

# Резонансные процессы в активной среде

Д.А. Румянцев\*, Д.М. Шленев\*\* А.А. Ярков\*\*\*

*Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Россия*

В работе рассмотрены различные квантовые процессы с учетом резонанса на виртуальном фермионе.

---

\*E-mail: rda@uniyar.ac.ru

\*\*E-mail: allen\_caleb@rambler.com

\*\*\*E-mail: a12l@mail.ru

# 1 Введение

Резонансные явления в нашей жизни встречаются повсеместно. Большинство этих явлений так или иначе связано с колебательными процессами. Так, резонанс в колебательном контуре дает возможность получать или передавать информацию на определенной частоте с минимально затраченной энергией. В классическом подходе резонанс – это резкое возрастание амплитуды колебаний при приближении частоты внешнего воздействия к собственной частоте системы. В квантовом подходе в силу существования дискретных уровней энергии резонанс означает резкое увеличение вероятности процессов, связанных с переходами между этими уровнями, таких как, например, поглощение фотона с энергией, равной разнице энергий между двумя состояниями. Одним из условий, при которых учет квантовых эффектов при движении частиц становится необходимым, является присутствие сильных магнитных полей, чья индукция приближается к характерному значению, называемому критическим,  $B_e = m_e^2/e \simeq 4.41 \times 10^{13}$  Гс<sup>1</sup>. В природе такими экстремально большими магнитными полями, согласно современным моделям [1–3], обладают разновидности нейтронных звезд, называемые радиопульсарами (с магнитными полями порядка  $10^{12}$  Гс) и магнитарами (до  $10^{15}$  Гс).

Кроме сильных магнитных полей в магнитосфере как радиопульсаров, так и магнитаров присутствует относительно горячая и плотная электрон-позитронная плазма [1]. Магнитное поле и плазма составляют две компоненты внешней активной среды, присутствие которой значительно изменяет характеристики протекающих в ней микропроцессов. Во-первых, активная среда может изменять закон дисперсии находящихся в ней частиц, что приводит к изменению кинематики процессов и вследствие чего могут открываться каналы реакций, которые запрещены или сильно подавлены в вакууме. Во-вторых, активная среда влияет на амплитуды процессов, в результате че-

---

<sup>1</sup>В работе используется естественная система единиц:  $\hbar = c = k = 1$ ,  $m_e$  – масса электрона,  $e > 0$  – элементарный заряд.

го они могут приобретать резонансный характер. Именно эта составляющая влияния внешней активной среды рассматривается в данном обзоре. Вследствие резонанса вклад микропроцессов в макроскопические характеристики астрофизических процессов, такие как светимость и скорость изменения количества частиц, может многократно увеличиваться.

Как известно, в сильном магнитном поле поперечная составляющая импульса электрона квантуется. В таком случае энергия электрона определяется так называемым уровнем Ландау  $n$  и проекцией импульса вдоль магнитного поля  $p_z$  и в пренебрежении аномальным магнитным моментом электрона выражается следующим образом [4]:

$$E_n = \sqrt{m_e^2 + p_z^2 + 2eBn}. \quad (1)$$

Состояние с  $n = 0$ , в котором электрон движется вдоль силовой линии магнитного поля, называется основным уровнем Ландау.

В случае, если значение индукции магнитного поля существенно превышает остальные параметры среды:  $eB \gg \mu^2, T^2, E^2$ , где  $\mu$  – химический потенциал электронов,  $E$  – энергия электронов среды,  $T$  – температура плазмы, расчет макроскопических характеристик значительно упрощается. Более строгое соотношение между параметрами, при выполнении которого можно говорить о пределе сильного поля, получается из условия того, что в этом случае плотность энергии магнитного поля во много раз превосходит плотность энергии электрон-позитронного газа [5]:

$$\frac{B^2}{8\pi} \gg \frac{\pi^2(n_{e^-} - n_{e^+})^2}{eB} + \frac{eBT^2}{12}, \quad (2)$$

где  $n_{e^-}$  и  $n_{e^+}$  – концентрации электронов и позитронов плазмы. Такие условия могут, в частности, реализовываться в моделях вспышечной активности источников мягких повторяющихся гамма-всплесков (SGR) [1, 6], которые, как показывают недавние наблюдения, можно отождествить с магнитарами [7–12].

С другой стороны, даже в магнитарных полях условие (2), при котором

магнитное поле является доминирующим параметром, перестает выполняться при высоких значениях плотности плазмы  $\rho \gtrsim 10^8$  г/см<sup>3</sup>. Такая плотность может достигаться в границе между внешней и внутренней корой магнитара. В результате реакции, в которых электроны (позитроны) находятся в промежуточном состоянии, могут приобретать резонансный характер. Это происходит вследствие того, что начинают возбуждаться высшие уровни Ландау виртуальных электронов. В результате резонанса они становятся реальными с определенным законом дисперсии, то есть будут находиться на массовой поверхности. Однако в этом состоянии они являются нестабильными и могут распадаться за время, обратно пропорциональное вероятности их перехода на низшие уровни Ландау. Эффективность реакций при этом заметно увеличивается, что может иметь наблюдаемые астрофизические следствия.

Резонанс на фотоне наблюдается аналогичным образом: в активной среде его поляризационный оператор приобретает реальную часть, которую можно рассматривать как эффективную массу фотона. В кинематической области, в которой квадрат 4-импульса виртуального фотона равен реальной части его поляризационного оператора, виртуальный фотон становится реальным и нестабильным.

Настоящая статья организована следующим образом. В разделе 2 описывается влияние внешнего магнитного поля на движение фермионов, обсуждаются различные методы представления решения уравнения Дирака во внешнем магнитном поле и получается выражение для пропагатора. В разделе 3 рассматривается распространение радиации в магнитном поле и представлен поляризационный оператор фотона. Раздел 4 посвящен различным двухвершинным процессам, в которых может реализовываться резонанс на виртуальном фермионе и/или фотоне. В разделе 5 описываются сингулярности в фазовых объемах одновершинных процессов и методы их устранения.

## 2 Движение фермионов во внешнем магнитном поле

### 2.1 Волновые функции фермионов во внешнем магнитном поле

Волновые функции фермионов в присутствии внешнего постоянного однородного магнитного поля находятся из уравнения Дирака, которое, для магнитного поля, направленного вдоль оси  $z$ , принимает следующий вид:

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu + e_f A_\mu\gamma^\mu - m_f)\Psi_{p,n}^s(X) = 0, \quad (3)$$

где  $m_f$  и  $e_f$  – масса и заряд фермиона,  $A^\mu = (0, 0, xB, 0)$  – 4-вектор потенциала электромагнитного поля в калибровке Ландау,  $X^\mu = (t, x, y, z)$ . Решением этого уравнения является набор собственных функций любого оператора, который коммутирует с гамильтонианом Дирака во внешнем магнитном поле:  $H = \gamma_0(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{P}) + m_f\gamma_0 + e_f A_0$ , где  $\mathbf{P} = -i\nabla - e_f\mathbf{A}$ . Существует несколько представлений решений уравнения Дирака, из них можно выделить два наиболее распространенных подхода, подробное описание которых имеется в работах [13–18]. При первом из них, предложенным Джонсоном и Липпманом [19], решения выбираются как собственные функции оператора обобщенной спиральности,  $T_0 = \frac{1}{m_f}(\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{P})$ , где  $\boldsymbol{\Sigma} = -\gamma_0\boldsymbol{\gamma}\gamma_5$  – трехмерный оператор спина. При этом две верхние компоненты биспиноров соответствуют состояниям фермиона с проекцией спина на направление магнитного поля, равной  $1/2$  и  $-1/2$ .

Другой подход предложен Соколовым и Терновым [4]. Он состоит в выборе волновых функций как собственных функций ковариантного оператора  $\mu_z$ , который строится следующим образом:

$$\mu_z = m_f\Sigma_z - i\gamma_0\gamma_5[\boldsymbol{\Sigma} \times \mathbf{P}]_z. \quad (4)$$

Его можно получить непосредственно из введенного в [4] обобщенного оператора спина, являющегося тензором третьего ранга, который можно записать в координатном представлении следующим образом:

$$F_{\mu\nu\lambda} = -\frac{i}{2}(P_\lambda\gamma_0\sigma_{\mu\nu} + \gamma_0\sigma_{\mu\nu}P_\lambda), \quad (5)$$

где  $\sigma_{\mu\nu} = (\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)/2$ , и  $P_\lambda = i\partial_\lambda - e_f A_\lambda = (i\partial_0 - e_f A_0, -i\nabla - e_f \mathbf{A})$  – оператор обобщенного 4-импульса. Заметим, что в работе [4] ковариантные билинейные формы были построены из матриц Дирака в обкладках биспиноров  $\psi^\dagger$  и  $\psi$ , тогда как в современной литературе (см., например [20]) билинейные формы строятся из матриц Дирака в обкладках биспиноров  $\bar{\psi}$  и  $\psi$ . Из пространственных компонент  $F_{\mu\nu 0}$  оператора (5) можно построить следующий векторный оператор:

$$\mu_i = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} F_{jk0}, \quad (6)$$

где  $\varepsilon_{ijk}$  – тензор Леви-Чивита. Построенный таким образом объект (6) имеет смысл оператора поляризации [4, 13]. Его можно представить в виде:

$$\boldsymbol{\mu} = m_f \boldsymbol{\Sigma} + i\gamma_0\gamma_5[\boldsymbol{\Sigma} \times \mathbf{P}]. \quad (7)$$

В нерелятивистском пределе оператор (7), отнесенный к квадрату массы фермиона:  $\boldsymbol{\mu}/m_f^2$ , переходит в обычный оператор Паули для магнитного момента [21], который имеет явную физическую интерпретацию оператора спина.

Решения уравнения Дирака в представлении Джонсона и Липпмана широко используются в литературе (см., например, [22–27]). Однако эти функции обладают рядом недостатков, которые проявляются при расчете конкретных характеристик процессов с двумя и более вершинами. Так, лоренц-инвариантностью будет обладать только квадрат модуля амплитуды, просуммированный по всем поляризациям фермиона, а не парциальные вклады в него. Более того, как было показано в работах [28, 29], в области резонанса использование функций Джонсона и Липпмана приводит к относительной ошибке в расчетах физических величин порядка  $O(B/B_e)$  в древесном приближении и  $O[(B/B_e)^2]$  в следующих порядках разложения, что становится существенным при магнитарных магнитных полях.

С другой стороны, использование функций, предложенных Соколовым и Терновым, правильно описывает сечение процессов вблизи резонанса, а также

позволяет найти парциальные вклады в амплитуду каждого поляризационного состояния частиц в отдельности, которые будут иметь лоренц-инвариантную структуру. По этой причине далее в этом разделе приведем подробное их описание.

Уравнение для собственных функций оператора (4) имеет следующий вид:

$$\mu_z \Psi_{p,n}^s(X) = s M_n \Psi_{p,n}^s(X), \quad (8)$$

где квантовое число  $s = \pm 1$  определяет поляризационные состояния фермиона в постоянном однородном магнитном поле.

Как уже упоминалось во Введении, состояния фермиона квантуются по энергетическим состояниям, которые называются уровнями Ландау:

$$E_n = \sqrt{p_z^2 + M_n^2}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (9)$$

Здесь введено обозначение для эффективной массы фермиона в магнитном поле  $M_n = \sqrt{2\beta n + m_f^2}$ , где  $\beta = |e_f|B$ . Каждое состояние является бесконечно вырожденным по  $p_z$  и дважды вырожденным по  $s$ , кроме состояния  $n = 0$ , где возможно лишь состояние с  $s = -1$ . Решения уравнения Дирака (3) могут быть представлены следующим образом:

$$\Psi_{p,n}^s(X) = \frac{e^{-i(E_n X_0 - p_y X_2 - p_z X_3)} U_n^s(\xi)}{\sqrt{4E_n M_n (E_n + M_n)(M_n + m_f) L_y L_z}}, \quad (10)$$

где

$$\xi(X_1) = \sqrt{\beta} \left( X_1 - \eta \frac{p_y}{\beta} \right). \quad (11)$$

Далее, используя обозначение для определения знака заряда фермиона  $\eta = e_f/|e_f|$ , становится удобным представить биспиноры  $U_n^s(\xi)$  в виде отдельной суммы биспиноров соответствующих положительным и отрицательным зарядам  $U_{n,\eta}^s(\xi)$ :

$$U_n^s(\xi) = \frac{1 - \eta}{2} U_{n,-}^s(\xi) + \frac{1 + \eta}{2} U_{n,+}^s(\xi), \quad (12)$$

где

$$U_{n,-}^{-}(\xi) = \begin{pmatrix} -i\sqrt{2\beta n} p_z V_{n-1}(\xi) \\ (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_{n-1}(\xi) \\ -p_z(M_n + m_f)V_n(\xi) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$U_{n,-}^{+}(\xi) = \begin{pmatrix} (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n} p_z V_n(\xi) \\ p_z(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_n(\xi) \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$U_{n,+}^{-}(\xi) = \begin{pmatrix} i\sqrt{2\beta n} p_z V_n(\xi) \\ (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_n(\xi) \\ -p_z(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$U_{n,+}^{+}(\xi) = \begin{pmatrix} (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n} p_z V_{n-1}(\xi) \\ p_z(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_{n-1}(\xi) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$V_n(\xi)$  – нормированные функции гармонического осциллятора, которые следующим образом выражаются через полиномы Эрмита  $H_n(\xi)$  [30]:

$$V_n(\xi) = \frac{\beta^{1/4} e^{-\xi^2/2}}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(\xi). \quad (17)$$

## 2.2 Пропагатор фермиона во внешнем магнитном поле

При рассмотрении любого взаимодействия в квантовой теории поля предполагается, что между начальными и конечными состояниями существует обмен виртуальными частицами. "Виртуальность" частицы означает, что ее



энергия и импульс не связаны релятивистским соотношением (9). Промежуточное состояние в формализме собственного времени Фока [31] описывается уравнением Дирака с  $\delta$ -функцией в правой части:

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu + e_f A_\mu\gamma^\mu - m_f)S(X, X') = \delta(X - X'). \quad (18)$$

Его решение  $S(X, X')$  называется пропагатором. В этом разделе мы опишем представление пропагаторов фермионов во внешнем магнитном поле с учетом радиационных поправок к массовому оператору и покажем, как может реализовываться резонанс в квантовых процессах, содержащих фермионы в промежуточном состоянии.

Решения уравнения (18) имеют достаточно громоздкий вид. Поэтому удобно воспользоваться различными приближениями. В относительно сильных полях для частиц, обладающих высоким удельным зарядом,  $|e_f|/m_f$ , удобно рассматривать пропагатор в виде разложения по уровням Ландау:

$$S(X, X') = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=\pm 1} S_n^s(X, X'). \quad (19)$$

Для построения пропагатора можно воспользоваться полевыми операторами:

$$\Psi(X) = \sum_{n,p_y,p_z,s} (a_{n,p}^s \Psi_{n,p,+}^s(X) + b_{n,p}^{\dagger s} \Psi_{n,p,-}^s(X)), \quad (20)$$

где  $a$  – оператор уничтожения фермиона,  $b^\dagger$  – оператор рождения фермиона,  $\Psi_+$  и  $\Psi_-$  соответствуют решениям уравнения Дирака с положительной и отрицательной энергией соответственно. Стандартным образом пропагатор вычисляется как разность хронологически упорядоченного и нормально упорядоченного произведения полевых операторов:

$$S(X, X') = T(\Psi(X)\bar{\Psi}(X')) - \mathcal{N}(\Psi(X)\bar{\Psi}(X')). \quad (21)$$

Подставляя точные решения уравнения Дирака (10) и вводя для удобства новое обозначение:

$$\phi_{p,n}^s(X_1) = \frac{U_n^s[\xi(X_1)]}{\sqrt{2M_n(E_n + M_n)(M_n + m_f)}}, \quad (22)$$

где  $U_n^s$  определяется формулой (12), можно представить вклад в разложение пропагатора от уровня Ландау  $n$  и поляризационного состояния  $s$  следующим образом:

$$S_n^s(X, X') = \int \frac{dp_0 dp_y dp_z}{(2\pi)^3} \times \quad (23)$$

$$\times \frac{e^{-i p_0 (X_0 - X'_0) + i p_y (X_2 - X'_2) + i p_z (X_3 - X'_3)}}{p_0^2 - p_z^2 - M_n^2 - \mathcal{R}_\Sigma^s(p) + i \mathcal{I}_\Sigma^s(p)} \phi_{p,n}^s(X_1) \bar{\phi}_{p,n}^s(X'_1),$$

где  $\mathcal{R}_\Sigma^s(p)$  и  $\mathcal{I}_\Sigma^s(p)$  – реальная и мнимая части массового оператора фермиона. Для их получения требуется вычислить радиационные поправки к массе фермиона в замагниченной плазме. Реальная часть массового оператора  $\mathcal{R}_\Sigma^s(p)$  определяет изменение закона дисперсии фермиона в присутствии замагниченной плазмы. В слабых магнитных полях, где выполняется  $B \ll B_e$ , но среду ещё можно рассматривать как поведоминирующую, она определяется отношением [32]:

$$\mathcal{R}_\Sigma^s(p) = \frac{4\alpha m_f}{3\pi} \kappa^2 \left[ \ln \kappa^{-1} + C + \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{33}{16} \right], \quad \kappa \ll 1, \quad (24)$$

где  $C = 0.577\dots$  - постоянная Эйлера, динамический параметр  $\kappa$  вводится следующим образом:

$$\kappa = \frac{1}{m_f B_e} [-(F_{\mu\nu} p_\nu)^2]^{1/2}. \quad (25)$$

Для случая сильного магнитного поля,  $B \gtrsim B_e$ , без учета плазмы лидирующий вклад в сдвиг массы фермиона, находящегося на основном уровне Ландау, описывается квадратом логарифмической функции [33]:

$$\mathcal{R}_\Sigma^s(p) = \frac{\alpha}{4\pi} m_f \ln^2(2\beta/m_f^2). \quad (26)$$

Из (24) и (26) следует, что даже для достаточно больших значений магнитного поля вплоть до  $10^{16}$  Гс эта поправка к массе фермиона имеет величину порядка постоянной тонкой структуры  $\alpha$  [14, 15] и является несущественной.

Резонанс на виртуальном фермионе будет наблюдаться, когда в знаменателе пропагатора (23) реальная часть обращается в ноль. Тогда виртуальная

частица становится реальной, то есть приобретает определенный закон дисперсии (9). Анализ кинематики показывает, что это возможно только тогда, когда виртуальный фермион занимает один из высших уровней Ландау,  $n > 0$ . Частица при этом является нестабильной, и время ее жизни, в нерезонансной области предполагающееся бесконечно большим, определяется мнимой частью массового оператора,  $\mathcal{I}_\Sigma^s(p)$ , учет которой становится необходимым. Она может быть получена с помощью оптической теоремы и представлена в следующем виде [34, 35]:

$$\Im_\Sigma^s(p) = -\frac{1}{2} p_0 \Gamma_n^s, \quad (27)$$

где  $\Gamma_n^s$  – полная ширина поглощения фермиона, находящегося в поляризационном состоянии  $s$  и занимающего  $n$ -й уровень Ландау. Полная ширина изменения состояния фермиона может быть выражена через ширину рождения фермиона [36]:

$$\Gamma_n^s = \Gamma_n^{(abs)s} + \Gamma_n^{(cr)s} \simeq \Gamma_n^{(cr)s} \left[ 1 + e^{(E_n - \mu)/T} \right], \quad (28)$$

где  $\Gamma_n^{(abs)s}$  и  $\Gamma_n^{(cr)s}$  – ширины поглощения и рождения фермиона соответственно. Введенный таким образом пропагатор с учетом конечной ширины изменения состояния фермиона позволяет корректно рассчитывать сечения квантовых процессов в резонансной области.

### 3 Распространение радиации во внешнем магнитном поле

Распространение излучения в активной среде удобнее всего описывать в терминах собственных функций (задающих возможные поляризационные состояния) и собственных значений (определяющих дисперсионные свойства) поляризационного оператора фотона  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ , явный вид которого может быть получен из результатов работ [37–40]. Для начала построим базис из 4-векторов, по которому произведем разложение поляризационного оператора фотона. В

системе отсчета, в которой имеется только магнитное поле, напряженность которого направлена вдоль оси  $z$ , с помощью конструкций, построенных на обезразмеренном тензоре электромагнитного поля,  $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$ , и дуальном к нему,  $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\varphi^{\mu\nu}$ , можно ввести метрические тензоры:

$$\Lambda_{\alpha\beta} = (\varphi\varphi)_{\alpha\beta} = \text{diag}(0, 1, 1, 0), \quad \tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 0, 0, -1) \quad (29)$$

разбивающие четырехмерное пространство-время на ортогональные подпространства Евклида  $\{1, 2\}$  и Минковского  $\{0, 3\}$ , обозначенные символами  $\perp$  и  $\parallel$ , соответственно. Тогда для произвольных векторов имеем:

$$p_{\perp}^{\mu} = (0, p_1, p_2, 0), \quad p_{\parallel}^{\mu} = (p_0, 0, 0, p_3), \quad (30)$$

$$(pq)_{\perp} = (p\Lambda q) = p_1q_1 + p_2q_2, \quad (pq)_{\parallel} = (p\tilde{\Lambda}q) = p_0q_0 - p_3q_3.$$

В качестве базиса выберем собственные векторы поляризационного оператора в постоянном однородном магнитном поле [39]:

$$\begin{aligned} b_{\mu}^{(1)} &= (\varphi q)_{\mu}, & b_{\mu}^{(2)} &= (\tilde{\varphi} q)_{\mu}, \\ b_{\mu}^{(3)} &= q^2 (\Lambda q)_{\mu} - q_{\mu} q_{\perp}^2, & b_{\mu}^{(4)} &= q_{\mu}. \end{aligned} \quad (31)$$

При этом  $(b^{(1)}b^{*(1)}) = -q_{\perp}^2$ ,  $(b^{(2)}b^{*(2)}) = -q_{\parallel}^2$ ,  $(b^{(3)}b^{*(3)}) = -q^2q_{\parallel}^2q_{\perp}^2$ ,  $(b^{(4)}b^{*(4)}) = q^2$ .

В замагниченной плазме  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$  уже не будет диагональным в базисе из векторов (31), поэтому его удобно разложить по собственным векторам  $r_{\alpha}^{(\lambda)}$  в замагниченной плазме с соответствующими собственными значениями  $\mathcal{P}^{(\lambda)}$  [37, 41–43]:

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta} = \sum_{\lambda=1}^3 \mathcal{P}^{(\lambda)} \frac{r_{\alpha}^{(\lambda)}(r_{\beta}^{(\lambda)})^*}{(r^{(\lambda)})^2}, \quad r_{\beta}^{(\lambda)} = \sum_{i=1}^3 A_i^{(\lambda)} b_{\beta}^{(i)}, \quad (32)$$

где  $A_i^{(\lambda)}$  – некоторые комплексные коэффициенты.

При исследовании квантовых явлений в сильно замагниченной плазме, движущейся как целое вдоль магнитного поля со скоростью  $u_{\alpha}$ , можно рассмотреть ситуацию только магнитного поля без электрической составляю-

щей. В этом случае равновесная функция распределения электронов и позитронов плазмы, имеющая температуру  $T$  и химический потенциал  $\mu$  может быть записана в явном лоренц-инвариантном виде:

$$f_{\pm}(p) = \frac{1}{1 + \exp [((pu)_{\parallel} \pm \mu)/T]} , \quad (33)$$

$$(pu)_{\parallel} = Eu_0 - p_z u_z , \quad E = \sqrt{p_z^2 + m^2} .$$

Здесь верхний знак соответствует электронной, а нижний – позитронной компоненте плазмы.

С учетом этого замечания в случае сильно замагниченной плазмы, когда магнитное поле является наибольшим параметром задачи,  $\beta \gg m^2, \mu^2, T^2$ , используя результаты работ [37, 41, 42, 44] , можно получить следующее разложение поляризационного оператора по обратным степеням магнитного поля:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\alpha\beta} = & \sum_{\lambda} \mathcal{P}^{(\lambda)} \frac{r_{\alpha}^{(\lambda)} (r_{\beta}^{(\lambda)})^*}{(r^{(\lambda)})^2} \simeq -\frac{2\alpha}{\pi} \beta \mathcal{D} \frac{(\tilde{\varphi}q)_{\alpha} (\tilde{\varphi}q)_{\beta}}{q_{\parallel}^2} + \\ & + \frac{\alpha}{3\pi} (\varphi q)_{\alpha} (\varphi q)_{\beta} + \frac{i\alpha}{\pi} \Delta N [\varphi_{\alpha\beta} (qu) + (q\varphi)_{\alpha} u_{\beta} - (q\varphi)_{\beta} u_{\alpha}] + \\ & + \frac{\alpha}{3\pi} \mathcal{V} (q^2 g_{\alpha\beta} - q_{\alpha} q_{\beta}) + O\left(\frac{1}{\beta}\right) , \end{aligned} \quad (34)$$

где

$$\mathcal{D} = -\mathcal{J}_1(q_{\parallel}) - H \left( \frac{q_{\parallel}^2}{4m^2} \right) , \quad (35)$$

$$\mathcal{J}_1(q_{\parallel}) = 2q_{\parallel}^2 m^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E} \frac{f_{-}(p) + f_{+}(p)}{q_{\parallel}^4 - 4(pq)_{\parallel}^2} , \quad (36)$$

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{z(1-z)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{z}{1-z}} - 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad (37)$$

$$H(z) = -\frac{1}{2\sqrt{z(z-1)}} \ln \frac{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}} - 1 + \frac{i\pi}{2\sqrt{z(z-1)}}, \quad z > 1, \quad (38)$$

$$\Delta N = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E} (pu)_{\parallel} [f_{-}(p) - f_{+}(p)] = \frac{(2\pi)^2}{\beta} (n_{e-} - n_{e+}), \quad (39)$$

$n_{e-}$  ( $n_{e+}$ ) – концентрация электронов (позитронов) плазмы,

$$\mathcal{V} = \ln(B/B_e) - 1.792 + \frac{3}{2} \int_0^1 dx (1-x^2) \ln \left[ 1 - \frac{q^2}{4m^2} (1-x^2) \right]. \quad (40)$$

В данном обзоре рассматривается система покоя плазмы, так, что  $(pu)_{\parallel} = E$ . При этом в разложении собственных векторов  $r_{\alpha}^{(\lambda)}$  по обратным степеням поля для получения самосогласованных результатов оказывается необходимым учесть следующий порядок малости по  $1/\beta$ . С учетом этих замечаний получим:

$$r_{\alpha}^{(1,3)} = \left[ \mp \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} - q_{\perp}^2} \right] b_{\alpha}^{(1)} - i \frac{6\Delta N \omega}{q_{\parallel}^2} b_{\alpha}^{(3)} + \quad (41)$$

$$+ i \frac{\Delta N k_z q_{\perp}^2}{2\beta \mathcal{D} q_{\parallel}^2} \left[ \pm \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} + q_{\perp}^2} \right] b_{\alpha}^{(2)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right),$$

$$r_{\alpha}^{(2)} = b_{\alpha}^{(2)} - i \frac{\Delta N k_z}{2\beta \mathcal{D}} b_{\alpha}^{(1)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right). \quad (42)$$

Коэффициенты  $A_i^{(\lambda)}$  в разложении (32) с точностью до членов  $O(1/\beta^2)$

имеют вид:

$$\begin{aligned}
A_1^{(1,3)} &= \mp \sqrt{q_\perp^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q_\perp^2}{q_\parallel^2}} - q_\perp^2, \\
A_2^{(1,3)} &= i \frac{\Delta N k_z q_\perp^2}{2\beta \mathcal{D} q_\parallel^2} \left[ \pm \sqrt{q_\perp^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q_\perp^2}{q_\parallel^2}} + q_\perp^2 \right], \\
A_3^{(1,3)} &= -i \frac{6\Delta N \omega}{q_\parallel^2}, \quad A_1^{(2)} = -i \frac{\Delta N k_z}{2\beta \mathcal{D}}, \\
A_2^{(2)} &= 1, \quad A_3^{(2)} = 0.
\end{aligned} \tag{43}$$

Соответствующие собственные значения в приближениях  $O(1/\beta^2)$  для  $\mathcal{P}^{(1,3)}$  и  $O(1/\beta)$  для  $\mathcal{P}^{(2)}$  запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}^{(1,3)} &= \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + \frac{\alpha}{6\pi} \left[ \mp \sqrt{q_\perp^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q_\perp^2}{q_\parallel^2}} - q_\perp^2 \right] \times \\
&\times \left\{ 1 \mp \frac{3(\Delta N k_z)^2 q_\perp^2}{2\beta \mathcal{D} q_\parallel^2} \left[ q_\perp^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q_\perp^2}{q_\parallel^2} \right]^{-1/2} \right\} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right),
\end{aligned} \tag{44}$$

$$\mathcal{P}^{(2)} = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + \frac{2\alpha}{\pi} \beta \mathcal{D} + O\left(\frac{1}{\beta}\right). \tag{45}$$

Как видно из полученного результата, даже в приближении сильно замагниченной плазмы определение дисперсионных свойств фотонов для всех трех поляризаций представляет собой достаточно сложную задачу. Однако в предельном случае зарядово симметричной плазмы формулы (43) – (45) значительно упрощаются.

А именно, в случае зарядово симметричной плазмы  $\Delta N = 0$ , коэффициенты (43) примут вид:  $A_1^{(1)} = -2q_\perp^2$ ,  $A_2^{(2)} = 1$  (остальные коэффициенты равны нулю). Тогда, собственные векторы (41) – (42) и собственные значения (44) – (45) можно представить в виде:

$$r_\alpha^{(1)} = -2q_\perp^2 b_\alpha^{(1)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad r_\alpha^{(3)} = O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \tag{46}$$

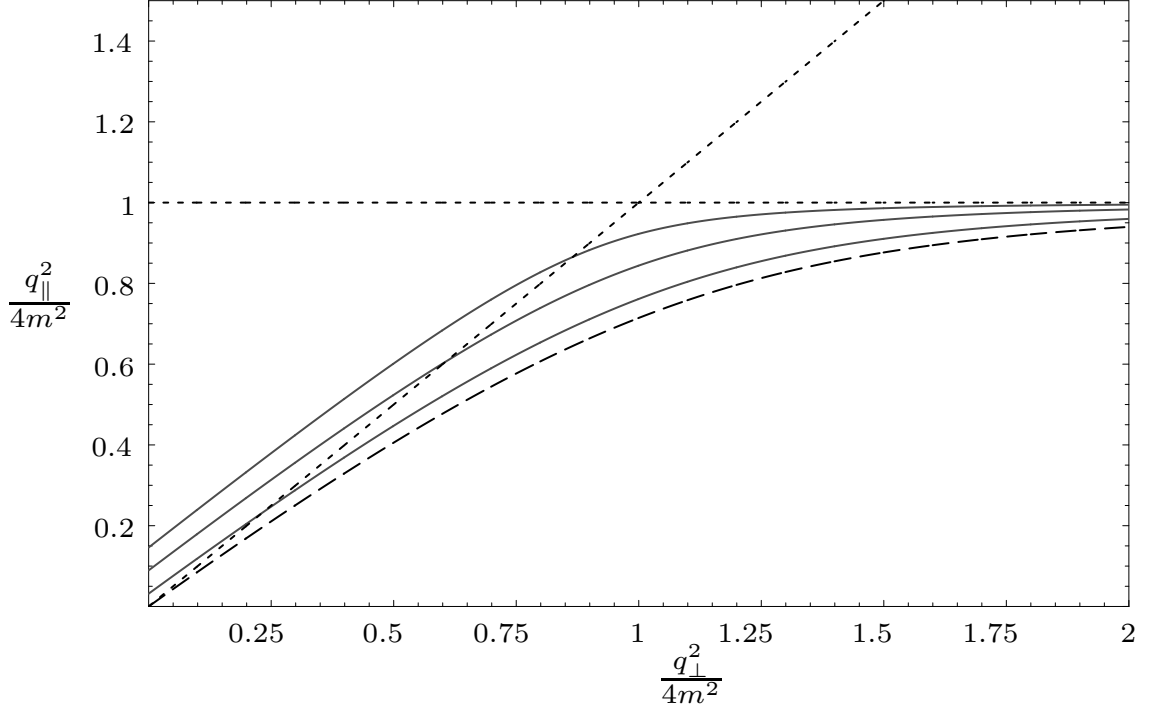


Рис. 1: Законы дисперсии фотона моды 2 в сильном магнитном поле  $B/B_e = 200$  и нейтральной плазме ( $\mu = 0$ ) для различных значений температуры:  $T = 1$  МэВ (верхняя кривая),  $T = 0.5$  МэВ (средняя кривая),  $T = 0.25$  МэВ (нижняя кривая). Дисперсия фотона без плазмы обозначена штриховой линией. Диагональная штриховая линия соответствует вакуумному закону дисперсии,  $q^2 = 0$ . Угол между импульсом фотона и направлением магнитного поля равен  $\pi/2$ .

$$r_{\alpha}^{(2)} = b_{\alpha}^{(2)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right). \quad (47)$$

$$\mathcal{P}^{(1)} = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} - \frac{\alpha}{3\pi} q_{\perp}^2 + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad (48)$$

$$\mathcal{P}^{(3)} = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad (49)$$

а собственное значение  $\mathcal{P}^{(2)}$  определяется формулой (45).

Нетрудно видеть, что полученные собственные векторы и собственные значения поляризационного оператора в зарядово симметричной плазме имеют тот же вид, что и в замагниченном вакууме<sup>2</sup>. Поэтому для фотонов, нахо-

<sup>2</sup>Под термином «замагниченный вакуум» понимается магнитное поле без плазмы.



дящихся в равновесии с плазмой, можно ввести два поляризационных состояния, определяемые векторами поляризации [45]

$$\varepsilon_{\alpha}^{(1)}(q) = \frac{(q\varphi)_{\alpha}}{\sqrt{q_{\perp}^2}}, \quad \varepsilon_{\alpha}^{(2)}(q) = \frac{(q\tilde{\varphi})_{\alpha}}{\sqrt{q_{\parallel}^2}}. \quad (50)$$

Здесь символы 1 и 2 соответствуют  $\parallel$  и  $\perp$  – поляризациям в чистом магнитном поле [46],  $X$  - и  $O$  - модам работы [47], и  $E$  - и  $O$  - модам в замагниченной плазме [2]. При этом вектор поляризации, соответствующий собственному значению  $\mathcal{P}^{(3)}$ , может быть устранен калибровочным преобразованием и поэтому не будет определять физическую моду фотона. Кроме того, в приближении  $O(1/\beta^2)$  закон дисперсии фотона моды 1 практически не отличается от вакуумного,  $q^2 \simeq 0$ . С другой стороны, дисперсионные свойства фотона моды 2 претерпевают существенные изменения даже по сравнению с замагниченным вакуумом и, следовательно, будут оказывать дополнительное влияние на кинематику процессов с участием фотонов этой моды.

На рис. 1 и 2 представлены законы дисперсии фотона моды 2, полученные в работе [45], как решения уравнения

$$q^2 - \mathcal{P}^{(2)} = 0 \quad (51)$$

в замагниченной плазме для различных значений температур, углов и импульса фотона. Как нетрудно видеть, в противоположность чистому магнитному полю, в плазме существует область с  $q^2 > 0$  ниже первого циклотронного резонанса, определяемого условием  $q_{\parallel}^2 = 0$ . Этот факт связан с появлением плазменной частоты в представлении реальных электронов и позитронов среды, которая может быть определена из уравнения

$$\omega_p^2 - \mathcal{P}^{(2)}(\omega_p, \mathbf{k} \rightarrow 0) = 0. \quad (52)$$

В результате может существенно измениться кинематика различных фотонных процессов. Например, наличие плазменной частоты приводит к возникновению порога для каналов рассеяния фотона моды 2 на электронах и

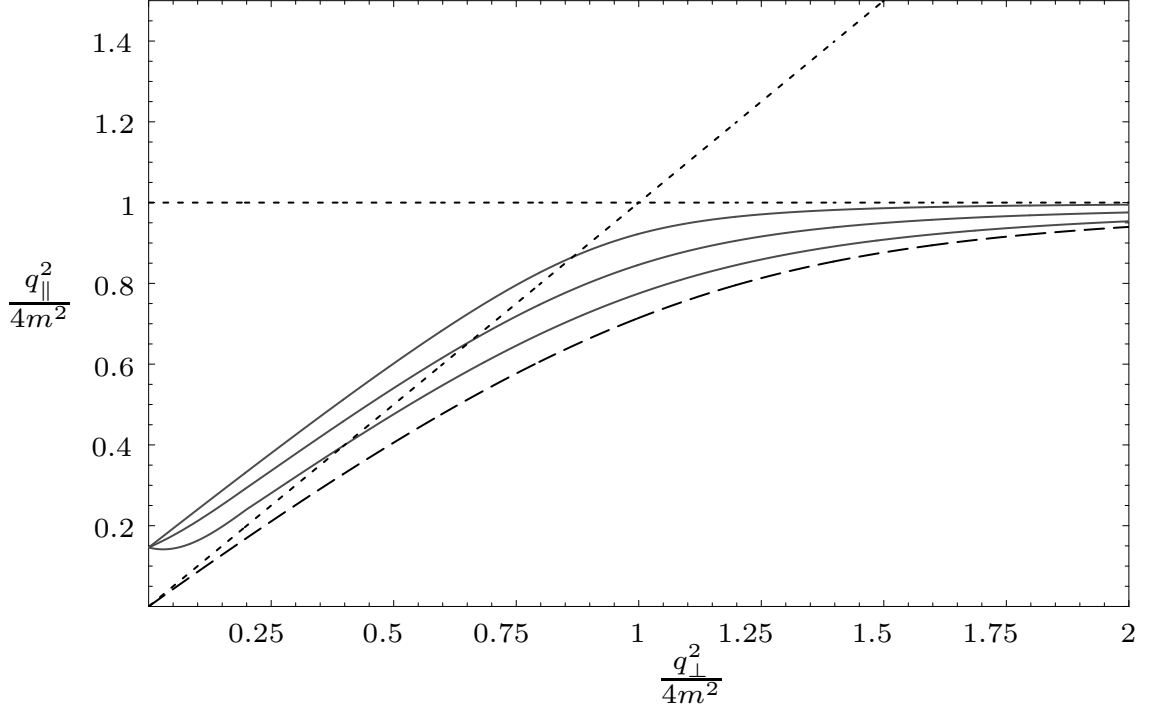


Рис. 2: Законы дисперсии фотона моды 2 в сильном магнитном поле  $B/B_e = 200$  и нейтральной плазме ( $T = 1\text{МэВ}$ ) для различных значений угла между импульсом фотона и направлением магнитного поля  $\theta = \pi/2$  (верхняя кривая),  $\theta = \pi/6$  (средняя кривая),  $\theta = \pi/12$  (нижняя кривая). Дисперсия фотона без плазмы обозначена штриховой линией. Диагональная штриховая линия соответствует вакуумному закону дисперсии,  $q^2 = 0$ .

позитронах плазмы,  $\gamma_2 e \rightarrow \gamma_1 e$ ,  $\gamma_2 e \rightarrow \gamma_2 e$ , который отсутствует в чистом магнитном поле. В то же время каналы расщепления  $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$  и  $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$ , разрешенные в магнитном поле, в этой области кинематически закрыты [48]. Кроме того, в этой области становится возможным новый канал расщепления фотона  $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1 \gamma_1$ , запрещенный в магнитном поле в отсутствие плазмы

Пропагатор фотона определяется решением следующего волнового уравнения:

$$(g_{\alpha\rho} \partial_\mu^2 - \partial_\alpha \partial_\rho) G^\rho{}_\beta(x) + \int d^4 x' \mathcal{P}_{\alpha\rho}^{(\lambda)}(x - x') G^\rho{}_\beta(x) = g_{\alpha\beta} \delta^4(x),$$

где  $\delta^4(x) = \delta(t)\delta(x)\delta(y)\delta(z)$ .

В координатном пространстве пропагатор фотона можно представить следующим образом:

$$G_{\mu\nu}(x) = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} G_{\mu\nu}(q) e^{-iqx}, \quad (53)$$

где

$$G_{\mu\nu}(q) = \sum_{\lambda=1}^3 \frac{b_{\mu}^{(\lambda)} b_{\nu}^{(\lambda)}}{(b^{(\lambda)})^2} \cdot \frac{1}{q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q)} \quad (54)$$

– фурье-образ пропагатора.

## 4 Резонанс на виртуальном электро́не (фермионе)

### 4.1 Комптоновское рассеяние

Интерес к изучению комптоновского рассеяния  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  в сильном магнитном поле первоначально был вызван неожиданным открытием циклотронных спектральных линий у двойных рентгеновских пульсаров [49–51], которые изначально интерпретировались либо как циклотронное поглощение, либо как циклотронное излучение [49]. Дальнейшее повышение разрешения детекторов по энергии позволило уверенно заключить, что циклотронные особенности связаны именно с резонансным поглощением фотона [52]. При этом под циклотронным резонансом обычно понимается резкое увеличение сечения рассеяния по сравнению с классическим томсоновским сечением  $\sigma_T = 8\pi\alpha^2/(3m^2)$ . В одной из первых работ по этой тематике [53] выражение для сечения комптоновского рассеяния в магнитном поле без плазмы было получено в нерелятивистском пределе, и для фотона, распространяющегося вдоль магнитного поля, в сечении был обнаружен резонансный пик при энергии:

$$\omega_B \simeq \frac{\beta}{m}. \quad (55)$$

Кроме того, в работе [53] также было показано, что сечение рассеяния фотона на электро́не значительно зависит как от поляризационного состояния фотона, так и от угла между направлением импульса начального фотона и направлением магнитного поля. В последовавшей за ней статье [54] исследовалось изменение частоты фотона в комптоновском процессе, кратное циклотронной частоте  $\omega_B$  (55). В следующих работах [55, 56] были получены результаты для полного сечения рассеяния фотона на электро́не с использованием формализма работы [53], которые будут справедливыми только для

относительно слабого магнитного поля  $B < 10^{12}$  Гс. Однако при значениях магнитного поля  $B > 10^{12}$  Гс, как было показано в работах [57, 58], учет релятивистских эффектов в сечении комптоновского рассеяния становится существенным.

В представленных выше работах предполагалось, что начальный и конечные электроны находятся на основном уровне Ландау, что является справедливым для предела сильного магнитного поля и/или низких температур  $T \ll m$  (см. Введение). В этом случае резонансный пик (55) смещается в область более низких энергий фотона, а кроме него возникает бесконечный ряд резонансных пиков, соответствующих разным уровням Ландау  $n$  виртуального электрона. Эти пики реализуются при энергиях фотона:

$$\omega_n(\theta) = \frac{\sqrt{m^2 + 2\beta n \sin^2 \theta} - m}{\sin^2 \theta}, \quad (56)$$

где  $\theta$  – угол между импульсом начального фотона и направлением магнитного поля.

С другой стороны, в результате комптоновского процесса могут возбуждаться высшие уровни Ландау начального электрона, что, в свою очередь, может выступать механизмом рождения фотонов малых энергий для магнитных полей  $B \lesssim B_e$  [59, 60]. В таком случае для произвольных уровней Ландау  $\ell$  начального электрона резонансные пики будут наблюдаться на энергиях:

$$\omega_{n\ell}(\theta) = \frac{\sqrt{M_\ell - \sin^2 \theta (M_\ell^2 - M_n^2)} - M_\ell}{\sin^2 \theta}, \quad (57)$$

где  $M_\ell = \sqrt{m^2 + 2\beta\ell}$ ,  $M_n = \sqrt{m^2 + 2\beta n}$  и т.п.

В рассмотренных выше работах сечение комптоновского рассеяния становится бесконечным при энергиях фотона, соответствующих циклотронным резонансам (56) вследствие предположения о большом времени жизни виртуальных частиц. По этой причине их результаты справедливы только для областей энергий фотона вдали от резонансов и могут быть применены, например, для моделирования излучения **замагниченной холодной плазмы вблизи по-**

верхности нейтронных звезд [61] или же для относительно слабых магнитных полей  $B \lesssim 10^{10}$  Гс [62].

С другой стороны, учет резонансов в комптоновском процессе является необходимым при моделировании спектров излучения сильно замагниченных нейтронных звезд [63–70]. Вблизи поверхности нейтронной звезды, где формируется излучение, резонансный обратный комптоновский процесс рассеяния фотонов малых энергий на высокоэнергетических электронах является доминирующим процессом, который приводит к охлаждению плазмы внутренней магнитосферы и образованию высокоэнергетического хвоста в спектре излучения [71–74].

Вблизи циклотронных резонансов для расчета сечения комптоновского рассеяния требуется учесть полную ширину изменения состояния электрона (см. приложение ??). В нерелятивистском пределе [53] присутствует лишь одна резонансная частота (56) и сечение рассеяния не зависит от поляризационного состояния электрона (или его спинового состояния), поэтому ввести полную ширину относительно просто [75]. Однако в сильных магнитных полях  $B \gtrsim B_e$  и при высоких энергиях частиц требуется учитывать релятивистские поправки, что приводит к тому, что выражение для сечения становится очень громоздким, поскольку оно имеет бесконечное число резонансов (57), содержащихся в сумме по всем промежуточным виртуальным состояниям.

Изначально для учета конечных резонансных пиков использовались усредненные по ширине распадения промежуточного состояния [25]. Как было указано в работе [29], такой подход не является точным, поскольку усреднение по ширине некорректно учитывает спиновую зависимость времени распада виртуального электрона, что приводит к неверному значению сечения комптоновского рассеяния в точке резонанса. Этот недостаток был устранен в работе [47], где представлено сечение рассеяния процесса  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  с учетом ширины распада виртуальных промежуточных состояний, которая зависит от поляризационного состояния электрона. Однако полное сечение комптонов-

ского рассеяния, полученное таким методом, представляет собой громоздкое выражение, что, например, затрудняет его использование в моделях переноса излучения.

В ряде случаев выражение сечения рассеяния можно упростить для получения аналитического решения различных задач. Так, в работе [25] была использована аппроксимация сечения рассеяния с учетом резонанса в ультррелятивистском пределе для случая относительно сильного магнитного поля  $B > 0.1B_e$ . В точке циклотронного резонанса виртуальный электрон становится реальным и распадается на масштабе комптоновского времени, поэтому вероятность комптоновского рассеяния сводится к вероятности однократного процесса поглощения фотона электроном  $\gamma e \rightarrow e$ . В работе [23] исследовался вопрос аппроксимации комптоновского сечения с помощью однократного процесса поглощения фотона электроном для магнитных полей  $B \sim 0.1B_e$ . Различие между однократным процессом поглощения и комптоновским рассеянием становится существенным на высших циклотронных резонансах из-за нерезонансного вклада. Еще один подход рассмотрен в работе [76], он заключается в том, что пропагатор виртуального электрона можно заменить на дельта-функцию, когда основной вклад в сечение рассеяния будут давать области вблизи резонансов (приближение узкого пика).

Далее рассмотрим получение сечения рассеяния комптоновского процесса в случае узкого резонансного пика. Для решения задачи построения коэффициента поглощения фотона рассмотрим эффективный лагранжиан, описывающий обширный класс взаимодействий фермиона  $f$  с обобщенными токами  $j$  [77]:

$$\mathcal{L}(x) = \sum_k g_k [\bar{\psi}_f(x) \Gamma_k \psi_f(x)] J_k(x), \quad (58)$$

где  $\psi_f(x)$  – операторы фермионного поля, а индекс  $k = S, P, V, A$  соответствует скалярным, псевдоскалярным, векторным и аксиальным вершинам с матрицами  $\Gamma_k$ :  $\Gamma_S = 1$ ,  $\Gamma_P = \gamma_5$ ,  $\Gamma_V = \gamma_\alpha$ ,  $\Gamma_A = \gamma_\alpha \gamma_5$ , соответствующим операторам обобщенных токов  $J_k(x)$  ( $J_S$ ,  $J_P$ ,  $J_{V\alpha}$  или  $J_{A\alpha}$ ), а также константам

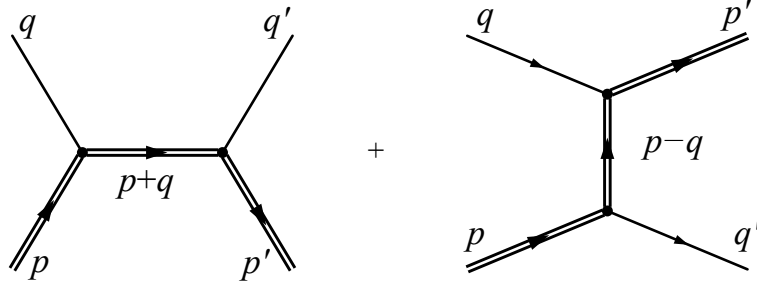


Рис. 3: Диаграммы Фейнмана для реакции  $\gamma e \rightarrow \gamma' e'$ . Двойные линии означают, что влияние внешнего поля на начальное и конечное состояния фермионов и на фермионный пропагатор учтено точно.

взаимодействия  $g_k$ .

В частности, лагранжиан электромагнитного взаимодействия может быть представлен в виде:

$$\mathcal{L}(X) = -e[\bar{\psi}_f(X)\gamma^\mu A_\mu^{(\lambda)}(X)\psi_f(X)]; \quad (59)$$

Комптоновский процесс в древесном приближении описывается диаграммами Фейнмана, представленными на рис. 3. Соответствующий  $S$ -матричный элемент рассеяния фотона поляризации  $\lambda$  на электроне с рождением электрона и фотона поляризации  $\lambda'$ , с учетом лагранжиана (59) может быть представлен в виде:

$$\begin{aligned} S_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e'}^{s's} &= -e^2 \int d^4X d^4Y A_\mu^{(\lambda)}(X) A_{\mu'}^{(\lambda')}(Y) \left[ \bar{\Psi}_{p',\ell'}^{s'}(Y) \gamma_{\mu'} S(Y, X) \gamma_\mu \Psi_{p,\ell}^s(X) \right] + \\ &+ (A_\mu^{(\lambda)}, \gamma_\mu \leftrightarrow A_{\mu'}^{(\lambda')}, \gamma_{\mu'}). \end{aligned} \quad (60)$$

Здесь  $p^\mu = (E_\ell, \mathbf{p})$  и  $p'^\mu = (E_{\ell'}, \mathbf{p}')$  - четырехмерные векторы энергии-импульса начального и конечного электрона, находящихся на уровнях Ландау  $\ell$  и  $\ell'$  соответственно,  $\Psi_{p,\ell}^s(X)$  - волновые функции электронов в присутствии внешнего магнитного поля (10),  $s$  и  $s'$  обозначают поляризационные состояния начального и конечного электрона соответственно,  $S(Y, X)$  - пропагатор электрона во внешнем магнитном поле (см. приложение (23).

Волновые функции фотона  $A_\mu^{(\lambda)}(X)$  и  $A_{\mu'}^{(\lambda')}(Y)$ , в свою очередь, удобно

представить в виде плосковолновых решений с амплитудами  $\varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q)$  и  $\varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q')$ :

$$A_\mu^{(\lambda)}(X) = \frac{e^{-i(qX)}}{\sqrt{2q_0V}} \varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q), \quad q^\alpha = (q_0, \mathbf{q}), \quad (61)$$

$$A_{\mu'}^{(\lambda')}(Y) = \frac{e^{i(q'Y)}}{\sqrt{2q'_0V}} \varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q'), \quad q'^\alpha = (q'_0, \mathbf{q}'), \quad (62)$$

где  $V = L_x L_y L_z$  – нормировочный объем.

С учетом этих замечаний, подставим решения (10), фурье-образы волновых функций фотонов (61), пропагатор (23) в (60). Проинтегрировав полученный результат по  $dX_0 dX_2 dX_3$  и  $dY_0 dY_2 dY_3$ , представим  $S$ -матричный элемент в следующем виде:

$$\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e}^{s's} = \frac{i(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p' - q')}{\sqrt{2q_0V 2q'_0V 2E_\ell L_y L_z 2E_{\ell'} L_y L_z}} \mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e'}^{s's}, \quad (63)$$

где  $\delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p' - q') = \delta(P_0 - E_{\ell'} - q'_0) \delta(P_y - p'_y - q'_y) \delta(P_z - p'_z - q'_z)$ ,

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's} &\simeq i e^2 \varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q') \varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s''} \int dX_1 dY_1 e^{-iX_1 q_x + iY_1 q'_x} \times \\ &\times \frac{\bar{\phi}_{p',\ell'}^{s'}(Y_1) \gamma_{\mu'} \phi_{P,n}^{s''}(Y_1) \bar{\phi}_{P,n}^{s''}(X_1) \gamma_\mu \phi_{p,\ell}^s(X_1)}{P_\parallel^2 - M_n^2 + i P_0 \Gamma_n^{s''}/2} + \\ &+ (\varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q), \gamma_\mu, P, q \leftrightarrow \varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q'), \gamma_{\mu'}, P', -q'), \end{aligned} \quad (64)$$

$$P_\alpha = (p + q)_\alpha, \quad P'_\alpha = (p - q')_\alpha, \quad \alpha = 0, 2, 3.$$

Обсудим, при каких условиях амплитуда (64) будет иметь резонансный характер. Если выполняется условие  $\ell, \ell' \geq n$ , то в этом случае у пропагатора фермиона существуют полюс, соответствующий тому, что виртуальная частица становится реальной, то есть выполняется равенство  $P_\parallel^2 - M_n^2 = 0$ . При условии  $\ell, \ell' < n$  полюса, отвечающие за резонансы в пропагаторе, отсутствуют и резонанс на виртуальном фермионе не наблюдается. Кроме того,



кинематический анализ показывает, что вблизи первых циклотронных резонансов основной вклад в амплитуду комптоновского процесса  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  будет давать только первая (т.н. s-канальная) диаграмма.

Согласно [36], полную ширину изменения состояния электрона  $\Gamma_n^{s''}$  можно представить в виде суммы ширин поглощения,  $\Gamma_n^{(abs) s''}$ , и рождения,  $\Gamma_n^{(cr) s''}$ , электрона следующим образом:

$$\Gamma_n^{s''} = \Gamma_n^{(abs) s''} + \Gamma_n^{(cr) s''} \simeq \Gamma_{e_n \rightarrow e_{\ell'} \gamma}^{(abs) s''} \left[ 1 + e^{-(E_n'' - \mu)/T} \right], \quad (65)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_{e_n \rightarrow e_{\ell'} \gamma}^{(abs) s''} &= \sum_{\ell'=0}^{n-1} \sum_{s'=\pm 1} \sum_{\lambda'} \int \frac{dp'_y dp'_z L_y L_z}{(2\pi)^2} [1 - f_-(E_{\ell'}')] \times \\ &\times \frac{d^3 q' V}{(2\pi)^3} (1 + f_{\omega'}) \frac{|\mathcal{S}_{e_n \rightarrow e_{\ell'} \gamma^{(\lambda')}}^{s' s''}|^2}{\tau} \end{aligned} \quad (66)$$

– ширина поглощения электрона в процессе  $e_n \rightarrow e_{\ell'} \gamma$ .

Как было показано в работе [78], в случае, когда ширина поглощения электрона  $\Gamma_n$  достаточно мала, то амплитуда комптоновского процесса факторизуется двумя одновершинными процессами. Этот факт даёт возможность значительно упростить вычисление сечения, что приводит, например, к возможности построения аналитического решения уравнения переноса. Кратко опишем этот метод ниже. Действительно, в области резонанса, где выполняется условие  $P_0 \Gamma_n^{s''} \ll |P_{\parallel}^2 - M_n^2|$  соответствующая часть в (64) может быть заменена  $\delta$ -функцией:

$$\left| \frac{1}{P_{\parallel}^2 - M_n^2 - i P_0 \Gamma_n^{s''}/2} \right|^2 \simeq \frac{2\pi}{P_0 \Gamma_n^{s''}} \delta(P_{\parallel}^2 - M_n^2).$$

В таком случае квадрат парциальной амплитуды будет выглядеть следующим образом

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)} e_{\ell} \rightarrow \gamma^{(\lambda')} e_{\ell'}}^{s' s}|^2 &\simeq \sum_{s''=\pm 1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi}{P_0 \Gamma_n^{s''}} \delta(P_{\parallel}^2 - M_n^2) \times \\ &\times \left| \int dX_1 dY_1 \bar{\phi}_{p' \ell'}^{s'}(Y_1) \phi_{P, n}^{s''}(Y_1) \bar{\phi}_{P, n}^{s''}(X_1) \phi_{p \ell}^s(X_1) \right|^2. \end{aligned} \quad (67)$$

С учетом (67) квадрат  $S$ -матричного элемента процесса  $jf \rightarrow j'f'$  факторизуется двумя одновершинными подпроцессами

$$\sum_{s,s'=\pm 1} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's}|^2}{\tau} = \sum_{s,s',s''=\pm 1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p' - q')}{2q_0 L_x 2q'_0 V 2E_\ell L_y L_z 2E'_{\ell'} L_y L_z} \times$$

$$\times \int \frac{dp_y'' dp_z''}{(2E_n'')^2 (2\pi)^2 \Gamma_n^{s''}} (2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'') |\mathcal{M}_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's''}|^2 |\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}|^2. \quad (68)$$

Здесь мы воспользовались свойством  $\delta$ -функции:

$$\delta(P_\parallel^2 - M_n^2) = \frac{1}{2E_n''} \delta(P_0 - E_n''), \quad (69)$$

где  $E_n'' = \sqrt{p_z''^2 + M_n^2}$ .

Если теперь ввести  $S$ -матричный элемент поглощения электрона следующим образом

$$\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s} = \frac{i(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'')}{\sqrt{2q_0 V 2E_\ell L_y L_z 2E_n'' L_y L_z}} \mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}, \quad (70)$$

с учетом того, что

$$\left| \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'') \right|^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'') \tau L_y L_z, \quad (71)$$

нетрудно видеть, что выражение (68) можно представить в факторизованном виде:

$$\sum_{s,s'=\pm 1} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's}|^2}{\tau} = \sum_{s,s',s''=\pm 1} \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{dp_y'' dp_z''}{(2\pi)^2 \Gamma_n^{s''}} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}|^2}{\tau} \frac{|\mathcal{S}_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's''}|^2}{\tau}. \quad (72)$$

Здесь соответствующая амплитуда  $\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}$  одновершинного процесса записывается следующим образом:

$$\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s} = \frac{\exp[-iq_x(p_y + p_y'')/(2\beta)]}{\sqrt{M_\ell M_n (M_\ell + m)(M_n + m)}} \left[ \frac{q_y + iq_x}{\sqrt{q_\perp^2}} \right]^{n-\ell} \mathcal{T}_V^{s''s}, \quad (73)$$

$S$ -матричный элемент для процесса рождения фотона  $\gamma \rightarrow e\gamma$  может быть получен из матричного элемента процесса поглощения фотона следующим образом  $S_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}} = S_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}(q \rightarrow q', E_\ell \rightarrow E'_{\ell'})$ .

мб добавить их в приложение? Таким образом, для получения амплитуды комптоновского процесса вблизи резонанса в случае узкого пика, достаточно вычислить величины  $\mathcal{T}_V^{s''s}$ , которые были представлены в работе [78] для вершин скалярного, псевдоскалярного, векторного и аксиально-векторного типов. Они выражаются через лоренц-коварианты и инварианты в подпространстве  $\{0, 3\}$ :

$$\mathcal{K}_{1\alpha} = \sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\Lambda}p'') + M_\ell M_n}} \left\{ M_\ell (\tilde{\Lambda}p'')_\alpha + M_n (\tilde{\Lambda}p)_\alpha \right\}, \quad (74)$$

$$\mathcal{K}_{2\alpha} = \sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\Lambda}p'') + M_\ell M_n}} \left\{ M_\ell (\tilde{\varphi}p'')_\alpha + M_n (\tilde{\varphi}p)_\alpha \right\}, \quad (75)$$

$$\mathcal{K}_3 = \sqrt{2 \left[ (p\tilde{\Lambda}p'') + M_\ell M_n \right]}, \quad (76)$$

$$\mathcal{K}_4 = -\sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\Lambda}p'') + M_\ell M_n}} (p\tilde{\varphi}p''). \quad (77)$$

При вычислениях было использовано соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int dZ e^{-Z^2} H_n \left( Z + \frac{q_y + iq_x}{2\sqrt{\beta}} \right) H_\ell \left( Z - \frac{q_y - iq_x}{2\sqrt{\beta}} \right) = \\ = 2^{(n+\ell)/2} \sqrt{n! \ell!} \left[ \frac{q_y + iq_x}{\sqrt{q_\perp^2}} \right]^{n-\ell} e^{q_\perp^2/(4\beta)} \mathcal{I}_{n,\ell} \left( \frac{q_\perp^2}{2\beta} \right), \end{aligned}$$

где для  $n \geq \ell$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{n,\ell}(x) &= \sqrt{\frac{\ell!}{n!}} e^{-x/2} x^{(n-\ell)/2} L_\ell^{n-\ell}(x), \\ \mathcal{I}_{\ell,n}(x) &= (-1)^{n-\ell} \mathcal{I}_{n,\ell}(x), \end{aligned} \quad (78)$$

и  $L_n^k(x)$  – обобщенные полиномы Лагерра [30]. Далее в работе будет использовано обозначение  $\mathcal{I}_{n,\ell} \equiv \mathcal{I}_{n,\ell} \left( \frac{q_\perp^2}{2\beta} \right)$  и для определенности рассматриваются электроны, для которых знак заряда  $\eta = -1$ .

Для астрофизических приложений полученных результатов удобно вместо сечения использовать коэффициент поглощения фотона – вероятность перехода фотона в другое состояние за счёт тех или иных процессов, который для комптоновского процесса был определен, например, в работе [45]:

$$W_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e} = \frac{\beta}{16(2\pi)^4 \omega_\lambda} \int |\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s''s}|^2 \times \quad (79)$$

$$\times f_E [1 - f_{E'}] (1 + f_{\omega'}) \delta(\omega_\lambda(\mathbf{k}) + E - \omega_{\lambda'}(\mathbf{k}') - E') \frac{dp_z d^3k'}{EE'\omega_{\lambda'}},$$

где  $f_E = (1 + \exp[E/T])^{-1}$  – равновесная функция распределения электронов с температурой  $T$  и нулевым химическим потенциалом,  $f_\omega = (\exp[E/T] - 1)^{-1}$  – равновесная функция распределения фотонов. С помощью коэффициента поглощения удобно, например, вычислять длину свободного пробега  $\ell_\lambda = W_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}^{-1}$ , а дифференциальный коэффициент поглощения входит в уравнение Больцмана.

Подставляя факторизованные квадраты амплитуд (67) с учетом (68)–(73) в выражение (79), суммируя по поляризационным состояниям конечного электрона и фотона и проводя несложное интегрирование, получим:

$$W_{\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{\alpha\beta}{2\omega} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{f_-(E_\ell^\epsilon)[1 - f_-(E_\ell^\epsilon + \omega)]}{\sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2}} \times \quad (80)$$

$$\times \left\{ [2\beta(n + \ell) - q_\parallel^2] (\mathcal{I}_{n,\ell-1}^2 + \mathcal{I}_{n-1,\ell}^2) - 8\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{I}_{n,\ell-1} \mathcal{I}_{n-1,\ell} \right\},$$

$$W_{\gamma^{(2)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{\alpha\beta}{2\omega} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{f_-(E_\ell^\epsilon)[1 - f_-(E_\ell^\epsilon + \omega)]}{\sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2}} \times \quad (81)$$

$$\times \left\{ \left[ \frac{(2\beta(n - \ell))^2}{q_\parallel^2} - 2\beta(n + \ell) - 4m^2 \right] (\mathcal{I}_{n,\ell}^2 + \mathcal{I}_{n-1,\ell-1}^2) - \right.$$

$$\left. - 8\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{I}_{n,\ell} \mathcal{I}_{n-1,\ell-1} \right\},$$

где

$$E_\ell^\epsilon = \frac{1}{2q_\parallel^2} \left[ \omega (M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2) + \epsilon k_z \sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2} \right].$$

В (80) и (81) суммирование по  $n$  ограничено согласно закону сохранения энергии и импульса следующим образом:

$$n_0 = \ell + \left[ \frac{q_\parallel^2 + 2M_\ell \sqrt{q_\parallel^2}}{2\beta} \right], \quad (82)$$

где  $[x]$  – целая часть числа  $x$ .

С дифференциальным сечением рассеяния коэффициент поглощения связан следующим образом [79]

$$d\sigma_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{dW_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}}{j}, \quad (83)$$

где  $j = |(pq)_\parallel|/(E\omega V)$  – плотность потока падающих частиц в продольном по отношению к магнитному полю подпространстве. В работах [23, 47, 80] исследовался процесс комптоновского рассеяния в замагниченной плазме при ненулевых температурах и магнитных полях, характерных для магнитосфер радиопульсаров и магнитаров  $10^{12} - 10^{15}$  Гс. В данных работах рассчитано сечение рассеяния при условии, что начальный и конечный электроны находятся на основном уровне Ландау. При расчетах учитывался резонанс на виртуальном электроне с конечной шириной, полученной с использованием корректных решений уравнения Дирака (10).

В данных работах сечение интегрируется по импульсам начального электрона в системе покоя плазмы с нормированной функцией распределения  $\bar{f}_{n,s}(p_z)$ :

$$\sigma_\lambda^* = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}_{n,s}(p_z) d\sigma_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}, \quad (84)$$

где

$$d\sigma_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{dW_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}}{j}, \quad (85)$$

$j = |(pq)_\parallel|/(E\omega V)$  – плотность потока падающих частиц в продольном по отношению к магнитному полю подпространстве. Исходя из нормировки функции распределения:

$$\sum_{n,s} \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \bar{f}_{n,s}(p_z) = 1, \quad (86)$$

представим её в виде:

$$\bar{f}_{n,s}(p_z) = \frac{\beta}{(2\pi)^2 n_e} \frac{1}{e^{E_n/T} + 1}, \quad (87)$$

где

$$n_e = \frac{\beta}{(2\pi)^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2 - \delta_{\ell,0}) \int_{-\infty}^{\infty} dp_z f_-(E_\ell) \quad (88)$$

– концентрация электронов во внешнем магнитном поле.

С учетом (84) – (88) дифференциальное сечение рассеяния, просуммированное по поляризациям конечного фотона, может быть выражена через дифференциальный коэффициент поглощения:

$$d\sigma_\lambda^* = \frac{E\omega}{(pq)_\parallel} \frac{1}{n_e} dW_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}. \quad (89)$$

Следует отметить, что для дифференциального коэффициента поглощения, будучи проинтегрировано по импульсам начального электрона, в нерелятивистском пределе переходит в известное классическое соотношение [21]:

$$W_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{1}{\ell_\lambda} = n_e \sigma_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}. \quad (90)$$

Согласно рисунку ?? раздела ?? для рассматриваемых параметров магнитного поля и плазмы, можно считать, что закон дисперсии как моды 1, так и моды 2, в пренебрежении  $\omega_{pl}$ , мало отличается от вакуумного за исключением точек резонансов. В таком случае параллельную магнитному полю компоненту импульса фотона можно положить  $q_z \simeq \omega \sin \theta$ , где  $\theta$  – угол между импульсом фотона и направлением магнитного поля. Как уже отмечалось в разделе ??, перенормировка волновых функций фотонов становится существенной вблизи циклотронных резонансов  $q_{\parallel}^2 \simeq (M_n + M_{\ell})^2$ , однако, как показывает анализ, при значении магнитного поля  $B \simeq 10^{12}$  Гс она становится несущественной так, что  $Z_{1,2} \simeq 1$ .

Сравнительный анализ усредненного сечения по поляризациям конечного фотона  $\sigma^*/\sigma_T$  с результатами работы [23] для различных значений магнитного поля ( $B = 0.039B_e \simeq 1.7 \times 10^{12}$  Гс и  $B = 0.23B_e = 10^{13}$  Гс) и температур ( $T = 5$  кэВ и  $T = 50$  кэВ) представлен на рис. 4. Полученные результаты показывают, что дельта-функциональное приближение достаточно хорошо описывает резонансные пики. В области резонанса сечение комптоновского рассеяния ожидаемо превышает сечение с учетом конечной ширины, так как знаменатель пропагатора электрона во всей резонансной области при дельта-функциональном приближении всегда дает максимальный вклад в интеграл. С увеличением температуры, помимо уширения резонансных пиков, также наблюдается уменьшение точности дельта-функционального приближения особенно для малых углов между направлением распространения фотона и магнитного поля. При уменьшении магнитного поля наблюдается смещение резонансных пиков, согласно формуле 56, а также их сужение при сохранении формы.

Представляет интерес исследовать сечение рассеяния с учетом того, что конечный электрон может занимать произвольный уровень Ландау. Для температуры  $T = 5$  кэВ можно уверенно предполагать, что начальные электроны занимают основной уровень Ландау, так как они практически не вносят вклад в сечение рассеяния. С другой стороны, при температуре  $T = 50$

кэВ, как показано на рисунках 5, сечение в области резонанса увеличивается и ширина резонанного пика возрастает. Также в сечении присутствуют узкие максимумы, известные в литературе, соответствующие энергиям  $\omega_{n\ell} = (M_n - M_\ell)/\sin\theta$ , которые наиболее ярко проявляются для фотонов, распространяющихся поперек магнитного поля, но вносят малый вклад в интегральные величины.



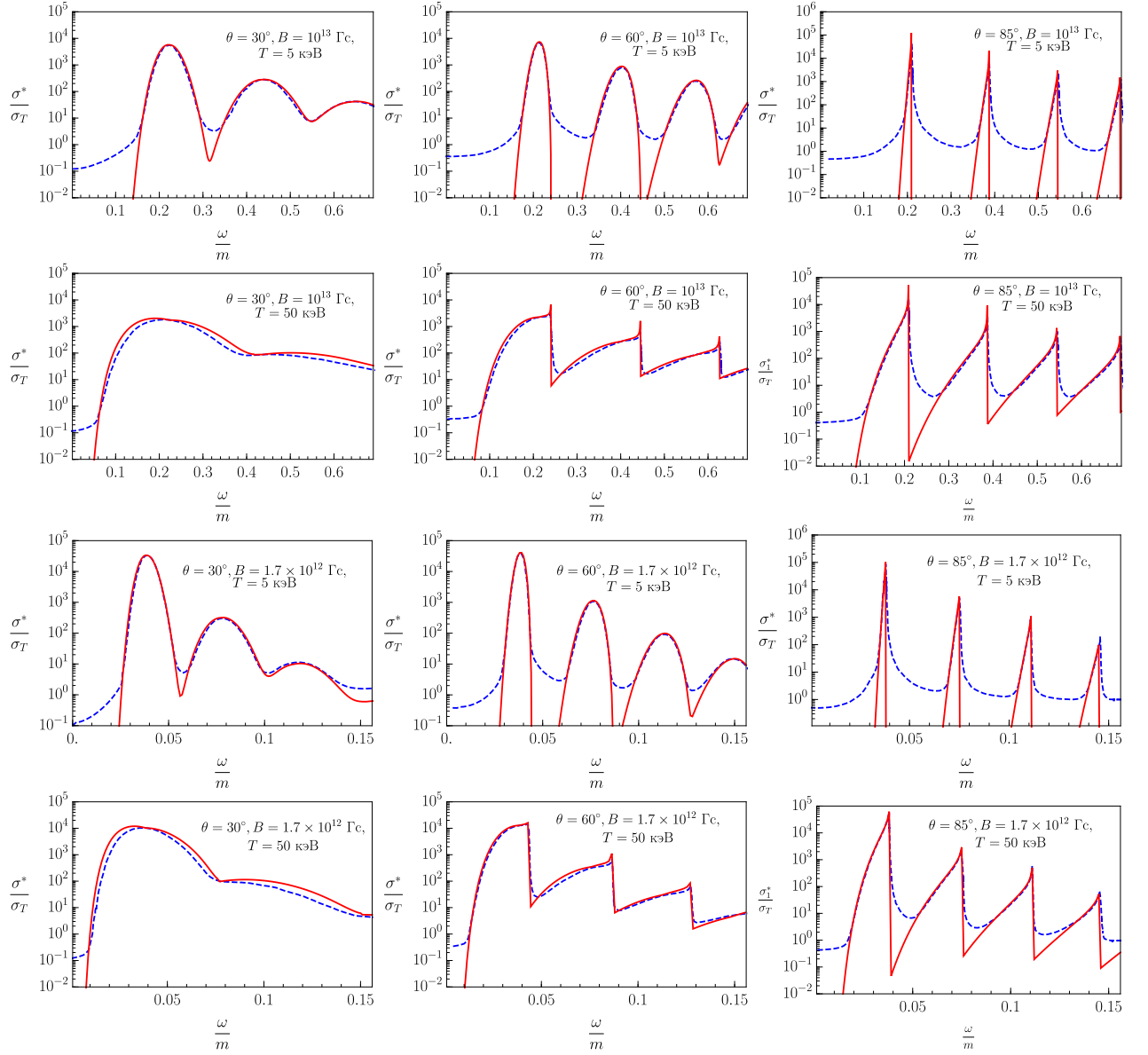


Рис. 4: Сечения (в единицах  $\sigma_T$ ), усредненного по поляризациям начального фотона,  $e\gamma^{(2)} \rightarrow e\gamma$ , полученном в работе [23] (пунктирная линия) и  $\delta$ -функциональном приближении (сплошная линия) для различных углов  $\theta$  между импульсом фотона и направлением магнитного поля. Все начальные и конечные электроны находятся на основном уровне Ландау.

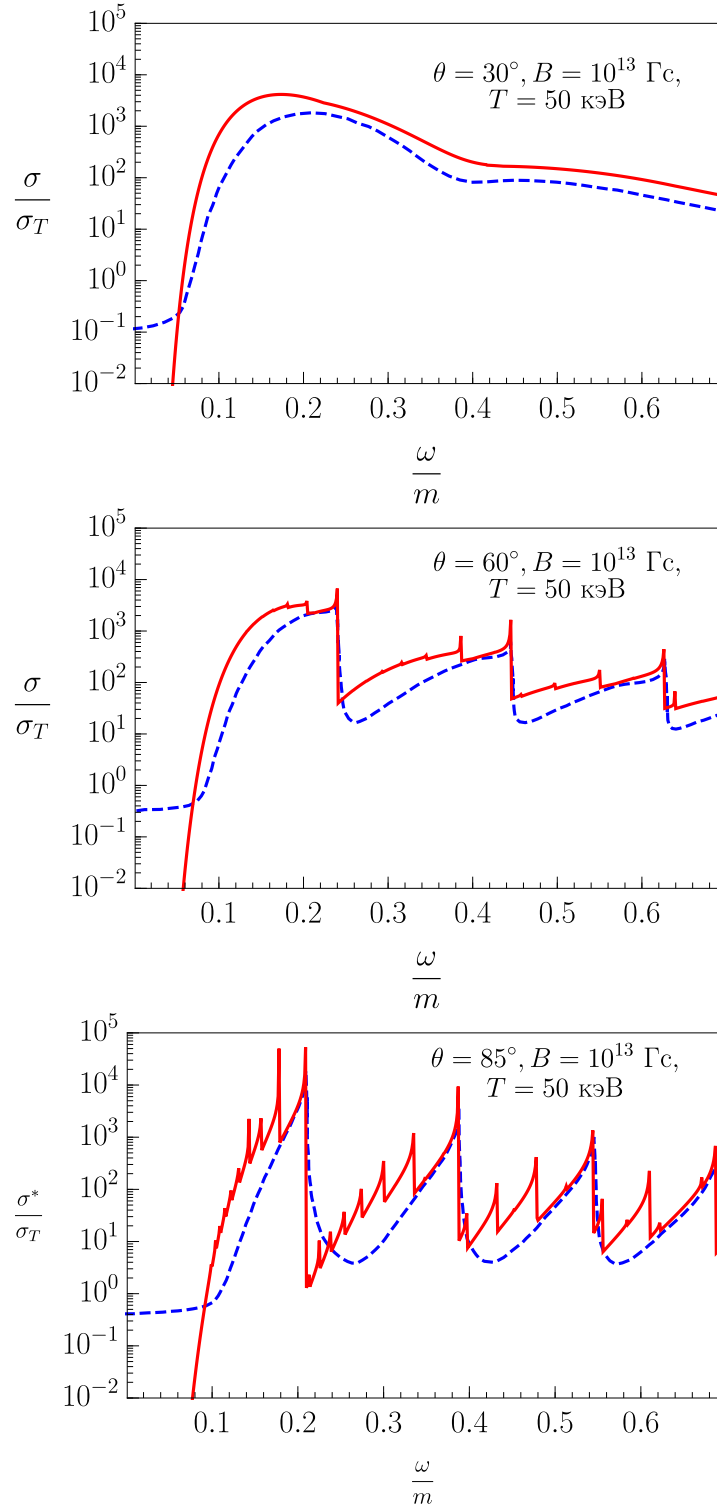


Рис. 5: Сечения (в единицах  $\sigma_T$ ), усредненного по поляризациям начального фотона и по поляризациям начального электрона,  $e\gamma^{(2)} \rightarrow e\gamma$ , полученном в работе [23] (пунктирная линия) и  $\delta$ -функциональном приближении (сплошная линия) для различных углов  $\theta$  между импульсом фотона и направлением магнитного поля. По начальным электронам взято значение температуры  $T = 50 \text{ кэВ}$ , а магнитного поля –  $B = 10^{13} \text{ Гс}$ .

Численное значение сечения с учетом конечной ширины, которое было взято напрямую из результатов работы [47], имеет завышенное значения на всей области энергий фотонов (см. рис. 6–7). Используя выражение, полученное в этой работе, сечение комптоновского рассеяния было вычислено в [80], при этом полученные численные результаты в [80] совпадают с результатами, представленными в настоящей диссертации. Это может быть связано с некоторыми неточностями при построении графиков в статье [47]. В статьях не указано данное существенное различие.

Таким образом, применение приближения (67) правомочно в области полей  $B \sim 10^{12} - 10^{15}$  Гс, характерных для магнитаров и радиопульсаров. С другой стороны, полученные коэффициенты поглощения фотона (80) и (81) определяются только как сумма конечных выражений (за исключением особенных точек, указанных ранее), что является гораздо более удобным в приложениях (например, к решению задачи переноса излучения), чем точный учет конечной ширины.

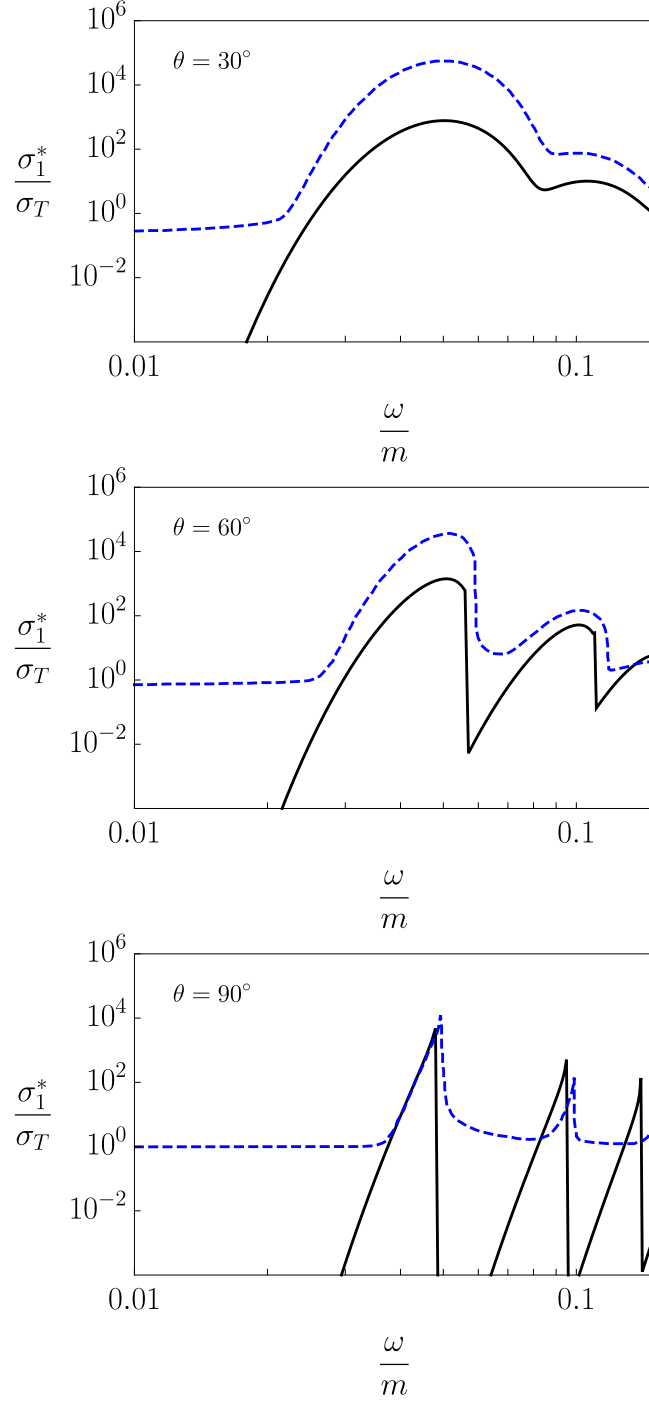


Рис. 6: Сечения (в единицах  $\sigma_T$ ) рассеяния фотона моды 1,  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma$ , полученном в работе [47] (пунктирная линия) и  $\delta$ -функциональном приближении (сплошная линия) для различных углов  $\theta$  между импульсом начального фотона и направлением магнитного поля (значения изображены на графиках).  $B = 2.2 \times 10^{12}$  Гс,  $T = 20$  кэВ,  $\mu = 0$ . Начальные и конечные электроны находятся на основном уровне Ландау.

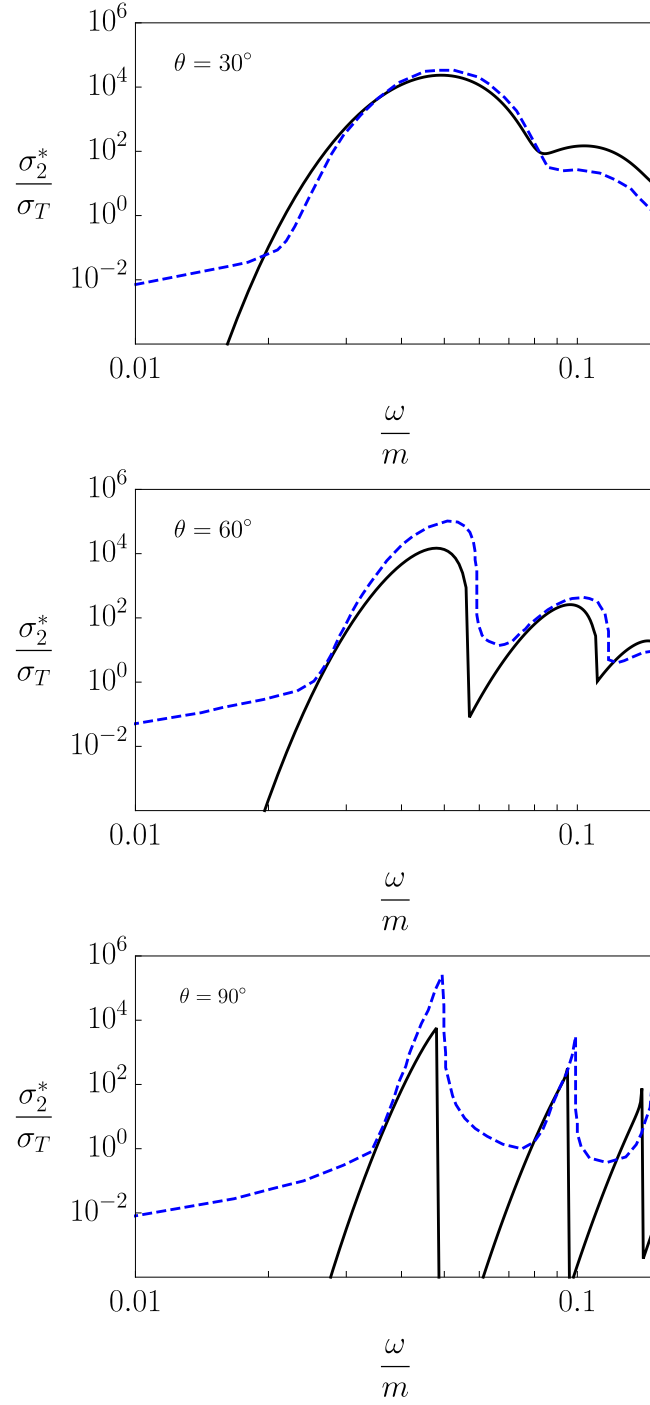


Рис. 7: То же, что и на рис. 6 для параметров плазмы  $B = 2.2 \times 10^{12}$  Гс,  $T = 20$  кэВ,  $\mu = 0$ .

Рассмотрим теперь ситуацию сверхсильного магнитного поля,  $B \sim 10^{15} - 10^{16}$  Гс и высоких температур  $T = 1$  МэВ, которые характерны для гигантских вспышек SGR (источников мягких повторяющихся гамма-всплесков). Исследование комптоновского процесса в магнитных полях указанного масштаба было проведено, например, в работе [45]. Однако, полученные в этом исследовании результаты будут справедливыми только для области энергий фотонов вдали от резонансов. Поэтому представляет самостоятельный интерес вычислить коэффициент поглощения фотона в пределе сильного поля с учетом возможного резонанса на виртуальном электроне с конечной шириной резонансного пика и сравнить с нерезонансным пределом [45] и дельта-функциональным приближением [78]. Поскольку в пределе сильного магнитного поля начальный и конечный электроны будут преимущественно занимать основной уровень Ландау, а виртуальный электрон – первый уровень Ландау, то коэффициент поглощения фотона с учетом конечной ширины резонансного пика примет достаточно простой для вычисления вид. Как было отмечено в разделе 1.3, в сильном магнитном поле энергии фотона, на которых наблюдается резонанс, выше, чем порог рождения  $e^+e^-$  пары  $q_{\parallel}^2 = 4m^2$  для фотона моды 2, то целесообразно рассмотреть только каналы рассеяния  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  и  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ . Следует отметить, что для фотона моды 1 порог рождения  $e^+e^-$  пары  $q_{\parallel}^2 = (M_1 + m)^2$  заведомо выше рассматриваемой области резонанса  $q_{\parallel}^2 = (M_1 - m)^2$ .

Исходя из результатов работы [45], представим парциальные амплитуды комптоновского процесса в пределе сильного магнитного поля в виде:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}} &= \frac{8i\pi\alpha t}{\beta} \frac{(q\varphi q')(q\tilde{\varphi} q')}{\sqrt{q_{\perp}^2 q'_{\perp}{}^2 (-Q_{\parallel}^2)}}, \\ \mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}} &= \frac{8i\pi\alpha t}{\beta} \frac{(q\Lambda q')(q\tilde{\Lambda} Q)}{\sqrt{q_{\perp}^2 q'_{\parallel}{}^2 (-Q_{\parallel}^2)}},\end{aligned}\tag{91}$$

где  $Q_{\parallel}^2 = (q - q')_{\parallel}^2 < 0$ ,  $q_{\alpha} = (\omega, \mathbf{k})$  и  $q'_{\alpha} = (\omega', \mathbf{k}')$  – 4-импульсы начального и конечного фотонов соответственно.

После подстановки (91) в (79) коэффициенты поглощения фотона для каналов  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  и  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$  в нерезонансной области для фотонов, распространяющихся под углом  $\theta = 90^\circ$  по отношению к направлению магнитного поля, могут быть представлены следующим образом:

$$W_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}} = \frac{\omega\alpha^2 m^2}{2\beta\pi} \int dQ_0 dk'_z \frac{k_z'^2}{(-Q_\parallel^2)^2 \kappa} \theta(-Q_\parallel^2) \theta(q_\parallel'^2) \times \\ \times \sum_{\sigma} f(E_\sigma) (1 - f(E_\sigma + \omega)) (1 + f_{\omega'}), \quad (92)$$

$$W_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}} = \frac{\alpha^2 m^2}{2\beta\pi\omega} \int dQ_0 dk'_z \left( 1 - \frac{\mathcal{P}^{(2)}(q')}{q_\parallel'^2} \right) \frac{q_\parallel'^2 - \omega\omega'}{(-Q_\parallel^2)^2 \kappa} \theta(-Q_\parallel^2) \theta(q_\parallel'^2) \times \\ \times \sum_{\sigma} f_{E_\sigma} (1 - f_{E_\sigma + \omega}) (1 + f_{\omega'}), \quad (93)$$

где  $\theta(x)$  – функция Хевисайда,  $\kappa = \sqrt{1 - 4m^2/Q_\parallel^2}$ ,  $E_\sigma = \sqrt{p_{z\sigma}^2 + m^2}$ , а  $p_{z\sigma}$  – корни уравнения  $Q_0 + E_\sigma - E'_\sigma = 0$ :

$$p_{z\sigma} = -\frac{Q_z}{2} + \sigma Q_0 \kappa. \quad (94)$$

Воспользовавшись результатами работы [45], амплитуды  $\mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}}$ ,  $\mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}}$  в пределе сильного магнитного поля и с учетом конечной ширины резонансного пика можно представить следующим образом:

$$\mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}} = \frac{8m\pi\alpha}{\sqrt{(-Q_\parallel^2)}} \exp \left[ -\frac{q_\perp^2 + q_\perp'^2 - 2i(q\varphi q')}{4\beta} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{q_\perp^2 q_\perp'^2}} \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((q\Lambda q') - i(q\varphi q'))^n}{(n-1)!(2\beta)^{n-1}} \frac{(q\tilde{\varphi} q')}{(p+q)_\parallel^2 - M_n^2 + iE_n''\Gamma_n} + \\ + (q \leftrightarrow -q'), \quad (95)$$

$$\mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}} = \frac{8m\pi\alpha}{\sqrt{(-Q_\parallel^2)}} \exp \left[ -\frac{q_\perp^2 + q_\perp'^2 - 2i(q\varphi q')}{4\beta} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{q_\perp^2 q_\perp'^2}} \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((q\Lambda q') - i(q\varphi q'))^n}{(n-1)!(2\beta)^{n-1}} \frac{(Q\tilde{\Lambda} q')}{(p+q)_\parallel^2 - M_n^2 + iE_n''\Gamma_n} + \\ + (q \leftrightarrow -q'), \quad (96)$$

где полная ширина поглощения электрона  $\Gamma_n$  является выражением (65). С другой стороны, как показывает численный анализ, в случае сильно замагниченной, горячей, зарядово-симметричной плазмы полная ширина поглощения электрона мало отличается от соответствующего выражения в сильном магнитном поле и ультрарелятивистских электронов [18]:

$$E_n'' \Gamma_n = \alpha \beta \sum_{n'=0}^{n-1} \int_0^{(\sqrt{n}-\sqrt{n'})^2} \frac{dx}{\sqrt{(n+n'-x)^2 - 4nn'}} \times \\ \times \{ (n+n'-x) [\mathcal{I}_{n,n'-1}^2(x) + \mathcal{I}_{n-1,n'}^2(x)] - \\ - 4\sqrt{nn'} \mathcal{I}_{n,n'}(x) \mathcal{I}_{n-1,n'-1}(x) \}, \quad (97)$$

где  $E_n'' = E + \omega$  – энергия виртуального электрона.

Парциальные коэффициенты поглощения фотона для каналов  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  и  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$  с учетом конечной ширины поглощения электрона могут быть получены подстановкой амплитуд (95) и (96) в (79) и в случае, когда начальный фотон распространяется поперек магнитного поля, коэффициенты поглощения можно представить следующим образом:

$$W_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}} = \frac{\beta \alpha^2 m^2}{\pi} \int dQ_0 dk'_z \frac{k_z'^2 \omega}{(-Q_{\parallel}^2)^2 \varkappa} \exp \left[ -\frac{\omega^2 + q_{\perp}'^2}{2\beta} \right] \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{1}{[(n-1)!]^2} \left( \frac{\omega \sqrt{q_{\perp}'^2}}{2\beta} \right)^{2(n-1)} \left\{ \frac{1}{((p_{\sigma} + q)_{\parallel}^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{((p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2} \right. \quad (98) \\ \left. - 2 \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{(n'-1)!} \left( \frac{\omega \sqrt{q_{\perp}'^2}}{2\beta} \right)^{n'-n} J_{n+n'} \left( \frac{\omega \sqrt{q_{\perp}'^2}}{\beta} \right) \times \right. \\ \left. \times \frac{[(p_{\sigma} + q)_{\parallel}^2 - M_n^2][(p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_{n'}^2] + E_n'' \Gamma_n E_{n'}'' \Gamma_{n'}}{[(p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_n^2]^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2 [((p_{\sigma} + q)_{\parallel}^2 - M_{n'}^2)^2 + (E_{n'}'' \Gamma_{n'})^2]} \right\} \times \\ \times f_{E_{\sigma}} (1 - f_{E_{\sigma}+Q_0}) (1 + f_{\omega'}),$$



$$\begin{aligned}
W_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}} &= \frac{\beta\alpha^2 m^2}{\pi} \int dQ_0 dk'_z \frac{q'^2_{\perp} \omega}{(-Q_{\parallel}^2)^2 \varkappa} \exp \left[ -\frac{q_{\perp}^2 + q'^2_{\perp}}{2\beta} \right] \times \\
&\times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{1}{[(n-1)!]^2} \left( \frac{\omega \sqrt{q'^2_{\perp}}}{2\beta} \right)^{2(n-1)} \left\{ \frac{Q_0/\omega}{((p_{\sigma} + q)_{\parallel}^2 - M_n^2)^2 + (E''_n \Gamma_n)^2} + \right. \\
&+ \frac{Q_0^2/q'^2_{\parallel}}{((p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_n^2)^2 + (E''_n \Gamma_n)^2} - \\
&- 2 \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{(n'-1)!} \left( \frac{\omega \sqrt{q'^2_{\perp}}}{2\beta} \right)^{n'-n} J_{n+n'} \left( \frac{\omega \sqrt{q'^2_{\perp}}}{\beta} \right) \times \\
&\times \frac{[(p_{\sigma} + q)_{\parallel}^2 - M_n^2][(p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_{n'}^2] + E''_n \Gamma_n E''_{n'} \Gamma_{n'}}{[(p_{\sigma} - q')_{\parallel}^2 - M_n^2]^2 + (E''_n \Gamma_n)^2 [((p_{\sigma} + q)_{\parallel}^2 - M_{n'}^2)^2 + (E''_{n'} \Gamma_{n'})^2]} \times \\
&\times \frac{Q_0^2(\omega - Q_0)}{\omega q'^2_{\perp}} \left. \right\} \times f_{E_{\sigma}}(1 - f_{E_{\sigma}+Q_0})(1 + f_{\omega'}), \tag{99}
\end{aligned}$$

где  $J_n(x)$  – функция Бесселя целого индекса,  $p_{\sigma\parallel}^{\alpha} = (E_{\sigma}, p_{z\sigma})$ . Поперечная составляющая импульса конечного фотона определяется из уравнения дисперсии:

$$q'^2_{\parallel} = q'^2_{\perp} + \mathcal{P}^{(\lambda)}(q'). \tag{100}$$

Имеет смысл провести сравнительный анализ результатов работы [45] с резонансным случаем (98) и (99) для зарядово-симметричной плазмы и поперечного направления распространения импульса фотона по отношению к внешнему магнитному полю для различных значений величины магнитного поля, температуры и энергии начального фотона.

На рис. 8–9 показан коэффициент поглощения  $W_{1 \rightarrow 1}$  рассеяния при температуре  $T = 1$  МэВ и величине магнитного поля  $B = 200B_e$  и  $B = 20B_e$  соответственно. Как видно из рис. 8–9, коэффициент поглощения для канала  $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(1)}e$  согласуется с соответствующими результатами для предела сильного поля и отсутствия резонанса, полученными в работе [45] вплоть до энергий начального фотона  $\omega \simeq 3$  МэВ для поля  $B = 200B_e$  и  $\omega \simeq 0.3$  МэВ для поля  $B = 20B_e$ . Отсюда вытекает ограничение на применимость резуль-

татов работы [45] по энергиям начального фотона. Аналогичная ситуация наблюдается и для канала  $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(2)}e$  (см. рис. 10–11). На рис. 9 и 11 наиболее ярко видно завышение коэффициента поглощения даже при относительно малых энергиях начального фотона. Этот факт связан с тем, что в пределе сильного магнитного поля разложение амплитуды комптоновского процесса по обратным степеням поля уже не будет правомочным.

Следует отметить что при относительно малых температурах  $T \lesssim 50$  кэВ с тем же магнитным полем  $\delta$ -аппроксимация работает хуже из-за уменьшения области резонанса. В целом  $\delta$ -функциональное приближение достаточно хорошо описывать лишь первый резонансный пик.

Следует отметить что при относительно малых температурах  $T \lesssim 50$  кэВ с тем же магнитным полем  $\delta$ -аппроксимация работает хуже из-за уменьшения области резонанса. В целом  $\delta$ -функциональное приближение достаточно хорошо описывать лишь первый резонансный пик.

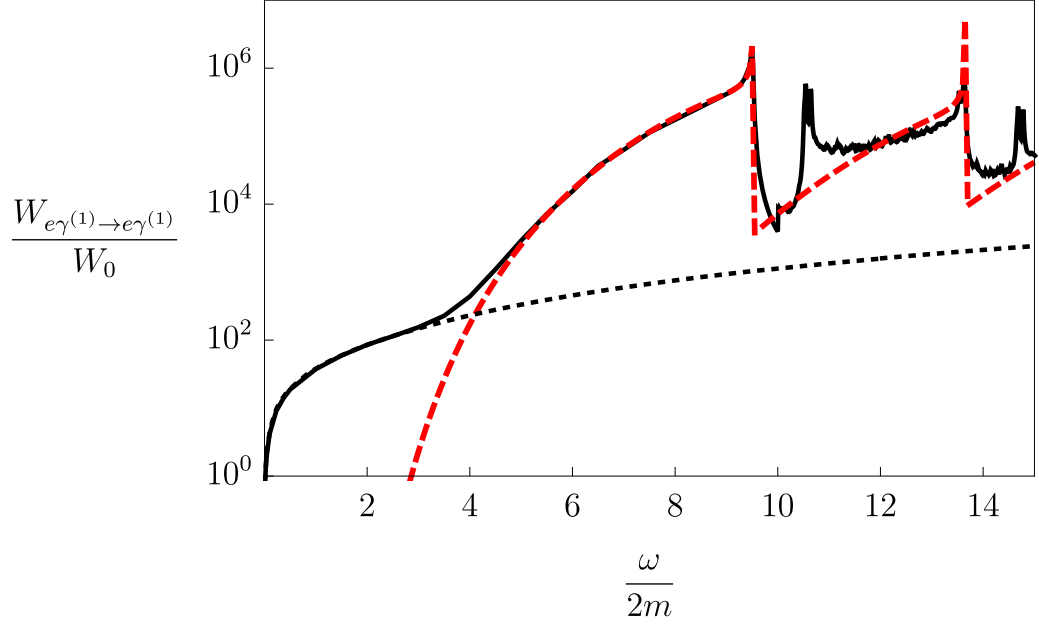


Рис. 8: Зависимость коэффициента поглощения от частоты начального фотона для канала  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  при поле  $B = 200B_e$  и температуре  $T=1$  МэВ: сплошная линия – коэффициент поглощения с учетом резонанса; штриховая линия – без учета резонанса; пунктирная линия – дельта-функциональное приближение. Здесь  $W_0 = (\alpha/\pi)^3 m \simeq 3.25 \cdot 10^2 \text{ см}^{-1}$ .

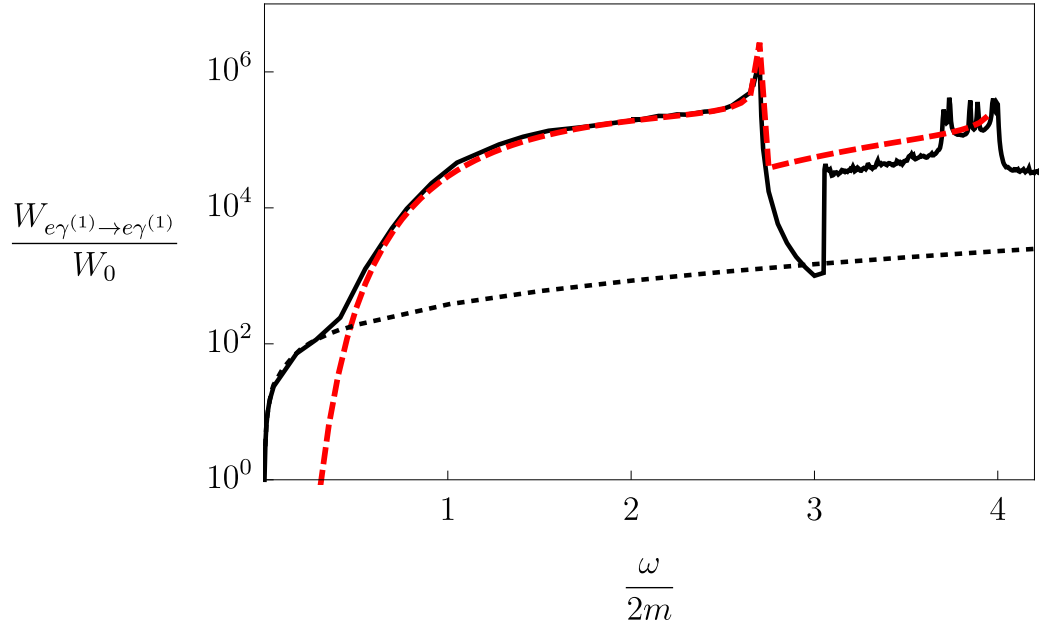


Рис. 9: Зависимость коэффициента поглощения от частоты начального фотона для канала  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  при поле  $B = 20B_e$  и температуре  $T=1$  МэВ. Обозначение для линий то же, что и для рис. 8.

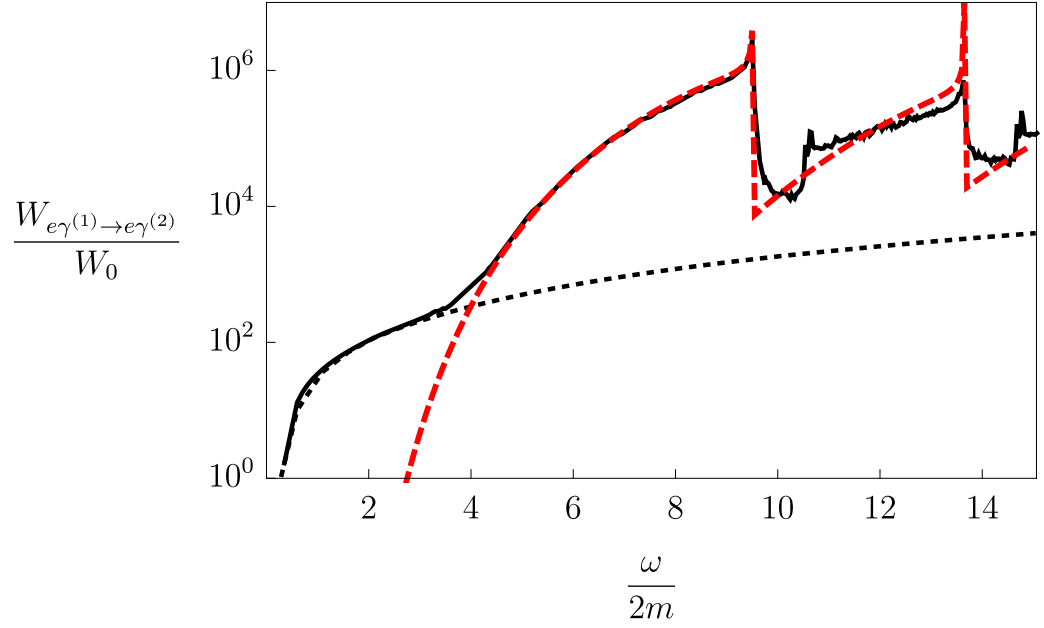


Рис. 10: Зависимость коэффициента поглощения от частоты начального фотона для канала  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$  при поле  $B = 200B_e$  и температуре  $T=1$  МэВ. Обозначение для линий то же, что и для рис. 8.

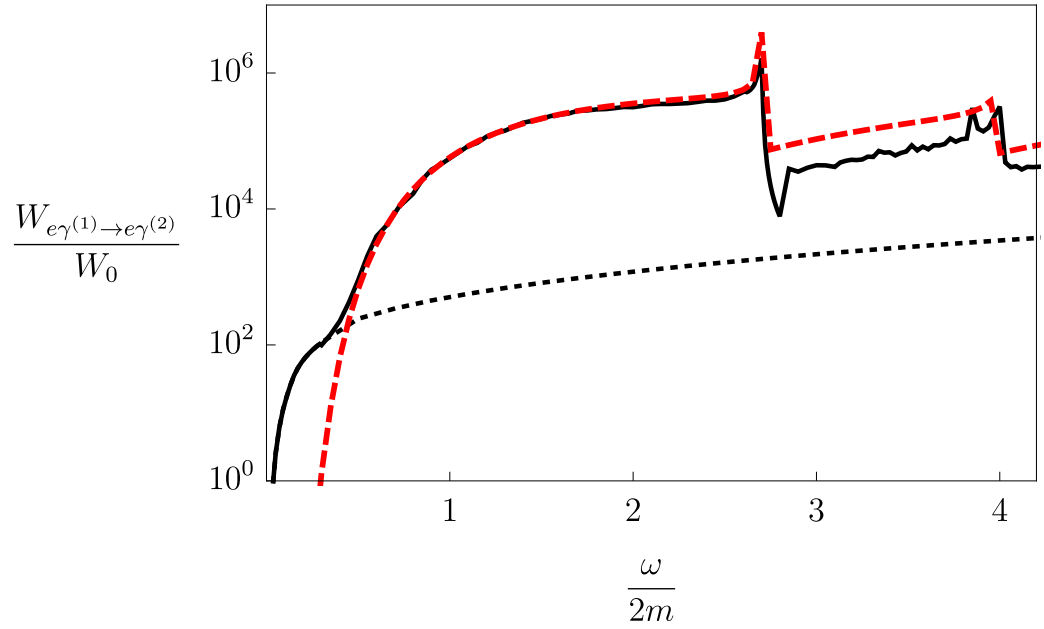


Рис. 11: Зависимость коэффициента поглощения от частоты начального фотона для канала  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$  при поле  $B = 20B_e$  и температуре  $T=1$  МэВ. Обозначение для линий то же, что и для рис. 8.

## 4.2 Фотонейтринный процесс

Еще одним процессом, в котором может реализовываться резонанс на виртуальном электроне, является фоторождение пары нейтрино-антинейтрино на электроне,  $e\gamma \rightarrow e\nu\bar{\nu}$ , называемое фотонейтринным процессом. Наряду с другими реакциями, имеющими нейтринную пару в конечном состоянии, интерес к нему связан с тем, что такие процессы могут играть важную роль в остывании нейтронных звезд, поскольку замагниченная плазма прозрачна для нейтрино при значениях параметров (плотности и температуры), которые дают все существующие модели их внутреннего строения.

Первые работы, посвященные фотонейтринному процессу, вышли в 60-ых годах прошлого века [81, 82]. Нейтринная светимость, т.е. энергия, уносимая нейтринной парой из единичного объема за единицу времени, за счет него была вычислена в работах [83–89]. В частности, в [87, 88] были получены таблицы с большим количеством данных для фотонейтринной излучательной способности и аналитические аппроксимации для них. При этом вклад реакции в процесс нейтринного остывания нейтронной звезды полагался пренебрежимо малым, как отмечают авторы обзора [90], поскольку в холодной и плотной плазме распад плазмона,  $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ , является намного более эффективным каналом по уносу энергии за счет нейтринных пар.

На следующем этапе фотонейтринный процесс изучался с учетом влияния внешней активной среды на дисперсионные и поляризационные свойства фотона [?, 91, 92]. Хотя в этих работах были получены уточнения к нейтринной светимости процесса, общий вывод о том, что фотонейтринный процесс является поправкой более высокого порядка к распаду плазмона, остался неизменным.

Наконец, в [93, 94] был рассмотрен резонанс в фотонейтринном процессе. Приведем основные выкладки этих работ.

- 5 Резонанс на виртуальном фотоне
- 6 Сингулярности в фазовых объемах одновершинных процессов и методы их устранения
- 7 Заключение

## Список литературы

- [1] Thompson C., Duncan R. C. The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars - I. Radiative mechanism for outbursts // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1995. Vol. 275. P. 255–300.
- [2] Thompson C., Duncan R. C. The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars. II. Quiescent neutrino, X-Ray, and Alfvén wave emission // Astrophys. J. 1996. Vol. 473. P. 322–342.
- [3] Thompson C., Lyutikov M., Kulkarni S. R. Electrodynamics of magnetars: implications for the persistent x-ray emission and spindown of the soft gamma repeaters and anomalous x-ray pulsars // Astrophys. J. 2002. Vol. 574, no. 1. P. 332–355.
- [4] Соколов А. А., Тернов И. М. Синхротронное излучение. М.: Наука, 1966. 228 с.
- [5] Кузнецов А. В., Михеев М. В. Взаимодействие нейтрино с сильно замагниченной электрон-позитронной плазмой // ЖЭТФ. 2000. Т. 118, № 4. С. 863–876.
- [6] Бисноватый-Коган Г. С., Чечеткин В. М. Неравновесные оболочки нейтронных звезд, их роль в поддержании рентгеновского излучения и нуклеосинтезе // Усп. физ. наук. 1979. Т. 127, № 2. С. 263–296.
- [7] Kouveliotou C. et al. An X-ray pulsar with a superstrong magnetic field in the soft gamma-ray repeater SGR 1806-20. // Nature. 1998. Vol. 393. P. 235–237.
- [8] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the soft gamma repeater SGR 1900+14 // Astrophys. J. 1999. Vol. 510. P. L115–118.
- [9] Gavril F. P., Kaspi V. M., Woods P. M. Magnetar - like x-ray bursts from an anomalous x-ray pulsar // Nature. 2002. Vol. 419. P. 142–144.

- [10] Ibrahim A. I., Safi-Harb S., Swank J. H. et al. Discovery of cyclotron resonance features in the soft gamma repeater SGR 1806-20 // *Astrophys. J.* 2002. Vol. 574. P. L51–L55.
- [11] Ibrahim A. I., Swank J. H., Parke W. New evidence for proton cyclotron resonance in a magnetar strength field from SGR 1806-20 // *Astrophys. J.* 2003. Vol. 584. P. L17–L22.
- [12] Olausen S. A., Kaspi V. M. The McGill magnetar catalog // *Astrophys. J. Suppl.* 2014. Vol. 212, no. 1. P. 6.
- [13] Melrose D. B., Parle A. J. Quantum electrodynamics in strong magnetic fields. I Electron States // *Aust. J. Phys.* 1983. Vol. 36. P. 755–774.
- [14] Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. Москва: Наука, 1983. 304 с.
- [15] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. Electroweak processes in external electromagnetic fields. New York: Springer-Verlag, 2003. 120 p.
- [16] Bhattacharya K., Pal P. B. Inverse beta decay of arbitrarily polarized neutrons in a magnetic field // *Pramana J. Phys.* 2004. Vol. 62. P. 1041–1058.
- [17] Balantsev I. A., Popov Yu. V., Studenikin A. I. On the problem of relativistic particles motion in strong magnetic field and dense matter // *J. Phys.* 2011. Vol. A44. P. 255301 (1–13).
- [18] Kuznetsov A., Mikheev N. Electroweak processes in external active media. 2013. Vol. 252. P. pp 1–271.
- [19] Johnson M. H., Lippmann B. A. Motion in a constant magnetic field // *Physical Review.* 1949. Vol. 76, no. 6. P. 828–832.
- [20] Пескин М., Шредер Д. Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: РХД, 2001. 784 с.



- [21] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Москва: Наука, 1989. 768 с.
- [22] Canuto V. Quantum processes in strong magnetic fields // Ann. N. Y. Acad. Sci. 1975. Vol. 257, no. 1. P. 108–126.
- [23] Harding A. K., Daugherty J. K. Cyclotron Resonant Scattering and Absorption // Astrophys. J. 1991. Vol. 374. P. 687–699.
- [24] Suh I.-S., Mathews G. J. Weak reaction freeze-out constraints on primordial magnetic fields // Phys. rev. D. 1999. Vol. 59, no. 12. P. 123002.
- [25] Gonthier P. L., Harding A. K., Baring M. G. et al. Compton Scattering in Ultrastrong Magnetic Fields: Numerical and Analytical Behavior in the Relativistic Regime // Astrophys. J. 2000. Vol. 540, no. 2. P. 907–922.
- [26] Jones P. B. Electron-positron bremsstrahlung and pair creation in very high magnetic fields // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2010. Vol. 409, no. 4. P. 1719–1727.
- [27] Melrose D. B. Quantum kinetic theory for unmagnetized and magnetized plasmas // Rev. Mod. Plasma Phys. 2020. Vol. 4, no. 8.
- [28] Graziani C. Strong-Field Cyclotron Scattering. I. Scattering Amplitudes and Natural Line Width // Astrophys. J. 1993. Vol. 412. P. 351–362.
- [29] Gonthier P. L., Baring M. G., Eiles M. T. et al. Compton scattering in strong magnetic fields: Spin-dependent influences at the cyclotron resonance // Phys. Rev. 2014. Vol. D90, no. 4. P. 043014.
- [30] Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. 1108 с.
- [31] Schwinger J. On Gauge Invariance and Vacuum Polarization // Phys. Rev. 1951. — Jun. Vol. 82. P. 664–679.

- [32] Ритус В. И. Радиационные эффекты и их усиление в интенсивном электромагнитном поле // ЖЭТФ. 1969. Т. 57, № 6. С. 2176–2188.
- [33] Jancovici B. Radiative Correction to the Ground-State Energy of an Electron in an Intense Magnetic Field // Phys. Rev. 1969. Vol. 187. P. 2275–2276.
- [34] Борисов А. В., Вшивцев А. С., Жуковский В. Ч., Эминов П. А. Фотоны и лептоны во внешних полях при конечных температуре и плотности // УФН. 1997. Т. 167, № 3. С. 241–267.
- [35] Жуковский В. Ч., Мидодашвили П. Г., Эминов П. А. Мнимая часть массового оператора электрона в постоянном поле при конечной температуре и плотности // Журн. эксперим. и теор. физ. 1994. Т. 106, № 4. С. 929–935.
- [36] Weldon H. A. Simple rules for discontinuities in finite temperature Field Theory // Phys. Rev. 1983. Vol. D28. P. 2007–2037.
- [37] Шабад А. Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // Тр. ФИАН СССР “Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях”. 1988. Т. 192. С. 5–152.
- [38] Tsai W. Y. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields // Phys. Rev. 1974. Vol. D10, no. 8. P. 2699–2702.
- [39] Баталин И. А., Шабад А. Е. Функция Грина фотона в постоянном однородном электромагнитном поле общего вида // ЖЭТФ. 1971. Т. 60, № 3. С. 894–900.
- [40] Скобелев В. В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле // Изв. вузов. Физика. 1975. № 10. С. 142–143.
- [41] Перес Рохас У. Поляризационный оператор электрон-позитронного газа в постоянном внешнем магнитном поле // ЖЭТФ. 1979. Т. 76, № 1. С. 3–17.

- [42] Peres Rojas H., Shabad A. E. Absorption and dispersion of electromagnetic eigenwaves of electron-positron plasma in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N.Y.). 1982. Vol. 138. P. 1–35.
- [43] Михеев Н. В., Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Фоторождение нейтрино на электро́не в плотной замагниченной среде // ЖЭТФ. 2014. Т. 146, № 2. С. 289–296.
- [44] Peres Rojas H., Shabad A. E. Polarization of relativistic electron and positron gas in a strong magnetic field. Propagation of electromagnetic waves // Ann. Phys. (N.Y.). 1979. Vol. 121, no. 2. P. 432–464.
- [45] Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A. Compton effect in strongly magnetized plasma // Int. J. Mod. Phys. 2009. Vol. A24. P. 3995–4008.
- [46] Adler S. L. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field. // Annals of Physics. 1971. Vol. 67. P. 599–647.
- [47] Mushtukov A. A., Nagirner D. I., Poutanen J. Compton scattering S-matrix and cross section in strong magnetic field // Phys. Rev. 2016. Vol. D93, no. 10. P. 105003.
- [48] Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Влияние сильно замагниченной плазмы на процесс расщепления фотона // ЖЭТФ. 2005. Т. 128, № 4. С. 740–751.
- [49] Trümper J., Pietsch W., Reppin C. et al. Evidence for strong cyclotron line emission in the hard X-ray spectrum of Hercules X-1 // Astrophys. J. 1978. Vol. 219. P. L105–L110.
- [50] Makishima K., Mihara T., Ishida M., et al. Discovery of a prominent cyclotron absorption feature from the transient X-ray pulsar X0331 + 53 // Astrophys. J. Lett. 1990. Vol. 365. P. L59–L62.

- [51] Grove J. E., Strickman M. S., Johnson W. N., et al. The soft gamma-ray spectrum of A0535+26: Detection of an absorption feature at 110 keV by OSSE // *Astrophys. J. Lett.* 1995. Vol. 438. P. L25–L28.
- [52] Mihara T., Makishima K., Ohashi T. et al. New observations of the cyclotron absorption feature in Hercules X-1 // *Nature*. 1990. Vol. 346. P. 250–252.
- [53] Canuto V., Lodenquai J., Ruderman M. Thomson Scattering in a Strong Magnetic Field // *Phys. Rev. D*. 1971. Vol. 3. P. 2303–2308.
- [54] Гнедин Ю. Н., Сюняев Р. А. Рассеяние излучения на тепловых электронах в магнитном поле // *Журн. эксперим. и теор. физ.* 1973. Т. 65, № 1. С. 102.
- [55] Borner G., Mészáros P. Classical calculation of Thomson cross-sections in the presence of a strong magnetic field // *Plasma Phys.* 1979. Vol. 21, no. 4. P. 357.
- [56] Ventura J. Scattering of light in a strongly magnetized plasma // *Phys. Rev.* 1979. Vol. D19. P. 1684–1695.
- [57] Herold H. Compton and Thomson scattering in strong magnetic fields // *Phys. Rev.* 1979. Vol. D19. P. 2868.
- [58] Melrose D. B., Parle A. J. Quantum Electrodynamics in Strong Magnetic Fields III. Electron-photon interactions // *Aust. J. Phys.* 1983. Vol. 36. P. 799.
- [59] Daugherty J. K., Harding A. K. Compton Scattering in Strong Magnetic Fields // *Astrophys. J.* 1986. Vol. 309. P. 362.
- [60] Bussard R. W., Alexander S. B., Meszaros P. One- and two-photon Compton scattering in strong magnetic fields // *Phys. Rev. D*. 1986. Vol. 34. P. 440–451.

- [61] Özel F. Surface Emission Properties of Strongly Magnetic Neutron Stars // The Astrophysical Journal. 2001. Vol. 563, no. 1. P. 276.
- [62] Zavlin V. E., Pavlov G. G., Shibano Y. A. Model neutron star atmospheres with low magnetic fields. I. Atmospheres in radiative equilibrium. // A&A. 1996. Vol. 315. P. 141–152.
- [63] Alexander S. G., Meszaros P. Cyclotron Harmonics in Accreting Pulsars and Gamma-Ray Bursters: Effect of Two-Photon Processes // Astrophys. J. 1991. Vol. 372. P. 565.
- [64] Araya R. A., Harding A. K. Cyclotron Line Features from Near-critical Magnetic Fields: The Effect of Optical Depth and Plasma Geometry // Astrophys. J. 1999. Vol. 517, no. 1. P. 334–354.
- [65] Ho W. C. G., Lai D. Atmospheres and spectra of strongly magnetized neutron stars // MNRAS. 2001. Vol. 327, no. 4. P. 1081–1096.
- [66] Lyutikov M., Gavril F. P. Resonant cyclotron scattering and Comptonization in neutron star magnetospheres // MNRAS. 2006. Vol. 368, no. 2. P. 690–706.
- [67] Potekhin A. Y., Lai D., Chabrier G., Ho W. C. G. Electromagnetic Polarization in Partially Ionized Plasmas with Strong Magnetic Fields and Neutron Star Atmosphere Models // Astrophys. J. 2004. Vol. 612, no. 2. P. 1034–1043.
- [68] Schönherr G., Wilms J., Kretschmar P. et al. A model for cyclotron resonance scattering features // A&A. 2007. Vol. 472, no. 2. P. 353–365.
- [69] Nishimura O. Formation Mechanism for Broad and Shallow Profiles of Cyclotron Lines in Accreting X-Ray Pulsars // Astrophys. J. 2008. Vol. 672, no. 2. P. 1127–1136.
- [70] Suleimanov V., Potekhin A. Y., Werner K. Models of magnetized neutron star atmospheres: thin atmospheres and partially ionized hydrogen atmospheres with vacuum polarization // A&A. 2009. Vol. 500, no. 2. P. 891–899.

- [71] Fernández R., Thompson C. Resonant Cyclotron Scattering in Three Dimensions and the Quiescent Nonthermal X-ray Emission of Magnetars // *Astrophys. J.* 2007. Vol. 660, no. 1. P. 615–640.
- [72] Nobili L., Turolla R., Zane S. X-ray spectra from magnetar candidates – II. Resonant cross-sections for electron–photon scattering in the relativistic regime // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* 2008. Vol. 389, no. 2. P. 989–1000.
- [73] Wadiasingh Z., Baring M. G., Gonthier P. L., Harding A. K. Resonant Inverse Compton Scattering Spectra from Highly-magnetized Neutron Stars // *Astrophys. J.* 2018. Vol. 854, no. 2. P. 98.
- [74] Beloborodov A. M. On the Mechanism of Hard X-Ray Emission from Magnetars // *Astrophys. J.* 2013. Vol. 762, no. 1. P. 13.
- [75] Daugherty J. K., Harding A. K. Comptonization of Thermal Photons by Relativistic Electron Beams // *Astrophys. J.* 1989. Vol. 336. P. 861.
- [76] Румянцев Д. А., Шленев Д. М., Ярков А. А. Резонансы в комптоноподобных процессах рассеяния во внешней замагниченной среде // *ЖЭТФ.* 2017. Т. 152, № 3. С. 483–494.
- [77] Kuznetsov A. V., Rumyantsev D. A., Shlenev D. M. Generalized two-point tree-level amplitude  $jf \rightarrow j'f'$  in a magnetized medium // *Int. J. Mod. Phys.* 2015. Vol. A30, no. 11. P. 1550049.
- [78] Румянцев Д. А., Шленев Д. М., Ярков А. А. Резонансы в комптоноподобных процессах рассеяния во внешней замагниченной среде // *ЖЭТФ.* 2017. Т. 152, № 3. С. 483–494.
- [79] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. Квантовая электродинамика. 4 изд. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. Т. 4. 720 с.

- [80] Schwarm F. W., Schönherr G., Falkner S. et al. Cyclotron resonant scattering feature simulations. I. Thermally averaged cyclotron scattering cross sections, mean free photon-path tables, and electron momentum sampling // *A&A*. 2017. Vol. 597. P. A3.
- [81] Ritus V. I. Photoproduction of Neutrinos on Electrons and Neutrino Radiation from Stars // *JETP*. 1961. Vol. 41, no. 4. P. 1285–1293.
- [82] Chiu H.-Y., Stabler R. C. Emission of photoneutrinos and pair annihilation neutrinos from stars // *Phys. Rev.* 1961. Vol. 122. P. 1317–1322.
- [83] Beaudet G., Petrosian V., Salpeter E. E. Energy losses due to neutrino processes // *Astrophys. J.* 1967. Vol. 150. P. 979–999.
- [84] Dicus D. Stellar energy-loss rates in a convergent theory of a weak and electromagnetic interaction // *Phys. Rev.* 1972. Vol. D6. P. 941–949.
- [85] Munakata H., Kohyama Y., Itoh N. Neutrino energy loss in stellar interiors // *Astrophys. J.* 1985. Vol. 296. P. 197–203.
- [86] Schinder P. J., Schramm D. N., Wiita P. J. et al. Neutrino emission by the pair, plasma, and photo processes in the Weinberg-Salam model // *Astrophys. J.* 1987. Vol. 313. P. 531–542.
- [87] Itoh N., Adachi T., Nakagawa M. et al. Neutrino energy loss in stellar interiors. III. Pair, photo-, plasma, and bremsstrahlung processes // *Astrophys. J.* 1989. Vol. 339. P. 354–364.
- [88] Itoh N., Hayashi H., Nishikawa A., Kohyama Y. Neutrino energy loss in stellar interiors. VII. Pair, photo-, plasma, bremsstrahlung, and recombination neutrino processes // *Astrophys. J. Suppl.* 1996. Vol. 102. P. 411–424.
- [89] Скобелев В. В. Комптоновский механизм генерации нейтрино и аксионов на эффективно-двумерном замагниченном ферми-газе // *ЖЭТФ*. 2000. Т. 117, № 6. С. 1059–1066.

- [90] Yakovlev D. G., Kaminker A. D., Gnedin O. Y., Haensel P. Neutrino emission from neutron stars // *Phys. Rep.* 2001. Vol. 354. P. 1–155.
- [91] Борисов А. В., Керимов Б. К., Сизин П. Е. Слабый и электромагнитный механизмы фоторождения нейтринных пар в сильно замагниченном электронном газе // *Ядерная физика.* 2012. Т. 75, № 11. С. 1379–1386.
- [92] Михеев Н. В., Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Фоторождение нейтрино на электроны в плотной замагниченной среде. 2014.
- [93] Chistyakov M. V., Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. et al. Neutrino photoproduction on electron in dense magnetized medium // *Quarks'2014. Proc. of 18-th Int. Sem. «Quarks'2014», Suzdal, Russia, 2014. Ed. by P. S. Satunin, e.a. Inst. Nucl. Res., Moscow.* 2015. P. 322–329.
- [94] Kuznetsov A., Rumyantsev D., Shlenev D. Neutrino photoproduction on the electron in dense magnetized medium // *EPJ Web Conf.* 2017. Vol. 158. P. 05008.