

# Резонансные процессы в активной среде

Д.А. Румянцев\*, Д.М. Шленев\*\* А.А. Ярков\*\*\*

*Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Россия*

В работе рассмотрены различные квантовые процессы с учетом резонанса на виртуальном фермионе.

---

\*E-mail: rda@uniyar.ac.ru

\*\*E-mail: ultrasickdoom@gmail.com

\*\*\*E-mail: a12l@mail.ru

# 1 Введение

Нейтронные звезды, обладая набором экстремальных характеристик, являются природными физическими лабораториями и одними из самых интересных объектов, известных в науке. Особое внимание ученых привлекают радиопульсары и магнитары, обладающие магнитными полями колоссальной напряженности, к которой очень сложно приблизиться в земных условиях. У магнитного поля имеется характерное значение, называемое критическим,  $B_e = m^2/e \simeq 4.41 \times 10^{13} \text{ Гс}$ <sup>1</sup>, при приближении к которому становится необходимым учитывать квантовые эффекты при движении в нем частиц. В радиопульсарах с магнитными полями порядка  $10^{12} \text{ Гс}$  и магнитарах – до  $10^{16} \text{ Гс}$  [1–3] такие условия выполняются.

Кроме сильных магнитных полей, в магнитосфере как радиопульсаров, так и магнитаров, присутствует достаточно горячая и плотная электрон-позитронная плазма [1]. Магнитное поле и плазма составляют две компоненты внешней активной среды, присутствие которой значительно изменяет характеристики протекающих в ней микропроцессов. Во-первых, активная среда может изменять закон дисперсии находящихся в ней частиц, что приводит к изменению кинематики процессов и вследствие чего могут открываться реакции и каналы реакций, которые запрещены в вакууме. Во-вторых, активная среда влияет на амплитуды процессов, в результате чего они могут приобретать резонансный характер. Именно эта составляющая влияния внешней активной среды рассматривается в данном обзоре. Вследствие резонанса вклад микропроцессов в макроскопические характеристики астрофизических процессов, такие как светимость и скорость изменения количества частиц, может многократно увеличиваться.

В сильном магнитном поле поперечная составляющая импульса фермиона квантуется. В таком случае энергия фермиона определяется так называемым

---

<sup>1</sup>В работе используется естественная система единиц:  $\hbar = c = k = 1$ ,  $m$  – масса электрона,  $e > 0$  – элементарный заряд.

уровнем Ландау  $n$  и проекцией импульса вдоль магнитного поля  $p_z$ :

$$E_n = \sqrt{m_f^2 + p_z^2 + 2|e_f|Bn}, \quad (1)$$

где  $e_f$  и  $m_f$  - заряд и масса фермиона. Состояние с  $n = 0$ , в котором фермион движется вдоль силовой линии магнитного поля, называется основным уровнем Ландау.

Можно выделить несколько ситуаций в иерархии параметров среды: магнитного поля, температуры  $T$ , химического потенциала  $\mu$  и энергии фермионов и фотонов, участвующих в реакциях. Предел сильного поля, когда фермионы будут занимать основной уровень Ландау, осуществляется при выполнении условия [4]:

$$\frac{B^2}{8\pi} \gg \frac{\pi^2(n_{e-} - n_{e+})^2}{eB} + \frac{eBT^2}{12}, \quad (2)$$

где  $n_{e-}$  и  $n_{e+}$  - концентрации электронов и позитронов плазмы. Такие условия могут, в частности, реализовываться в модели вспышки источников мягких повторяющихся гамма-всплесков (SGR) [1, 5], которые, как показывают недавние наблюдения, можно отождествить с магнитарами [6–11].

Даже в магнитарных магнитных полях при значениях плотности плазмы  $\rho \geq 10^8$  г/см<sup>3</sup>, которые могут достигаться в границе между внешней и внутренней корой магнитара, условие 2, при котором магнитное поле является доминирующим параметром, перестает выполняться. В результате реакции, в которых имеются фермионы в промежуточном состоянии, могут приобретать резонансный характер. Это происходит вследствие того, что начинают возбуждаться высшие уровни Ландау виртуальных фермионов. Они становятся реальными с определенным законом дисперсии, садятся на массовую поверхность. В этом состоянии они являются нестабильными и распадаются за время, обратно пропорциональное вероятности их перехода на низшие уровни Ландау. Эффективность реакции при этом заметно увеличивается, что может иметь наблюдаемые астрофизические следствия.

Резонанс на фотоне наблюдается аналогичным образом: в активной среде поляризационный оператор фотона имеет реальную часть, которую можно

рассматривать как эффективную массу фотона. В кинематической области, в которой квадрат 4-импульса виртуального фотона будет равен реальной части его поляризационного оператора, виртуальный фотон станет реальным и нестабильным.

Настоящая статья организована следующим образом. В Разделе 2 обсуждаются различные методы представления решения уравнения Дирака во внешнем магнитном поле. В разделе 3 рассматриваются радиационные поправки в магнитном поле к массовому оператору частиц в промежуточном состоянии и получается выражение для пропагатора. Раздел 4 посвящен различным двухвершинным процессам, в которых может реализовываться резонанс на виртуальном фермионе и/или фотоне. В Разделе 5 описываются сингулярности в фазовых объемах одновершинных процессов и методы их устранения.

## 2 Представление решений уравнения Дирака во внешнем магнитном поле

В этом разделе обсудим влияние активной среды на волновые функции присутствующих в ней частиц: фермионов и фотонов. В случае фермионов искомые нами волновые функции являются решением уравнения Дирака в присутствии внешнего постоянного однородного магнитного поля:

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu + e_f A_\mu\gamma^\mu - m_f)\Psi_{p,n}^s(X) = 0, \quad (3)$$

где  $A_\mu$  – 4-вектор потенциала электромагнитного поля, который в калибровке Ландау имеет вид  $A^\mu = (0, 0, xB, 0)$ . Решением этого уравнения является набор собственных функций любого оператора, который коммутирует с гамильтонианом Дирака во внешнем магнитном поле:  $H = \gamma_0(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{P}) + m_f\gamma_0 + eA_0$ , где  $\mathbf{P} = -i\boldsymbol{\Delta} - e_f\mathbf{A}$ . Существует два распространенных подхода к выбору этих операторов, подробное описание которых представлено в работах [12–17]. При первом из них, предложенным Джонсоном и Липпманом [18], решения выбираются как собственные функции оператора обобщенной спиральности,

$T_0 = \frac{1}{m_f}(\Sigma \mathbf{P})$ , где  $\Sigma = -\gamma_0 \gamma \gamma_5$  – трехмерный оператор спина. При этом две верхние компоненты биспиноров соответствуют состояниям фермиона с проекцией спина на направление магнитного поля, равной  $1/2$  и  $-1/2$ .

Другой подход предложен Соколовым и Терновым [19]. Он состоит в выборе волновых функций как собственных функций ковариантного оператора  $\mu_z$ , который строится следующим образом:

$$\hat{\mu}_z = m_f \Sigma_z - i \gamma_0 \gamma_5 [\Sigma \times \mathbf{P}]_z . \quad (4)$$

Его можно получить непосредственно из введенного в работе [19] обобщенного оператора спина, являющегося тензором третьего ранга, который можно записать в координатном представлении следующим образом:

$$F_{\mu\nu\lambda} = -\frac{i}{2} (P_\lambda \gamma_0 \sigma_{\mu\nu} + \gamma_0 \sigma_{\mu\nu} P_\lambda) , \quad (5)$$

где  $\sigma_{\mu\nu} = (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)/2$ , и  $P_\lambda = i\partial_\lambda - e_f A_\lambda = (i\partial_0 - e_f A_0, -i\nabla - e_f \mathbf{A})$  – оператор обобщенного 4-импульса. Заметим, что в работе [19] ковариантные билинейные формы были построены из матриц Дирака в обкладках биспиноров  $\psi^\dagger$  и  $\psi$ , тогда как в современной литературе (см., например [20]) билинейные формы строятся из матриц Дирака в обкладках биспиноров  $\bar{\psi}$  и  $\psi$ . Из пространственных компонент  $F_{\mu\nu 0}$  оператора (5) можно построить следующий векторный оператор:

$$\hat{\mu}_i = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} F_{jk0} , \quad (6)$$

где  $\varepsilon_{ijk}$  – тензор Леви-Чивита. Построенный таким образом объект (6) имеет смысл оператора поляризации [12, 19]. Его можно представить в виде:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = m_f \Sigma + i \gamma_0 \gamma_5 [\Sigma \times \hat{\mathbf{P}}] . \quad (7)$$

В нерелятивистском пределе оператор (7), отнесенный к квадрату массы фермиона:  $\hat{\boldsymbol{\mu}}/m_f^2$ , переходит в обычный оператор Паули для магнитного момента [21], который имеет явную физическую интерпретацию.

Решения уравнения Дирака в представлении Джонсона и Липпмана широко используются в литературе (см. например [22–27]). Однако эти функции

обладают рядом недостатков, которые проявляются при расчете конкретных характеристик процессов с двумя и более вершинами. Так, эти функции некорректно описывают спиновую зависимость конечной ширины распада промежуточного состояния, что приводит к неверным результатам вблизи резонансов, как было показано в работах [28, 29]. Кроме того, лоренц-инвариантностью будет обладать только квадрат модуля амплитуды, просуммированный по всем поляризациям фермиона, а не парциальные вклады в него.

С другой стороны, использование функций, предложенных Соколовым и Терновым, правильно описывает сечение процессов вблизи резонанса, а также позволяет найти парциальные вклады в амплитуду каждого поляризационного состояния частиц в отдельности, которые будут иметь лоренц-инвариантную структуру. По этой причине далее в этом разделе приведем подробное их описание.

Уравнение для собственных функций оператора 4 имеет следующий вид:

$$\hat{\mu}_z \Psi_{p,n}^s(X) = s M_n \Psi_{p,n}^s(X), \quad (8)$$

где  $s = \pm 1$  определяет проекцию спина вдоль магнитного поля.

Как уже упоминалось во Введении, состояния фермиона квантуются по энергетическим состояниям, которые называются уровнями Ландау:

$$E_n = \sqrt{p_z^2 + M_n^2}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (9)$$

Здесь введены обозначения  $M_n = \sqrt{2\beta + m_f^2}$ ,  $\beta = |e_f|B$ . Каждое состояние является бесконечно вырожденным по  $p_z$  и дважды вырожденным по  $s$ , кроме состояния  $n = 0$ , где возможно лишь состояние  $s = -1$ . Решения уравнения Дирака 3 могут быть представлены следующим образом

$$\Psi_{p,n}^s(X) = \frac{e^{-i(E_n X_0 - p_y X_2 - p_z X_3)} U_n^s(\xi)}{\sqrt{4E_n M_n (E_n + M_n)(M_n + m_f) L_y L_z}}, \quad (10)$$

где

$$\xi(X_1) = \sqrt{\beta} \left( X_1 - \eta \frac{p_y}{\beta} \right). \quad (11)$$

Далее, используя обозначение для определения знака заряда фермиона  $\eta = e_f/|e_f|$ , становится удобным представить биспиноры  $U_n^s(\xi)$  в виде отдельной суммы биспиноров соответствующих положительным и отрицательным зарядам  $U_{n,\eta}^s(\xi)$ :

$$U_n^s(\xi) = \frac{1-\eta}{2} U_{n,-}^s(\xi) + \frac{1+\eta}{2} U_{n,+}^s(\xi), \quad (12)$$

где

$$U_{n,-}^-(\xi) = \begin{pmatrix} -i\sqrt{2\beta n} p_z V_{n-1}(\xi) \\ (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_{n-1}(\xi) \\ -p_z(M_n + m_f)V_n(\xi) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$U_{n,-}^+(\xi) = \begin{pmatrix} (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n} p_z V_n(\xi) \\ p_z(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_n(\xi) \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$U_{n,+}^-(\xi) = \begin{pmatrix} i\sqrt{2\beta n} p_z V_n(\xi) \\ (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_n(\xi) \\ -p_z(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$U_{n,+}^+(\xi) = \begin{pmatrix} (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n} p_z V_{n-1}(\xi) \\ p_z(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_{n-1}(\xi) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$V_n(\xi)$  – нормированные функции гармонического осциллятора, которые следующим образом выражаются через полиномы Эрмита  $H_n(\xi)$  [30]:

$$V_n(\xi) = \frac{\beta^{1/4} e^{-\xi^2/2}}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(\xi). \quad (17)$$

Далее эти решения уравнения Дирака (10) будут использованы для получения пропагаторов фермионов в разделе 3.

## 3 Представление пропагаторов с учетом мнимой части

### 3.1 Пропагатор фермиона

В диаграммной технике Фейнмана, которая широко применяется для расчета различных физических величин, в качестве одного из объектов выступают внутренние линии, соответствующие виртуальным частицам или промежуточным состояниям. "Виртуальность" частицы означает нарушение у этой частицы релятивистского соотношения (9). В этом разделе мы опишем представление пропагаторов фермионов во внешнем магнитном поле с учетом радиационных поправок к массовому оператору и покажем, как может реализовываться резонанс в квантовых процессах, содержащих фермионы в промежуточном состоянии.

Для анализа резонансных процессов оказывается удобным использовать представление в формализме собственного времени Фока [31]. В этом случае пропагатор фермиона находится как решение уравнения Дирака с  $\delta$ -функцией в правой части, которая также называется функцией Грина для уравнения Дирака:

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu + e_f A_\mu\gamma^\mu - m_f)S(X, X') = \delta(X - X') . \quad (18)$$

Пропагатор, который получается из этого уравнения, имеет достаточно громоздкий вид. Поэтому удобно воспользоваться различными приближениями. Например, приближение слабого магнитного поля особенно актуально для  $W$ -бозонов, так как критическое поле для этих частиц, равное примерно  $m_W^2/e \simeq 10^{24}$  Гс, значительно превышает магнитные поля, существующие в природе. Кроме того, для частиц, обладающих высоким удельным зарядом,  $|e_f|/m_f$ , удобно рассматривать пропагатор в виде разложения по уровням



Ландау:

$$S(X, X') = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=\pm 1} S_n^s(X, X'). \quad (19)$$

Для построения пропагатора можно воспользоваться полевыми операторами:

$$\Psi(X) = \sum_{n,p_y,p_z,s} (a_{n,p}^s \Psi_{n,p,+}^s(X) + b_{n,p}^{\dagger s} \Psi_{n,p,-}^s(X)), \quad (20)$$

где  $a$  – оператор уничтожения фермиона,  $b^\dagger$  – оператор рождения фермиона,  $\Psi_+$  и  $\Psi_-$  соответствуют решениям уравнения Дирака с положительной и отрицательной энергией соответственно. Стандартным образом пропагатор вычисляется как разность хронологически упорядоченного и нормально упорядоченного произведения полевых операторов:

$$S(X, X') = T(\Psi(X)\bar{\Psi}(X')) - \mathcal{N}(\Psi(X)\bar{\Psi}(X')) \quad (21)$$

Подставляя точные решения уравнения Дирака (10) и вводя для удобства новое обозначение:

$$\phi_{p,n}^s(X_1) = \frac{U_n^s[\xi(X_1)]}{\sqrt{2M_n(E_n + M_n)(M_n + m_f)}}, \quad (22)$$

где  $U_n^s$  определяется формулой (12), можно представить вклад в разложение пропагатора от уровня Ландау  $n$  и поляризационного состояния  $s$  следующим образом:

$$S_n^s(X, X') = \int \frac{dp_0 dp_y dp_z}{(2\pi)^3} \frac{e^{-i(p(X-X'))_{\parallel} + ip_y(X_2-X'_2)}}{p_{\parallel}^2 - M_n^2 - \mathcal{R}_{\Sigma}^s(p) + i\mathcal{I}_{\Sigma}^s(p)} \phi_{p,n}^s(X_1) \bar{\phi}_{p,n}^s(X'_1), \quad (23)$$

где  $\mathcal{R}_{\Sigma}^s(p)$  и  $\mathcal{I}_{\Sigma}^s(p)$  – реальная и мнимая части массового оператора фермиона. Для их получения требуется вычислить радиационные поправки к массе фермиона в замагниченной плазме. Реальная часть массового оператора  $\mathcal{R}_{\Sigma}^s(p)$  определяет изменение закона дисперсии фермиона в присутствии замагниченной плазмы. В слабых магнитных полях,  $B \ll B_e$ , она определяется

отношением [32]:

$$\Re_{\Sigma}^s(p) = \frac{4\alpha m_f}{3\pi} \kappa^2 \left[ \ln \kappa^{-1} + C + \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{33}{16} \right], \quad \kappa \ll 1, \quad (24)$$

где  $C = 0.577\dots$  - постоянная Эйлера, динамический параметр  $\kappa$  вводится следующим образом:

$$\kappa = \frac{1}{m_f B_e} [-(F_{\mu\nu} p_{\nu})^2]^{1/2}. \quad (25)$$

Для случая сильного магнитного поля  $B \gtrsim B_e$  без учета плазмы лидирующий вклад в сдвиг массы фермиона, находящегося на основном уровне Ландау, описывается квадратом логарифмической функции [33]:

$$\Re_{\Sigma}^s(p) = \frac{\alpha}{4\pi} m_f \ln^2(2\beta/m_f^2). \quad (26)$$

Из (24) и (26) следует, что даже для достаточно больших значений магнитного поля вплоть до  $10^{16}$  Гс эта поправка к массе фермиона имеет величину порядка постоянной тонкой структуры  $\alpha$  [13, 14] и является несущественной.

Резонанс на виртуальном фермионе будет наблюдаться, когда в знаменателе пропагатора (23) реальная часть обращается в ноль. Тогда виртуальная частица становится реальной, то есть приобретает определенный закон дисперсии  $p_{\parallel}^2 - M_n^2 = 0$ . При этом учет мнимой части массового оператора  $\mathcal{I}_{\Sigma}^s(p)$  становится необходимым. Она может быть получена с помощью оптической теоремы и представлена в следующем виде [34, 35]:

$$\Im_{\Sigma}^s(p) = -\frac{1}{2} p_0 \Gamma_n^s, \quad (27)$$

где  $\Gamma_n^s$  - полная ширина поглощения фермиона, находящегося в поляризационном состоянии  $s$  и занимающего  $n$ -й уровень Ландау. Мнимая часть массового оператора определяет время жизни виртуальной частицы, которое в нерезонансной области предполагается бесконечно большим. Полная ширина изменения состояния фермиона может быть выражена через ширину рождения фермиона [36]:

$$\Gamma_n^s = \Gamma_n^{(abs)s} + \Gamma_n^{(cr)s} \simeq \Gamma_n^{(cr)s} \left[ 1 + e^{(E_n'' - \mu)/T} \right], \quad (28)$$

где  $\Gamma_n^{(abs)s}$  и  $\Gamma_n^{(cr)s}$  – ширины поглощения и рождения фермиона соответственно. Введенный таким образом пропагатор с учетом конечной ширины изменения состояния фермиона позволяет корректно рассчитывать сечения квантовых процессов в резонансной области.

### 3.2 Пропагатор фотона

В этом разделе кратко опишем пропагатор фотона в магнитном поле. Для этого необходимо определить поляризационный оператор фотона  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ . Этот оператор рассматривался в ряде работ [37–40]. Для анализа свойств поляризационного оператора удобно разложить  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$  по базису из 4-векторов [39], построенного из тензора электромагнитного поля и 4-вектора импульса фотона  $q_\alpha$ :

$$\begin{aligned} b_\mu^{(1)} &= (\varphi q)_\mu, & b_\mu^{(2)} &= (\tilde{\varphi} q)_\mu, \\ b_\mu^{(3)} &= q^2 (\Lambda q)_\mu - q_\mu q_\perp^2, & b_\mu^{(4)} &= q_\mu, \end{aligned} \quad (29)$$

являющихся собственными векторами поляризационного оператора в постоянном однородном магнитном поле. При этом  $(b^{(1)}b^{*(1)}) = -q_\perp^2$ ,  $(b^{(2)}b^{*(2)}) = -q_\parallel^2$ ,  $(b^{(3)}b^{*(3)}) = -q^2 q_\parallel^2 q_\perp^2$ ,  $(b^{(4)}b^{*(4)}) = q^2$ . Собственные вектора определяют поляризационные свойства фотонов. Таким образом в магнитном поле можно выделить 3 поляризации фотона, из которых только 2 являются физическими, а третий может быть устранён с помощью калибровочных преобразований [37]. Строго говоря, поляризационный оператор фотона с учетом плазмы, построенный в виде разложения по векторам 29 уже не будет иметь диагональный вид. В базисе собственных векторов  $r_\alpha^{(\lambda)}$ ,  $\lambda = 1, 2, 3$ , в замагниченной плазме с собственными значениями  $P_{\alpha\beta}^{(\lambda)}$  поляризационный оператор можно представить следующим образом [37, 41–43]

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta}(q) = \sum_{\lambda=1}^3 \mathcal{P}^\lambda(q) \frac{r_\alpha^{(\lambda)} (r_\beta^{(\lambda)})^*}{(r^{(\lambda)})^2}, \quad r_\beta^{(\lambda)} = \sum_{i=1}^3 A_i^{(\lambda)} b_\beta^{(i)}, \quad (30)$$

где  $A_i^{(\lambda)}$  некоторые комплексные коэффициенты.

Однако в случае, когда магнитное поле является наибольшим параметром задачи  $\beta \gg T^2, \omega^2$  (т.н. поледоминирующая среда) и присутствует зарядово-симметричная плазма,  $\mu = 0$ , собственные вектора  $r_\alpha^{(\lambda)}$ ,  $\lambda = 1, 2, 3$ , и собственные значения оператора поляризации в плазме, состоящей из электронов и позитронов, находящихся на основном уровне Ландау, в однопетлевом приближении примут вид [37]:

$$r_\alpha^{(1)} = -2q_\perp^2 b_\alpha^{(1)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad r_\alpha^{(3)} = O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad (31)$$

$$r_\alpha^{(2)} = b_\alpha^{(2)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right). \quad (32)$$

$$\mathcal{P}^{(1)}(q) = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} - \frac{\alpha}{3\pi} q_\perp^2 + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad (33)$$

$$\mathcal{P}^{(2)}(q) = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + \frac{2\alpha}{\pi} \beta \mathcal{D} + O\left(\frac{1}{\beta}\right). \quad (34)$$

$$\mathcal{P}^{(3)}(q) = O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad (35)$$

где

$$\mathcal{D} = -\mathcal{J}_1(q_\parallel) - H\left(\frac{q_\parallel^2}{4m^2}\right), \quad (36)$$

$$\mathcal{J}_1(q_\parallel) = 2q_\parallel^2 m^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E} \frac{f_-(p) + f_+(p)}{q_\parallel^4 - 4(pq)_\parallel^2}, \quad (37)$$

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{z(1-z)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{z}{1-z}} - 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad (38)$$

$$\begin{aligned} H(z) = & -\frac{1}{2\sqrt{z(z-1)}} \ln \frac{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}} - 1 + \\ & + \frac{i\pi}{2\sqrt{z(z-1)}}, \quad z > 1, \end{aligned} \quad (39)$$

$f_-(p)$ ,  $(f_+(p))$  – функция распределения электронов (позитронов) плазмы,  $m$  – масса электрона,

$$\mathcal{V} = \ln(B/B_e) - 1.792 + \frac{3}{2} \int_0^1 dx (1-x^2) \ln \left[ 1 - \frac{q^2}{4m^2} (1-x^2) \right]. \quad (40)$$

Такие условия имеют место в большинстве моделей магнитосфер радиопульсаров и магнитаров [44].

Из выражений (31–34) следует, что фотон в пределе сильного магнитного поля, а также зарядово-симметричной плазмы будет описываться такими же векторами поляризации, как и в чистом магнитном поле. Представим их в том виде, в котором это было сделано в работе [45]:

$$\varepsilon_\mu^{(1)} = \frac{(q\varphi)_\mu}{\sqrt{q_\perp^2}}, \quad \varepsilon_\mu^{(2)} = \frac{(q\tilde{\varphi})_\mu}{\sqrt{q_\parallel^2}}. \quad (41)$$

Эти поляризационные состояния мы будем называть как мода 1 и мода 2 соответственно. В разной литературе используются разные обозначения для этих мод. Например, в работе [46] это моды  $\parallel$  и  $\perp$  в чистом магнитном поле, в работе [47] эти состояния соответствуют X- и O-модам, а в работе [2] – E- и O- модам.

В общем случае дисперсия фотона будет определяться соотношением

$$q^2 - \mathcal{P}^{(2)}(q) = 0 \quad (42)$$

которое отличается от дисперсии в вакууме  $q^2 = 0$ . Как известно [37], закон дисперсии и для фотона моды 1, и для фотона моды 2 в пределе сильного поля незначительно отличается от вакуумного закона  $q^2 = 0$ , кроме окрестности так называемых циклотронных резонансов:

$$q_\parallel^2 = (M_n \pm M_{n'})^2, \quad (43)$$

из-за наличия корневых сингулярностей в собственных значениях поляризационного оператора,  $\mathcal{P}^{(\lambda)}(q)$ , для мод  $\lambda = 1, 2$  (за исключением точки

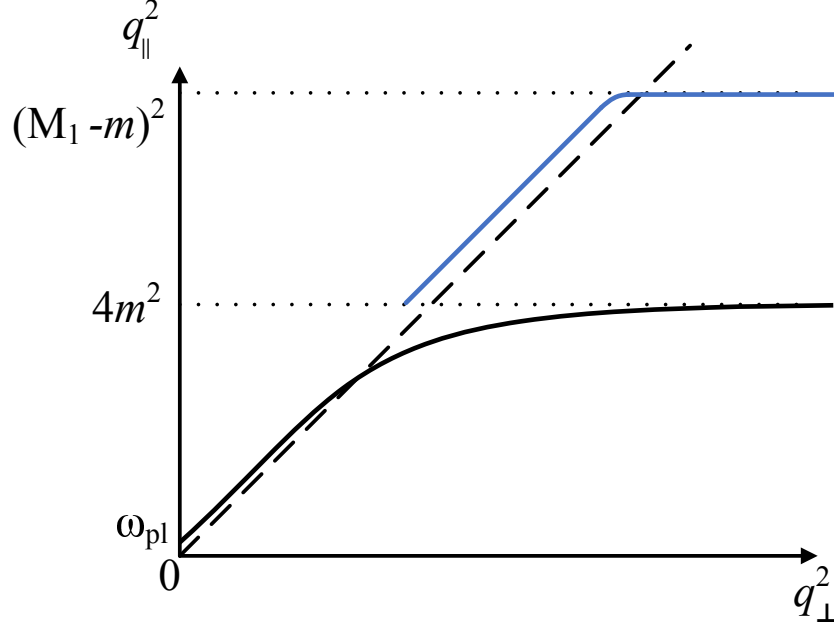


Рис. 1: Закон дисперсии моды 2 в зарядово-симметричной плазме в пределе сильного магнитного поля,  $B \gtrsim B_e$ , изображен сплошными линиями. Штриховой линией изображен вакуумный закон дисперсии, который практически соответствует дисперсии моды 1. Дисперсионные кривые следует продолжить схожим образом на область  $q_{\parallel}^2 > (M_1 - m)^2$

$q_{\parallel}^2 = 4m^2$  для моды 1). Поэтому в этих областях становится важным учет радиационных поправок к собственным значениям поляризационного оператора в замагниченной плазме. Этот учет приводит к перенормировке волновых функций фотона

$$\varepsilon_{\alpha}^{(\lambda)}(q) \rightarrow \varepsilon_{\alpha}^{(\lambda)} \sqrt{Z_{\lambda}}, \quad Z_{\lambda}^{-1} = 1 - \frac{\partial \mathcal{P}^{(\lambda)}(q)}{\partial \omega^2}. \quad (44)$$

Проведенный анализ позволяет качественно изобразить дисперсию фотона моды 2 (см. рис. 1). Следует отметить, что в плазме существует область с  $q^2 > 0$  ниже первого циклотронного резонанса. Это связано с наличием плазменной частоты у электронов и позитронов среды, которую можно определить из дисперсионного уравнения 42:

$$\omega_{pl}^2 - \mathcal{P}^{(2)}(\omega_{pl}, \mathbf{k} \rightarrow 0) = 0. \quad (45)$$

Наличие плазменной частоты приводит к возникновению процессов, которые запрещены в вакууме, например, становится возможен канал расщепления

фотона  $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1\gamma_1$  в то время, как каналы  $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1\gamma_2$ ,  $\gamma_2 \rightarrow \gamma_2\gamma_2$  в плазме подавлены [48]. Для фотона моды 1 значение  $\omega_{pl}$  также присутствует, но пренебрежимо мало.

Пропагатор фотона удовлетворяет уравнению Дайсона. Исходя из этого пропагатор удобно разложить по собственным векторам поляризационного оператора:

$$G_{\alpha\beta}(x) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} G_{\alpha\beta}(q) e^{-iqx}, \quad (46)$$

где

$$G_{\alpha\beta}(q) = \sum_{\lambda=1}^3 \frac{b_{\alpha}^{(\lambda)} b_{\beta}^{(\lambda)}}{(b^{(\lambda)})^2} \cdot \frac{1}{q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q)} \quad (47)$$

– фурье-образ пропагатора фотона. Таким образом пропагатор фотона определяется аналитическими свойствами поляризационного оператора.

## 4 Резонансные двухвершинные процессы

### 4.1 Резонанс на виртуальном фотоне.

### 4.2 Резонанс на виртуальном электроне (фермионе).

### 4.3 Резонанс на виртуальном электроне и виртуальном фотоне.

## 5 Сингулярности в фазовых объемах одновершинных процессов и методы их устранения.

## 6 Заключение

## Список литературы

- [1] Thompson C., Duncan R. C. The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars - I. Radiative mechanism for outbursts // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1995. Vol. 275. P. 255–300.
- [2] Thompson C., Duncan R. C. The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars. II. Quiescent neutrino, X-Ray, and Alfvén wave emission // Astrophys. J. 1996. Vol. 473. P. 322–342.
- [3] Thompson C., Lyutikov M., Kulkarni S. R. Electrodynamics of magnetars: implications for the persistent x-ray emission and spindown of the soft gamma repeaters and anomalous x-ray pulsars // Astrophys. J. 2002. Vol. 574, no. 1. P. 332–355.
- [4] Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Влияние фотон-нейтринных процессов на остывание магнитара // ЖЭТФ. 2008. Т. 134, № 4. С. 627–636.
- [5] Бисноватый-Коган Г. С., Чечеткин В. М. Неравновесные оболочки нейтронных звезд, их роль в поддержании рентгеновского излучения и нуклеосинтезе // Усп. физ. наук. 1979. Т. 127, № 2. С. 263–296.
- [6] Kouveliotou C. et al. An X-ray pulsar with a superstrong magnetic field in the soft gamma-ray repeater SGR 1806-20. // Nature. 1998. Vol. 393. P. 235–237.
- [7] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the soft gamma repeater SGR 1900+14 // Astrophys. J. 1999. Vol. 510. P. L115–118.
- [8] Gavril F. P., Kaspi V. M., Woods P. M. Magnetar - like x-ray bursts from an anomalous x-ray pulsar // Nature. 2002. Vol. 419. P. 142–144.
- [9] Ibrahim A. I., Safi-Harb S., Swank J. H. et al. Discovery of cyclotron resonance features in the soft gamma repeater SGR 1806-20 // Astrophys. J. 2002. Vol. 574. P. L51–L55.



- [10] Ibrahim A. I., Swank J. H., Parke W. New evidence for proton cyclotron resonance in a magnetar strength field from SGR 1806-20 // *Astrophys. J.* 2003. Vol. 584. P. L17–L22.
- [11] Olausen S. A., Kaspi V. M. The McGill magnetar catalog // *Astrophys. J. Suppl.* 2014. Vol. 212, no. 1. P. 6.
- [12] Melrose D. B., Parle A. J. Quantum electrodynamics in strong magnetic fields. I Electron States // *Aust. J. Phys.* 1983. Vol. 36. P. 755–774.
- [13] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. Москва: Наука, 1983. 304 с.
- [14] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. Electroweak processes in external electromagnetic fields. New York: Springer-Verlag, 2003. 120 p.
- [15] Bhattacharya K., Pal P. B. Inverse beta decay of arbitrarily polarized neutrons in a magnetic field // *Pramana J. Phys.* 2004. Vol. 62. P. 1041–1058.
- [16] Balantsev I. A., Popov Yu. V., Studenikin A. I. On the problem of relativistic particles motion in strong magnetic field and dense matter // *J. Phys.* 2011. Vol. A44. P. 255301 (1–13).
- [17] Kuznetsov A., Mikheev N. Electroweak processes in external active media. 2013. Vol. 252. P. pp 1–271.
- [18] Johnson M. H., Lippmann B. A. Motion in a constant magnetic field // *Physical Review.* 1949. Vol. 76, no. 6. P. 828–832.
- [19] Соколов А. А., Тернов И. М. Синхротронное излучение. М.: Наука, 1966. 228 с.
- [20] Пескин М., Шредер Д. Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: РХД, 2001. 784 с.

- [21] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Москва: Наука, 1989. 768 с.
- [22] Canuto V. Quantum processes in strong magnetic fields // Ann. N. Y. Acad. Sci. 1975. Vol. 257, no. 1. P. 108–126.
- [23] Harding A. K., Daugherty J. K. Cyclotron Resonant Scattering and Absorption // Astrophys. J. 1991. Vol. 374. P. 687–699.
- [24] Suh I.-S., Mathews G. J. Weak reaction freeze-out constraints on primordial magnetic fields // Phys. rev. D. 1999. Vol. 59, no. 12. P. 123002.
- [25] Gonthier P. L., Harding A. K., Baring M. G. et al. Compton Scattering in Ultrastrong Magnetic Fields: Numerical and Analytical Behavior in the Relativistic Regime // Astrophys. J. 2000. Vol. 540, no. 2. P. 907–922.
- [26] Jones P. B. Electron-positron bremsstrahlung and pair creation in very high magnetic fields // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2010. Vol. 409, no. 4. P. 1719–1727.
- [27] Melrose D. B. Quantum kinetic theory for unmagnetized and magnetized plasmas // Rev. Mod. Plasma Phys. 2020. Vol. 4, no. 8.
- [28] Graziani C. Strong-Field Cyclotron Scattering. I. Scattering Amplitudes and Natural Line Width // Astrophys. J. 1993. Vol. 412. P. 351–362.
- [29] Gonthier P. L., Baring M. G., Eiles M. T. et al. Compton scattering in strong magnetic fields: Spin-dependent influences at the cyclotron resonance // Phys. Rev. 2014. Vol. D90, no. 4. P. 043014.
- [30] Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. 1108 с.
- [31] Schwinger J. On Gauge Invariance and Vacuum Polarization // Phys. Rev. 1951. — Jun. Vol. 82. P. 664–679.

- [32] Ритус В. И. Радиационные эффекты и их усиление в интенсивном электромагнитном поле // ЖЭТФ. 1969. Т. 57, № 6. С. 2176–2188.
- [33] Jancovici B. Radiative Correction to the Ground-State Energy of an Electron in an Intense Magnetic Field // Phys. Rev. 1969. Vol. 187. P. 2275–2276.
- [34] Борисов А. В., Вшивцев А. С., Жуковский В. Ч., Эминов П. А. Фотоны и лептоны во внешних полях при конечных температуре и плотности // УФН. 1997. Т. 167, № 3. С. 241–267.
- [35] Жуковский В. Ч., Мидодашвили П. Г., Эминов П. А. Мнимая часть массового оператора электрона в постоянном поле при конечной температуре и плотности // Журн. эксперим. и теор. физ. 1994. Т. 106, № 4. С. 929–935.
- [36] Weldon H. A. Simple rules for discontinuities in finite temperature Field Theory // Phys. Rev. 1983. Vol. D28. P. 2007–2037.
- [37] Шабад А. Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // Тр. ФИАН СССР “Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях”. 1988. Т. 192. С. 5–152.
- [38] Tsai W. Y. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields // Phys. Rev. 1974. Vol. D10, no. 8. P. 2699–2702.
- [39] Баталин И. А., Шабад А. Е. Функция Грина фотона в постоянном однородном электромагнитном поле общего вида // ЖЭТФ. 1971. Т. 60, № 3. С. 894–900.
- [40] Скобелев В. В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле // Изв. вузов. Физика. 1975. № 10. С. 142–143.
- [41] Перес Рохас У. Поляризационный оператор электрон-позитронного газа в постоянном внешнем магнитном поле // ЖЭТФ. 1979. Т. 76, № 1. С. 3–17.

- [42] Peres Rojas H., Shabad A. E. Absorption and dispersion of electromagnetic eigenwaves of electron-positron plasma in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N.Y.). 1982. Vol. 138. P. 1–35.
- [43] Михеев Н. В., Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Фоторождение нейтрино на электро́не в плотной замагниченной среде // ЖЭТФ. 2014. Т. 146, № 2. С. 289–296.
- [44] Beloborodov A. M., Thompson C. Corona of magnetars // Astrophys. J. 2007. Vol. 657, no. 2. P. 967–993.
- [45] Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A. Compton effect in strongly magnetized plasma // Int. J. Mod. Phys. 2009. Vol. A24. P. 3995–4008.
- [46] Adler S. L. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field. // Annals of Physics. 1971. Vol. 67. P. 599–647.
- [47] Mushtukov A. A., Nagirner D. I., Poutanen J. Compton scattering S-matrix and cross section in strong magnetic field // Phys. Rev. 2016. Vol. D93, no. 10. P. 105003.
- [48] Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Влияние сильно замагниченной плазмы на процесс расщепления фотона // ЖЭТФ. 2005. Т. 128, № 4. С. 740–751.