УДК 539.12.01

Затухание фотона в сильно замагниченной плазме

А. А. Ярков[a,b], Д. А. Румянцев[a],М. В. Чистяков[a]

[a]Ярославский государственный университет имени П.Г. Демидова
[b]Ярославское высшее военное училище

Исследован процесс распространения электромагнитной волны в сильно замагниченной, зарядово-симметричной плазме. Учитывая изменение дисперсионных свойств фотона в магнитном поле и плазме установлено, что аналогично случаю чистого магнитного поля, процесс затухания фотона в замагниченной плазме имеет неэкпоненциальный характер. Показано, что эффективная ширина поглощения фотона существенно меньше по сравнению с известными в литературе результатами.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: СИЛЬНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ, ПЛАЗМА, РАСЩЕПЛЕНИЕ ФОТОНА.

1 Введение

При рассмотрении ряда явлений в различных астрофизических объектах возникает проблема описания распространения электромагнитных полей в активной среде. При этом особый интерес представляют объекты с полями масштаба так называемого критического значения $B_e = m^2/e \approx 4.41 \cdot 10^{13}$ Гс (Используются естественная система единиц, где $c = \hbar = k_B = 1$, m – масса электрона, $e > 0$ – элементарный заряд). Недавние наблюдения позволяют, в частности, отождествить некоторые астрофизические объекты, такие как источники мягких повторяющихся гамма-всплесков (SGR) и аномальные рентгеновские пульсары (AXP), с магнитарами [1].

Согласно наиболее известной в настоящее время модели (см., например, [2]) в окрестности таких объектов возможно существование сильного магнитного поля, достигающего величины $10^{15} - 10^{16}$ Гс. Кроме того, анализ спектра излучения некоторых из этих объектов указывает на присутствие в их окрестности относительно горячей и плотной электрон-позитронной плазмы [3] с температурой $T \sim 1$ МэВ.

Именно в таких условиях представляет интерес рассмотреть процесс затухания фотона за счет реакций поглощения фотона электроном (позитроном), $\gamma e^{\pm} \to e^{\pm}$, но и рождения e^+e^- - пар, $\gamma \to e^+e^-$, которые являются важными в астрофизике замагниченных нейтронных звёзд [4, 5]. Следует отметить, что выражение для ширины распада в пределе сильно замагниченной плазмы содержит особенности корневого типа в точках циклотронных резонансов. Как подчеркивается в [6], этот факт указывает на невозможность интерпретации заданной ширины распада, рассчитанной по теории возмущений вблизи циклотронных резонансов, как коэффициента затухания. В этом случае основным для определения коэффициента затухания является зависимость волновой функции фотона от времени в присутствии магнитного поля и плазмы.

В данной работе рассматривается распад фотона как результат процессов $\gamma e^{\pm} \to e^{\pm}$ и $\gamma \to e^+e^-$ в сильно замагниченной плазме, $eB \gg T^2$ при температуре $T \sim 1$ МэВ и химическом потенциале, $\mu = 0$. Мы используем метод, применяемый в теории поля при конечных температурах и в физике плазмы [7]. Он состоит в нахождение запаздывающего решения уравнения электромагнитного поля при наличии внешнего источника с учетом поляризации вакуума в замагниченной плазме.

2 Распространение фотона в замагниченной среде

Для описания эволюции электромагнитной волны $\mathcal{A}_\alpha(x)$, $x_\mu = (t, \mathbf{x})$, во времени воспользуемся методикой, подробно изложенной в [8]. Рассмотрим линейный отклик системы ($\mathcal{A}_\alpha(x)$ и поляризованный в магнитном поле вакуум) на внешний источник, который адиабатически включается при $t = -\infty$ и в момент времени $t = 0$ выключается. При $t > 0$ электромагнитная волна будет эволюционировать самостоятельно. Таким образом источник необходим для создания начального состояния. Для этого функцию источника следует выбрать в виде:

$$\mathcal{J}_\alpha(x) = j_\alpha \, e^{i\,\mathbf{kx}} \, e^{\varepsilon t} \, \theta(-t), \;\; \varepsilon \to 0^+. \tag{1}$$

Здесь $j_\alpha = (0, \mathbf{j})$, $\mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0$ — закон сохранения тока. Также, для простоты. рассмотрим эволюцию монохроматической волны.

Зависимость $\mathcal{A}_\alpha(x)$ от времени определяется уравнением

$$(g_{\alpha\beta} \, \partial_\mu^2 - \partial_\alpha \partial_\beta) \, \mathcal{A}_\beta(x) + \int d^4x' \, \mathcal{P}_{\alpha\beta}(x - x') \, \mathcal{A}_\beta(x') = \mathcal{J}_\alpha(x), \tag{2}$$

где $\mathcal{P}_{\alpha\beta}(x - x')$ – поляризационный оператор фотона в магнитном поле и плазме. $q^\mu = (q_0, \mathbf{k})$ – 4-вектор импульса фотона.

В замагниченной плазме, в общем случае, фотон будет обладать эллиптической поляризацией и иметь 3 поляризационных состояния. Однако в пределе $B \gtrsim B_e$ и зарядово симметричной плазмы ($\mu = 0$) векторы поляризации будут такими же, как и в чистом магнитном поле с точностью до $O(1/eB)$ и $O(\alpha^2)$ [9]:

$$\varepsilon_\alpha^{(1)}(q) = \frac{(q\varphi)_\alpha}{\sqrt{q_\perp^2}}, \qquad \varepsilon_\alpha^{(2)}(q) = \frac{(q\tilde{\varphi})_\alpha}{\sqrt{q_\parallel^2}} \tag{3}$$

Здесь и далее четырехмерные векторы с индексами $\perp$ и $\parallel$ относятся соответственно к подпространствам Евклида $\{1, 2\}$ и Минковского $\{0, 3\}$ соответственно в системе отсчета, где магнитное поле направлено вдоль третьей оси; $(ab)_\perp = (a\varphi\varphi b) = a_\alpha \varphi_\alpha^{\rho} \varphi_{\rho\beta} b_\beta$, $(ab)_\parallel = (a\tilde{\varphi}\tilde{\varphi} b) = a_\alpha \tilde{\varphi}_\alpha^{\rho} \tilde{\varphi}_{\rho\beta} b_\beta$. $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$ и $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\varphi_{\mu\nu}$ -– безразмерный тензор электромагнитного поля и дуальный тензор соответственно.

Решение уравнения (2) для фотонов мод $\lambda = 1, 2$ можно представить в виде:

$$\mathcal{A}_\alpha^\lambda(x) = V_\alpha^{(\lambda)}(0, \mathbf{x})\, ReF^{(\lambda)}(t)\,, \tag{4}$$

где

$$V_\alpha^{(\lambda)}(0, \mathbf{x}) = 2\, e^{i\,\mathbf{kx}}\, \varepsilon_\alpha^{(\lambda)}\, (\varepsilon^{(\lambda)} j)\,. \tag{5}$$

Функция $F^{(\lambda)}(t)$ может быть представлена в форме двух слагаемых

$$F^{(\lambda)}(t) = F_{pole}^{(\lambda)}(t) + F_{cut}^{(\lambda)}(t), \tag{6}$$

первое из которых определяется вычетом в точке $q_0 = \omega$, являющейся решением уравнения дисперсии $q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q) = 0$, в кинематической области, где собственное значение поляризационного оператора фотона, $\mathcal{P}^{(\lambda)}(q)$, вещественно. Второе слагаемое определяет зависимость электромагнитного поля от времени в области между циклотронными резонансами и имеет вид фурье-интеграла:

$$F_{cut}^{(\lambda)}(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dq_0}{2\pi}\, F_{cut}^{(\lambda)}(q_0) e^{-iq_0 t}, \tag{7}$$

$$F_{cut}^{(\lambda)}(q_0) = \frac{2\,\theta(q_0 - 2m)\, I^{(\lambda)}}{q_0\,([q_0^2 - \mathbf{k}^2 - R^{(\lambda)}]^2 + [I^{(\lambda)}]^2)}, \tag{8}$$

где $R \equiv Re\mathcal{P}^{(\lambda)}(q_0)$ – реальная, $I \equiv -Im\mathcal{P}^{(\lambda)}(q_0 + i\varepsilon)$ — мнимая части поляризационного оператора фотона в замагниченной плазме. Мнимая часть может быть получена из коэффициента поглощения фотона

$$W_{abs}^{(\lambda)} = W_{\gamma^{(\lambda)} \to e^+e^-} + W_{\gamma^{(\lambda)} e^\pm \to e^\pm}\,. \tag{9}$$

С учетом процессов излучения фотонов, (9) может быть представлена в следующей форме (см., например, [6, 10, 11]):

$$Im\mathcal{P}^{(\lambda)} = -2q_0[1 - exp(-q_0/T)] W_{abs}^{(\lambda)}\,. \tag{10}$$

Выражения для $W_{\gamma^{(\lambda)} e^\pm \to e^\pm}$ для $\lambda = 1, 2$ могут быть получены из работы [8] и представлены в следующей форме

$$W_{\gamma^{(1)} e^\pm \to e^\pm} = \frac{\alpha e B}{2q_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{f_{E_\ell^\epsilon}(1 - f_{E_\ell^\epsilon + q_0})}{\sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2}} \times \tag{11}$$

$$\times \left\{ [2eB(n + \ell) - q_\parallel^2](I_{n,\ell-1}^2 + I_{n-1,\ell}^2) - 8eB\sqrt{\ell n} I_{n,\ell-1} I_{n-1,\ell} \right\},$$

$$W_{\gamma^{(2)} e^{\pm}\to e^{\pm}} = \frac{\alpha e B}{2q_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{f_{E_\ell^\epsilon}(1 - f_{E_\ell^\epsilon + q_0})}{\sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2}} \times \tag{12}$$

$$\times \left\{ \left[\frac{(2eB(n-\ell))^2}{q_\parallel^2} - 2eB(n+\ell) - 4m^2 \right] (I_{n,\ell}^2 + I_{n-1,\ell-1}^2) - 8eB\sqrt{\ell n} I_{n,\ell} I_{n-1,\ell-1} \right\},$$

$$E_\ell^\epsilon = \frac{1}{2q_\parallel^2} \left[q_0 \left(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2 \right) + \epsilon k_z \sqrt{\left(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2 \right)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2} \right],$$

где $M_\ell = \sqrt{m^2 + 2eB\ell}$, $f_{E_\ell} = \{\exp[E_\ell/T] + 1\}^{-1}$, $I_{n,\ell} \equiv I_{n,\ell}(q_\perp^2/(2eB))$,

$$I_{n,\ell}(x) = \sqrt{\frac{\ell!}{n!}}\, \mathrm{e}^{-x/2} x^{(n-\ell)/2} L_\ell^{n-\ell}(x)\,,$$
$$I_{\ell,n}(x) = (-1)^{n-\ell} I_{n,\ell}(x)\,, \quad n \geq \ell\,, \tag{13}$$

где $L_n^k(x)$ — обобщенные полиномы Лагерра,

$$n_0 = \ell + \left[\frac{q_\parallel^2 + 2M_\ell \sqrt{q_\parallel^2}}{2eB} \right], \tag{14}$$

$[x]$ – целая часть от x.

Значения $W_{\gamma^{(\lambda)}\to e^+ e^-}$ могут быть получены из (11) и (12) с использованием перекрестной симметрии.

Реальная часть поляризационного оператора может быть восстановлена по его мнимой части с помощью дисперсионного соотношения с одним вычитанием:

$$\mathcal{P}^{(\lambda)}(t) = \int_0^\infty \frac{Im(\mathcal{P}^{(\lambda)}(t'))\, dt'}{t' - t - io} - \mathcal{P}^{(\lambda)}(0)\,, \qquad t = q_0^2\,. \tag{15}$$

Выражения (7)-(9) с учетом (15) решают задачу о нахождении временной зависимости волновой функции фотона в присутствии сильно замагниченной плазмы.

Строго говоря, вследствие порогового поведения фурье-образа $F_{cut}(q_0)$ характер временного затухания функции $F_{cut}(t)$, а значит и волновой функции $\mathcal{A}_\mu(t)$, отличается от экспоненциального. Однако, на протяжении некоторого характерного отрезка времени ($\sim W_{abs}^{(\lambda)}]^{-1}$), зависимость волновой функции можно приближенно описать как экспоненциально затухающие гармонические колебания

$$\mathcal{A}_\mu^{(\lambda)}(t) \sim e^{-\gamma_{\text{eff}}^{(\lambda)}\, t/2} \cos(\omega_{\text{eff}} t + \phi_0). \tag{16}$$

Здесь ω_{eff} и $\gamma_{\text{eff}}^{(\lambda)}$ – эффективная частота и коэффициент поглощения фотона моды λ соответственно, которые должны быть найдены с использованием (7) – (9) для каждого значения импульса $\mathbf{k}$, что определяет эффективный закон дисперсии фотона в области его нестабильности.

3 Численный анализ

Важную роль в астрофизических приложениях играет величина γ_{eff} определяющая интенсивность поглощения γ-квантов в магнитном поле за счет процессов $\gamma \to e^+ e^-$ и $\gamma e^\pm \to e^\pm$. Обычно в астрофизике используют выражение для коэффициента поглощения содержащее корневые сингулярности (см. например [12, 5]). Наш анализ показывает, (см. рис. 1 и рис. 2) что вычисление коэффициента поглощения с учетом неэкспоненциального характера затухания приводит к конечному выражению для коэффициента поглощения фотона в окрестности резонансов $q_0 = 2m$ и $q_0 = \sqrt{m^2 + 2eB} - m$.

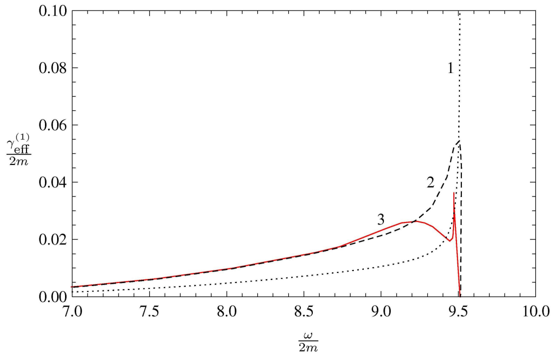

Рис. 1: Зависимость ширины распада фотона моды 1 от частоты в припороговых областях при $B = 200B_e$, $T = 1$ МэВ и $\mu = 0$. Линия *1* - коэффициент поглощения фотона $W_{abs}^{(1)}$, вычисленный в приближении дерева и содержащий корневые особенности; линия *2* - ширина распада, полученная из комплексного решения дисперсионного уравнения на втором римановом листе [6]; линия *3* соответствует затуханию ширины $\gamma_{\text{eff}}^{(1)}$, вычисленному на основе приближения (16)

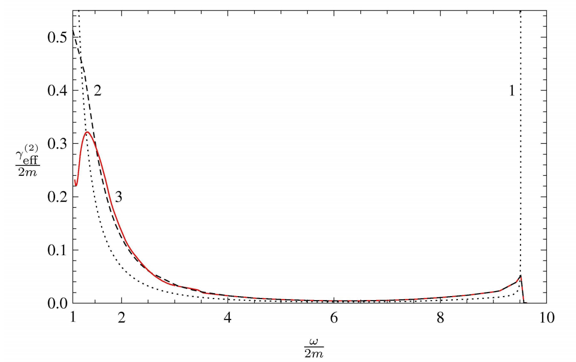

Рис. 2: Зависимость ширины распада фотона моды 2 от частоты в припороговых областях для тех же параметров и обозначений, что и на рис. 1

4 Заключение

Исследован процесс распространения электромагнитной волны в сильно замагниченной, зарядово-симметричной плазме. Учитывая изменение дисперсионных свойств фотона в магнитном поле и плазме установлено, что аналогично случаю чистого магнитного поля, процесс затухания фотона в замагниченной плазме имеет неэкпоненциальный характер.

Показано, что полученные значения для коэффициента поглощения фотона существенно меньше по сравнению с известными в литературе результатами.

5 Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-32-90068 и в рамках проекта "Комплексные исследования сложных физических систем"№ АААА-А16-116070610023-3.

Список литературы

[1] Olausen S. A., Kaspi V. M. The McGill magnetar catalog // Astrophys. J. Suppl. 2014. Vol. 212, no. 1. P. 6.

[2] Thompson C., Lyutikov M., Kulkarni S. R. Electrodynamics of magnetars: implications for the persistent x-ray emission and spindown of the soft gamma repeaters and anomalous x-ray pulsars // Astrophys. J. 2002. Vol. 574, no. 1. P. 332–355.

[3] Duncan R. C., Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars - Implications for gamma-ray bursts // Astrophys. J. 1992. Vol. 392, no. 1. P. L9–L13.

[4] Kostenko A., Thompson C. QED Phenomena in an Ultrastrong Magnetic Field. I. Electron-Photon Scattering, Pair Creation, and Annihilation // Astrophys. J. 2018. Vol. 869, no. 1. P. 44 (1–19).

[5] Philippov A., Timokhin A., Spitkovsky A. Origin of Pulsar Radio Emission // Physical Review Letters. 2020. Vol. 124, no. 24. P. 245101.

[6] Shabad A. E. Polarization of Vacuum and quantum relativistic gas in an external field // Tr. Fiz. Inst. Akad. Nauk SSSR. 1988. Vol. 192. P. 5–152.

[7] Boyanovsky D., de Vega H., Lee D. et al. Fermion damping in a fermion scalar plasma // Phys. Rev. D. 1999. Vol. 59. P. 105001.

[8] Mikheev N. V., V. C. N. Photon damping caused by electron-positron pair production in a strong magnetic field // JETP Letters. 2001. Vol. 73. P. 642.

[9] Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A. Compton effect in strongly magnetized plasma // Int. J. Mod. Phys. 2009. Vol. A24. P. 3995–4008.

[10] Rumyantsev D. A., Shlenev D., Yarkov A. Resonances in Compton-Like scattering processes in an external magnetized medium // JETP. 2017. Vol. 125. P. 410–419.

[11] Weldon H. A. Simple rules for discontinuities in finite temperature Field Theory // Phys. Rev. 1983. Vol. D28. P. 2007–2037.

[12] Harding A. C., Baring M. G., Gonthier P. L. Photon Splitting Cascades in Gamma-Ray Pulsars and the Spectrum of PSR1509-58 // Astrophys.J. 1997. Vol. 476. P. 246.

Photon damping in a strongly magnetized plasma

A A Yarkov[a,b], D A Rumuyantsev[a] and M V Chistyakov[a]

[a] P.G. Demidov Yaroslavl State University

[b] Yaroslavl Higher Military School of Air Defense

The process of propagation of an electromagnetic wave in a strongly magnetized, charge-symmetric plasma is investigated. Taking into account the change in the dispersion properties of a photon in a magnetic field and plasma, it was found that, as well as the case of a pure magnetic field, the process of photon damping in a magnetized plasma has a nonexponential character. It is shown that the effective absorption width of a photon is significantly smaller in comparison with the results known in the literature.

KEYWORDS: STRONG MAGNETIC FIELD, PLASMA, PHOTON SPLITTING.