Римановом листе. Как было отмечено в работе [52], такой метод имеет ряд недостатков. Во-первых, решения с комплексными энергиями фотона

находятся на нефизических римановых листах, количество которых вообще говоря бесконечно. Это приводит к возникновению бесконечного числа решений уравнения дисперсии как с положительными, так и с отрицательными значениями мнимой части энергии. Во-вторых, в данном методе в околопороговой области предполагался экспоненциальный характер затухания электромагнитной волны, что, вообще говоря, согласно работе [52], не так. Поэтому в работе [52] для исследования временного затухания электромагнитной волны во внешнем магнитном поле был использован метод, который заключается в нахождении запаздывающего решения уравнения электромагнитного поля в присутствии внешнего источника с учетом поляризации вакуума во внешнем магнитном поле. С другой стороны, в работах [51, 52] затухание фотона рассматривалось в магнитном поле, однако в случае замагниченной плазмы исследований не проводилось, тогда как для астрофизических приложений наличие замагниченной среды является наиболее характерным.

В данной главе рассматривается затухание фотона как результат процессов $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm$ и $\gamma \rightarrow e^+e^-$ в сильно замагниченной плазме, $\beta \gg T^2$, при температуре $T \sim 1$ МэВ и химическом потенциале $\mu = 0$. Мы используем метод, применяемый в теории поля при конечных температурах и в физике плазмы [120], развитый на случай сильного магнитного поля в [52]. Он состоит в нахождении запаздывающего решения уравнения электромагнитного поля при наличии внешнего источника с учетом поляризации вакуума в замагниченной плазме.

2.2. Распространение фотона в замагниченной среде

Для описания эволюции электромагнитной волны $\mathcal{A}_\alpha(x)$, $x_\mu = (t, \mathbf{x})$, во времени воспользуемся методикой, подробно изложенной в [52] для случая магнитного поля. Рассмотрим линейный отклик системы $(\mathcal{A}_\alpha(x)$ и замагниченной плазмы) на внешний источник, который адиабатически включается при $t = -\infty$ и в момент времени $t = 0$ выключается. При $t > 0$ электромагнит-

ная волна будет эволюционировать самостоятельно. Таким образом, источник необходим для создания начального состояния. Для этого функцию источника можно выбрать в виде:

$$\mathcal{J}_\alpha(x) = j_\alpha e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} e^{\varepsilon t} \theta(-t), \quad \varepsilon \rightarrow 0^+. \quad (2.1)$$

Здесь $j_\alpha = (0, \mathbf{j})$, $\mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0$ – закон сохранения тока. Также для простоты рассмотрим эволюцию монохроматической волны. Вообще говоря, в замагниченной плазме из-за наличия анизотропии решение задачи о распространении фотона под произвольным углом к магнитному полю представляет значительные трудности. Поэтому, в качестве упрощения, рассмотрим частный случай, когда фотоны распространяются поперек магнитного поля так, что $k_z = 0$. Зависимость $\mathcal{A}_\alpha(x)$ от времени определяется уравнением

$$(g_{\alpha\beta} \partial_\mu^2 - \partial_\alpha \partial_\beta) \mathcal{A}_\beta^{(\lambda)}(x) + \int d^4x' \mathcal{P}_{\alpha\beta}^{(\lambda)}(x - x') \mathcal{A}_\beta^{(\lambda)}(x') = \mathcal{J}_\alpha(x), \quad (2.2)$$

где $\mathcal{P}_{\alpha\beta}^{(\lambda)}(x - x')$ – поляризационный оператор фотона в магнитном поле и плазме. $q^\mu = (q_0, \mathbf{k})$ – 4-вектор импульса фотона.

Запаздывающее решение уравнения (2.2) можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{A}_\alpha^{(\lambda)}(x) = \int d^4x' G_{\alpha\beta}^R(x - x') \mathcal{J}_\beta(x'), \quad (2.3)$$

где $G_{\alpha\beta}^R(x - x')$ – запаздывающая функция Грина (см., например [121]).

Следуя работе [52], аналогично процессу затухания в магнитном поле воспользуемся следующим соотношением между запаздывающей $G_{\alpha\beta}^R(x - x')$ и причинной $G_{\alpha\beta}^C(x - x')$ функциями Грина:

$$G_{\alpha\beta}^R(x - x') = 2\text{Re}G_{\alpha\beta}^C(x - x')\theta(t - t'). \quad (2.4)$$

Аналогично магнитному полю разложим функцию Грина по собственным векторам $r_\alpha^{(\lambda)}$ поляризационного оператора в замагниченной плазме (см. прило-

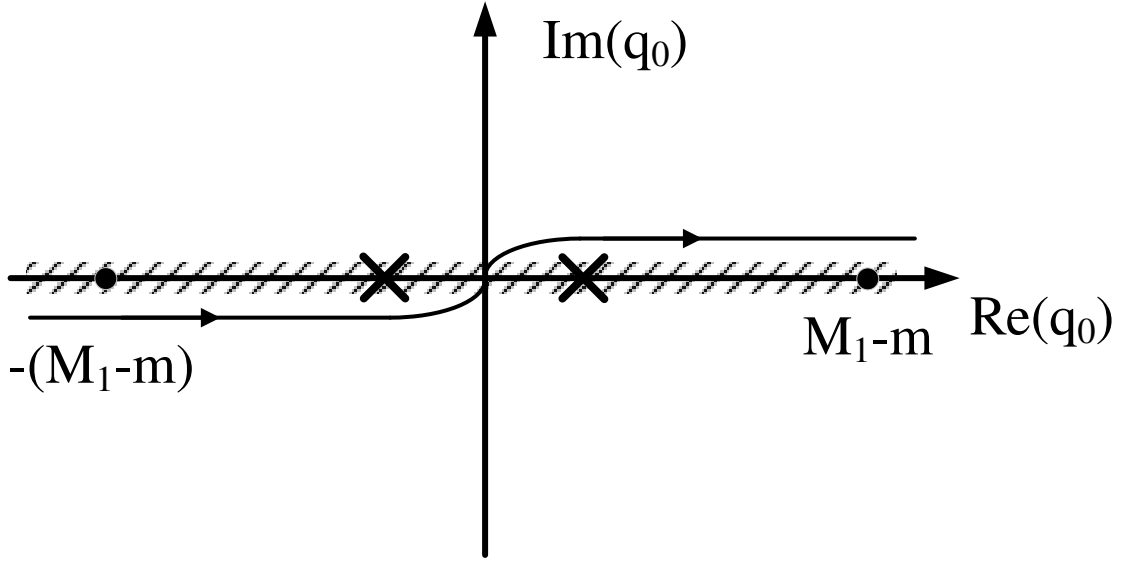


Рис. 2.1. Контур интегрирования по q_0 в (2.10) для моды 1. Штрихами показана область неустойчивости фотона. Крестиком обозначен полюс, соответствующий $q_0 = \omega$ – вещественному собственному значению поляризационного оператора, точками обозначены полюса.

жение B):

$$G_{\alpha\beta}^C(x) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} G_{\alpha\beta}^C(q) e^{-iqx} \quad (2.5)$$

$$G_{\alpha\beta}^C(q) = \sum_{\lambda=1}^3 \frac{r_{\alpha}^{(\lambda)} r_{\beta}^{(\lambda)}}{(r^{(\lambda)})^2} \cdot \frac{1}{q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q)}, \quad (2.6)$$

где $\mathcal{P}^{(\lambda)}(q)$ – собственные значения поляризационного оператора в замагниченной плазме.

Далее, подставляя выражение (2.3) с учетом (2.4)–(2.6), получим следующий результат:

$$A_{\alpha}^{(\lambda)}(x) = 2e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \text{Re} \sum_{\lambda=1}^3 \int \frac{dq_0}{2\pi i} \frac{r_{\alpha}^{(\lambda)} (r^{(\lambda)} j)}{(r^{(\lambda)})^2} \frac{e^{-iq_0 t}}{(q_0 - i\varepsilon)(q_0^2 - \mathbf{k}^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q))} \quad (2.7)$$

Решение уравнения (2.2) для фотонов мод $\lambda = 1, 2$ удобно представить в виде:

$$\mathcal{A}_{\alpha}^{(\lambda)}(x) = V_{\alpha}^{(\lambda)}(0, \mathbf{x}) \text{Re} F^{(\lambda)}(t), \quad (2.8)$$

где

$$V_{\alpha}^{(\lambda)}(0, \mathbf{x}) = 2 e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \varepsilon_{\alpha}^{(\lambda)} (\varepsilon^{(\lambda)} j). \quad (2.9)$$

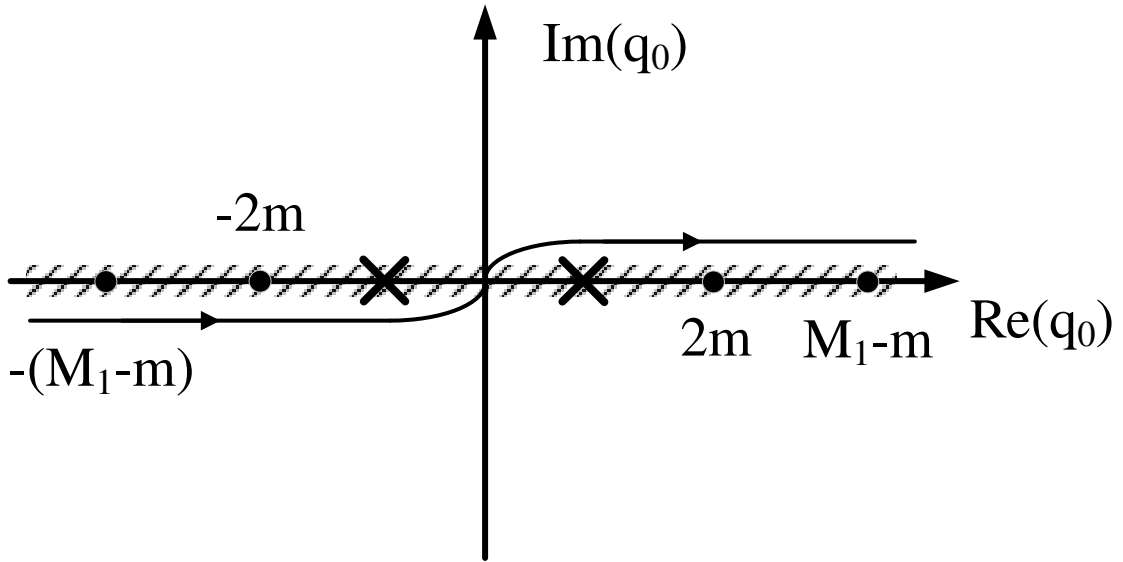


Рис. 2.2. Контур интегрирования по q_0 в (2.10) для моды 2. Штрихами показана область неустойчивости фотона. Крестиком обозначен полюс, соответствующий $q_0 = \omega$ – вещественному собственному значению поляризационного оператора.

Функцию $F^{(\lambda)}(t)$ удобно представить в виде Фурье-интеграла

$$F^{(\lambda)}(t) = \int_C \frac{dq_0}{2\pi i} \frac{e^{-iq_0 t}}{(q_0 - i\varepsilon)(q_0^2 - \mathbf{k}^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q))}. \quad (2.10)$$

Контур интегрирования C определяется согласно аналитическим свойствам подынтегрального выражения. Одной из этих особенностей является полюс $q_0 = \omega$, который соответствует уравнению дисперсии

$$\omega^2 - \mathbf{k}^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q) = 0. \quad (2.11)$$

С другой стороны, собственные значения поляризационного оператора помимо полюсов, обсуждаемых в главе 1, также имеют разрезy, которые связаны с распадом фотона на e^+e^- -пару и переходом электрона на другие уровни Ландау, которые соответствуют областям неустойчивости фотона. Данные области указаны штрихом на рис. 2.2. С учетом этих особенностей контур интегрирования может быть определен, как показано на рис. 2.2.

В кинематической области $\omega < 2m$ мнимая часть поляризационного оператора для обеих мод пренебрежимо мала по сравнению с реальной частью (влия-

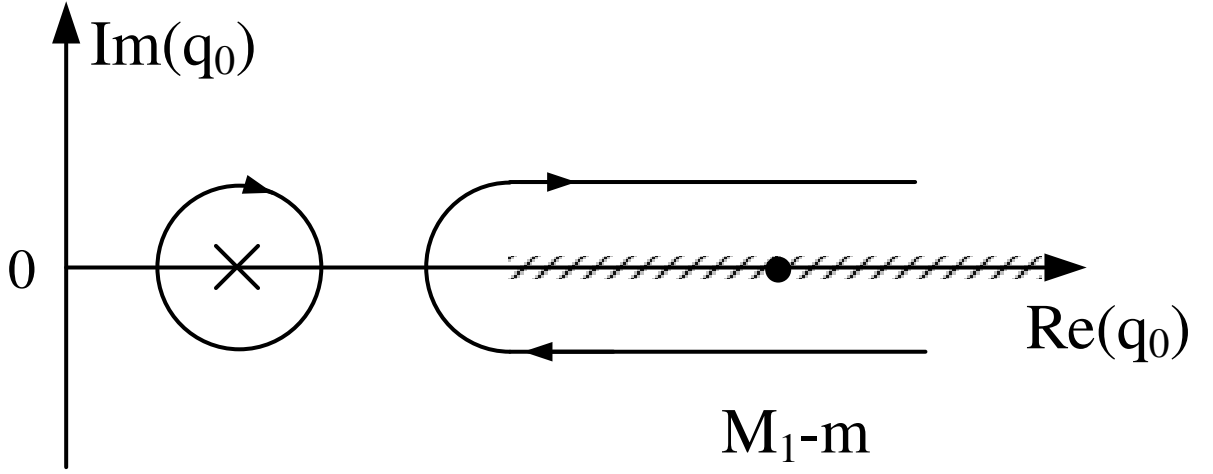


Рис. 2.3. Контур интегрирования по q_0 в (2.13) для моды 1. Штриховой линией показана область, где мнимая часть поляризационного оператора существенна. Остальные обозначения аналогичны рис. 2.2.

ние резонанса отсутствует), поэтому для удобства контур интегрирования и для фотона моды 2 и для фотона моды 1 можно преобразовать согласно рис. 2.4. Таким образом, интеграл (2.10) можно представить в виде двух слагаемых

$$F^{(\lambda)}(t) = F_{pole}^{(\lambda)}(t) + F_{cut}^{(\lambda)}(t), \quad (2.12)$$

первое из которых определяется вычетом в точке $q_0 = \omega$, являющейся решением уравнения дисперсии $q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q) = 0$, в кинематической области, где собственное значение поляризационного оператора фотона, $\mathcal{P}^{(\lambda)}(q)$, вещественно.

Второе слагаемое определяет зависимость электромагнитного поля от времени в области $\omega > 2m$ и имеет вид фурье-интеграла:

$$F_{cut}^{(\lambda)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq_0}{2\pi} F_{cut}^{(\lambda)}(q_0) e^{-iq_0 t}, \quad (2.13)$$

$$F_{cut}^{(\lambda)}(q_0) = \frac{2\theta(q_0 - 2m) I^{(\lambda)}}{q_0 ([q_0^2 - \mathbf{k}^2 - R^{(\lambda)}]^2 + [I^{(\lambda)}]^2)}, \quad (2.14)$$

где $R \equiv \text{Re}\mathcal{P}^{(\lambda)}(q_0)$ – реальная, $I \equiv -\text{Im}\mathcal{P}^{(\lambda)}(q_0 + i\varepsilon)$ – мнимая части поляризационного оператора фотона в замагниченной плазме. Контур интегрирования показан на рис. 2.4.

Мнимая часть поляризационного оператора может быть получена из ко-

эффициента поглощения фотона

$$W_{abs}^{(\lambda)} = W_{\gamma^{(\lambda)} \rightarrow e^+ e^-} + W_{\gamma^{(\lambda)} e^\pm \rightarrow e^\pm} . \quad (2.15)$$

С учетом процессов излучения фотонов, (2.15) может быть представлена в следующей форме (см., например, [45, 51, 122]):

$$\text{Im} \mathcal{P}^{(\lambda)} = -2q_0 [1 - \exp(-q_0/T)] W_{abs}^{(\lambda)} . \quad (2.16)$$

Значения $W_{\gamma^{(\lambda)} \rightarrow e^+ e^-}$ могут быть получены из (1.41) и (1.42) с использованием перекрестной симметрии:

$$W_{\gamma^{(1)} \rightarrow e^+ e^-} = \frac{\alpha\beta}{\sqrt{q_0^2}} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[1 - f_{E_\ell}][1 - f_{\omega-E_\ell}]}{\sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_0^2)^2 - 4q_0^2 M_\ell^2}} \times \quad (2.17)$$

$$\times \left\{ (2\beta(n + \ell) - q_0^2) (\mathcal{I}_{n,\ell-1}^2 + \mathcal{I}_{n-1,\ell}^2) - 8\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{I}_{n,\ell} \mathcal{I}_{n-1,\ell-1} \right\} .$$

$$W_{\gamma^{(2)} \rightarrow e^+ e^-} = \frac{\alpha\beta}{\sqrt{q_0^2}} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{[1 - f_{E_\ell}][1 - f_{\omega-E_\ell}]}{\sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_0^2)^2 - 4q_0^2 M_\ell^2}} \times$$

$$\times \left\{ \left(\frac{[2\beta(n - l)]^2}{q_0^2} - 2\beta(l + n) - 4m^2 \right) (\mathcal{I}_{n,\ell}^2 + \mathcal{I}_{n-1,\ell-1}^2) - 8\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{I}_{n,\ell} \mathcal{I}_{n-1,\ell-1} \right\} . \quad (2.18)$$

Напомним, что $\mathcal{I}_{n,\ell} \equiv \mathcal{I}_{n,\ell}(\frac{q_\perp^2}{2\beta})$

Реальная часть поляризационного оператора может быть восстановлена по его мнимой части с помощью дисперсионного соотношения с одним вычитанием:

$$\mathcal{P}^{(\lambda)}(t) = \int_0^\infty \frac{\text{Im}(\mathcal{P}^{(\lambda)}(t')) dt'}{t' - t - i0} - \mathcal{P}^{(\lambda)}(0) , \quad t = q_0^2 . \quad (2.19)$$

В результате выражения для мнимой и действительной частей поляризационного оператора при $\ell = 0$ и $n = 1$ для двух возможных мод:

$$I^{(1)} = 2\alpha\beta \exp \left[-\frac{q_\perp^2}{2\beta} \right] \frac{(2\beta - q_0^2) (f_{E_0} - f_{q_0-E_0})}{\sqrt{((M_1 - m)^2 - q_0^2) ((M_1 + m)^2 - q_0^2)}} \quad (2.20)$$

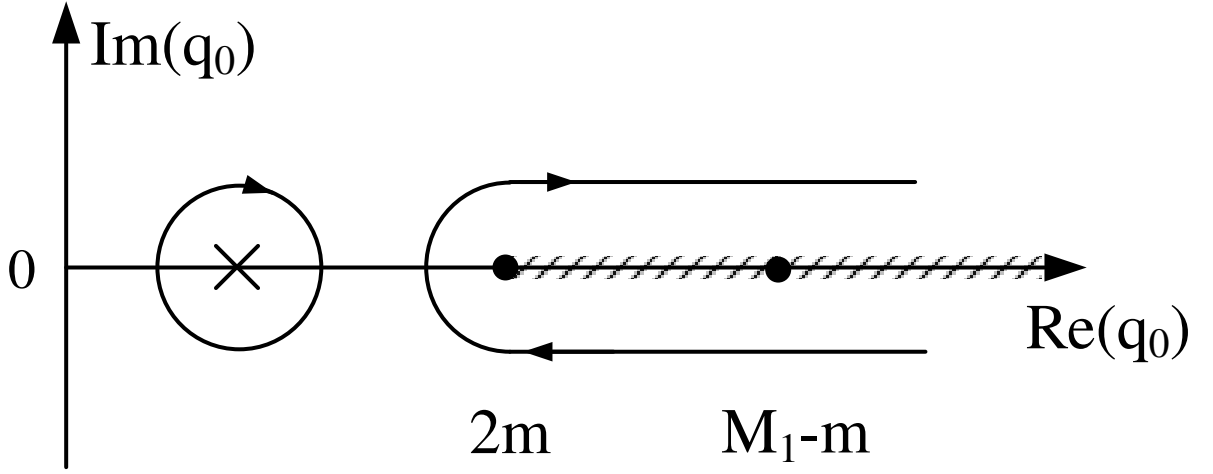


Рис. 2.4. Контур интегрирования по q_0 в (2.13) для моды 2. Штриховой линией показана область, где мнимая часть поляризационного оператора существенна. Остальные обозначения аналогичны рис. 2.2.

$$\begin{aligned}
 R^{(1)} = & -\frac{\alpha\beta}{2\pi} \exp\left[\frac{-q_{\perp}^2}{2\beta}\right] \left(\frac{2\beta - q_0^2}{\sqrt{((M_1 + m)^2 - q_0^2)((M_1 - m)^2 - q_0^2)}} \times \right. \\
 & \times \ln \left[\frac{\sqrt{((M_1 + m)^2 - q_0^2)} + \sqrt{((M_1 - m)^2 - q_0^2)}}{2(m^2 + 2\beta)^{1/4}} \right] - \ln \left[1 + \frac{2\beta}{m^2} \right] \Bigg) - \\
 & - \frac{\alpha\beta q_0^2}{2\pi} \exp\left[-\frac{q_{\perp}^2}{2\beta}\right] \int_0^{\infty} \frac{8m^2 \sqrt{z^2 + 1}}{\left(\exp\left(\frac{\sqrt{z^2 + 1}}{T}\right) + 1 \right) \left((2\beta - q_0^2)^2 - 4m^2 q_0^2 (z^2 + 1) \right)} dz
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

$$\begin{aligned}
 I^{(2)} = & 2\alpha\beta \left[1 - \exp\left(\frac{-q_0}{T}\right) \right] \exp\left[\frac{-q_{\perp}^2}{2\beta}\right] \left\{ \frac{[1 - f_{E_0}][1 - f_{\omega-E_0}]}{\sqrt{(q_0^2)^2 - 4q_0^2 m^2}} 4m^2 + \right. \\
 & \left. + \frac{f_{E_0} [1 - f_{\omega-E_1}]}{\sqrt{((M_1 - m)^2 - q_0^2)((M_1 - m)^2 - q_0^2)}} \left(4m^2 + 2\beta - \frac{(2\beta)^2}{q_0^2} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

$$\begin{aligned}
R^{(2)} = & \frac{\alpha\beta}{2\pi} \exp \left[-\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right] \left(\frac{4m^2}{\sqrt{q_0^2(q_0^2 - 4m^2)}} \ln \left[\frac{\sqrt{q_0^2} + \sqrt{q_0^2 - 4m^2}}{4m^2} \right] \right) + \\
& + \frac{\alpha}{16\pi} q_{\perp}^2 \exp \left[-\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right] \left(\frac{4m^2 + 2\beta + \frac{4\beta^2}{q_0^2}}{\sqrt{((M_1 - m)^2 - q_0^2)((M_1 - m)^2 - q_0^2)}} \times \right. \\
& \times \ln \left[\frac{\sqrt{(M_1 + m)^2 - q_0^2} + \sqrt{(M_1 - m)^2 - q_0^2}}{2(m^2 + 2\beta)^{1/4}} \right] + \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{m^2}{\beta} - \frac{2\beta}{q_0^2} \ln \left[\frac{m^2 + 2\beta}{m^2} \right] + 1 \right) \Big) - \\
& - \frac{2\alpha\beta m^2}{2\pi} \exp \left[-\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right] \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1+z^2}} \frac{1}{\exp[\frac{\sqrt{1+z^2}}{T/m}]} \left(\frac{1}{q_0^2 - m^2(1+z^2)} + \right. \\
& \left. + \frac{2\beta z + q_0^2}{(2\beta - q_0^2)^2 - m^2(1+z^2)q_0^2} \right) dz.
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Выражения (2.13)-(2.15) с учетом (2.19) решают задачу о нахождении временной зависимости волновой функции фотона в присутствии сильно замагниченной плазмы.

Временную часть волновой функции фотона $F(t)$ можно представить в виде затухающих колебаний

$$F(t) \sim F_m(t) \cos(\omega^{(\lambda)} t + \phi_0) \tag{2.24}$$

где $F_m(t)$ – амплитуда колебаний, временная зависимость которой определяет характер затухания волновой функции, $\omega^{(\lambda)}$ – эффективная частота. В работе [51] предполагался экспоненциальный характер затухания с декрементом затухания, равным мнимой части энергии фотона, полученным из решения уравнения дисперсии на втором римановом листе. Анализ аналитических свойств фурье-образа $F_{cut}^{(\lambda)}(q_0)$ показывает, что характер временного затухания волновой функции в общем случае является неэкспоненциальным. Тем не менее на протяжении некоторого характерного отрезка времени ($\sim [W_{abs}^{(\lambda)}]^{-1}$) зависимость волновой функции от времени можно приближенно описать как экспоненци-

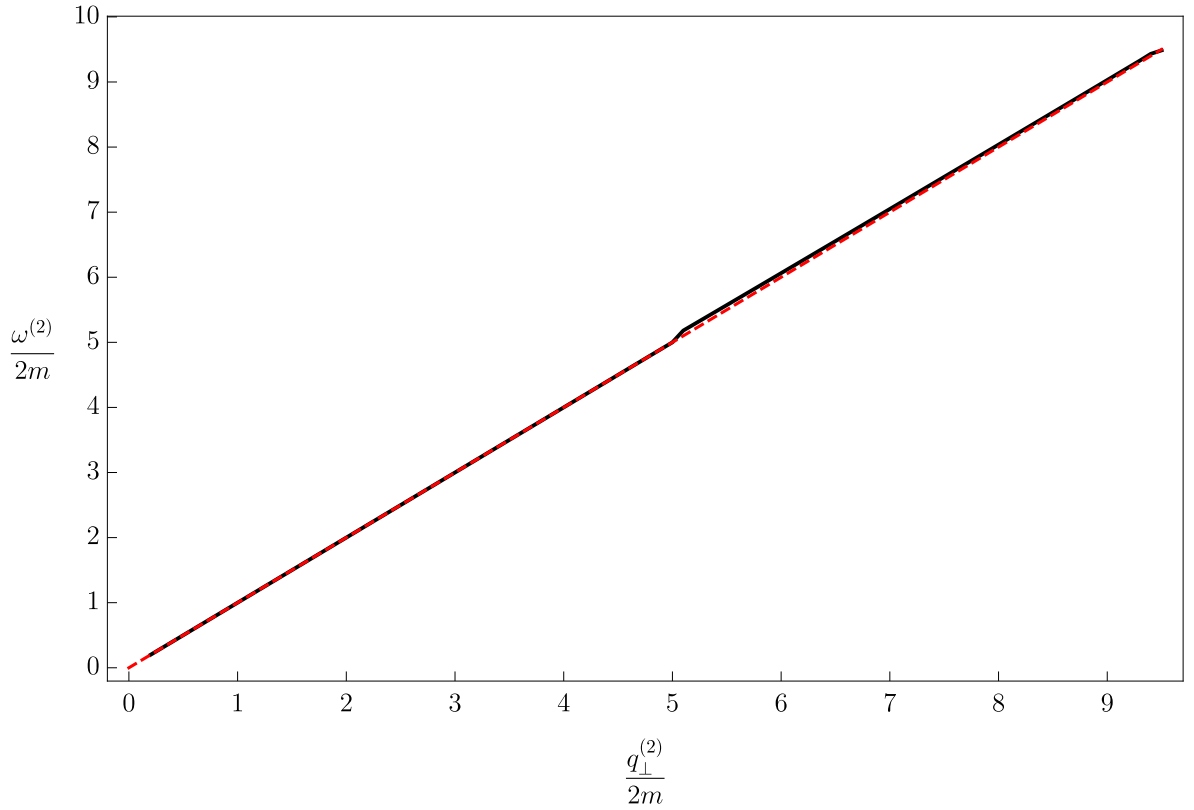


Рис. 2.5. Дисперсия фотона моды 1 в области неустойчивости, связанной с процессом поглощения $e_0\gamma^{(2)} \rightarrow e_1$ представлена сплошной линией при магнитном поле $B = 200B_e$ и $T = 1$ МэВ. Штриховая линия соответствует вакуумному закону дисперсии. Точечная линия обозначает порог $\omega = M_1 - m$.

ально затухающие гармонические колебания:

$$\mathcal{A}_{\mu}^{(\lambda)}(t) \sim e^{-\gamma_{\text{eff}}^{(\lambda)} t/2} \cos(\omega^{(\lambda)} t + \phi_0). \quad (2.25)$$

Здесь $\omega^{(\lambda)}$ и $\gamma_{\text{eff}}^{(\lambda)}$ – эффективная частота и коэффициент поглощения фотона моды λ соответственно, которые должны быть найдены с использованием (2.13)-(2.15) для каждого значения импульса \mathbf{k} , что определяет эффективный закон дисперсии фотона в области его неустойчивости (см. рис. 2.5-2.6).

2.3. Численный анализ

Для астрофизических приложений полезно вычислить величину γ_{eff} , которая определяет интенсивность поглощения γ -квантов в замагниченной плазме за счет процессов $\gamma \rightarrow e^+e^-$ и $\gamma e^{\pm} \rightarrow e^{\pm}$. Обычно в астрофизике используют

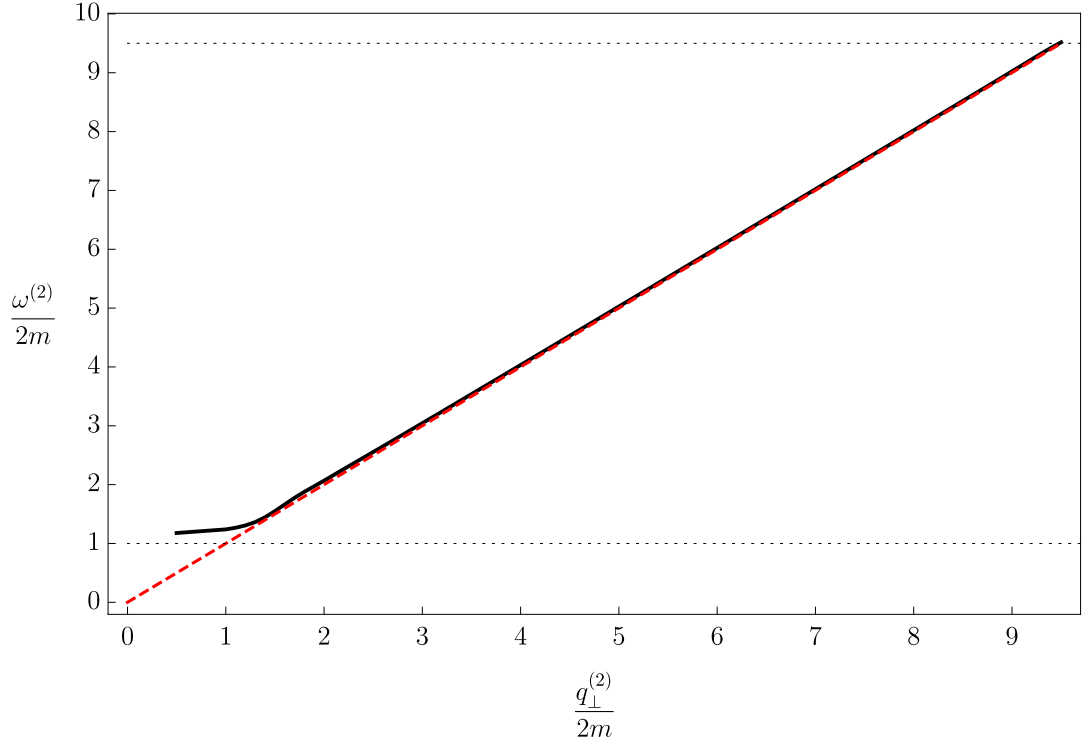


Рис. 2.6. Дисперсия фотона моды 2 в области неустойчивости, связанной с процессами распада на e^+e^- пару и поглощения $e_0\gamma^{(2)} \rightarrow e_1$ представлена сплошной линией при магнитном поле $B = 200B_e$ и $T = 1$ МэВ. Штриховая линия соответствует вакуумному закону дисперсии.

выражение для коэффициента поглощения, полученное на основе вероятности распада $\gamma \rightarrow e^+e^-$. Однако в околопороговой области эти выражения содержат корневые сингулярности (см. например [123]).

Наш анализ показывает, (см. рис. 2.7 и 2.8), что вычисление коэффициента поглощения с учетом неэкспоненциального характера затухания приводит к конечному выражению для коэффициента поглощения фотона в окрестности резонансов $q_0^2 = (\sqrt{m^2 + 2eB} - m)^2$ как для фотона моды 2, так и для фотона моды 1. Исходя из рис. 2.7 можно сделать вывод, что фотон моды 1 является квазистабильным в областях $q_0 < 7$ МэВ и $q_0 > (\sqrt{m^2 + 2eB} - m) \simeq 9.5$ МэВ. С другой стороны, фотон неустойчив в области, близкой в окрестности резонансов $q_0 = (\sqrt{m^2 + 2eB} - m)$. Фотон моды 2 можно считать квазиустойчивым в области $q_0^2 < 4m^2$ и $q_0^2 > (\sqrt{m^2 + 2eB} - m)^2$. Коэффициент затухания фотона, полученный из результатов работы [51], является завышенным в околопорого-

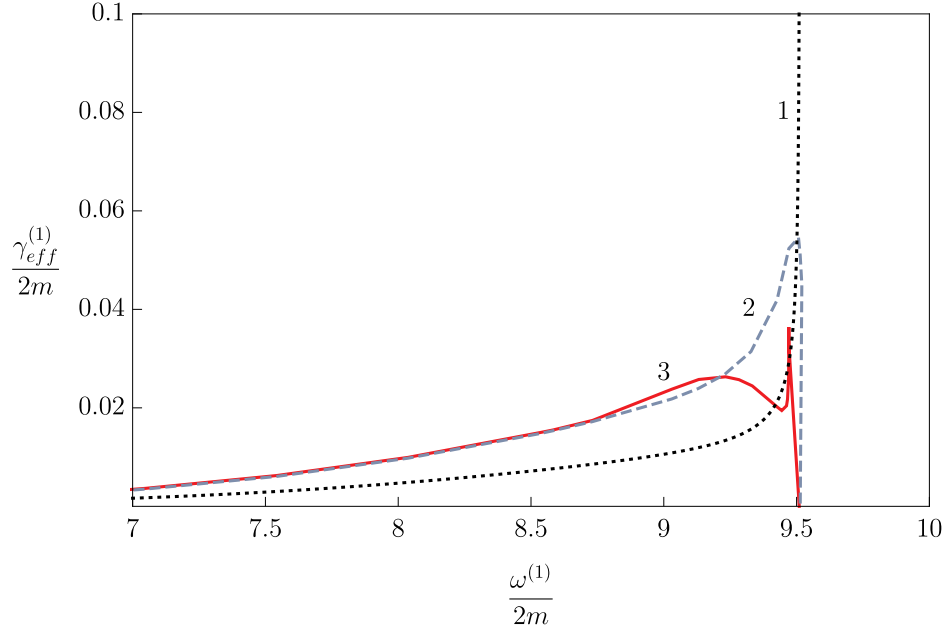


Рис. 2.7. Зависимость ширины распада фотона моды 1 от частоты в припороговых областях при $B = 200B_e$, $T = 1$ МэВ и $\mu = 0$. Линия 1 - коэффициент поглощения фотона $W_{abs}^{(1)}$, вычисленный в древесном приближении и содержащий корневые особенности; линия 2 - ширина распада, полученная из комплексного решения дисперсионного уравнения на втором римановом листе [6]; линия 3 соответствует ширине затухания $\gamma_{eff}^{(1)}$, вычисленной на основе приближения (2.25).

вой области по сравнению с результатами, полученными с помощью аппроксимации (2.25). Однако существует область энергий фотона ($2.5 \lesssim q_0 \lesssim 8.5$ МэВ для фотона моды 2 и $q_0 \lesssim 8.7$ МэВ для фотона моды 1), где коэффициенты поглощения, полученные из результатов работы [51] и с помощью аппроксимации (2.25) совпадают.

Исходя из полученных результатов (рис. 2.5 и 2.6), закон дисперсии фотона моды 1 и моды 2 можно считать вакуумным в области неустойчивости при $B \gg B_e$ и $T = 1$ МэВ. Лишь в узкой области резонанса закон дисперсии значительно отклоняется от вакуумного. Для построения дисперсионной кривой до следующего резонанса необходимо учитывать следующие уровни Ландау. При этом полученная картина дисперсионных кривых согласуется с анализом уравнения дисперсии, выполненного в работе [51].

На основе полученных результатов представляет интерес рассмотреть зада-

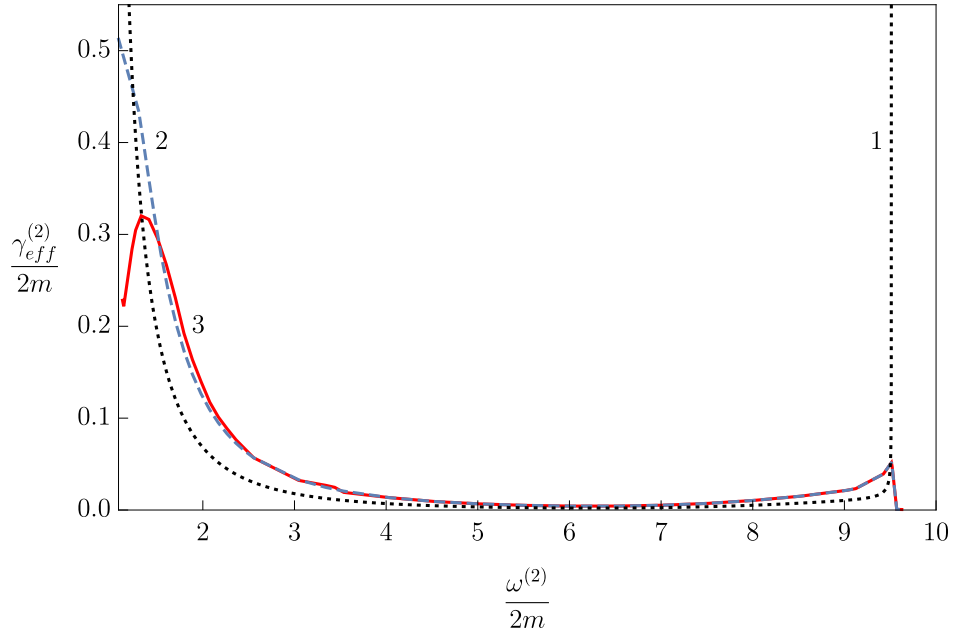


Рис. 2.8. Зависимость ширины распада фотона моды 2 от частоты в припороговых областях для тех же параметров и обозначений, что и на рис. 2.7.

чу о возможности формирования комптоновского процесса при условии затухания фотона. Для этого удобно вычислить отношение коэффициента затухания фотона моды 1 к коэффициенту поглощения фотона в комптоновском процессе $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma$ (см. рис. 2.9). Как видно из рисунка 2.9, комптоновский процесс, несмотря на малый фактор α^2 , успевает формироваться при энергиях фотона $q_0 \lesssim 3$ МэВ. Для фотона моды 2 комптоновский процесс формируется в области энергий фотона $q_0 \lesssim 1$ МэВ. В области энергий $q_0 > 3$ МэВ (для моды 1) и $q_0 > 1$ МэВ (для моды 2) фотоны будут эффективно затухать, и комптоновский процесс, по-видимому, не успевает сформироваться.

2.4. Выводы

Исследован процесс распространения электромагнитной волны в сильно замагниченной, зарядово-симметричной плазме. С учетом изменения дисперсионных свойств фотона в магнитном поле и плазме было установлено, что, аналогично случаю чистого магнитного поля процесс затухания фотона в замагниченной плазме имеет неэкспоненциальный характер. Для определения характера

затухания фотона необходимо выполнить более детальный анализ временной зависимости амплитуды $F_m(t)$ колебаний, входящей в уравнение (2.24).

Для характерного отрезка времени $\sim [W_{abs}^{(\lambda)}]^{-1}$ была использована аппроксимация экспоненциально затухающими колебаниями. В этом случае было показано, что коэффициент поглощения фотона в околороговой области меньше по сравнению с известными в литературе результатами. Также, следуя данной аппроксимации, были построены дисперсионные кривые, которые и для моды 1, и для моды 2 близки к вакуумным кривым. Такая картина согласуется с результатами работы [51].

Кроме того, был выполнен анализ возможности формирования комптоновского процесса в условиях неустойчивости фотона за счет процесса поглощения электроном $e^\pm\gamma \rightarrow e^\pm$ и распада на электрон-позитронную пару $\gamma \rightarrow e^+e^-$. Несмотря на малый фактор α , комптоновский процесс преобладает над процессами распада и поглощения в области низких энергий фотона ($\omega < 3$ МэВ при $T = 1$ МэВ и $B = 200B_e$). С другой стороны, даже с учетом резонанса на виртуальном электроне, фотоны, как моды 1, так и моды 2 в пределе сильного магнитного поля $B = 200B_e$ и температуре $T = 1$ МэВ эффективно затухают в резонансной области.

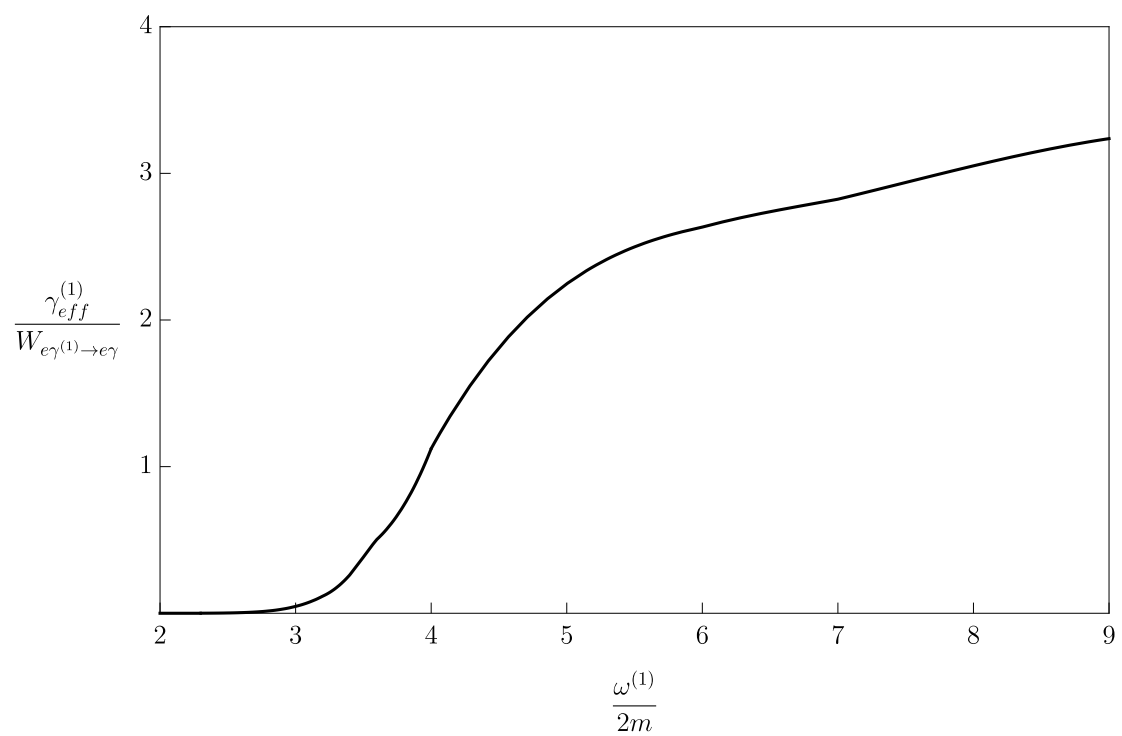


Рис. 2.9. Отношение коэффициента затухания фотона $\gamma_{eff}^{(1)}$ к коэффициенту поглощения фотона в процессе $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma$ при $B = 200B_e$ и $T = 1$ МэВ

Глава 3

Решение кинетического уравнения с учетом резонансного комптоновского рассеяния

3.1. Введение

Одним из применений полученных в главе 1 результатов является решение уравнения переноса излучения в сильно замагниченной среде. Из-за громоздких выражений для коэффициента поглощения фотона в комптоновском процессе в такой среде задача о переносе излучения становится нетривиальной.

Определенный прогресс в аналитическом решении этой задачи для горячей оптически толстой сильно замагниченной плазмы был достигнут в работе [55] в приближении когерентного комптоновского процесса без учета анизотропии излучения. Совместный учет как анизотропии, так и эффекта комптонизации рассмотрен в работе [124]. Аналогичный метод был использован в работе [56] в приближении холодной плазмы для случая, когда когерентное комптоновское рассеяние является доминирующим. Расширение численного метода, используемого в данных работах, было рассмотрено в [125] на примере решения задачи о переносе излучения при наличии нелинейных эффектов, таких как индуцированное и резонансное комптоновское рассеяние, которые могут вносить существенный вклад в коэффициент поглощения фотона. В работе [57] было рассмотрено формирование спектра излучения за счет обратного комптон-эффекта в горячей разреженной плазме при энергиях фотона значительно ниже циклотронного резонанса. В большинстве работ проводились исследования при предположении, что параметры излучающей области однородны. Для неоднородных значений температур, плотности плазмы и магнитного поля излучающей области исследования проводились в ряде работ [62, 126–128].

Есть несколько способов решения задачи переноса излучения. Один из

них заключается в решении системы интегро-дифференциальных уравнений, соответствующих уравнению Больцмана. В работах [55, 56, 84, 89, 124] для решения системы уравнений переноса использовался численный метод, который заключается в том, что дифференциальное уравнение преобразуется в систему разностных уравнений с дискретизированными переменными, которая далее решается методом Фотрие [129].

С другой стороны, для решения задачи переноса излучения с учетом резонансного комптоновского процесса также активно используется метод Монте-Карло (см., например [31, 32, 58, 59, 61, 130, 131]).

Таким образом, задача переноса излучения с учетом резонансного комптоновского процесса представляет собой сложную численную задачу. Одним из упрощений этой задачи является выбор геометрии излучающей области. Представление излучающей поверхности в виде бесконечной плиты является хорошим приближением к поверхности нейтронной звезды [126–128]. С другой стороны, цилиндрическая геометрия является более подходящей для аккреционной колонки в целом [54]. Однако спектр, наблюдаемый в области циклотронных частот излучения аккрецирующих рентгеновских пульсаров, являются более широким и мелким, чем рассчитанные теоретически с использованием данных геометрий. Поэтому в работе [89] результирующий спектр был получен в результате слияния спектров, получаемых из различных областей, на которые разделялась излучающая область. Данные области имели цилиндрическую геометрию с однородной плотностью, температурой и магнитным полем, которые менялись при переходе от одной области к другой.

Использование полученных в главе 1 результатов дает уникальную возможность аналитически получить решение кинетического уравнения в окрестности резонанса для нахождения функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в равновесной плазме электронов в относительно сильном магнитном поле с учетом резонанса на виртуальном электроне.

3.2. Решение кинетического уравнения вблизи резонанса

Рассмотрим достаточно узкую цилиндрическую колонку с осью, направленной вдоль магнитного поля (магнитное поле $B \lesssim B_e$ направлено вдоль оси z), содержащую равновесную плазму электронов при температуре $T \ll m$, через которую проходит стационарный поток фотонов. Для упрощения задачи предположим, что магнитное поле и температура внутри этой колонки постоянны. В таком случае кинетическое уравнение будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x)}{\partial z} = \sum_{\lambda'=1}^2 \int dW_{\lambda \rightarrow \lambda'} \{ & f_{E'}(1 - f_E) f_{\omega'}^{(\lambda')}(z, x')(1 + f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x)) - \\ & - f_E(1 - f_{E'}) f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x)(1 + f_{\omega'}^{(\lambda')}(z, x')) \} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь $x = \cos \theta$, $x' = \cos \theta'$ (θ, θ' – угол между направлением магнитного поля и импульсами начального и конечного фотонов), $\lambda, \lambda' = 1, 2$ поляризационные состояния фотонов, \mathbf{n} – единичный вектор, направленный вдоль импульса начального фотона, $f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x)$ и $f_{\omega'}^{(\lambda')}(z, x')$ – функции распределения начального и конечного фотонов с энергиями ω и ω' соответственно, $dW_{\lambda \rightarrow \lambda'}$ – коэффициент поглощения фотона, который может быть получен из результатов работ [45, 64], $f_E = 1/[\exp(E/T) + 1]$ и $f_{E'} = 1/[\exp(E'/T) + 1]$ – равновесные функции распределения начального и конечного электронов, E, E' – энергии начального и конечного электронов с нулевым химическим потенциалом, что характерно для магнитосфер нейтронных звезд.

Несмотря на то, что магнитное поле предполагается меньше критического значения, $B \lesssim B_e$, электроны преимущественно будут занимать основной уровень Ландау. Действительно, для параметров среды $B = 10^{12}$ Гс и $T = 5$ кэВ, выделяя из концентрации электронов

$$n_e = \frac{\beta}{(2\pi)^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2 - \delta_{\ell,0}) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{\exp \left[\frac{1}{T} \sqrt{m^2 + p_z^2} + 2\beta\ell \right] + 1} \quad (3.2)$$

вклады в концентрацию различных уровней Ландау

$$\frac{n_e|_{n=1}}{n_e|_{n=0}} \simeq 0.11,$$

$$\frac{n_e|_{n=2}}{n_e|_{n=0}} \simeq 0.012,$$

получим, что электроны занимают преимущественно основной уровень Ландау вследствие малости температуры по сравнению с массой электрона $T \ll m$.

Естественно ожидать, что при такой температуре электроны в плазме будут нерелятивистскими, что приводит к тому, что энергии начального и конечного фотона будут близкими друг к другу. Таким образом, правую часть уравнения (3.1) можно разложить по величине $\Delta\omega = \omega - \omega' \ll \omega$, где

$$\omega' = \frac{1}{1-x'^2} \left\{ E - p_z x' + \omega(1 - xx') - \sqrt{[E - p_z x' + \omega(1 - xx')]^2 - 2\beta(1 - x'^2)} \right\}, \quad (3.3)$$

и можем воспользоваться методикой, развитой в работах [57, 132]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f^{(\lambda)}(z, x)}{\partial z} = & \frac{1}{x} \sum_{\lambda'=1}^2 \int_{-1}^1 dx' \varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x') (f^{(\lambda')}(z, x') - f^{(\lambda)}(z, x)) + \\ & - \frac{1}{x} \sum_{\lambda'=1}^2 \int_{-1}^1 dx' \varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x') \left[T \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x')}{\partial \omega} + f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x') \right] \frac{\Delta\omega}{T} + \\ & + \frac{1}{2x} \sum_{\lambda'=1}^2 \int_{-1}^1 dx' \varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x') \left[T^2 \frac{\partial^2 f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x')}{\partial \omega^2} + \right. \\ & \left. + 2T \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x')}{\partial \omega^2} + f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x') \right] \frac{(\Delta\omega)^2}{T^2}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Функции $\varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x')$ в случае, когда масса электрона является максимальным параметром задачи, могут быть получены из результатов главы 1 и пред-

ставлены в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\varphi_{\omega}^{11}(x, x') &\simeq \rho \left(\frac{\beta^2}{m^2} \frac{1}{\Delta^-} + \frac{[\omega - \beta/m]^2}{\Delta^+} \right), \\
\varphi_{\omega}^{12}(x, x') &\simeq \rho \omega^2 \left(\frac{x'^2}{\Delta^-} + \frac{\omega - \beta/m}{2m^2 \Delta^+} \right), \\
\varphi_{\omega}^{22}(x, x') &\simeq \rho \frac{\omega^4}{4m^2} \left(\frac{4m^4 x^2 x'^2}{\beta^2 \Delta^-} + \frac{1}{\Delta^+} \right), \\
\varphi_{\omega}^{21}(x, x') &\simeq \rho \omega^2 \left(\frac{x^2}{\Delta^-} + \frac{\omega - \beta/m}{2m \Delta^+} \right),
\end{aligned} \tag{3.5}$$

где

$$\rho = \frac{n_e}{8\pi} e^4 \left(\frac{\sqrt{m^2 + \beta} + m}{\sqrt{m^2 + \beta}} \right) \simeq \frac{n_e}{2\pi}, \tag{3.6}$$

$$\Delta^{\pm} = [\omega^2(1 - x^2) + 2\omega m - 2\beta]^2 + \left(\frac{E_1'' \Gamma_1^{\pm}}{2} \right)^2, \tag{3.7}$$

Γ_1^{\pm} – полная ширина поглощения электрона, находящегося на первом уровне Ландау, для двух возможных поляризационных состояний. Она может быть получена из результатов работы [98] и представлена в следующем виде:

$$E_1'' \Gamma_1^{\pm} \simeq \frac{e^2 \beta^2}{\pi M_1} \frac{1}{M_1 \pm m} \int_0^{\zeta} dx e^{-x} \frac{1 - \zeta x}{\sqrt{x^2 - \zeta x + 1}}, \tag{3.8}$$

где $\zeta = \frac{M_1^2 + m^2}{\beta}$.

Проинтегрировав уравнение (3.4) по переменной z , перепишем его следующим образом:

$$\begin{aligned}
f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) &= f_{0\omega} e^{-\chi_{\omega}^{(\lambda)}(x) \cdot z} + \frac{1}{x} \int_0^z dz' \int_{-1}^1 dx' e^{-\chi_{\omega}^{(\lambda)}(x) \cdot (z - z')} \times \\
&\times \varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x') \left(f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x') - \frac{\Delta\omega}{T} \left[T \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x')}{\partial \omega} + f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x') \right] + \right. \\
&+ \left. \frac{1}{2} \frac{(\Delta\omega)^2}{T^2} \left[T^2 \frac{\partial^2 f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x')}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x')}{\partial \omega} + f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x') \right] \right),
\end{aligned} \tag{3.9}$$

где $f_{0\omega} = [\exp(\omega/T) - 1]^{-1}$ – равновесная функция распределения фотонов,

$$\chi_{\omega}^{(\lambda)}(x) \equiv \frac{1}{x} \int_{-1}^1 dx' \{ \varphi_{\omega}^{\lambda 1}(x, x') + \varphi_{\omega}^{\lambda 2}(x, x') \} . \quad (3.10)$$

Далее разложим функцию распределения фотонов по полиномам Лежандра $\mathcal{P}_{\ell}(x)$ относительно переменной x :

$$f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_{\ell}^{(\lambda)}(z, \omega) \mathcal{P}_{\ell}(x) , \quad (3.11)$$

Подставляя (3.11) в (3.9) и применяя к полученному выражению преобразование Лапласа относительно переменной z , получим систему дифференциальных уравнений второго порядка относительно переменной ω :

$$\begin{aligned} \sum_{\ell'=0}^{\infty} \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda)}(z, \omega) \mathcal{P}_{\ell'}(x) &= \frac{f_{0\omega}}{s + \chi_{\omega}^{(\lambda)}(x)} + \sum_{\ell'=0}^{\infty} \int_{-1}^1 dx' \frac{1}{x} \frac{\mathcal{P}_{\ell'}(x')}{s + \chi_{\omega}^{(\lambda)}(x)} \times \\ &\times \varphi_{\omega}^{\lambda \lambda'}(x, x') \left(\bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')} (s, \omega) - \frac{\Delta\omega}{T} \left[T \frac{\partial \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')} (s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')} (s, \omega) \right] + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \frac{(\Delta\omega)^2}{T^2} \left[T^2 \frac{\partial^2 \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')} (s, \omega)}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')} (s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')} (s, \omega) \right] \right) , \end{aligned} \quad (3.12)$$

где

$$\bar{A}_{\ell'}^{(\lambda)}(s, \omega) = \int_0^{\infty} A_{\ell'}^{(\lambda)}(z, \omega) e^{-sz} dz . \quad (3.13)$$

Домножая на $\mathcal{P}_{\ell}(x)$, с учетом ортогональности полиномов Лежандра:

$$\int_{-1}^1 dx \mathcal{P}_{\ell}(x) \mathcal{P}_{\ell'}'(x) = \frac{2}{2\ell + 1} \delta_{\ell\ell'} , \quad (3.14)$$

проинтегрируем выражение (3.12) по x . В итоге получим следующую систему уравнений для нахождения коэффициентов $\bar{A}_{\ell}^{(\lambda)}$:

$$\begin{aligned}
\frac{2}{2\ell+1}\bar{A}_\ell^{(\lambda)}(s, \omega) &= \int_{-1}^1 \frac{f_{0\omega}}{s + \chi_\omega^{(\lambda)}(x)} \mathcal{P}_\ell(x) dx + \sum_{\ell'=0}^{\infty} \int_{-1}^1 dx' \int_{-1}^1 \frac{dx}{x} \frac{\mathcal{P}_\ell(x) \mathcal{P}_{\ell'}(x')}{s + \chi_\omega^{(\lambda)}(x)} \times \\
&\times \varphi_\omega^{\lambda\lambda'}(x, x') \left(\bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega) - \frac{\Delta\omega}{T} \left[T \frac{\partial \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega) \right] + \right. \\
&\left. + \frac{1}{2} \frac{(\Delta\omega)^2}{T^2} \left[T^2 \frac{\partial^2 \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega)}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega) \right] \right). \tag{3.15}
\end{aligned}$$

Подставим функции (3.5) в (3.15) и проинтегрируем получившийся результат по x' . Таким образом получим следующую систему уравнений для нахождения коэффициентов $\bar{A}_\ell^{(\lambda)}$:

$$\begin{aligned}
\frac{2}{2\ell+1}\bar{A}_\ell^{(\lambda)}(s, \omega) &= f_{0\omega} \mathcal{J}_\ell^{(\lambda)}(s, \omega) + \\
&+ 2 \left(J_\ell^{\lambda 1}(s, \omega) \bar{A}_0^{(1)}(s, \omega) - \Delta J_\ell^{\lambda 1}(s, \omega) \left[T \frac{\partial \bar{A}_0^{(1)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_0^{(1)}(s, \omega) \right] + \right. \\
&+ \frac{1}{2} \Delta^2 J_\ell^{\lambda 1}(s, \omega) \left[T^2 \frac{\partial^2 \bar{A}_0^{(1)}(s, \omega)}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial \bar{A}_0^{(1)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_0^{(1)}(s, \omega) \right] \Big) + \\
&+ \frac{2}{3} \left(J_\ell^{\lambda 2}(s, \omega) \bar{A}_0^{(2)}(s, \omega) - \Delta J_\ell^{\lambda 2}(s, \omega) \left[T \frac{\partial \bar{A}_0^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_0^{(2)}(s, \omega) \right] + \right. \\
&+ \frac{1}{2} \Delta^2 J_\ell^{\lambda 2}(s, \omega) \left[T^2 \frac{\partial^2 \bar{A}_0^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial \bar{A}_0^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_0^{(2)}(s, \omega) \right] \Big) + \\
&+ \frac{4}{15} \left(J_\ell^{\lambda 2}(s, \omega) \bar{A}_2^{(2)}(s, \omega) - \Delta J_\ell^{\lambda 2}(x, s, \omega) \left[T \frac{\partial \bar{A}_2^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_2^{(2)}(s, \omega) \right] + \right. \\
&+ \frac{1}{2} \Delta^2 J_\ell^{\lambda 2}(s, \omega) \left[T^2 \frac{\partial^2 \bar{A}_2^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial \bar{A}_2^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_2^{(2)}(s, \omega) \right] \Big), \tag{3.16}
\end{aligned}$$

где

$$\mathcal{J}_\ell^{(\lambda)}(s, \omega) = \int_{-1}^1 \frac{\mathcal{P}_\ell(x) dx}{s + \chi_\omega^{(\lambda)}(x)} \tag{3.17}$$

$$J_\ell^{\lambda\lambda'}(s, \omega) = \int_{-1}^1 dx' \int_{-1}^1 dx \frac{1}{x} \frac{\mathcal{P}_\ell(x)}{s + \chi_\omega^{(\lambda)}(x)} \varphi_\omega^{\lambda\lambda'}(x, x'), \quad (3.18)$$

$$\Delta J_\ell^{\lambda\lambda'}(s, \omega) = \int_{-1}^1 dx' \int_{-1}^1 dx \frac{1}{x} \frac{\mathcal{P}_\ell(x)}{s + \chi_\omega^{(\lambda)}(x)} \varphi_\omega^{\lambda\lambda'}(x, x') \frac{\Delta\omega}{T}, \quad (3.19)$$

$$\Delta^2 J_\ell^{\lambda\lambda'}(s, \omega) = \int_{-1}^1 dx' \int_{-1}^1 dx \frac{1}{x} \frac{\mathcal{P}_\ell(x)}{s + \chi_\omega^{(\lambda)}(x)} \varphi_\omega^{\lambda\lambda'}(x, x') \left(\frac{\Delta\omega}{T} \right)^2. \quad (3.20)$$

В правую часть системы уравнений (3.15) входят лишь коэффициенты $A_0^{(1)}(s, \omega)$, $A_0^{(2)}(s, \omega)$, $A_2^{(2)}(s, \omega)$, поэтому для определения всех коэффициентов необходимо решить лишь систему дифференциальных уравнений, состоящую из 3-х уравнений.

Нахождение коэффициентов $\overline{A}_\ell^{(\lambda)}$ из системы (3.16) с учетом (3.17)–(3.20) позволяет решить задачу о расчете функции распределения фотонов в терминах образов по Лапласу по переменной z . После применения обратного преобразования Лапласа окончательно функцию распределения фотонов поляризации λ можно представить в следующем виде:

$$f_\omega^{(\lambda)}(z, x) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{\ell=0}^{\infty} P_\ell(x) \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} ds \cdot e^{sz} \overline{A}_\ell^{(\lambda)}(s, x, \omega), \quad (3.21)$$

где интеграл берется в комплексной плоскости по прямой $\text{Re } s = \sigma$

3.3. Численный анализ

Решение системы уравнений (3.16) представляет определенные вычислительные трудности в окрестности резонансов. С другой стороны, результаты исследования, проведенные в первой главе, показывают, что резонансный пик становится тем уже, чем меньше магнитное поле. Поэтому удобно воспользоваться дельта-функциональным приближением функций $\varphi_\omega^{\lambda\lambda'}(x, x')$, т.е. пред-

ставить часть выражений (3.5), содержащую $1/\Delta^-$, в виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta^-} &= \frac{1}{(\omega^2(1-x^2) + 2\omega m - 2\beta)^2 + \left(\frac{E_n''\Gamma^\pm}{2}\right)^2} \simeq \\ &\simeq \frac{2\pi}{E_n''\Gamma_n^-} \delta(\omega^2(1-x^2) + 2\omega m - 2\beta) = \frac{2\pi}{E_n''\Gamma_n^-} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{\delta(x-x_\sigma)}{2|x_\sigma|\omega^2}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

где

$$x_\sigma = \sigma \sqrt{\frac{\omega^2 + 2\omega m - 2\beta}{\omega^2}}. \quad (3.23)$$

В таком случае имеем:

$$J_\ell^{11}(s, \omega) \simeq \frac{\beta^2}{\omega^2 m^2} \frac{\pi \rho}{E_n''\Gamma_n^-} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{1}{|x_\sigma|} \frac{\mathcal{P}_\ell(x_\sigma)}{x_\sigma s + \frac{8\rho}{(E_n''\Gamma_n^-)^2} \left(\frac{\beta^2}{m^2} + \frac{\omega^2}{3}\right)}, \quad (3.24)$$

$$J_\ell^{12}(s, \omega) \simeq \frac{\pi \rho}{E_n \Gamma_n} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{1}{|x_\sigma|} \frac{\mathcal{P}_\ell(x_\sigma)}{s x_\sigma + \frac{8\rho}{(E_n''\Gamma_n^-)^2} \left(\frac{\beta^2}{m^2} + \frac{\omega^2}{3}\right)}, \quad (3.25)$$

$$J_\ell^{22}(s, \omega) \simeq \frac{\pi \rho \omega^2}{\beta^2 E_n \Gamma_n} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{x_\sigma}{|x_\sigma|} \frac{\mathcal{P}_\ell(x_\sigma)}{s + \frac{8\rho \omega^2 x_\sigma}{(E_n \Gamma_n^-)^2} \left(\frac{\omega^2 m^2}{3\beta^2} + 1\right)}, \quad (3.26)$$

$$J_\ell^{21}(s, \omega) \simeq \frac{\pi \rho}{E_n''\Gamma_n^-} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{x_\sigma}{|x_\sigma|} \frac{\mathcal{P}_\ell(x_\sigma)}{s + \frac{8\rho \omega^2 x_\sigma}{(E_n \Gamma_n^-)^2} \left(\frac{\omega^2 m^2}{3\beta^2} + 1\right)}. \quad (3.27)$$

С учетом того, что в нашем приближении $\Delta\omega \simeq \omega - \beta/m$, функции (3.18)–(3.20) будут выглядеть следующим образом:

$$\Delta J_\ell^{\lambda\lambda'}(s, \omega) \simeq \frac{\Delta\omega}{T} J_\ell^{\lambda\lambda'}(s, \omega), \quad (3.28)$$

$$\Delta^2 J_\ell^{\lambda\lambda'}(s, \omega) \simeq \frac{(\Delta\omega)^2}{T^2} J_\ell^{\lambda\lambda'}(s, \omega). \quad (3.29)$$

Следует отметить, что функции (3.24)–(3.29) ограничены в области

$$\sqrt{m^2 + 2\beta} - m < \omega < \beta/m, \quad (3.30)$$

поскольку, с одной стороны, интегрирование дельта-функций по x происходит в ограниченных пределах, с другой стороны, подкоренное выражение в (3.23) должно быть положительным.

В качестве иллюстрации выберем величины магнитного поля $B = 10^{12}$ Гс и температуры $T \simeq 11$ кэВ, характерные для радиопульсаров. Для данных параметров возможен циклотронный резонанс на частоте $\omega \simeq 11.5$ кэВ. Для астрофизических приложений будет удобно использовать спектральную плотность мощности [115]:

$$R_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) = \frac{\omega^3}{4\pi^3} f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x). \quad (3.31)$$

На рис. 3.1–3.12 представлено отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности излучения черного тела:

$$R_0(\omega) = \frac{\omega^3}{4\pi^3} \frac{1}{\exp[\omega/T] - 1}, \quad (3.32)$$

для различных высот z колонки вещества и углов θ между импульсом фотона и направлением магнитного поля как для моды 1, так и для моды 2.

Как видно из рис. 3.1–3.8, для магнитного поля $B = 10^{12}$ Гс на высоте колонки вещества $z \simeq 24$ см для фотона моды 1 имеются незначительные изменения спектра по сравнению со спектром излучения черного тела, кроме границы резонансной области $\omega \simeq 0.046$ МэВ. С увеличением высоты колонки вещества до $z \simeq 120$ см (см. рис. 3.3 и 3.4), увеличивается и спектральная плотность. На границе резонансной области $\omega \sim 0.046$ МэВ спектральная плотность резко повышается. На высоте аккреционной колонки $z \simeq 240$ см (см. рис. 3.5 и 3.6) происходит спектр уменьшается, кроме узкой области вблизи $\omega \simeq 0.046$ МэВ. Следует отметить, что спектр для фотона моды 1 практически не зависит от угла импульса фотона по отношению к магнитному полю.

Также спектр был построен и для фотона моды 2 (см. рис. 3.1 и 3.12)). Анализ полученных результатов позволяет заключить, что спектр для фотона моды 2 изменяется во всей резонансной области по сравнению с излучением черного тела. С увеличением высоты колонки вещества до значения $z \simeq 120$ см (см. рис. 3.9–3.10) спектральная плотность увеличивается. Аналогично моде 1 спектр моды 2 имеет особенности вблизи границы резонансной области. Также следует отметить, что, в отличие от фотоны моды 1, спектр фотона моды 2 суще-

ственно зависит от угла между импульсом фотона и направлением магнитного поля. Для высоты колонки $z \simeq 240$ см (см. рис. 3.6) спектральная плотность меньше, чем для черного тела, кроме узкой области вблизи $\omega \simeq 0.046$ МэВ. Как видно из рис. 3.11, существуют области энергий фотона, при которых спектр отрицательный. По-видимому, для фотонов, распространяющихся вдоль магнитного поля, дельта-функциональное приближение (3.22) неприменимо.

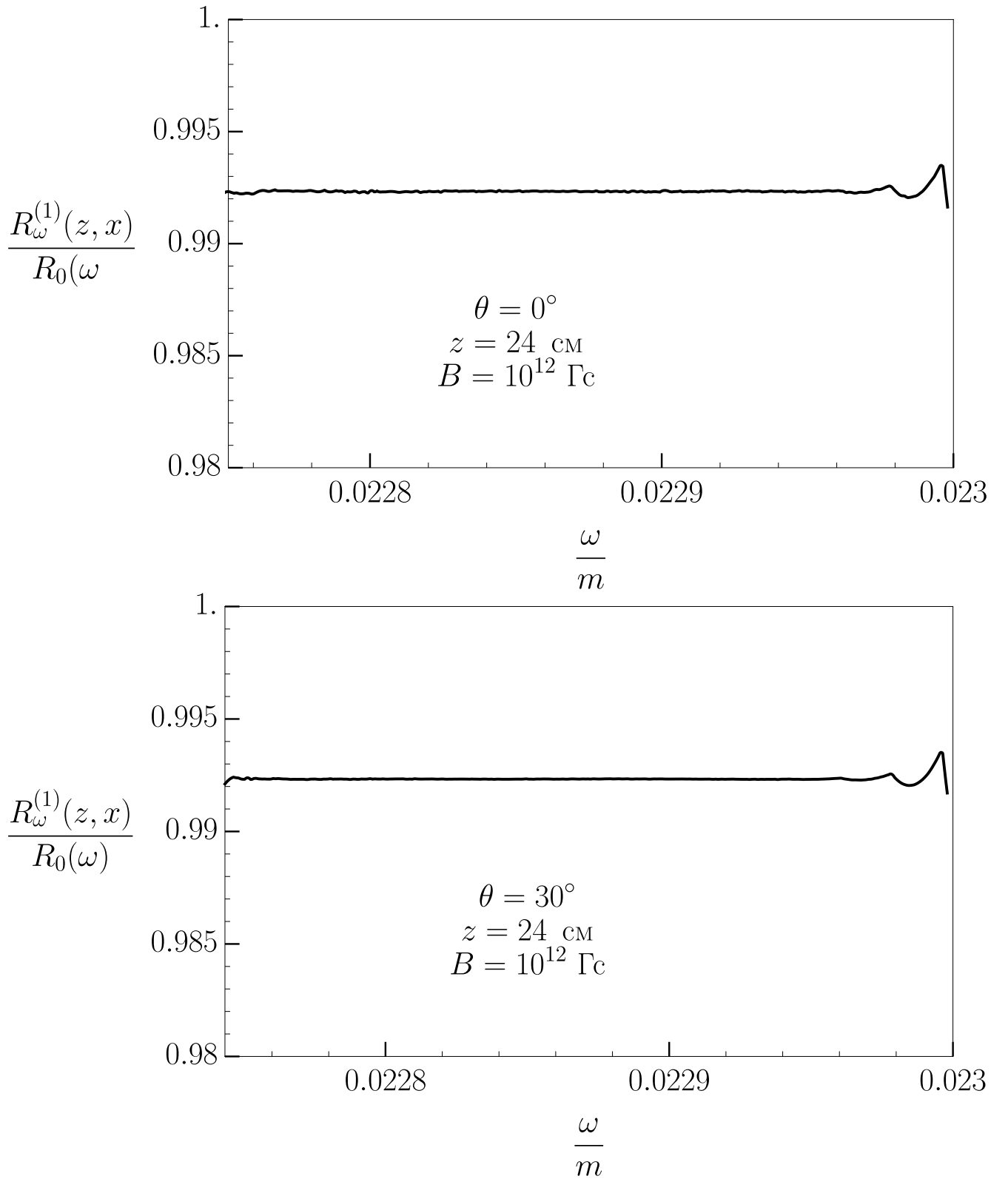


Рис. 3.1. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 1 при $z = 24 \text{ см}$.

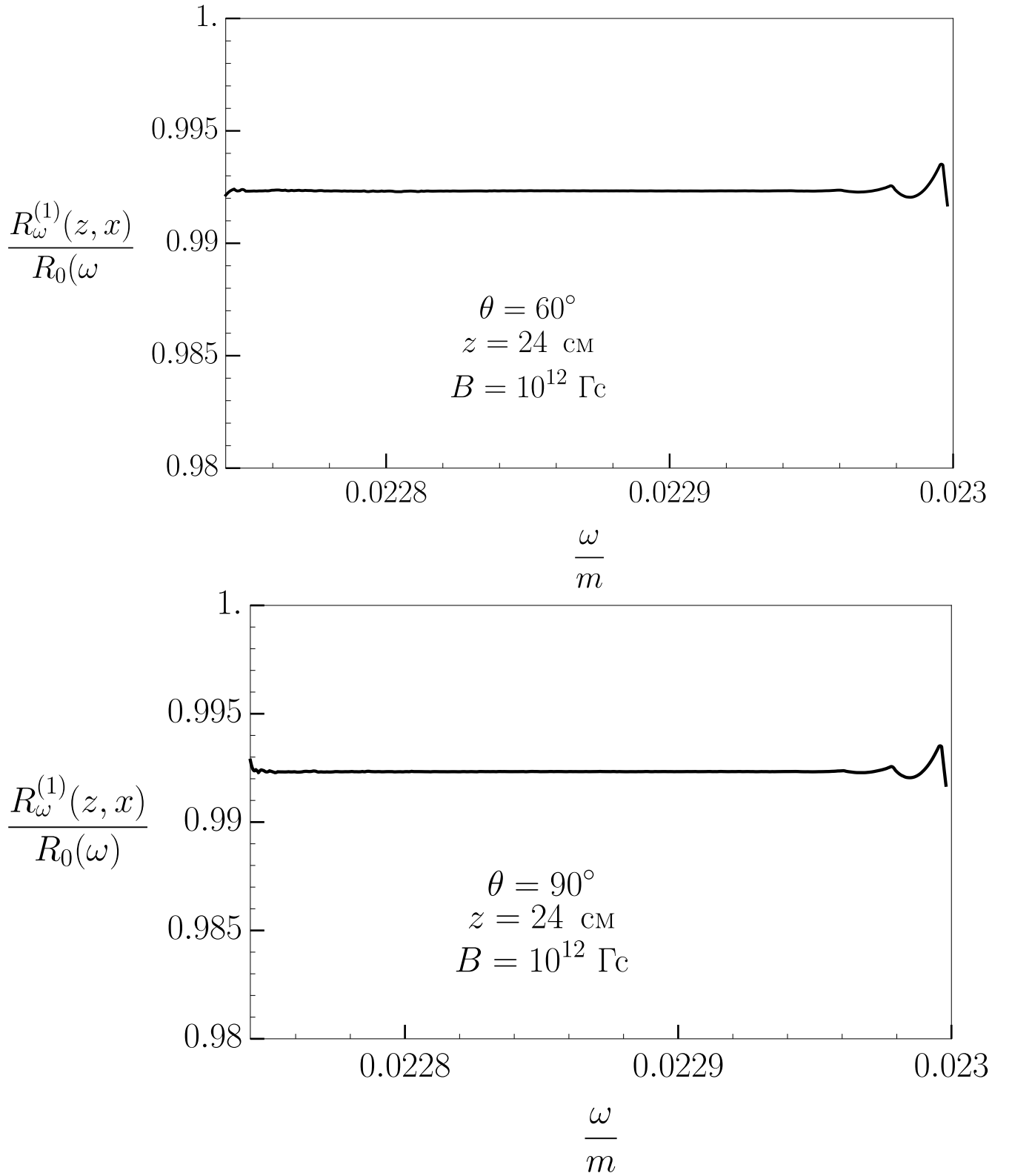


Рис. 3.2. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 1 при $z = 24$ см.

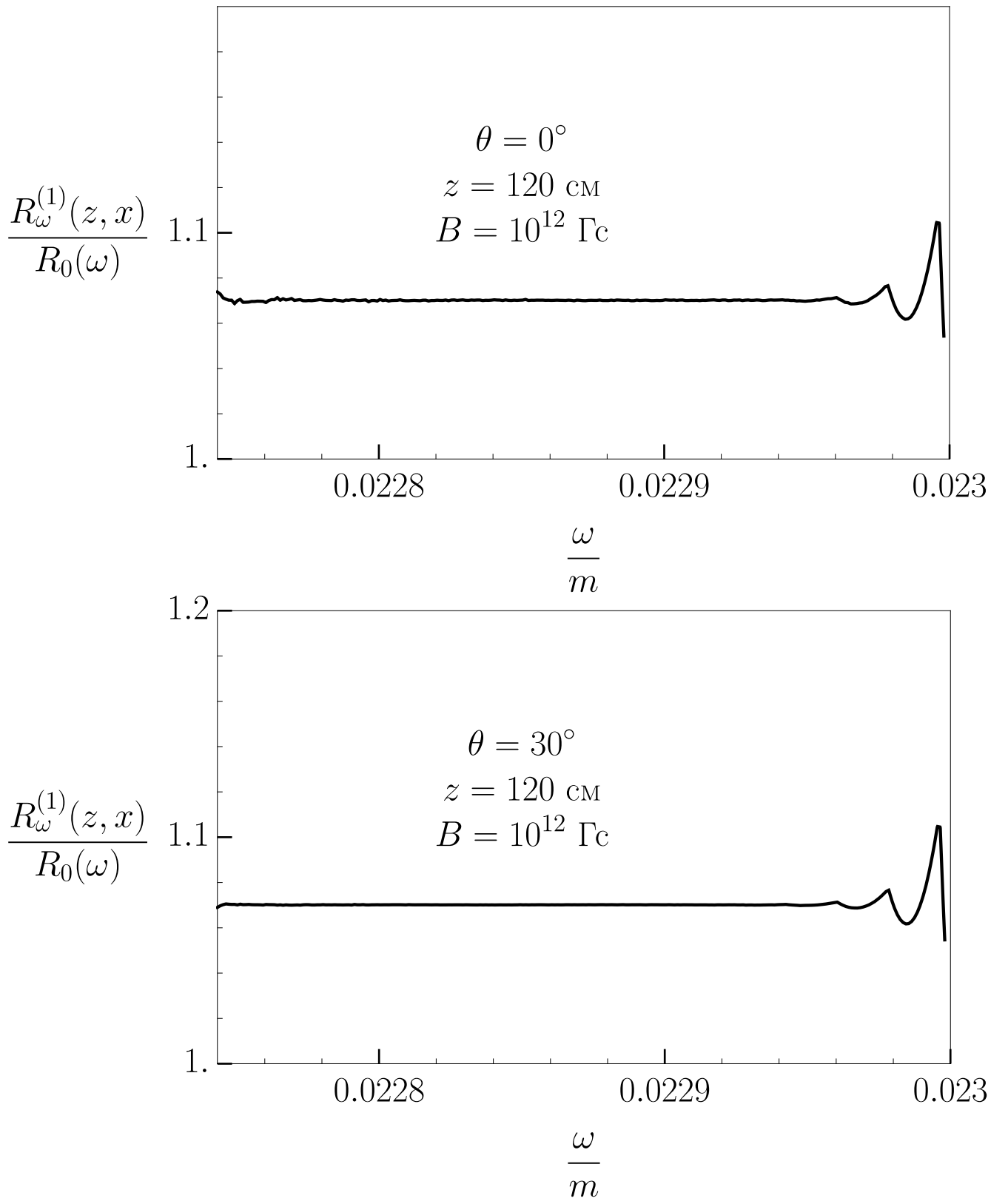


Рис. 3.3. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 1 при $z = 120$ см.

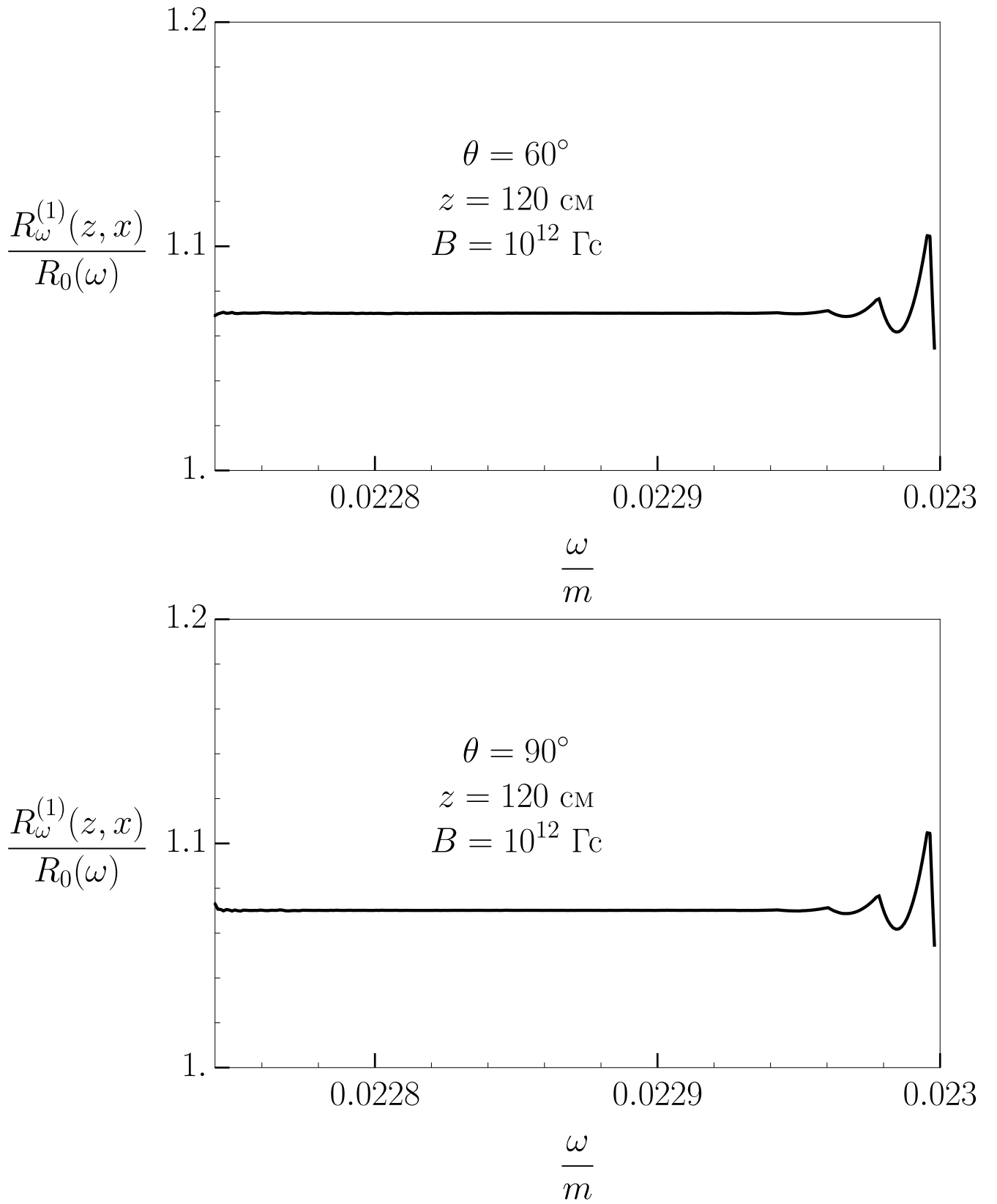


Рис. 3.4. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 1 при $z = 120$ см.

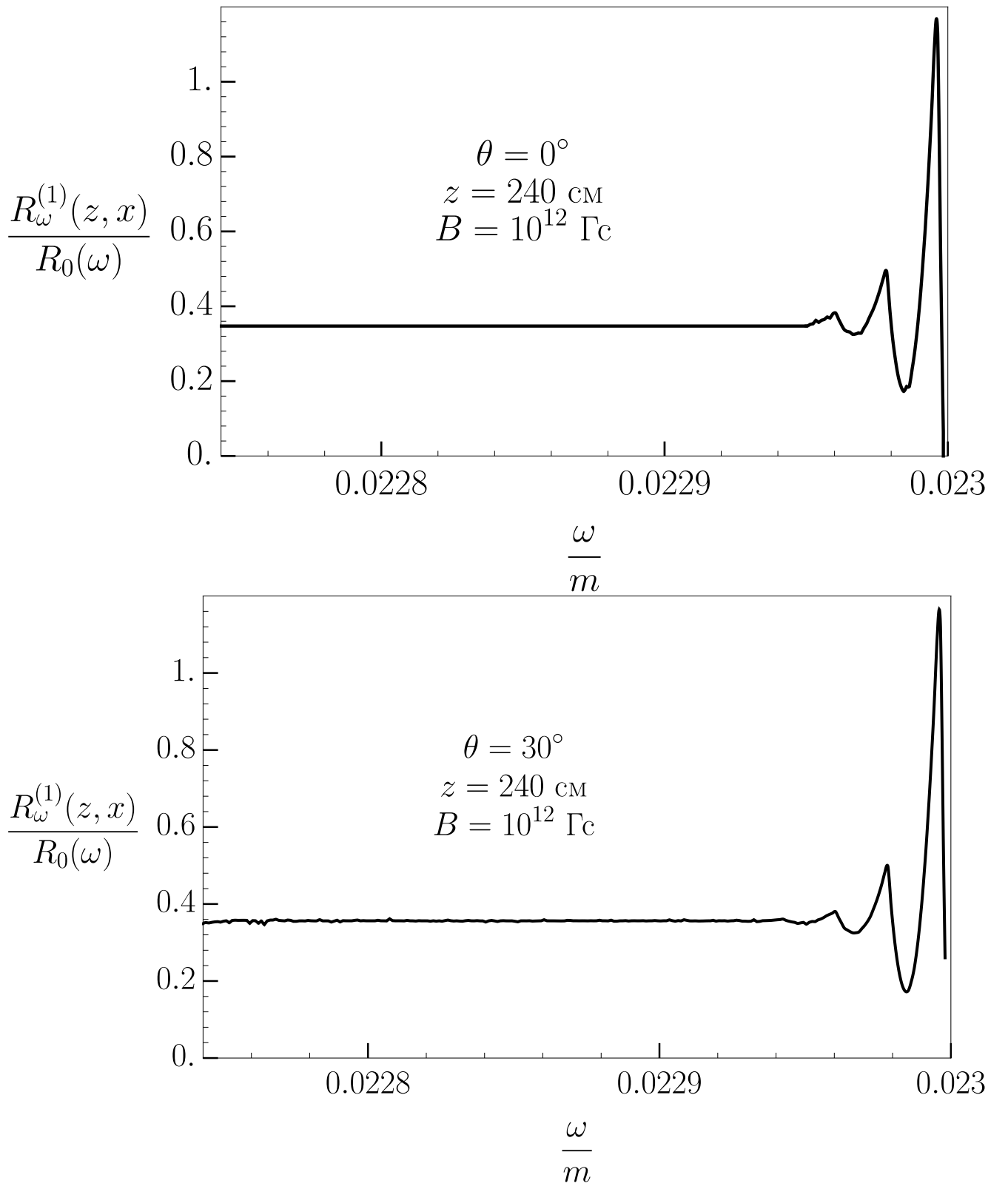


Рис. 3.5. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 1 при $z = 240$ см.

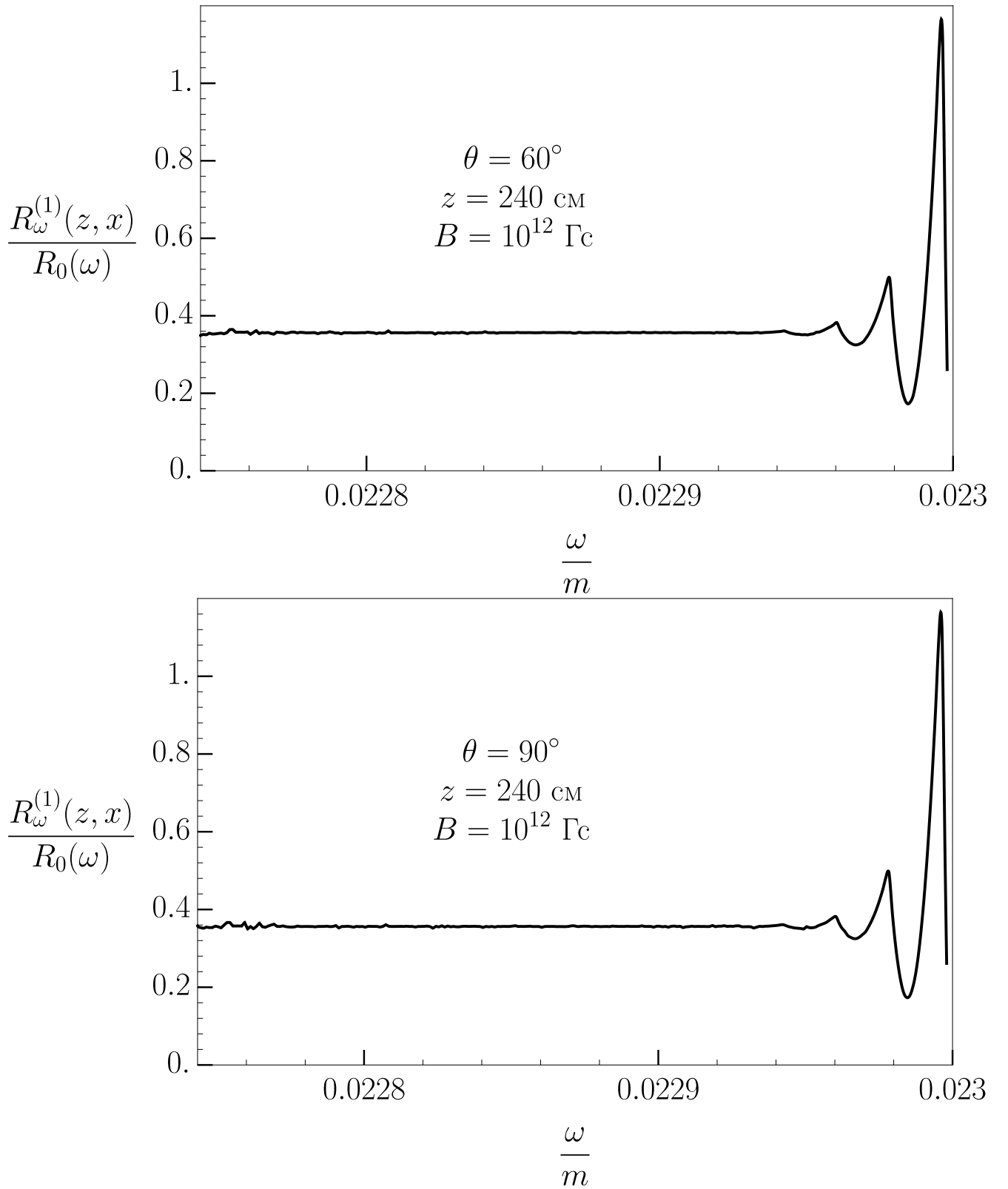


Рис. 3.6. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 1 при $z = 240$ см.

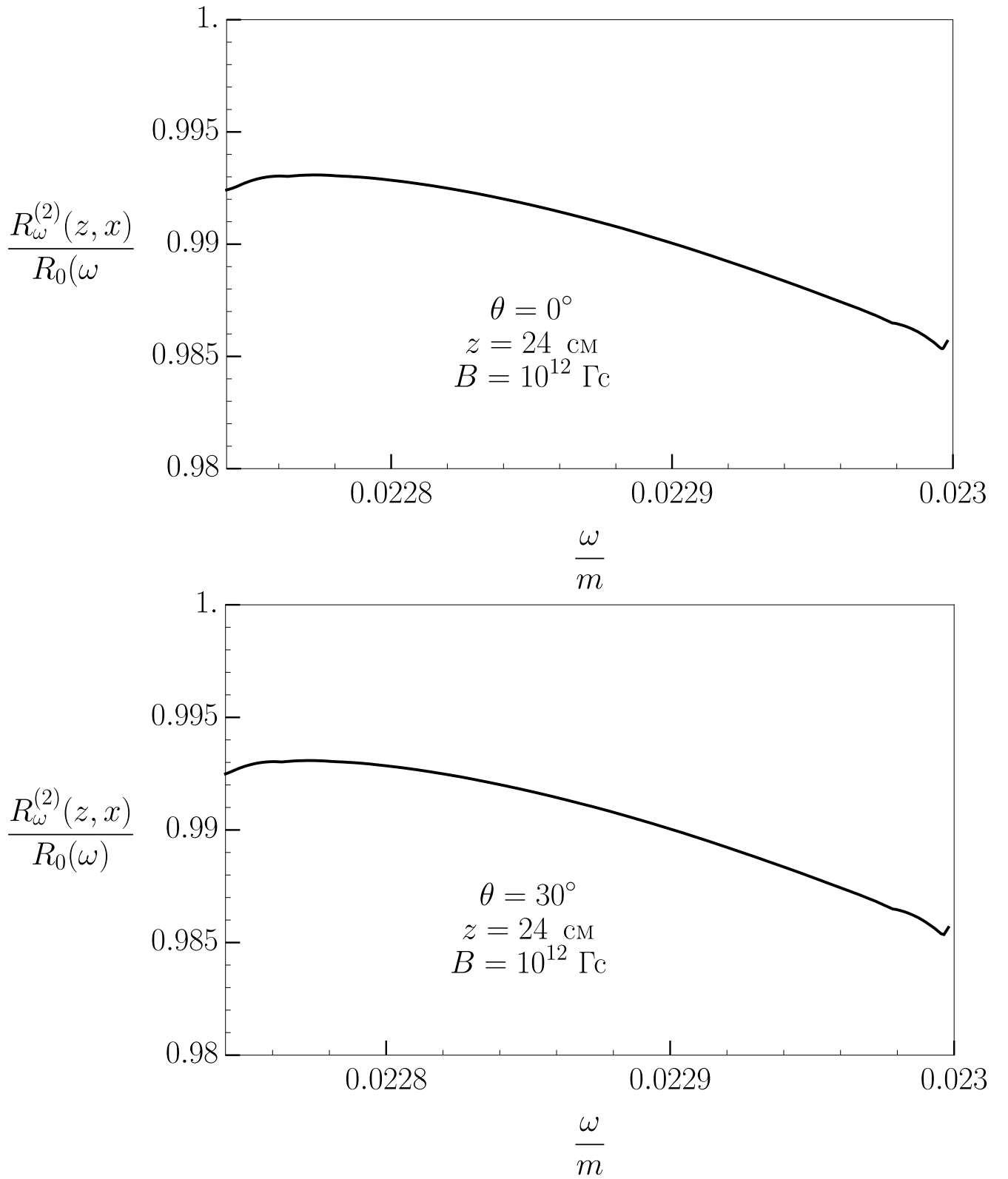


Рис. 3.7. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 2 при $z = 24 \text{ см}$.

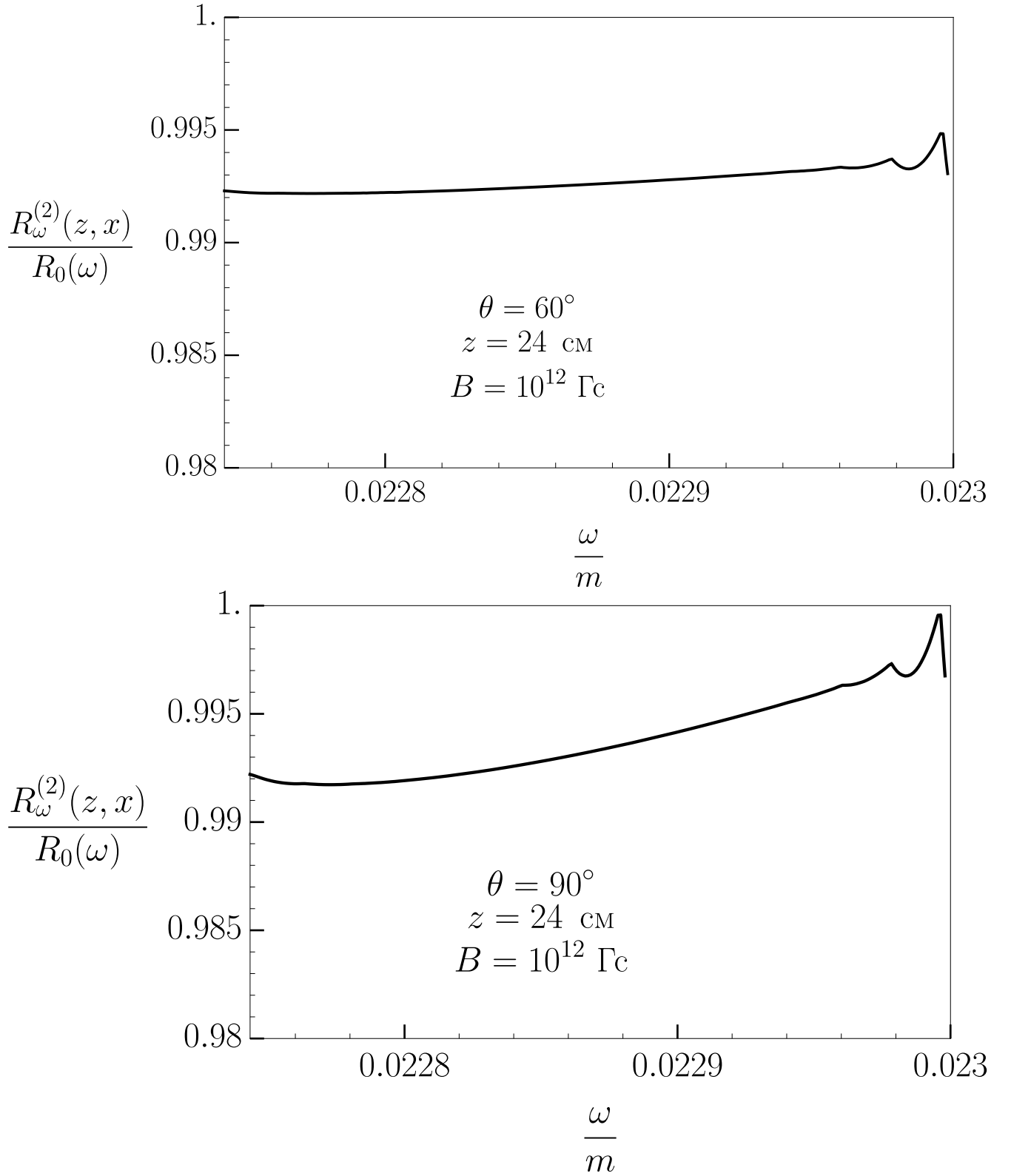


Рис. 3.8. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 2 при $z = 24$ см.

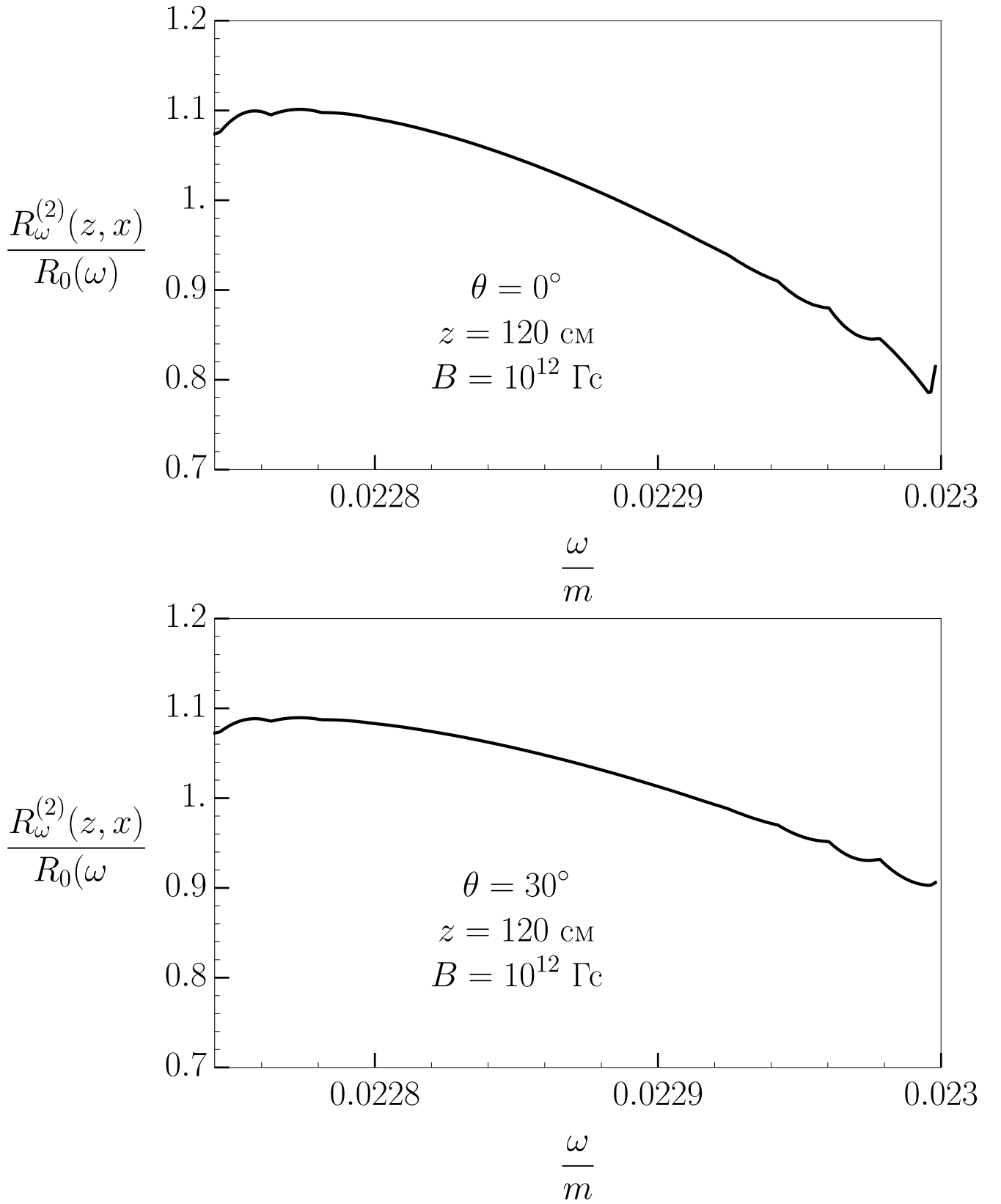


Рис. 3.9. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 2 при $z = 120$ см.

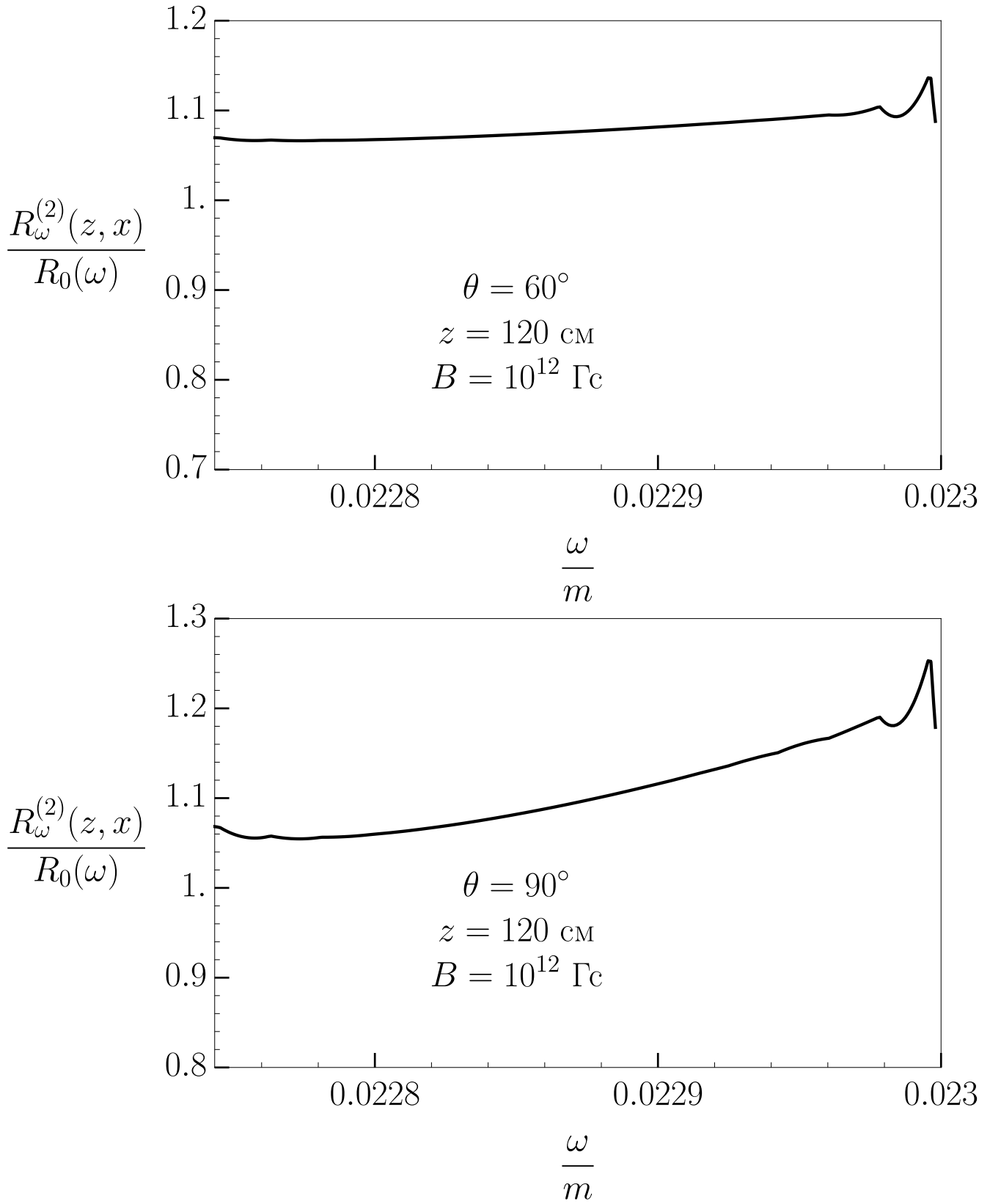


Рис. 3.10. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 2 при $z = 120$ см.

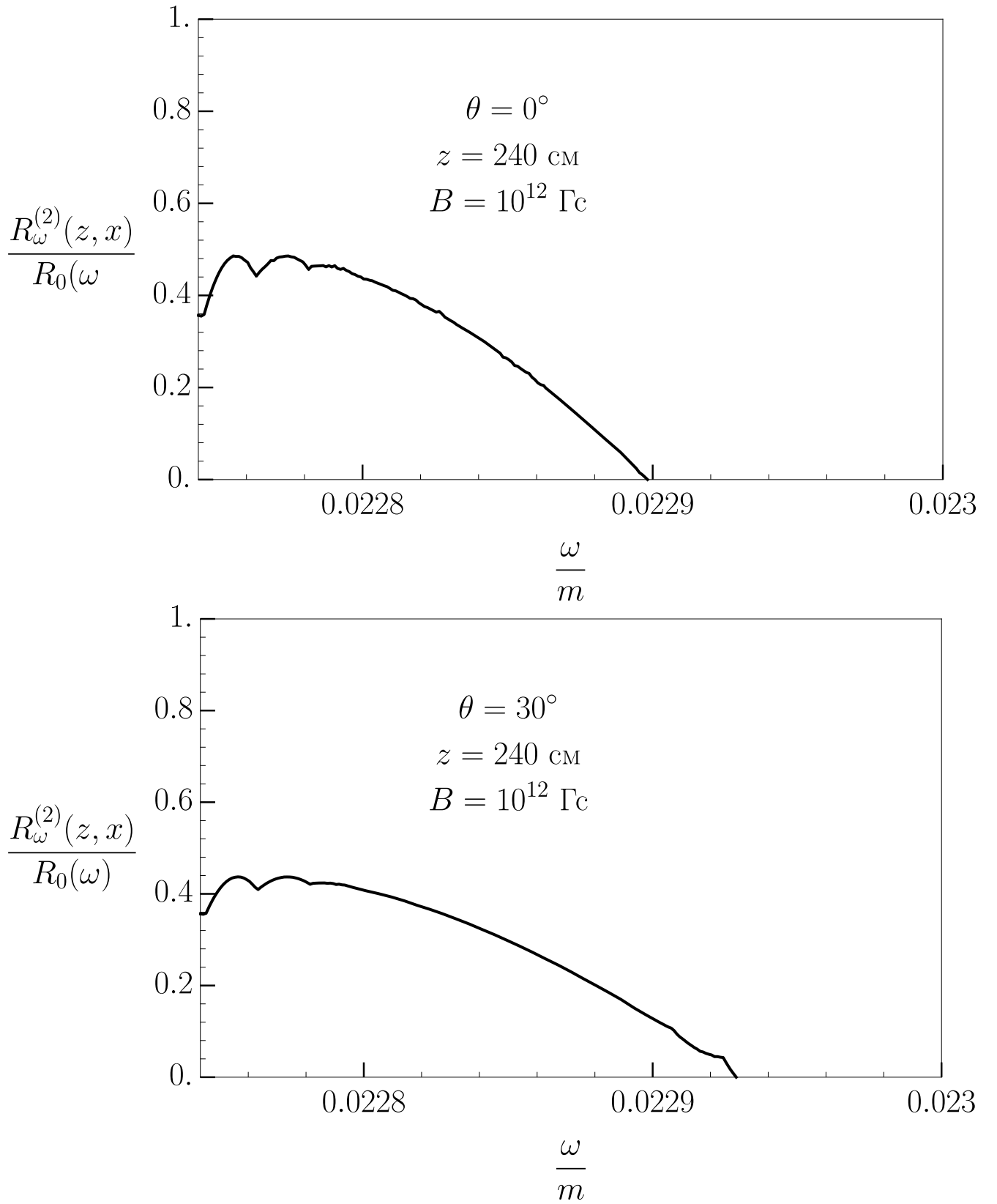


Рис. 3.11. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 2 при $z = 240$ см.

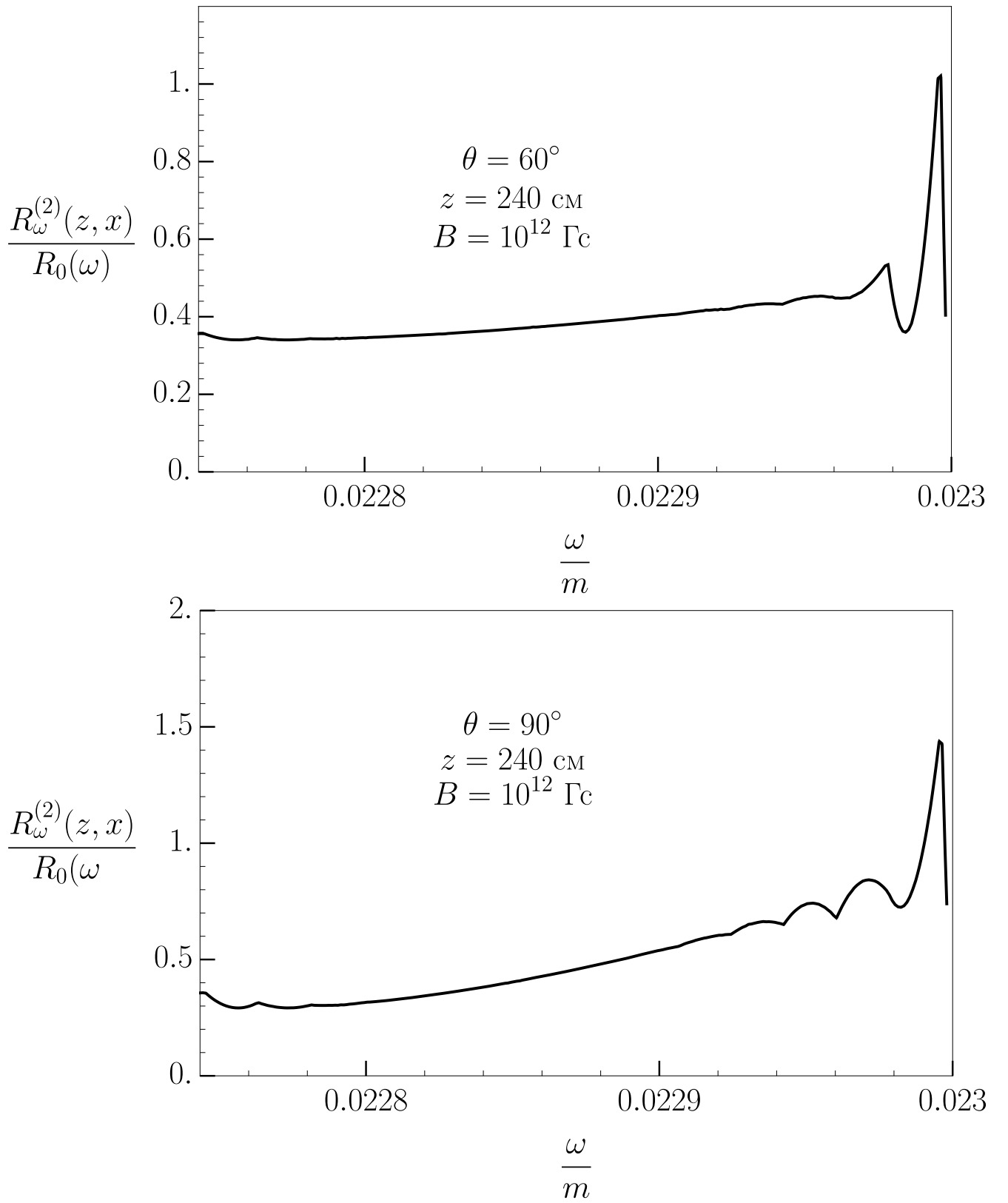


Рис. 3.12. Отношение спектральной плотности мощности (3.31) к спектральной плотности мощности чернотельного излучения (3.32) для моды 2 при $z = 240$ см.

3.4. Выводы

Рассмотрено решение кинетического уравнения для нахождения функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в равновесной нерелятивистской e^+e^- плазме в относительно сильном магнитном поле с учетом резонанса на виртуальном электроне. Использование преобразования Лапласа и разложения функции распределения по полиномам Лежандра задача сведена к решению системы дифференциальных уравнений на определение коэффициентов этого разложения. Решение представлено в виде интеграла на комплексной плоскости. Для значений магнитного поля $B = 10^{12}$ Гс и $T = 0.023$ кэВ вычислена спектральная плотность мощности. Следует обратить внимание, что для моды 1 в резонансной области спектр практически совпадает со спектром черного тела, в то время как для моды 2 претерпевает существенные изменения. Это может говорить о том что мода 1 при таких условиях практически не выходит из состояния равновесия, тогда как поведение фотона моды 2 будет являться существенно неравновесным. Данный вывод согласуется с результатами предыдущих исследований (см., например, [57]). На границе резонансной области имеются особенности, которые могут оказать существенное влияние на объяснение ряда астрофизических явлений. Этот анализ выходит за рамки настоящей диссертации.

Полученные результаты могут быть использованы для построения спектра излучения аккреционной колонки. Для этого следует разделить аккреционную колонку на малые области (см., например, [89]) с постоянным значением магнитного поля и температуры. Результирующий спектр может быть найден, как сумма вкладов этих малых областей.

Заключение

В настоящей диссертации рассмотрены квантовые процессы в присутствии сильного магнитного поля и плазмы с учетом резонансов на виртуальных фермионах.

В диссертации представлены следующие результаты:

1. Впервые вычислен коэффициент поглощения фотона в комптоновском процессе в сильно замагниченной зарядово-симметричной плазме для кинематически разрешенных каналов в области резонанса как с учетом конечной ширины резонансного пика, так и с использованием дельта-функциональной аппроксимации. Показано, что дельтаобразная аппроксимация резонансного пика хорошо описывает коэффициент поглощения фотона, значительно упрощая дальнейшее решение задачи переноса излучения.
2. Исследован процесс распространения электромагнитной волны в сильно замагниченной зарядово-симметричной плазме. Впервые показано, что аналогично случаю чистого магнитного поля процесс затухания фотона в замагниченной плазме имеет неэкспоненциальный характер. Установлено, что вычисление коэффициента поглощения с учетом неэкспоненциального характера затухания приводит к конечному выражению для коэффициента поглощения фотона в окрестности циклотронных резонансов.
3. Впервые получено решение кинетического уравнения для нахождения функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в равновесной нерелятивистской плазме электронов и в относительно сильном магнитном поле с учетом резонанса на виртуальном электроне.

Полученные в **главе 1** результаты могут быть использованы для упрощения решения уравнения переноса излучения с учетом резонансного комптонов-

ского процесса

Коэффициент затухания фотона, полученный в **главе 2**, может быть использован для оценки возможности формирования процессов в сильно замагниченной горячей плазме. Полученные результаты справедливы для фотона, распространяющегося поперек магнитного поля, однако они могут быть обобщены и на произвольный угол распространения электромагнитной волны.

Задача нахождения функции распределения для фотонов двух возможных поляризаций была выполнена в **главе 3**. Использование дельта-функционального приближения резонансного пика, обсуждаемого в главе 1, позволило свести задачу к системе дифференциальных уравнений.

Автор выражает глубокую признательность научному руководителю – доктору физико-математических наук, профессору Дмитрию Александровичу Румянцеву, а также преподавателям кафедры теоретической физики: Александру Васильевичу Кузнецову, Александру Яковлевичу Пархоменко, Михаилу Валерьевичу Чистякову, Игорю Сергеевичу Огневу, Мартынову Михаилу Викторовичу за обсуждение темы диссертации и ценные замечания. Автор выражает отдельную благодарность Шленёву Денису Михайловичу за героический труд и Сухоруких Виктору Анатольевичу за всестороннюю поддержку.

Приложение А

Точный пропагатор фермиона в магнитном поле

При рассмотрении любого взаимодействия в квантовой теории поля предполагается, что между начальными и конечными состояниями существует обмен виртуальными частицами. "Виртуальность" частицы означает, что ее энергия и импульс не связаны релятивистским соотношением (1.9). Промежуточное состояние в формализме собственного времени Фока [133] описывается уравнением Дирака с δ -функцией в правой части:

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu + e_f A_\mu\gamma^\mu - m_f)S(X, X') = \delta(X - X') . \quad (\text{A.1})$$

Его решение $S(X, X')$ называется пропагатором. В этом разделе мы опишем представление пропагаторов фермионов во внешнем магнитном поле с учетом радиационных поправок к массовому оператору и покажем, как может реализовываться резонанс в квантовых процессах, содержащих фермионы в промежуточном состоянии.

Решения уравнения (A.1) имеют достаточно громоздкий вид. Поэтому удобно воспользоваться различными приближениями. В относительно сильных полях для частиц, обладающих высоким удельным зарядом, $|e_f|/m_f$, удобно рассматривать пропагатор в виде разложения по уровням Ландау:

$$S(X, X') = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=\pm 1} S_n^s(X, X') . \quad (\text{A.2})$$

Для построения пропагатора можно воспользоваться полевыми операторами:

$$\Psi(X) = \sum_{n,p_y,p_z,s} (a_{n,p}^s \Psi_{n,p,+}^s(X) + b_{n,p}^{\dagger s} \Psi_{n,p,-}^s(X)) , \quad (\text{A.3})$$

где a – оператор уничтожения фермиона, b^\dagger – оператор рождения фермиона, Ψ_+ и Ψ_- соответствуют решениям уравнения Дирака с положительной и отрица-

тельной энергией соответственно. Стандартным образом пропагатор вычисляется как разность хронологически упорядоченного и нормально упорядоченного произведения полевых операторов:

$$S(X, X') = T(\Psi(X)\bar{\Psi}(X')) - \mathcal{N}(\Psi(X)\bar{\Psi}(X')). \quad (\text{A.4})$$

Подставляя точные решения уравнения Дирака (1.10) и вводя для удобства новое обозначение:

$$\phi_{p,n}^s(X_1) = \frac{U_n^s[\xi(X_1)]}{\sqrt{2M_n(E_n + M_n)(M_n + m_f)}}, \quad (\text{A.5})$$

где U_n^s определяется формулой (1.12), можно представить вклад в разложение пропагатора от уровня Ландау n и поляризационного состояния s следующим образом:

$$\begin{aligned} S_n^s(X, X') &= \int \frac{dp_0 dp_y dp_z}{(2\pi)^3} \times \\ &\times \frac{e^{-ip_0(X_0 - X'_0) + ip_y(X_2 - X'_2) + ip_z(X_3 - X'_3)}}{p_0^2 - p_z^2 - M_n^2 - \mathcal{R}_\Sigma^s(p) + i\mathcal{I}_\Sigma^s(p)} \phi_{p,n}^s(X_1) \bar{\phi}_{p,n}^s(X'_1), \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

где $\mathcal{R}_\Sigma^s(p)$ и $\mathcal{I}_\Sigma^s(p)$ – реальная и мнимая части массового оператора фермиона. Для их получения требуется вычислить радиационные поправки к массе фермиона в замагниченной плазме. Реальная часть массового оператора $\mathcal{R}_\Sigma^s(p)$ определяет изменение закона дисперсии фермиона в присутствии замагниченной плазмы. В слабых магнитных полях, где выполняется $B \ll B_e$, но среду ещё можно рассматривать как поледоминирующую, она определяется отношением [134]:

$$\mathcal{R}_\Sigma^s(p) = \frac{4\alpha m_f}{3\pi} \varkappa^2 \left[\ln \varkappa^{-1} + C + \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{33}{16} \right], \quad \varkappa \ll 1, \quad (\text{A.7})$$

где $C = 0.577\dots$ – постоянная Эйлера, динамический параметр \varkappa вводится следующим образом:

$$\varkappa = \frac{1}{m_f B_e} [-(F_{\mu\nu} p_\nu)^2]^{1/2}. \quad (\text{A.8})$$

Для случая сильного магнитного поля, $B \gtrsim B_e$, без учета плазмы лидирующий вклад в сдвиг массы фермиона, находящегося на основном уровне Ландау, описывается квадратом логарифмической функции [135]:

$$\Re_{\Sigma}^s(p) = \frac{\alpha}{4\pi} m_f \ln^2(2\beta/m_f^2). \quad (\text{A.9})$$

Из (A.7) и (A.9) следует, что даже для достаточно больших значений магнитного поля вплоть до 10^{16} Гс эта поправка к массе фермиона имеет величину порядка постоянной тонкой структуры α [97, 98] и является несущественной.

Резонанс на виртуальном фермионе будет наблюдаться, когда в знаменателе пропагатора (A.6) реальная часть обращается в ноль. Тогда виртуальная частица становится реальной, то есть приобретает определенный закон дисперсии (1.9). Анализ кинематики показывает, что это возможно только тогда, когда виртуальный фермион занимает один из высших уровней Ландау, $n > 0$. Частица при этом является нестабильной, и время ее жизни, в нерезонансной области предполагающееся бесконечно большим, определяется мнимой частью массового оператора, $\Im_{\Sigma}^s(p)$, учет которой становится необходимым. Она может быть получена с помощью оптической теоремы и представлена в следующем виде [136, 137]:

$$\Im_{\Sigma}^s(p) = -\frac{1}{2} p_0 \Gamma_n^s, \quad (\text{A.10})$$

где Γ_n^s – полная ширина поглощения фермиона, находящегося в поляризационном состоянии s и занимающего n -й уровень Ландау. Полная ширина изменения состояния фермиона может быть выражена через ширину рождения фермиона [122]:

$$\Gamma_n^s = \Gamma_n^{(abs)s} + \Gamma_n^{(cr)s} \simeq \Gamma_n^{(cr)s} \left[1 + e^{(E_n - \mu)/T} \right], \quad (\text{A.11})$$

где $\Gamma_n^{(abs)s}$ и $\Gamma_n^{(cr)s}$ – ширины поглощения и рождения фермиона соответственно. Введенный таким образом пропагатор с учетом конечной ширины изменения состояния фермиона позволяет корректно рассчитывать сечения квантовых процессов в резонансной области.

Приложение Б

Результаты для $\mathcal{T}_k^{s''s}$

Факторы $\mathcal{T}_k^{s''s}$, входящие в (1.34), приведены для случая отрицательного заряда фермиона, $\eta = -1$, и могут быть получены с использованием волновых функций (1.10). Используется следующее обозначение: $\mathcal{I}_{n,\ell} \equiv \mathcal{I}_{n,\ell}(q_\perp^2/(2\beta))$.

1. В случае, когда j является скалярными током ($k = S$), вычисления дают

$$\mathcal{T}_S^{--} = g_S j_S \mathcal{K}_3[(m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n,\ell} - 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{I}_{n-1,\ell-1}]; \quad (\text{Б.1})$$

$$\mathcal{T}_S^{-+} = -ig_S j_S \mathcal{K}_4[\sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + \sqrt{2\beta\ell}(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n,\ell}]; \quad (\text{Б.2})$$

$$\mathcal{T}_S^{+-} = -ig_S j_S \mathcal{K}_4[\sqrt{2\beta\ell}(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{I}_{n,\ell}]; \quad (\text{Б.3})$$

$$\mathcal{T}_S^{++} = g_S j_S \mathcal{K}_3[(m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{I}_{n,\ell}]. \quad (\text{Б.4})$$

2. В случае, когда j является псевдоскалярными током ($k = P$), получим

$$\mathcal{T}_P^{--} = g_P j_P \mathcal{K}_4[2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n,\ell}]; \quad (\text{Б.5})$$

$$\mathcal{T}_P^{-+} = ig_P j_P \mathcal{K}_3[\sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - \sqrt{2\beta\ell}(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n,\ell}]; \quad (\text{Б.6})$$

$$\mathcal{T}_P^{+-} = ig_P j_P \mathcal{K}_3[\sqrt{2\beta\ell}(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{I}_{n,\ell}]; \quad (\text{Б.7})$$

$$\mathcal{T}_P^{++} = -g_P j_P \mathcal{K}_4[(m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{I}_{n,\ell}]. \quad (\text{Б.8})$$

3. В случае, когда j является векторным током ($k = V$), будем иметь

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_V^{--} = & g_V [2\beta\sqrt{\ell n}(\mathcal{K}_1 j_V) \mathcal{I}_{n-1, \ell-1} + (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)(\mathcal{K}_1 j_V) \mathcal{I}_{n, \ell} - \\ & - \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell) \mathcal{K}_3 \frac{(j_V \Lambda q) - i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1, \ell} - \\ & - \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n) \mathcal{K}_3 \frac{(j_V \Lambda q) + i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n, \ell-1}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.9})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_V^{-+} = & i g_V [\sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)(\mathcal{K}_2 j_V) \mathcal{I}_{n-1, \ell-1} - \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)(\mathcal{K}_2 j_V) \mathcal{I}_{n, \ell} + \\ & + 2\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{K}_4 \frac{(j_V \Lambda q) - i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1, \ell} - \\ & - (m_f + M_\ell)(m_f + M_n) \mathcal{K}_4 \frac{(j_V \Lambda q) + i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n, \ell-1}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.10})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_V^{+-} = & -i g_V [\sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)(\mathcal{K}_2 j_V) \mathcal{I}_{n-1, \ell-1} - \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)(\mathcal{K}_2 j_V) \mathcal{I}_{n, \ell} + \\ & + (m_f + M_\ell)(m_f + M_n) \mathcal{K}_4 \frac{(j_V \Lambda q) - i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1, \ell} - \\ & - 2\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{K}_4 \frac{(j_V \Lambda q) + i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n, \ell-1}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.11})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_V^{++} = & g_V [2\beta\sqrt{\ell n}(\mathcal{K}_1 j_V) \mathcal{I}_{n, \ell} + (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)(\mathcal{K}_1 j_V) \mathcal{I}_{n-1, \ell-1} - \\ & - \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n) \mathcal{K}_3 \frac{(j_V \Lambda q) - i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1, \ell} - \\ & - \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell) \mathcal{K}_3 \frac{(j_V \Lambda q) + i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n, \ell-1}] . \end{aligned} \quad (\text{Б.12})$$

4. В случае, когда j является псевдовекторным током ($k = A$), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_A^{--} = & -g_A[2\beta\sqrt{\ell n}(\mathcal{K}_2 j_A)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)(\mathcal{K}_2 j_A)\mathcal{I}_{n,\ell} + \\ & + \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{K}_4 \frac{(j_A \Lambda q) - i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell} - \\ & - \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)\mathcal{K}_4 \frac{(j_A \Lambda q) + i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.13})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_A^{-+} = & i g_A[\sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)(\mathcal{K}_1 j_A)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)(\mathcal{K}_1 j_A)\mathcal{I}_{n,\ell} - \\ & - 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{K}_3 \frac{(j_A \Lambda q) - i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell} - \\ & - (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{K}_3 \frac{(j_A \Lambda q) + i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.14})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_A^{+-} = & -i g_A[\sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)(\mathcal{K}_1 j_A)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)(\mathcal{K}_1 j_A)\mathcal{I}_{n,\ell} - \\ & - 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{K}_3 \frac{(j_A \Lambda q + i(j_A \varphi q))}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1} - \\ & - (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{K}_3 \frac{(j_A \Lambda q) - i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.15})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_A^{++} = & -g_A[(m_f + M_\ell)(m_f + M_n)(\mathcal{K}_2 j_A)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - 2\beta\sqrt{\ell n}(\mathcal{K}_2 j_A)\mathcal{I}_{n,\ell} + \\ & + \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)\mathcal{K}_4 \frac{(j_A \Lambda q) - i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell} - \\ & - \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{K}_4 \frac{(j_A \Lambda q) + i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1}] . \end{aligned} \quad (\text{Б.16})$$

Отметим, что полученные амплитуды для векторной и аксиально-векторной вершин, после возведения в квадрат и суммирования по поляризационным состояниям фермионов, согласуются с ранее полученными результатами в работах [138–140].

Приложение В

Поляризационные и дисперсионные свойства фотона

Поляризационные и дисперсионные свойства фотона определяются поляризационным оператором фотона $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$, явный вид которого может быть получен из результатов работ [51, 141–143]. Для анализа свойств поляризационного оператора удобно разложить $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ по базису из 4-векторов [142], построенного из тензора электромагнитного поля и 4-вектора импульса фотона q_α :

$$\begin{aligned} b_\mu^{(1)} &= (\varphi q)_\mu, & b_\mu^{(2)} &= (\tilde{\varphi} q)_\mu, \\ b_\mu^{(3)} &= q^2 (\Lambda q)_\mu - q_\mu q_\perp^2, & b_\mu^{(4)} &= q_\mu, \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

являющихся собственными векторами поляризационного оператора в постоянном однородном магнитном поле. При этом $(b^{(1)}b^{*(1)}) = -q_\perp^2$, $(b^{(2)}b^{*(2)}) = -q_\parallel^2$, $(b^{(3)}b^{*(3)}) = -q^2 q_\parallel^2 q_\perp^2$, $(b^{(4)}b^{*(4)}) = q^2$.

В замагниченной плазме $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ уже не будет диагональным в базисе из векторов (B.1), поэтому его удобно разложить по собственным векторам $r_\alpha^{(\lambda)}$ в замагниченной плазме с соответствующими собственными значениями $\mathcal{P}^{(\lambda)}$ [51, 144–146]:

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta} = \sum_{\lambda=1}^3 \mathcal{P}^{(\lambda)} \frac{r_\alpha^{(\lambda)} (r_\beta^{(\lambda)})^*}{(r^{(\lambda)})^2}, \quad r_\beta^{(\lambda)} = \sum_{i=1}^3 A_i^{(\lambda)} b_\beta^{(i)}, \quad (\text{B.2})$$

где $A_i^{(\lambda)}$ некоторые комплексные коэффициенты.

При исследовании квантовых явлений в сильно замагниченной плазме, движущейся как целое вдоль магнитного поля со скоростью u_α , можно рассмотреть ситуацию только магнитного поля без электрической составляющей. В этом случае равновесная функция распределения электронов и позитронов плазмы, имеющая температуру T и химический потенциал μ может быть записана в явном лоренц-инвариантном виде:

$$f_{\pm}(p) = \frac{1}{1 + \exp [((pu)_{\parallel} \pm \mu)/T]}, \quad (\text{B.3})$$

$$(pu)_{\parallel} = Eu_0 - p_z u_z, \quad E = \sqrt{p_z^2 + m^2}.$$

Здесь верхний знак соответствует электронной, а нижний – позитронной компонентам плазмы.

С учетом этого замечания, в случае сильно замагниченной плазмы, когда магнитное поле является наибольшим параметром задачи, $\beta \gg m^2, \mu^2, T^2$, используя результаты работ [51, 144, 145, 147] для $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$, можно получить следующее разложение по обратным степеням магнитного поля:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\alpha\beta} = & \sum_{\lambda} \mathcal{P}^{(\lambda)} \frac{r_{\alpha}^{(\lambda)} (r_{\beta}^{(\lambda)})^*}{(r^{(\lambda)})^2} \simeq -\frac{2\alpha}{\pi} \beta \mathcal{D} \frac{(\tilde{\varphi}q)_{\alpha} (\tilde{\varphi}q)_{\beta}}{q_{\parallel}^2} + \\ & + \frac{\alpha}{3\pi} (\varphi q)_{\alpha} (\varphi q)_{\beta} + \frac{i\alpha}{\pi} \Delta N [\varphi_{\alpha\beta} (qu) + (q\varphi)_{\alpha} u_{\beta} - (q\varphi)_{\beta} u_{\alpha}] + \\ & + \frac{\alpha}{3\pi} \mathcal{V} (q^2 g_{\alpha\beta} - q_{\alpha} q_{\beta}) + O\left(\frac{1}{\beta}\right), \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

где

$$\mathcal{D} = -\mathcal{J}_1(q_{\parallel}) - H\left(\frac{q_{\parallel}^2}{4m^2}\right), \quad (\text{B.5})$$

$$\mathcal{J}_1(q_{\parallel}) = 2q_{\parallel}^2 m^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E} \frac{f_{-}(p) + f_{+}(p)}{q_{\parallel}^4 - 4(pq)_{\parallel}^2}, \quad (\text{B.6})$$

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{z(1-z)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{z}{1-z}} - 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned} H(z) = & -\frac{1}{2\sqrt{z(z-1)}} \ln \frac{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}} - 1 + \\ & + \frac{i\pi}{2\sqrt{z(z-1)}}, \quad z > 1, \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$$\Delta N = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E} (pu)_{\parallel} [f_{-}(p) - f_{+}(p)] = \frac{(2\pi)^2}{\beta} (n_{e^{-}} - n_{e^{+}}), \quad (\text{B.9})$$

$n_{e^{-}} - (n_{e^{+}})$ – концентрация электронов (позитронов) плазмы,

$$\mathcal{V} = \ln(B/B_e) - 1.792 + \frac{3}{2} \int_0^1 dx (1-x^2) \ln \left[1 - \frac{q^2}{4m^2} (1-x^2) \right]. \quad (\text{B.10})$$

В настоящей диссертации рассматривается система покоя плазмы, так, что $(pu)_{\parallel} = E$. При этом в разложении собственных векторов $r_{\alpha}^{(\lambda)}$ по обратным степеням поля для получения самосогласованных результатов оказывается необходимым учесть следующий порядок малости по $1/\beta$. С учетом этих замечаний получим:

$$\begin{aligned} r_{\alpha}^{(1,3)} = & \left[\mp \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} - q_{\perp}^2} \right] b_{\alpha}^{(1)} - i \frac{6\Delta N \omega}{q_{\parallel}^2} b_{\alpha}^{(3)} + \\ & + i \frac{\Delta N k_z q_{\perp}^2}{2\beta \mathcal{D} q_{\parallel}^2} \left[\pm \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} + q_{\perp}^2} \right] b_{\alpha}^{(2)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

$$r_{\alpha}^{(2)} = b_{\alpha}^{(2)} - i \frac{\Delta N k_z}{2\beta \mathcal{D}} b_{\alpha}^{(1)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right). \quad (\text{B.12})$$

Коэффициенты $A_i^{(\lambda)}$ в разложении (B.2) с точностью до членов $O(1/\beta^2)$ имеют вид:

$$A_1^{(1,3)} = \mp \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} - q_{\perp}^2}, \quad (\text{B.13})$$

$$A_2^{(1,3)} = i \frac{\Delta N k_z q_{\perp}^2}{2\beta \mathcal{D} q_{\parallel}^2} \left[\pm \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} + q_{\perp}^2} \right],$$

$$A_3^{(1,3)} = -i \frac{6\Delta N \omega}{q_{\parallel}^2}, \quad A_1^{(2)} = -i \frac{\Delta N k_z}{2\beta \mathcal{D}},$$

$$A_2^{(2)} = 1, \quad A_3^{(2)} = 0.$$

Соответствующие собственные значения в приближениях $O(1/\beta^2)$ для $\mathcal{P}^{(1,3)}$

и $O(1/\beta)$ для $\mathcal{P}^{(2)}$ запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^{(1,3)} &= \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + \frac{\alpha}{6\pi} \left[\mp \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2}} - q_{\perp}^2 \right] \times \\ &\times \left\{ 1 \mp \frac{3(\Delta N k_z)^2 q_{\perp}^2}{2\beta \mathcal{D} q_{\parallel}^2} \left[q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} \right]^{-1/2} \right\} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$\mathcal{P}^{(2)} = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + \frac{2\alpha}{\pi} \beta \mathcal{D} + O\left(\frac{1}{\beta}\right). \quad (\text{B.15})$$

Как видно из полученного результата, даже в приближении сильно замагниченной плазмы определение дисперсионных свойств фотонов для всех трех поляризаций представляет собой достаточно сложную задачу. Однако в предельном случае зарядово симметричной плазмы формулы (B.13) – (B.15) значительно упрощаются.

А именно в случае зарядово симметричной плазмы $\Delta N = 0$, коэффициенты (B.13) примут вид: $A_1^{(1)} = -2q_{\perp}^2$, $A_2^{(2)} = 1$ (остальные коэффициенты равны нулю). Тогда, собственные векторы (B.11) – (B.12) и собственные значения (B.14) – (B.15) можно представить в виде:

$$r_{\alpha}^{(1)} = -2q_{\perp}^2 b_{\alpha}^{(1)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad r_{\alpha}^{(3)} = O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad (\text{B.16})$$

$$r_{\alpha}^{(2)} = b_{\alpha}^{(2)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right). \quad (\text{B.17})$$

$$\mathcal{P}^{(1)} = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} - \frac{\alpha}{3\pi} q_{\perp}^2 + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad (\text{B.18})$$

$$\mathcal{P}^{(3)} = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad (\text{B.19})$$

а собственное значение $\mathcal{P}^{(2)}$ определяется формулой (B.15).

Нетрудно видеть, что полученные собственные векторы и собственные значения поляризационного оператора в зарядово симметричной плазме имеют тот

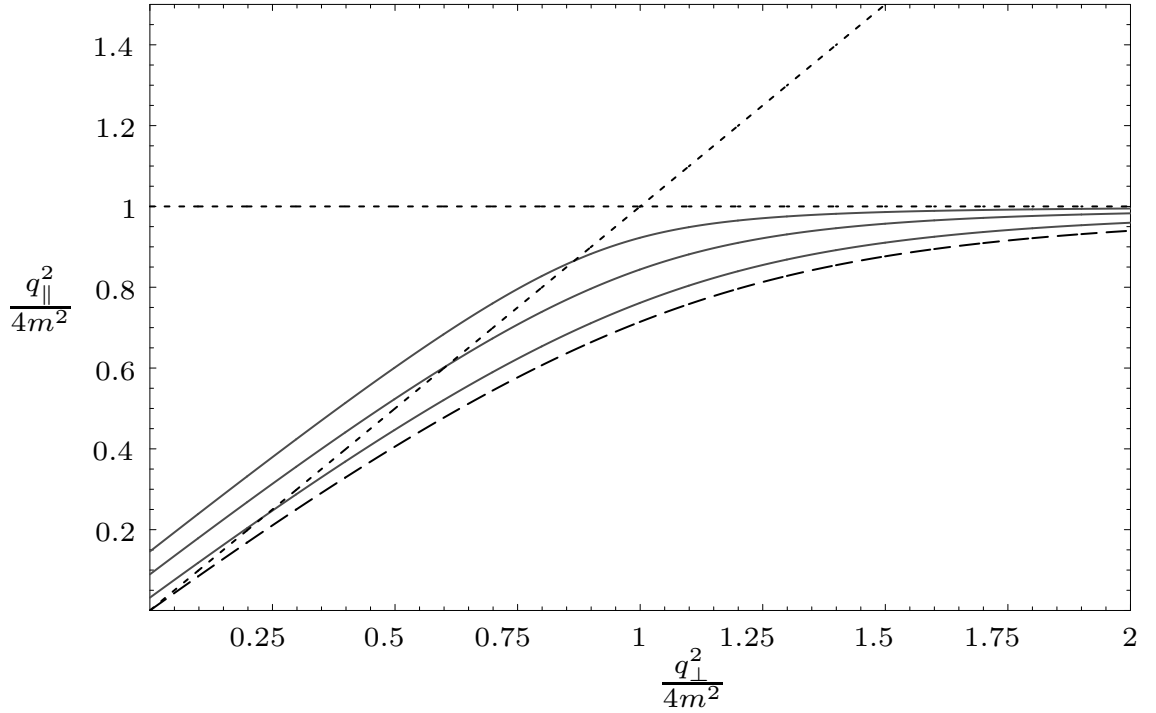


Рис. В.1. Законы дисперсии фотона моды 2 в сильном магнитном поле $B/B_e = 200$ и нейтральной плазме ($\mu = 0$) для различных значений температуры: $T = 1$ МэВ (верхняя кривая), $T = 0.5$ МэВ (средняя кривая), $T = 0.25$ МэВ (нижняя кривая). Дисперсия фотона без плазмы обозначена штриховой линией. Диагональная штриховая линия соответствует вакуумному закону дисперсии, $q^2 = 0$. Угол между импульсом фотона и направлением магнитного поля равен $\pi/2$.

же вид, что и в замагниченном вакууме¹. Поэтому для фотонов, находящихся в равновесии с плазмой, можно ввести два поляризационных состояния, определяемые векторами поляризации [41]

$$\varepsilon_{\alpha}^{(1)}(q) = \frac{(q\varphi)_{\alpha}}{\sqrt{q_{\perp}^2}}, \quad \varepsilon_{\alpha}^{(2)}(q) = \frac{(q\tilde{\varphi})_{\alpha}}{\sqrt{q_{\parallel}^2}}. \quad (\text{B.20})$$

Здесь символы 1 и 2 соответствуют \parallel и \perp поляризациям в чистом магнитном поле [148], X - и O - модам работы [149], и E - и O - модам в замагниченной плазме [10]. При этом вектор поляризации, соответствующий собственному значению $\mathcal{P}^{(3)}$, может быть устранен калибровочным преобразованием и поэтому не будет определять физическую моду фотона. Кроме того, в приближении $O(1/\beta^2)$ закон дисперсии фотона моды 1 практически не отличается от вакуумного, $q^2 \simeq 0$. С другой стороны, дисперсионные свойства фотона моды 2

¹ Под термином «замагниченный вакуум» понимается магнитное поле без плазмы.

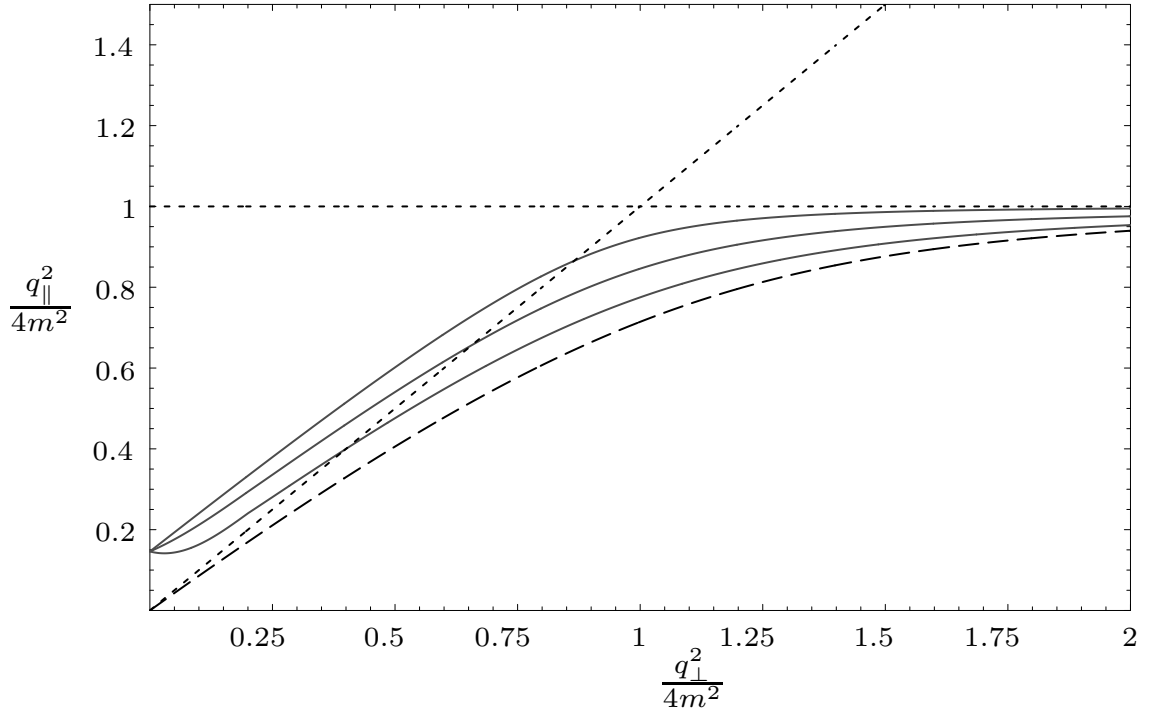


Рис. В.2. Законы дисперсии фотона моды 2 в сильном магнитном поле $B/B_e = 200$ и нейтральной плазме ($T = 1\text{МэВ}$) для различных значений угла между импульсом фотона и направлением магнитного поля $\theta = \pi/2$ (верхняя кривая), $\theta = \pi/6$ (средняя кривая), $\theta = \pi/12$ (нижняя кривая). Дисперсия фотона без плазмы обозначена штриховой линией. Диагональная штриховая линия соответствует вакуумному закону дисперсии, $q^2 = 0$.

претерпевают существенные изменения даже по сравнению с замагниченным вакуумом и, следовательно, будут оказывать дополнительное влияние на кинематику процессов с участием фотонов этой моды.

На рис. В.1 и В.2 представлены законы дисперсии фотона моды 2, полученные в работе [41], как решения уравнения

$$q^2 - \mathcal{P}^{(2)} = 0 \quad (\text{В.21})$$

в замагниченной плазме для различных значений температур, углов и импульса фотона. Как нетрудно видеть, в противоположность чистому магнитному полю, в плазме существует область с $q^2 > 0$ ниже первого циклотронного резонанса, определяемого условием $q_{\parallel}^2 = 0$. Этот факт связан с появлением плазменной частоты в представлении реальных электронов и позитронов среды, которая может быть определена из уравнения

$$\omega_p^2 - \mathcal{P}^{(2)}(\omega_p, \mathbf{k} \rightarrow 0) = 0. \quad (\text{B.22})$$

В результате может существенно измениться кинематика различных фотонных процессов. Например, наличие плазменной частоты приводит к возникновению порога для каналов рассеяния фотона моды 2 на электронах и позитронах плазмы, $\gamma_2 e \rightarrow \gamma_1 e$, $\gamma_2 e \rightarrow \gamma_2 e$, который отсутствует в чистом магнитном поле. В то же время каналы расщепления $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$ и $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$, разрешенные в магнитном поле, в этой области кинематически закрыты [150]. Кроме того, в этой области становится возможным новый канал расщепления фотона $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1 \gamma_1$, запрещенный в магнитном поле в отсутствие плазмы

Список литературы

1. *Thompson C., Duncan R. C.* The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars - I. Radiative mechanism for outbursts // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1995. Vol. 275. P. 255–300.
2. *Thompson C., Duncan R. C.* The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars. II. Quiescent neutrino, X-Ray, and Alfvén wave emission // *Astrophys. J.* 1996. Vol. 473. P. 322–342.
3. *Thompson C., Lyutikov M., Kulkarni S. R.* Electrodynamics of magnetars: implications for the persistent x-ray emission and spindown of the soft gamma repeaters and anomalous x-ray pulsars // *Astrophys. J.* 2002. Vol. 574, no. 1. P. 332–355.
4. *Kim V., Umirbayeva A., Aimuratov Y.* Estimates of the Surface Magnetic Field Strength of Radio Pulsars // *Universe.* 2023. Vol. 9, no. 7. P. 334.
5. *Philippov A., Timokhin A., Spitkovsky A.* Origin of Pulsar Radio Emission // *Phys. Rev. Lett.* 2020. Vol. 124, no. 24. P. 245101.
6. *Trümper J., Pietsch W., Reppin C., Sacco B.* Evidence for Strong Cyclotron Emission in the Hard X-Ray Spectrum of Her X-1 // Eighth Texas Symposium on Relativistic Astrophysics / Ed. by M. D. Papagiannis. Vol. 302. 1977. P. 538.
7. *Staubert, R., Trümper, J., Kendziorra, E. et al.* Cyclotron lines in highly magnetized neutron stars // *Astronomy & Astrophysics.* 2019. Vol. 622. P. A61.
8. *Mitrofanov I. G., Pavlov G. G.* Magnetic field strongly reduces critical luminosity of neutron stars and degenerate dwarfs // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1982. Vol. 200, no. 4. P. 1033–1037.
9. *Duncan R. C., Thompson C.* Formation of very strongly magnetized neutron stars - Implications for gamma-ray bursts // *Astrophys. J.* 1992. Vol. 392, no. 1. P. L9–L13.
10. *Thompson C., Duncan R. C.* The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars - I. Radiative mechanism for outbursts // *Mon. Not.*

- Roy. Astron. Soc.* 1995. Vol. 275. P. 255–300.
11. *Lai D.* Matter in strong magnetic fields // *Rev. Mod. Phys.* 2001. Vol. 73. P. 629–662.
 12. *Mazets E. P., Golenetskij S. V., Guryan Y. A.* Soft gamma-ray bursts from the source B1900+14 // *Soviet Astronomy Letters*. 1979. Vol. 5. P. 343.
 13. *Mereghetti S., Stella L.* The Very Low Mass X-Ray Binary Pulsars: A New Class of Sources? // *Astrophys. J. L.* 1995. Vol. 442. P. L17.
 14. *Yakovlev D. G., Pethick C. J.* Neutron Star Cooling // *Annu. Rev. Astron. & Astrophys.* 2004. Vol. 42, no. 1. P. 169–210.
 15. *Younes G., Baring M. G., Kouveliotou C. et al.* Broadband X-ray burst spectroscopy of the fast-radio-burst-emitting Galactic magnetar // *Nature Astronomy*. 2021. Vol. 5. P. 408–413.
 16. *Hurley K., Kouveliotou C., Woods P. et al.* Reactivation and Precise Interplanetary Network Localization of the Soft Gamma Repeater SGR 1900+14 // *Astrophys. J. L.* 1999. Vol. 510, no. 2. P. L107–L109.
 17. *Hurley K., Cline T., Mazets E. et al.* A giant periodic flare from the soft γ -ray repeater SGR1900+14 // *Nature*. 1999. Vol. 397, no. 6714. P. 41–43.
 18. *Hurley K., Boggs S. E., Smith D. M. et al.* An exceptionally bright flare from SGR 1806-20 and the origins of short-duration γ -ray bursts // *Nature*. 2005. Vol. 434, no. 7037. P. 1098–1103.
 19. *Kaspi V. M., Beloborodov A. M.* Magnetars // *Annu. Rev. Astron. & Astrophys.* 2017. Vol. 55, no. 1. P. 261–301.
 20. *Кузнецов А. В., Михеев М. В.* Взаимодействие нейтрино с сильно замагниченной электрон-позитронной плазмой // *ЖЭТФ*. 2000. Т. 118, № 4. С. 863–876.
 21. *Бисноватый-Коган Г. С., Чечеткин В. М.* Неравновесные оболочки нейтронных звезд, их роль в поддержании рентгеновского излучения и нуклеосинтезе // *Усп. физ. наук*. 1979. Т. 127, № 2. С. 263–296.
 22. *Kouveliotou C. et al.* An X-ray pulsar with a superstrong magnetic field in the

- soft gamma-ray repeater SGR 1806-20. // *Nature*. 1998. Vol. 393. P. 235–237.
23. *Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al.* Discovery of a magnetar associated with the soft gamma repeater SGR 1900+14 // *Astrophys. J.* 1999. Vol. 510. P. L115–118.
 24. *Gavriil F. P., Kaspi V. M., Woods P. M.* Magnetar - like x-ray bursts from an anomalous x-ray pulsar // *Nature*. 2002. Vol. 419. P. 142–144.
 25. *Ibrahim A. I., Safi-Harb S., Swank J. H. et al.* Discovery of cyclotron resonance features in the soft gamma repeater SGR 1806-20 // *Astrophys. J.* 2002. Vol. 574. P. L51–L55.
 26. *Ibrahim A. I., Swank J. H., Parke W.* New evidence for proton cyclotron resonance in a magnetar strength field from SGR 1806-20 // *Astrophys. J.* 2003. Vol. 584. P. L17–L22.
 27. *Olausen S. A., Kaspi V. M.* The McGill magnetar catalog // *Astrophys. J. Suppl.* 2014. Vol. 212, no. 1. P. 6.
 28. *Miller M. C.* Constraints on hydrostatic models of soft gamma-ray repeaters // *Astrophys. J. Lett.* 1995. Vol. 448. P. L29.
 29. *Bulik T., Miller M. C.* Spectral effects of the vacuum resonance in soft gamma-ray repeaters // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1997. Vol. 288, no. 3. P. 596–608.
 30. *Suleimanov V., Werner K.* Importance of Compton scattering for radiation spectra of isolated neutron stars with weak magnetic fields // *Astron. & Astrophys.* 2007. P. 661–668.
 31. *Nobili L., Turolla R., Zane S.* X-ray spectra from magnetar candidates – II. Resonant cross-sections for electron–photon scattering in the relativistic regime // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2008. Vol. 389, no. 2. P. 989–1000.
 32. *Taverna R., Muleri F., Turolla R. et al.* Probing magnetar magnetosphere through X-ray polarization measurements // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2014. Vol. 438, no. 2. P. 1686–1697.

33. *Thompson C., Lyutikov M., Kulkarni S. R.* Electrodynamics of Magnetars: Implications for the Persistent X-Ray Emission and Spin-down of the Soft Gamma Repeaters and Anomalous X-Ray Pulsars // *Astrophys. J.* 2002. Vol. 574, no. 1. P. 332–355.
34. *Rea N., Zane S., Turolla R. et al.* Resonant Cyclotron Scattering in Magnetars' Emission // *Astrophys. J.* 2008. Vol. 686, no. 2. P. 1245–1260.
35. *Sturrock C. A.* A model of pulsars // *Astrophys. J.* 1971. Vol. 164. P. 529–556.
36. *Medin Z., Lai D.* Condensed surfaces of magnetic neutron stars, thermal surface emission, and particle acceleration above pulsar polar caps // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2007. Vol. 382, no. 4. P. 1833–1852.
37. *Румянцев Д. А.* Резонансный механизм рождения e^+e^- -пар в сильном магнитном поле // *Ядерная физика.* 2013. Т. 76, № 12. С. 1605–1609.
38. *Herold H.* Compton and Thomson scattering in strong magnetic fields // *Phys. Rev.* 1979. Vol. D19. P. 2868.
39. *Melrose D. B., Parle A. J.* Quantum electrodynamics in strong magnetic fields. I Electron States // *Aust. J. Phys.* 1983. Vol. 36. P. 755–774.
40. *Gonthier P. L., Harding A. C., Baring M. G. et al.* Compton Scattering in Ultrastrong Magnetic Fields: Numerical and Analytical Behavior in the Relativistic Regime // *Astrophys. J.* 2000. Vol. 540. P. 907.
41. *Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A.* Compton effect in strongly magnetized plasma // *Int. J. Mod. Phys.* 2009. Vol. A24. P. 3995–4008.
42. *Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A., Stus' N. S.* Photon splitting and Compton scattering in strongly magnetized hot plasma // *Phys. Rev.* 2012. Vol. D86. P. 043007.
43. *Gonthier P. L., Baring M. G., Eiles M. T. et al.* Compton scattering in strong magnetic fields: Spin-dependent influences at the cyclotron resonance // *Phys. Rev.* 2014. Vol. D90, no. 4. P. 043014.
44. *Mushtukov A. A., Nagirner D. I., Poutanen J.* Compton scattering S-matrix and cross section in strong magnetic field // *Phys. Rev.* 2016. Vol. D93, no. 10.

P. 105003.

45. Румянцев Д. А., Шленев Д. М., Ярков А. А. Резонансы в комптоноподобных процессах рассеяния во внешней замагниченной среде // *ЖЭТФ*. 2017. Т. 152, № 3. С. 483–494.
46. Wadiasingh Z., Baring M. G., Gonthier P. L., Harding A. K. Resonant Inverse Compton Scattering Spectra from Highly-magnetized Neutron Stars // *Astrophys. J.* 2018. Vol. 854, no. 2. P. 98.
47. Kostenko A., Thompson C. QED Phenomena in an Ultrastrong Magnetic Field. I. Electron-Photon Scattering, Pair Creation, and Annihilation // *Astrophys. J.* 2018. Vol. 869, no. 1. P. 44 (1–19).
48. Клепиков Н. П. Излучение фотонов и электрон-позитронных пар в магнитном поле // *ЖЭТФ*. 1954. Т. 26, № 1. С. 19–34.
49. ERBER T. High-Energy Electromagnetic Conversion Processes in Intense Magnetic Fields // *Rev. Mod. Phys.* 1966. Vol. 38. P. 626–659.
50. Daugherty J. K. Pair production in superstrong magnetic fields // *Astrophys. J.* 1983. Vol. 273. P. 761–773.
51. Шабад А. Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // *Тр. ФИАН СССР “Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях”*. 1988. Т. 192. С. 5–152.
52. Михеев Н. В., М.В. Ч. Затухание фотона в результате рождения электрон-позитронной пары в сильном магнитном поле // *Письма в журн. эксперим. и теор. физ.* 2001. Т. 73, № 12. С. 726–730.
53. Basko M. M., Sunyaev R. A. Radiative transfer in a strong magnetic field and accreting X-ray pulsars. // *Astron. & Astrophys.* 1975. Vol. 42, no. 3. P. 311–321.
54. Basko M. M., Sunyaev R. A. The limiting luminosity of accreting neutron stars with magnetic fields. // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1976. Vol. 175. P. 395–417.
55. Nagel W. Radiative transfer in a strongly magnetized plasma. I - Effects of

- anisotropy. II - Effects of Comptonization // *Astrophys. J.* 1981. Vol. 251. P. 278–296.
56. *Kaminker A. D., Pavlov G. G., Shibano Y. A.* Radiation from a strongly-magnetized plasma: the case of predominant scattering // *Astrophys. Space Sci.* 1982. Vol. 86, no. 2. P. 249–297.
 57. *Любарский Ю. Э.* Комptonизация в сверхсильном магнитном поле. I // *Астрофизика*. 1988. Т. 28, № 1.
 58. *Yahel R. Z.* Cyclotron line formation in the atmosphere of a magnetized neutron star // *Astrophys. J.* 1979. Vol. 229. P. L73–L79.
 59. *Araya R. A., Harding A. K.* Cyclotron Line Features from Near-critical Magnetic Fields: The Effect of Optical Depth and Plasma Geometry // *Astrophys. J.* 1999. Vol. 517, no. 1. P. 334.
 60. *Fernandez R., Thompson C.* Resonant Cyclotron Scattering in Three Dimensions and the Quiescent Nonthermal X-ray Emission of Magnetars // *Astrophys. J.* 2007. Vol. 660, no. 1. P. 615.
 61. *Mushtukov A., Markozov I., Suleimanov V. et al.* Statistical features of multiple Compton scattering in a strong magnetic field // *Phys. Rev. D.* 2022. Vol. 105. P. 103027.
 62. *Burnard D. J., Klein R. I., Arons J.* Continuum radiative transfer in the polar columns of accretion powered pulsars - Incoherent scattering // *Astrophys. J.* 1990. Vol. 349. P. 262–273.
 63. *Mushtukov A. A., Nagirner D. I., Poutanen J.* Relativistic kinetic equation for Compton scattering of polarized radiation in a strong magnetic field // *Phys. Rev. D.* 2012. Vol. 85. P. 103002.
 64. *Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A., Yarkov A. A.* Effect of a strongly magnetized plasma on the resonant photon scattering process // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2020. Vol. 1690. P. 012015.
 65. *Yarkov A. A., Rumyantsev D. A.* Photon Damping in a Strongly Magnetized Plasma // *Physics of Atomic Nuclei*. 2022. Vol. 85, no. 9. P. 1566–1569.

66. Ярков А. А., Румянцев Д. А. Решение кинетического уравнения с учетом резонанса в комптоновском процессе в замагниченной среде // *Письма в ЭЧАЯ*. 2023. Т. 20, № 3(248). С. 422–427.
67. Ярков А. А., Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Учет конечной ширины поглощения электрона в комптоноподобном процессе в замагниченной среде // Сборник материалов 73-й Всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием. Ярославский государственный технический университет, 2020. С. 335–339.
68. Yarkov A. A., Rumyantsev D. A. Radiation Transfer in a Strong Magnetic Field with Resonance Effects Taken into Account // *Physics of Atomic Nuclei*. 2023. Vol. 80, no. 5. P. 890–893.
69. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. Москва: Наука, 1989. 728 с.
70. Trümper J., Pietsch W., Reppin C. et al. Evidence for strong cyclotron line emission in the hard X-ray spectrum of Hercules X-1 // *Astrophys. J.* 1978. Vol. 219. P. L105–L110.
71. Makishima K., Mihara T., Ishida M., et al. Discovery of a prominent cyclotron absorption feature from the transient X-ray pulsar X0331 + 53 // *Astrophys. J. Lett.* 1990. Vol. 365. P. L59–L62.
72. Grove J. E., Strickman M. S., Johnson W. N., et al. The soft gamma-ray spectrum of A0535+26: Detection of an absorption feature at 110 keV by OSSE // *Astrophys. J. Lett.* 1995. Vol. 438. P. L25–L28.
73. Mihara T., Makishima K., Ohashi T. et al. New observations of the cyclotron absorption feature in Hercules X-1 // *Nature*. 1990. Vol. 346. P. 250–252.
74. Canuto V., Lodenguai J., Ruderman M. Thomson Scattering in a Strong Magnetic Field // *Phys. Rev. D*. 1971. Vol. 3. P. 2303–2308.
75. Гнедин Ю. Н., Сюняев Р. А. Рассеяние излучения на тепловых электронах в магнитном поле // *Журн. эксперим. и теор. физ.* 1973. Т. 65, № 1. С. 102.

76. *Borner G., Mészáros P.* Classical calculation of Thomson cross-sections in the presence of a strong magnetic field // *Plasma Phys.* 1979. Vol. 21, no. 4. P. 357.
77. *Ventura J.* Scattering of light in a strongly magnetized plasma // *Phys. Rev.* 1979. Vol. D19. P. 1684–1695.
78. *Melrose D. B., Parle A. J.* Quantum Electrodynamics in Strong Magnetic Fields III. Electron-photon interactions // *Aust. J. Phys.* 1983. Vol. 36. P. 799.
79. *Daugherty J. K., Harding A. K.* Compton Scattering in Strong Magnetic Fields // *Astrophys. J.* 1986. Vol. 309. P. 362.
80. *Bussard R. W., Alexander S. B., Meszaros P.* One- and two-photon Compton scattering in strong magnetic fields // *Phys. Rev. D.* 1986. Vol. 34. P. 440–451.
81. *Özel F.* Surface Emission Properties of Strongly Magnetic Neutron Stars // *The Astrophysical Journal*. 2001. Vol. 563, no. 1. P. 276.
82. *Zavlin V. E., Pavlov G. G., Shibano Y. A.* Model neutron star atmospheres with low magnetic fields. I. Atmospheres in radiative equilibrium. // *A&A*. 1996. Vol. 315. P. 141–152.
83. *Lyubarsky Y. E.* On the X-ray spectra of soft gamma repeaters // *MNRAS*. 2002. Vol. 332, no. 1. P. 199–204.
84. *Alexander S. G., Meszaros P.* Cyclotron Harmonics in Accreting Pulsars and Gamma-Ray Bursters: Effect of Two-Photon Processes // *Astrophys. J.* 1991. Vol. 372. P. 565.
85. *Ho W. C. G., Lai D.* Atmospheres and spectra of strongly magnetized neutron stars // *MNRAS*. 2001. Vol. 327, no. 4. P. 1081–1096.
86. *Lyutikov M., Gavril F. P.* Resonant cyclotron scattering and Comptonization in neutron star magnetospheres // *MNRAS*. 2006. Vol. 368, no. 2. P. 690–706.
87. *Potekhin A. Y., Lai D., Chabrier G., Ho W. C. G.* Electromagnetic Polarization in Partially Ionized Plasmas with Strong Magnetic Fields and Neutron Star Atmosphere Models // *The Astrophysical Journal*. 2004. — sep. Vol. 612, no. 2. P. 1034.

88. *Schönherr G., Wilms J., Kretschmar P. et al.* A model for cyclotron resonance scattering features // *A&A*. 2007. Vol. 472, no. 2. P. 353–365.
89. *Nishimura O.* Formation Mechanism for Broad and Shallow Profiles of Cyclotron Lines in Accreting X-Ray Pulsars // *Astrophys. J.* 2008. Vol. 672, no. 2. P. 1127–1136.
90. *Suleimanov V., Potekhin A. Y., Werner K.* Models of magnetized neutron star atmospheres: thin atmospheres and partially ionized hydrogen atmospheres with vacuum polarization // *A&A*. 2009. Vol. 500, no. 2. P. 891–899.
91. *Baring M. G., Harding A. K.* Modeling the Non-Thermal X-ray Tail Emission of Anomalous X-ray Pulsars // *AIP Conference Proceedings*. 2008. Vol. 968, no. 1. P. 93–100.
92. *Beloborodov A. M.* On the Mechanism of Hard X-Ray Emission from Magnetars // *Astrophys. J.* 2013. Vol. 762, no. 1. P. 13.
93. *Daugherty J. K., Harding A. K.* Comptonization of Thermal Photons by Relativistic Electron Beams // *Astrophys. J.* 1989. Vol. 336. P. 861.
94. *Gonthier P. L., Harding A. K., Baring M. G. et al.* Compton Scattering in Ultrastrong Magnetic Fields: Numerical and Analytical Behavior in the Relativistic Regime // *Astrophys. J.* 2000. Vol. 540, no. 2. P. 907–922.
95. *Harding A. K., Daugherty J. K.* Cyclotron Resonant Scattering and Absorption // *Astrophys. J.* 1991. Vol. 374. P. 687–699.
96. *Melrose D. B., Parle A. J.* Quantum electrodynamics in strong magnetic fields. I Electron States // *Aust. J. Phys.* 1983. Vol. 36. P. 755–774.
97. *Соколов А. А., Тернов И. М.* Релятивистский электрон. Москва: Наука, 1983. 304 с.
98. *Kuznetsov A. V., Mikheev N. V.* Electroweak processes in external electromagnetic fields. New York: Springer-Verlag, 2003. 120 p.
99. *Bhattacharya K., Pal P. B.* Inverse beta decay of arbitrarily polarized neutrons in a magnetic field // *Pramana J. Phys.* 2004. Vol. 62. P. 1041–1058.
100. *Balantsev I. A., Popov Yu. V., Studenikin A. I.* On the problem of relativistic

- particles motion in strong magnetic field and dense matter // *J. Phys.* 2011. Vol. A44. P. 255301 (1–13).
101. *Kuznetsov A., Mikheev N.* Electroweak processes in external active media. 2013. Vol. 252. P. pp 1–271.
 102. *Johnson M. H., Lippmann B. A.* Motion in a constant magnetic field // *Physical Review*. 1949. Vol. 76, no. 6. P. 828–832.
 103. *Соколов А. А., Тернов И. М.* Синхротронное излучение. М.: Наука, 1966. 228 с.
 104. *Пескин М., Шредер Д.* Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: РХД, 2001. 784 с.
 105. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Москва: Наука, 1989. 768 с.
 106. *Canuto V.* Quantum processes in strong magnetic fields // *Ann. N. Y. Acad. Sci.* 1975. Vol. 257, no. 1. P. 108–126.
 107. *Suh I.-S., Mathews G. J.* Weak reaction freeze-out constraints on primordial magnetic fields // *Phys. rev. D*. 1999. Vol. 59, no. 12. P. 123002.
 108. *Jones P. B.* Electron-positron bremsstrahlung and pair creation in very high magnetic fields // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2010. Vol. 409, no. 4. P. 1719–1727.
 109. *Melrose D. B.* Quantum kinetic theory for unmagnetized and magnetized plasmas // *Rev. Mod. Plasma Phys.* 2020. Vol. 4, no. 8.
 110. *Graziani C.* Strong-Field Cyclotron Scattering. I. Scattering Amplitudes and Natural Line Width // *Astrophys. J.* 1993. Vol. 412. P. 351–362.
 111. *Градуштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. 1108 с.
 112. *Beloborodov A. M., Thompson C.* Corona of magnetars // *Astrophys. J.* 2007. Vol. 657, no. 2. P. 967–993.
 113. *Kuznetsov A. V., Rumyantsev D. A., Shlenov D. M.* Generalized two-point tree-level amplitude $jf \rightarrow j'f'$ in a magnetized medium // *Int. J. Mod. Phys.*

2015. Vol. A30, no. 11. P. 1550049.
114. Румянцев Д. А., Шленев Д. М., Ярков А. А. Резонансы в комптоноподобных процессах рассеяния во внешней замагниченной среде // *ЖЭТФ*. 2017. Т. 152, № 3. С. 483–494.
 115. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. Квантовая электродинамика. 4 изд. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. Т. 4. 720 с.
 116. Schwarm F. W., Schönherr G., Falkner S. et al. Cyclotron resonant scattering feature simulations. I. Thermally averaged cyclotron scattering cross sections, mean free photon-path tables, and electron momentum sampling // *A&A*. 2017. Vol. 597. P. A3.
 117. Kuznetsov A. V., Rumyantsev D. A., Shlenov D. M. Generalized two-point tree-level amplitude $jf \rightarrow j'f'$ in a magnetized medium // *Int. J. Mod. Phys.* 2015. Vol. A30, no. 11. P. 1550049.
 118. Philippov A., Timokhin A., Spitkovsky A. Origin of Pulsar Radio Emission // *Phys. Rev. Lett.* 2020. Vol. 124, no. 24. P. 245101.
 119. Tademaru E. On the energy spectrum of relativistic electrons in the crab nebula // *Astrophys. J.* 1973. Vol. 183. P. 625–635.
 120. Boyanovsky D., de Vega H. J., Lee D.-S. et al. Fermion damping in a fermion-scalar plasma // *Phys. Rev. D.* 1999. Vol. 59. P. 105001.
 121. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Теоретическая физика: ч. 2. Статистическая физика. Теория конденсированного состояния. Физматлит, 2001. Т. IX. 496 с.
 122. Weldon H. A. Simple rules for discontinuities in finite temperature Field Theory // *Phys. Rev.* 1983. Vol. D28. P. 2007–2037.
 123. Harding A. C., Baring M. G., Gonthier P. L. Photon Splitting Cascades in Gamma-Ray Pulsars and the Spectrum of PSR1509-58 // *Astrophys. J.* 1997. Vol. 476. P. 246.
 124. Meszaros P., Nagel W. X-ray pulsar models. II. Comptonized spectra and pulse shapes. // *Astrophys. J.* 1985. Vol. 299. P. 138–153.

125. *Alexander S. G., Meszaros P., Bussard R. W.* The Nonlinear Transfer Problem in Accreting Pulsars: Stimulated Scattering Effects // *Astrophys. J.* 1989. Vol. 342. P. 928–933.
126. *Meszaros P., Harding A. K., Kirk J. G., Galloway D. J.* Accreting X-ray pulsar atmospheres heated by Coulomb deceleration of protons // *Astrophys. J.* 1983. Vol. 266. P. L33–L37.
127. *Harding A. K., Meszaros P., Kirk J. G., Galloway D. J.* Self-consistent models for Coulomb-heated X-ray pulsar atmospheres. // *Astrophys. J.* 1984. Vol. 278. P. 369–381.
128. *Nishimura O.* Properties of Cyclotron Lines in a Line-forming Region Injected by an Anisotropic Continuum in Accreting X-ray Pulsars // *Astrophys. J.* 2015. Vol. 807, no. 2. P. 164.
129. *Mihalas D.* The computation of radiation transport using feautrier variables I. Static media // *J. Comput. Phys.* 1985. Vol. 57, no. 1. P. 1–25.
130. *Fernandez R., Davis S. W.* The X-ray polarization signature of quiescent magnetars: effect of magnetospheric scattering and vacuum polarization // *Astrophys. J.* 2011. Vol. 730, no. 2. P. 21–.
131. *Mushtukov A. A., Suleimanov V. F., Tsygankov S. S., Portegies Zwart S.* Spectrum formation in X-ray pulsars at very low mass accretion rate: Monte Carlo approach // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2021. Vol. 503, no. 4. P. 5193–5203.
132. *Компанеев А. С.* Об установлении теплового равновесия между квантами и электронами // *ЖЭТФ*. 1957. Т. 31, № 5. С. 876.
133. *Schwinger J.* On Gauge Invariance and Vacuum Polarization // *Phys. Rev.* 1951. — Jun. Vol. 82. P. 664–679.
134. *Рутыс В. И.* Радиационные эффекты и их усиление в интенсивном электромагнитном поле // *ЖЭТФ*. 1969. Т. 57, № 6. С. 2176–2188.
135. *Jancovici B.* Radiative Correction to the Ground-State Energy of an Electron in an Intense Magnetic Field // *Phys. Rev.* 1969. Vol. 187. P. 2275–2276.
136. *Борисов А. В., Вишивцев А. С., Жуковский В. Ч., Эминов П. А.* Фотоны

- и лептоны во внешних полях при конечных температуре и плотности // *УФН*. 1997. Т. 167, № 3. С. 241–267.
137. Жуковский В. Ч., Мудодашвили П. Г., Эминов П. А. Мнимая часть массового оператора электрона в постоянном поле при конечной температуре и плотности // *Журн. эксперим. и теор. физ.* 1994. Т. 106, № 4. С. 929–935.
 138. Latal H. G. Cyclotron radiation in strong magnetic fields // *Astrophys. J.* 1986. Vol. 309. P. 372–382.
 139. Kaminker A. D., Levenfish K. P., Yakovlev D. G. et al. Neutrino emissivity from e^- synchrotron and e^-e^+ annihilation processes in a strong magnetic field: General formalism and nonrelativistic limit // *Phys. Rev.* 1992. Vol. D46. P. 3256–3264.
 140. Kaminker A. D., Gnedin O. Y., Yakovlev D. G. et al. Neutrino emissivity from e^-e^+ annihilation in a strong magnetic field: Hot, nondegenerate plasma // *Phys. Rev.* 1992. Vol. D46. P. 4133–4139.
 141. Tsai W. Y. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields // *Phys. Rev.* 1974. Vol. D10, no. 8. P. 2699–2702.
 142. Баталин И. А., Шабад А. Е. Функция Грина фотона в постоянном однородном электромагнитном поле общего вида // *ЖЭТФ*. 1971. Т. 60, № 3. С. 894–900.
 143. Скобелев В. В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле // *Изв. вузов. Физика*. 1975. № 10. С. 142–143.
 144. Перес Рохас У. Поляризационный оператор электрон-позитронного газа в постоянном внешнем магнитном поле // *ЖЭТФ*. 1979. Т. 76, № 1. С. 3–17.
 145. Peres Rojas H., Shabad A. E. Absorption and dispersion of electromagnetic eigenwaves of electron-positron plasma in a strong magnetic field // *Ann. Phys. (N.Y.)*. 1982. Vol. 138. P. 1–35.
 146. Михеев Н. В., Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Фоторождение нейтрино на электроны в плотной замагниченной среде // *ЖЭТФ*. 2014. Т. 146, № 2. С. 289–296.

- 147. *Peres Rojas H., Shabad A. E.* Polarization of relativistic electron and positron gas in a strong magnetic field. Propagation of electromagnetic waves // *Ann. Phys. (N.Y.)*. 1979. Vol. 121, no. 2. P. 432–464.
- 148. *Adler S. L.* Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field. // *Annals of Physics*. 1971. Vol. 67. P. 599–647.
- 149. *Mushtukov A. A., Nagirner D. I., Poutanen J.* Compton scattering S-matrix and cross section in strong magnetic field // *Phys. Rev.* 2016. Vol. D93, no. 10. P. 105003.
- 150. *Румянцев Д. А., Чистяков М. В.* Влияние сильно замагниченной плазмы на процесс расщепления фотона // *ЖЭТФ*. 2005. Т. 128, № 4. С. 740–751.

Список публикаций автора по теме диссертации

1. Румянцев Д. А., Шленев Д. М., Ярков А. А. Резонансы в комптоноподобных процессах рассеяния во внешней замагниченной среде // *ЖЭТФ*. 2017. Т. 152, № 3. С. 483-494.
2. Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A., Yarkov A. A. Effect of a strongly magnetized plasma on the resonant photon scattering process // *J. Physics: Conf. Ser.* Vol. 1690. IOP Publishing, 2020. P. 012015.
3. Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A., Yarkov A. A. Photon damping in a strongly magnetized plasma // *J. Physics: Conf. Ser.* Vol. 1690. IOP Publishing, 2020. P. 012008.
4. Yarkov A. A., Rumyantsev D. A. Photon Damping in a Strongly Magnetized Plasma // *Physics of Atomic Nuclei*. 2022. Vol. 85, no. 9. P. 1566–1569.
5. Ярков А. А., Румянцев Д. А. Решение кинетического уравнения с учетом резонанса в комптоновском процессе в замагниченной среде // *Письма в ЭЧАЯ*. 2023. Т. 20, №3(248). С. 422–427.
6. Yarkov A. A., Rumyantsev D. A. Radiation Transfer in a Strong Magnetic Field with Resonance Effects Taken into Account // *Physics of Atomic Nuclei*. 2023. Vol. 80, №5. P. 890–893.
7. Ярков А. А., Румянцев Д. А. Резонансы в комптоноподобных процессах рассеяния во внешней замагниченной среде // Сборник трудов XIV Конференции молодых учёных. Сер. "Механика, управление и информатика" / под ред.: А.М. Садовского; Институт космических исследований российской академии наук. – Москва, ИКИ РАН, 2017 С. 94-102.
8. Ярков А. А., Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Учёт конечной ширины поглощения электрона в комптоноподобном процессе в замагниченной сре-

де // Сборник материалов 73-й Всероссийской научно-технической конференции студентов, магистрантов и аспирантов высших учебных заведений с международным участием. – Ярославль, 2020. Часть 1. С. 335-339.

9. *Ярков А. А.* Влияние сильно замагниченной плазмы на процесс резонансного рассеяния фотона // Физика, техника и технология сложных систем : тез. докл. конф. / под ред.: С. П. Зимина, А. С. Гвоздарева; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль, ЯрГУ, 2020. С. 73-73.