## Резонансные процессы в активной среде

Д.А. Румянцев\*, Д.М. Шленев\*\* А.А. Ярков\*\*\* Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Россия

В работе рассмотрены различные квантовые процессы с учетом резонанса на виртуальном фермионе.

<sup>\*</sup>E-mail: rda@uniyar.ac.ru

<sup>\*\*\*</sup>E-mail: ultrasickdoom@gmail.com \*\*\*E-mail: a12l@mail.ru

#### 1 Введение

Нейтронные звезды, обладая набором экстремальных характеристик, являются природными физическими лабораториями и одними из самых интересных объектов, известных в науке. Особое внимание ученых привлекают радиопульсары и магнитары, обладающие магнитными полями колоссальной напряженности, к которой очень сложно приблизиться в земных условиях. У магнитного поля имеется характерное значение, называемое критическим,  $B_e = m^2/e \simeq 4.41 \times 10^{13}~\Gamma c^{-1}$ , при приближении к которому становится необходимым учитывать квантовые эффекты при движении в нем частиц. В радиопульсарах с магнитными полями порядка  $10^{12}~\Gamma c$  и магнитарах – до  $10^{16}~\Gamma c~[1-3]$  такие условия выполняются.

Кроме сильных магнитных полей, в магнитосфере как радиопульсаров, так и магнитаров, присутствует достаточно горячая и плотная электронпозитронная плазма [1]. Магнитное поле и плазма составляют две компоненты внешней активной среды, присутствие которой значительно изменяет
характеристики протекающих в ней микропроцессов. Во-первых, активная
среда может изменять закон дисперсии находящихся в ней частиц, что приводит к изменению кинематики процессов и вследствие чего могут открываться реакции и каналы реакций, которые запрещены в вакууме. Во-вторых,
активная среда влияет на амплитуды процессов, в результате чего они могут приобретать резонансный характер. Именно эта составляющая влияния
внешней активной среды рассматривается в данном обзоре. Вследствие резонанса вклад микропроцессов в макроскопические характеристики астрофизических процессов, такие как светимость и скорость изменения количества
частиц, может многократно увеличиваться.

В сильном магнитном поле поперечная составляющая импульса фермиона квантуется. В таком случае энергия фермиона определяется так называемым

 $<sup>^{1}</sup>$ В работе используется естественная система единиц:  $\hbar=c=k=1,\,m$  — масса электрона, e>0 — элементарный заряд.

уровнем Ландау n и проекцией импульса вдоль магнитного поля  $p_z$ :

$$E_n = \sqrt{m_f^2 + p_z^2 + 2|e_f|Bn},\tag{1}$$

где  $e_f$  и  $m_f$  - заряд и масса фермиона. Состояние с n=0, в котором фермион движется вдоль силовой линии магнитного поля, называется основным уровнем Ландау.

Можно выделить несколько ситуаций в иерархии параметров среды: магнитного поля, температуры T, химического потенциала  $\mu$  и энергии фермионов и фотонов, участвующих в реакциях. Предел сильного поля, когда фермионы будут занимать основной уровень Ландау, осуществляется при выполнении условия [4]:

$$\frac{B^2}{8\pi} \gg \frac{\pi^2 (n_{e^-} - n_{e^+})^2}{eB} + \frac{eBT^2}{12},$$
(2)

где  $n_{e^-}$  и  $n_{e^+}$  – концентрации электронов и позитронов плазмы. Такие условия могут, в частности, реализовываться в модели вспышки источников мягких повтоярющихся гамма-всплесков (SGR) [1,5], которые, как показывают недавние наблюдения, можно отождествить с магнитарами [6–11].

Даже в магнитарных магнитных полях при значениях плотности плазмы  $\rho \geqslant 10^8 \ {\rm r/cm^3}$ , которые могут достигаться в границе между внешней и внутренней корой магнитара, условие 2, при котором магнитное поле является доминирующим параметром, перестает выполняться. В результате реакции, в которых имеются фермионы в промежуточном состоянии, могут приобретать резонансный характер. Это происходит вследствие того, что начинают возбуждаться высшие уровни Ландау виртуальных фермионов. Они становятся реальными с определенным законом дисперсии, садятся на массовую поверхность. В этом состоянии они являются нестабильными и распадаются за время, обратно пропорциональное вреоятности их перехода на низшие уровни Ландау. Эффективность реакции при этом заметно увеличивается, что может иметь наблюдаемые астрофизические следствия.

Резонанс на фотоне наблюдается аналогичным образом: в активной среде поляризационный оператор фотона имеет реальную часть, которую можно

рассматривать как эффективную массу фотона. В кинематической области, в которой квадрат 4-импульса виртуального фотона будет равен реальной части его поляризационного оператора, виртуальный фотон станет реальным и нестабильным.

Настоящая статья организована следующим образом. В Разделе 2 обсуждаются различные методы представления решения уравнения Дирака во внешнем магнитном поле. В разделе 3 рассматриваются радиационные поправки в магнитном поле к массовому оператору частиц в промежуточном состоянии и получается выражение для пропагатора. Раздел 4 посвящен различным двухвершинным процессам, в которых может реализовываться резонанс на виртуальном фермионе и/или фотоне. В Разделе 5 описываются сингулярности в фазовых объемах одновершинных процессов и методы их устранения.

### 2 Фермионы и фотоны во внешнем магнитном поле

# 2.1 Представление решений уравнения Дирака во внешнем магнитном поле.

В этом разделе обсудим влияние активной среды на волновые функции присутстствующих в ней частиц: фермионов и фотонов. В случае фермионов искомые нами волновые функции являются решением уравнения Дирака в присутствии внешнего постоянного однородного магнитного поля:

$$(i\partial_{\mu}\gamma^{\mu} + e_f A_{\mu}\gamma^{\mu} - m_f)\Psi^s_{p,n}(X) = 0, \qquad (3)$$

где  $A_{\mu}$  – 4-вектор потенциала электромагнитного поля, который в калибровке Ландау имеет вид  $A^{\mu}=(0,0,xB,0)$ . Решением этого уравнения является набор собственных функций любого оператора, который коммутирует с гамильтонианом Дирака во внешнем магнитном поле:  $H=\gamma_0\left(\boldsymbol{\gamma}\boldsymbol{P}\right)+m_f\gamma_0+eA_0$ , где  $\mathbf{P}=-i\boldsymbol{\Delta}-e_f\mathbf{A}$ . Существует два распространенных подхода к выбору этих операторов, подробное описание которых представлено в работах [12–17]. При первом из них, предложенным Джонсоном и Липпманом [18], решения

выбираются как собственные функции оператора обобщенной спиральности,  $T_0 = \frac{1}{m_f}(\mathbf{\Sigma}\mathbf{P})$ , где  $\mathbf{\Sigma} = -\gamma_0 \boldsymbol{\gamma} \gamma_5$  – трехмерный оператор спина. При этом две верхние компоненты биспиноров соответствуют состояниям фермиона с проекцией спина на направление магнитного поля, равной 1/2 и -1/2.

Другой подход предложен Соколовым и Терновым [19]. Он состоит в выборе волновых функций как собственных функций ковариантного оператора  $\mu_z$ , который строится следующим образом:

$$\hat{\mu}_z = m_f \Sigma_z - i \gamma_0 \gamma_5 \left[ \mathbf{\Sigma} \times \mathbf{P} \right]_z . \tag{4}$$

Его можно получить непосредственно из введенного в работе [19] обобщенного оператора спина, являющегося тензором третьего ранга, который можно записать в координатном представлении следующим образом:

$$F_{\mu\nu\lambda} = -\frac{i}{2} \left( P_{\lambda} \gamma_0 \sigma_{\mu\nu} + \gamma_0 \sigma_{\mu\nu} P_{\lambda} \right), \tag{5}$$

где  $\sigma_{\mu\nu} = (\gamma_{\mu}\gamma_{\nu} - \gamma_{\nu}\gamma_{\mu})/2$ , и  $P_{\lambda} = \mathrm{i}\partial_{\lambda} - e_f A_{\lambda} = (\mathrm{i}\partial_0 - e_f A_0 \,, -\mathrm{i}\nabla - e_f \mathbf{A})$  – оператор обобщенного 4-импульса. Заметим, что в работе [19] ковариантные билинейные формы были построены из матриц Дирака в обкладках биспиноров  $\psi^{\dagger}$  и  $\psi$ , тогда как в современной литературе (см., например [20]) билинейные формы строятся из матриц Дирака в обкладках биспиноров  $\bar{\psi}$  и  $\psi$ . Из пространственных компонент  $F_{\mu\nu0}$  оператора (5) можно построить следующий векторный оператор:

$$\hat{\mu}_i = -\frac{1}{2} \,\varepsilon_{ijk} \,\mathcal{F}_{jk0} \,, \tag{6}$$

где  $\varepsilon_{ijk}$  – тензор Леви-Чивита. Построенный таким образом объект (6) имеет смысл оператора поляризации [12, 19]. Его можно представить в виде:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = m_f \boldsymbol{\Sigma} + i \gamma_0 \gamma_5 [\boldsymbol{\Sigma} \times \hat{\boldsymbol{P}}]. \tag{7}$$

В нерелятивистском пределе оператор (7), отнесенный к квадрату массы фермиона:  $\hat{\boldsymbol{\mu}}/m_f^2$ , переходит в обычный оператор Паули для магнитного момента [21], который имеет явную физическую интерпретацию.

Решения уравнения Дирака в представлении Джонсона и Липпмана широко используются в литературе (см. например [22–27]). Однако эти функции обладают рядом недостатков, которые проявляются при расчете конкретных характеристик процессов с двумя и более вершинами. Так, эти функции некорректно описывают спиновую зависимость конечной ширины распада промежуточного состояния, что приводит к неверным результатам вблизи резонансов, как было показано в работах [28, 29]. Кроме того, лоренцинвариантностью будет обладать только квадрат модуля амплитуды, просуммированный по всем поляризациям фермиона, а не парциальные вклады в него.

С другой стороны, использование функций, предложенных Соколовом и Терновым, правильно описывает сечение процессов вблизи резонанса, а также позволяет найти парциальные вклады в амплитуду каждого поляризационного состояния частиц в отдельности, которые будут иметь лоренц-инвариантную структуру. По этой причине далее в этом разделе приведем подробное их описание.

Уравнение для собственных функций оператора 4 имеет следующий вид:

$$\hat{\mu}_z \Psi_{p,n}^s(X) = s M_n \Psi_{p,n}^s(X) , \qquad (8)$$

где  $s=\pm 1$  определяет проекцию спина вдоль магнитного поля.

Как уже упоминалось во Введении, состояния фермиона квантуются по энергетическим состояниям, которые называются уровнями Ландау:

$$E_n = \sqrt{p_z^2 + M_n^2}, \quad n = 0, 1 \dots$$
 (9)

Здесь введены обозначения  $M_n = \sqrt{2\beta + m_f}$ ,  $\beta = |e_f|B$ . Каждое состояние является бесконечно вырожденным по  $p_z$  и дважды вырожденным по s, кроме состояния n=0, где возможно лишь состояние s=-1. Решения уравнения Дирака 3 могут быть представлены следующим образом

$$\Psi_{p,n}^{s}(X) = \frac{e^{-i(E_n X_0 - p_y X_2 - p_z X_3)} U_n^{s}(\xi)}{\sqrt{4E_n M_n (E_n + M_n)(M_n + m_f) L_y L_z}},$$
(10)

где

$$\xi(X_1) = \sqrt{\beta} \left( X_1 - \eta \frac{p_y}{\beta} \right) . \tag{11}$$

Далее, используя обозначение для определения знака заряда фермиона  $\eta = e_f/|e_f|$ , становится удобным представить биспиноры  $U_n^s(\xi)$  в виде отдельной суммы биспиноров соответствующих положительным и отрицательным зарядам  $U_{n,\eta}^s(\xi)$ :

$$U_n^s(\xi) = \frac{1-\eta}{2} U_{n,-}^s(\xi) + \frac{1+\eta}{2} U_{n,+}^s(\xi), \qquad (12)$$

где

$$U_{n,-}^{-}(\xi) = \begin{pmatrix} -i\sqrt{2\beta n} \, p_z V_{n-1}(\xi) \\ (E_n + M_n)(M_n + m_f) V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n} (E_n + M_n) V_{n-1}(\xi) \\ -p_z (M_n + m_f) V_n(\xi) \end{pmatrix}, \tag{13}$$

$$U_{n,-}^{+}(\xi) = \begin{pmatrix} (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n} \, p_z V_n(\xi) \\ p_z(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_n(\xi) \end{pmatrix}, \tag{14}$$

$$U_{n,+}^{-}(\xi) = \begin{pmatrix} i\sqrt{2\beta n} \, p_z V_n(\xi) \\ (E_n + M_n)(M_n + m_f) V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n} (E_n + M_n) V_n(\xi) \\ -p_z (M_n + m_f) V_{n-1}(\xi) \end{pmatrix}, \tag{15}$$

$$U_{n,+}^{+}(\xi) = \begin{pmatrix} (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n} \, p_z V_{n-1}(\xi) \\ p_z(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_{n-1}(\xi) \end{pmatrix}, \tag{16}$$

 $V_n(\xi)$  – нормированные функции гармонического осциллятора, которые сле-

дующим образом выражаются через полиномы Эрмита  $H_n(\xi)$  [30]:

$$V_n(\xi) = \frac{\beta^{1/4} e^{-\xi^2/2}}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(\xi) . \tag{17}$$

Далее эти решения уравнения Дирака (10) будут использованы для получения пропагаторов фермионов в разделе 3.

#### 2.2 Поляризационные и дисперсионные свойства фотонов.

Дальнейшее описание квантовых процессов в активной среде без учета поляризационных и дисперсионных свойств фотона невозможно. В свою очередь эти свойства определяются поляризационным оператором фотона  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ . Как было показано ранее в работе [31], в общем случае в замагниченной плазме фотон будет обладать эллиптической поляризацией и обладать тремя поляризационными состояниями. Однако в случае, когда магнитное поле является наибольшим параметром задачи  $\beta \gg T^2, \omega^2, \mu^2$  (т.н. поледоминирующая среда), векторы поляризации фотона будут такими же, как и в чистом магнитном поле [32]:

$$\varepsilon_{\mu}^{(1)} = \frac{(q\varphi)_{\mu}}{\sqrt{q_{\perp}^2}}, \ \varepsilon_{\mu}^{(2)} = \frac{(q\tilde{\varphi})_{\mu}}{\sqrt{q_{\parallel}^2}}.$$
(18)

Это заведомо выполняется в зарядово-симметричной плазме с  $\mu=0$ , что имеет место в большинстве моделей магнитосфер радиопульсаров и магнитаров [33].

Закон дисперсии для фотона моды 1 в рассматриваемой кинематической области незначительно отличается от вакуумного закона  $q^2 = 0$ . С другой стороны, закон дисперсии моды 2 (см рис. 1) значительно отличается от вакуумного в окрестности циклотронных резонансов [32],

$$q_{\parallel}^2 = (M_n \pm M_{n'})^2 \,, \tag{19}$$

из-за наличия корневых сингулярностей в собственных значениях поляризационного оператора,  $\mathcal{P}^{(\lambda)}(q)$ , для мод  $\lambda=1,2$  (за исключением точки

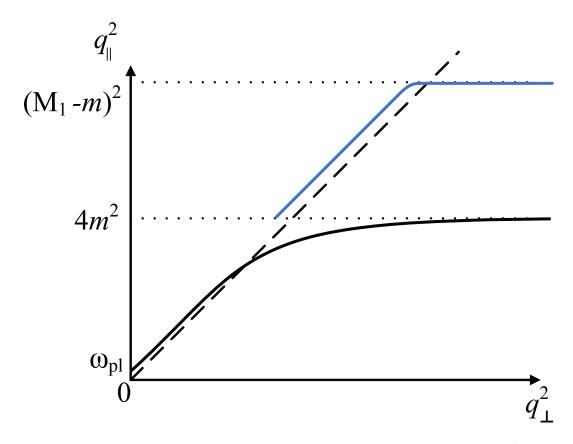


Рис. 1: Закон дисперсии моды 2 в зарядово симметричной плазме при  $B\gtrsim B_e$  изображен сплошными линиями. Штриховой линией изображен вакуумный закон дисперсии, который совпадает законом дисперсии фотона моды 1. Дисперсионные кривые следует продолжить схожим образом и на область  $q_{\shortparallel}^2>(M_1-m)^2$ 

 $q_{\parallel}^2=4m^2$  для моды 1). Поэтому в этих областях становится важным учет радиационных поправок к собственным значениям поляризационного оператора в замагниченной плазме. Этот учет приводит к перенормировке волновых функций фотона

$$\varepsilon_{\alpha}^{(\lambda)}(q) \to \varepsilon_{\alpha}^{(\lambda)} \sqrt{Z_{\lambda}}, \quad Z_{\lambda}^{-1} = 1 - \frac{\partial \mathcal{P}^{(\lambda)}(q)}{\partial \omega^2}.$$
 (20)

#### 3 Представление пропагаторов с учетом мнимой части.

#### 3.1 Пропагатор фермиона

В диаграммной технике Фейнмана, которая широко применяется для расчета различных физических величин, в качестве одного из объектов выступа-

ют внутренние линии, соответствующие виртуальным частицам или промежуточным состояниям. "Виртуальность" частицы означает нарушение у этой частицы релятивистского соотношения (9). В этом разделе мы опишем представление пропагаторов фермионов во внешнем магнитном поле с учетом радиационных поправок к массовому оператору и покажем, как может реализовываться резонанс в квантовых процессах, содержащих фермионы в промежуточном состоянии.

Для анализа резонансных процессов оказывается удобным использовать представление в формализме собственного времени Фока [34]. В этом случае пропагатор фермиона находится как решение уравнения Дирака с  $\delta$ -функцией в правой части, которая также называется функцией Грина для уравнения Дирака:

$$(i\partial_{\mu}\gamma^{\mu} + e_f A_{\mu}\gamma^{\mu} - m_f)S(X, X') = \delta(X - X'). \qquad (21)$$

Пропагатор, который получается из этого уравнения, имеет достаточно громоздкий вид. Поэтому удобно воспользоваться различными приближениями. Например, приближение слабого магнитного поля особенно актуально для W-бозонов, так как критическое поле для этих частиц, равное примерно  $m_W^2/e \simeq 10^{24}$  Гс, значительно превышает магнитные поля, существующие в природе. Кроме того, для частиц, обладающих высоким удельным зарядом,  $|e_f|/m_f$ , удобно рассматривать пропагатор в виде разложения по уровням Ландау:

$$S(X, X') = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=\pm 1} S_n^s(X, X').$$
 (22)

Для построения пропагатора можно воспользоваться полевыми операторами:

$$\Psi(X) = \sum_{n, p_y, p_z, s} (a_{n,p}^s \Psi_{n,p,+}^s(X) + b_{n,p}^{\dagger s} \Psi_{n,p,-}^s(X)), \qquad (23)$$

где a — оператор уничтожения фермиона,  $b^\dagger$  — оператор рождения фермиона,  $\Psi_+$  и  $\Psi_-$  соответствуют решениям уравнения Дирака с положительной

и отрицательной энергией соответственно. Стандартным образом пропагатор вычисляется как разность хронологичеси упорядоченного и нормально упорядоченного произведения полевых операторов:

$$S(X, X') = T(\Psi(X)\bar{\Psi}(X')) - \mathcal{N}(\Psi(X)\bar{\Psi}(X')) \tag{24}$$

Подставляя точные решения уравнения Дирака (10) и вводя для удобства новое обозначение:

$$\phi_{p,n}^s(X_1) = \frac{U_n^s[\xi(X_1)]}{\sqrt{2M_n(E_n + M_n)(M_n + m_f)}},$$
(25)

где  $U_n^s$  определяется формулой (12), можно представить вклад в разложение пропагатора от уровня Ландау n и поляризационного состояния s следующим образом:

$$S_n^s(X, X') = \int \frac{\mathrm{d}p_0 \mathrm{d}p_y \mathrm{d}p_z}{(2\pi)^3} \frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i} (p(X-X'))_{\parallel} + \mathrm{i}p_y (X_2 - X_2')}}{p_{\parallel}^2 - M_n^2 - \mathcal{R}_{\Sigma}^s(p) + \mathrm{i} \mathcal{I}_{\Sigma}^s(p)} \, \phi_{p,n}^s(X_1) \bar{\phi}_{p,n}^s(X_1') \,, \tag{26}$$

где  $\mathcal{R}^s_{\Sigma}(p)$  и  $\mathcal{I}^s_{\Sigma}(p)$  – реальная и мнимая части массового оператора фермиона. Для их получения требуется вычислить радиационные поправки к массе фермиона в замагниченной плазме. Реальная часть массового оператора  $\mathcal{R}^s_{\Sigma}(p)$  определяет изменение закона дисперсии фермиона в присутствии замагниченной плазмы. В слабых магнитных полях,  $B \ll B_e$ , она определяется отношением [35]:

$$\Re_{\Sigma}^{s}(p) = \frac{4\alpha m_{f}}{3\pi} \varkappa^{2} \left[ \ln \varkappa^{-1} + C + \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{33}{16} \right], \quad \varkappa \ll 1, \tag{27}$$

где C=0.577... - постоянная Эйлера, динамический параметр  $\varkappa$  вводится следующим образом:

$$\varkappa = \frac{1}{m_f B_e} [-(F_{\mu\nu} p_{\nu})^2]^{1/2}.$$
 (28)

Для случая сильного магнитного поля  $B \gtrsim B_e$  без учета плазмы лидирующий вклад в сдвиг массы фермиона, находящегося на основном уровне Ландау, описывается квадратом логарифмической функции [36]:

$$\Re_{\Sigma}^{s}(p) = \frac{\alpha}{4\pi} m_f \ln^2(2\beta/m_f^2). \tag{29}$$

Из (27) и (29) следует, что даже для достаточно больших значений магнитного поля вплоть до  $10^{16}$  Гс эта поправка к массе фермиона имеет величину порядка постоянной тонкой структуры  $\alpha$  [13,14] и является несущественной.

Резонанс на виртуальном фермионе будет наблюдаться, когда в знаменателе пропагатора (26) реальная часть обращается в ноль. Тогда виртуальная частица становится реальной, то есть приобретает определенный закон дисперсии  $p_{\parallel}^2 - M_n^2 = 0$ . При этом учет мнимой части массового оператора  $\mathcal{I}_{\Sigma}^s(p)$  становится необходимым. Она может быть получена с помощью оптической теоремы и представлена в следующем виде [37, 38]:

$$\mathfrak{S}_{\Sigma}^{s}(p) = -\frac{1}{2} p_0 \, \Gamma_n^s \,, \tag{30}$$

где  $\Gamma_n^s$  — полная ширина поглощения фермиона, находящегося в поляризационном состоянии s и занимающего n-й уровень Ландау. Мнимая часть массового оператора определяет время жизни виртуальной частицы, которое в нерезонансной области предполагается бесконечно большим. Полная ширина изменения состояния фермиона может быть выражена через ширину рождения фермиона [39]:

$$\Gamma_n^s = \Gamma_n^{(abs)s} + \Gamma_n^{(cr)s} \simeq \Gamma_n^{(cr)s} \left[ 1 + e^{(E_n'' - \mu)/T} \right], \qquad (31)$$

где  $\Gamma_n^{(abs)\,s}$  и  $\Gamma_n^{(cr)\,s}$  – ширины поглощения и рождения фермиона соответственно. Введенный таким образом пропагатор с учетом конечной ширины изменения состояния фермиона позволяет корректно рассчитывать сечения квантовых процессов в резонансной области.

#### 3.2 Пропагатор фотона

Поляризационные и дисперсионные свойства фотона определяются поляризационным оператором фотона  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ , явный вид которого может быть получен из результатов работ [?,?,31,40]. Для анализа свойств поляризационного оператора удобно разложить  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$  по базису из 4-векторов [40], построенного

из тензора электромагнитного поля и 4-вектора импульса фотона  $q_{\alpha}$ :

$$b_{\mu}^{(1)} = (\varphi q)_{\mu}, \qquad b_{\mu}^{(2)} = (\tilde{\varphi} q)_{\mu}, b_{\mu}^{(3)} = q^{2} (\Lambda q)_{\mu} - q_{\mu} q_{\perp}^{2}, \qquad b_{\mu}^{(4)} = q_{\mu},$$
(32)

являющихся собственными векторами поляризационного оператора в постоянном однородном магнитном поле. При этом  $(b^{(1)}b^{*(1)})=-q_{\scriptscriptstyle \perp}^2,\ (b^{(2)}b^{*(2)})=-q_{\scriptscriptstyle \parallel}^2,\ (b^{(3)}b^{*(3)})=-q^2q_{\scriptscriptstyle \parallel}^2q_{\scriptscriptstyle \perp}^2,\ (b^{(4)}b^{*(4)})=q^2.$ 

Пропагатор фотона можно разложить по собственным векторам  $r_{\alpha}^{(\lambda)}$  поляризационного оператора в замагниченной плазме:

$$G_{\alpha\beta}(x) = \int \frac{\mathrm{d}^4 q}{(2\pi)^4} G_{\alpha\beta}(q) e^{-\mathrm{i}qx}$$
(33)

$$G_{\alpha\beta}(q) = \sum_{\lambda=1}^{3} \frac{r_{\alpha}^{(\lambda)} r_{\beta}^{(\lambda)}}{(r^{(\lambda)})^2} \cdot \frac{1}{q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q)}, \qquad (34)$$

В замагниченной плазме  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$  уже не будет диагональным в базисе из векторов (32), поэтому его удобно разложить по собственным векторам  $r_{\alpha}^{(\lambda)}$  в замагниченной плазме с соответствующими собственными значениями  $\mathcal{P}^{(\lambda)}$  [31, 41–43]:

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta} = \sum_{\lambda=1}^{3} \mathcal{P}^{(\lambda)} \frac{r_{\alpha}^{(\lambda)} (r_{\beta}^{(\lambda)})^{*}}{(r^{(\lambda)})^{2}}, \quad r_{\beta}^{(\lambda)} = \sum_{i=1}^{3} A_{i}^{(\lambda)} b_{\beta}^{(i)},$$
 (35)

где  $A_i^{(\lambda)}$  некоторые комплексные коэффициенты.

#### 4 Резонансные двухвершинные процессы

- 4.1 Резонанс на виртуальном фотоне.
- 4.2 Резонанс на виртуальном электроне (фермионе).
- 4.3 Резонанс на виртуальном электроне и виртуальном фотоне.
- 5 Сингулярности в фазовых объемах одновершинных процессов и методы их устранения.
- 6 Заключение

#### Список литературы

- [1] Thompson C., Duncan R. C. The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars I. Radiative mechanism for outbursts // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1995. Vol. 275. P. 255–300.
- [2] Thompson C., Duncan R. C. The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars. II. Quiescent neutrino, X-Ray, and Alfven wave emission // Astrophys. J. 1996. Vol. 473. P. 322–342.
- [3] Thompson C., Lyutikov M., Kulkarni S. R. Electrodynamics of magnetars: implications for the persistent x-ray emission and spindown of the soft gamma repeaters and anomalous x-ray pulsars // Astrophys. J. 2002. Vol. 574, no. 1. P. 332–355.
- [4] Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Влияние фотон-нейтринных процессов на остывание магнитара // ЖЭТФ. 2008. Т. 134, № 4. С. 627–636.
- [5] Бисноватый-Коган Г. С., Чечеткин В. М. Неравновесные оболочки нейтронных звезд, их роль в поддержании рентгеновского излучения и нуклеосинтезе // Усп. физ. наук. 1979. Т. 127, № 2. С. 263–296.
- [6] Kouveliotou C. et al. An X-ray pulsar with a superstrong magnetic field in the soft gamma-ray repeater SGR 1806-20. // Nature. 1998. Vol. 393. P. 235–237.
- [7] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the soft gamma repeater SGR 1900+14 // Astrophys. J. 1999. Vol. 510. P. L115–118.
- [8] Gavriil F. P., Kaspi V. M., Woods P. M. Magnetar like x-ray bursts from an anomalous x-ray pulsar // Nature. 2002. Vol. 419. P. 142–144.
- [9] Ibrahim A. I., Safi-Harb S., Swank J. H. et al. Discovery of cyclotron resonance features in the soft gamma repeater SGR 1806-20 // Astrophys. J. 2002. Vol. 574. P. L51-L55.

- [10] Ibrahim A. I., Swank J. H., Parke W. New evidence for proton cyclotron resonance in a magnetar strength field from SGR 1806-20 // Astrophys. J. 2003. Vol. 584. P. L17–L22.
- [11] Olausen S. A., Kaspi V. M. The McGill magnetar catalog // Astrophys. J. Suppl. 2014. Vol. 212, no. 1. P. 6.
- [12] Melrose D. B., Parle A. J. Quantum electrodynamics in strong magnetic fields. I Electron States // Aust. J. Phys. 1983. Vol. 36. P. 755–774.
- [13] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. Москва: Наука, 1983. 304 с.
- [14] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. Electroweak processes in external electromagnetic fields. New York: Springer-Verlag, 2003. 120 p.
- [15] Bhattacharya K., Pal P. B. Inverse beta decay of arbitrarily polarized neutrons in a magnetic field // Pramana J. Phys. 2004. Vol. 62. P. 1041–1058.
- [16] Balantsev I. A., Popov Yu. V., Studenikin A. I. On the problem of relativistic particles motion in strong magnetic field and dense matter // J. Phys. 2011. Vol. A44. P. 255301 (1–13).
- [17] Kuznetsov A., Mikheev N. Electroweak processes in external active media. 2013. Vol. 252. P. pp 1–271.
- [18] Johnson M. H., Lippmann B. A. Motion in a constant magnetic field // Physical Review. 1949. Vol. 76, no. 6. P. 828–832.
- [19] Соколов А. А., Тернов И. М. Синхротронное излучение. М.: Наука, 1966. 228 с.
- [20] Пескин М., Шредер Д. Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: РХД, 2001. 784 с.

- [21] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивисткая теория. Москва: Наука, 1989. 768 с.
- [22] Canuto V. Quantum processes in strong magnetic fields // Ann. N. Y. Acad. Sci. 1975. Vol. 257, no. 1. P. 108–126.
- [23] Harding A. K., Daugherty J. K. Cyclotron Resonant Scattering and Absorption // Astrophys. J. 1991. Vol. 374. P. 687–699.
- [24] Suh I.-S., Mathews G. J. Weak reaction freeze-out constraints on primordial magnetic fields // Phys. rev. D. 1999. Vol. 59, no. 12. P. 123002.
- [25] Gonthier P. L., Harding A. K., Baring M. G. et al. Compton Scattering in Ultrastrong Magnetic Fields: Numerical and Analytical Behavior in the Relativistic Regime // Astrophys. J. 2000. Vol. 540, no. 2. P. 907–922.
- [26] Jones P. B. Electron-positron bremsstrahlung and pair creation in very high magnetic fields // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2010. Vol. 409, no. 4. P. 1719– 1727.
- [27] Melrose D. B. Quantum kinetic theory for unmagnetized and magnetized plasmas // Rev. Mod. Plasma Phys. 2020. Vol. 4, no. 8.
- [28] Graziani C. Strong-Field Cyclotron Scattering. I. Scattering Amplitudes and Natural Line Width // Astrophys. J. 1993. Vol. 412. P. 351–362.
- [29] Gonthier P. L., Baring M. G., Eiles M. T. et al. Compton scattering in strong magnetic fields: Spin-dependent influences at the cyclotron resonance // Phys. Rev. 2014. Vol. D90, no. 4. P. 043014.
- [30] Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. 1108 с.
- [31] Шабад А. Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // Тр. ФИАН СССР "Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях". 1988. Т. 192. С. 5–152.

- [32] Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A. Compton effect in strongly magnetized plasma // Int. J. Mod. Phys. 2009. Vol. A24. P. 3995–4008.
- [33] Beloborodov A. M., Thompson C. Corona of magnetars // Astrophys. J. 2007. Vol. 657, no. 2. P. 967–993.
- [34] Schwinger J. On Gauge Invariance and Vacuum Polarization // Phys. Rev. 1951.- Jun. Vol. 82. P. 664-679.
- [35] Ритус В. И. Радиационные эффекты и их усиление в интенсивном электромагнитном поле // ЖЭТФ. 1969. Т. 57, № 6. С. 2176–2188.
- [36] Jancovici B. Radiative Correction to the Ground-State Energy of an Electron in an Intense Magnetic Field // Phys. Rev. 1969. Vol. 187. P. 2275–2276.
- [37] Борисов А. В., Вшивцев А. С., Жуковский В. Ч., Эминов П. А. Фотоны и лептоны во внешних полях при конечных температуре и плотности // УФН. 1997. Т. 167, № 3. С. 241–267.
- [38] Жуковский В. Ч., Мидодашвили П. Г., Эминов П. А. Мнимая часть массового оператора электрона в постоянном поле при конечной температуре и плотности // Журн. эксперим. и теор. физ. 1994. Т. 106, № 4. С. 929–935.
- [39] Weldon H. A. Simple rules for discontinuities in finite temperature Field Theory // Phys. Rev. 1983. Vol. D28. P. 2007–2037.
- [40] Баталин И. А., Шабад А. Е. Функция Грина фотона в постоянном однородном электромагнитном поле общего вида // ЖЭТФ. 1971. Т. 60, № 3.
   С. 894–900.
- [41] Перес Рохас У. Поляризационный оператор электрон-позитронного газа в постоянном внешнем магнитном поле // ЖЭТФ. 1979. Т. 76, № 1. С. 3–17.

- [42] Peres Rojas H., Shabad A. E. Absorption and dispersion of electromagnetic eigenwaves of electron-positron plasma in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N.Y.). 1982. Vol. 138. P. 1–35.
- [43] Михеев Н. В., Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Фоторождение нейтрино на электроне в плотной замагниченной среде // ЖЭТФ. 2014. Т. 146, N 2. С. 289–296.