ыртр III
Расщепление фотона в сильно замагниченной плазме

1 Введение

В настоящей главе рассматривается процесс расщепления фотона на два фотона, $\gamma \to \gamma\gamma$, в сильно замагниченной плазме. Этот процесс, запрещенный в вакууме теоремой Фарри, но возможный в присутствии электромагнитного поля и/или плазмы, является еще одним ярким примером влияния внешней активной среды на реакции с участием элементарных частиц. Примечательно, что несмотря на некоторую свою экзотичность, процесс расщепления фотона может играть существенную роль в астрофизических явлениях. В частности, предполагается, что данный процесс мог бы объяснить особенности спектров некоторых радиопульсаров [116], а также отсутствие излучения в радиодиапазоне у недавно обнаруженных источников рентгеновского и гамма излучения, так называемых аномальных рентгеновских пульсаров (AXP) и повторных источников мягких гамма-всплесков (SGR) [117]. Как уже отмечалось, в таких астрофизических объектах возможно наличие сильного магнитного поля, значительно превышающего критическое значение $B_e = m_e^2/e \simeq 4.41 \times 10^{13}$ Гс и достигающего величин порядка $10^{14} - 10^{16}$ Гс [11]. Кроме того, анализ спектра излучения некоторых из этих объектов указывает на присутствие в их окрестности относительно горячей и плотной электрон-позитронной плазмы [11].

В частности, уже упомянутое выше отсутствие радиоизлучения у AXP и SGR можно объяснить с помощью процесса $\gamma \to \gamma\gamma$ следующим образом. Поскольку реакция расщепления фотона не имеет порога, фотоны с большой энергией, распространяющиеся под малыми углами к направлению магнитного поля в магнитосфере нейтронной звезды, могут расщепляться до того, как достигнут порога рождения пар. Следовательно, этот процесс может подавлять рождение электрон-позитронных пар, необходимых для возникновения радиоизлучения [117].

Теоретическое исследование процесса $\gamma \to \gamma\gamma$ во внешней активной среде имеет довольно длинную историю. В магнитном поле этот процесс рассматривался целым рядом авторов (см., например, обзор [75], где можно найти подробный список ранних статей), отметим здесь лишь некоторые из относительно недавних работ [76–83]. В частности, в работах [77–80] был рассмотрен случай сильного магнитного поля. В ряде работ процесс $\gamma \to \gamma\gamma$ исследовался в присутствии внешнего постоянного однородного электромагнитного поля (см., например [118, 119]). В недавней работе [84] рассматривался случай постоянных однородных параллельных электрического и магнитного полей. В электрон-позитронной плазме без учета влияния внешнего поля распространение фотонов изучалось как в случае покоящейся среды [87], так и в случае, когда плазма движется с произвольной скоростью [88]. В частности, в работе [88] методом температурных функций Грина было получено наиболее общее выражение для амплитуды расщепления фотона в релятивистской плазме.

Действие замагниченной плазмы на процесс расщепления фотона проявляется двояко. С одной стороны, замагниченная плазма изменяет дисперсионные свойства фотонов. С другой стороны, амплитуда процесса также может модифицироваться. Первый эффект был изучен ранее в работах [89, 90]. В работе [89] было показано, что в случае холодной слабо замагниченной плазмы кинематика процесса и правила отбора по поляризациям остаются такими же, как и в чистом магнитном поле, если концентрация электронов относительно невысока ($n_e \lesssim 10^{19}$см$^{-3}$). В работе [90] было получено выражение для вероятности расщепления фотона в замагниченной плазме с использованием лагранжиана Гейзенберга-Эйлера для эффективного шестифотонного взаимодействия с учетом дисперсии фотона в плазме, хотя амплитуда процесса была получена в пределе слабого магнитного поля без плазмы. В этой работе также было показано, что в таком приближении влияние плазмы оказывается пренебрежимо малым, за исключением достаточной узкой области изменения параметров плазмы и магнитного поля.

Влияние слабого магнитного поля и среды произвольной температуры на модификацию амплитуды расщепления фотона было рассмотрено в работах [91, 92] также на основе лагранжиана Гейзенберга-Эйлера, с учетом одно- и двухпетлевых температурных поправок соответственно. Было показано, что в пределе низких температур реакция $\gamma \to \gamma\gamma$ может конкурировать с другими астрофизическими процессами, например, с комптоновским рассеянием.

Несколько иная ситуация рассмотрена в работе [93]. Используя разложение пропагатора электрона по величине магнитного поля, авторы вычислили амплитуду расщепления и коэффициент поглощения фотона в пределе больших энергий фотонов. Основной вывод этой работы – влияние плазмы оказывается в этом случае пренебрежимо малым. Однако оценки коэффициентов поглощения для процесса расщепления фотона, полученные в работе [93], являются не совсем верными, поскольку представленные выражения справедливы только в пределе низких энергий фотонов. Кроме того, в работах [91–93] не была учтена дисперсия фотона в замагниченной плазме. Вместе с тем, ситуация может существенным образом измениться в пределе сильного поля, который ранее не рассматривался. Следует отметить также, что в указанных работах совместный анализ влияния замагниченной плазмы как на дисперсионные свойства фотонов, так и на изменение амплитуды расщепления фотона не проводился.

В настоящей главе рассматривается процесс расщепления фотона $\gamma \to \gamma\gamma$ в случае сильно замагниченной плазмы, когда величина $\sqrt{eB}$ считается много больше, чем характерные параметры среды: температура (T), химический потенциал (μ) и энергии фотонов [120].

В разделе 2 приводится расчет амплитуды процесса в сильном магнитном поле с учетом рассеяния фотона на реальных электронах и позитронах среды. Показано, что полученный результат может быть также применен для расчета амплитуд процессов с участием нейтрино ($\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$) и аксиона ($a \to \gamma\gamma$).

В разделе 3 анализируется кинематика процесса расщепления фотона в сильно замагниченной зарядово-симметричной ($\mu = 0$) плазме, с учетом дисперсии фотона. Отмечается необходимость учета перенормировки волновых функций фотонов в окрестности циклотронного резонанса. Получены парциальные амплитуды для разрешенных каналов в кинематической области $q_\parallel^2 \leqslant 4m_e^2$.

Раздел 4 посвящен вычислению вероятностей расщепления реальных фотонов с учетом законов дисперсии и перенормировки волновых функций. Получены аналитические выражения для вероятностей каналов $\gamma_1 \to$

$\gamma_1\,\gamma_2$ и $\gamma_1 \to \gamma_2\,\gamma_2$ в асимптотике больших энергий распадающегося фотона ($\omega \gg m_e$). Для вероятности канала $\gamma_2 \to \gamma_1\,\gamma_1$ получено аналитическое выражение в случае редкого фотонного газа. Показано, что при определенных условиях возможно усиление вероятности расщепления фотона в замагниченной плазме по сравнению с магнитным полем без плазмы.

2 Вычисление амплитуды

В этом разделе мы вычисляем амплитуду процесса $\gamma \to \gamma\gamma$ в сильно замагниченной среде. Амплитуду можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$\mathcal{M} \,=\, \mathcal{M}_B + \mathcal{M}_{pl}, \tag{3.1}$$

где $\mathcal{M}_B$ – амплитуда процесса $\gamma \to \gamma\gamma$, соответствующая чисто полевому вкладу ($\mu = T = 0$). Она описывается двумя диаграммами Фейнмана, рис. 12, и может быть получена из работ [79, 80, 121].

Рис. 12: Диаграммы Фейнмана для процесса расщепления фотона в магнитном поле.

Второе слагаемое в (3.1) соответствует когерентному рассеянию фотона на реальных электронах и позитронах среды без изменения их состояния (рассеяние “вперед”) с излучением двух фотонов. Графически такие рассеяния, например, на электронах плазмы, могут быть представлены шестью фейнмановскими диаграммами, рис. 13.

Рис. 13: Рассеяние фотона на электронах замагниченной плазмы с излучением двух фотонов. Рассеянию на позитронах будут соответствовать диаграммы с заменой $p \to -p$.

Крестик на конце электронной линии означает, что частица принадлежит среде. Такое когерентное рассеяние будет давать дополнительный вклад в амплитуду процесса $\gamma \to \gamma\gamma$. Определим $\mathcal{S}$-матричный элемент плазменного вклада, просуммированный по всем состояниям электронов и позитронов, с учетом соответствующих функций распределения, следующим образом:

$$\mathcal{S}_{pl} = \sum_{n,s} \int dn_p \, [\mathcal{S}_- f_-(p) + \mathcal{S}_+ f_+(p)]. \tag{3.2}$$

Здесь dn_p - элемент фазового объема

$$dn_p = \frac{dp_2 dp_3 L_2 L_3}{(2\pi)^2},$$

где L_2, L_3 - параметры, определяющие объем квантования, $V = L_1 L_2 L_3$. $\mathcal{S}$-матричные элементы $\mathcal{S}_\mp$ описывают рассеяние фотона “вперед”, с излучением двух фотонов, на электронах и позитронах соответственно, функции $f_\mp(p)$ являются соответствующими функциями распределения.

В случае термодинамического равновесия и в системе покоя плазмы они имеют следующий вид

$$f_{\mp}(p) = \frac{1}{e^{\frac{p_0 \mp \mu}{T}} + 1}.$$

Суммирование в (3.2) ведется по спинам и уровням Ландау плазменных электронов и позитронов.

В пределе сильного поля электроны и позитроны в плазме находятся на основном уровне Ландау, $n = 0$. Для нахождения матричных элементов $\mathcal{S}_{\mp}$ в этом пределе нужно воспользоваться известными решениями уравнения Дирака в магнитном поле (формула (А.1) приложения А).

Используя эти решения, получаем для $\mathcal{S}$-матричного элемента, соответствующего диаграммам на рис. 13, следующее выражение

$$\mathcal{S}_{pl} = \int \frac{dp_2 dp_3}{(2\pi)^2} \sum_{i=1}^{6} [\mathcal{S}_-^{(i)} f_-(p) + \mathcal{S}_+^{(i)} f_+(p)], \tag{3.3}$$

где $\mathcal{S}_{\mp}^{(i)}$ обозначает матричный элемент рассеяния на электронах (позитронах) для i-той диаграммы. Учитывая, что в процессе рассеяния фотона вперед электроны (позитроны) плазмы не изменяют свое состояние (при этом биспиноры, входящие в решения (А.1), образуют матрицу плотности), запишем, например, $\mathcal{S}_-^{(1)}$ в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_-^{(1)} \;\; = \;\; & -\frac{ie^3\sqrt{\beta/\pi}}{2E\sqrt{2\omega V 2\omega' V 2\omega'' V}} \int d^4x\, d^4y\, d^4z\, Sp\{[(p\gamma)_{\parallel} + m_e]\Pi_- \times \\ & \times\; (\varepsilon'\gamma)S(z,y)(\varepsilon''\gamma)S(y,x)(\varepsilon\gamma)\} e^{-i(qx - q'z - q''y)} \times \\ & \times\; e^{i(p(z-x))_{\parallel}} e^{-i(p(z-x))_2} e^{-(\beta/2)[(z_1 + p_2/\beta)^2 + (x_1 + p_2/\beta)^2]}. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Здесь $S(x, y)$ - пропагатор электрона в магнитном поле (формула (Б.1) приложения Б).

Производя в (3.4) замену переменных $Y = z - y, Z = y - x$ и интегрируя по x, получим для $\mathcal{S}_-^{(1)}$ следующее выражение:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{S}_-^{(1)} &= -\frac{ie^3(2\pi)^3\delta(\omega-\omega'-\omega'')\delta(q_2-q_2'-q_2'')\delta(q_3-q_3'-q_3'')}{2E\sqrt{2\omega V 2\omega' V 2\omega'' V}} \times \qquad (3.5)\\
&\times \int d^4Y\, d^4Z\, Sp\{[(p\gamma)_{\parallel}+m_e]\Pi_-(\varepsilon'\gamma)S(Y)(\varepsilon''\gamma)S(Z)(\varepsilon\gamma)\} \times \\
&\times e^{i((q'+q'')Z+q'Y)}e^{ip_2(q_1-q_1'-q_1'')/\beta}e^{i(p(Y+Z))_{\parallel}}e^{-(\beta/4)[Y_\perp^2+Z_\perp^2+2(YZ)_\perp+2i(Y\varphi Z)]},
\end{aligned}
$$

где $S(X)$ – трансляционно-инвариантная часть пропагатора, определяемая формулой (Б.9) приложения Б.

Остальные элементы $\mathcal{S}_-^{(i)}$, соответствующие диаграммам с перестановками фотонов, могут быть теперь легко получены из (3.5). Замена $p \to -p$ позволяет найти $\mathcal{S}_+^{(i)}$ - матричные элементы рассеяния на позитронах. В общем случае вычисление $\mathcal{S}$ - матричного элемента при произвольных величинах импульсов частиц и магнитного поля является довольно сложной задачей. Подстановка пропагатора $S(X)$ в формулу (3.5) приводит к чрезвычайно громоздкому выражению в виде двукратного интеграла по собственному времени. Нахождение предела сильного поля из этого выражения представляется достаточно трудоемким. Более удобным при вычислениях оказывается использовать разложение пропагатора электрона по обратной величине магнитного поля. Для этого представим трансляционно-инвариантную часть пропагатора электрона $\hat{S}(X)$ следующим образом [114]:

$$\hat{S}(X) = \hat{S}_-(X) + \hat{S}_+(X) + \hat{S}_\perp(X). \qquad (3.6)$$

Здесь

$$\hat{S}_-(X) \simeq \frac{i\beta}{2\pi}\exp(-\frac{\beta X_\perp^2}{4})\int \frac{d^2p_{\parallel}}{(2\pi)^2}\,\frac{(p\gamma)_{\parallel}+m_e}{p_{\parallel}^2-m_e^2}\,\Pi_- e^{-i(pX)_{\parallel}}, \qquad (3.7)$$

$$\hat{S}_{+}(X) \simeq -\frac{i}{4\pi}\left[-i(\gamma\,\partial/\partial X)_{\parallel} + m_e\right]\delta^2_{\parallel}(X)\,\Pi_{+}\,\exp\left(\frac{\beta X^2_{\perp}}{4}\right)\Gamma\left(0,\frac{\beta X^2_{\perp}}{2}\right), \tag{3.8}$$

$$\hat{S}_{\perp}(X) \simeq -\frac{1}{2\pi}\,\delta^2_{\parallel}(X)\,\frac{(X\gamma)_{\perp}}{X^2_{\perp}}\exp\left(-\frac{\beta X^2_{\perp}}{4}\right), \tag{3.9}$$

где $\delta^2_{\parallel}(X) = \delta(X_0)\,\delta(X_3)$, $\Gamma(a,z)$ - неполная гамма функция:

$$\Gamma(a,z) = \int\limits_z^{\infty} t^{a-1}e^{-t}dt.$$

При этом, как показывает анализ, вклады в первые два члена разложения $\mathcal{S}$ - матричного элемента по обратной величине магнитного поля будут давать только комбинации: $\hat{S}_{-}\hat{S}_{-}$, $\hat{S}_{-}\hat{S}_{+}$, $\hat{S}_{-}\hat{S}_{\perp}$, $\hat{S}_{\perp}\hat{S}_{\perp}$.

Вычисление амплитуды можно значительно упростить, если преобразовать $\mathcal{S}$ матричные элементы, соответствующие электронным вкладам, к $\mathcal{S}$ матричным элементам, соответствующим вкладам позитронов. Преобразуем, например, матричный элемент $\mathcal{S}^{(1)}_{-}$, отвечающий первой диаграмме на рис. 13 к матричному элементу $\mathcal{S}^{(6)}_{+}$ рассеяния на позитронах, соответствующего той же диаграмме, но с перестановкой фотонов $\varepsilon_\alpha(q) \leftrightarrow \varepsilon^*_\alpha(q')$ и заменой $p \to -p$. Для этого проинтегрируем (3.5) по d^4Y и d^4Z с учетом асимптотической формы пропагатора (3.6). Получим в пределе $\beta \gg q^2_{\perp}, q^2_{\parallel}$ для $\mathcal{S}^{(1)}_{-}$ следующее выражение

$$\begin{aligned}\mathcal{S}^{(1)}_{-} \;&=\; -\frac{ie^3\beta(2\pi)^3\delta(\omega-\omega'-\omega'')\delta(q_2-q'_2-q''_2)\delta(q_3-q'_3-q''_3)}{4E\sqrt{2\omega V 2\omega' V 2\omega'' V}}\times \\ &\quad\times e^{ip_2(q_1-q'_1-q''_1)/\beta}\,Sp\,\hat{\mathcal{A}}^{(1)}.\end{aligned} \tag{3.10}$$

Здесь:

$$\hat{\mathcal{A}}^{(1)} = \hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{--} + \hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{-+} + \hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{+-} + \hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{-\perp} + \hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{\perp-} + \hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{\perp\perp}, \tag{3.11}$$

$$\hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{--} = \left[2\beta - (q_{\perp})^2 - (q'_{\perp})^2 + (q'\Lambda q) + i(q'\varphi q)\right] \times$$
$$\times[(p\gamma)_{\parallel} + m_e](\varepsilon'\gamma)_{\parallel}\frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q'\gamma)_{\parallel} + m_e}{(q')^2_{\parallel} + 2(pq')_{\parallel}} \times$$
$$\times(\varepsilon''\gamma)_{\parallel}\frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q\gamma)_{\parallel} + m_e}{q^2_{\parallel} + 2(pq)_{\parallel}}(\varepsilon\gamma)_{\parallel}\Pi_-, \tag{3.12}$$

$$\hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{-+} = -[(p\gamma)_{\parallel} + m_e](\varepsilon'\gamma)_{\parallel}\frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q'\gamma)_{\parallel} + m_e}{(q')^2_{\parallel} + 2(pq')_{\parallel}} \times$$
$$\times(\varepsilon''\gamma)_{\perp}[(p\gamma)_{\parallel} + (q\gamma)_{\parallel} + m_e](\varepsilon\gamma)_{\perp}\Pi_-, \tag{3.13}$$

$$\hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{+-} = -[(p\gamma)_{\parallel} + m_e](\varepsilon'\gamma)_{\perp}[(p\gamma)_{\parallel} + (q'\gamma)_{\parallel} + m_e] \times$$
$$\times(\varepsilon''\gamma)_{\perp}\frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q\gamma)_{\parallel} + m_e}{q^2_{\parallel} + 2(pq)_{\parallel}}(\varepsilon\gamma)_{\parallel}\Pi_-, \tag{3.14}$$

$$\hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{-\perp} = -[(p\gamma)_{\parallel} + m_e](\varepsilon'\gamma)_{\parallel}\frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q'\gamma)_{\parallel} + m_e}{(q')^2_{\parallel} + 2(pq')_{\parallel}} \times$$
$$\times\{(\varepsilon''\gamma)_{\perp}[(q\gamma)_{\perp} - (1/2)((q'\gamma)_{\perp} + i(q'\varphi\gamma))](\varepsilon\gamma)_{\parallel} +$$
$$+(\varepsilon''\gamma)_{\parallel}[(q\gamma)_{\perp} - (1/2)((q'\gamma)_{\perp} + i(q'\varphi\gamma))](\varepsilon\gamma)_{\perp}\}\Pi_-, \tag{3.15}$$

$$\hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{\perp-} = -[(p\gamma)_{\parallel} + m_e]\{(\varepsilon'\gamma)_{\perp}[(q'\gamma)_{\perp} - (1/2)((q\gamma)_{\perp} - i(q\varphi\gamma))](\varepsilon''\gamma)_{\parallel} +$$
$$+(\varepsilon'\gamma)_{\parallel}[(q'\gamma)_{\perp} - (1/2)((q\gamma)_{\perp} - i(q\varphi\gamma))](\varepsilon''\gamma)_{\perp}\} \times$$
$$\times\frac{(p\gamma)_{\parallel} + (q\gamma)_{\parallel} + m_e}{q^2_{\parallel} + 2(pq)_{\parallel}}(\varepsilon\gamma)_{\parallel}\Pi_-, \tag{3.16}$$

$$\hat{\mathcal{A}}^{(1)}_{\perp\perp} = \frac{1}{4}[(p\gamma)_{\parallel} + m_e](\varepsilon'\gamma)[(\Lambda\gamma)_{\beta} + i(\gamma\varphi)_{\beta}](\varepsilon''\gamma)\gamma_{\beta}(\varepsilon\gamma)\Pi_-. \tag{3.17}$$

Здесь индексы $-, +$ или $\perp$ показывают, какая из комбинаций пропагаторов $\hat{S}_-\hat{S}_-$, $\hat{S}_-\hat{S}_+$, $\hat{S}_-\hat{S}_{\perp}$ или $\hat{S}_{\perp}\hat{S}_{\perp}$ дает вклад в соответствующую часть следа.

Аналогичным образом вычисляется матричный элемент $\mathcal{S}_{+}^{(6)}$ рассеяния на позитронах. Для него имеем

$$\mathcal{S}_{+}^{(6)} = -\frac{ie^3\beta(2\pi)^3\delta(\omega-\omega'-\omega'')\delta(q_2-q_2'-q_2'')\delta(q_3-q_3'-q_3'')}{4E\sqrt{2\omega V 2\omega' V 2\omega'' V}} \times$$
$$\times e^{ip_2(q_1-q_1'-q_1'')/\beta}\, Sp\, \hat{\mathcal{B}}^{(6)}, \qquad (3.18)$$

где $\hat{\mathcal{B}}^{(6)}$ определяется аналогично (3.11), при этом

$$\hat{\mathcal{B}}^{(6)}_{--} = -\left[2\beta - (q_\perp)^2 - (q'_\perp)^2 + (q'\Lambda q) - i(q'\varphi q)\right] \times$$
$$\times[(p\gamma)_\parallel - m_e](\varepsilon\gamma)_\parallel \frac{(p\gamma)_\parallel + (q\gamma)_\parallel - m_e}{q_\parallel^2 + 2(pq)_\parallel} \times$$
$$\times(\varepsilon''\gamma)_\parallel \frac{(p\gamma)_\parallel + (q'\gamma)_\parallel - m_e}{(q')^2_\parallel + 2(pq')_\parallel}(\varepsilon'\gamma)_\parallel \Pi_-, \qquad (3.19)$$

$$\hat{\mathcal{B}}^{(6)}_{-+} = [(p\gamma)_\parallel - m_e](\varepsilon\gamma)_\parallel[(p\gamma)_\parallel + (q\gamma)_\parallel - m_e] \times$$
$$\times(\varepsilon''\gamma)_\perp \frac{(p\gamma)_\parallel + (q'\gamma)_\parallel - m_e}{(q')^2_\parallel + 2(pq')_\parallel}(\varepsilon'\gamma)_\perp \Pi_-, \qquad (3.20)$$

$$\hat{\mathcal{B}}^{(6)}_{+-} = [(p\gamma)_\parallel - m_e](\varepsilon\gamma)_\perp \frac{(p\gamma)_\parallel + (q\gamma)_\parallel - m_e}{q_\parallel^2 + 2(pq)_\parallel} \times$$
$$\times(\varepsilon''\gamma)_\perp[(p\gamma)_\parallel + (q\gamma)_\parallel - m_e](\varepsilon'\gamma)_\parallel \Pi_-, \qquad (3.21)$$

$$\hat{\mathcal{B}}^{(6)}_{-\perp} = [(p\gamma)_\parallel - m_e]\{(\varepsilon\gamma)_\perp[(q'\gamma)_\perp - (1/2)((q\gamma)_\perp + i(q'\varphi\gamma))](\varepsilon''\gamma)_\parallel +$$
$$+(\varepsilon\gamma)_\parallel[(q'\gamma)_\perp - (1/2)((q\gamma)_\perp + i(q'\varphi\gamma))](\varepsilon''\gamma)_\perp\} \times$$
$$\times\frac{(p\gamma)_\parallel + (q'\gamma)_\parallel - m_e}{(q')^2_\parallel + 2(pq')_\parallel}(\varepsilon'\gamma)_\parallel \Pi_-, \qquad (3.22)$$

$$\hat{\mathcal{B}}^{(6)}_{\perp-} = [(p\gamma)_\parallel - m_e](\varepsilon\gamma)_\parallel \frac{(p\gamma)_\parallel + (q\gamma)_\parallel - m_e}{q_\parallel^2 + 2(pq)_\parallel} \times$$
$$\times\{(\varepsilon''\gamma)_\perp[(q'\gamma)_\perp - (1/2)((q\gamma)_\perp - i(q\varphi\gamma))](\varepsilon'\gamma)_\parallel +$$
$$+(\varepsilon''\gamma)_\parallel[(q'\gamma)_\perp - (1/2)((q\gamma)_\perp - i(q\varphi\gamma))](\varepsilon'\gamma)_\perp\}\Pi_-, \qquad (3.23)$$

$$\hat{\mathcal{B}}^{(6)}_{\perp\perp} \; = \; -\frac{1}{4}[(p\gamma)_{\scriptscriptstyle\parallel} - m_e](\varepsilon\gamma)\gamma_\beta(\varepsilon''\gamma)[(\Lambda\gamma)_\beta + i(\gamma\varphi)_\beta](\varepsilon'\gamma)\Pi_-. \qquad (3.24)$$

Произведя в (3.18) над всеми γ-матрицами под знаком следа операцию зарядового сопряжения и используя свойства операторов $\Pi_\pm$ из приложения С, находим, что след от матриц $\hat{\mathcal{A}}^{(1)}$ может быть преобразован к следу от матриц $\hat{\mathcal{B}}^{(6)}$ так, что

$$\mathrm{Sp}\hat{\mathcal{A}}^{(1)} \; = \; -\mathrm{Sp}\hat{\mathcal{B}}^{(6)*}. \qquad (3.25)$$

Путем перестановки фотонов могут быть вычислены остальные $\mathcal{S}$-матричные элементы, определяющие вклад плазмы в процесс расщепления фотона. Используя теперь соотношение (3.25) и формулу (3.3), легко показать, что все четные по внешнему полю (т.е. четные по φ и $\tilde{\varphi}$) слагаемые будут входить в $\mathcal{S}$-матричный элемент (3.3) в виде нечетных по μ функций, а нечетные – в виде четных по μ функций. Это утверждение согласуется с обобщением теоремы Фарри на случай замагниченной среды, рассмотренным в работе [96].

Поскольку рассеяние $\gamma e^\pm \to \gamma\gamma e^\pm$ происходит без передачи 4-импульса плазме, то этот процесс физически проявляет себя как расщепление фотона с соответствующим законом сохранения всех четырех компонент энергии-импульса. Выражение (3.4), описывающее рассеяние на одном электроне, содержит только три δ-функции. Однако в $\mathcal{S}$-матричном элементе (3.3), учитывающем рассеяние на всех электронах и позитронах плазмы, содержится интеграл по обобщенному импульсу p_2, который дает недостающую δ-функцию. Тогда амплитуда, соответствующая плазменному вкладу, может быть определена обычным образом

$$\mathcal{S}_{pl} \;\; = \;\; \frac{i(2\pi)^4\delta^4(q - q' - q'')}{\sqrt{2\omega V 2\omega' V 2\omega'' V}}\,\mathcal{M}_{pl}. \qquad (3.26)$$

С учетом (3.26) амплитуду (3.1) можно представить в виде

$$\mathcal{M} = \varepsilon_\mu(q)\varepsilon^*_\nu(q'')\varepsilon^*_\rho(q')\,\beta\left(\Pi^{(0)}_{\mu\nu\rho} + \frac{1}{\beta}\,\Pi^{(1)}_{\mu\nu\rho}\right), \tag{3.27}$$

где

$$\begin{aligned}\Pi^{(0)}_{\mu\nu\rho} \;&=\; 2\pi\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2}\frac{(\tilde\varphi q)_\mu(\tilde\varphi q'')_\nu(\tilde\varphi q')_\rho}{(q'\tilde\varphi q'')}\Big[\mathcal{J}^{(-)}_{\perp}(q_{\parallel}, q'_{\parallel}) \,-\, \mathcal{J}^{(-)}_{\perp}(-q'_{\parallel}, -q_{\parallel}) \,- \\ &-\; \mathcal{J}^{(-)}_{\perp}(-q''_{\parallel}, q'_{\parallel}) \,-\, (q' \leftrightarrow q'')\Big],\end{aligned} \tag{3.28}$$

$$\begin{aligned}\Pi^{(1)}_{\mu\nu\rho} \;&=\; -i\,4\pi\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2}\Big\{(q'\varphi q'')\left[\pi_{\mu\nu\rho} + \upsilon_{\mu\nu\rho}\right] + (q'\mathcal{G}(q''))_\nu\,\varphi_{\rho\mu} + \\ &+\; \frac{1}{2}((q''-q')\mathcal{G}(q))_\mu\,\varphi_{\nu\rho} + (q''\mathcal{G}(q'))_\rho\,\varphi_{\nu\mu} - \mathcal{G}_{\nu\rho}(q'')\,(q'\varphi)_\mu + \\ &+\; \mathcal{G}_{\mu\nu}(q'')\,(q\varphi)_\rho + \mathcal{G}_{\mu\rho}(q')\,(q\varphi)_\nu - \mathcal{G}_{\nu\rho}(q')\,(q''\varphi)_\mu - \\ &-\; \mathcal{G}_{\mu\nu}(q)\,(q''\varphi)_\rho - \mathcal{G}_{\mu\rho}(q)\,(q'\varphi)_\nu \;-\frac{i(\tilde\varphi q)_\mu(\tilde\varphi q'')_\nu(\tilde\varphi q')_\rho}{4(q'\tilde\varphi q'')}\,\times \\ &\times\; [q'^2_{\perp} + q''^2_{\perp} + (q'q'')_{\perp}][\mathcal{J}^{(-)}_{\perp}(q_{\parallel}, q'_{\parallel}) \,-\, \mathcal{J}^{(-)}_{\perp}(-q'_{\parallel}, -q_{\parallel}) \,- \\ &-\; \mathcal{J}^{(-)}_{\perp}(-q''_{\parallel}, q'_{\parallel}) \,-\, (q' \leftrightarrow q'')]\Big\}.\end{aligned} \tag{3.29}$$

Здесь:

$$\mathcal{G}_{\mu\nu}(q) = \left(\tilde\Lambda_{\mu\nu} - \frac{q_{\parallel\mu}\,q_{\parallel\nu}}{q^2_{\parallel}}\right)\,\left[H\!\left(\frac{4m_e^2}{q^2_{\parallel}}\right) + \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel})\right],$$

$$\mathcal{J}^{(\pm)}(q_{\parallel}) = 2q^2_{\parallel}m_e^2\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_3}{E_p}\,\frac{f_-(E_p) \pm f_+(E_p)}{q^4_{\parallel} - 4(pq)^2_{\parallel}}, \qquad E_p = \sqrt{p_3^2 + m_e^2}, \tag{3.30}$$

$$\mathcal{J}^{(\pm)}_{\perp}(q_{\parallel}, q'_{\parallel}) = 2m_e^2\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_3}{E_p}\,\frac{f_-(E_p) \pm f_+(E_p)}{[q^2_{\parallel} + 2(pq)_{\parallel}][q'^2_{\parallel} + 2(pq')_{\parallel}]}. \tag{3.31}$$

Напомним, что функция $H(z)$, введенная в главе 2, имеет вид

$$H(z) = \frac{z}{\sqrt{z-1}}\mathrm{arctg}\frac{1}{\sqrt{z-1}} - 1,\ z \geq 1, \tag{3.32}$$

$$H(z) = \frac{1}{2}\left(\frac{z}{\sqrt{1-z}}\ln\left|\frac{\sqrt{1-z}-1}{\sqrt{1-z}+1}\right| - 2 + i\pi\,\frac{z}{\sqrt{1-z}}\right),\ z < 1.$$

Выражение для $\pi_{\mu\nu\rho}$ может быть представлено в следующей форме:

$$\begin{aligned}
\pi_{\mu\nu\rho} = \frac{1}{q_{\shortparallel}^2 q_{\shortparallel}'^2 q_{\shortparallel}''^2}\Big[&(q'\tilde{\varphi}q'')\big\{(\tilde{\varphi}q)_\mu(\tilde{\varphi}q'')_\nu(\tilde{\varphi}q')_\rho\pi_\perp + (\tilde{\varphi}q)_\mu(\widetilde{\Lambda}q'')_\nu(\widetilde{\Lambda}q')_\rho H \\
&-(\widetilde{\Lambda}q)_\mu(\tilde{\varphi}q'')_\nu(\widetilde{\Lambda}q')_\rho H'' - (\widetilde{\Lambda}q)_\mu(\widetilde{\Lambda}q'')_\nu(\tilde{\varphi}q')_\rho H'\big\} \\
&+(q'q'')_{\shortparallel}(\widetilde{\Lambda}q)_\mu(\tilde{\varphi}q'')_\nu(\tilde{\varphi}q')_\rho(H' - H'') \\
&+(qq'')_{\shortparallel}(\tilde{\varphi}q)_\mu(\tilde{\varphi}q'')_\nu(\widetilde{\Lambda}q')_\rho(H - H'') \\
&+(qq')_{\shortparallel}(\tilde{\varphi}q)_\mu(\widetilde{\Lambda}q'')_\nu(\tilde{\varphi}q')_\rho(H' - H)\Big],
\end{aligned} \tag{3.33}$$

$$\begin{aligned}
\pi_\perp &= H + H' + H'' \\
&+ 2\frac{q_{\shortparallel}^2 q_{\shortparallel}'^2 q_{\shortparallel}''^2 - 2m_e^2[q_{\shortparallel}^2(q'q'')_{\shortparallel}H - q_{\shortparallel}'^2(qq'')_{\shortparallel}H' - q_{\shortparallel}''^2(qq')_{\shortparallel}H'']}{q_{\shortparallel}^2 q_{\shortparallel}'^2 q_{\shortparallel}''^2 - 4m_e^2[q_{\shortparallel}'^2 q_{\shortparallel}''^2 - (q'q'')_{\shortparallel}^2]},
\end{aligned} \tag{3.34}$$

где $H \equiv H(4m_e^2/q_{\shortparallel}^2)$, $H' \equiv H(4m_e^2/q_{\shortparallel}'^2)$, $H'' \equiv H(4m_e^2/q_{\shortparallel}''^2)$.

$$\upsilon_{\mu\nu\rho} = \pi_{\mu\nu\rho}\left[\pi_\perp \to \upsilon_\perp, H \to \mathcal{J}^{(+)}(q_{\shortparallel}), H' \to \mathcal{J}^{(+)}(q_{\shortparallel}'), H'' \to \mathcal{J}^{(+)}(q_{\shortparallel}'')\right],$$

$$\begin{aligned}
\upsilon_\perp &= \frac{1}{(q'\tilde{\varphi}q'')^2}\Big\{(qq')_{\shortparallel}(qq'')_{\shortparallel}\mathcal{J}^{(+)}(q_{\shortparallel}) - (qq')_{\shortparallel}(q'q'')_{\shortparallel}\mathcal{J}^{(+)}(q_{\shortparallel}') - \\
&- (qq'')_{\shortparallel}(q'q'')_{\shortparallel}\mathcal{J}^{(+)}(q_{\shortparallel}'') + \frac{q_{\shortparallel}^2 q_{\shortparallel}'^2 q_{\shortparallel}''^2}{4}\Big[\mathcal{J}_\perp^{(+)}(q_{\shortparallel}, q_{\shortparallel}') + \\
&+ \mathcal{J}_\perp^{(+)}(-q_{\shortparallel}', -q_{\shortparallel}) + \mathcal{J}_\perp^{(+)}(-q_{\shortparallel}'', q_{\shortparallel}') + (q' \leftrightarrow q'')\Big]\Big\}.
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Полученное выражение для амплитуды явно калибровочно-инвариантно, так как

$$q_\mu \Pi^{(0,1)}_{\mu\nu\rho} \,=\, q''_\nu \Pi^{(0,1)}_{\mu\nu\rho} \,=\, q'_\rho \Pi^{(0,1)}_{\mu\nu\rho} \,=\, 0, \tag{3.36}$$

обладает в кинематической области $q_\parallel^2 \le 4m_e^2$ свойством

$$\mathcal{M}(q, q', q'') \,=\, [\mathcal{M}(-q, -q', -q'')]^* , \tag{3.37}$$

и в случае, когда $T = \mu = 0$, согласуется с ранее полученным выражением для векторной части амплитуды процесса $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ в чистом магнитном поле [114].

Отметим, что выражение для амплитуды (3.27) получено в системе покоя плазмы. Однако оно может быть обобщено также и на случай, когда плазма движется, как целое, вдоль магнитного поля. Для этого достаточно в функциях распределения электронов и позитронов, входящих в интегралы (3.30) и (3.31), сделать следующую замену: $f_\pm(E_p) \to f_\pm(up)$, где u_μ - вектор 4-скорости среды ($u^2 = 1$). При этом условие, что в такой системе отсутствует электрическое поле, может быть записано в релятивистски-ковариантном виде: $(u\Lambda)_\mu = 0$. Заметим также, что в отличие от случая электрон-позитронной плазмы без магнитного поля, где введение вектора 4-скорости среды необходимо для ковариантной записи двух- или трехфотонной вершин [96], в присутствии магнитного поля, как это видно из полученного нами результата, возможно представление трехфотонной вершины в ковариантной форме без использования вектора u_μ. Это связано с тем, что из тензора поля и 4-вектора импульса можно построить ортогональный базис, введенный в главе 2, формула

(2.9):

$$b_\mu^{(1)} = \frac{(\varphi q)_\mu}{\sqrt{q_\perp^2}}, \quad b_\mu^{(2)} = \frac{(\widetilde{\varphi} q)_\mu}{\sqrt{q_\parallel^2}},$$

$$b_\mu^{(3)} = \frac{q_\parallel^2 (\Lambda q)_\mu - q_\perp^2 (\widetilde{\Lambda} q)_\mu}{\sqrt{q^2 q_\parallel^2 q_\perp^2}}, \quad b_\mu^{(4)} = \frac{q_\mu}{\sqrt{q^2}}, \tag{3.38}$$

по которому можно разложить любой тензор.

В заключение этого раздела заметим, что, используя результат (3.27), с помощью замены

$$\varepsilon_\mu \to j_\mu \frac{G_F}{\sqrt{2} e}, \qquad \Pi^{(0,1)}_{\mu\nu\rho} \to C_V\, \Pi^{(0,1)}_{\mu\nu\rho} + C_A\, \tilde{\varphi}_{\mu\sigma} \Pi^{(0,1)}_{\sigma\nu\rho} \tag{3.39}$$

легко получить амплитуду процесса $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ в сильно замагниченной среде. Здесь C_V, C_A – векторная и аксиальная константы эффективного $\nu\nu ee$ - лагранжиана стандартной модели, $C_V = \pm 1/2 + 2\sin^2\theta_W$, $C_A = \pm 1/2$, θ_W – угол Вайнберга, верхний знак относится к электронному нейтрино, нижний знак соответствует мюонному и тау-нейтрино; j_μ – фурье-образ нейтринного тока. Кроме того, путем замены

$$\varepsilon_\mu \to q_\mu \frac{i g_{ae}}{2 m_e\, e}, \qquad \Pi^{(0,1)}_{\mu\nu\rho} \to \tilde{\varphi}_{\mu\sigma} \Pi^{(0,1)}_{\sigma\nu\rho} \tag{3.40}$$

можно получить также индуцированный плазмой в магнитном поле вклад в амплитуду аксион-фотонного взаимодействия $a \to \gamma\gamma$. Здесь g_{ae} – безразмерная константа аксион-электронного взаимодействия.

Здесь интересно отметить следующее обстоятельство. Известно, что в сильном магнитном поле амплитуды процессов $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ и $a \to \gamma\gamma$ не зависят от величины поля [114,122]. Присутствие же зарядово-несимметричной ($\mu \neq 0$) плазмы, как это видно из (3.27) и (3.28), приводит к линейному росту амплитуд указанных процессов с ростом напряженности магнитного поля. Этот факт может оказаться важным при рассмотрении различных приложений этих процессов в астрофизике.

3 Дисперсионные свойства и кинематика расщепления фотона

Кинематика рассматриваемого процесса существенно зависит от влияния внешней активной среды, как магнитного поля, так и электрон-позитронной плазмы на дисперсионные свойства фотона. Поляризационный оператор фотона $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ в сильно замагниченной среде в однопетлевом приближении описывается тремя диаграммами Фейнмана, рис. 14.

Рис. 14: Диаграммы Фейнмана для поляризационного оператора фотона в магнитном поле и плазме.

Тензор $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ удобно разложить по векторам $b_\alpha^{(\lambda)}$, $\lambda = 1, 2, 3$, входящим в базис (3.38):

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta} = \sum_{\lambda,\kappa} b_\alpha^{(\lambda)} b_\beta^{(\kappa)}\, \mathcal{P}^{(\lambda,\kappa)}, \tag{3.41}$$

$$\mathcal{P}^{(\lambda,\kappa)} = \delta^{\lambda\kappa} \Delta\mathcal{P}_B^{\lambda}(q, F) + \Delta\mathcal{P}_{pl}^{(\lambda,\kappa)}(q, F, T, \mu) + \delta^{\lambda\kappa} \Pi(q^2).$$

Выражение $\mathcal{P}^{(\lambda,\kappa)}$ содержит вакуумную часть $\Pi(q^2)$, индуцированную полем часть $\Delta\mathcal{P}_B^{\lambda}$, а также часть $\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(\lambda,\kappa)}$ от совместного влияния поля и плазмы. Эти величины подробно исследовались в целом ряде работ.

Выражения для функций $\Delta\mathcal{P}_B^\lambda$ можно извлечь, например, из работ [36, 123–125]:

$$\Delta\mathcal{P}_B^{(\lambda)} = -\frac{\alpha}{2\pi}\int\limits_0^1 du\int\limits_0^\infty \frac{dt}{t}\left\{\frac{\beta t}{\sin\beta t}\; e^{-i\Phi}v_\lambda - e^{-i\Phi_0}\frac{q^2}{2}(1-u^2)\right\}, \quad (3.42)$$

$$v_1 = q_\parallel^2\left(\cos\beta ut - \frac{u\sin\beta ut\,\cos\beta t}{\sin\beta t}\right) - 2q_\perp^2\frac{\cos\beta ut - \cos\beta t}{\sin^2\beta t};$$

$$v_2 = q_\parallel^2\cos\beta t(1-u^2) - q_\perp^2\left(\cos\beta ut - \frac{u\sin\beta ut\,\cos\beta t}{\sin\beta t}\right);$$

$$v_3 = q^2\left(\cos\beta ut - \frac{u\sin\beta ut\,\cos\beta t}{\sin\beta t}\right),$$

где

$$\Phi = t\left(m_e^2 - q_\parallel^2\frac{1-u^2}{4}\right) + \frac{q_\perp^2}{2\beta}\,\frac{\cos\beta ut - \cos\beta t}{\sin\beta t},$$

$$\Phi_0 = \Phi(B=0) = t\left(m_e^2 - \frac{q^2}{4}(1-u^2)\right). \quad (3.43)$$

Часть, индуцированная полем и плазмой, может быть, после преобразований, получена из работ [36, 126] и представлена в следующем виде

$$\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(1,1)} = -\frac{2\alpha}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_3}{E_p}(pq)_\parallel\left[f_-(E_p) + f_+(E_p)\right]\times \quad (3.44)$$

$$\times\int\limits_0^\infty d\tau\, e^{-\Phi_1}\,\mathrm{sh}\left(\frac{2(pq)_\parallel}{\beta}\,\tau\right),$$

$$\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(1,2)} = -\frac{2i\alpha}{\pi}\sqrt{\frac{q_\perp^2}{q_\parallel^2}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_3}{E_p}(q\tilde{\varphi}p)\left[f_-(E_p) - f_+(E_p)\right]\times \quad (3.45)$$

$$\times\int\limits_0^\infty d\tau\, e^{-\Phi_1}\,\mathrm{ch}\left(\frac{2(pq)_\parallel}{\beta}\,\tau\right),$$

$$\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(1,3)} = -\frac{2i\alpha}{\pi}\sqrt{\frac{q^2}{q_\parallel^2}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_3}{E_p}(pq)_\parallel\left[f_-(E_p) - f_+(E_p)\right]\times \tag{3.46}$$

$$\times\int\limits_0^\infty d\tau\, e^{-\Phi_1}\,\mathrm{ch}\left(\frac{2(pq)_\parallel}{\beta}\,\tau\right),$$

$$\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(2,2)} = \frac{2\alpha}{\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_3}{E_p}\left[f_-(E_p) + f_+(E_p)\right]\int\limits_0^\infty d\tau\, e^{-\Phi_2}\times \tag{3.47}$$

$$\times\left\{2\left(m_e^2 - \frac{(pq)_\parallel^2}{q_\parallel^2}\right)\mathrm{ch}\left(\frac{2(pq)_\parallel}{\beta}\,\tau\right) - (pq)_\parallel\,\mathrm{sh}\left(\frac{2(pq)_\parallel}{\beta}\,\tau\right)\right\},$$

$$\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(2,3)} = \frac{2\alpha}{\pi}\sqrt{\frac{q_\perp^2}{q^2}}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_3}{E_p}(q\tilde{\varphi}p)\left[f_-(E_p) + f_+(E_p)\right]\int\limits_0^\infty d\tau\, e^{-\Phi_2}\times$$

$$\times\left\{\left(1 - e^{-2\tau}\right)\mathrm{sh}\left(\frac{2(pq)_\parallel}{\beta}\,\tau\right) + \frac{2(pq)_\parallel}{q_\parallel^2}\,\mathrm{ch}\left(\frac{2(pq)_\parallel}{\beta}\,\tau\right)\right\}, \tag{3.48}$$

$$\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(3,3)} = -\frac{2\alpha}{\pi}\frac{q_\perp^2}{q^2}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dp_3}{E_p}(pq)_\parallel\left[f_-(E_p) + f_+(E_p)\right]\int\limits_0^\infty d\tau\, e^{-\Phi_2}\times \tag{3.49}$$

$$\times\left\{\left[1 - \left(\frac{q^2}{q_\perp^2} - 1\right)e^{-2\tau}\right]\mathrm{sh}\left(\frac{2(pq)_\parallel}{\beta}\,\tau\right) + \frac{2(pq)_\parallel}{q_\parallel^2}\,\mathrm{ch}\left(\frac{2(pq)_\parallel}{\beta}\,\tau\right)\right\},$$

$$\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(2,1)} = \left[\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(1,2)}\right]^*, \quad \Delta\mathcal{P}_{pl}^{(3,1)} = \left[\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(1,3)}\right]^*, \tag{3.50}$$

$$\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(3,2)} = \left[\Delta\mathcal{P}_{pl}^{(2,3)}\right]^*,$$

где

$$\Phi_1 = \frac{q_\perp^2}{2\beta}\left(e^{-2\tau} + 1\right) + \frac{\tau}{\beta}(2\beta - q_\parallel^2),$$

$$\Phi_2 = \frac{q_\perp^2}{2\beta}\left(e^{-2\tau} + 1\right) - \frac{\tau}{\beta}q_\parallel^2. \tag{3.51}$$

Из (3.45) – (3.50) следует, что в общем случае поляризационный оператор в базисе из векторов $b_\alpha^{(\lambda)}$ не является диагональным даже в пределе сильного поля. Для его диагонализации необходимо решить задачу на собственные функции и собственные значения, представляющую значительные математические трудности. Однако, в ряде астрофизических объектов (например SGR) реализуются условия, когда при конечной температуре плазма является зарядово-симметричной ($\mu = 0$). Тогда в пределе сильного поля, как это видно из (3.45) – (3.50), поляризационный оператор $\mathcal{P}^{(\lambda,\kappa)}$ диагонализуется, и его собственные значения могут быть представлены в следующем виде:

$$\mathcal{P}^{(1)}(q) \;\simeq\; -\frac{\alpha}{3\pi}\, q_{\perp}^2 - q^2\, \Lambda(B), \tag{3.52}$$

$$\mathcal{P}^{(2)}(q) \;\simeq\; -\frac{2\beta\alpha}{\pi}\left[H\left(\frac{4m_e^2}{q_{\parallel}^2}\right) + \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel})\right] - q^2\, \Lambda(B), \tag{3.53}$$

$$\mathcal{P}^{(3)}(q) \;\simeq\; -\, q^2\, \Lambda(B), \tag{3.54}$$

где

$$\Lambda(B) = \frac{\alpha}{3\pi}\left[1.792 - \ln(B/B_e)\right].$$

В пределе $T = 0$ получим $\mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}) \equiv 0$, и выражения (3.52) – (3.54) переходят в известные формулы для собственных значений поляризационного оператора в сильном магнитном поле [79, 80, 121].

Пропагатор фотона с учетом поляризации в магнитном поле и зарядово-симметричной плазме также диагонализуется в используемом базисе, и может быть представлен в следующей форме:

$$G_{\alpha\beta} = \sum_{\lambda=1}^{3} b_\alpha^{(\lambda)} b_\beta^{(\lambda)}\, \frac{-i}{q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}}, \tag{3.55}$$

откуда следуют уравнения дисперсии для фотонов

$$q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q) = 0 \qquad (\lambda = 1, 2, 3). \tag{3.56}$$

Из анализа решений уравнений (3.56) следует, что в зарядово-симметричном случае, так же, как и в чистом магнитном поле, физическими являются моды с $\lambda = 1, 2$ и векторами поляризации

$$\varepsilon_\alpha^{(1)}(q) = \frac{(\varphi q)_\alpha}{\sqrt{q_\perp^2}}, \qquad \varepsilon_\alpha^{(2)}(q) = \frac{(\tilde{\varphi} q)_\alpha}{\sqrt{q_\parallel^2}}. \tag{3.57}$$

Следует подчеркнуть, однако, что совпадение векторов поляризации в плазме и чистом магнитном поле является приближенным, с точностью до вкладов $O(1/\beta)$. Вместе с тем, между плазмой и магнитным полем имеется ряд различий. Первым существенным отличием от случая чистого магнитного поля является тот факт, что для фотона моды 2 (рис. 15) возможна ситуация, когда в кинематической области $q_\parallel^2 \leqslant 4m_e^2$ этот фотон может иметь положительное значение q^2. Это связано с появлением в плазме собственных колебаний с частотой ω_p, которая определяется из уравнения

$$\omega_p^2 - \mathcal{P}^{(2)}(\omega_p, \mathbf{k} = 0) = 0. \tag{3.58}$$

В этой области становится возможным новый канал $\gamma_2 \to \gamma_1 \gamma_1$, запрещенный в магнитном поле в отсутствие плазмы. В то же время каналы расщепления $\gamma_1 \to \gamma_2 \gamma_2$ и $\gamma_1 \to \gamma_1 \gamma_2$, разрешенные в магнитном поле [89], в этой области кинематически закрыты. Другим важным отличием является существенно иная зависимость закона дисперсии в переменных $q_\parallel^2$, $q_\perp^2$ от угла между импульсом фотона и направлением магнитного поля (см. рис. 15).

Рис. 15: Закон дисперсии фотона моды 2 в сильном магнитном поле $B/B_e = 200$ и зарядово-симметричной плазме ($T = 1$ МэВ, $\mu = 0$) при различных значениях угла между направлением импульса фотона и магнитного поля (при $\theta = \pi/2$ – верхняя сплошная кривая, $\theta = \pi/6$ – средняя, $\theta = \pi/12$ – нижняя сплошная кривая). Нижняя штриховая линия изображает дисперсию в отсутствие плазмы. Точками показан вакуумный закон дисперсии $q^2 = 0$.

И, наконец, новым фактором по сравнению со случаем чистого магнитного поля является зависимость закона дисперсии от температуры (см. рис. 16).

Из формулы (3.53) следует, что собственное значение поляризационного оператора $\mathcal{P}^{(2)}(q)$ становится большим вблизи порога рождения электрон-позитронной пары, что указывает на необходимость учета перенормировки волновой функции фотона этой поляризации:

$$\varepsilon_\alpha^{(2)} \to \varepsilon_\alpha^{(2)} \sqrt{Z_2}, \quad Z_2^{-1} = 1 - \frac{\partial \mathcal{P}^{(2)}(q)}{\partial \omega^2}. \tag{3.59}$$

После проведенного кинематического анализа мы можем выписать

Рис. 16: Закон дисперсии фотона моды 2, распространяющегося поперек магнитного поля при $B/B_e = 100$ и зарядово-симметричной плазме для различных значений температуры: $T = 1$ МэВ – верхняя сплошная кривая, $T = 0.5$ МэВ – средняя, $T = 0.25$ МэВ – нижняя сплошная кривая. Нижняя штриховая линия изображает дисперсию в отсутствие плазмы. Точками показан вакуумный закон дисперсии $q^2 = 0$.

все парциальные амплитуды, соответствующие разрешенным каналам $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$, $\gamma_1 \to \gamma_1\gamma_2$ и $\gamma_2 \to \gamma_1\gamma_1$ в области $q_{\parallel}^2 \leqslant 4m_e^2$. Они могут быть получены из (3.27) и представлены в следующем виде:

$$\mathcal{M}_{112} = -i4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \frac{(q'\varphi q'')(q'\tilde{\varphi} q'')}{[q_{\perp}'^2 q_{\parallel}''^2 q_{\perp}^2]^{1/2}} \left[H\!\left(\frac{4m_e^2}{q_{\parallel}''^2}\right) + \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}'')\right], \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{122} &= -i4\pi \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \frac{(q'\tilde{\Lambda} q'')}{[q_{\parallel}'^2 q_{\parallel}''^2 q_{\perp}^2]^{1/2}} \left\{(q\Lambda q'') \left[H\!\left(\frac{4m_e^2}{q_{\parallel}'^2}\right) + \right.\right. \\ &+ \left.\left. \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}')\right] + (q\Lambda q') \left[H\!\left(\frac{4m_e^2}{q_{\parallel}''^2}\right) + \mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}'')\right]\right\}, \quad (3.61) \\ \mathcal{M}_{211} &= \mathcal{M}_{112}(q \leftrightarrow q''). \quad (3.62) \end{aligned}$$

Анализ, проведенный в главе 2 настоящей диссертации, показывает, что функция $\mathcal{J}^{(+)} < 0$ практически во всей области изменения параметров T, ω, q_z, тогда как функция $H > 0$ в этой области. Таким образом, функции H и $\mathcal{J}^{(+)}$ дают вклады противоположных знаков в полученные выражения (3.60) и (3.61), определяющие зависимость амплитуды от магнитного поля и плазмы. Следовательно, учет влияния плазмы будет приводить к подавлению амплитуд каналов $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$ и $\gamma_1 \to \gamma_1\gamma_2$ по сравнению со случаем чистого магнитного поля. Вместе с тем, как будет показано ниже, вероятности этих процессов могут быть усилены за счет эффекта индуцированного излучения фотонов в случае холодной зарядово-симметричной плазмы.

4 Вероятность расщепления фотона в сильно замагниченной среде

Общее выражение для вероятности расщепления фотона можно записать в следующем виде:

$$W_{\lambda\to\lambda'\lambda''} = \frac{g_{\lambda'\lambda''}}{32\pi^2\omega}\int |\,\mathcal{M}_{\lambda\lambda'\lambda''}\,|^2\, Z_\lambda Z_{\lambda'} Z_{\lambda''} \times \tag{3.63}$$
$$\times (1+f_{\omega'})(1+f_{\omega''})\delta(\omega_\lambda(\mathbf{k}) - \omega_{\lambda'}(\mathbf{k}-\mathbf{k}'') - \omega_{\lambda''}(\mathbf{k}''))\frac{d^3k''}{\omega_{\lambda'}\omega_{\lambda''}},$$

где $f_\omega = (e^{\omega/T} - 1)^{-1}$ – функция распределения фотонов, множитель $g_{\lambda'\lambda''} = 1 - (1/2)\delta_{\lambda'\lambda''}$ введен для учета возможной тождественности фотонов в конечном состоянии.

В общем случае, как это видно из (3.63), вычисление вероятности является достаточно сложной математической задачей. Анализ показыва-

Рис. 17: Относительная вероятность канала $\gamma_1 \to \gamma_1\gamma_2$ в сильном магнитном поле $B/B_e = 100$ и зарядово-симметричной ($\mu = 0$) плазме при температуре 50 кэВ (сплошная линия) и 250 кэВ (показана пунктиром), $W_0 = (\alpha/\pi)^3\, m_e$. Штриховой линией показана вероятность в чистом магнитном поле ($T = \mu = 0$) [79, 80, 121].

ет, что фотон будет расщепляться по всем разрешенным каналам с максимальной вероятностью тогда, когда он распространяется перпендикулярно направлению магнитного поля. Для параметров плазмы, характерных для астрофизических объектов ($T = 50$ кэВ, 250 кэВ и 1 МэВ, $\mu = 0$) и величин магнитного поля $B = 100\, B_e$ и $B = 200\, B_e$ мы провели численный расчет вероятностей расщепления фотона для каналов $\gamma_1 \to \gamma_1\gamma_2$, $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$ и $\gamma_2 \to \gamma_1\gamma_1$. Результаты вычислений приведены на рис. 17 – 22.

Из рис. 17, 18 и 19 видно, что вероятность расщепления фотона может быть больше, чем в чистом магнитном поле. Это связано с тем, что в пределе низких температур $T \ll m_e$ учет влияния плазмы на процесс расщепления фотона сводится только к учету функций распределения

Рис. 18: Относительная вероятность канала $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$ при тех же параметрах и обозначениях, что и на рис. 17.

фотонов и, как следствие, приводит к увеличению фазового объема реакции. Действительно, при температурах $T \lesssim 0.1 m_e$ и полях $B \simeq 100 B_e$ имеет место следующая оценка для плазменной частоты: $\omega_p^2 \lesssim 10^{-5} m_e^2$. Из этой оценки следует, что плазменная частота мала по сравнению с характерными ($\sim T$) импульсами, на которых интеграл (3.63) набирает свою величину. Это позволяет представить $\mathcal{P}^{(2)}(q)$ в следующем виде

$$\mathcal{P}^{(2)}(q) \simeq -\xi\, q_{\scriptscriptstyle \parallel}^2, \tag{3.64}$$

где для удобства введен параметр $\xi = \frac{\alpha}{3\pi}\frac{B}{B_e}$, характеризующий степень влияния магнитного поля. Отсюда следует, что для фотона второй моды закон дисперсии и перенормировка волновой функции могут быть записаны в виде

$$\omega^2 = \frac{q_{\scriptscriptstyle \perp}^2}{1+\xi} + q_3^2, \qquad Z_2 \simeq \frac{1}{1+\xi}. \tag{3.65}$$

Рис. 19: Относительная вероятность канала $\gamma_1 \to \gamma_1\gamma_2$ (верхняя кривая) и $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$ (нижняя кривая) в сильном магнитном поле $B/B_e = 100$ в зависимости от параметра T/m_e при энергии $\omega = 0.4\,$МэВ. W_B – вероятность при той же энергии в отсутствие плазмы.

Кроме того, для типичных полей, существующих в астрофизических объектах, параметр $\xi \leq 0.1$. В этом случае можно использовать предел коллинеарной кинематики. Как видно из (3.60) и (3.61), в этом пределе канал $\gamma_1 \to \gamma_1\gamma_2$ будет подавлен по сравнению с каналом $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$, что следует из рис. 17, 18 и 19.

С другой стороны, как это видно из рис. 20 и 21, влияние горячей плазмы приводит к подавлению вероятностей каналов $\gamma_1 \to \gamma_1\gamma_2$ и $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$ по сравнению со случаем чистого магнитного поля.

В асимптотическом пределе $m_e^2 \ll \omega^2 \sin^2\theta \ll eB$ удалось получить простые выражения для вероятностей каналов $\gamma_1 \to \gamma_1\gamma_2$ и $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$,

Рис. 20: Относительная вероятность канала $\gamma_1 \to \gamma_1\gamma_2$ в сильном магнитном поле $B/B_e = 200$ и горячей плазме ($T = 1$МэВ, $\mu = 0$). Штриховой линией показана вероятность в чистом магнитном поле ($T = \mu = 0$) [79,80,121]. Пунктиром показана асимптотика (3.66).

которые имеют вид:

$$W_{1\to 12} \simeq \frac{\alpha^3 T^2}{4\omega \sin^2\theta} \left[(1 - u)^2\, F\left(\frac{\omega(1+u)}{2T}\right) + (u \to -u) \right], \qquad (3.66)$$

где $u = \cos\theta$, θ – угол между векторами импульса распадающегося фотона $\mathbf{k}$ и напряженности магнитного поля $\mathbf{B}$,

$$F(z) = \int\limits_0^z \frac{x\, \mathrm{th}^2(x/4)\, dx}{[1 - \exp(-x)]\,[1 - \exp(x - \omega/T)]}.$$

Рис. 21: Относительная вероятность канала $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$ при тех же параметрах, что и на рис. 20. Штриховой линией показана вероятность в чистом магнитном поле $(T = \mu = 0)$ [79, 80, 121].

Для канала $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$ мы получили

$$W_{1\to 22} \simeq \frac{\alpha^3 m_e^2}{4\omega} \frac{1}{1 - \exp\left[-\frac{\omega}{T}(1 - u)\right]} \frac{1}{1 - \exp\left[-\frac{\omega}{T}(1 + u)\right]} \times$$
$$\times \left\{\mathrm{th}^2\left[\frac{\omega}{8T}(1 - u)\right] + (u \to -u)\right\}. \qquad (3.67)$$

Из рис. 20 видно, что вероятность канала $\gamma_1 \to \gamma_1\gamma_2$, рассчитанная по асимптотической формуле (3.66), хорошо согласуется с точным значением вероятности, полученным непосредственно из (3.63). В пределе $T = 0$ асимптотическая формула (3.66) переходит в известное выражение в сильном магнитном поле [79, 80, 121].

Аналитическое выражение для вероятности канала $\gamma_2 \to \gamma_1\gamma_1$ может

Рис. 22: Относительная вероятность канала $\gamma_2 \to \gamma_1\gamma_1$ в сильном магнитном поле $B/B_e = 200$ и горячей плазме ($T = 1$МэВ, $\mu = 0$).

быть получено в случае редкого фотонного газа ($f_{\omega'} = f_{\omega''} = 0$) и представлено в следующем виде:

$$W_{2\to 11} \simeq \frac{\alpha^3}{8\pi^2} Z_2 \left(H\!\left(\frac{4m_e^2}{q_\parallel^2}\right) + \mathcal{J}^{(+)}(q_\parallel) \right)^2 \frac{q_\perp^2}{\omega} \times \tag{3.68}$$

$$\times \left(\ln \frac{q_\parallel^2}{q_\perp^2} - 1 + \frac{q_\perp^2}{q_\parallel^2} \right) \theta(q^2).$$

Для возможных астрофизических приложений имеет смысл сравнить вероятность расщепления фотона по каналу $2 \to 11$ с вероятностью расщепления по каналу $1 \to 22$ в пределе сильного поля, низких энергий фотонов ($\omega < m_e$) и коллинеарной кинематики. Из рис. 22 получим следующую оценку для вероятности расщепления по каналу $2 \to 11$ вблизи максимума: $W_{2\to 11}^{max} \simeq 0.55 W_0$ при энергии $\omega = 0.9 m_e$. С другой стороны, вероятность канала $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$, полученная в работе [89], может быть представлена в виде

$$W_{1\to 22}^{coll} \;\simeq\; \frac{\pi}{2160}\sin^6\theta\left(\frac{\omega}{m_e}\right)^5 W_0. \tag{3.69}$$

Тогда для отношения вероятностей $W_{2\to 11}^{max}$ и $W_{1\to 22}^{coll}$ при $\theta = \pi/2$ получим следующую оценку: $W_{2\to 11}^{max}/W_{1\to 22}^{coll} \simeq 640$. Следовательно, в области значений поля ($B > B_e$) и энергии начального фотона ($\omega \lesssim m_e$) новый канал расщепления, $\gamma_2 \to \gamma_1\gamma_1$, явно доминирует.

В настоящей главе вычислена амплитуда процесса расщепления фотона $\gamma \to \gamma\gamma$, проанализирована кинематика и найдены правила отбора по поляризациям. Для разрешенных каналов расщепления вычислены соответствующие вероятности с учетом дисперсии и перенормировки волновых функций фотонов. Полученные результаты показывают, что присутствие плазмы, с одной стороны, существенным образом изменяет правила отбора по поляризациям по сравнению со случаем чистого магнитного поля. В частности, становится возможным новый канал расщепления $\gamma_2 \to \gamma_1\gamma_1$, запрещенный в отсутствие плазмы. С другой стороны, из численных расчетов (рис. 20 и 21) и асимптотических формул (3.66) и (3.67) видно, что горячая плазма оказывает подавляющее влияние на каналы $\gamma_1 \to \gamma_1\gamma_2$ и $\gamma_1 \to \gamma_2\gamma_2$. Тем не менее, как это видно из рис. 17 и 18, холодная зарядово-симметричная плазма в сочетании с сильным магнитным полем способна усилить вероятность расщепления по этим каналам по сравнению с чистым магнитным полем.

Полученные результаты могут играть важную роль при анализе механизмов формирования спектров астрофизических объектов, например, повторных источников мягких гамма-всплесков (SGR).

Список литературы

[1] Raffelt G.G. Stars as Laboratories for Fundamental Physics. Chicago: University of Chicago Press, 1996. 664 p.

[2] Хлопов М.Ю. Основы космомикрофизики. М.: Едиториал УРСС, 2004. 368 с.

[3] Клапдор-Клайнгротхаус Г.В., Цюбер К. Астрофизика элементарных частиц. М.: Редакция журнала "Успехи физических наук", 2000. 496 с.

[4] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the Soft Gamma Repeater SGR 1900+14 // Astrophys. J. 1999. V. 510. No. 2. P. L115-L118.

[5] Hurley K., Cline T., Mazets E. et al. A giant, periodic flare from the soft gamma repeater SGR1900+14 // Nature 1999. V. 397. P. 41-43.

[6] Kouveliotou C., Dieters S., Strohmayer T. et al. An X-ray pulsar with a superstrong magnetic field in the soft γ-ray repeater SGR1806 - 20 //Nature. 1998. V. 393. P.235-237.

[7] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the soft gamma repeater SGR 1900+14 Astrophys. J. Lett. 1999. V. 510. P. L115-L118.

[8] Kouveliotou C., Tennant A., Woods P.M. et al. Multiwavelength observations of the soft gamma repeater SGR 1900+14 during its 2001 april activation Astrophys. J. Lett. 2001. V. 558. P. L47-L50.

[9] Israel G.L., Belloni T., Stella L. et al. Discovery of rapid X-ray oscillations in the tail of the SGR 1806-20 hyperflare. Preprint astro-ph/0505255.

[10] Бисноватый-Коган Г.С. Взрыв вращающейся звезды как механизм сверхновой // Астрон. журн. 1970. Т. 47. С. 813.

[11] Duncan R.C., Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars: implications for gamma-ray bursts // Astrophys. J. 1992. V. 392. No. 1. P. L9-L13.

[12] Bocquet P., Bonazzola S., Gourgoulhon E., Novak J. Rotating neutron star models with magnetic field // Astron. Astrophys. 1995. V. 301. No. 9. P. 757-775.

[13] Cardall C.Y., Prakash M., Lattimer J.M. Effects of strong magnetic fields on neutron star structure // Astrophys. J. 2001. V. 554. No. 1. P. 322-339.

[14] Vachaspati T. Magnetic fields from cosmological phase transitions // Phys. Lett. 1991. V. B265. No. 3,4. P. 258-261.

[15] Ambjørn J., Olesen P. Electroweak magnetism, W-codensation and anti-screening // In: Proc. of 4th Hellenic School on Elementary Particle Physics, Corfu, 1992 (preprint hep-ph/9304220).

[16] Grasso D., Rubinstein H.R. Magnetic fields in the early Universe // Phys. Rep. 2001. V. 348. No. 3. P. 163-266.

[17] В. И. Ритус, в сб. *Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле*, Труды ФИАН СССР, **111** (Наука, Москва, 1979), с. 5; А. И. Никишов, там же, с. 152.

[18] Скобелев В.В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле // Изв. вузов. Физика. 1975. № 10. С. 142-143.

[19] Loskutov Yu.M., Skobelev V.V. Nonlinear electrodynamics in a superstrong magnetic field // Phys. Lett. 1976. V. A56. No. 3. P. 151-152.

[20] Скобелев В.В. Фотогенерация нейтрино и аксионов на при стимулирующем влиянии сильного магнитного поля // ЖЭТФ. 2001. Т. 120. № 4. С. 786-796.

[21] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. The radiative decay of a massive neutrino in the external electromagnetic fields // Phys. Rev. 1996. V. D54. No. 9. P. 5674-5685.

[22] Mikheev N.V., Parkhomenko A.Ya., Vassilevskaya L.A. Axion in an external electromagnetic field // Phys. Rev. 1999. V. D60. No. 3. P. 035001 (1-11).

[23] Байер В.Н., Катков В.М. Рождение пары нейтрино при движении электрона в магнитном поле // ДАН СССР. 1966. Т. 171. № 2. С. 313-316.

[24] Чобан Э.А., Иванов А.Н. Рождение лептонных пар высокоэнергетическими нейтрино в поле сильной электромагнитной волны // ЖЭТФ. 1969. Т. 56. № 1. С. 194-200.

[25] Борисов А.В., Жуковский В.Ч., Лысов Б.А. Рождение электрон - позитронной пары нейтрино в магнитном поле // Изв. вузов. Физика. 1983. № 8. С. 30-34.

[26] Книжников М.Ю., Татаринцев А.В. Рождение электрон - позитронной пары нейтрино в постоянном внешнем поле // Вестн. МГУ. Физ., астрон. 1984. Т. 25. № 3. С. 26-30.

[27] Borisov A.V., Ternov A.I., Zhukovsky V.Ch. Electron-positron pair production by a neutrino in an external electromagnetic field // Phys. Lett. 1993. V. B318. No. 3. P. 489-491.

[28] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Neutrino energy and momentum loss through the process $\nu \to \nu e^- e^+$ in a strong magnetic field // Phys. Lett. 1997. V. B394. No. 1,2. P. 123-126.

[29] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Нейтринное рождение электрон–позитронных пар в магнитном поле // ЯФ. 1997. Т. 60. № 11. С. 2038-2047.

[30] Борисов А.В., Заморин Н.Б. Рождение электрон - позитронной пары в распаде массивного нейтрино в постоянном внешнем поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 9. С. 1647-1656.

[31] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Rumyantsev D.A. Lepton pair production by high-energy neutrino in an external electromagnetic field // Mod. Phys. Lett. 2000. V. A15. No. 8. P. 573-578.

[32] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Нейтринное рождение лептонных пар во внешнем электромагнитном поле // ЯФ. 2002. Т. 65. № 2. С. 303-306.

[33] Баталин И.А., Шабад А.Е. Функция Грина фотона в постоянном однородном электромагнитном поле общего вида. // ЖЭТФ. 1971. Т. 60. № 3. С. 894-900.

[34] Tsai W.-Y. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields // Phys. Rev. 1974. V. D10. No. 8. P. 2699-2702.

[35] Shabad A.E. Photon dispersion in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N.Y.). 1975. V. 90. No. 1. P. 166-195.

[36] Шабад А.Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // Тр. ФИАН СССР “Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях”. М.: Наука, 1988. Т. 192. С. 5-152.

[37] Гальцов Д.В., Никитина Н.С. Фотонейтринные процессы в сильном поле // ЖЭТФ. 1972. Т. 62. № 6. С. 2008-2012.

[38] Скобелев В.В. О реакциях $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ и $\nu \to \gamma\nu$ в сильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. № 4. С. 1263-1267.

[39] DeRaad Jr. L.L., Milton K.A., Hari Dass N.D. Photon decay into neutrinos in a strong magnetic field // Phys. Rev. 1976. V. D14. No. 12. P. 3326-3334.

[40] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. The magnetic catalysis of the radiative decay of a massive neutrino in the standard model with lepton mixing // Phys. Lett. 1992. V. B289. No. 1,2. P. 103-108.

[41] Василевская Л.А., Гвоздев А.А., Михеев Н.В. Распад массивного нейтрино $\nu_i \to \nu_j \gamma$ в скрещенном поле // Ядер. физ. 1994. Т. 57. № 1. С. 124-127.

[42] Скобелев В.В. Распад массивного нейтрино в сильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1995. Т. 108. № 1. С. 3-13.

[43] Zhukovsky V.Ch., Eminov P.A., Grigoruk A.E. Radiative decay of a massive neutrino in the Weinberg - Salam model with mixing in a constant uniform magnetic field // Mod. Phys. Lett. 1996. V. A11. No. 39-40. P. 3119-3126.

[44] D'Olivo J.C., Nieves J.F., Pal P.B. Cherenkov radiation by massless neutrinos // Phys. Lett. 1996. V. B365. No. 1-4. P. 178-184.

[45] Ioannisian A.N., Raffelt G.G. Cherenkov radiation by massless neutrinos in a magnetic field // Phys. Rev. 1997. V. D55. No. 11. P. 7038-7043.

[46] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. Resonance neutrino bremsstrahlung $\nu \to \nu\gamma$ in a strong magnetic field // Phys. Lett. 1997. V. B410. No. 2-4. P. 211-215.

[47] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. Photon splitting $\gamma \to \nu\bar{\nu}$ in an external magnetic field // Phys. Lett. 1998. V. B427. No. 1,2. P. 105-108.

[48] Василевская Л.А., Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Индуцированное магнитным полем нейтрино-фотонное $\nu\nu\gamma$-взаимодействие // ЯФ. 1999. Т. 62. № 4. С. 715-722.

[49] Gell-Mann M. The reaction $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ // Phys. Rev. Lett. 1961. V. 6. No. 2. P. 70-71.

[50] Crewther R.J., Finjord J., Minkowski P. The annihilation process $\nu\bar{\nu} \to \gamma\gamma$ with massive neutrino in cosmology // Nucl. Phys. 1982. V. B207. No. 2. P. 269-287.

[51] Dodelson S., Feinberg G. Neutrino - two-photon vertex // Phys. Rev. 1991. V. D43. No. 3. P. 913-920.

[52] Levine M.J. The process $\gamma + \gamma \to \nu + \bar{\nu}$ // Nuovo Cim. 1967. V. A48. No. 1. P. 67-71.

[53] Dicus D.A. Stellar energy-loss rates in a convergent theory of weak and electromagnetic interactions // Phys. Rev. 1972. V. D6. No. 4. P. 941-949.

[54] Dicus D.A., Repko W.W. Photon neutrino scattering // Phys. Rev. 1993. V. D48. No. 11. P. 5106-5108.

[55] Rosenberg L. Electromagnetic interactions of neutrinos // Phys. Rev. 1963. V. 129. No. 6. P. 2786-2788.

[56] Cung V.K., Yoshimura M. Electromagnetic interaction of neutrinos in gauge theories of weak interactions // Nuovo Cim. 1975. V. A29. No. 4. P. 557-564.

[57] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Compton-like interaction of massive neutrinos with virtual photons // Phys. Lett. 1993. V. B299. No. 3-4. P. 367-369.

[58] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Амплитуда процесса $\nu_i \gamma^* \to \nu_j \gamma^*$ с виртуальными фотонами и тормозное излучение при рассеянии нейтрино в кулоновском поле ядра // ЯФ. 1993. Т. 56. № 6. С. 108-114.

[59] Liu J. Low-energy neutrino–two-photon interactions // Phys. Rev. 1991. V. D44. No. 9. P. 2879-2891.

[60] Shaisultanov R. Photon - neutrino interactions in magnetic fields // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. No. 8. P. 1586-1587.

[61] Chyi T.K., Hwang C.-W., Kao W.F. et al. Neutrino - photon scattering and its crossed processes in a background magnetic field // Phys. Lett. 1999. V. B466. No. 2-4. P. 274-280.

[62] Chyi T.K., Hwang C.-W., Kao W.F. et al. The weak-field expansion for processes in a homogeneous background magnetic field // Phys. Rev. 2000. V. D62. No. 10. P. 105014 (1-13).

[63] Dicus D.A., Repko W.W. Neutrino - photon scattering in a magnetic field // Phys. Lett. 2000. V. B482. No. 1-3. P. 141-144.

[64] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. Двухфотонное рождение нейтрино в сильном внешнем поле // Вестн. МГУ: физ., астрон. 1981. Т. 22. № 4. С. 10-13.

[65] Нгуен Ван Хьеу, Шабалин Е.П. О роли процесса $\gamma + \gamma \to \gamma + \nu + \bar{\nu}$ в нейтринном излучении звезд // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. № 3. С. 1003-1007.

[66] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. Эффективный лагранжиан $A^3(\nu\bar{\nu})$ - взаимодействия и процесс $\gamma\gamma \to \gamma(\nu\bar{\nu})$ в двумерном приближении квантовой электродинамики // ТМФ. 1987. Т. 70. № 2. С. 303-308.

[67] Dicus D.A., Repko W.W. Photon - neutrino interactions // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. No. 4. P. 569-571.

[68] Harris M., Wang J., Teplitz V.L. Astrophysical effects of $\nu\gamma \to \nu\gamma\gamma$ and its crossed processes. Preprint astro-ph/9707113.

[69] Abada A., Matias J., Pittau R. Five-leg photon-neutrino interactions // In: Proc. XXIX ICHEP (Vancouver). Preprint hep-ph/9809418.

[70] Abada A., Matias J., Pittau R. Inelastic photon-neutrino interactions using an effective Lagrangian // Phys. Rev. 1999. V. D59. No. 1. P. 013008 (1-7).

[71] Abada A., Matias J., Pittau R. Direct computation of inelastic photon-neutrino processes in the Standard Model // Nucl. Phys. 1999. V. B543. No. 1-2. P. 255-268.

[72] Abada A., Matias J., Pittau R. Low-energy photon-neutrino inelastic processes beyond the Standard Model // Phys. Lett. 1999. V. B450. No. 1-3. P. 173-181.

[73] Dicus D.A., Kao C., Repko W.W. $\gamma\nu \to \gamma\gamma\nu$ and crossed processes at energies below m_W // Phys. Rev. 1999. V. D59. No. 1. P. 013005 (1-6).

[74] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Фоторождение нейтрино на ядрах в сильном магнитном поле // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. № 9. С. 531-534.

[75] Папанян В.О., Ритус В.И. Трехфотонное взаимодействие в интенсивном поле // Тр. ФИАН СССР “Проблемы квантовой электродинамики интенсивного поля”. М.: Наука, 1986. Т. 168. С. 120-140.

[76] Adler S.L., Schubert C. Photon splitting in a strong magnetic field: recalculation and comparison with previous calculations // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. No. 9. P. 1695-1698.

[77] Baier V.N., Milstein A.I., Shaisultanov R.Zh. Photon splitting in a very strong magnetic field // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. No. 9. P. 1691-1694.

[78] Байер В.Н., Мильштейн А.И., Шайсултанов Р.Ж. Расщепление фотона в сверхсильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. № 1. С. 52-62.

[79] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Photon splitting above the pair creation threshold in a strong magnetic field // Phys. Lett. 1998. V. B434. No. 1. P. 67-73.

[80] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Чистяков М.В. Расщепление фотона на два фотона в сильном магнитном поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 9. С. 1638-1646.

[81] Baring M.G. Magnetic photon splitting: The S-matrix formulation in the Landau representation //Phys. Rev. 2000. V. D62. P. 016003 (1-16).

[82] Weise J.I., Baring M.G., Melrose D.B. Photon splitting in strong magnetic fields: S-matrix calculations //Phys. Rev. 1998. V. D57. P. 5526-5538; Erratum //Phys. Rev. 1999. V. D60. P. 099901 (1-2).

[83] Wilke C., Wunner G. Photon splitting in strong magnetic fields: asymptotic approximation formulas versus accurate numerical results //Phys. Rev. 1997. V. D55. P. 997-1000.

[84] Weise J.I. Photon splitting in the electromagnetic vacuum // Phys. Rev. 2004. V. D69. P. 105017 (1-16).

[85] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. The transitions $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ and $\gamma \to \gamma\gamma$ in a strong magnetic field // In: Proceedings of the Ringberg Euroconference "New Trends in Neutrino Physics", Ringberg Castle, Tegernsee, Germany, 1998. Edited by B. Kniehl, G. Raffelt and N. Schmitz. World Scientific Publishing Co., 1999. P. 245-254.

[86] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Photon splitting in a strong magnetic field // In: Proceedings of the 10th International Seminar "Quarks-98", Suzdal, Russia, 1998. Edited by F.L. Bezrukov et al. Inst. Nucl. Res., Moscow, 1999. V. 1. P. 299-308.

[87] Melrose D.B. A relativistic quantum theory for processes in collisionless plasmas //Plasma Phys. 1974. V. 16. P. 845-864.

[88] Де Ля Инсера В., Феррер Э., Шабад А.Е. Однопетлевые вычисления расщепления фотона в релятивистской квантовой плазме методом функций Грина // Тр. ФИАН СССР. М.: Наука, 1986. Т. 169. С. 183-198.

[89] Adler S.L. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N.Y.). 1971. V. 67. No. 2. P. 599-647.

[90] Bulik T. Photon splitting in strongly magnetized plasma // Acta Astronomica. 1998. V. 48. P. 695-710.

[91] Elmfors P., Skagerstam B. Thermally induced photon splitting // Phys. Lett. 1998. V. B427. No 1-2. P. 197-205.

[92] Gies H. QED effective action at finite temperature: Two-loop dominance //Phys. Rev. 2000. V. D61. P. 085021 (1-18).

[93] Martinez Resco J. M., Valle Basagoiti M. A. Matter-induced vertices for photon splitting in a weakly magnetized plasma // Phys. Rev. 2001. V. D64. P. 016006 (1-6).

[94] Борисов А.В., Вшивцев А.С., Жуковский В.Ч., Эминов П.А. Фотоны и лептоны во внешних полях при конечных температуре и плотности //УФН. 1997. Т. 167. № 3. С. 241-267.

[95] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 528 с.

[96] Фрадкин Е.С. Метод функций Грина в теории квантованных полей и квантовой статистике // Тр. ФИАН СССР. М.: Наука, 1965. Т. 29. С. 7-138.

[97] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика, ч.2. М.: Наука, 1978. 448 с.

[98] Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. 728 с.

[99] Имшенник В.С., Надежин Д.К. Сверхновая 1987А в Большом Магеллановом Облаке: наблюдения и теория // УФН. 1988. Т. 156. № 4. С. 561-651.

[100] Nadyozhin D.K. Five year anniversary of Supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud // In: Particles and Cosmology, Proc. Baksan Int. School, ed. by V.A. Matveev et al. Singapore: World Sci., 1992. P. 153-190.

[101] Боровков М.Ю., Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Однопетлевая амплитуда перехода $j \to f\bar{f} \to j'$ во внешнем электромагнитном поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 9. С. 1714-1722.

[102] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Процесс $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ в сильном магнитном поле // ЯФ. 2003. Т. 66. № 2. С. 319-327.

[103] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Обобщенная амплитуда n-вершинного однопетлевого процесса в сильном магнитном поле // ЯФ. 2004. Т. 67. № 2. С. 324-331.

[104] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Превращение фотонной пары в нейтрино в сильном магнитном поле // Актуальные проблемы физики. Выпуск 3: Сборник научных трудов молодых ученых, аспирантов и студентов. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2001. С.31-36.

[105] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Процесс $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ в сильно замагниченной электрон-позитронной плазме // Актуальные проблемы физики. Выпуск 4: Сборник научных трудов молодых ученых, аспирантов и студентов. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2003. С.28-34.

[106] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Обобщенная амплитуда n-вершинного однопетлевого процесса в сильном магнитном

поле // Исследования по теории элементарных частиц и твердого тела. Выпуск 4: Сборник трудов, посвященный 30-летию кафедры теоретической физики ЯрГУ. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2003. С.47-54.

[107] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Rumyantsev D.A. General amplitude of the n-vertex one-loop process in a strong magnetic field. // In: Proceedings of the 12th International Seminar "Quarks'2002", edited by V.A. Matveev, V.A. Rubakov, S.M. Sibiryakov and A.N. Tavkhelidze. Moscow: Institute for Nuclear Research of Russian Academy of Sciences, 2004, P. 192-201.

[108] Понтекорво Б.М. Универсальное взаимодействие Ферми и астрофизика // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. № 5. С. 1615-1616.

[109] Ландау Л.Д. О моменте системы из двух фотонов // ДАН СССР. 1948. Т. 60. С. 207.

[110] Yang C.N. Selection rules for the dematerialization of a particle into two photons // Phys. Rev. 1950. V. 77. No. 2. P. 242-245.

[111] Bég M.A.B., Budny R.V., Mohapatra R.N., Sirlin A. Manifest left-right symmetry and its experimental consequences // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 38. No. 22. P. 1252-1255.

[112] Eidelman S., Hayes K.G., Olive K.A. et al. *(Particle Data Group)*. Review of Particle Physics // Phys. Lett. 2004. V. B592. No. 1-4. P. 1-1109.

[113] Barbieri R., Mohapatra R.N. Limits on right-handed interactions from SN 1987A observations // Phys. Rev. 1989. V. D39. No. 4. P. 1229-1232.

[114] Chistyakov M.V., Mikheev N.V. Photon - neutrino interactions in strong magnetic field //Mod. Phys. Lett. 2002. V. A17. No. 39. P. 2553-2562.

[115] Gies H., Shaisultanov R.Zh. Axial vector current in an electromagnetic field and low-energy neutrino-photon interactions. // Phys. Rev. 2000. V. D62. No. 7. P. 073003.

[116] Harding A.C., Baring M.G., Gonthier P.L. Photon splitting cascades in gamma-ray pulsars and the spectrum of PSR1509-58 // Astrophys. J. 1997. V.476. P.246-260.

[117] Baring M.G., Harding A.C. Radio-quiet pulsars with ultrastrong magnetic fields // Astrophys. J. Lett. 1998. V.507. P.L55-L58.

[118] Bialynicka-Birula Z., Bialynicki-Birula I. Nonlinear effects in quantum electrodynamics. Photon propagation and photon splitting in an external field // Phys. Rev. 1970. V. D2. No. 10. P. 2341-2345.

[119] Папанян В.О., Ритус В.И. Поляризация вакуума и расщепление фотонов в интенсивном поле // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. № 6. С. 2231-2241.

[120] Румянцев Д.А., Чистяков М.В. Расщепление фотона в сильно замагниченной плазме // Лептоны: Юбилейный сборник статей, посвященный 80-летию Э.М. Липманова. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2004. С.171-179.

[121] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Electroweak processes in external electromagnetic fields. New York: Springer-Verlag, 2003.

[122] Mikheev N.V., Parkhomenko A.Ya., Vassilevskaya L.A. Magnetic-field influence on radiative axion decay into photons of the same polarization //ЯФ. 2000. Т. 63 № 6. С. 1122-1125.

[123] Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization // Phys. Rev. 1951. V. 82. No. 5. P. 664-679.

[124] Tsai W., Erber T. The propagation of photons in homogeneous magnetic fields: index of refraction. //Phys.Rev. 1975. V. D12. P. 1132-1137.

[125] Melrose D.B., Stoneham R.J. Vacuum polarization and photon propagation in a magnetic field. //Nuovo Cim. 1976. V. A32. P.435-447.

[126] Светозарова Г.И. Цытович В.Н. О пространственной дисперсии релятивистской плазмы в магнитном поле //Изв. вузов. Радиофизика. 1962. Т.5. № 4. С. 658-670.

[127] Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981. 432 с.