

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»

На правах рукописи

Ярков Алексей Анатольевич

# РЕЗОНАНСЫ В КОМПТОНОПОДОБНЫХ ПРОЦЕССАХ РАССЕЯНИЯ ВО ВНЕШНЕЙ АКТИВНОЙ СРЕДЕ

1.3.3 – Теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

доктор физ.-мат. наук

Румянцев Дмитрий Александрович

Ярославль – 2025

# Оглавление

<b>Введение</b>	4
<b>Глава 1. Комптоновское рассеяние с учетом резонанса на виртуальном электро- не</b>	20
1.1. Введение	20
1.2. Представления решений уравнения Дирака во внешнем магнитном поле	24
1.3. Дисперсия фотона в замагниченной плазме	28
1.4. Реакция резонансного комптоновского рассеяния	30
1.5. Реакция комптоновского рассеяния в относительно сильном магнитном поле с учетом ширины резонансного пика	50
1.6. Выводы	57
<b>Глава 2. Затухание фотона в сильно замагниченной плазме</b>	58
2.1. Введение	58
2.2. Распространение фотона в замагниченной плазме	59
2.3. Численный анализ	68
2.4. Выводы	74
<b>Глава 3. Решение кинетического уравнения с учетом резонансного комптоновского рассеяния</b>	75
3.1. Введение	75
3.2. Решение кинетического уравнения вблизи резонанса	76
3.3. Численный анализ	83
3.4. Выводы	92
<b>Заключение</b>	93
<b>Приложение А. Точный пропагатор фермиона в магнитном поле</b>	95

Приложение Б. Результаты для $\mathcal{T}_k^{s''s}$ . . . . .	98
Приложение В. Поляризационные и дисперсионные свойства фотона . . . . .	101
Список литературы . . . . .	108

## Введение

**Актуальность темы исследования.** Нейтронные звезды, обладая набором экстремальных характеристик, являются природными физическими лабораториями и одними из самых интересных объектов, известных в науке. Особое внимание ученых привлекают объекты, обладающие магнитными полями колоссальной напряженности, к величине которой очень сложно приблизиться в земных условиях. У магнитного поля имеется характерное значение, называемое критическим при котором циклотронная энергия электрона равна энергии покоя  $B_e = m^2/e \simeq 4.41 \times 10^{13}$  Гс, где  $e > 0$  – элементарный заряд электрона,  $m$  – масса электрона. При приближении величины напряженности магнитного поля к критическому становится необходимым учитывать нелинейные квантовые эффекты при движении в нем частиц. С другой стороны, критическое электрическое поле  $E = m^2/e$  является предельным, так как поля такого масштаба приводят к интенсивному рождению электрон-позитронных пар, скорость образования которых была получена ещё в результатах работы [1], поэтому такое электрическое поле также называют пределом Швингера. Однако, как было отмечено в работе [2], магнитное поле, в силу устойчивости вакуума, может превышать критическое значение и даже играть стабилизирующую роль, если оно направлено перпендикулярно электрическому, которое в такой конфигурации может превышать критическое значение. Такие условия по-видимому реализуются в радиопульсарах и магнитарах.

Радиопульсары – это быстро вращающиеся одиночные нейтронные звезды, которые демонстрируют периодические пульсации в радиочастотном диапазоне электромагнитного спектра со стабильным периодом. Согласно современным моделям [3, 4] основным механизмом потери энергии вращения для радиопульсаров с периодами вращения  $P < 2$  с является магнито-дипольное излучение. Исходя из этого, была получена оценка магнитных полей на поверхности радиопульсаров [5]:  $B \sim 10^{10} - 10^{14}$  Гс для среднепериодических ( $0.1 \text{ с} < P < 2 \text{ с}$ )

пульсаров и  $B \sim 10^8 - 10^{14}$  Гс для короткопериодических ( $P < 0.1$  с). Около 110 из 1468 представленных в работе [5] объектов обладают магнитными полями порядка критического значения, достигая для одного из них максимального значения напряженности магнитного поля  $B \simeq 7.56 \times 10^{14}$  Гс. Вблизи полярных шапок радиопульсаров сильное магнитное поле отклоняет и ускоряет заряженные частицы, что приводит к генерации электромагнитного излучения. Несмотря на достаточно долгие наблюдения радиопульсаров, их радиоизлучение остается загадочным явлением, один из возможных механизмов которого исследовался, например, в работе [6].

Другими объектами с полями, масштаба критического значения, являются рентгеновские пульсары – сильно замагниченные нейтронные звезды, находящиеся в тесной двойной системе с обычной звездой. Достаточно сильное магнитное поле  $B \gtrsim 10^{12}$  Гс в этом случае существенно влияет на путь аккреционного потока. Вещество в виде плазмы, аккрецирующееся на нейтронную звезду, следует линиям магнитного поля и сосредотачивается в относительно малых областях на поверхности звезды, близких к магнитным полюсам (т.н. полярным шапкам). В данной горячей области  $T \sim 10^9 - 10^{10}$  К кинетическая энергия выделяется преимущественно в виде рентгеновских лучей. В спектре этих объектов присутствуют циклотронные особенности, которые впервые были открыты в 1977 году [7], в области энергий от 10 кэВ до 100 кэВ приблизительно. Наличие данных циклотронных линий позволило прямо измерить значения магнитного поля [8]:  $B \sim 10^{12}$  Гс.

Наконец, существуют так называемые магнитары – отдельный класс изолированных нейтронных звезд, значение магнитных полей которых достигает  $10^{14} - 10^{15}$  Гс [9–14]. Исторически сложилось, что магнитары подразделяют на источники мягких повторяющихся гамма-всплесков (SGR – Soft Gamma Repeater) и аномальные рентгеновские пульсары (AXP – Anomalous X-ray pulsar) [15–21]. Первыми были открыты SGR при наблюдении повторяющихся интенсивных вспышек в жестком рентгеновском и мягком диапазоне [22].

В свою очередь, АХР были впервые замечены в области мягкого гамма-излучения ( $< 10$  кэВ) и изначально предполагалось, что они принадлежат двойным аккрецирующим системам [23]. Для магнитаров характерны пульсации с достаточно большим периодом от 2 до 12 секунд, а также рентгеновским излучением в области 0.5–10 кэВ и 20–100 кэВ. При этом температура поверхности имеет порядок  $T \sim 10^6$  К [24]. Помимо их основных характеристик, в магнитарах также проявляется вспышечная активность. Как для SGR, так и для АХР характерны короткие вспышки продолжительностью от 0.1 до 1 секунды, которые могут наблюдаться также в области низких энергий ( $\sim 10$  кэВ), однако пиковое значение находится в области высоких энергий (до 100 кэВ) [25]. Наиболее редкими явлениями, которые наблюдались только в SGR, являются гигантские вспышки [22, 26–28]. Данные явления наблюдались у источников, магнитные поля которых являются одними из самых больших (от  $10^{14}$  Гс до  $10^{15}$  Гс). В результате гигантских вспышек из SGR высвобождается огромное количество энергии, что приводит к наблюдаемому излучению в области очень высоких энергий до 2 МэВ. Некоторые спектральные модели гигантских вспышек предполагают температуры в области  $2 - 3 \times 10^9$  К, однако в пиковом значении могут достигать и выше  $T \sim 10^{10}$  К [26]. Наиболее подробный обзор наблюдаемых данных и физических процессов, происходящих в магнитарах, можно найти, например, в работе [29].

Кроме сильных магнитных полей, в магнитосфере как радиопульсаров, так и магнитаров присутствует относительно горячая и плотная электрон-позитронная плазма [11]. Магнитное поле и плазма составляют две компоненты внешней активной среды, присутствие которой значительно изменяет характеристики протекающих в ней микропроцессов. Во-первых, активная среда может изменять закон дисперсии находящихся в ней частиц, что приводит к изменению кинематики процессов и вследствие чего могут открываться каналы реакций, которые запрещены или сильно подавлены в вакууме. Во-вторых, активная среда влияет на амплитуды процессов, в результате чего они могут приобретать резонансный характер. Именно эта составляющая влияния внешней активной сре-

ды и представляет интерес для исследования в данной диссертации. Вследствие резонанса вклад микропроцессов в макроскопические характеристики астрофизических процессов, такие как светимость и скорость изменения количества частиц, может многократно увеличиваться.

Поскольку число параметров, указанных выше, входящих в макроскопические характеристики достаточно велико, можно предложить несколько способов классификации замагниченной плазмы относительно иерархии параметров среды. Упрощенное условие магнитодоминирующей среды можно получить из того факта, что значение индукции магнитного поля должно существенно превышать параметры среды:  $eB \gg \mu^2, T^2, E^2$ , где  $\mu$  – химический потенциал электронов,  $T$  – температура плазмы,  $E$  – энергия электронов среды, .

Более строгое соотношение в пределе сильного поля, которое можно найти в работе [30], строится на том, что плотность энергии магнитного поля будет превосходить плотность энергии электрон-позитронного газа:

$$\frac{B^2}{8\pi} \gg \frac{\pi^2(n_{e^-} - n_{e^+})^2}{eB} + \frac{eBT^2}{12}, \quad (1)$$

где  $n_{e^-}$  и  $n_{e^+}$  – концентрации электронов и позитронов плазмы. Такие условия могут, в частности, реализовываться в моделях вспышечной активности SGR [11, 31].

Как известно в сильном магнитном поле поперечная составляющая импульса электрона квантуется. В таком случае энергия электрона определяется так называемым уровнем Ландау  $n$  и проекцией импульса вдоль магнитного поля  $p_z$  и, в пренебрежении аномальным магнитным моментом электрона, выражается следующим образом [32]:

$$E_n = \sqrt{m_f^2 + p_z^2 + 2eBn}. \quad (2)$$

Состояние с  $n = 0$ , в котором электрон движется вдоль силовой линии магнитного поля, называется основным уровнем Ландау. В связи с этим, еще одним способом классификации относительно сильного магнитного поля является эффективность заполнения высших уровней Ландау. В данной диссертации

будет рассматриваться среда с нулевым химическим потенциалом  $\mu = 0$ , что характерно для магнитосфер радиопульсаров и магнитаров. В таком случае при температурах  $T \ll m$  отношение суммарного вклада высших уровней Ландау в концентрацию электронов  $n_e$  к вкладу от основного:

$$\frac{\sum_{\ell=1}^{\infty} n_{\ell}}{n_0} \ll 1,$$

где

$$n_{\ell} = (2 - \delta_{\ell 0}) \frac{\beta}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \frac{1}{e^{E_{\ell}/T} + 1} \quad (3)$$

– вклад в концентрацию электронов, находящихся на уровне Ландау  $\ell$ , поэтому электроны преимущественно будут занимать основной уровень Ландау. Это утверждение остается справедливым и для относительно высоких температур  $T \sim m$ , характерных для вспышечной активности магнитаров, при условии относительно сильного магнитного поля  $B_e \gtrsim 7B_e$ .

С другой стороны, даже в магнитарных полях условие (1), при котором магнитное поле является доминирующим параметром, перестает выполняться при высоких значениях плотности плазмы  $\rho \gtrsim 10^8$  г/см<sup>3</sup>. Такая плотность может достигаться в границе между внешней и внутренней корой магнитара. В результате реакции, в которых электроны (позитроны) находятся в промежуточном состоянии, могут приобретать резонансный характер. Это происходит вследствие того, что начинают возбуждаться высшие уровни Ландау виртуальных электронов. В результате резонанса они становятся реальными с определенным законом дисперсии, то есть будут находиться на массовой поверхности. Однако, в этом состоянии они являются нестабильными и могут распадаться за время, обратно пропорциональное вероятности их перехода на низшие уровни Ландау. Эффективность реакций при этом заметно увеличивается, что может иметь наблюдаемые астрофизические следствия.

Одним из ярких представителей реакций, эффективность которых значительно увеличивается на резонансных энергиях фотона, является процесс



комптоновского рассеяния фотонов на электронах (позитронах)  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  замагниченной среды, которое играет ключевую роль в формировании спектров нейтронных звезд [33–37]. Под влиянием сильного магнитного поля становятся возможны резонансы, связанные с переходами электронов между уровнями Ландау. В результате сечение комптоновского рассеяния на резонансных частотах, которые называются циклотронными резонансами, становится много больше томсоновского значения  $\sigma_T$ . Таким образом комптоновский процесс приводит к появлению циклотронных особенностей замагниченных нейтронных звезд, а также влияет на взаимодействие теплового излучения аккрецирующего вещества и поверхностного излучения в SGR. Проявление циклотронного резонанса на частоте  $\omega_B = eB/mc$  позволило дать оценку величине магнитного поля нейтронных звезд [9]. На данный момент известно около 36 пульсаров с циклотронными особенностями в их рентгеновском спектре [8]. Для магнитаров резонансный комптоновский процесс является частью механизма генерации низкоэнергетического спектра [14, 38]. В частности, в работе [38] модель резонансного комптоновского рассеяния используется для моделирования спектра, который с достаточно хорошей точностью удовлетворяет наблюдаемым спектрам магнитаров в мягком рентгеновском диапазоне. Таким образом исследование комптоновского процесса в экстремальных условиях является интересной научной задачей.

В работе [39] было подчеркнуто, что комптоновский процесс рассеяния фотонов высоких энергий приводит к поддержанию количества электронов на высших уровнях Ландау. Возбужденный электрон излучает фотоны с меньшей энергией, что приводит к смягчению спектра излучения с поверхности горячей нейтронной звезды. Учет комптоновского процесса для атмосферной модели нейтронной звезды, состоящей из легких элементов (водород или гелий), в случае слабого магнитного поля, приводит к ослаблению высокоэнергетических фотонов в спектре излучения [35]. С другой стороны, в работе [40] обратное резонансное комптоновское рассеяние рассматривалось как механизм генера-

ции нетермального хвоста рентгеновского излучения вблизи поверхности АХР в случае сильного магнитного поля, поскольку данный процесс является доминирующим. Таким образом, представляет отдельный интерес исследовать модификацию спектра излучения с учетом резонансного комптоновского процесса.

Другим немаловажным квантовым процессом, имеющим место в замагниченной плазме, является процесс рождения электрон-позитронной пары  $\gamma \rightarrow e^+e^-$ , который становится возможным в магнитном поле и запрещен в вакууме. Данный процесс в сильном магнитном поле является основным каналом генерации электрон-позитронной плазмы [41] в магнитосфере пульсаров и магнитаров [42, 43]. Кроме того, в замагниченной плазме также становится кинематически возможен процесс поглощения фотона  $e\gamma \rightarrow e$  и обратный ему процесс черенковского излучения  $e \rightarrow e\gamma$ . В связи с этим, в таких условиях представляет интерес рассмотреть вопрос о стабильности фотона, что приводит к процессу затухания квантованной электромагнитной волны за счет реакций поглощения фотона электроном (позитроном)  $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm$  и рождения электрон-позитронных пар  $\gamma \rightarrow e^+e^-$ .

### **Степень разработанности темы исследования.**

Как уже было отмечено выше, комптоновское рассеяние играет ключевую роль в формировании спектра излучения нейтронных звезд, что проявляется в высокой активности по данной теме. Исследования комптоновского процесса берет начало с 30-х годов XX века и не прекращается по настоящее время (см., например, [44–46]). Следует отметить, что во всех указанных работах вычисления проводились без учета влияния среды на дисперсионные свойства фотонов. В относительно недавних работах [47, 48] исследовался предел сильно замагниченной зарядово симметричной и вырожденной плазмы, где было показано, что учет дисперсии и перенормировки волновых функций фотонов приводит к существенной модификации коэффициента поглощения фотона и сечения рассеяния фотона на электроне. Однако, в [47, 48] не рассматривалась ситуация, когда реакция рассеяния будет идти с учетом резонанса на виртуальном элек-

троне. Тем не менее, как было показано в недавних работах [49–53], резонансные эффекты могут играть ключевую роль в приложении к физике радиопульсаров и магнитаров.

Как было ранее отмечено, активная среда существенно модифицирует кинематику процессов. В результате становятся кинематически разрешены процессы, которые запрещены в вакууме. В электрон-позитронной плазме такими реакциями, например, являются: однофотонное рождение электрон-позитронной пары  $\gamma \rightarrow e^+e^-$  и поглощение фотона электроном  $\gamma e \rightarrow e$ . Процесс распада фотона на электрон-позитронную пару в магнитном поле рассматривался также в работе [54], где была получена вероятность реакции  $\gamma \rightarrow e^+e^-$  в квазиклассическом пределе. Далее данный процесс рассматривался в ряде работ [55–57]. Возможность таких реакций в сильном магнитном поле приводит к такому явлению, как затухание электромагнитного поля. Обычно для определения коэффициента затухания используется ширина распада фотона. Однако в представленных результатах работ [55–57] в ширине присутствуют сингулярности вблизи циклотронных резонансов. Поэтому в статье [57] характер затухания фотона определялся из решения уравнения дисперсии на втором Римановом листе. Однако, согласно замечаниям авторов работы [58], этот метод имеет ряд недостатков и для их устранения было предложено для определения характера затухания электромагнитной волны решать волновое уравнение в присутствии внешнего источника. Для случая же замагниченной плазмы, по-видимому, такая задача не рассматривалась.

Другой важной задачей является построение функции распределения фотонов в сильном магнитном поле и плазме с учетом резонанса в комптоновском процессе. Для случая сильно замагниченной плазмы при частотах, значительно ниже циклотронных резонансов, был рассмотрен перенос излучения в работе [59]. Однако из-за сложного поведения комптоновского рассеяния, задача по переносу излучения вблизи резонансных энергий фотона представляет значительные трудности. В пределе сильного магнитного поля решение уравнения

переноса для одной из двух нормальных мод рассматривалось в работах [60, 61]. Однако такой подход не может быть применим только для случая достаточно плотной плазмы, когда среда для одной из двух мод фотонов является более прозрачной. Для решения этой задачи в работах [62, 63] рассматривалось диффузное приближение распространения нормальных мод в оптически толстой разреженной плазме и в относительно сильном магнитном поле. В работе [59] был проведен анализ переноса излучения в горячей замагниченной плазме при энергиях фотона, которые находятся значительно ниже уровня циклотронных резонансов.

Одним из наиболее эффективных численных методов для решения задач переноса излучения в различных средах является метод Монте-Карло. Использование данного метода для моделирования поляризованного излучения в цилиндрической геометрии было начато еще в 70-х годах [64]. Основным преимуществом метода Монте-Карло является возможность с его помощью моделировать сложные физические процессы для случая сложных граничных условий или неоднородных сред. Так, в работе [65] данный метод позволил рассматривать пространственную диффузию фотонов в произвольных геометриях с учетом углового распределения. Рентгеновское излучение, возникающего из-за резонансного комптоновского рассеяния тепловых фотонов движущимися зарядами, в искривленной магнитосфере с помощью моделирования Монте-Карло изучалось в работе [66]. Множественный комптоновский процесс рассматривался в работе [67] в сильном магнитном поле, где в качестве результата было показано, что функция распределения фотонов с учетом циклотронных резонансов существенно отличается от равновесного распределения.

Следует отметить, что во всех перечисленных статьях предполагалась постоянная температура с постоянной плотностью вещества в атмосфере. Перенос излучения для неоднородных температур и плотностей, а также для различных конфигураций поверхностного магнитного поля исследовалось в работе [68]. Кинетическое уравнение, учитывающее комптоновский процесс и индуцированные

реакции, было описано в работе [69]. Однако, из-за значительных вычислительных сложностей данное уравнение, по-видимому никогда не решалось аналитически.

### **Цели и задачи диссертационной работы:**

1. Вычислить коэффициент поглощения фотона в пределе сильного магнитного поля для процесса комптоновского рассеяния  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  с учетом конечной ширины резонансного пика. Сравнить полученные результаты с дельта-функциональным приближением, а также с нерезонансным пределом.
2. Исследовать процесс затухания электромагнитной волны в сильно замагниченной плазме с учетом процессов поглощения фотона электроном (позитроном)  $\gamma e^{\pm} \rightarrow e^{\pm}$ , и рождение электрон-позитронной пары  $\gamma \rightarrow e^+e^-$ .
3. Исследовать возможность формирования комптоновского процесса при условии затухания фотона как электромагнитной волны в сильно замагниченной плазме.
4. Получить решение кинетического уравнения для функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в замагниченной нерелятивистской плазме электронов с учетом комптоновского процесса  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  в окрестности резонанса.

### **Научная новизна.**

1. Впервые получены возможные области применения дельта-функционального приближения и нерезонансного предела для горячей зарядово-симметричной плазмы в пределе сильного магнитного поля.
2. Впервые вычислен коэффициент затухания электромагнитной волны за счет процессов поглощения электрона  $\gamma e \rightarrow e$  и рождения электрон-позитронной пары  $\gamma \rightarrow e^+e^-$  в пределе сильно замагниченной горячей зарядово-симметричной плазмы.

3. Впервые получены возможные области энергий фотона, при которых комптоновский процесс формируется в условиях затухания электромагнитной волны в пределе сильно замагниченной горячей плазмы.
4. Впервые получено аналитическое выражение для нахождения функции распределения фотона с учетом комптоновского процесса в дельта-функциональном приближении резонансного пика для замагниченной зарядово-симметричной плазмы электронов, удобное для дальнейшего численного анализа.

**Теоретическая и практическая значимость.** Результаты представляют интерес для дальнейших теоретических исследований в области астрофизики и физики элементарных частиц, когда изучаемые частицы находятся под воздействием внешних экстремальных условий. Кроме того, полученные результаты могут быть востребованы в образовательных целях, например, в качестве материала для учебной и методической литературы, которая поможет студентам в изучении этой области науки.

**Методология и методы исследования.** При проведении исследований использовались известные методы квантовой теории поля, физической кинетики и теоретические разработки физики элементарных частиц, развитые как для вакуума, так и для внешней активной среды.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Впервые вычислен коэффициент поглощения фотона в результате комптоновского процесса в сильно замагниченной зарядово-симметричной плазме для кинематически разрешенных каналов в области резонанса. Впервые проведен глубокий численный анализ с результатами, известными в литературе, что позволило установить возможные области энергий фотонов, для которых коэффициент поглощения хорошо описывается разложением по обратным степеням магнитного поля или дельта-функциональным приближением.

2. Впервые исследован процесс распространения электромагнитной волны в сильно замагниченной, зарядово-симметричной плазме. Показано, что аналогично случаю чистого магнитного поля процесс затухания фотона в замагниченной плазме имеет неэкспоненциальный характер. Установлено, что вычисление коэффициента поглощения с учетом неэкспоненциального характера затухания приводит к конечному выражению для коэффициента поглощения фотона в окрестности циклотронных резонансов.
3. Впервые получено решение кинетического уравнения для нахождения функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в равновесной нерелятивистской плазме электронов и в относительно сильном магнитном поле с учетом резонанса на виртуальном электроне.

Представленные результаты являются оригинальными и новыми.

**Степень достоверности и апробация результатов.** Основные результаты диссертации докладывались лично автором на следующих российских и международных конференциях и семинарах:

1. Стендовый доклад на конференции ИКИ РАН “Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра”, (г. Москва 2018, 2019).
2. Стендовый доклад на молодежной конференции по теоретической и экспериментальной физике МКТЭФ-2020, НИЦ «Курчатовский институт» (г. Москва, 2020).
3. Стендовый доклад на 5-й международной конференции по физике частиц и астрофизике (г. Москва 2020).
4. Устный доклад на международной конференции по квантовой теории поля, физике высоких энергий и космологии, (г. Дубна 2022).
5. Устный доклад на 6-й международной конференции по физике частиц и астрофизике (г. Москва 2022).

Автор докладывал результаты исследований на семинаре кафедры теоретической физики ЯрГУ им. П.Г. Демидова, в лаборатории теоретической физики им Н.Н. Боголюбова ОИЯИ г. Дубна, в ИЗМИРАН г. Москва

**Публикации.** Всего по теме диссертации опубликовано 7 работ [70–76], из них 4 работы [70–73] – в рецензируемых международных и российских журналах, рекомендованных ВАК для публикации результатов кандидатских и докторских диссертаций и включенных в индексы цитирования Scopus и Web of Science.

**Личный вклад автора.**

1. Автором вычислен коэффициент поглощения фотона в процессе  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  при резонансе на виртуальном электроне в пределе сильно замагниченной плазмы. Проведен сравнительный анализ с коэффициентом поглощения без учета резонанса и в  $\delta$ -функциональном приближении.
2. Автором исследован процесс распространения электромагнитной волны в сильно замагниченной, зарядово-симметричной плазме. Показано, что процесс затухания фотона в замагниченной плазме имеет неэкспоненциальный характер и коэффициент поглощения фотона существенно меньше по сравнению с известными в литературе результатами. Рассмотрена возможность формирования комптоновского процесса в условиях возможного затухания фотона в сильно замагниченной плазме.
3. Автором получено аналитическое решение кинетического уравнения для нахождения функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в равновесной нерелятивистской плазме электронов в относительно сильном магнитном поле в приближении холодной плазмы и с учетом резонанса в комптоновском процессе.



Результаты **разделов 1.3–1.4** получены в соавторстве с Румянцевым Д. А., Шленевым Д. М. [51] и не являются научным результатом настоящей диссертации, но дополняют их подробным сравнительным анализом с результатами, известными в литературе. Также эти результаты используются для решения задачи нахождения функции распределения фотона в плазме в Главе 3.

Научные результаты **первой главы раздела 1.5** получены в соавторстве с Румянцевым Д. А., Чистяковым М. В. и отражены в работах [70, 74–76].

Научные результаты **второй главы** получены в соавторстве с Румянцевым Д. А. и Чистяковым М. В. и отражены в работах [71].

Научные результаты **третьей главы** получены в соавторстве с Румянцевым Д. А. и отражены в работах [72, 73].

Вклад автора в диссертацию заключается в проведении численного анализа и осуществлении аналитических вычислений, которые выполнялись в сотрудничестве с соавторами и подвергались сравнению на ключевых этапах диссертационного исследования.

**Структура и объем диссертации.** Настоящая диссертация посвящена изучению квантовых процессов с учетом резонансных эффектов и влияния внешней активной среды на кинематику и дисперсию частиц. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, трех приложений и списка литературы.

В **первой главе** рассчитываются коэффициент поглощения, а также сечение комптоновского рассеяния с учетом резонанса на виртуальном электро-не. Представлены результаты работы [51], где было показано что при использовании  $\delta$ -функционального приближения в случае узкого резонансного пика,  $S$ -матричный элемент обобщенного комптоновского процесса факторизуется двумя одновершинным подпроцессами. Предоставляется краткий обзор поляризационных и дисперсионных свойств фотонов в сильно замагниченной электрон-позитронной плазме. Также в данной главе представлен сравнительный численный анализ для магнитных полей  $B \simeq 10^{12} - 10^{13}$  Гс и температур  $T \simeq 5 - 50$  кэВ с результатами, известными в литературе.

Для случая сильного магнитного поля  $B > 20B_e$  и высоких температур  $T = 1$  МэВ вычислен коэффициент поглощения фотона с учетом конечной ширины поглощения электрона. Рассмотрен анализ полученных результатов в сравнении с дельта-функциональным пределом, а также с нерезонансным пределом, что позволило установить возможные области применения указанных приближений.

Во **второй главе** рассматривается процесс затухания фотона за счет процесса поглощения фотона электроном (позитроном),  $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm$ , и рождения  $e^+e^-$ -пар,  $\gamma \rightarrow e^+e^-$ , в сильно замагниченной плазме с параметрами  $B = 200B_e$  и  $T = 1$  МэВ. Для указанных параметров определен коэффициент поглощения фотона, который является конечным вблизи циклотронных резонансов. Построены дисперсионные кривые в области неустойчивости фотона. Рассмотрена возможность формирования комптоновского процесса при возможной неустойчивости фотона.

В **третьей главе** рассматривается приложение результатов первой главы к решению кинетического уравнения для нахождения функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в равновесной нерелятивистской плазме электронов в относительно сильном магнитном поле и с учетом резонанса на виртуальном электроне.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

В **приложении А** рассмотрен точный пропагатор электрона в магнитном поле.

В **приложении Б** приведены факторы  $\mathcal{T}_k^{s''s}$  для скалярных, псевдоскалярных, векторных, псевдовекторных вершин.

В **приложении В** рассматриваются свойства поляризационного оператора в пределе сильного магнитного поля.

Основные обозначения, используемые в диссертации, соответствуют обозначениям, принятым в работе [2].

Используется 4-метрика с сигнатурой  $(+ - - -)$ , а также естественная система единиц  $\hbar = c = k_B = 1$ .

Элементарный заряд:  $e = |e_f|$ , заряд фермиона:  $e_f$ . Масса фермиона:  $m_f$ , масса электрона:  $m$ . Постоянная тонкой структуры:  $\alpha$ , константа Ферми:  $G_F$ .

Тензор внешнего поля:  $F_{\alpha\beta}$ , дуальный тензор:  $\tilde{F}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}F^{\mu\nu}$ .

Обезразмеренный тензор внешнего магнитного поля:  $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$ , дуальный обезразмеренный тензор:  $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}\varphi^{\mu\nu}$ .

У 4-векторов и тензоров, стоящих внутри круглых скобок, тензорные индексы полагаются свернутыми последовательно, например:

$$(pFFp) = p^\alpha F_{\alpha\beta} F^{\beta\delta} p_\delta; \quad (FFp)_\alpha = F_{\alpha\beta} F^{\beta\delta} p_\delta; \quad (FF) = F_{\alpha\beta} F^{\beta\alpha}.$$

Безразмерные тензоры  $\Lambda_{\alpha\beta} = (\varphi\varphi)_{\alpha\beta}$ ,  $\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\alpha\beta}$  связаны соотношением  $\tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} - \Lambda_{\alpha\beta} = g_{\alpha\beta}$ .

В системе отсчета, где имеется только магнитное поле  $\mathbf{B}$ , направленное вдоль третьей оси, 4-векторы с индексами  $\perp$  и  $\parallel$  относятся к подпространствам Евклида  $\{1, 2\}$  и Минковского  $\{0, 3\}$  соответственно. При этом

$$\Lambda_{\alpha\beta} = \text{diag}(0, 1, 1, 0), \quad \tilde{\Lambda}_{\alpha\beta} = \text{diag}(1, 0, 0, -1).$$

Для произвольных векторов  $p_\mu, q_\mu$  имеем:

$$p_\perp^\mu = (0, p_1, p_2, 0), \quad p_\parallel^\mu = (p_0, 0, 0, p_3),$$

$$(pq)_\perp = (p\Lambda q) = p_1q_1 + p_2q_2, \quad (pq)_\parallel = (p\tilde{\Lambda}q) = p_0q_0 - p_3q_3.$$

Остальные обозначения те же, что приняты в книге [77].

## Глава 1

# Комптоновское рассеяние с учетом резонанса на виртуальном электроне

## 1.1. Введение

Интерес к изучению комптоновского рассеяния  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  в сильном магнитном поле первоначально был вызван неожиданным открытием циклотронных спектральных линий у двойных рентгеновских пульсаров [78–80], которые изначально интерпретировались либо как циклотронное поглощение, либо как циклотронное излучение [78]. Дальнейшее повышение разрешения детекторов по энергии позволило уверенно заключить, что циклотронные особенности связаны именно с резонансным поглощением фотона [81]. При этом под циклотронным резонансом обычно понимается резкое увеличение сечения рассеяния по сравнению с классическим томсоновским сечением  $\sigma_T = 8\pi\alpha^2/(3m^2)$ . В одной из первых работ по этой тематике [82] выражение для сечения комптоновского рассеяния в магнитном поле без плазмы было получено в нерелятивистском пределе и для фотона, распространяющегося вдоль магнитного поля, в сечении был обнаружен резонансный пик при энергии:

$$\omega_B \simeq \frac{\beta}{m}. \quad (1.1)$$

Кроме того, в работе [82] также было показано, что сечение рассеяния фотона на электроне значительно зависит как от поляризационного состояния фотона, так и от угла между направлением импульса начального фотона и направлением магнитного поля. В последовавшей за ней статье [83] исследовалось изменение частоты фотона в комптоновском процессе, кратное циклотронной частоте  $\omega_B$  (1.1). В следующих работах [84, 85] были получены результаты для полного сечения рассеяния фотона на электроне с использованием фор-

мализма работы [82], которые будут справедливыми только для относительно слабого магнитного поля  $B < 10^{12}$  Гс. Однако при значениях магнитного поля  $B > 10^{12}$  Гс, как было показано в работах [44, 86], учет релятивистских эффектов в сечении комптоновского рассеяния становится существенным.

В представленных выше работах предполагалось, что начальный и конечные электроны находятся на основном уровне Ландау, что имеет смысл в пределе сильного магнитного поля и/или низких температур  $T \ll m$  (см. Введение). В этом пределе резонансный пик (1.1) смещается в область более низких энергий фотона, а кроме него возникает бесконечный ряд резонансных пиков, соответствующих разным уровням Ландау  $n$  виртуального электрона. Эти пики реализуются при энергиях фотона:

$$\omega_n(\theta) = \frac{\sqrt{m^2 + 2\beta n \sin^2 \theta} - m}{\sin^2 \theta}, \quad (1.2)$$

где  $\theta$  – угол между импульсом начального фотона и направлением магнитного поля.

С другой стороны, в результате комптоновского процесса могут возбуждаться высшие уровни Ландау начального электрона, что, в свою очередь, может выступать механизмом рождения фотонов малых энергий для магнитных полей  $B \lesssim B_e$  [39, 87]. В таком случае для произвольных уровней Ландау  $\ell$  начального электрона резонансные пики будут наблюдаться на энергиях:

$$\omega_{n\ell}(\theta) = \frac{\sqrt{M_\ell^2 - \sin^2 \theta (M_\ell^2 - M_n^2)} - M_\ell}{\sin^2 \theta}, \quad (1.3)$$

где  $M_\ell = \sqrt{m^2 + 2\beta\ell}$ ,  $M_n = \sqrt{m^2 + 2\beta n}$  и т. п.

В рассмотренных выше работах сечение комптоновского рассеяния становится бесконечным при энергиях фотона, соответствующих циклотронным резонансам (1.2) вследствие предположения о большом времени жизни виртуальных частиц. По этой причине их результаты справедливы только для областей энергий фотона вдали от резонансов и могут быть применены, например, для моделирования излучения **замагниченной холодной плазмы вблизи по-**

верхности нейтронных звезд [88] или же для относительно слабых магнитных полей  $B \lesssim 10^{10}$  Гс [89].

С другой стороны, учет резонансов в комптоновском процессе является необходимым при моделировании спектров излучения сильно замагниченных нейтронных звезд [65, 90–96]. Вблизи поверхности нейтронной звезды, где формируется излучение, резонансный обратный комптоновский процесс рассеяния фотонов малых энергий на высокоэнергетических электронах является доминирующим процессом, который приводит к охлаждению плазмы внутренней магнитосферы и образованию высокоэнергетического хвоста в спектре излучения [36, 40, 66, 97].

Вблизи циклотронных резонансов для расчета сечения комптоновского рассеяния требуется учесть полную ширину изменения состояния электрона (см. приложение A). В нерелятивистском пределе [82] присутствует лишь одна резонансная частота (1.2) и сечение рассеяния не зависит от поляризационного состояния электрона (или его спинового состояния), поэтому ввести полную ширину относительно просто [98]. Однако в сильных магнитных полях  $B \gtrsim B_e$  и при высоких энергиях частиц требуется учитывать релятивистские поправки, что приводит к тому, что выражение для сечения становится очень громоздким, поскольку оно имеет бесконечное число резонансов (1.3), содержащихся в сумме по всем промежуточным виртуальным состояниям.

Изначально для учета конечных резонансных пиков использовались усредненные по спину ширины распада промежуточного состояния [46]. Как было указано в работе [49], такой подход не является точным, поскольку усреднение по спину некорректно учитывает спиновую зависимость времени распада виртуального электрона, что приводит к неверному значению сечения комптоновского рассеяния в точке резонанса. Этот недостаток был устранен в работе [50], где представлено сечение рассеяния процесса  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  с учетом ширины распада виртуальных промежуточных состояний, которая зависит от поляризационного состояния электрона. Однако полное сечение комптоновского рассе-

яния, полученное таким методом, представляет собой громоздкое выражение, что, например, затрудняет его использование в моделях переноса излучения.

В ряде случаев выражение сечения рассеяния можно упростить для получения аналитического решения различных задач. Так, в работе [46] была использована аппроксимация сечения рассеяния с учетом резонанса в ультрарелятивистском пределе для случая относительно сильного магнитного поля  $B > 0.1B_e$ . В точке циклотронного резонанса виртуальный электрон становится реальным и распадается на масштабе комптоновского времени, поэтому вероятность комптоновского рассеяния сводится к вероятности одновершинного процесса поглощения фотона электроном  $\gamma e \rightarrow e$ . В работе [99] исследовался вопрос аппроксимации комптоновского сечения с помощью одновершинного процесса поглощения фотона электроном для магнитных полей  $B \sim 0.1B_e$ . При этом различие между одновершинным процессом поглощения и комптоновским рассеянием становится существенным на высших циклотронных резонансах из-за нерезонансного вклада. Ещё один подход рассмотрен в работе [51], он заключается в том, что пропагатор виртуального электрона можно заменить на дельта-функцию, когда основной вклад в сечение рассеяния будут давать области вблизи резонансов (приближение узкого пика).

В настоящей главе рассматривается процесс рассеяния фотонов на электронах сильно замагниченной (величина магнитного поля является максимальным параметром  $eB = \beta \gg T^2, \omega^2, E^2$ ) равновесной плазмы с нулевым химическим потенциалом  $\mu = 0$  с учетом **вкладов от** циклотронных резонансов. Проведен сравнительный анализ сечения рассеяния, вычисленного в дельта-функциональном приближении, с известными в литературе результатами в области магнитных полей  $10^{12} - 10^{13}$  Гс и температур от 5 до 50 кэВ, характерных для радиопульсаров и магнитаров. Для сверхсильных магнитных полей  $10^{15} - 10^{16}$  Гс и высоких температур  $T \simeq 1$  МэВ, характерных для гигантских вспышек магнитаров, рассчитан коэффициент поглощения фотона с учетом конечной ширины резонансного пика. Полученные результаты позволили установить возможную область применимости как дельта-функционального приближения, так и разложения по обратным степеням магнитного поля.

## 1.2. Представления решений уравнения Дирака во внешнем магнитном поле

Для полноты изложения, в этом разделе обсудим влияние внешней активной среды на волновые функции фермионов [2], которые являются решением уравнения Дирака в присутствии внешнего постоянного однородного магнитного поля, направленного вдоль оси  $z$ :

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu + e_f A_\mu\gamma^\mu - m_f)\Psi_{p,n}^s(X) = 0, \quad (1.4)$$

где  $A_\mu$  – 4-вектор потенциала электромагнитного поля, который в калибровке Ландау имеет вид  $A^\mu = (0, 0, xB, 0)$ ,  $X^\mu = \{t, x, y, z\}$ . Как хорошо известно [100], решением уравнения (1.4) является набор собственных функций любого оператора, который коммутирует с гамильтонианом Дирака во внешнем магнитном поле:  $H = \gamma_0(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{P}) + m_f\gamma_0 + e_f A_0$ , где  $\mathbf{P} = -i\nabla - e_f\mathbf{A}$ . Существует несколько представлений решений уравнения Дирака, из них можно выделить два наиболее распространенных подхода, подробное описание которых имеется в работах [2, 45, 100–103]. При первом из них, предложенным Джонсоном и Липпманом [104], решения выбираются как собственные функции оператора обобщенной спиральности,  $T_0 = \frac{1}{m_f}(\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{P})$ , где  $\boldsymbol{\Sigma} = -\gamma_0\boldsymbol{\gamma}\gamma_5$  – трехмерный оператор спина. При этом две верхние компоненты биспиноров соответствуют состояниям фермиона с проекцией спина на направление магнитного поля, равной  $1/2$  и  $-1/2$ .

Другой подход предложен Соколовым и Терновым [32]. Он состоит в выборе волновых функций как собственных функций ковариантного оператора  $\mu_z$ , который строится следующим образом:

$$\mu_z = m_f\Sigma_z - i\gamma_0\gamma_5[\boldsymbol{\Sigma} \times \mathbf{P}]_z. \quad (1.5)$$

Его можно получить непосредственно из введенного в [32] обобщенного оператора спина, являющегося тензором третьего ранга, который можно записать



в координатном представлении следующим образом:

$$F_{\mu\nu\lambda} = -\frac{i}{2} (P_\lambda \gamma_0 \sigma_{\mu\nu} + \gamma_0 \sigma_{\mu\nu} P_\lambda), \quad (1.6)$$

где  $\sigma_{\mu\nu} = (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)/2$ , и  $P_\lambda = i\partial_\lambda - e_f A_\lambda = (i\partial_0 - e_f A_0, -i\nabla - e_f \mathbf{A})$  – оператор обобщенного 4-импульса. Заметим, что в работе [32] ковариантные билинейные формы были построены из матриц Дирака в обкладках биспиноров  $\psi^\dagger$  и  $\psi$ , тогда как в современной литературе (см., например [105]) билинейные формы строятся из матриц Дирака в обкладках биспиноров  $\bar{\psi}$  и  $\psi$ . Из пространственных компонент  $F_{\mu\nu 0}$  оператора (1.6) можно построить следующий векторный оператор:

$$\mu_i = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} F_{jk0}, \quad (1.7)$$

где  $\varepsilon_{ijk}$  – тензор Леви-Чивита. Построенный таким образом объект (1.7) имеет смысл оператора поляризации [32, 45]. Его можно представить в виде:

$$\boldsymbol{\mu} = m_f \boldsymbol{\Sigma} + i\gamma_0 \gamma_5 [\boldsymbol{\Sigma} \times \mathbf{P}]. \quad (1.8)$$

В нерелятивистском пределе оператор (1.8), отнесенный к квадрату массы фермиона:  $\boldsymbol{\mu}/m_f^2$ , переходит в обычный оператор Паули для магнитного момента [106], который имеет явную физическую интерпретацию оператора спина.

Решения уравнения Дирака в представлении Джонсона и Липпмана широко используются в литературе (см., например, [46, 99, 107–110]). Однако эти функции обладают рядом недостатков, которые проявляются при расчете конкретных характеристик процессов с двумя и более вершинами. Так, лоренц-инвариантностью будет обладать только квадрат модуля амплитуды, просуммированный по всем поляризациям фермиона, а не парциальные вклады в него. Более того, как было показано в работах [49, 111], в области резонанса использование функций Джонсона и Липпмана приводит к относительной ошибке в расчетах физических величин порядка  $O(B/B_e)$  в древесном приближении и  $O[(B/B_e)^2]$  в следующих порядках разложения, что становится существенным при магнитарных магнитных полях.

С другой стороны, использование функций, предложенных Соколовым и Терновым, правильно описывает сечение процессов вблизи резонанса, а также позволяет найти парциальные вклады в амплитуду каждого поляризационного состояния частиц в отдельности, которые будут иметь лоренц-инвариантную структуру. По этой причине далее в этом разделе приведем подробное их описание.

Уравнение для собственных функций оператора (1.5) имеет следующий вид:

$$\mu_z \Psi_{p,n}^s(X) = s M_n \Psi_{p,n}^s(X), \quad (1.9)$$

где квантовое число  $s = \pm 1$  определяет поляризационные состояния фермиона в постоянном однородном магнитном поле.

Как уже упоминалось во Введении, состояния фермиона квантуются по энергетическим состояниям, которые называются уровнями Ландау:

$$E_n = \sqrt{p_z^2 + M_n^2}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (1.10)$$

Здесь введено обозначение для эффективной массы фермиона в магнитном поле  $M_n = \sqrt{2\beta n + m_f^2}$ , где  $\beta = |e_f|B$ . Каждое состояние является бесконечно вырожденным по  $p_z$  и дважды вырожденным по  $s$ , кроме состояния  $n = 0$ , где возможно лишь состояние с  $s = -1$ . Решения уравнения Дирака (1.4) могут быть представлены следующим образом:

$$\Psi_{p,n}^s(X) = \frac{e^{-i(E_n X_0 - p_y X_2 - p_z X_3)} U_n^s(\xi)}{\sqrt{4E_n M_n (E_n + M_n)(M_n + m_f) L_y L_z}}, \quad (1.11)$$

где

$$\xi(X_1) = \sqrt{\beta} \left( X_1 - \eta \frac{p_y}{\beta} \right). \quad (1.12)$$

Далее, используя обозначение для определения знака заряда фермиона  $\eta = e_f/|e_f|$ , становится удобным представить биспиноры  $U_n^s(\xi)$  в виде отдельной суммы биспиноров соответствующих положительным и отрицательным зарядам  $U_{n,\eta}^s(\xi)$ :

$$U_n^s(\xi) = \frac{1 - \eta}{2} U_{n,-}^s(\xi) + \frac{1 + \eta}{2} U_{n,+}^s(\xi), \quad (1.13)$$

где

$$U_{n,-}^{-}(\xi) = \begin{pmatrix} -i\sqrt{2\beta n} p_z V_{n-1}(\xi) \\ (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_{n-1}(\xi) \\ -p_z(M_n + m_f)V_n(\xi) \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

$$U_{n,-}^{+}(\xi) = \begin{pmatrix} (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n} p_z V_n(\xi) \\ p_z(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_n(\xi) \end{pmatrix}, \quad (1.15)$$

$$U_{n,+}^{-}(\xi) = \begin{pmatrix} i\sqrt{2\beta n} p_z V_n(\xi) \\ (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_n(\xi) \\ -p_z(M_n + m_f)V_{n-1}(\xi) \end{pmatrix}, \quad (1.16)$$

$$U_{n,+}^{+}(\xi) = \begin{pmatrix} (E_n + M_n)(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ i\sqrt{2\beta n} p_z V_{n-1}(\xi) \\ p_z(M_n + m_f)V_n(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta n}(E_n + M_n)V_{n-1}(\xi) \end{pmatrix}, \quad (1.17)$$

$V_n(\xi)$  – нормированные функции гармонического осциллятора, которые следующим образом выражаются через полиномы Эрмита  $H_n(\xi)$  [112]:

$$V_n(\xi) = \frac{\beta^{1/4} e^{-\xi^2/2}}{\sqrt{2^n n!} \sqrt{\pi}} H_n(\xi). \quad (1.18)$$

Далее эти решения уравнения Дирака (1.11) используются для получения пропагаторов фермионов (см. приложение A) и построения коэффициента поглощения в разделе 1.4.

### 1.3. Дисперсия фотона в замагниченной плазме

Дальнейшее описание квантовых процессов в активной среде, в частности комптоновского рассеяния, без учета поляризационных и дисперсионных свойств фотона будет некорректным. В свою очередь эти свойства определяются поляризационным оператором фотона  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ . Подробный анализ его собственных функций и собственных значений для случая сильно замагниченной плазмы можно найти в приложении В. Как было показано ранее в работе [57], в общем случае в замагниченной плазме фотон будет эллиптически поляризован и обладать тремя поляризационными состояниями. Однако в случае, когда магнитное поле является наибольшим параметром задачи  $\beta \gg T^2, \omega^2, \mu^2$  (т.н. поледоминирующая среда), векторы поляризации фотона будут такими же, как в чистом магнитном поле и, с точностью до  $O(1/\beta)$  и  $\alpha$ , могут быть представлены следующим образом [47]:

$$\varepsilon_{\mu}^{(1)} = \frac{(q\varphi)_{\mu}}{\sqrt{q_{\perp}^2}}, \quad \varepsilon_{\mu}^{(2)} = \frac{(q\tilde{\varphi})_{\mu}}{\sqrt{q_{\parallel}^2}}. \quad (1.19)$$

Это заведомо выполняется в зарядово-симметричной плазме с  $\mu = 0$ , что имеет место в большинстве моделей магнитосфер радиопульсаров и магнитаров [113].

Как было показано ранее [57] (см. также приложение В), закон дисперсии для фотона моды 1 в рассматриваемой кинематической области лишь незначительно отличается от вакуумного закона  $q^2 = 0$ . С другой стороны, закон дисперсии фотона моды 2 будет существенно отличаться от вакуумного закона, особенно в окрестности циклотронных резонансов [57]:

$$q_{\parallel}^2 = (M_n \pm M_{n'})^2, \quad (1.20)$$

где  $n, n' = 0, 1, 2, \dots$

Это связано с наличием корневых сингулярностей в собственных значениях поляризационного оператора  $\mathcal{P}^{(\lambda)}(q)$  для мод  $\lambda = 1, 2$  (за исключением точки

$q_{\parallel}^2 = 4m^2$  для моды 1). Поэтому в этих областях становится важным учет радиационных поправок к собственным значениям поляризационного оператора в замагниченной плазме, что приводит к перенормировке волновых функций фотона

$$\varepsilon_{\alpha}^{(\lambda)}(q) \rightarrow \varepsilon_{\alpha}^{(\lambda)} \sqrt{Z_{\lambda}}, \quad Z_{\lambda}^{-1} = 1 - \frac{\partial \mathcal{P}^{(\lambda)}(q)}{\partial \omega^2}. \quad (1.21)$$

Численный анализ уравнения дисперсии

$$q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q) = 0 \quad (1.22)$$

для  $\lambda = 1, 2$  (см. [57]) позволяет качественно изобразить дисперсионную кривую фотона моды 2 для случая сильного магнитного поля, когда  $(M_1 - m)^2 > 4m^2$  (см. рис. 1.1).

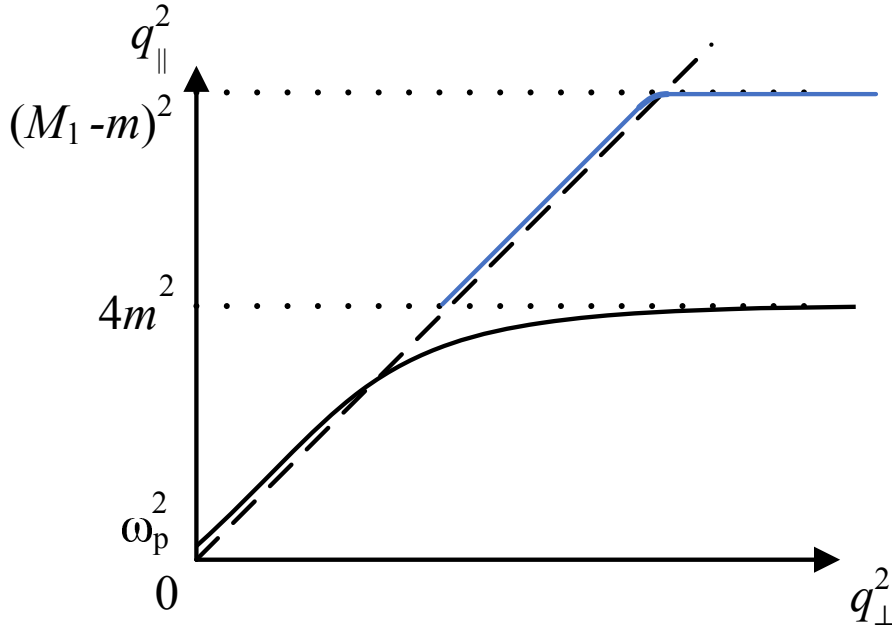


Рис. 1.1. Закон дисперсии моды 2 в зарядово симметричной плазме при  $B \gtrsim B_e$  изображен сплошными линиями. Штриховой линией изображен вакуумный закон дисперсии, который практически совпадает с законом дисперсии фотона моды 1. Дисперсионные кривые следует продолжить схожим образом и на область  $q_{\parallel}^2 > (M_1 - m)^2$ .

Для фотона моды 2 дисперсионная кривая в области низких частот отличается от вакуумной на плазменную частоту, которая определяется как решение уравнения:

$$\omega_p^2 - \mathcal{P}^{(2)}(\omega_p, \mathbf{k} \rightarrow 0) = 0, \quad (1.23)$$

и имеет смысл эффективной массы фотона (см. рис. 1.1). Другими словами говоря, реальная часть собственного значения поляризационного оператора фотона моды 2 является положительной  $\text{Re}\mathcal{P}^{(2)} > 0$ , что может приводить к изменению кинематики процессов с участием фотона. При приближении к порогу  $q_{\parallel}^2 = 4m^2$  дисперсионная кривая значительно отклоняется от вакуумного закона. В кинематической области выше порога  $q_{\parallel}^2 > 4m^2$ , как будет показано в главе 2 настоящей диссертации, дисперсионная кривая фотона моды 2 близка к вакуумной вплоть до следующего порога  $(M_1 - m)^2$ . Для фотона моды 1 дисперсионную кривую можно считать вакуумной, а  $\omega_p \sim O(1/\beta)$ .

Другой важной особенностью влияния замагниченной плазмы на дисперсию фотона является его нестабильность. Например, фотон моды 2 может эффективно распадаться на  $e^+e^-$ -пару при масштабах энергии  $q_{\parallel}^2 \gtrsim 4m^2$ . С другой стороны, фотон моды 1 распадается на  $e^+e^-$ -пару в области  $q_{\perp}^2 \gtrsim (M_1 + m)^2$ , что заведомо больше области, в которой наблюдается первый резонанс на виртуальном электроде,  $q_{\parallel}^2 \gtrsim (M_1 - m)^2$ . Поэтому в пределе сильного поля  $B > 20B_e$  для исследования резонансного комптоновского процесса целесообразно рассматривать лишь 2 канала комптоновского рассеяния:  $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(1)}e$  и  $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(2)}e$ . Также следует отметить, что указанные энергии фотонов совпадают с точками сингулярности собственных значений поляризационного оператора (1.20). Непосредственно поведение фотона обеих мод вблизи циклотронных резонансов связано с затуханием квантованной электромагнитной волны, который рассматривается во второй главе этой диссертации.

## 1.4. Реакция резонансного комптоновского рассеяния

Для описания комптоновского процесса вблизи резонансов будем использовать метод  $\delta$ -функционального приближения, который был развит в работе [51].

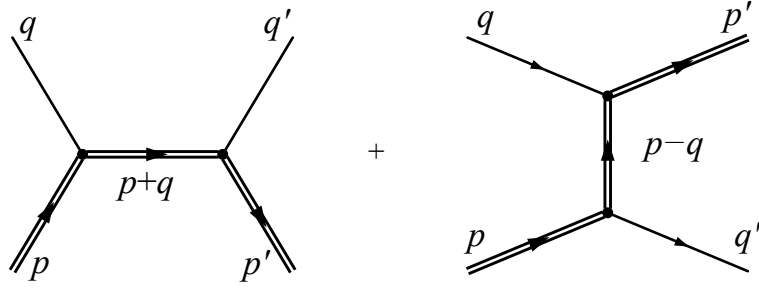


Рис. 1.2. Диаграммы Фейнмана для реакции  $\gamma e \rightarrow \gamma e$ . Двойные линии означают, что влияние внешнего поля на начальное и конечное состояния электронов и на электронный пропагатор учтено точно.

Полученные в данной работе результаты представлены в этом разделе и в дальнейшем используются в главе 3 настоящей диссертацией для решения задачи переноса излучения в замагниченной плазме электронов. Кроме того, данный раздел дополняет работу [51] более подробным сравнительным анализом с уже известными в литературе результатами. Для решения задачи построения коэффициента поглощения фотона рассмотрим эффективный лагранжиан, описывающий обширный класс взаимодействий фермиона  $f$  с обобщенными токами  $j$  [114]:

$$\mathcal{L}(x) = \sum_k g_k [\bar{\psi}_f(x) \Gamma_k \psi_f(x)] J_k(x), \quad (1.24)$$

где  $\psi_f(x)$  – операторы фермионного поля, а индекс  $k = S, P, V, A$  соответствует скалярным, псевдоскалярным, векторным и аксиальным вершинам с матрицами  $\Gamma_k$ :  $\Gamma_S = 1$ ,  $\Gamma_P = \gamma_5$ ,  $\Gamma_V = \gamma_\alpha$ ,  $\Gamma_A = \gamma_\alpha \gamma_5$ , соответствующим операторам обобщенных токов  $J_k(x)$  ( $J_S$ ,  $J_P$ ,  $J_{V\alpha}$  или  $J_{A\alpha}$ ), а также константам взаимодействия  $g_k$ .

В частности, лагранжиан электромагнитного взаимодействия может быть представлен в виде:

$$\mathcal{L}(X) = -e [\bar{\psi}_f(X) \gamma^\mu A_\mu^{(\lambda)}(X) \psi_f(X)]; \quad (1.25)$$

Комптоновский процесс в древесном приближении описывается диаграммами Фейнмана, представленными на рис. 1.2. Соответствующий  $S$ -матричный элемент рассеяния фотона поляризации  $\lambda$  на электроне с рождением электрона

и фотона поляризации  $\lambda'$ , с учетом лагранжиана (1.25) может быть представлен в виде:

$$\begin{aligned} S_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e'}^{s's} &= -e^2 \int d^4X d^4Y A_{\mu}^{(\lambda)}(X) A_{\mu'}^{(\lambda')}(Y) \left[ \bar{\Psi}_{p',\ell'}^{s'}(Y) \gamma_{\mu'} S(Y, X) \gamma_{\mu} \Psi_{p,\ell}^s(X) \right] + \\ &+ (A_{\mu}^{(\lambda)}, \gamma_{\mu} \leftrightarrow A_{\mu'}^{(\lambda')}, \gamma_{\mu'}). \end{aligned} \quad (1.26)$$

Здесь  $p^{\mu} = (E_{\ell}, \mathbf{p})$  и  $p'^{\mu} = (E'_{\ell'}, \mathbf{p}')$  - четырехмерные векторы энергии-импульса начального и конечного электрона, находящихся на уровнях Ландау  $\ell$  и  $\ell'$  соответственно,  $\Psi_{p,\ell}^s(X)$  - волновые функции электронов в присутствии внешнего магнитного поля (1.11),  $s$  и  $s'$  обозначают поляризационные состояния начального и конечного электрона соответственно,  $S(Y, X)$  - пропагатор электрона во внешнем магнитном поле (см. приложение A).

Волновые функции фотонов  $A_{\mu}^{(\lambda)}(X)$  и  $A_{\mu'}^{(\lambda')}(Y)$ , в свою очередь, удобно представить в виде плосковолновых решений с амплитудами  $\varepsilon_{\mu}^{(\lambda)}(q)$  и  $\varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q')$ :

$$A_{\mu}^{(\lambda)}(X) = \frac{e^{-i(qX)}}{\sqrt{2q_0V}} \varepsilon_{\mu}^{(\lambda)}(q), \quad q^{\alpha} = (q_0, \mathbf{q}), \quad (1.27)$$

$$A_{\mu'}^{(\lambda')}(Y) = \frac{e^{i(q'Y)}}{\sqrt{2q'_0V}} \varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q'), \quad q'^{\alpha} = (q'_0, \mathbf{q}'), \quad (1.28)$$

где  $V = L_x L_y L_z$  - нормировочный объем.

С учетом этих замечаний, подставим решения (1.11), фурье-образы волновых функций фотонов (1.27) и (1.28), пропагатор (A.6) в (1.26). Проинтегрировав полученный результат по  $dX_0 dX_2 dX_3$  и  $dY_0 dY_2 dY_3$ , представим  $S$ -матричный элемент в следующем виде:

$$\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e}^{s's} = \frac{i(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p' - q')}{\sqrt{2q_0V} \sqrt{2q'_0V} 2E_{\ell} L_y L_z 2E'_{\ell'} L_y L_z} \mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e'}^{s's}, \quad (1.29)$$

где  $\delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p' - q') = \delta(P_0 - E'_{\ell'} - q'_0) \delta(P_y - p'_y - q'_y) \delta(P_z - p'_z - q'_z)$ ,



$$\begin{aligned}
\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's} &\simeq ie^2 \varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q') \varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s''} \int dX_1 dY_1 e^{-iX_1 q_x + iY_1 q'_x} \times \quad (1.30) \\
&\times \frac{\bar{\phi}_{p',\ell'}^{s'}(Y_1) \gamma_{\mu'} \phi_{P,n}^{s''}(Y_1) \bar{\phi}_{P,n}^{s''}(X_1) \gamma_\mu \phi_{p,\ell}^s(X_1)}{P_\parallel^2 - M_n^2 + iP_0 \Gamma_n^{s''}/2} + \\
&+ (\varepsilon_\mu^{(\lambda)}(q), \gamma_\mu, P, q \leftrightarrow \varepsilon_{\mu'}^{(\lambda')}(q'), \gamma_{\mu'}, P', -q'),
\end{aligned}$$

$$P_\alpha = (p + q)_\alpha, \quad P'_\alpha = (p - q')_\alpha, \quad \alpha = 0, 2, 3.$$

Обсудим, при каких условиях амплитуда (1.30) будет иметь резонансный характер. Если выполняется условие  $\ell, \ell' \geq n$ , то в этом случае у пропагатора электрона существуют полюс, соответствующий тому, что виртуальная частица становится реальной, то есть выполняется равенство  $P_\parallel^2 - M_n^2 = 0$ . При условии  $\ell, \ell' < n$  полюса, отвечающие за резонансы в пропагаторе, отсутствуют и резонанс на виртуальном электроне не наблюдается. Кроме того, кинематический анализ показывает, что вблизи первых циклотронных резонансов основной вклад в амплитуду комптоновского процесса  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  будет давать только первая (т. н. s-канальная) диаграмма.

Согласно [115], полную ширину изменения состояния электрона  $\Gamma_n^{s''}$  можно представить в виде суммы ширин поглощения  $\Gamma_n^{(abs)s''}$  и рождения  $\Gamma_n^{(cr)s''}$  электрона следующим образом:

$$\Gamma_n^{s''} = \Gamma_n^{(abs)s''} + \Gamma_n^{(cr)s''} \simeq \Gamma_{e_n \rightarrow e_{\ell'}\gamma}^{(abs)s''} \left[ 1 + e^{-(E_n'' - \mu)/T} \right], \quad (1.31)$$

где

$$\begin{aligned}
\Gamma_{e_n \rightarrow e_{\ell'}\gamma}^{(abs)s''} &= \sum_{\ell'=0}^{n-1} \sum_{s'=\pm 1} \sum_{\lambda'} \int \frac{dp'_y dp'_z L_y L_z}{(2\pi)^2} [1 - f_-(E'_{\ell'})] \times \quad (1.32) \\
&\times \frac{d^3 q' V}{(2\pi)^3} (1 + f_{\omega'}) \frac{|\mathcal{S}_{e_n \rightarrow e_{\ell'}\gamma^{(\lambda')}}^{s's''}|^2}{\tau}
\end{aligned}$$

– ширина поглощения электрона в процессе  $e_n \rightarrow e_{\ell'}\gamma$ .

Как было показано в работе [51], в случае, когда ширина поглощения электрона  $\Gamma_n$  достаточно мала, то амплитуда комптоновского процесса факторизу-

ется двумя одновершинными процессами. Этот факт даёт возможность значительно упростить вычисление сечения, что приводит, например, к возможности построения аналитического решения уравнения переноса. Кратко опишем этот метод ниже. Действительно, в области резонанса, где выполняется условие  $P_0 \Gamma_n^{s''} \ll |P_{\parallel}^2 - M_n^2|$  соответствующая часть в (1.30) может быть заменена  $\delta$ -функцией:

$$\left| \frac{1}{P_{\parallel}^2 - M_n^2 - i P_0 \Gamma_n^{s''}/2} \right|^2 \simeq \frac{2\pi}{P_0 \Gamma_n^{s''}} \delta(P_{\parallel}^2 - M_n^2).$$

В таком случае квадрат парциальной амплитуды будет выглядеть следующим образом

$$|\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)} e_{\ell} \rightarrow \gamma^{(\lambda')} e_{\ell'}}^{s' s}|^2 \simeq \sum_{s''=\pm 1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\pi}{P_0 \Gamma_n^{s''}} \delta(P_{\parallel}^2 - M_n^2) \times \\ \times \left| \int dX_1 dY_1 \bar{\phi}_{p'\ell'}^{s'}(Y_1) \phi_{P,n}^{s''}(Y_1) \bar{\phi}_{P,n}^{s''}(X_1) \phi_{p\ell}^s(X_1) \right|^2. \quad (1.33)$$

С учетом (1.33) квадрат  $S$ -матричного элемента процесса  $j f \rightarrow j' f'$  факторизуется двумя одновершинными подпроцессами

$$\sum_{s,s'=\pm 1} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)} e_{\ell} \rightarrow \gamma^{(\lambda')} e_{\ell'}}^{s' s}|^2}{\tau} = \sum_{s,s',s''=\pm 1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p' - q')}{2q_0 L_x 2q'_0 V 2E_{\ell} L_y L_z 2E'_{\ell'} L_y L_z} \times \\ \times \int \frac{dp_y'' dp_z''}{(2E_n'')^2 (2\pi)^2 \Gamma_n^{s''}} (2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'') |\mathcal{M}_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')} e_{\ell'}}^{s' s''}|^2 |\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)} e_{\ell} \rightarrow e_n}^{s'' s}|^2. \quad (1.34)$$

Здесь мы воспользовались свойством  $\delta$ -функции:

$$\delta(P_{\parallel}^2 - M_n^2) = \frac{1}{2E_n''} \delta(P_0 - E_n''), \quad (1.35)$$

где  $E_n'' = \sqrt{p_z''^2 + M_n^2}$ .

Если теперь ввести  $S$ -матричный элемент поглощения электрона следующим образом

$$\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)} e_{\ell} \rightarrow e_n}^{s'' s} = \frac{i(2\pi)^3 \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'')}{\sqrt{2q_0 V 2E_{\ell} L_y L_z 2E_n'' L_y L_z}} \mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)} e_{\ell} \rightarrow e_n}^{s'' s}, \quad (1.36)$$

с учетом того, что

$$\left| \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'') \right|^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \delta_{0,y,z}^{(3)}(P - p'') \tau L_y L_z, \quad (1.37)$$

нетрудно видеть, что выражение (1.34) можно представить в факторизованном виде:

$$\sum_{s,s'=\pm 1} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's}|^2}{\tau} = \sum_{s,s',s''=\pm 1} \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{dp_y'' dp_z''}{(2\pi)^2 \Gamma_n^{s''}} \frac{|\mathcal{S}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}|^2}{\tau} \frac{|\mathcal{S}_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s's''}|^2}{\tau}. \quad (1.38)$$

Здесь соответствующая амплитуда  $\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s}$  одновершинного процесса записывается следующим образом:

$$\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}^{s''s} = \frac{\exp[-iq_x(p_y + p_y'')/(2\beta)]}{\sqrt{M_\ell M_n(M_\ell + m)(M_n + m)}} \left[ \frac{q_y + iq_x}{\sqrt{q_\perp^2}} \right]^{n-\ell} \mathcal{T}_V^{s''s}. \quad (1.39)$$

$S$ -матричный элемент для процесса рождения фотона  $\gamma \rightarrow e\gamma$  может быть получен из матричного элемента процесса поглощения фотона следующим образом  $S_{e_n \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}} = S_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow e_n}(q \rightarrow q', E_\ell \rightarrow E_{\ell}')$ .

Таким образом, для получения амплитуды комптоновского процесса вблизи резонанса в случае узкого пика, достаточно вычислить величины  $\mathcal{T}_V^{s''s}$ , которые были представлены в работе [51] и отражены в приложении Б для вершин скалярного, псевдоскалярного, векторного и аксиально-векторного типов. Они выражаются через следующие лоренц-коварианты и инварианты в подпространстве  $\{0, 3\}$ :

$$\mathcal{K}_{1\alpha} = \sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\Lambda}p'') + M_\ell M_n}} \left\{ M_\ell (\tilde{\Lambda}p'')_\alpha + M_n (\tilde{\Lambda}p)_\alpha \right\}, \quad (1.40)$$

$$\mathcal{K}_{2\alpha} = \sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\Lambda}p'') + M_\ell M_n}} \left\{ M_\ell (\tilde{\varphi}p'')_\alpha + M_n (\tilde{\varphi}p)_\alpha \right\}, \quad (1.41)$$

$$\mathcal{K}_3 = \sqrt{2 \left[ (p\tilde{\Lambda}p'') + M_\ell M_n \right]}, \quad (1.42)$$

$$\mathcal{K}_4 = -\sqrt{\frac{2}{(p\tilde{\Lambda}p'') + M_\ell M_n}} (p\tilde{\varphi}p''). \quad (1.43)$$

При вычислениях было использовано соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int dZ e^{-Z^2} H_n \left( Z + \frac{q_y + iq_x}{2\sqrt{\beta}} \right) H_\ell \left( Z - \frac{q_y - iq_x}{2\sqrt{\beta}} \right) = \\ = 2^{(n+\ell)/2} \sqrt{n! \ell!} \left[ \frac{q_y + iq_x}{\sqrt{q_\perp^2}} \right]^{n-\ell} e^{q_\perp^2/(4\beta)} \mathcal{I}_{n,\ell} \left( \frac{q_\perp^2}{2\beta} \right), \end{aligned}$$

где для  $n \geq \ell$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{n,\ell}(x) &= \sqrt{\frac{\ell!}{n!}} e^{-x/2} x^{(n-\ell)/2} L_\ell^{n-\ell}(x), \\ \mathcal{I}_{\ell,n}(x) &= (-1)^{n-\ell} \mathcal{I}_{n,\ell}(x), \end{aligned} \quad (1.44)$$

и  $L_n^k(x)$  – обобщенные полиномы Лагерра [112]. В дальнейшем удобно использовать следующее обозначение  $\mathcal{I}_{n,\ell} \equiv \mathcal{I}_{n,\ell} \left( \frac{q_\perp^2}{2\beta} \right)$ ,  $\mathcal{I}_{n',\ell'} \equiv \mathcal{I}_{n',\ell'} \left( \frac{q_\perp'^2}{2\beta} \right)$  и т.п.

Для астрофизических приложений полученных результатов удобно вместо сечения использовать коэффициент поглощения фотона – вероятность перехода фотона в другое состояние за счёт тех или иных процессов, который для комптоновского процесса был определен, например, в работе [47]:

$$\begin{aligned} W_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e} &= \frac{\beta}{16(2\pi)^4 \omega_\lambda} \int |\mathcal{M}_{\gamma^{(\lambda)}e_\ell \rightarrow \gamma^{(\lambda')}e_{\ell'}}^{s''s}|^2 \times \\ &\times f_E [1 - f_{E'}] (1 + f_\omega) \delta(\omega_\lambda(\mathbf{k}) + E - \omega_{\lambda'}(\mathbf{k}') - E') \frac{dp_z d^3k'}{EE'\omega_{\lambda'}}, \end{aligned} \quad (1.45)$$

где  $f_E = (1 + \exp[E/T])^{-1}$  – равновесная функция распределения электронов с температурой  $T$  и нулевым химическим потенциалом,  $f_\omega = (\exp[\omega/T] - 1)^{-1}$  – равновесная функция распределения фотонов. С помощью коэффициента поглощения удобно, например, вычислять длину свободного пробега  $\ell_\lambda = W_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}^{-1}$ , а дифференциальный коэффициент поглощения входит в уравнение Больцмана (см. главу 3).

Подставляя факторизованные квадраты амплитуд (1.33) с учетом (1.34)–(1.39) в выражение (1.45), суммируя по поляризационным состояниям конечного электрона и фотона и проводя несложное интегрирование, получим:

$$W_{\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{\alpha\beta}{2\omega} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{f_{E_\ell^\epsilon} [1 - f_{E_\ell^\epsilon + \omega}]}{\sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2}} \times \quad (1.46)$$

$$\times \left\{ [2\beta(n + \ell) - q_\parallel^2] (\mathcal{I}_{n,\ell-1}^2 + \mathcal{I}_{n-1,\ell}^2) - 8\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{I}_{n,\ell-1} \mathcal{I}_{n-1,\ell} \right\},$$

$$W_{\gamma^{(2)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{\alpha\beta}{2\omega} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{n=n_0}^{\infty} \sum_{\epsilon=\pm 1} \frac{f_{E_\ell^\epsilon} [1 - f_{E_\ell^\epsilon + \omega}]}{\sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2}} \times \quad (1.47)$$

$$\times \left\{ \left[ \frac{(2\beta(n - \ell))^2}{q_\parallel^2} - 2\beta(n + \ell) - 4m^2 \right] (\mathcal{I}_{n,\ell}^2 + \mathcal{I}_{n-1,\ell-1}^2) - \right.$$

$$\left. - 8\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{I}_{n,\ell} \mathcal{I}_{n-1,\ell-1} \right\},$$

где

$$E_\ell^\epsilon = \frac{1}{2q_\parallel^2} \left[ \omega (M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2) + \epsilon k_z \sqrt{(M_n^2 - M_\ell^2 - q_\parallel^2)^2 - 4q_\parallel^2 M_\ell^2} \right].$$

В (1.46) и (2.23) суммирование по  $n$  ограничено согласно закону сохранения энергии и импульса следующим образом:

$$n_0 = \ell + \left\lfloor \frac{q_\parallel^2 + 2M_\ell \sqrt{q_\parallel^2}}{2\beta} \right\rfloor, \quad (1.48)$$

где  $[x]$  – целая часть числа  $x$ .

В работах [50, 99, 116] исследовался процесс комптоновского рассеяния в замагниченной плазме при ненулевых температурах и магнитных полях, характерных для магнитосфер радиопульсаров и магнитаров  $10^{12} - 10^{15}$  Гс. В данных работах рассчитано сечение рассеяния при условии, что начальный и конечный электроны находятся на основном уровне Ландау. При расчетах учитывался резонанс на виртуальном электроне с конечной шириной, полученной с использованием корректных решений уравнения Дирака (1.11).

В данных работах сечение интегрируется по импульсам начального электрона в системе покоя плазмы с нормированной функцией распределения  $\bar{f}_{E_n}$ :

$$\sigma_\lambda^* = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}_{E_n} d\sigma_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}, \quad (1.49)$$

где

$$d\sigma_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{dW_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}}{j}, \quad (1.50)$$

$j = |(pq)_\parallel|/(E\omega V)$  – плотность потока падающих частиц в продольном по отношению к магнитному полю подпространстве. Исходя из нормировки функции распределения:

$$\sum_{n,s} \int_{-\infty}^{\infty} dp_z \bar{f}_{E_n} = 1, \quad (1.51)$$

представим её в виде:

$$\bar{f}_{E_n} = \frac{\beta}{(2\pi)^2 n_e} \frac{1}{e^{E_n/T} + 1}, \quad (1.52)$$

где

$$n_e = \frac{\beta}{(2\pi)^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2 - \delta_{n,0}) \int_{-\infty}^{\infty} dp_z f_{E_n} \quad (1.53)$$

– концентрация электронов во внешнем магнитном поле.

С учетом (1.49)–(1.53) дифференциальное сечение рассеяния, просуммированное по поляризациям конечного фотона, может быть выражена через дифференциальный коэффициент поглощения:

$$d\sigma_\lambda^* = \frac{E\omega}{(pq)_\parallel} \frac{1}{n_e} dW_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}. \quad (1.54)$$

Следует отметить, что для дифференциального коэффициента поглощения, будучи проинтегрировано по импульсам начального электрона, в нерелятивистском пределе переходит в известное классическое соотношение [106]:

$$W_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e} = \frac{1}{\ell_\lambda} = n_e \sigma_{\gamma^{(\lambda)}e \rightarrow \gamma e}. \quad (1.55)$$

Согласно рисунку 1.1 раздела 1.3 для рассматриваемых параметров магнитного поля и плазмы, можно считать, что закон дисперсии как моды 1, так и моды 2, в пренебрежении  $\omega_p$ , мало отличается от вакуумного за исключением точек резонансов. В таком случае параллельную магнитному полю компоненту импульса фотона можно положить  $q_z \simeq \omega \sin \theta$ , где  $\theta$  – угол между импульсом фотона и направлением магнитного поля. Как уже отмечалось в разделе 1.3, перенормировка волновых функций фотонов становится существенной вблизи циклотронных резонансов  $q_{\parallel}^2 \simeq (M_n + M_{\ell})^2$ , однако, как показывает анализ, при значении магнитного поля  $B \simeq 10^{12}$  Гс можно положить  $Z_{1,2} \simeq 1$ .

Сравнительный анализ усредненного сечения по поляризациям начального фотона

$$\sigma^* = \frac{\sigma_1^* + \sigma_2^*}{2} \quad (1.56)$$

в единицах  $\sigma_T$  с результатами работы [99] для различных значений магнитного поля ( $B = 0.039B_e \simeq 1.7 \times 10^{12}$  Гс и  $B = 0.23B_e \simeq 10^{13}$  Гс) и температур ( $T = 5$  кэВ и  $T = 50$  кэВ) представлен на рисунках 1.3–1.6. Полученные результаты показывают, что дельта-функциональное приближение достаточно хорошо описывает резонансные пики. В области резонанса сечение комптоновского рассеяния в данном приближении ожидается превышает сечение с учетом конечной ширины, так как знаменатель пропагатора электрона во всей резонансной области при дельта-функциональном приближении всегда дает максимальный вклад в интеграл. С увеличением температуры (рис. 1.4 и 1.6), помимо уширения резонансных пиков, также наблюдается уменьшение точности дельта-функционального приближения особенно для малых углов между направлением распространения фотона и магнитного поля. При уменьшении магнитного поля (см. рис. 1.5–1.6) наблюдается смещение резонансных пиков, согласно формуле 1.2, а также их сужение при сохранении формы. Это связано с тем, что энергетические уровни Ландау становятся ближе друг к другу, что приводит к более узким резонансам. Сравнение сечения комптоновского процесса при

различных магнитных полях показывает, что резонансные пики, наблюдаемые при энергиях фотона, соответствующих высшим уровням Ландау виртуального электрона  $n > 0$ , убывают быстрее с ростом частоты для относительно малых магнитных полей (см. рис. 1.5 и 1.6).

Как было указано выше, использование дельта-функционального приближения упрощает и ускоряет численный анализ, поэтому представляет интерес, используя приближение узкого резонансного пика, исследовать сечение рассеяния с учетом того, что начальный электрон может занимать произвольный уровень Ландау. Как показал численный анализ, для температуры  $T = 5$  кэВ и магнитного поля  $B \simeq 10^{12} - 10^{13}$  Гс сечение комптоновского рассеяния с учетом высших уровней Ландау начального электрона лишь незначительно модифицируется, поэтому можно уверенно предполагать, что начальные электроны занимают преимущественно основной уровень Ландау. С другой стороны, при температуре  $T \simeq 50$  кэВ и магнитном поле  $B \simeq 10^{13}$  Гс, как показано на рисунке 1.7, учет ненулевых уровней Ландау приводит к существенному увеличению значений сечения в области резонанса. К ещё большим ошибкам (приблизительно на порядок) будет приводить предположение только основного уровня Ландау начального электрона для малых значений магнитного поля  $B \simeq 1.7 \times 10^{12}$  при той же температуре  $T \simeq 50$  кэВ (см. рис. 1.8). Как следствие, при малых магнитных полях и высоких температурах учет высших уровней Ландау становится важным аспектом при изучении комптоновского рассеяния в плазме. Также в сечении присутствуют узкие максимумы, известные в литературе (см., например, [54, 117, 118]), соответствующие энергиям  $\omega_{n\ell} = (M_n - M_\ell)/\sin \theta$ , которые наиболее ярко выражены для фотонов, распространяющихся поперек магнитного поля (см. рис. 1.7), но вносят малый вклад в интегральные величины.



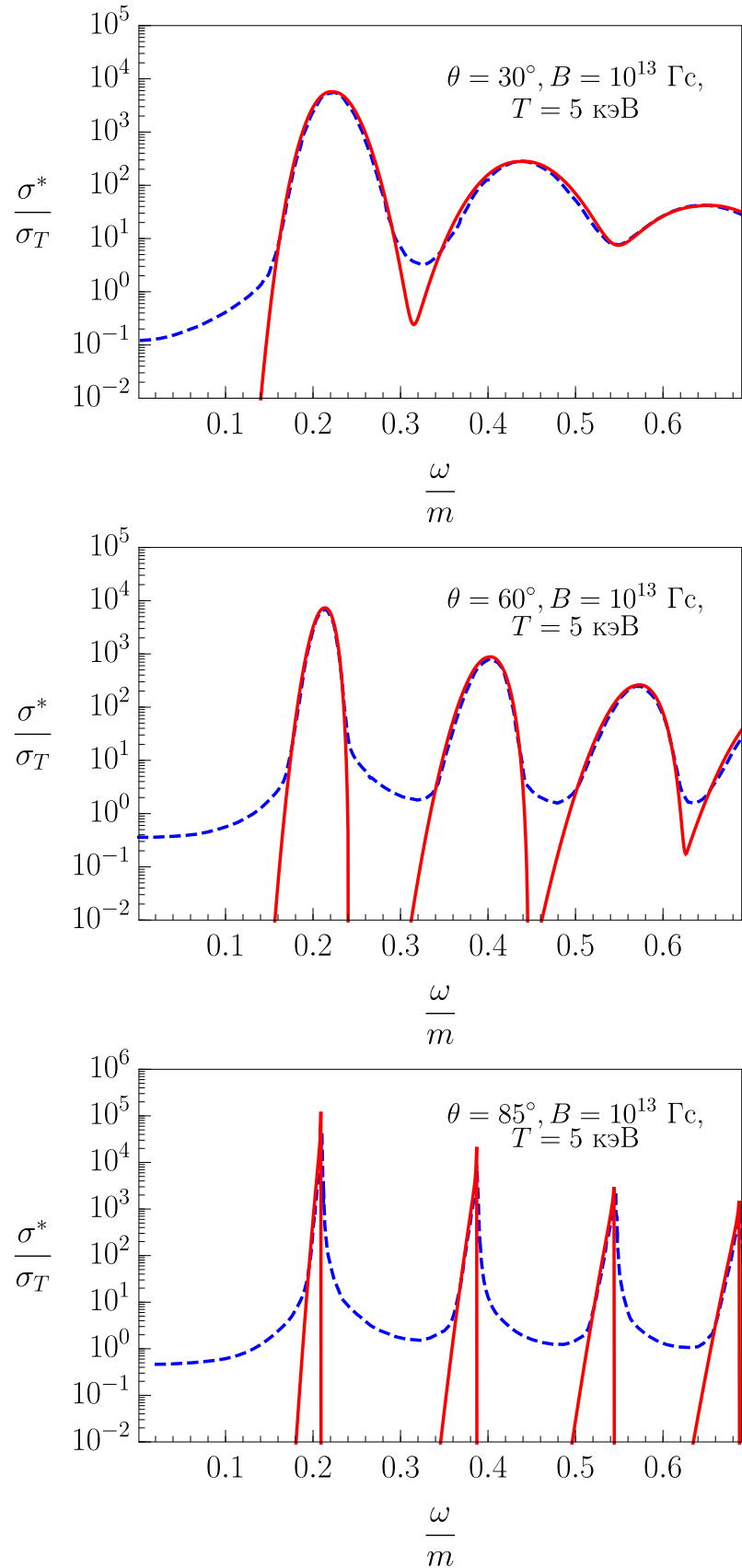


Рис. 1.3. Сечения комптоновского процесса  $e\gamma \rightarrow e\gamma$  (в единицах  $\sigma_T$ ), усредненного по поляризациям начального фотона, полученном в работе [99] (пунктирная линия) и  $\delta$ -функциональном приближении (сплошная линия) для различных углов  $\theta$  между импульсом фотона и направлением магнитного поля. Все начальные и конечные электроны находятся на основном уровне Ландау. Значение температуры  $T = 5$  кэВ, а индукция магнитного поля –  $B = 10^{13}$  Гс.

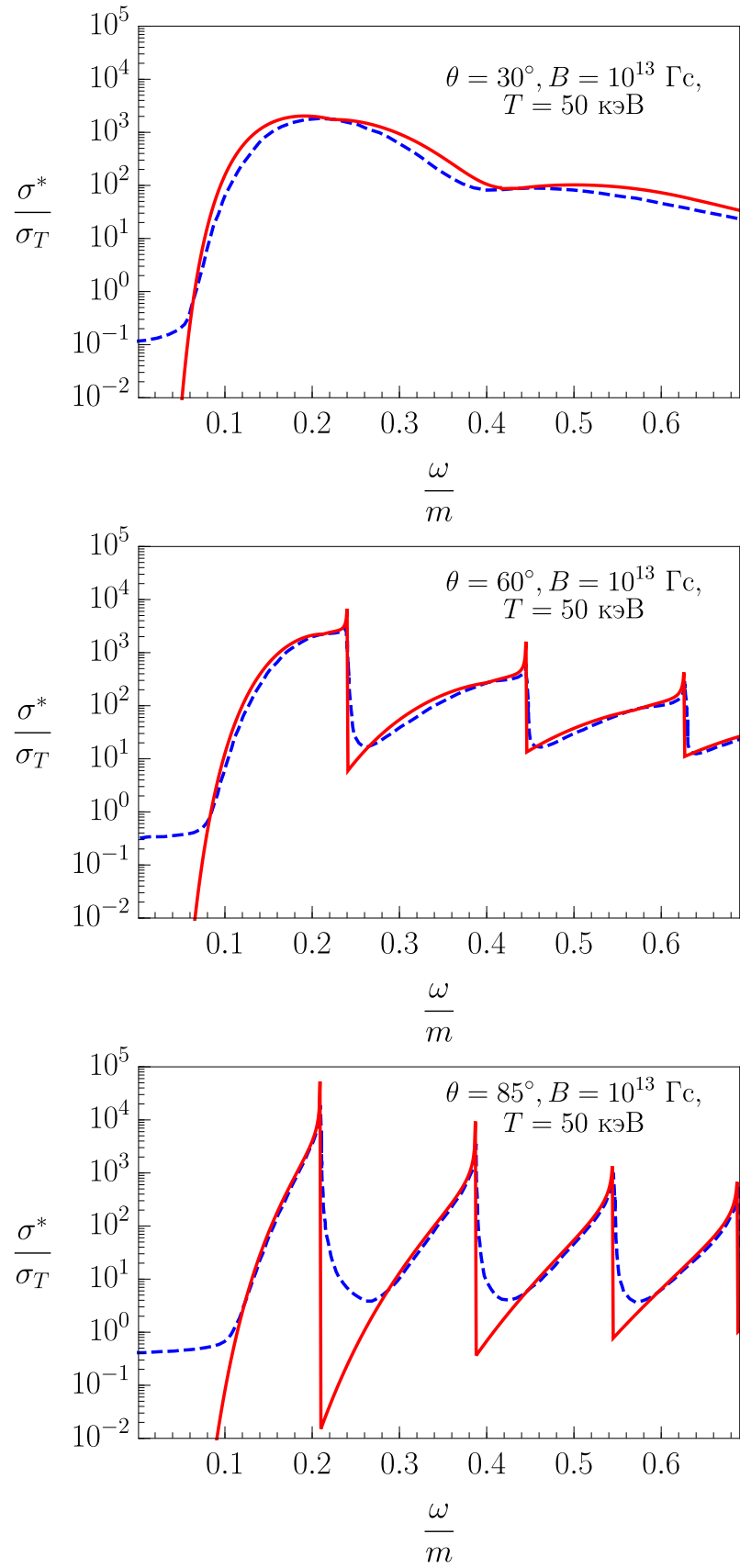


Рис. 1.4. То же, что и на рис. 1.3 для температуры  $T = 50$  кэВ и магнитного поля  $B = 10^{13}$  Гс.

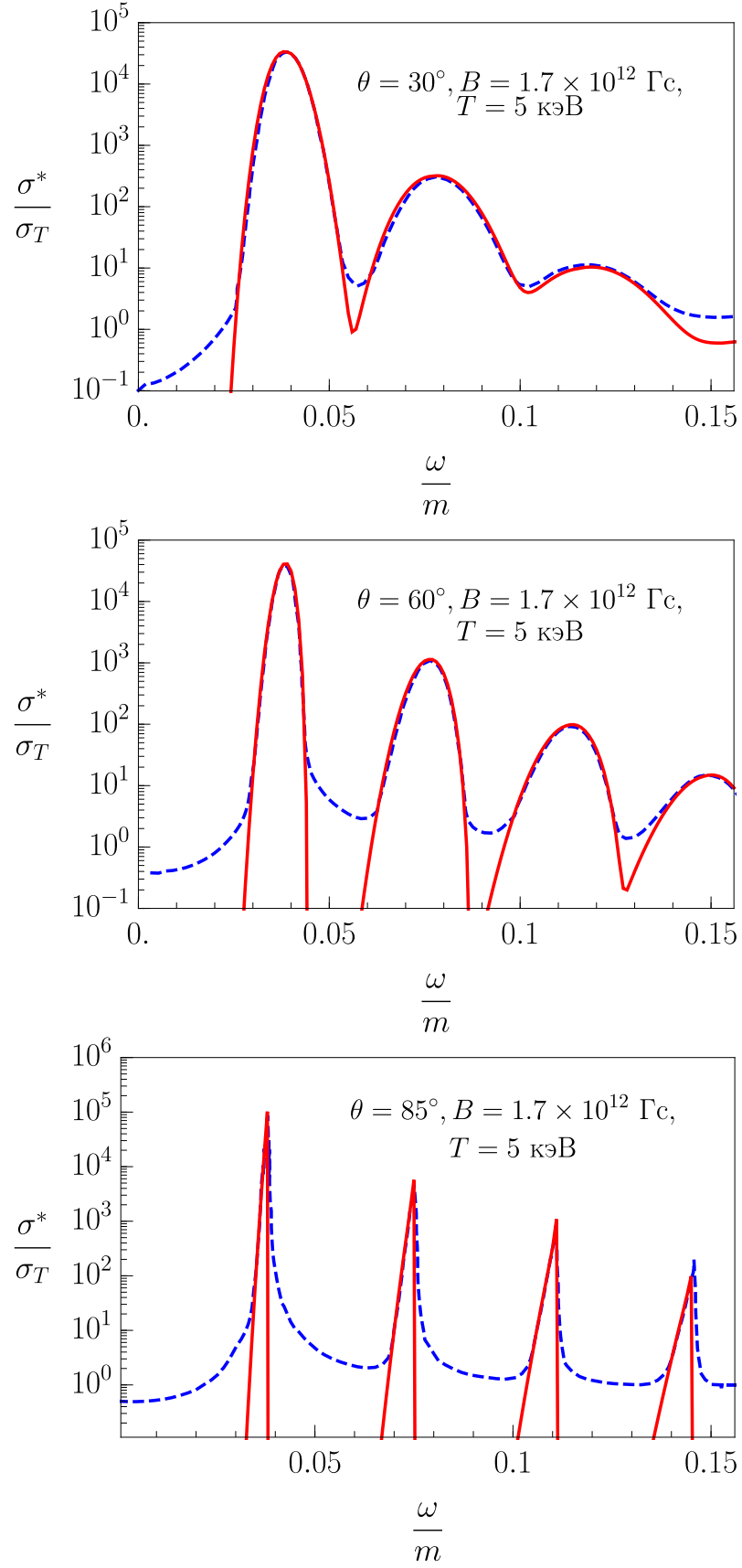


Рис. 1.5. То же, что и на рис. 1.3 для температуры  $T = 5 \text{ кэВ}$  и магнитного поля  $B = 1.7 \times 10^{12} \text{ Гс}$ .

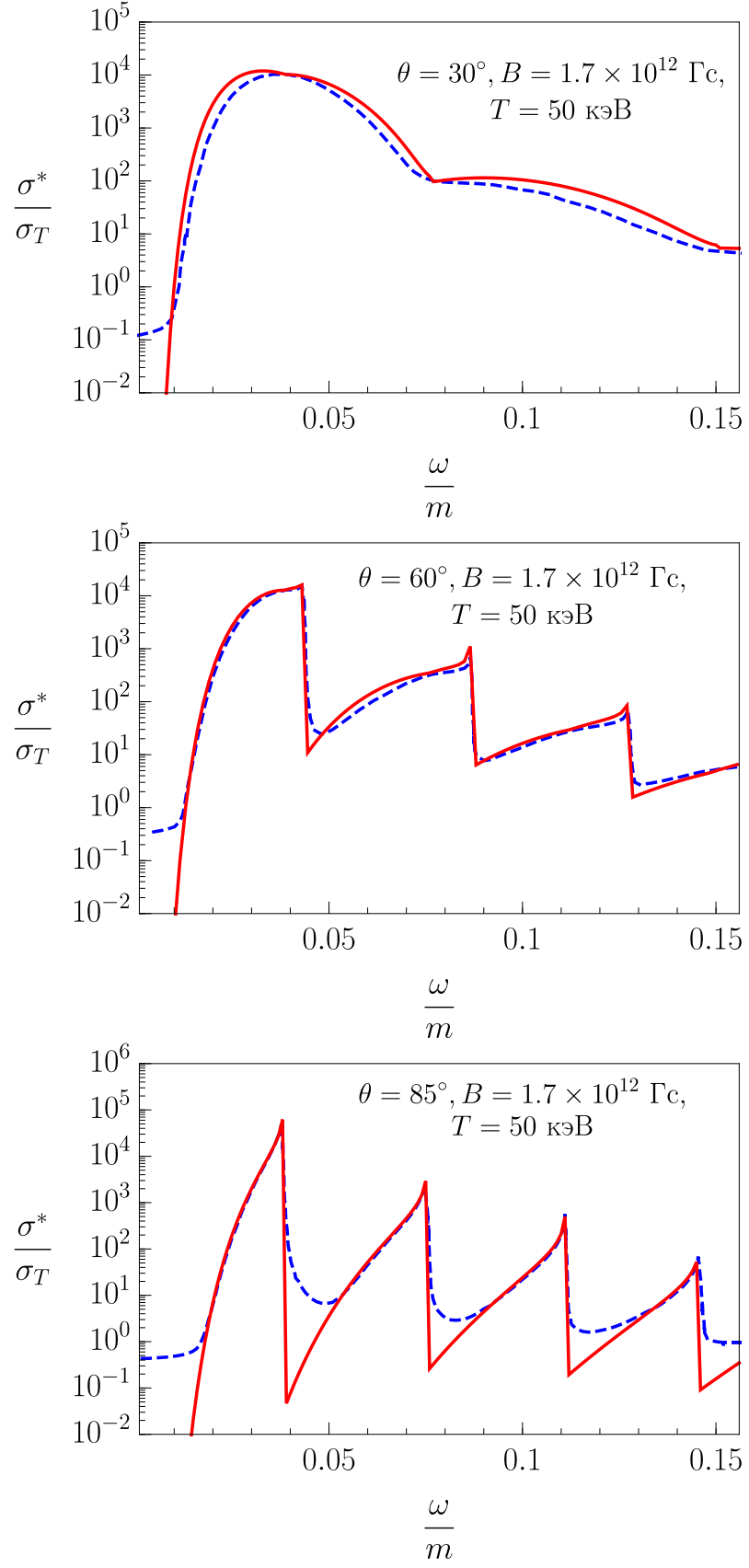


Рис. 1.6. То же, что и на рис. 1.3 для температуры  $T = 50$  кэВ и магнитного поля  $B = 1.7 \times 10^{12}$  Гс.

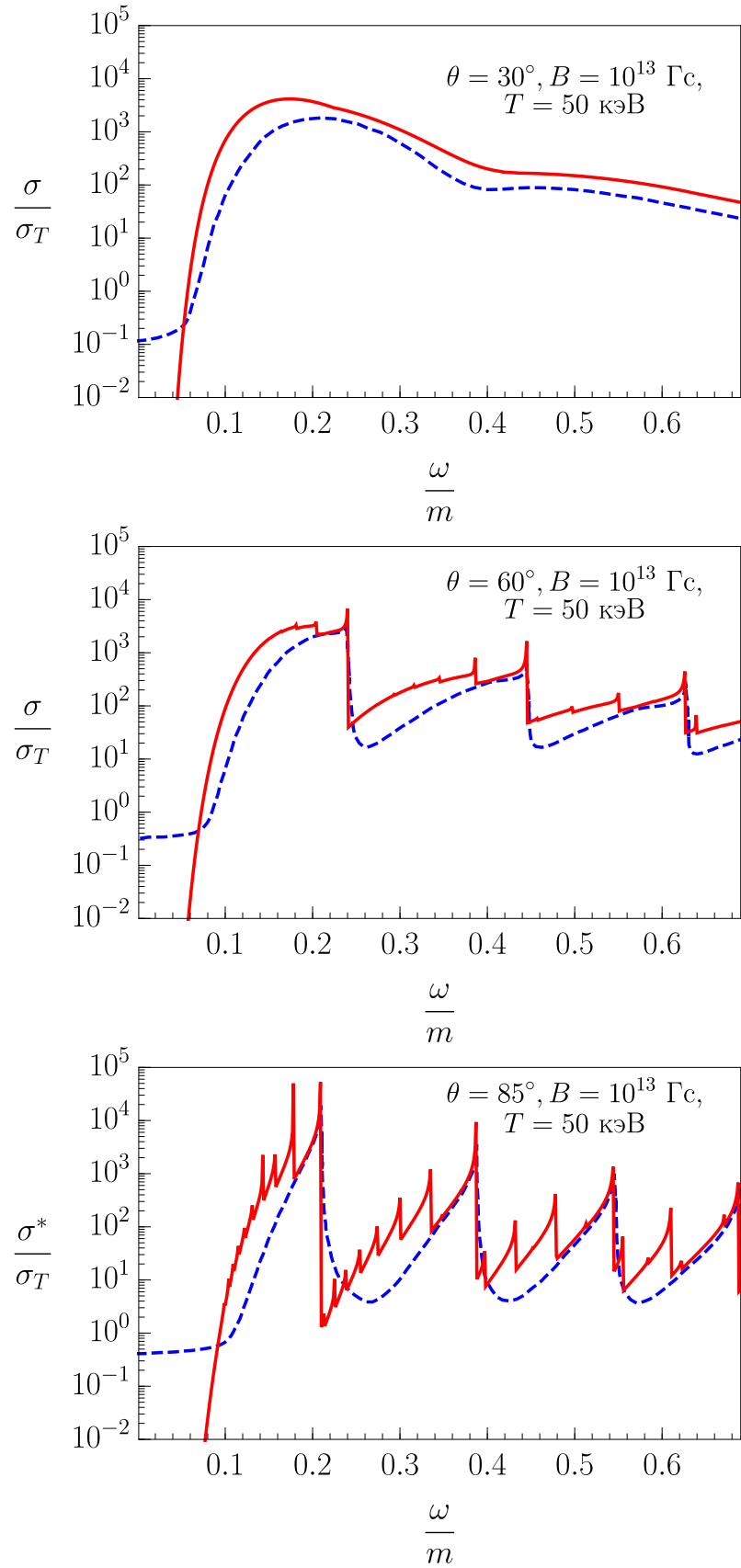


Рис. 1.7. Сечения комптоновского процесса  $e\gamma \rightarrow e\gamma$  (в единицах  $\sigma_T$ ), усредненного по поляризациям начального фотона и просуммированного по поляризациям начального электрона, полученном в работе [99] (пунктирная линия) и  $\delta$ -функциональном приближении (сплошная линия) с учетом ненулевых уровней Ландау начального электрона для различных углов  $\theta$  между импульсом фотона, направлением магнитного поля. Значение температуры  $T = 50 \text{ кэВ}$ , а индукции магнитного поля –  $B = 10^{13} \text{ Гс}$ .

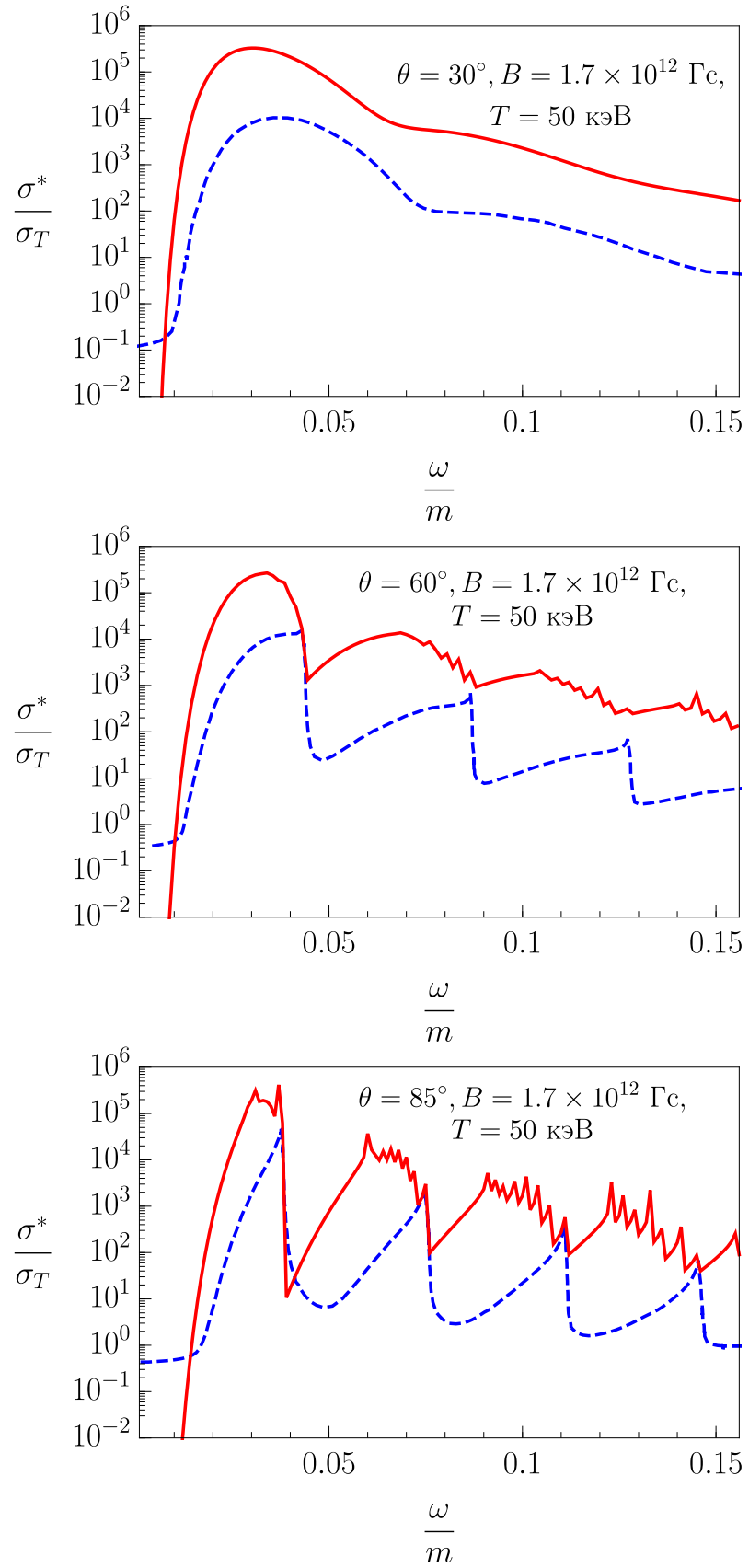


Рис. 1.8. То же, что и на рис. 1.7 для значения индукции магнитного поля  $B \simeq 1.7 \times 10^{12} \text{ Гс}$ .

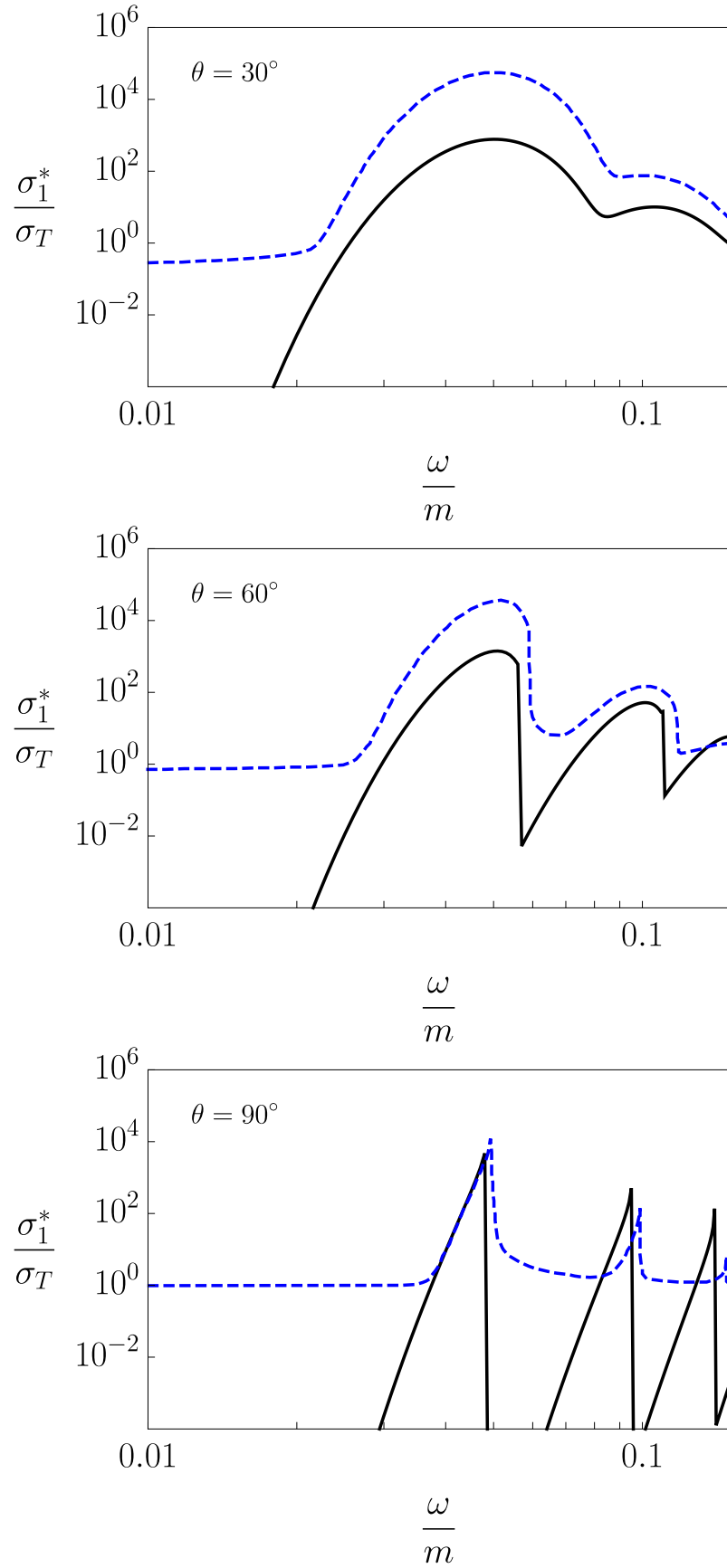


Рис. 1.9. Сечения (в единицах  $\sigma_T$ ) рассеяния фотона моды 1  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma$ , полученном в работе [50] (пунктирная линия) и  $\delta$ -функциональном приближении (сплошная линия) для различных углов  $\theta$  между импульсом начального фотона и направлением магнитного поля (значения изображены на графиках).  $B = 2.2 \times 10^{12}$  Гс,  $T = 20$  кэВ,  $\mu = 0$ . Начальные и конечные электроны находятся на основном уровне Ландау.

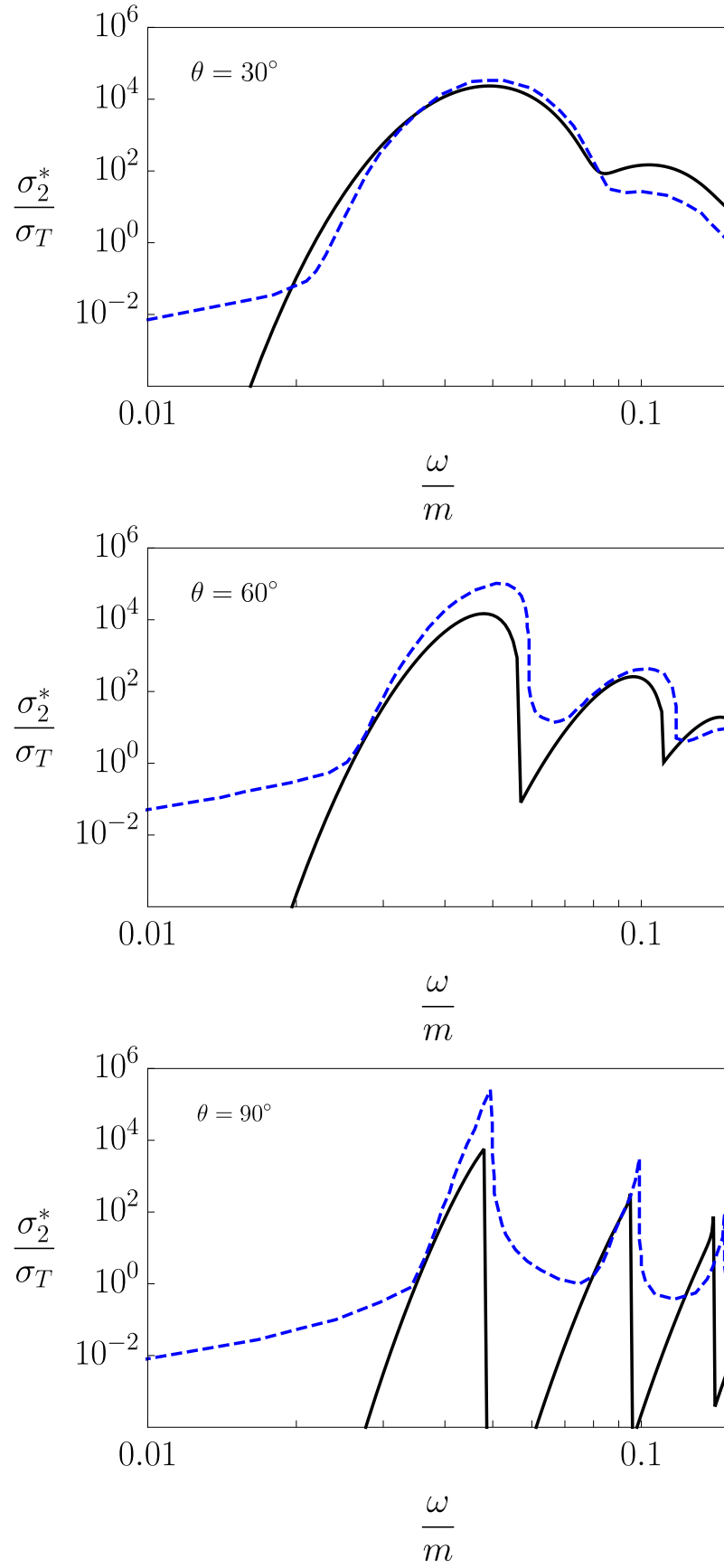


Рис. 1.10. То же, что и на рис. 1.9 для моды 2.



Отметим, что сечение с учетом вклада конечной ширины поглощение электрона, которое было взято непосредственно из результатов работы [50], имеет завышенные значения по сравнению с дельта-функциональным приближением более чем на 2 порядка во всей области энергий фотона моды 1, за исключением тех случаев, когда фотоны с энергиями вблизи резонанса распространяются поперек магнитного поля (см. рис. 1.9). С другой стороны в сечении для фотона моды 2 наблюдаются существенно завышенные значения приблизительно на порядок для углов  $\theta = 90^\circ$  и  $\theta = 60^\circ$  между направлением импульса фотона и направлением магнитного поля (см. рис. 1.10). Однако сравнительный численный анализ сечения комптоновского рассеяния полученного в работе [50] произведенный в [119] показал, что указанная выше разница отсутствует. При этом результаты работы [119] находятся в хорошем соответствии с результатами настоящей диссертации (см. рис. 1.3–1.6), результатами работы [39], а также более ранней работой [120], поэтому наличие существенных различий в результатах работы [50] и настоящей диссертации может быть связано с опечатками при построении графиков в [50].

Таким образом, применение приближения (1.33) правомочно в области полей  $B \sim 10^{12} - 10^{15}$  Гс, характерных для магнитаров и радиопульсаров. С другой стороны, полученные коэффициенты поглощения фотона (1.46) и (2.23) определяются только как сумма конечных выражений (за исключением особых точек, указанных ранее), что является гораздо более удобным в приложениях (например, к решению задачи переноса излучения), чем точный учет конечной ширины.

## 1.5. Реакция комптоновского рассеяния в относительно сильном магнитном поле с учетом ширины резонансного пика

Рассмотрим теперь ситуацию сверхсильного магнитного поля,  $B \sim 10^{15} - 10^{16}$  Гс и высоких температур  $T = 1$  МэВ, которые характерны для гигантских вспышек SGR – источников мягких повторяющихся гамма-всплесков. Исследование комптоновского процесса в магнитных полях указанного масштаба было проведено, например, в работе [47]. Однако, полученные в этом исследовании результаты будут справедливыми только для области энергий фотонов вдали от резонансов. Поэтому представляет самостоятельный интерес вычислить коэффициент поглощения фотона в пределе сильного поля с учетом возможного резонанса на виртуальном электроне с конечной шириной резонансного пика и сравнить с нерезонансным пределом [47] и дельта-функциональным приближением [51]. Поскольку в пределе сильного магнитного поля начальный и конечный электроны будут преимущественно занимать основной уровень Ландау, а виртуальный электрон – первый уровень Ландау, то коэффициент поглощения фотона с учетом конечной ширины резонансного пика примет достаточно простой для вычисления вид. Как было отмечено в разделе 1.3, в сильном магнитном поле энергии фотона, на которых наблюдается резонанс, выше, чем порог рождения  $e^+e^-$  пары  $q_{\parallel}^2 = 4m^2$  для фотона моды 2, то целесообразно рассмотреть только каналы рассеяния  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  и  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ . Следует отметить, что для фотона моды 1 порог рождения  $e^+e^-$  пары  $q_{\parallel}^2 = (M_1 + m)^2$  заведомо выше рассматриваемой области резонанса  $q_{\parallel}^2 = (M_1 - m)^2$ . Однако, как будет показано в главе 2, при энергиях, близких к резонансным областям, фотон моды 1 и моды 2 будут эффективно затухать.

Исходя из результатов работы [47], представим парциальные амплитуды комптоновского процесса в пределе сильного магнитного поля в виде:

$$\begin{aligned}\mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}} &= \frac{8i\pi\alpha m}{\beta} \frac{(q\varphi q')(q\tilde{\varphi}q')}{\sqrt{q_{\perp}^2 q'_{\perp}{}^2 (-Q_{\parallel}^2)}}, \\ \mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}} &= \frac{8i\pi\alpha m}{\beta} \frac{(q\Lambda q')(q\tilde{\Lambda}Q)}{\sqrt{q_{\perp}^2 q'_{\parallel}{}^2 (-Q_{\parallel}^2)}},\end{aligned}\tag{1.57}$$

где  $Q_{\parallel}^2 = (q - q')_{\parallel}^2 < 0$ ,  $q_{\alpha} = (\omega, \mathbf{k})$  и  $q'_{\alpha} = (\omega', \mathbf{k}')$  – 4-импульсы начального и конечного фотонов соответственно.

После подстановки (1.57) в (1.45) коэффициенты поглощения фотона для каналов  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  и  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$  в нерезонансной области для фотонов, распространяющихся под углом  $\theta = 90^\circ$  по отношению к направлению магнитного поля, могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{aligned}W_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}} &= \frac{\omega\alpha^2 m^2}{2\beta\pi} \int dQ_0 dk'_z \frac{k_z'^2}{(-Q_{\parallel}^2)^2 \kappa} \theta(-Q_{\parallel}^2) \theta(q_{\parallel}'^2) \times \\ &\times \sum_{\sigma} f(E_{\sigma})(1 - f(E_{\sigma} + \omega))(1 + f_{\omega'}),\end{aligned}\tag{1.58}$$

$$\begin{aligned}W_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}} &= \frac{\alpha^2 m^2}{2\beta\pi\omega} \int dQ_0 dk'_z \left(1 - \frac{\mathcal{P}^{(2)}(q')}{q_{\parallel}'^2}\right) \frac{q_{\parallel}'^2 - \omega\omega'}{(-Q_{\parallel}^2)^2 \kappa} \theta(-Q_{\parallel}^2) \theta(q_{\parallel}'^2) \times \\ &\times \sum_{\sigma} f_{E_{\sigma}}(1 - f_{E_{\sigma} + \omega})(1 + f_{\omega'}),\end{aligned}\tag{1.59}$$

где  $\theta(x)$  – функция Хевисайда,  $\kappa = \sqrt{1 - 4m^2/Q_{\parallel}^2}$ ,  $E_{\sigma} = \sqrt{p_{z\sigma}^2 + m^2}$ , а  $p_{z\sigma}$  – корни уравнения  $Q_0 + E_{\sigma} - E'_{\sigma} = 0$ :

$$p_{z\sigma} = -\frac{Q_z}{2} + \sigma Q_0 \kappa.\tag{1.60}$$

Воспользовавшись результатами работы [47], амплитуды  $\mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}}$  и  $\mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}}$  в пределе сильного магнитного поля и с учетом конечной ширины

резонансного пика можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}} = & \frac{8m\pi\alpha}{\sqrt{(-Q_{\parallel}^2)}} \exp \left[ -\frac{q_{\perp}^2 + q'_{\perp}^2 - 2i(q\varphi q')}{4\beta} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{q_{\perp}^2 q'^2_{\perp}}} \times \\ & \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((q\Lambda q') - i(q\varphi q'))^n}{(n-1)!(2\beta)^{n-1}} \frac{(q\tilde{\varphi} q')}{(p+q)_{\parallel}^2 - M_n^2 + iE_n''\Gamma_n} + \\ & + (q \leftrightarrow -q'), \end{aligned} \quad (1.61)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}} = & \frac{8m\pi\alpha}{\sqrt{(-Q_{\parallel}^2)}} \exp \left[ -\frac{q_{\perp}^2 + q'_{\perp}^2 - 2i(q\varphi q')}{4\beta} \right] \cdot \frac{1}{\sqrt{q_{\perp}^2 q'^2_{\parallel}}} \times \\ & \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{((q\Lambda q') - i(q\varphi q'))^n}{(n-1)!(2\beta)^{n-1}} \frac{(Q\tilde{\Lambda} q')}{(p+q)_{\parallel}^2 - M_n^2 + iE_n''\Gamma_n} + \\ & + (q \leftrightarrow -q'), \end{aligned} \quad (1.62)$$

где полная ширина поглощения электрона  $\Gamma_n$  определяется выражением (1.31). С другой стороны, как показывает численный анализ, в случае сильно замагниченной, горячей, зарядово-симметричной плазмы полная ширина поглощения электрона мало отличается от соответствующего выражения в сильном магнитном поле и ультрарелятивистских электронов [2]:

$$\begin{aligned} E_n''\Gamma_n = & \alpha\beta \sum_{n'=0}^{n-1} \int_0^{(\sqrt{n}-\sqrt{n'})^2} \frac{dx}{\sqrt{(n+n'-x)^2 - 4nn'}} \times \\ & \times \{ (n+n'-x)[\mathcal{I}_{n,n'-1}^2(x) + \mathcal{I}_{n-1,n'}^2(x)] - \\ & - 4\sqrt{nn'}\mathcal{I}_{n,n'}(x)\mathcal{I}_{n-1,n'-1}(x) \}, \end{aligned} \quad (1.63)$$

где  $E_n'' = E + \omega$  – энергия виртуального электрона.

Парциальные коэффициенты поглощения фотона для каналов  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  и  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$  с учетом конечной ширины поглощения электрона могут быть получены подстановкой амплитуд (1.61) и (1.62) в (1.45) и в случае, когда начальный фотон распространяется поперек магнитного поля, коэффициенты поглощения можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned}
W_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}} &= \frac{\beta\alpha^2 m^2}{\pi} \int dQ_0 dk'_z \frac{k'_z{}^2 \omega}{(-Q_\parallel^2)^2 \varkappa} \exp \left[ -\frac{\omega^2 + q_\perp'^2}{2\beta} \right] \times \\
&\times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{1}{[(n-1)!]^2} \left( \frac{\omega \sqrt{q_\perp'^2}}{2\beta} \right)^{2(n-1)} \left\{ \frac{1}{((p_\sigma + q)_\parallel^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2} + \right. \\
&+ \frac{1}{((p_\sigma - q')_\parallel^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2} - \\
&- 2 \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{(n'-1)!} \left( \frac{\omega \sqrt{q_\perp'^2}}{2\beta} \right)^{n'-n} J_{n+n'} \left( \frac{\omega \sqrt{q_\perp'^2}}{\beta} \right) \times \\
&\times \frac{[(p_\sigma + q)_\parallel^2 - M_n^2][(p_\sigma - q')_\parallel^2 - M_{n'}^2] + E_n'' \Gamma_n E_{n'}'' \Gamma_{n'}}{[((p_\sigma - q')_\parallel^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2][((p_\sigma + q)_\parallel^2 - M_{n'}^2)^2 + (E_{n'}'' \Gamma_{n'})^2]} \Big\} \times \\
&\times f_{E_\sigma}(1 - f_{E_\sigma + Q_0})(1 + f_{\omega'}), \tag{1.64}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_{e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}} &= \frac{\beta\alpha^2 m^2}{\pi} \int dQ_0 dk'_z \frac{q_\perp'^2 \omega}{(-Q_\parallel^2)^2 \varkappa} \exp \left[ -\frac{q_\perp^2 + q_\perp'^2}{2\beta} \right] \times \\
&\times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{1}{[(n-1)!]^2} \left( \frac{\omega \sqrt{q_\perp'^2}}{2\beta} \right)^{2(n-1)} \frac{Q_0}{\omega} \left\{ ((p_\sigma + q)_\parallel^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2 + \right. \\
&+ \frac{Q_0 \omega}{q_\parallel'^2} \frac{1}{((p_\sigma - q')_\parallel^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2} - \\
&- 2 \sum_{n'=1}^{\infty} \frac{(n-1)!}{(n'-1)!} \left( \frac{\omega \sqrt{q_\perp'^2}}{2\beta} \right)^{n'-n} J_{n+n'} \left( \frac{\omega \sqrt{q_\perp'^2}}{\beta} \right) \times \\
&\times \frac{[(p_\sigma + q)_\parallel^2 - M_n^2][(p_\sigma - q')_\parallel^2 - M_{n'}^2] + E_n'' \Gamma_n E_{n'}'' \Gamma_{n'}}{[((p_\sigma - q')_\parallel^2 - M_n^2)^2 + (E_n'' \Gamma_n)^2][((p_\sigma + q)_\parallel^2 - M_{n'}^2)^2 + (E_{n'}'' \Gamma_{n'})^2]} \times \\
&\times \frac{Q_0(\omega - Q_0)}{q_\perp'^2} \Big\} f_{E_\sigma}(1 - f_{E_\sigma + Q_0})(1 + f_{\omega'}), \tag{1.65}
\end{aligned}$$

где  $J_n(x)$  – функция Бесселя целого индекса [112],  $p_{\sigma\parallel}^\alpha = (E_\sigma, p_{z\sigma})$ . Поперечная составляющая импульса конечного фотона определяется из уравнения дисперсии:

$$q_\perp'^2 = q_\parallel'^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q'). \tag{1.66}$$

Имеет смысл провести сравнительный анализ результатов работы [47] с резонансным случаем (1.64) и (1.65) для зарядово-симметричной плазмы и поперечного направления распространения импульса фотона по отношению к внешнему магнитному полю для различных значений величины магнитного поля, температуры и энергии начального фотона.

На рис. 1.11–1.12 показан коэффициент поглощения  $W_{1 \rightarrow 1}$  рассеяния при температуре  $T = 1$  МэВ и величине магнитного поля  $B = 200B_e$  и  $B = 20B_e$  соответственно. Как видно из рис. 1.11–1.12, коэффициент поглощения для канала  $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(1)}e$  согласуется с соответствующими результатами для предела сильного поля и отсутствия резонанса, полученными в работе [47] вплоть до энергий начального фотона  $\omega \simeq 3$  МэВ для поля  $B = 200B_e$  и  $\omega \simeq 0.3$  МэВ для поля  $B = 20B_e$ . Отсюда вытекает ограничение на применимость результатов работы [47] по энергиям начального фотона. Аналогичная ситуация наблюдается и для канала  $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(2)}e$  (см. рис. 1.13–1.14). На рис. 1.12 и 1.14 наиболее ярко видно завышение коэффициента поглощения даже при относительно малых энергиях начального фотона. Этот факт связан с тем, что в пределе сильного магнитного поля разложение амплитуды комптоновского процесса по обратным степеням поля уже не будет правомочным. В рамках дельта-функционального приближения предполагалось, что доминирующий вклад в сечение рассеяния вносит исключительно s-канальная диаграмма, поэтому в полученных результатах отсутствуют резонансные особенности, связанные с t-канальной диаграммой, что было учтено в коэффициенте поглощения с конечной шириной резонансного пика. Таким образом,  $\delta$ -функциональное приближение достаточно хорошо описывать лишь первый резонансный пик.

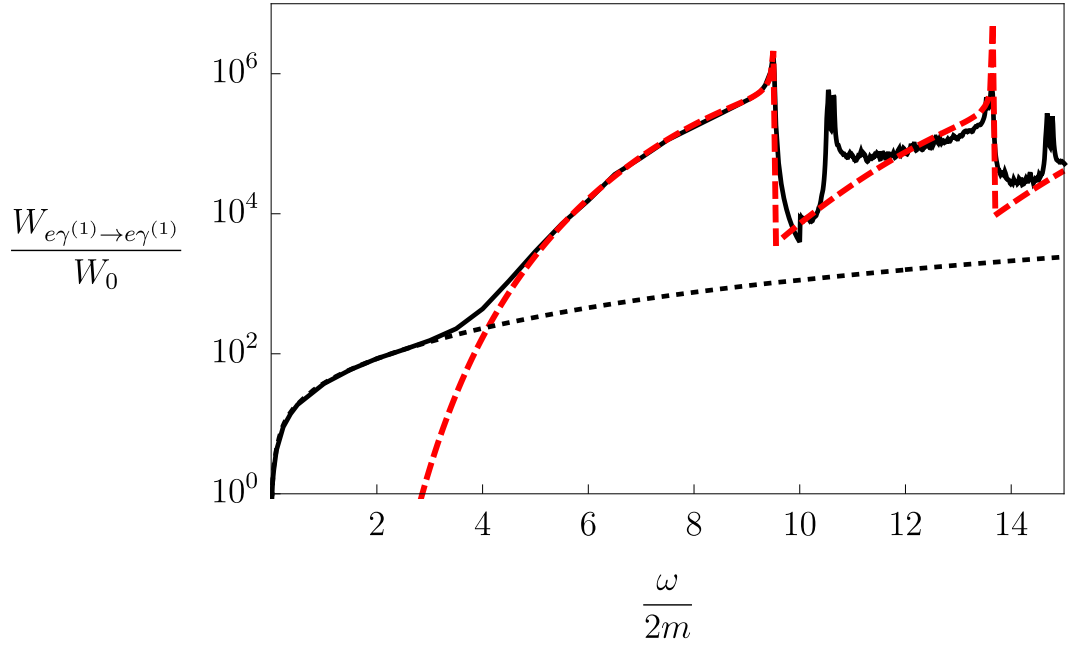


Рис. 1.11. Зависимость коэффициента поглощения от энергии начального фотона для канала  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  при поле  $B = 200B_e$  и температуре  $T=1$  МэВ: сплошная линия – коэффициент поглощения с учетом резонанса; штриховая линия – без учета резонанса; пунктирная линия – дельта-функциональное приближение. Здесь  $W_0 = (\alpha/\pi)^3 m \simeq 3.25 \cdot 10^2 \text{ см}^{-1}$ .

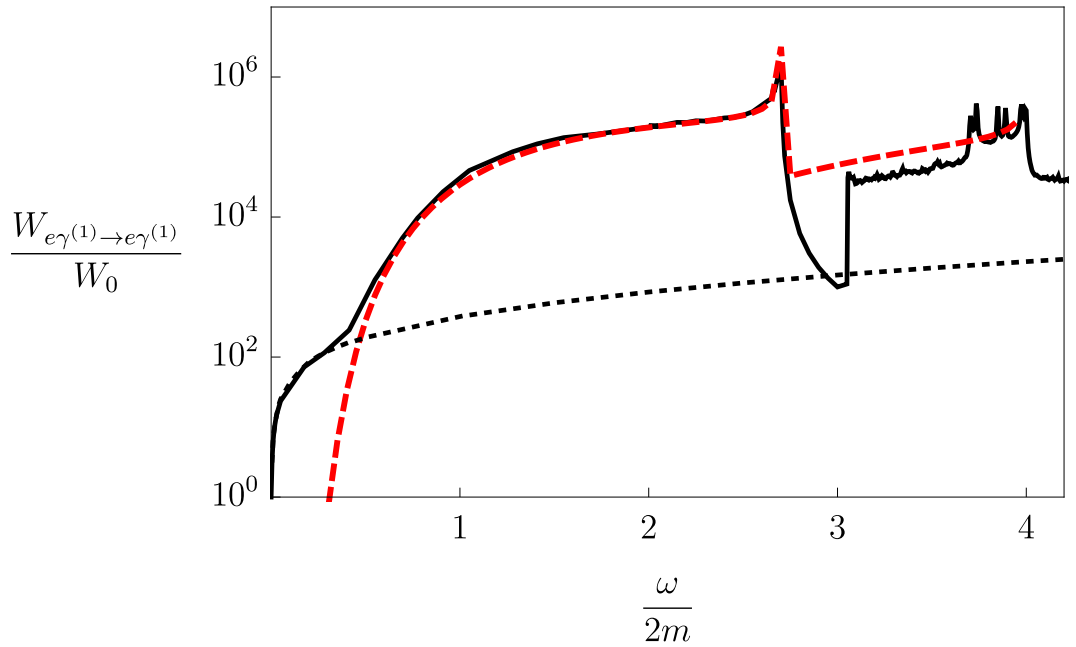


Рис. 1.12. Зависимость коэффициента поглощения от энергии начального фотона для канала  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  при поле  $B = 20B_e$  и температуре  $T=1$  МэВ. Обозначение для линий то же, что и для рис. 1.11.

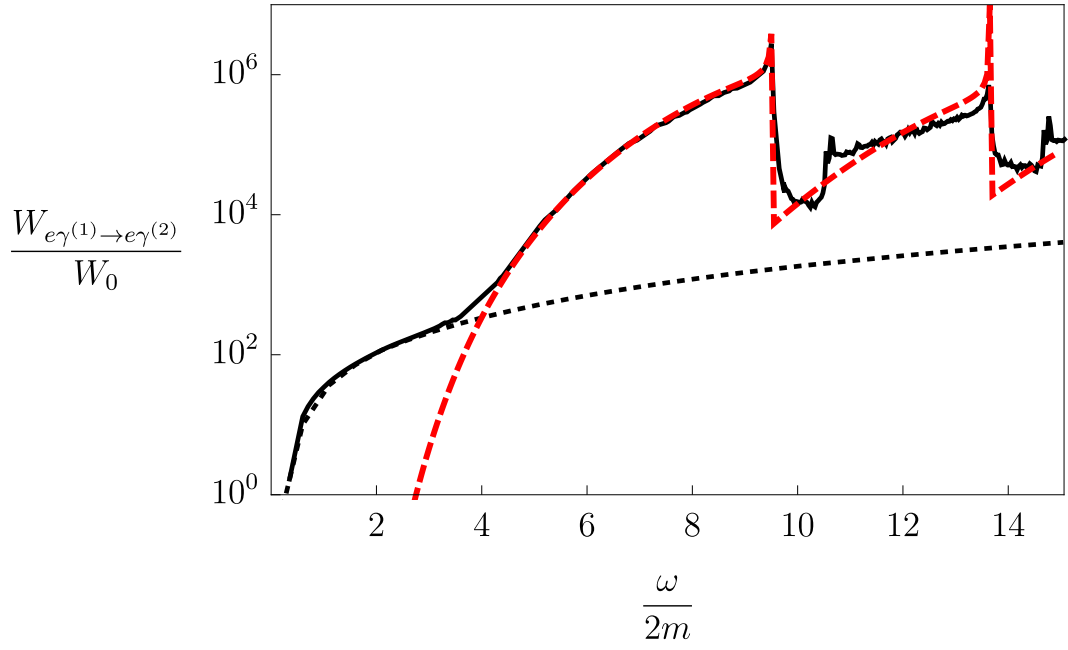


Рис. 1.13. Зависимость коэффициента поглощения от энергии начального фотона для канала  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$  при поле  $B = 200B_e$  и температуре  $T=1$  МэВ. Обозначение для линий то же, что и для рис. 1.11.

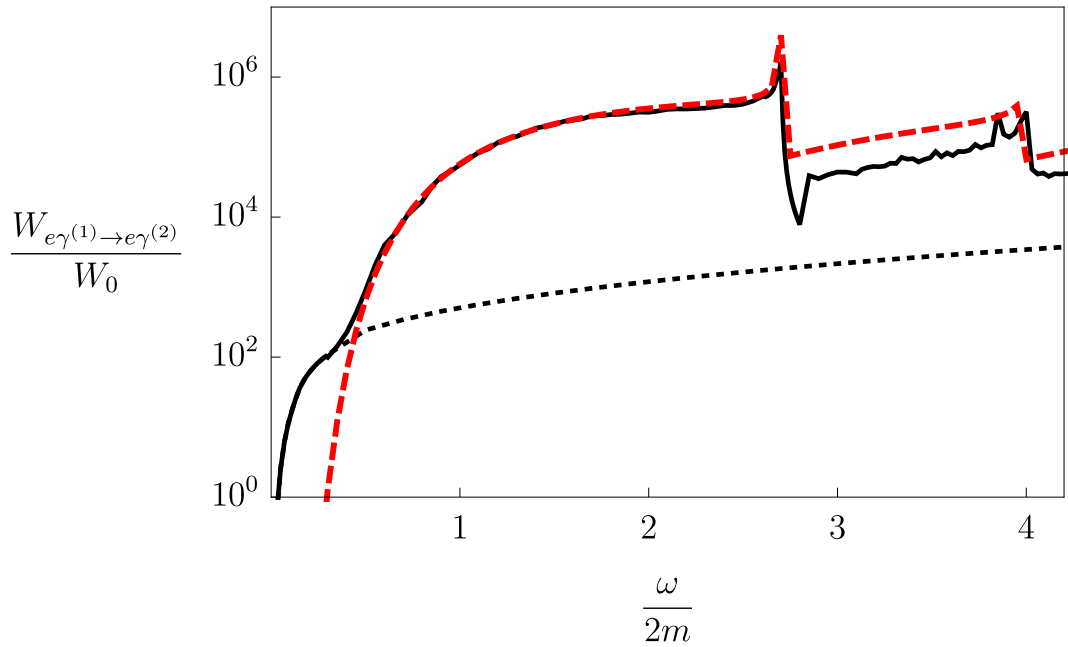


Рис. 1.14. Зависимость коэффициента поглощения от энергии начального фотона для канала  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$  при поле  $B = 20B_e$  и температуре  $T=1$  МэВ. Обозначение для линий то же, что и для рис. 1.11.



## 1.6. Выводы

В настоящей главе исследован комптоновский процесс в присутствии замагниченной зарядово-симметричной плазмы  $\gamma e \rightarrow \gamma e$  как с учетом конечной ширины поглощения электрона, так и в случае узкого резонансного пика.

Представлен детальный сравнительный анализ сечения комптоновского рассеяния, полученного в результате дельта-функционального приближения [51], для относительно слабого магнитного поля  $B \lesssim B_e$  с известными в литературе [39, 50, 119] результатами, учитывающими конечную ширину резонансного пика. Показано, что дельта-функциональное приближение достаточно хорошо описывает сечение комптоновского рассеяния в области резонансного пика и точность приближения тем лучше, чем ниже температура. Выражение для сечения в пределе узкого резонансного пика имеет простой вид, удобный для численного анализа, что позволило рассчитать сечение для случая, когда начальный электрон может занимать произвольный уровень Ландау. Численный анализ показал, что учет ненулевых уровней Ландау начального электрона приводит к уширению резонансных пиков и к завышенным значениям сечения вблизи резонанса, что становится особенно существенным для относительно высоких температур  $T \gtrsim 50$  кэВ.

В пределе сильного магнитного поля  $B > B_e$  и высоких температур  $T = 1$  МэВ вычислен коэффициент поглощения фотона в комптоновском процессе для двух кинематически разрешенных каналов  $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(1)}e$  и  $\gamma^{(1)}e \rightarrow \gamma^{(2)}e$ . Полученные численные результаты позволили установить области энергий фотона, при которых применим нерезонансный предел [47]:  $\omega \lesssim 3$  МэВ при  $B = 200B_e$  и  $\omega \lesssim 0.3$  МэВ при  $B = 20B_e$ . Дельта-функциональное приближение при данных параметрах среды хорошо описывает только первый резонансный пик. Как известно, в замагниченной среде возможно затухание фотона как электромагнитной волны, поэтому представляет интерес исследовать возможность формирования комптоновского процесса, что является целью следующей главы.

## Глава 2

# Затухание фотона в сильно замагниченной плазме

## 2.1. Введение

Как было подчеркнуто в первой главе, в присутствии сильно замагниченной среды возможны изменения дисперсионных и поляризационных свойств фотонов. Этот факт может приводить к существенным изменениям кинематики процессов, в результате которых, например, становятся возможными такие реакции, как однофотонное рождение электрон-позитронной пары  $\gamma \rightarrow e^+e^-$  или поглощение фотона  $e^\pm\gamma \rightarrow e^\pm$ , которые кинематически запрещены или подавлены в вакууме. С другой стороны, анализ кинематики этих реакций говорит о том, что они будут давать определенный вклад в процессы изменения состояния фотона как затухающей квантованной электромагнитной волны. Поэтому представляет отдельный интерес рассмотреть сам процесс затухания фотона за счет реакций поглощения фотона электроном (позитроном)  $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm$  и рождения электрон-позитронных пар  $\gamma \rightarrow e^+e^-$ , которые являются важными в астрофизике замагниченных нейтронных звезд [6, 53].

Процесс рождения электрон-позитронной пары в магнитном поле в древесном приближении был рассмотрен в ряде работ (см., например, [41, 54, 56, 57, 121]). Однако, как подчеркивается в работе [57], факт наличия корневых сингулярностей в вероятности процесса  $\gamma \rightarrow e^+e^-$  указывает на то, что эту величину, вообще говоря, нельзя интерпретировать как коэффициент затухания фотона вблизи их окрестности, соответствующих резонансным областям. Поэтому для решения этой задачи в работе [57] предлагалось определять коэффициент затухания фотона, решая уравнение дисперсии на втором римановом листе. Как было отмечено в работе [58], такой метод имеет ряд недостатков.

Во-первых, решения с комплексными энергиями фотона находятся на нефизических римановых листах, количество которых вообще говоря бесконечно. Это приводит к возникновению бесконечного числа решений уравнения дисперсии как с положительными, так и с отрицательными значениями мнимой части энергии. Во-вторых, в данном методе в околопороговой области предполагался экспоненциальный характер затухания электромагнитной волны, что, вообще говоря, согласно выводам авторов [58], не так. Поэтому в работе [58] для исследования временного затухания электромагнитной волны во внешнем магнитном поле был рассмотрен метод, который заключается в нахождении запаздывающего решения уравнения электромагнитного поля в присутствии внешнего источника с учетом поляризации вакуума во внешнем магнитном поле. С другой стороны, в работе [58] неэкспоненциальное затухание фотона рассматривалось в приближении сильного магнитного поля, когда все электроны и позитроны занимают основной уровень Ландау, однако в случае замагниченной плазмы таких исследований не проводилось, поскольку для астрофизических приложений наличие замагниченной среды является наиболее характерным фактором.

В данной главе рассматривается затухание фотона в сильно замагниченной плазме  $\beta \gg T^2$  и нулевом химическом потенциале  $\mu = 0$  посредством изменения его состояния за счет процессов  $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm$ ,  $\gamma \rightarrow e^+ e^-$ . Будет использоваться метод, применяемый в теории поля при конечных температурах и в физике плазмы [122], развитый на случай сильного магнитного поля в [58] и адаптированный к ситуации сильно замагниченной плазмы.

## 2.2. Распространение фотона в замагниченной плазме

Для описания эволюции электромагнитной волны  $\mathcal{A}_\alpha(x)$ , где  $x_\mu = (t, \mathbf{x})$ , во времени воспользуемся методикой, подробно изложенной в [58] для случая магнитного поля. Данная методика заключается в определении реакции системы  $(\mathcal{A}_\alpha(x)$  и замагниченной плазмы) на внешний источник [123], создающий

начальное состояние, который адиабатически включается при  $t = -\infty$  и в момент времени  $t = 0$  выключается. При  $t > 0$  электромагнитная волна в плазме будет эволюционировать самостоятельно. Для простоты будем рассматривать эволюцию монохроматической волны, поэтому функцию источника удобно брать в том же виде, что и для сильного магнитного поля:

$$\mathcal{J}_\alpha(x) = j_\alpha e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} e^{\varepsilon t} \theta(-t), \quad \varepsilon \rightarrow 0^+, \quad (2.1)$$

где  $j_\alpha = (0, \mathbf{j})$ ,  $\mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = 0$  – закон сохранения тока. Вообще говоря, в замагниченной плазме из-за наличия анизотропии решение задачи о распространении фотона под произвольным углом к магнитному полю представляет значительные трудности. Поэтому в качестве упрощения рассмотрим частный случай, когда фотоны распространяются поперек магнитного поля так, что  $k_z = 0$ . Зависимость  $\mathcal{A}_\alpha(x)$  от времени определяется уравнением

$$(g_{\alpha\beta} \partial_\mu^2 - \partial_\alpha \partial_\beta) \mathcal{A}_\beta(x) + \int d^4x' \mathcal{P}_{\alpha\beta}(x - x') \mathcal{A}_\beta(x') = \mathcal{J}_\alpha(x), \quad (2.2)$$

где  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}(x - x')$  – поляризационный оператор фотона в магнитном поле и плазме.  $q^\mu = (q_0, \mathbf{k})$  – 4-вектор импульса фотона.

Запаздывающее решение уравнения (2.2) можно представить в следующем виде:

$$\mathcal{A}_\alpha(x) = \int d^4x' G_{\alpha\beta}^R(x - x') \mathcal{J}_\beta(x'), \quad (2.3)$$

где  $G_{\alpha\beta}^R(x - x')$  – запаздывающая функция Грина (см., например [124]).

Следуя работе [58], аналогично процессу затухания в магнитном поле воспользуемся следующим соотношением между запаздывающей  $G_{\alpha\beta}^R(x - x')$  и причинной  $G_{\alpha\beta}^C(x - x')$  функциями Грина:

$$G_{\alpha\beta}^R(x - x') = 2\text{Re} [G_{\alpha\beta}^C(x - x')] \theta(t - t'). \quad (2.4)$$

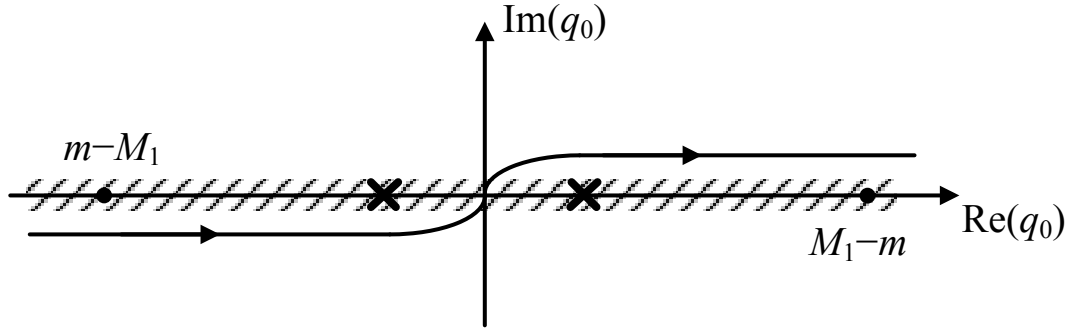


Рис. 2.1. Контур интегрирования по  $q_0$  в (2.12) для моды 1. Штрихами показана область неустойчивости фотона. Крестиком обозначен полюс, соответствующий  $q_0 = \omega$  – вещественному собственному значению поляризационного оператора, точками обозначены полюса.

Аналогично магнитному полю разложим функцию Грина по собственным векторам  $r_\alpha^{(\lambda)}$  поляризационного оператора в замагниченной плазме (см. приложение В):

$$G_{\alpha\beta}^C(x) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} G_{\alpha\beta}^C(q) e^{-iqx}, \quad (2.5)$$

$$G_{\alpha\beta}^C(q) = \sum_{\lambda=1}^3 \frac{r_\alpha^{(\lambda)} r_\beta^{(\lambda)}}{(r^{(\lambda)})^2} \cdot \frac{1}{q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q)}, \quad (2.6)$$

где  $\mathcal{P}^{(\lambda)}(q)$  – собственные значения поляризационного оператора в замагниченной плазме.

Далее, подставляя выражение (2.3) в (2.2) с учетом (2.4)–(2.6), получим следующий результат:

$$\mathcal{A}_\alpha(x) = 2e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \text{Re} \sum_{\lambda=1}^3 \int \frac{dq_0}{2\pi i} \frac{r_\alpha^{(\lambda)} (r^{(\lambda)} j)}{(r^{(\lambda)})^2} \frac{e^{-iq_0 t}}{(q_0 - i\varepsilon)(q_0^2 - \mathbf{k}^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q))}. \quad (2.7)$$

Как было отмечено в главе 1 и показано в приложении В, в случае сильно замагниченной плазмы  $\beta \gg T^2$  и  $\mu = 0$  собственные вектора поляризационного оператора фотона приближенно будут такими же, как и в чистом магнитном поле, поэтому перепишем (2.8) в виде:

$$\mathcal{A}_\alpha(x) = 2e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \text{Re} \sum_{\lambda=1}^3 \int \frac{dq_0}{2\pi i} \frac{\varepsilon_\alpha^{(\lambda)} (\varepsilon^{(\lambda)} j)}{(\varepsilon^{(\lambda)})^2} \frac{e^{-iq_0 t}}{(q_0 - i\varepsilon)(q_0^2 - \mathbf{k}^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q))}. \quad (2.8)$$

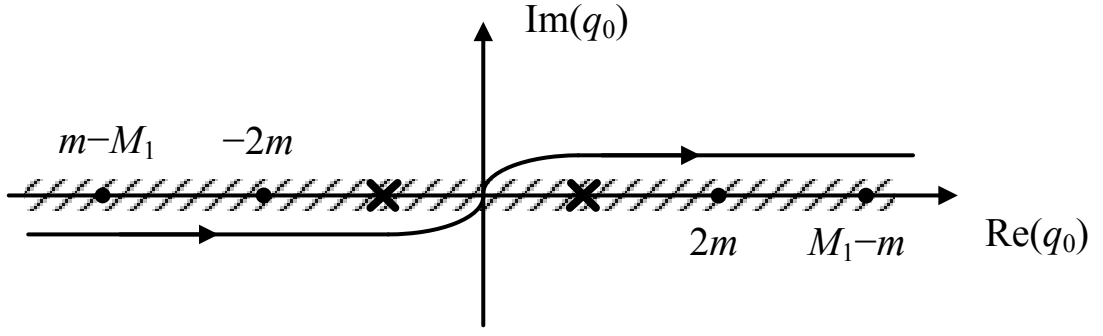


Рис. 2.2. Контур интегрирования по  $q_0$  в (2.12) для моды 2. Штрихами показана область неустойчивости фотона. Крестиком обозначен полюс, соответствующий  $q_0 = \omega$  – вещественному собственному значению поляризационного оператора.

В силу линейного характера уравнения (2.2), решение (2.8) для двух возможных поляризаций можно представить в виде:

$$\mathcal{A}_\alpha(x) = \mathcal{A}_\alpha^{(1)}(x) + \mathcal{A}_\alpha^{(2)}(x), \quad (2.9)$$

где

$$\mathcal{A}_\alpha^{(\lambda)}(x) = V_\alpha^{(\lambda)}(0, \mathbf{x}) \operatorname{Re} F^{(\lambda)}(t), \quad (2.10)$$

$$V_\alpha^{(\lambda)}(0, \mathbf{x}) = 2 e^{i \mathbf{k} \mathbf{x}} \varepsilon_\alpha^{(\lambda)} (\varepsilon^{(\lambda)} j). \quad (2.11)$$

Как следует из (2.9) и (2.8) характер распространения фотона в сильно замагниченной плазме будет полностью определяться функцией  $F^{(\lambda)}(t)$ , которую удобно представить в виде Фурье-интеграла

$$F^{(\lambda)}(t) = \int_C \frac{dq_0}{2\pi i} \frac{e^{-iq_0 t}}{(q_0 - i\varepsilon)(q_0^2 - \mathbf{k}^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q))}. \quad (2.12)$$

Контур интегрирования  $C$  определяется согласно аналитическим свойствам подынтегрального выражения. В частности, в точке  $q_0 = \omega$  подынтегральное выражение (2.12) имеет полюс, который соответствует уравнению дисперсии:

$$\omega^2 - \mathbf{k}^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q) = 0. \quad (2.13)$$

С другой стороны, как было показано в работе [58], собственные значения поляризационного оператора как в магнитном поле, так и в замагниченной плазме помимо полюсов  $q_{\parallel}^2 = (M_n \pm M_{\ell})^2$ , отмеченных в главе 1 настоящей диссертации, также имеют разрезy, которые связаны с распадом фотона на  $e^+e^-$ -пару и переходом электрона на другие уровни Ландау, т. е. соответствуют областям неустойчивости фотона (см. рис. 2.1 и 2.2). С учетом этих особенностей контур интегрирования может быть определен, как показано на рис. 2.1 и 2.2.

Следует отметить, что в сильно замагниченной плазме в кинематической области  $q_0 < 2m$  мнимая часть поляризационного оператора для обеих мод пренебрежимо мала по сравнению с реальной частью (влияние резонансов отсутствует), поэтому для удобства контур интегрирования как для фотона моды 1, так и для фотона моды 2 можно преобразовать согласно рис. 2.3. Таким образом, интеграл (2.12) можно представить в виде двух слагаемых

$$F^{(\lambda)}(t) = F_{pole}^{(\lambda)}(t) + F_{cut}^{(\lambda)}(t), \quad (2.14)$$

первое из которых определяется вычетом в точке  $q_0 = \omega$ , являющейся решением уравнения дисперсии  $q^2 - \mathcal{P}^{(\lambda)}(q) = 0$  в кинематической области, где собственное значение поляризационного оператора фотона  $\mathcal{P}^{(\lambda)}(q)$  – вещественно.

Второе слагаемое определяет зависимость потенциалов  $\mathcal{A}_{\alpha}^{(\lambda)}(x)$  от времени в области  $q_0 > 2m$  и имеет вид фурье-интеграла:

$$F_{cut}^{(\lambda)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq_0}{2\pi} F_{cut}^{(\lambda)}(q_0) e^{-iq_0 t}, \quad (2.15)$$

$$F_{cut}^{(\lambda)}(q_0) \simeq \frac{2\theta(q_0 - 2m) I^{(\lambda)}}{q_0 ([q_0^2 - \mathbf{k}^2 - R^{(\lambda)}]^2 + [I^{(\lambda)}]^2)}, \quad (2.16)$$

где  $R \equiv \text{Re}\mathcal{P}^{(\lambda)}(q_0)$  – реальная,  $I \equiv -\text{Im}\mathcal{P}^{(\lambda)}(q_0 + i\varepsilon)$  – мнимая части поляризационного оператора фотона в замагниченной плазме.

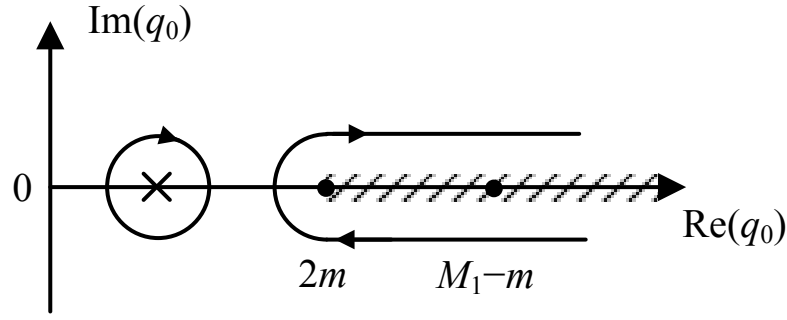


Рис. 2.3. Контур интегрирования по  $q_0$  в (2.15) для мод  $\lambda = 1, 2$ . Штриховой линией показана область, где мнимая часть поляризационного оператора двух возможных мод  $\lambda = 1, 2$  существенна. Остальные обозначения аналогичны рис. 2.2.

Мнимая часть поляризационного оператора может быть получена из коэффициента поглощения фотона и представлена в следующем виде:

$$W_{abs}^{(\lambda)} = W_{\gamma^{(\lambda)} \rightarrow e^+e^-} + W_{\gamma^{(\lambda)} e^\pm \rightarrow e^\pm}. \quad (2.17)$$

где  $W_{\gamma^{(\lambda)} \rightarrow e^+e^-}$  – коэффициент поглощения фотона в процессе однофотонного рождения электрон-позитронной пары,  $W_{\gamma^{(\lambda)} e^\pm \rightarrow e^\pm}$  – коэффициент поглощения фотона в процессе поглощения фотона электроном.

С учетом процессов излучения фотонов, (2.17) может быть представлена в следующей форме (см., например, [51, 57, 115]):

$$I^{(\lambda)} = \text{Im} \mathcal{P}^{(\lambda)} = -2q_0 [1 - \exp(-q_0/T)] W_{abs}^{(\lambda)}. \quad (2.18)$$

Значения  $W_{\gamma^{(1)} \rightarrow e^+e^-}$  могут быть получены из (1.46) с использованием перекрестной симметрии:

$$W_{\gamma^{(1)} \rightarrow e^+e^-} = \frac{\alpha\beta}{q_0} \sum_{\ell, \ell'=0}^{\infty} \frac{[1 - f_{E_\ell}][1 - f_{q_0 - E_\ell}]}{\sqrt{(M_{\ell'}^2 - M_\ell^2 - q_0^2)^2 - 4q_0^2 M_\ell^2}} \times \\ \times \left\{ (2\beta(\ell' + \ell) - q_0^2) (\mathcal{I}_{\ell', \ell-1}^2 + \mathcal{I}_{\ell'-1, \ell}^2) - 8\beta\sqrt{\ln} \mathcal{I}_{\ell', \ell} \mathcal{I}_{\ell'-1, \ell-1} \right\}, \quad (2.19)$$

где  $\mathcal{I}_{n, \ell} \equiv \mathcal{I}_{n, \ell}(\frac{q_\perp^2}{2\beta})$ .



Из (2.19) следует, что для фотона моды 1 коэффициент поглощения для процесса рождения электрон-позитронной пары на уровнях Ландау  $\ell = \ell' = 0$  равен нулю. Для фотона моды 2 из (2.23) получим:

$$W_{\gamma^{(2)} \rightarrow e^+ e^-} = \frac{\alpha\beta}{q_0} \sum_{\ell, \ell'=0}^{\infty} \frac{[1 - f_{E_\ell}][1 - f_{q_0 - E_\ell}]}{\sqrt{(M_{\ell'}^2 - M_\ell^2 - q_0^2)^2 - 4q_0^2 M_\ell^2}} \times \\ \times \left\{ \left( \frac{[2\beta(\ell' - \ell')]^2}{q_0^2} - 2\beta(\ell + \ell') - 4m^2 \right) (\mathcal{I}_{\ell', \ell}^2 + \mathcal{I}_{\ell'-1, \ell-1}^2) - 8\beta\sqrt{\ell\ell'} \mathcal{I}_{\ell', \ell} \mathcal{I}_{\ell'-1, \ell-1} \right\}. \quad (2.20)$$

Реальная часть поляризационного оператора может быть восстановлена по его мнимой части с помощью дисперсионного соотношения с одним вычитанием:

$$R^{(\lambda)} = \text{Re}\mathcal{P}^{(\lambda)}(t) = \int_0^\infty \frac{\text{Im}(\mathcal{P}^{(\lambda)}(t')) dt'}{t' - t - i0} - \text{Re}\mathcal{P}^{(\lambda)}(0), \quad t = q_0^2. \quad (2.21)$$

В общем случае произвольных уровней Ландау  $\ell$  и  $\ell'$  задача о вычислении  $\text{Re}\mathcal{P}^{(\lambda)}(t)$  выглядит очень громоздко, поэтому в сильно замагниченной плазме можно ограничиться вкладом только первых двух уровней Ландау, которые для области  $q_0 > 2m$  будут выглядеть следующим образом:

$$W_{\gamma^{(1)} e \rightarrow e} \simeq \frac{\alpha\beta}{q_0} \frac{f_{E_0}(1 - f_{E_0+q_0})}{\sqrt{(2\beta - q_0^2)^2 - 4q_0^2 m^2}} (2\beta - q_0^2) e^{-\frac{q_0^2}{2\beta}}, \quad (2.22)$$

$$W_{\gamma^{(2)} e \rightarrow e} \simeq \frac{\alpha\beta}{q_0} \frac{f_{E_0}(1 - f_{E_1+q_0})}{\sqrt{(2\beta - q_0^2)^2 - 4q_0^2 m^2}} \left( \frac{4\beta^2}{q_0^2} - 2\beta - 4m^2 \right) \frac{q_0^2}{2\beta} e^{\frac{q_0^2}{2\beta}}, \quad (2.23)$$

$$W_{\gamma^{(2)} \rightarrow e^+ e^-} \simeq \frac{\alpha\beta}{q_0} e^{\frac{q_0^2}{2\beta}} \left\{ \frac{(1 - f_{E_0})(1 - f_{q_0 - E_0})}{q_0 \sqrt{q_0^2 - 4m^2}} (-4m^2) + \right. \\ \left. + \frac{q_0^2}{\beta} \frac{(1 - f_{E_0})(1 - f_{q_0 - E_1})}{\sqrt{(2\beta - q_0^2)^2 - 4q_0^2 m^2}} \left( \frac{4\beta^2}{q_0^2} - 2\beta - 4m^2 \right) \right\}, \quad (2.24)$$

где

$$E_n = \frac{1}{2q_0} |2\beta n - q_0^2|.$$

В результате выражения для мнимой и действительной частей поляризационного оператора для фотонов моды 1 и моды 2 с учетом (2.18–2.24) и магнитного поля при условии  $q_0^2 > 4m^2$  удобно представить следующим образом:

$$I^{(1)} = 2\alpha\beta \exp \left[ -\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right] \frac{(2\beta - q_0^2) f_{E_0} (1 - f_{E_0+q_0}) (1 - \exp[q_0/T])}{\sqrt{((M_1 - m)^2 - q_0^2) ((M_1 + m)^2 - q_0^2)}} \quad (2.25)$$

$$\begin{aligned} R^{(1)} = & -\frac{\alpha\beta}{2\pi} \exp \left[ -\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right] \left( \frac{M_1^2 - m^2 - q_0^2}{\sqrt{((M_1 + m)^2 - q_0^2) ((M_1 - m)^2 - q_0^2)}} \times \right. \\ & \times \ln \left[ \frac{\sqrt{(M_1 + m)^2 - q_0^2} + \sqrt{(M_1 - m)^2 - q_0^2}}{2\sqrt{M_1 m}} \right] - \ln \left[ \frac{M_1^2}{m^2} \right] \Big) - \\ & - \frac{\alpha\beta q_0^2 m^2}{2\pi} \exp \left[ -\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right] \int_0^{\infty} \frac{dz}{\exp \left[ \frac{m}{T} \sqrt{z^2 + 1} \right] + 1} \times \\ & \times \frac{\sqrt{z^2 + 1}}{(M_1^2 - m^2 - q_0^2)^2 - 4m^2 q_0^2 (z^2 + 1)}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} I^{(2)} = & -2\alpha\beta \left( 1 - \exp \left[ -\frac{q_0}{T} \right] \right) \exp \left[ -\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right] \left\{ \frac{(1 - f_{E_0})(1 - f_{q_0-E_0})}{q_0 \sqrt{q_0^2 - 4m^2}} (-4m^2) + \right. \\ & + \frac{q_0^2}{\beta} \frac{4\beta^2/q_0^2 - 2\beta - 4m^2}{\sqrt{((M_1 + m)^2 - q_0^2) ((M_1 - m)^2 - q_0^2)}} \times \\ & \times \left[ (1 - f_{E_0})(1 - f_{q_0-E_1}) + \frac{1}{2} f_{E_0}(1 - f_{E_1+q_0}) \right] \Big\}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\begin{aligned} R^{(2)} = & \frac{\alpha\beta}{2\pi} \exp \left[ -\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right] \left( \frac{4m^2}{\sqrt{q_0^2(q_0^2 - 4m^2)}} \ln \left[ \frac{\sqrt{q_0^2} + \sqrt{q_0^2 - 4m^2}}{4m^2} \right] + 1 \right) + \\ & + \frac{\alpha}{16\pi} q_{\perp}^2 \exp \left[ -\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right] \left( \frac{4m^2 + 2\beta + \frac{4\beta^2}{q_0^2}}{\sqrt{((M_1 - m)^2 - q_0^2) ((M_1 - m)^2 - q_0^2)}} \times \right. \\ & \times \ln \left[ \frac{\sqrt{(M_1 + m)^2 - q_0^2} + \sqrt{(M_1 - m)^2 - q_0^2}}{2(m^4 + 2\beta m^2)^{1/4}} \right] + \\ & + \frac{1}{2} \left( \frac{m^2}{\beta} - \frac{2\beta}{q_0^2} \right) \ln \left[ \frac{m^2 + 2\beta}{m^2} \right] + 1 \Big) - \frac{4\alpha\beta m^2}{\pi} \exp \left[ -\frac{q_{\perp}^2}{2\beta} \right] \times \\ & \times \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{1 + z^2}} \frac{1}{\exp \left[ \frac{m}{T} \sqrt{(1 + z^2)} \right] + 1} \left( \frac{1}{q_0^2 - 4m^2(1 + z^2)} + \right. \\ & + \frac{q_0^2}{\beta} \frac{2\beta z^2 + q_0^2}{(2\beta - q_0^2)^2 - m^2(1 + z^2)q_0^2} \Big) dz. \end{aligned} \quad (2.28)$$

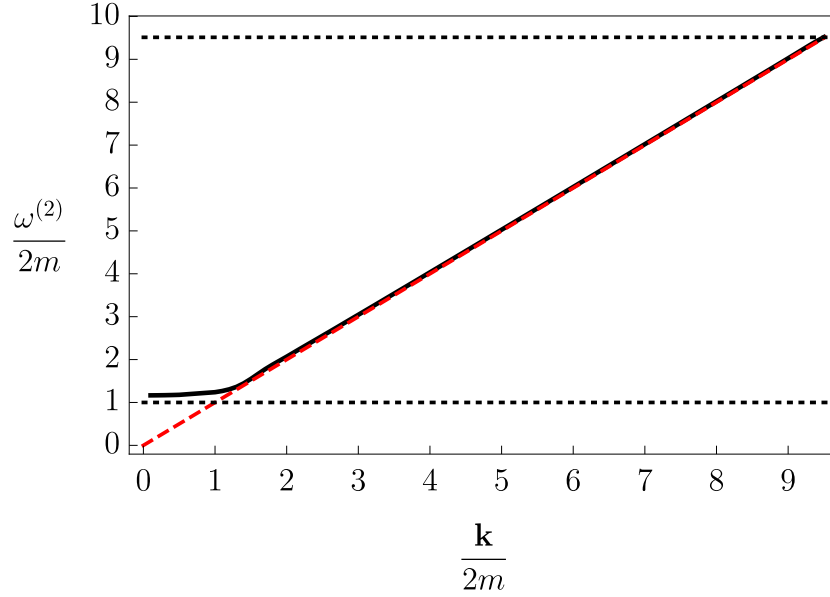


Рис. 2.4. Дисперсия фотона моды 2 в области неустойчивости, связанной с процессами распада на  $e^+e^-$  пару и поглощения  $e_0\gamma^{(2)} \rightarrow e_1$ , представлена сплошной линией при магнитном поле  $B = 200B_e$  и  $T = 1$  МэВ. Штриховая линия соответствует вакуумному закону дисперсии. Пунктирные линии обозначают пороги  $\omega^{(2)} = 2m$  и  $\omega^{(2)} = M_1 - m$ .

Следует отметить, что в поставленной задаче рассматриваются процессы только до второго циклотронного резонанса  $q_0 = M_1 - m$ , поэтому те же процессы с другими уровнями Ландау вклада не дают.

Выражения (2.15)-(2.17) с учетом (2.21) решают задачу о нахождении временной зависимости волновой функции фотона в присутствии сильно замагниченной плазмы.

Временную часть волновой функции фотона  $F(t)$  можно представить в виде затухающих колебаний для мод  $\lambda = 1, 2$ :

$$F^{(\lambda)}(t) \sim F_A^{(\lambda)}(t) \cos(\omega^{(\lambda)}t + \phi_0) \quad (2.29)$$

где  $F_A^{(\lambda)}(t)$  – амплитуда колебаний, временная зависимость которой определяет характер затухания волновой функции,  $\omega^{(\lambda)}$  – эффективная частота. В работе [57] предполагался экспоненциальный характер затухания с декрементом затухания, равным мнимой части энергии фотона, полученным из решения уравнения дисперсии на втором римановом листе. Анализ аналитических свойств фурье-образа  $F_{cut}^{(\lambda)}(q_0)$  показывает, что характер временного затухания волновой

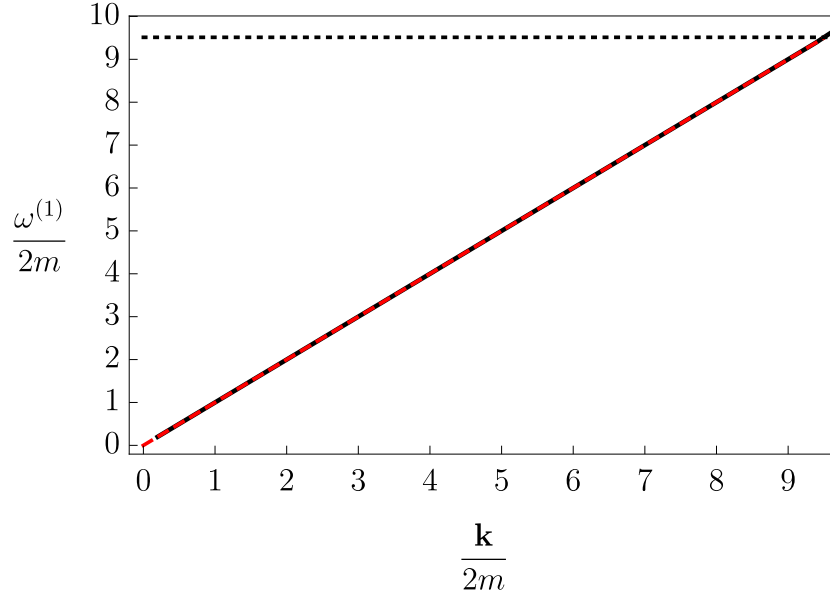


Рис. 2.5. Дисперсия фотона моды 1 в области неустойчивости, связанной с процессом поглощения  $e_0\gamma^{(1)} \rightarrow e_1$  представлена при магнитном поле  $B = 200B_e$  и  $T = 1$  МэВ. Пунктирная линия обозначает порог  $\omega^{(1)} = M_1 - m$

функции в общем случае является неэкспоненциальным. Тем не менее на протяжении некоторого характерного отрезка времени ( $\sim [W_{abs}^{(\lambda)}]^{-1}$ ) зависимость волновой функции от времени можно приближенно описать как экспоненциально затухающие гармонические колебания:

$$\mathcal{A}_\mu^{(\lambda)}(t) \sim e^{-\gamma_{\text{eff}}^{(\lambda)} t/2} \cos(\omega^{(\lambda)} t + \phi_0). \quad (2.30)$$

Здесь  $\omega^{(\lambda)}$  и  $\gamma_{\text{eff}}^{(\lambda)}$  – эффективная частота и коэффициент поглощения фотона моды  $\lambda$  соответственно, которые должны быть найдены с использованием (2.15)–(2.17) для каждого значения импульса  $\mathbf{k}$ , что определяет эффективный закон дисперсии фотона в области его неустойчивости (см. рис. 2.5 и 2.4).

### 2.3. Численный анализ

Рис. 2.5 и 2.4 демонстрируют законы дисперсии фотонов моды 1 и моды 2 в сильно замагниченной плазме при температуре  $T = 1$  МэВ и магнитном поле  $B = 200B_e$  в области их неустойчивости. Из представленных результатов следует, что закон дисперсии для фотона моды 1 в области неустойчивости незна-

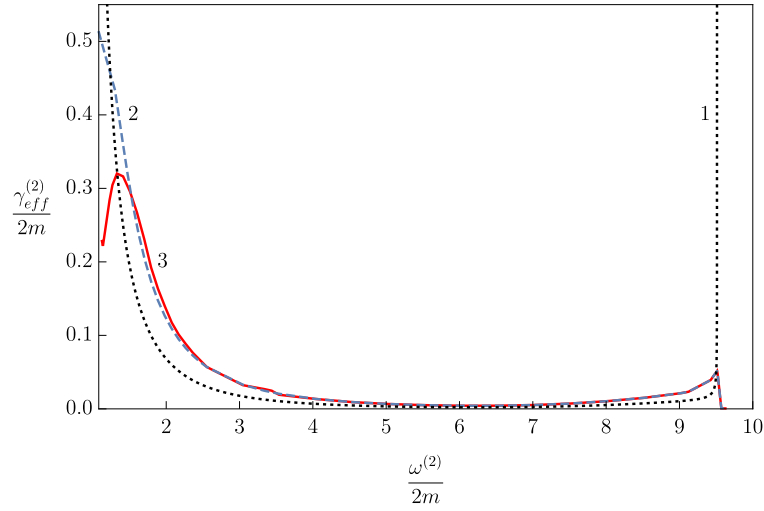


Рис. 2.6. Зависимость ширины распада фотона моды 2 от частоты в припороговых областях при  $B = 200B_e$ ,  $T = 1$  МэВ и  $\mu = 0$ . Линия 1 - коэффициент поглощения фотона  $W_{abs}^{(1)}$ , вычисленный в древесном приближении и содержащий корневые особенности; линия 2 - ширина распада, полученная из комплексного решения дисперсионного уравнения на втором римановом листе [6]; линия 3 соответствует ширине затухания  $\gamma^{(1)}$ , вычисленной на основе приближения (2.30).

чительно отличается от вакуумного закона дисперсии (см. рис. 2.5). С другой стороны, дисперсионная кривая фотона моды 2 значительно отличается от вакуумной вблизи порога  $\omega^{(2)} = 4m$  и в малой окрестности порога  $\omega^{(2)} = M_1 - m$ . Для построения дисперсионной кривой до следующего резонанса необходимо учитывать следующие уровни Ландау. При этом полученная картина дисперсионных кривых согласуется с анализом уравнения дисперсии, выполненного в работе [57].

Для астрофизических приложений полезно вычислить величину  $\gamma_{eff}$ , которая определяет интенсивность поглощения  $\gamma$ -квантов в замагниченной плазме за счет процессов  $\gamma \rightarrow e^+e^-$  и  $\gamma e^\pm \rightarrow e^\pm$ . Обычно в астрофизике используют выражение для коэффициента поглощения, полученное на основе вероятности распада  $\gamma \rightarrow e^+e^-$ . Однако в околопороговой области эти выражения содержат корневые сингулярности (см. например [125]), которые были отмечены во введении к данной главе.

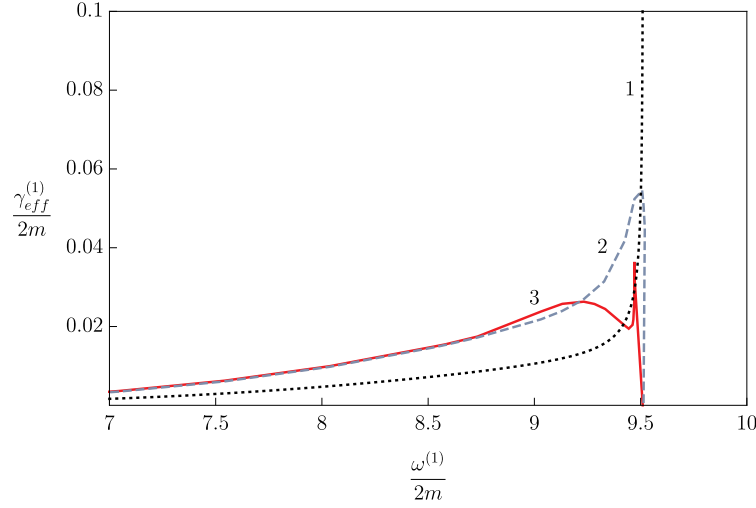


Рис. 2.7. Зависимость ширины распада фотона моды 1 от частоты в припороговых областях при  $B = 200B_e$ ,  $T = 1$  МэВ и  $\mu = 0$ . Линия 1 - коэффициент поглощения фотона  $W_{abs}^{(1)}$ , вычисленный в древесном приближении и содержащий корневые особенности; линия 2 - ширина распада, полученная из комплексного решения дисперсионного уравнения на втором римановом листе [6]; линия 3 соответствует ширине затухания  $\gamma^{(1)}$ , вычисленной на основе приближения (2.30).

Наш анализ показывает, (см. рис. 2.7 и 2.6), что вычисление коэффициента поглощения с учетом неэкспоненциального характера затухания приводит к конечному выражению для коэффициента поглощения фотона в окрестности резонансов  $q_0 = (\sqrt{m^2 + 2\beta} - m)$  как для фотона моды 2, так и для фотона моды 1. Исходя из рис. 2.7 можно сделать вывод, что фотон моды 1 является квазистабильным в областях  $q_0 < 7$  МэВ и  $q_0 > (\sqrt{m^2 + 2\beta} - m) \simeq 9.5$  МэВ. С другой стороны, фотон неустойчив в области, близкой в окрестности резонансов  $q_0 = (\sqrt{m^2 + 2\beta} - m)$ . Фотон моды 2 можно считать квазиустойчивым в области  $q_0 < 4m$  и  $q_0 > (\sqrt{m^2 + 2\beta} - m)$ . Коэффициент затухания фотона, полученный из результатов работы [57], является завышенным в околороговой области по сравнению с результатами, полученными с помощью аппроксимации (2.30). Однако существует область энергий фотона ( $2.5 \lesssim q_0 \lesssim 8.5$  МэВ для фотона моды 2 и  $q_0 \lesssim 8.7$  МэВ для фотона моды 1), где коэффициенты поглощения, полученные из результатов работы [57] и с помощью аппроксимации (2.30) совпадают.

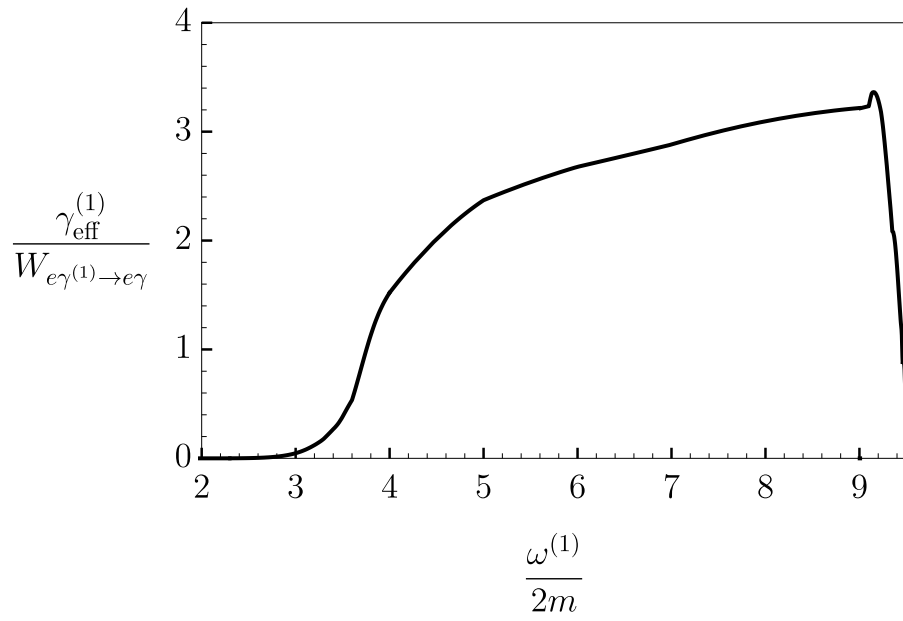


Рис. 2.8. Отношение коэффициента затухания фотона  $\gamma_{\text{eff}}^{(1)}$  к коэффициенту поглощения фотона в процессе  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma$  при  $B = 200B_e$  и  $T = 1$  МэВ

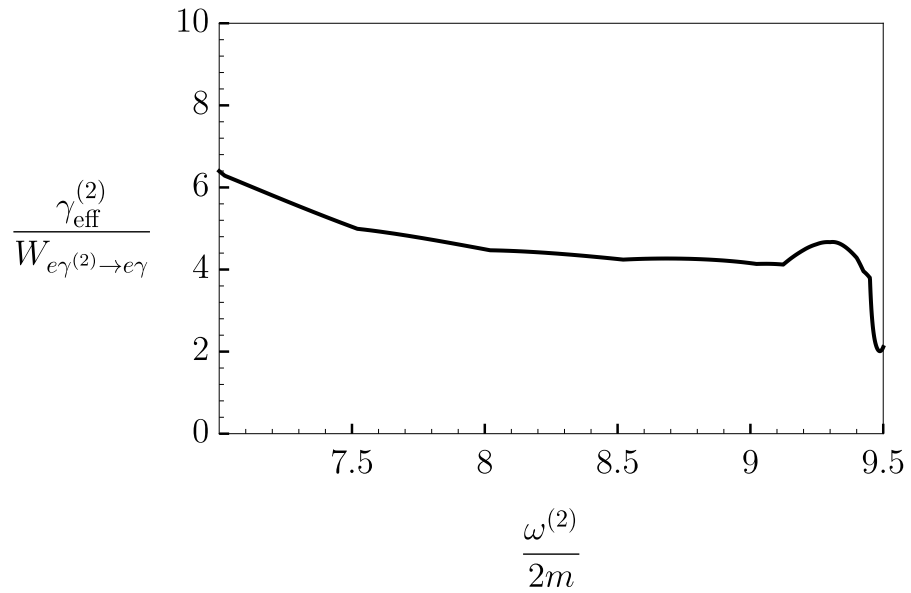


Рис. 2.9. Отношение коэффициента затухания фотона  $\gamma_{\text{eff}}^{(2)}$  к коэффициенту поглощения фотона в процессе  $e\gamma^{(2)} \rightarrow e\gamma$  при  $B = 200B_e$  и  $T = 1$  МэВ

На основе полученных результатов представляет интерес рассмотреть задачу о возможности формирования комптоновского процесса при условии затухания фотона. Для этого удобно вычислить отношение коэффициента затухания фотона к коэффициенту поглощения фотона  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma$  (см. рис. 2.8), полученном в главе 2 и который определяет время его формирования. Как видно из рисунка 2.8, комптоновский процесс, несмотря на малый фактор  $\alpha$ , успевает сформироваться при энергиях фотона  $\omega \lesssim 3$  МэВ. Для фотона моды 2 комптоновский процесс формируется только в области энергий фотона  $\omega \lesssim 1$  МэВ. В области энергий  $\omega > 3$  МэВ для моды 1 и  $\omega > 1$  МэВ фотоны будут эффективно затухать, и комптоновский процесс, по-видимому, не успевает сформироваться. Для моды 2 (см. рис. 2.9) даже с учетом области квазистабильности (вдали от порогов), комптоновский процесс будет формироваться только при энергиях фотона  $\omega < 1$  МэВ.

Таким образом, коэффициенты поглощения фотона в комптоновском процессе для двух возможных каналов рассеяния  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  и  $e\gamma^{(1)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$ , несмотря на резонансный характер, целесообразно рассматривать лишь вдали от циклотронных резонансов, поэтому для анализа комптоновского процесса при высоких температурах  $T \simeq 1$  МэВ и магнитных полях  $B = 200B_e$  достаточно использовать разложение по обратным степеням напряженности магнитного поля [47]. Каналы же рассеяния  $e\gamma^{(2)} \rightarrow e\gamma^{(1)}$  и  $e\gamma^{(2)} \rightarrow e\gamma^{(2)}$  в области резонанса рассматривать нецелесообразно, так как комптоновский процесс не успевает сформироваться для энергий фотона  $\omega \gtrsim 2m$ .



## 2.4. Выводы

Исследован процесс распространения квантованной электромагнитной волны в сильно замагниченной, зарядово-симметричной плазме. С учетом изменения дисперсионных свойств фотона в магнитном поле и плазме было установлено, что, аналогично случаю чистого магнитного поля процесс затухания фотона в замагниченной плазме имеет неэкспоненциальный характер.

Для характерного отрезка времени  $\sim [W_{abs}^{(\lambda)}]^{-1}$  была использована аппроксимация экспоненциально затухающими колебаниями. В этом случае было показано, что коэффициент поглощения фотона в околопороговой области меньше по сравнению с известными в литературе результатами. Также, следуя данной аппроксимации, были построены дисперсионные кривые, которые и для моды 1, и для моды 2 близки к вакуумным кривым, за исключением околопороговых областей. Полученные результаты согласуются с выводами работы [57].

Для определения характера затухания фотона необходимо выполнить более детальный анализ временной зависимости амплитуды  $F_A(t)$  колебаний, входящей в уравнение (2.29). Кроме того, был выполнен анализ возможности формирования комптоновского процесса в условиях неустойчивости фотона за счет процесса поглощения электроном  $e^\pm\gamma \rightarrow e^\pm$  и распада на электрон-позитронную пару  $\gamma \rightarrow e^+e^-$ . Несмотря на малый фактор  $\alpha$ , комптоновский процесс преобладает над процессами распада и поглощения в области низких энергий фотона ( $\omega < 3$  МэВ при  $T = 1$  МэВ и  $B = 200B_e$ ). С другой стороны, даже с учетом резонанса на виртуальном электроне, фотоны как моды 1, так и моды 2 в пределе сильного магнитного поля  $B = 200B_e$  и температуре  $T = 1$  МэВ эффективно затухают в резонансной области.

## Глава 3

# Решение кинетического уравнения с учетом резонансного комптоновского рассеяния

### 3.1. Введение

Для приложения дельта-функционального приближения, рассмотренного в главе 1, рассмотрим задачу о распространение фотона в макроскопической области, занятой электронной плазмой.

Существует несколько основных способов решения задачи переноса излучения. Один из них заключается в решении системы интегро-дифференциальных уравнений, соответствующих уравнению Больцмана. В работах [62, 63, 90, 95, 126] для решения системы уравнений переноса использовался численный метод, который заключается в том, что интегрально-дифференциальные уравнения преобразуются в систему разностных выражений и квадратурных сумм с дискретизированными переменными, которая далее решается методом Фурье [127].

С другой стороны, для численного анализа переноса излучения с учетом резонансного комптоновского процесса также активно используется метод Монте-Карло (см., например [36, 37, 64, 65, 67, 128, 129]), который является достаточно мощным инструментом для моделирования сложных физических систем. Данный метод заключается в использовании случайных чисел и статистических подходов, основным недостатком которого является медленная сходимость результата, поэтому для получения точных ответов требуется большое количество итераций.

Из-за сложного поведения коэффициента поглощения фотона в комптоновском процессе вблизи резонанса задача переноса излучения становится нетривиальной. Одним из упрощений этой задачи является выбор геометрии излу-

чающей области. Представление излучающей поверхности в виде бесконечной плиты является хорошим приближением для анализа излучения поверхности нейтронной звезды [130–132]. С другой стороны, цилиндрическая геометрия является более подходящей для аккреционной колонки в целом [61]. Однако спектр, наблюдаемый в области циклотронных частот излучения аккрецирующих рентгеновских пульсаров, имеет более широкий профиль с заниженными значениями, чем рассчитанные с предположением данных геометрий. Поэтому в работе [95] была предложена более подходящая модель формирования циклотронных линий, которая заключается в том, что результирующий спектр излучающей области формируется как сумма спектров от различных циклотронных областей, каждая из которых имеет цилиндрическую геометрию со своим постоянным значением плотности, температуры и индукции магнитного поля.

В настоящей главе рассматривается решение кинетического уравнения Больцмана для нахождения функции распределения фотонов в плазме электронов, находящейся в относительно сильном постоянном магнитном поле, с учетом резонансного комптоновского рассеяния. Предполагается, что в изменение спектра излучения вклад вносит только резонансный комптоновский процесс, поэтому для анализа можно воспользоваться дельта-функциональным приближением, рассмотренным в главе 1.

### 3.2. Решение кинетического уравнения вблизи резонанса

Рассмотрим достаточно узкую цилиндрическую колонку с осью, направленной вдоль магнитного поля (магнитное поле  $B \lesssim B_e$  направлено вдоль оси  $z$ ), содержащую равновесную плазму электронов при температуре  $T \ll m$ . В точке  $z = 0$  этой колонки поддерживается стационарный поток фотонов с некоторой функцией распределения  $f_{0\omega}^{(\lambda)}(x)$ , где  $\lambda = 1, 2$  – поляризационные состояния фотонов. Для упрощения задачи предположим, что магнитное поле и температура внутри колонки постоянны и изменением функции распределения

в направлении, поперечном к направлению магнитного поля будем пренебрегать.

В силу нерелятивистского характера движения электронов в системе покоя плазмы, кинетическое уравнение Больцмана с учетом только процессов рассеяния можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x)}{\partial z} = \sum_{\lambda'=1}^2 \int dW_{\lambda \rightarrow \lambda'} \{ f_{E'}(1 - f_E) f_{\omega'}^{(\lambda')}(z, x')(1 + f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x)) - \\ - f_E(1 - f_{E'}) f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x)(1 + f_{\omega'}^{(\lambda')}(z, x')) \}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь  $x = \cos \theta$ ,  $x' = \cos \theta'$  ( $\theta$  и  $\theta'$  – углы между направлениями импульсов начального и конечного фотона и направлением магнитного поля соответственно),  $f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x)$  и  $f_{\omega'}^{(\lambda')}(z, x')$  – функции распределения начального и конечного фотонов с энергиями  $\omega$  и  $\omega'$  соответственно,  $dW_{\lambda \rightarrow \lambda'}$  – коэффициент поглощения фотона, который может быть получен из главы 1,  $f_E = 1/[\exp(E/T) + 1]$  и  $f_{E'} = 1/[\exp(E'/T) + 1]$  – равновесные функции распределения начального и конечного электронов с нулевым химическим потенциалом и энергиями  $E$  и  $E'$  соответственно.

Как было показано во введении, несмотря на то, что напряженность магнитного поля меньше критического значения  $B \lesssim B_e$ , начальный и конечный электроны преимущественно будут занимать основной уровень Ландау. Действительно, для параметров среды  $B = 10^{12}$  Гс и  $T = 5$  кэВ вклад высших уровней по отношению к основному:

$$\frac{\sum_{\ell=1}^{\infty} n_{\ell}}{n_0} \simeq 0.234, \quad (3.2)$$

где

$$n_{\ell} = \frac{\beta}{(2\pi)^2} (2 - \delta_{\ell,0}) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{\exp \left[ \frac{1}{T} \sqrt{m^2 + p_z^2 + 2\beta\ell} \right] + 1}. \quad (3.3)$$

Естественно ожидать, что при такой температуре электроны в плазме будут нерелятивистскими, поэтому в результате комптоновского процесса энергия

начального фотона будут мало отличаться от энергии конечного фотона. Таким образом, воспользовавшись методикой, развитой в работах [59, 133], правую часть уравнения (3.1) можно разложить по величине  $\Delta\omega = \omega - \omega' \ll \omega$ . Кроме того, будем полагать, что функция распределения фотона мало отличается от равновесной  $f_{0\omega} = [e^{\omega/T} - 1]^{-1}$ :

$$f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) \simeq f_{0\omega} + \delta f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x), \quad (3.4)$$

где

$$\delta f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) \ll f_{0\omega}. \quad (3.5)$$

С учетом (3.5) уравнение (3.1) примет линеаризованный вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x)}{\partial z} = & \frac{1}{x} \sum_{\lambda'=1}^2 \int_{-1}^1 dx' \varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x') \left\{ f_{\omega}^{(\lambda')} (z, x') - f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) - \right. \\ & - \left[ T \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x')}{\partial \omega} + f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x') \right] \frac{\Delta\omega}{T} + \\ & \left. + \frac{1}{2} \left[ T^2 \frac{\partial^2 f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x')}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x')}{\partial \omega} + f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x') \right] \left( \frac{\Delta\omega}{T} \right)^2 \right\}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

которое в силу линейности является как отдельным решением для равновесной функции распределения  $f_{0\omega}$  с точностью до  $O(f_{0\omega}^2)$ , так и для малой добавки  $\delta f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x)$ . Исходя из закона сохранения энергии получим:

$$\omega' = \frac{1}{1 - x'^2} \left\{ E - p_z x' + \omega(1 - xx') - \sqrt{[E - p_z x' + \omega(1 - xx')]^2 - 2\beta(1 - x'^2)} \right\}. \quad (3.7)$$

Функции  $\varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x')$  могут быть получены из результатов главы 1 и в случае, когда масса электрона является максимальным параметром задачи, будут

иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
\varphi_{\omega}^{11}(x, x') &\simeq m^2 \rho \left( \frac{\beta^2}{m^4} \frac{1}{\Delta^-} + \frac{[\omega - \beta/m]^2}{m^2 \Delta^+} \right), \\
\varphi_{\omega}^{12}(x, x') &\simeq \rho \omega^2 \left( \frac{x'^2}{\Delta^-} + \frac{\omega - \beta/m}{2m \Delta^+} \right), \\
\varphi_{\omega}^{22}(x, x') &\simeq \rho \frac{\omega^4}{4m^2} \left( \frac{4m^4 x^2 x'^2}{\beta^2 \Delta^-} + \frac{1}{\Delta^+} \right), \\
\varphi_{\omega}^{21}(x, x') &\simeq \rho \omega^2 \left( \frac{x^2}{\Delta^-} + \frac{\omega - \beta/m}{2m \Delta^+} \right),
\end{aligned} \tag{3.8}$$

где

$$\rho = \frac{n_e}{8\pi} e^4 \left( \frac{\sqrt{m^2 + 2\beta} + m}{\sqrt{m^2 + 2\beta}} \right) \simeq \frac{n_e}{4\pi} e^4, \tag{3.9}$$

$$\Delta^{\pm} = [\omega^2(1 - x^2) + 2\omega m - 2\beta]^2 + \left( \frac{E_1'' \Gamma_1^{\pm}}{2} \right)^2, \tag{3.10}$$

$\Gamma_1^{\pm}$  – полная ширина поглощения электрона, находящегося на первом уровне Ландау, для двух возможных поляризационных состояний электрона. Она может быть получена из результатов работы [101] и представлена в следующем виде:

$$E_1'' \Gamma_1^{\pm} \simeq \frac{e^2 \beta^2}{\pi M_1} \frac{1}{M_1 \pm m} \int_0^{\zeta} dx e^{-x} \frac{1 - \zeta x}{\sqrt{x^2 - \zeta x + 1}}, \tag{3.11}$$

где  $M_1 = \sqrt{m^2 + 2\beta} \simeq m$ ,  $\zeta = (M_1^2 + m^2)/\beta \simeq 2m^2/\beta$ ,

Уравнение (3.6) относительно переменной  $z$  удобно представить в виде:

$$\frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x)}{\partial z} = -\chi_{\omega}^{(\lambda)}(x) f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) + F_{\omega}^{(\lambda)}(z, x), \tag{3.12}$$

где

$$\chi_{\omega}^{(\lambda)}(x) = \frac{1}{x} \int_{-1}^1 dx' \{ \varphi_{\omega}^{\lambda 1}(x, x') + \varphi_{\omega}^{\lambda 2}(x, x') \}, \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}
F_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) = & \frac{1}{x} \sum_{\lambda'=1}^2 \int_{-1}^1 dx' \varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x') \left\{ f_{\omega}^{(\lambda')} (z, x') - \right. \\
& - \left[ T \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x')}{\partial \omega} + f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x') \right] \frac{\Delta \omega}{T} + \\
& + \left. \frac{1}{2} \left[ T^2 \frac{\partial^2 f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x')}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x')}{\partial \omega} + f_{\omega}^{(\lambda')}(z, x') \right] \left( \frac{\Delta \omega}{T} \right)^2 \right\}.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Решение уравнения (3.12) можно представить в следующем виде:

$$f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) = f_{0\omega}^{(\lambda)}(x) e^{-\chi_{\omega}^{(\lambda)}(x)z} + \int_0^z dz' e^{-\chi_{\omega}^{(\lambda)}(x)(z-z')} F_{\omega}^{(\lambda)}(z', x), \tag{3.15}$$

где  $f_{0\omega}^{(\lambda)}(x)$  – функция распределения фотонов при значении  $z = 0$ , которую далее будем полагать равновесной  $f_{0\omega}^{(\lambda)}(x) \equiv f_{0\omega}$ . В результате, уравнение (3.6) перепишем следующим образом:

$$\begin{aligned}
f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) = & f_{0\omega} e^{-\chi_{\omega}^{(\lambda)}(x) \cdot z} + \frac{1}{x} \int_0^z dz' \int_{-1}^1 dx' e^{-\chi_{\omega}^{(\lambda)}(x) \cdot (z-z')} \times \\
& \times \sum_{\lambda'=1}^2 \varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x') \left\{ f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x') - \frac{\Delta \omega}{T} \left[ T \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x')}{\partial \omega} + f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x') \right] + \right. \\
& + \left. \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta \omega}{T} \right)^2 \left[ T^2 \frac{\partial^2 f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x')}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x')}{\partial \omega} + f_{\omega}^{(\lambda')}(z', x') \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Далее разложим функцию распределения фотонов по полиномам Лежандра  $\mathcal{P}_{\ell}(x)$  относительно переменной  $x$ :

$$f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_{\ell}^{(\lambda)}(z, \omega) \mathcal{P}_{\ell}(x), \tag{3.17}$$

Подставляя (3.17) в (3.16) и применяя к полученному выражению преобразование Лапласа относительно переменной  $z$ , получим систему дифференци-

альных уравнений второго порядка относительно переменной  $\omega$ :

$$\begin{aligned} \sum_{\ell'=0}^{\infty} \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda)}(s, \omega) \mathcal{P}_{\ell'}(x) &= \frac{mf_{0\omega}}{s + \chi_{\omega}^{(\lambda)}(x)} + \sum_{\ell'=0}^{\infty} \int_{-1}^1 dx' \frac{1}{x} \frac{m\mathcal{P}_{\ell'}(x')}{s + \chi_{\omega}^{(\lambda)}(x)} \times \\ &\times \sum_{\lambda'=1}^2 \varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x') \left\{ \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega) - \frac{\Delta\omega}{T} \left[ T \frac{\partial \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega) \right] + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\omega}{T} \right)^2 \left[ T^2 \frac{\partial^2 \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega)}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

где

$$\bar{A}_{\ell'}^{(\lambda)}(s, \omega) = m \int_0^{\infty} A_{\ell'}^{(\lambda)}(z, \omega) e^{-sz} dz. \quad (3.19)$$

Домножая обе части выражения (3.18) на  $\mathcal{P}_{\ell}(x)$ , проинтегрируем его по  $x$ .

С учетом ортогональности полиномов Лежандра:

$$\int_{-1}^1 dx \mathcal{P}_{\ell}(x) \mathcal{P}_{\ell'}(x) = \frac{2}{2\ell + 1} \delta_{\ell\ell'}, \quad (3.20)$$

получим следующую систему уравнений для нахождения коэффициентов  $\bar{A}_{\ell}^{(\lambda)}(s, \omega)$ :

$$\begin{aligned} \frac{2}{2\ell + 1} \bar{A}_{\ell}^{(\lambda)}(s, \omega) &= \int_{-1}^1 \frac{mf_{0\omega}}{s + \chi_{\omega}^{(\lambda)}(x)} \mathcal{P}_{\ell}(x) dx + \sum_{\ell'=0}^{\infty} \int_{-1}^1 dx' \int_{-1}^1 \frac{dx}{x} \frac{\mathcal{P}_{\ell}(x) \mathcal{P}_{\ell'}(x')}{s + \chi_{\omega}^{(\lambda)}(x)} \times \\ &\times \sum_{\lambda'=1}^2 \varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x') \left\{ \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega) - \frac{\Delta\omega}{T} \left[ T \frac{\partial \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega) \right] + \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\omega}{T} \right)^2 \left[ T^2 \frac{\partial^2 \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega)}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega)}{\partial \omega} + \bar{A}_{\ell'}^{(\lambda')}(s, \omega) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Далее, подставляя функции (3.8) в (3.21) и интегрируя получившийся результат по  $x'$ , с учетом  $\Delta\omega \simeq \omega - \beta/m$  получим следующую бесконечную



систему зацепляющихся уравнений для нахождения коэффициентов  $\overline{A}_\ell^{(\lambda)}(s, \omega)$ :

$$\begin{aligned}
\frac{2}{2\ell+1} \overline{A}_\ell^{(\lambda)}(s, \omega) = & f_{0\omega} \mathcal{J}_\ell^{(\lambda)}(s, \omega) + \\
& + 2J_\ell^{\lambda 1}(s, \omega) \left\{ \overline{A}_0^{(1)}(s, \omega) - \frac{\Delta\omega}{T} \left[ T \frac{\partial \overline{A}_0^{(1)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \overline{A}_0^{(1)}(s, \omega) \right] + \right. \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\omega}{T} \right)^2 \left[ T^2 \frac{\partial^2 \overline{A}_0^{(1)}(s, \omega)}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial \overline{A}_0^{(1)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \overline{A}_0^{(1)}(s, \omega) \right] \left. \right\} + \\
& + \frac{2}{3} J_\ell^{\lambda 2}(s, \omega) \left\{ \overline{A}_0^{(2)}(s, \omega) - \frac{\Delta\omega}{T} \left[ T \frac{\partial \overline{A}_0^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \overline{A}_0^{(2)}(s, \omega) \right] + \right. \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\omega}{T} \right)^2 \left[ T^2 \frac{\partial^2 \overline{A}_0^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial \overline{A}_0^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \overline{A}_0^{(2)}(s, \omega) \right] \left. \right\} + \\
& + \frac{4}{15} J_\ell^{\lambda 2}(s, \omega) \left\{ \overline{A}_2^{(2)}(s, \omega) - \frac{\Delta\omega}{T} \left[ T \frac{\partial \overline{A}_2^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \overline{A}_2^{(2)}(s, \omega) \right] + \right. \\
& + \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\omega}{T} \right)^2 \left[ T^2 \frac{\partial^2 \overline{A}_2^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega^2} + 2T \frac{\partial \overline{A}_2^{(2)}(s, \omega)}{\partial \omega} + \overline{A}_2^{(2)}(s, \omega) \right] \left. \right\}, \tag{3.22}
\end{aligned}$$

где

$$\mathcal{J}_\ell^{(\lambda)}(s, \omega) = \int_{-1}^1 \frac{\mathcal{P}_\ell(x) dx}{s + \chi_\omega^{(\lambda)}(x)}, \tag{3.23}$$

$$J_\ell^{\lambda \lambda'}(s, \omega) = \int_{-1}^1 dx' \int_{-1}^1 dx \frac{1}{x} \frac{\mathcal{P}_\ell(x)}{s + \chi_\omega^{(\lambda)}(x)} \varphi_\omega^{\lambda \lambda'}(x, x'). \tag{3.24}$$

Отметим, что в правую часть системы уравнений (3.22) входят лишь коэффициенты  $\overline{A}_0^{(1)}(s, \omega)$ ,  $\overline{A}_0^{(2)}(s, \omega)$ ,  $\overline{A}_2^{(2)}(s, \omega)$ , поэтому для построения рекуррентного соотношения, позволяющего определить все коэффициенты  $\overline{A}_n^{(\lambda)}(s, \omega)$ , необходимо решить лишь систему из трех дифференциальных уравнений.

Найденные таким образом коэффициенты  $\overline{A}_\ell^{(\lambda)}(s, \omega)$  из системы (3.22) с учетом (3.23)–(3.24) позволяют решить задачу о расчете функции распределения фотонов в терминах образов по Лапласу по переменной  $z$ . После применения обратного преобразования Лапласа окончательно функцию распределения

фотонов поляризации  $\lambda$  можно представить в следующем виде:

$$f_{\omega}^{(\lambda)}(z, x) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{\ell=0}^{\infty} \mathcal{P}_{\ell}(x) \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{ds}{m} \cdot e^{sz} \overline{A}_{\ell}^{(\lambda)}(s, \omega), \quad (3.25)$$

где интеграл берется в комплексной плоскости по прямой  $\text{Re } s = \sigma$ .

### 3.3. Численный анализ

Решение системы уравнений (3.22) представляет определенные вычислительные трудности в окрестности резонансов. С другой стороны, результаты исследования, отраженные в главе 1, показывают, что резонансный пик становится тем уже, чем меньше магнитное поле. Поэтому в относительно слабом магнитном поле  $B \lesssim B_e$ , с учетом узкой области резонанса, удобно воспользоваться дельта-функциональным приближением функций  $\varphi_{\omega}^{\lambda\lambda'}(x, x')$ , т.е. представить часть выражений (3.8), содержащую  $1/\Delta^{-}$ , в виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta^{-}} &= \frac{1}{(\omega^2(1-x^2) + 2\omega m - 2\beta)^2 + \left(\frac{E_1''\Gamma_1^{\pm}}{2}\right)^2} \simeq \\ &\simeq \frac{2\pi}{E_1''\Gamma_1^{-}} \delta(\omega^2(1-x^2) + 2\omega m - 2\beta) = \frac{2\pi}{E_1''\Gamma_1^{-}} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{\delta(x - x_{\sigma})}{2|x_{\sigma}|\omega^2}, \end{aligned} \quad (3.26)$$

где

$$x_{\sigma} = \sigma \sqrt{\frac{\omega^2 + 2\omega m - 2\beta}{\omega^2}}. \quad (3.27)$$

В таком случае имеем:

$$J_{\ell}^{11}(\bar{s}, \omega) \simeq \frac{\pi\beta^2 E_1''\Gamma_1^{-}}{2\omega^2 m^4} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{1}{|x_{\sigma}|} \frac{\mathcal{P}_{\ell}(x_{\sigma})}{x_{\sigma}\bar{s} + 4\left(\frac{\beta^2}{m^4} + \frac{\omega^2}{3m^2}\right)}, \quad (3.28)$$

$$J_{\ell}^{12}(\bar{s}, \omega) \simeq \frac{\pi E_1''\Gamma_1^{-}}{2m^2} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{1}{|x_{\sigma}|} \frac{\mathcal{P}_{\ell}(x_{\sigma})}{x_{\sigma}\bar{s} + 4\left(\frac{\beta^2}{m^4} + \frac{\omega^2}{3m^2}\right)}, \quad (3.29)$$

$$J_{\ell}^{22}(\bar{s}, \omega) \simeq \frac{\pi\omega^2 E_1''\Gamma_1^{-}}{2\beta m^2} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{x_{\sigma}}{|x_{\sigma}|} \frac{\mathcal{P}_{\ell}(x_{\sigma})}{\bar{s} + 4x_{\sigma}\left(\frac{\omega^4}{3\beta^2} + \frac{\omega^2}{m^2}\right)}, \quad (3.30)$$

$$J_\ell^{21}(\bar{s}, \omega) \simeq \frac{\pi E_1'' \Gamma_1^-}{2m^2} \sum_{\sigma=\pm 1} \frac{x_\sigma}{|x_\sigma|} \frac{\mathcal{P}_\ell(x_\sigma)}{\bar{s} + 4x_\sigma \left( \frac{\omega^4}{3\beta^2} + \frac{\omega^2}{m^2} \right)}, \quad (3.31)$$

где

$$\bar{s} = \frac{(E_1'' \Gamma_1^-)^2}{2\rho m^2} s. \quad (3.32)$$

С учетом этого выражение (3.25) будет выглядеть следующим образом:

$$f_\omega^{(\lambda)}(z, x) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{\ell=0}^{\infty} \mathcal{P}_\ell(x) \frac{2\rho m}{(E_1'' \Gamma_1^-)^2} \int_{\bar{\sigma}-i\infty}^{\bar{\sigma}+i\infty} d\bar{s} \cdot e^{\bar{s}z/a} \bar{A}_\ell^{(\lambda)}(\bar{s}, \omega), \quad (3.33)$$

где величина:

$$a = \frac{(E_1'' \Gamma_1^-)^2}{2\rho m^2}, \quad (3.34)$$

которая для рассматриваемых магнитных полей и температур имеет значение  $a \simeq 1.1$  м.

Следует отметить, что функции (3.28)–(3.31) ограничены в области

$$\sqrt{m^2 + 2\beta} - m < \omega < \beta/m, \quad (3.35)$$

поскольку, с одной стороны, интегрирование дельта-функций по переменной  $x$  происходит в ограниченных пределах  $-1 \leq x \leq 1$ , с другой стороны, подкоренное выражение в (3.27) должно быть положительным.

В качестве иллюстрации выберем величины магнитного поля  $B = 10^{12}$  Гс и температуры  $T \simeq 11.5$  кэВ, характерные для радиопульсаров. Для данных значений параметров среды циклотронный резонанс имеет место на энергиях фотона  $\omega \simeq 11.5$  кэВ. Введем спектральную плотность распределения энергии в соответствии [134]:

$$R_\omega^{(\lambda)}(z, x) = \frac{\omega^3}{4\pi^3} f_\omega^{(\lambda)}(z, x) \quad (3.36)$$

и будем полагать, что только комптоновский процесс в резонансной области энергий фотона вносит изменение в функцию распределения. Поэтому при  $\omega > 11.5$  кэВ или  $\omega < 11.37$  кэВ коэффициенты  $\bar{A}_\ell^{(\lambda)}(\bar{s}, \omega)$  с учетом граничных условий примут вид:

$$\bar{A}_0^{(\lambda)}(\bar{s}, \omega) = \frac{(E_1'' \Gamma_1^-)^2}{2\rho m} \frac{f_{0\omega}}{\bar{s}}, \quad (3.37)$$

$$\overline{A}_\ell^{(\lambda)}(\overline{s}, \omega) = 0, \quad \ell > 0. \quad (3.38)$$

Уравнение (3.22) решалось для дискретных значений  $\text{Im}(\overline{s})$  для следующего интервала  $-10^3 < \text{Im}(\overline{s}) < 10^3$  с шагом дискретизации  $\Delta\overline{s} = 0.1$ . Значение действительной части переменной  $\overline{s}$  выбиралось так, чтобы все полюса выражений (3.28)–(3.31) на комплексной плоскости находились левее:

$$\begin{aligned} \text{Re } \overline{s} &> 4 \left( \frac{\beta^2}{m^4} + \frac{\omega^2}{3m^2} \right), \\ \text{Re } \overline{s} &> 4 \left( \frac{\omega^4}{3\beta^2} + \frac{\omega^2}{m^2} \right). \end{aligned} \quad (3.39)$$

Чтобы удовлетворить условиям (3.39) реальную часть можно выбрать в виде  $\text{Re } \overline{s} = 1$ . Проведенный численный анализ уравнения (3.22) показал, что коэффициенты  $\overline{A}_\ell^{(\lambda)}(s, \omega)$  при  $\ell > 2$  имеют пренебрежимо малые значения для обеих мод фотона  $\lambda = 1, 2$ .

На рис. 3.2–3.5 представлены численные результаты спектральной плотности (3.36) в сравнении со спектральной плотностью излучения черного тела:

$$R_0(\omega) = \frac{\omega^3}{4\pi^3} \frac{1}{\exp[\omega/T] - 1}, \quad (3.40)$$

для различных значений  $z$  колонки вещества и углов  $\theta$  между направлением импульса фотона и направлением магнитного поля как для моды 1, так и для моды 2. Из предположения дипольного магнитного поля, которое является достаточно хорошим приближением вблизи полярной шапки [11], следует, что магнитное поле можно считать постоянным в масштабах сотен метров.

Для магнитного поля  $B = 10^{12}$  Гс на масштабе  $z \simeq a$  как для фотона моды 1, так и для фотона моды 2 имеются незначительные изменения спектра по сравнению со спектром излучения черного тела, даже вблизи границы резонансной области  $\omega \simeq 11$  кэВ. С увеличением масштаба до значений  $z \simeq 5a$  наблюдается увеличение спектральной плотности на 7% при всех энергиях начального фотона (см. рис. 3.1). При значениях  $z \simeq 10a$  резонансный комптоновский процесс приводит к значительному уменьшению спектральной плотности во всей

резонансной области. Отметим, что спектр для фотона моды 1 практически не зависит от угла импульса фотона по отношению к магнитному полю.

Несколько иная ситуация наблюдается для спектра излучения фотонов моды 2 (см. рис. 3.2– 3.5). Анализ полученных результатов позволяет заключить, что спектр для фотона моды 2 существенно отличается во всей резонансной области от спектра излучения черного тела для масштаба  $z \gtrsim 5a$ . Вблизи порога резонансной области  $\omega \simeq 11$  кэВ для фотонов, которые распространяются под углами, близкими к направлению магнитного поля, спектр имеет заниженные значения. С другой стороны наблюдается увеличение спектра вблизи порога для фотонов, распространяющихся поперек магнитного поля. Однако, в отличие от спектра моды 1, уже на масштабах  $z \simeq 5a$  наблюдается заметное увеличение спектральной плоскости в более низкоэнергетической части рассматриваемой области. Также следует отметить, что спектр фотона моды 2 в этой области начинает существенно зависеть от угла между направлением импульса фотона и направлением магнитного поля. При значении  $z \simeq 10a$  колонки спектральной плотности во всей области резонанса существенно меньше, чем спектральная плотность излучения черного тела. Существуют области, близкие к высокоэнергетической границе, где спектральная плотность имеет отрицательные значения. По-видимому, для фотонов, распространяющихся вдоль магнитного поля, существуют области энергий, при которых дельта-функциональное приближение (3.26) неприменимо, что требует отдельного исследования.

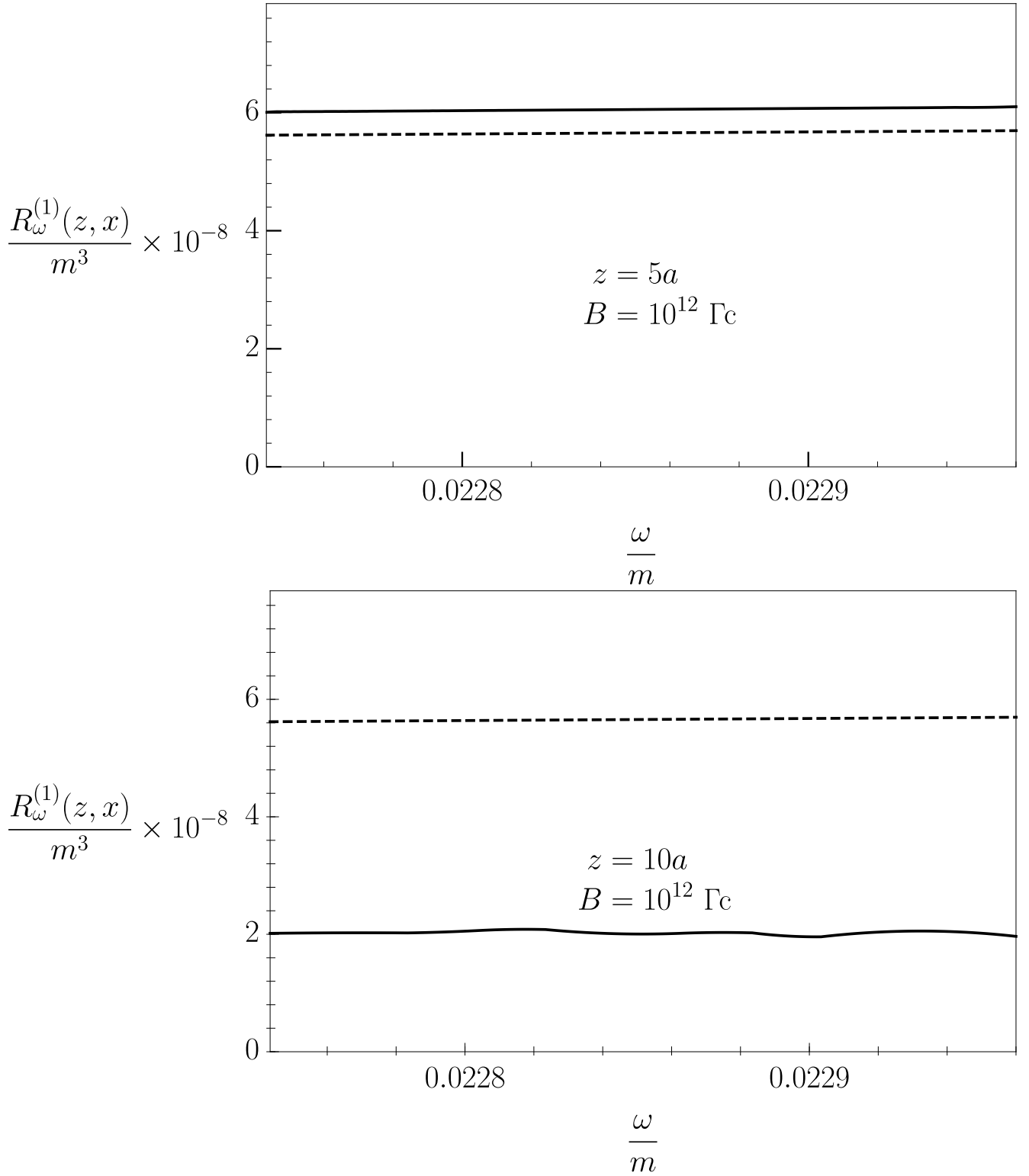


Рис. 3.1. Спектральная плотность (3.36) моды 1 с учетом резонансного комптоновского процесса для произвольного угла между направлением импульса начального фотона и направлением магнитного поля. Штриховая линия – спектральная плотность чернотельного излучения (3.40).

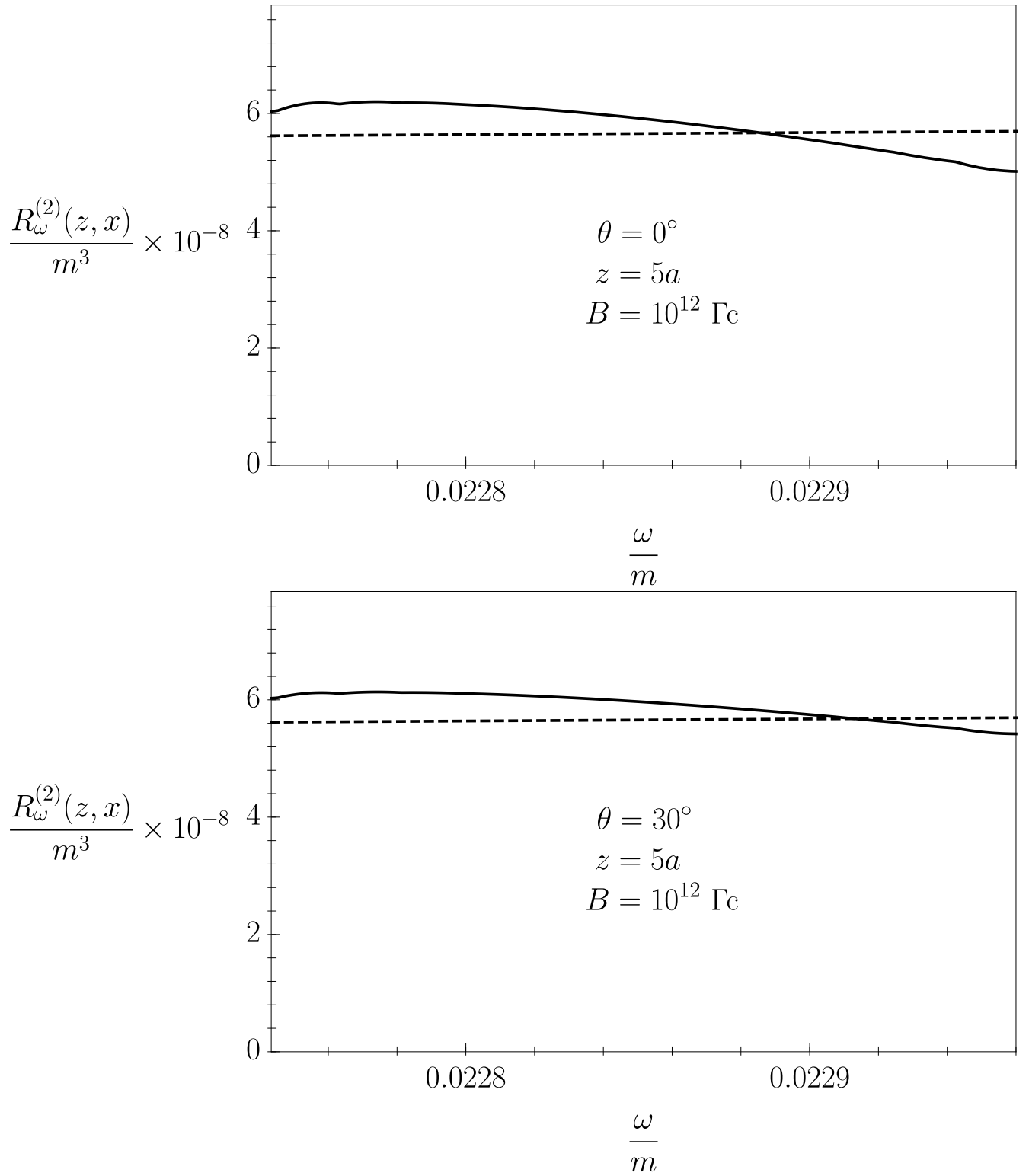


Рис. 3.2. Спектральная плотность (3.36) моды 2 с учетом резонансного комптоновского процесса. Штриховая линия – спектральная плотность чернотельного излучения (3.40)

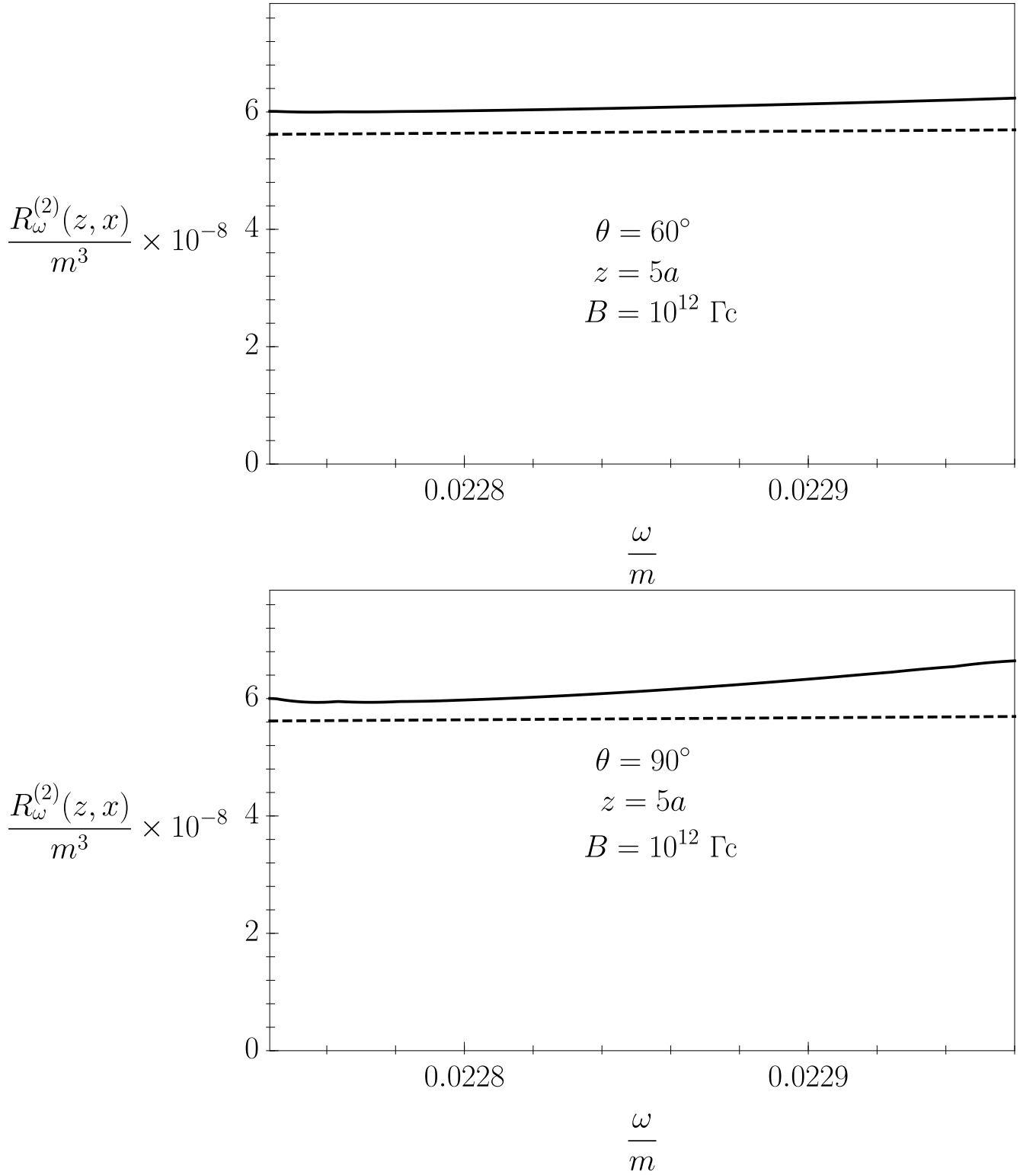


Рис. 3.3. Спектральная плотность (3.36) моды 2 с учетом резонансного комптоновского процесса. Штриховая линия – спектральная плотность чернотельного излучения (3.40)



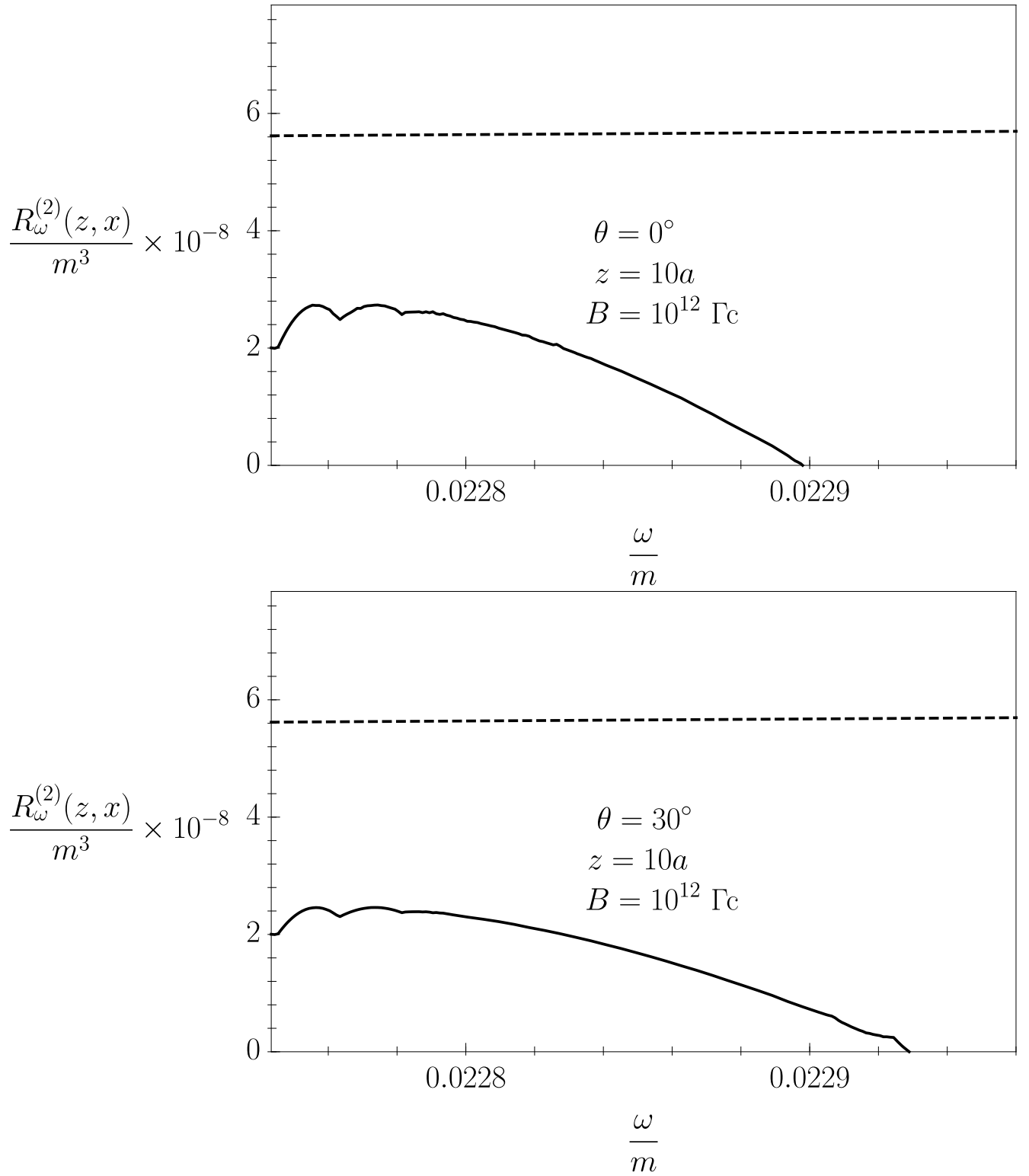


Рис. 3.4. Спектральная плотность (3.36) моды 2 с учетом резонансного комптоновского процесса. Штриховая линия – спектральная плотность чернотельного излучения (3.40)

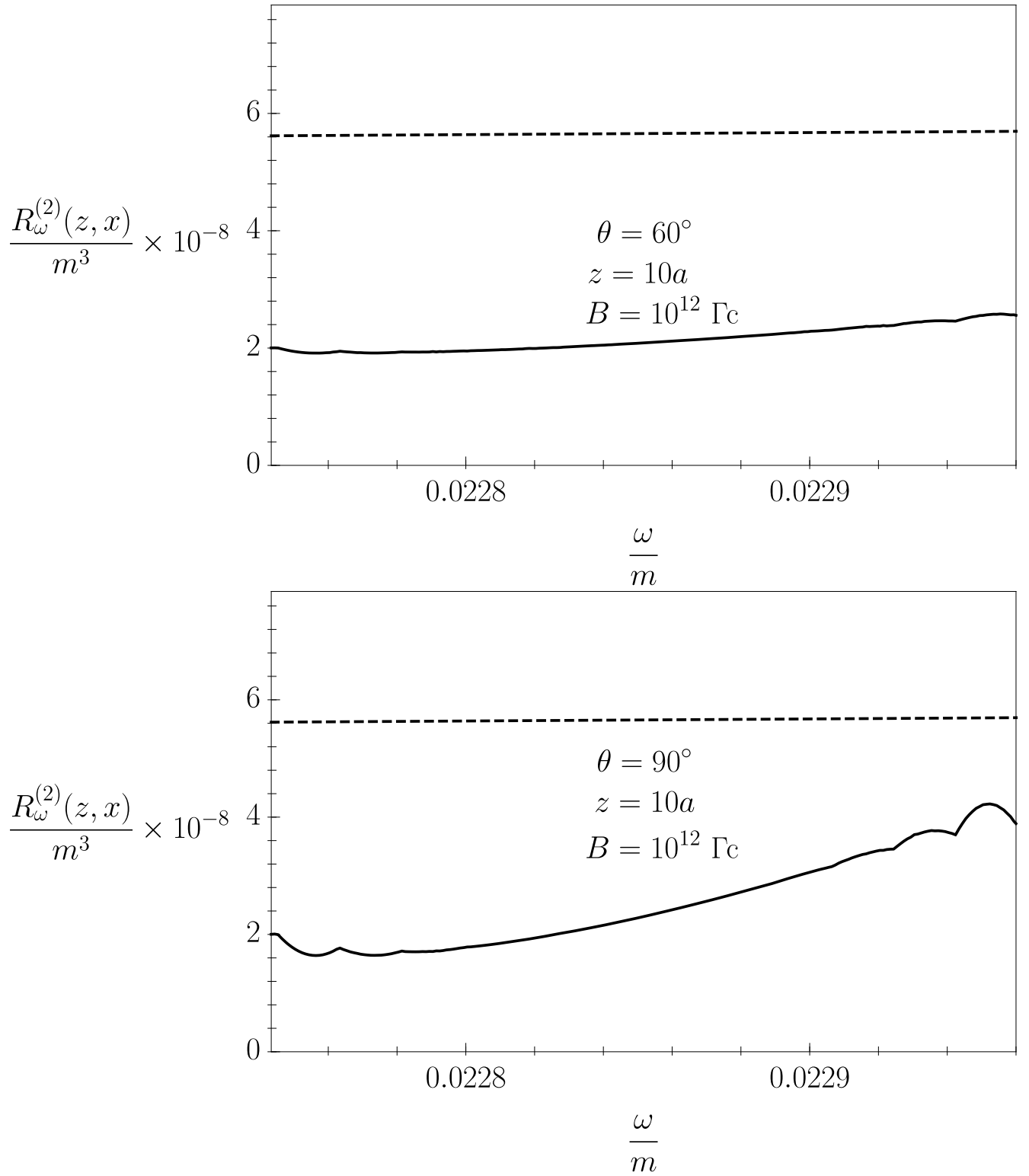


Рис. 3.5. Спектральная плотность (3.36) моды 2 с учетом резонансного комптоновского процесса. Штриховая линия – спектральная плотность чернотельного излучения (3.40)

### 3.4. Выводы

Рассмотрено решение кинетического уравнения для нахождения функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в равновесной нерелятивистской плазме электронов в относительно сильном магнитном поле с учетом резонанса на виртуальном электроне. Используя преобразование Лапласа и разложение функции распределения по полиномам Лежандра задача сведена к решению системы дифференциальных уравнений на определение коэффициентов этого разложения. Решение представлено в виде интеграла на комплексной плоскости. Для значения магнитного поля  $B = 10^{12}$  Гс и  $T \simeq 11$  кэВ вычислена спектральная плотность распределения энергии излучения. Показано, что для фотона моды 1 в резонансной области при  $z \lesssim 5.5$  м спектр практически совпадает с чернотельным спектром, в то время как для моды 2 претерпевает существенные изменения. Это может говорить о том что мода 1 при таких условиях практически все время будет находиться в состоянии равновесия, тогда как поведение фотона моды 2 носит существенно неравновесный характер. Данный вывод согласуется с результатами предыдущих исследований (см., например, [59]). Для масштабов расстояний  $z \gtrsim 5.5$  м, модификация спектра как для фотона моды 2, так и для фотона моды 1 становится существенной. Изменения становятся особенно значительны для фотона моды 2, распространяющихся вдоль магнитного поля, что требует отдельного исследования на границе резонансной области правомочности использования как дельта-функционального приближения (3.26), так и преобразования Лапласа (3.25). Это остаётся целью последующих исследований.

Полученные результаты могут быть использованы для построения спектра излучения аккреционной колонки электронной плазмы. Для этого, согласно работе [95] можно разделить аккреционную колонку на малые области с постоянным значением магнитного поля и температуры, а результирующий спектр может быть найден как сумма резонансных вкладов от этих областей.

## Заключение

В настоящей диссертации рассмотрены квантовые процессы в присутствии сильного магнитного поля и плазмы с учетом резонансов на виртуальных фермионах.

В диссертации представлены следующие результаты:

1. Впервые вычислен коэффициент поглощения фотона в комптоновском процессе в сильно замагниченной зарядово-симметричной плазме для кинематически разрешенных каналов в области резонанса как с учетом конечной ширины резонансного пика, так и с использованием дельта-функциональной аппроксимации. Показано, что дельтаобразная аппроксимация резонансного пика хорошо описывает коэффициент поглощения фотона, значительно упрощая дальнейшее решение задачи переноса излучения.
2. Исследован процесс распространения электромагнитной волны в сильно замагниченной зарядово-симметричной плазме. Впервые показано, что аналогично случаю чистого магнитного поля процесс затухания фотона в замагниченной плазме имеет неэкспоненциальный характер. Установлено, что вычисление коэффициента поглощения с учетом неэкспоненциального характера затухания приводит к конечному выражению для коэффициента поглощения фотона в окрестности циклотронных резонансов.
3. Впервые получено решение кинетического уравнения для нахождения функции распределения фотонов двух возможных поляризаций в равновесной нерелятивистской плазме электронов и в относительно сильном магнитном поле с учетом резонанса на виртуальном электроне.

Полученные в **главе 1** результаты могут быть использованы для упрощения решения уравнения переноса излучения с учетом резонансного комптоновского процесса

Коэффициент затухания фотона, полученный в **главе 2**, может быть использован для оценки возможности формирования процессов в сильно замагниченной горячей плазме. Полученные результаты справедливы для фотона, распространяющегося поперек магнитного поля, однако они могут быть обобщены и на произвольный угол распространения электромагнитной волны.

Задача нахождения функции распределения для фотонов двух возможных поляризаций была выполнена в **главе 3**. Использование дельта-функционального приближения резонансного пика, обсуждаемого в главе 1, позволило свести задачу к системе дифференциальных уравнений.

Автор настоящей диссертации выражает искреннюю благодарность своему научному руководителю, доктору физико-математических наук, профессору Дмитрию Александровичу Румянцеву за его неоценимую помощь, поддержку и настойчивое руководство в процессе работы над диссертацией.

Также хотелось бы поблагодарить преподавателей кафедры теоретической физики: Александра Васильевича Кузнецова, Александра Яковлевича Пархоменко, Михаила Валерьевича Чистякова, Игоря Сергеевича Огнева и Михаила Викторовича Мартынова за их ценные замечания и конструктивные обсуждения, которые положительно сказались на формировании выводов работы.

Отдельная благодарность преподавателю кафедры физики Денису Михайловичу Шленёву и Виктору Анатольевичу Сухоруких за их поддержку и помощь в ходе исследования.

## Приложение А

### Точный пропагатор фермиона в магнитном поле

При рассмотрении любого взаимодействия в квантовой теории поля предполагается, что между начальными и конечными состояниями существует обмен виртуальными частицами. "Виртуальность" частицы означает, что ее энергия и импульс не связаны релятивистским соотношением (1.10). Промежуточное состояние в формализме собственного времени Фока [1] описывается уравнением Дирака с  $\delta$ -функцией в правой части:

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu + e_f A_\mu\gamma^\mu - m_f)S(X, X') = \delta(X - X') . \quad (\text{A.1})$$

Его решение  $S(X, X')$  называется пропагатором. В этом разделе мы опишем представление пропагаторов фермионов во внешнем магнитном поле с учетом радиационных поправок к массовому оператору и покажем, как может реализовываться резонанс в квантовых процессах, содержащих фермионы в промежуточном состоянии.

Решения уравнения (A.1) имеют достаточно громоздкий вид. Поэтому удобно воспользоваться различными приближениями. В относительно сильных полях для частиц, обладающих высоким удельным зарядом,  $|e_f|/m_f$ , удобно рассматривать пропагатор в виде разложения по уровням Ландау:

$$S(X, X') = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{s=\pm 1} S_n^s(X, X') . \quad (\text{A.2})$$

Для построения пропагатора можно воспользоваться полевыми операторами:

$$\Psi(X) = \sum_{n,p_y,p_z,s} (a_{n,p}^s \Psi_{n,p,+}^s(X) + b_{n,p}^{\dagger s} \Psi_{n,p,-}^s(X)) , \quad (\text{A.3})$$

где  $a$  – оператор уничтожения фермиона,  $b^\dagger$  – оператор рождения фермиона,  $\Psi_+$  и  $\Psi_-$  соответствуют решениям уравнения Дирака с положительной и отрица-

тельной энергией соответственно. Стандартным образом пропагатор вычисляется как разность хронологически упорядоченного и нормально упорядоченного произведения полевых операторов:

$$S(X, X') = T(\Psi(X)\bar{\Psi}(X')) - \mathcal{N}(\Psi(X)\bar{\Psi}(X')). \quad (\text{A.4})$$

Подставляя точные решения уравнения Дирака (1.11) и вводя для удобства новое обозначение:

$$\phi_{p,n}^s(X_1) = \frac{U_n^s[\xi(X_1)]}{\sqrt{2M_n(E_n + M_n)(M_n + m_f)}}, \quad (\text{A.5})$$

где  $U_n^s$  определяется формулой (1.13), можно представить вклад в разложение пропагатора от уровня Ландау  $n$  и поляризационного состояния  $s$  следующим образом:

$$\begin{aligned} S_n^s(X, X') &= \int \frac{dp_0 dp_y dp_z}{(2\pi)^3} \times \\ &\times \frac{e^{-ip_0(X_0 - X'_0) + ip_y(X_2 - X'_2) + ip_z(X_3 - X'_3)}}{p_0^2 - p_z^2 - M_n^2 - \mathcal{R}_\Sigma^s(p) + i\mathcal{I}_\Sigma^s(p)} \phi_{p,n}^s(X_1) \bar{\phi}_{p,n}^s(X'_1), \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

где  $\mathcal{R}_\Sigma^s(p)$  и  $\mathcal{I}_\Sigma^s(p)$  – реальная и мнимая части массового оператора фермиона. Для их получения требуется вычислить радиационные поправки к массе фермиона в замагниченной плазме. Реальная часть массового оператора  $\mathcal{R}_\Sigma^s(p)$  определяет изменение закона дисперсии фермиона в присутствии замагниченной плазмы. В слабых магнитных полях, где выполняется  $B \ll B_e$ , но среду ещё можно рассматривать как поледоминирующую, она определяется отношением [135]:

$$\mathcal{R}_\Sigma^s(p) = \frac{4\alpha m_f}{3\pi} \varkappa^2 \left[ \ln \varkappa^{-1} + C + \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{33}{16} \right], \quad \varkappa \ll 1, \quad (\text{A.7})$$

где  $C = 0.577\dots$  – постоянная Эйлера, динамический параметр  $\varkappa$  вводится следующим образом:

$$\varkappa = \frac{1}{m_f B_e} [-(F_{\mu\nu} p_\nu)^2]^{1/2}. \quad (\text{A.8})$$

Для случая сильного магнитного поля,  $B \gtrsim B_e$ , без учета плазмы лидирующий вклад в сдвиг массы фермиона, находящегося на основном уровне Ландау, описывается квадратом логарифмической функции [136]:

$$\Re_{\Sigma}^s(p) = \frac{\alpha}{4\pi} m_f \ln^2(2\beta/m_f^2). \quad (\text{A.9})$$

Из (A.7) и (A.9) следует, что даже для достаточно больших значений магнитного поля вплоть до  $10^{16}$  Гс эта поправка к массе фермиона имеет величину порядка постоянной тонкой структуры  $\alpha$  [100, 101] и является несущественной.

Резонанс на виртуальном фермионе будет наблюдаться, когда в знаменателе пропагатора (A.6) реальная часть обращается в ноль. Тогда виртуальная частица становится реальной, то есть приобретает определенный закон дисперсии (1.10). Анализ кинематики показывает, что это возможно только тогда, когда виртуальный фермион занимает один из высших уровней Ландау,  $n > 0$ . Частица при этом является нестабильной, и время ее жизни, в нерезонансной области предполагающееся бесконечно большим, определяется мнимой частью массового оператора,  $\Im_{\Sigma}^s(p)$ , учет которой становится необходимым. Она может быть получена с помощью оптической теоремы и представлена в следующем виде [137, 138]:

$$\Im_{\Sigma}^s(p) = -\frac{1}{2} p_0 \Gamma_n^s, \quad (\text{A.10})$$

где  $\Gamma_n^s$  – полная ширина поглощения фермиона, находящегося в поляризационном состоянии  $s$  и занимающего  $n$ -й уровень Ландау. Полная ширина изменения состояния фермиона может быть выражена через ширину рождения фермиона [115]:

$$\Gamma_n^s = \Gamma_n^{(abs)s} + \Gamma_n^{(cr)s} \simeq \Gamma_n^{(cr)s} \left[ 1 + e^{(E_n - \mu)/T} \right], \quad (\text{A.11})$$

где  $\Gamma_n^{(abs)s}$  и  $\Gamma_n^{(cr)s}$  – ширины поглощения и рождения фермиона соответственно. Введенный таким образом пропагатор с учетом конечной ширины изменения состояния фермиона позволяет корректно рассчитывать сечения квантовых процессов в резонансной области.



## Приложение Б

### Результаты для $\mathcal{T}_k^{s''s}$

Факторы  $\mathcal{T}_k^{s''s}$ , входящие в (1.39), приведены для случая отрицательного заряда фермиона,  $\eta = -1$ , и могут быть получены с использованием волновых функций (1.11). Используется следующее обозначение:  $\mathcal{I}_{n,\ell} \equiv \mathcal{I}_{n,\ell}(q_\perp^2/(2\beta))$ .

1. В случае, когда  $j$  является скалярными током ( $k = S$ ), вычисления дают

$$\mathcal{T}_S^{--} = g_S j_S \mathcal{K}_3[(m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n,\ell} - 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{I}_{n-1,\ell-1}]; \quad (\text{Б.1})$$

$$\mathcal{T}_S^{-+} = -ig_S j_S \mathcal{K}_4[\sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + \sqrt{2\beta\ell}(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n,\ell}]; \quad (\text{Б.2})$$

$$\mathcal{T}_S^{+-} = -ig_S j_S \mathcal{K}_4[\sqrt{2\beta\ell}(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{I}_{n,\ell}]; \quad (\text{Б.3})$$

$$\mathcal{T}_S^{++} = g_S j_S \mathcal{K}_3[(m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{I}_{n,\ell}]. \quad (\text{Б.4})$$

2. В случае, когда  $j$  является псевдоскалярными током ( $k = P$ ), получим

$$\mathcal{T}_P^{--} = g_P j_P \mathcal{K}_4[2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n,\ell}]; \quad (\text{Б.5})$$

$$\mathcal{T}_P^{-+} = ig_P j_P \mathcal{K}_3[\sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - \sqrt{2\beta\ell}(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n,\ell}]; \quad (\text{Б.6})$$

$$\mathcal{T}_P^{+-} = ig_P j_P \mathcal{K}_3[\sqrt{2\beta\ell}(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{I}_{n,\ell}]; \quad (\text{Б.7})$$

$$\mathcal{T}_P^{++} = -g_P j_P \mathcal{K}_4[(m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{I}_{n,\ell}]. \quad (\text{Б.8})$$

3. В случае, когда  $j$  является векторным током ( $k = V$ ), будем иметь

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_V^{--} = & g_V [2\beta\sqrt{\ell n}(\mathcal{K}_1 j_V) \mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)(\mathcal{K}_1 j_V) \mathcal{I}_{n,\ell} - \\ & - \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell) \mathcal{K}_3 \frac{(j_V \Lambda q) - i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell} - \\ & - \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n) \mathcal{K}_3 \frac{(j_V \Lambda q) + i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.9})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_V^{-+} = & i g_V [\sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)(\mathcal{K}_2 j_V) \mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)(\mathcal{K}_2 j_V) \mathcal{I}_{n,\ell} + \\ & + 2\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{K}_4 \frac{(j_V \Lambda q) - i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell} - \\ & - (m_f + M_\ell)(m_f + M_n) \mathcal{K}_4 \frac{(j_V \Lambda q) + i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.10})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_V^{+-} = & -i g_V [\sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)(\mathcal{K}_2 j_V) \mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)(\mathcal{K}_2 j_V) \mathcal{I}_{n,\ell} + \\ & + (m_f + M_\ell)(m_f + M_n) \mathcal{K}_4 \frac{(j_V \Lambda q) - i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell} - \\ & - 2\beta\sqrt{\ell n} \mathcal{K}_4 \frac{(j_V \Lambda q) + i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.11})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_V^{++} = & g_V [2\beta\sqrt{\ell n}(\mathcal{K}_1 j_V) \mathcal{I}_{n,\ell} + (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)(\mathcal{K}_1 j_V) \mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - \\ & - \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n) \mathcal{K}_3 \frac{(j_V \Lambda q) - i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell} - \\ & - \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell) \mathcal{K}_3 \frac{(j_V \Lambda q) + i(j_V \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1}] . \end{aligned} \quad (\text{Б.12})$$

4. В случае, когда  $j$  является псевдовекторным током ( $k = A$ ), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_A^{--} = & -g_A[2\beta\sqrt{\ell n}(\mathcal{K}_2 j_A)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)(\mathcal{K}_2 j_A)\mathcal{I}_{n,\ell} + \\ & + \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{K}_4 \frac{(j_A \Lambda q) - i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell} - \\ & - \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)\mathcal{K}_4 \frac{(j_A \Lambda q) + i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.13})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_A^{-+} = & i g_A[\sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)(\mathcal{K}_1 j_A)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)(\mathcal{K}_1 j_A)\mathcal{I}_{n,\ell} - \\ & - 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{K}_3 \frac{(j_A \Lambda q) - i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell} - \\ & - (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{K}_3 \frac{(j_A \Lambda q) + i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.14})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_A^{+-} = & -i g_A[\sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)(\mathcal{K}_1 j_A)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} + \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)(\mathcal{K}_1 j_A)\mathcal{I}_{n,\ell} - \\ & - 2\beta\sqrt{\ell n}\mathcal{K}_3 \frac{(j_A \Lambda q + i(j_A \varphi q))}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1} - \\ & - (m_f + M_\ell)(m_f + M_n)\mathcal{K}_3 \frac{(j_A \Lambda q) - i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell}] ; \end{aligned} \quad (\text{Б.15})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_A^{++} = & -g_A[(m_f + M_\ell)(m_f + M_n)(\mathcal{K}_2 j_A)\mathcal{I}_{n-1,\ell-1} - 2\beta\sqrt{\ell n}(\mathcal{K}_2 j_A)\mathcal{I}_{n,\ell} + \\ & + \sqrt{2\beta \ell}(m_f + M_n)\mathcal{K}_4 \frac{(j_A \Lambda q) - i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n-1,\ell} - \\ & - \sqrt{2\beta n}(m_f + M_\ell)\mathcal{K}_4 \frac{(j_A \Lambda q) + i(j_A \varphi q)}{\sqrt{q_\perp^2}} \mathcal{I}_{n,\ell-1}] . \end{aligned} \quad (\text{Б.16})$$

Отметим, что полученные амплитуды для векторной и аксиально-векторной вершин, после возведения в квадрат и суммирования по поляризационным состояниям фермионов, согласуются с ранее полученными результатами в работах [139–141].

## Приложение В

# Поляризационные и дисперсионные свойства фотона

Поляризационные и дисперсионные свойства фотона определяются поляризационным оператором фотона  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ , явный вид которого может быть получен из результатов работ [57, 142–144]. Для анализа свойств поляризационного оператора удобно разложить  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$  по базису из 4-векторов [143], построенного из тензора электромагнитного поля и 4-вектора импульса фотона  $q_\alpha$ :

$$\begin{aligned} b_\mu^{(1)} &= (\varphi q)_\mu, & b_\mu^{(2)} &= (\tilde{\varphi} q)_\mu, \\ b_\mu^{(3)} &= q^2 (\Lambda q)_\mu - q_\mu q_\perp^2, & b_\mu^{(4)} &= q_\mu, \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

являющихся собственными векторами поляризационного оператора в постоянном однородном магнитном поле. При этом  $(b^{(1)}b^{*(1)}) = -q_\perp^2$ ,  $(b^{(2)}b^{*(2)}) = -q_\parallel^2$ ,  $(b^{(3)}b^{*(3)}) = -q^2 q_\parallel^2 q_\perp^2$ ,  $(b^{(4)}b^{*(4)}) = q^2$ .

В замагниченной плазме  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$  уже не будет диагональным в базисе из векторов (B.1), поэтому его удобно разложить по собственным векторам  $r_\alpha^{(\lambda)}$  в замагниченной плазме с соответствующими собственными значениями  $\mathcal{P}^{(\lambda)}$  [57, 145–147]:

$$\mathcal{P}_{\alpha\beta} = \sum_{\lambda=1}^3 \mathcal{P}^{(\lambda)} \frac{r_\alpha^{(\lambda)} (r_\beta^{(\lambda)})^*}{(r^{(\lambda)})^2}, \quad r_\beta^{(\lambda)} = \sum_{i=1}^3 A_i^{(\lambda)} b_\beta^{(i)}, \quad (\text{B.2})$$

где  $A_i^{(\lambda)}$  некоторые комплексные коэффициенты.

При исследовании квантовых явлений в сильно замагниченной плазме, движущейся как целое вдоль магнитного поля со скоростью  $u_\alpha$ , можно рассмотреть ситуацию только магнитного поля без электрической составляющей. В этом случае равновесная функция распределения электронов и позитронов плазмы, имеющая температуру  $T$  и химический потенциал  $\mu$  может быть записана в явном лоренц-инвариантном виде:

$$f_{\pm}(p) = \frac{1}{1 + \exp [((pu)_{\parallel} \pm \mu)/T]}, \quad (\text{B.3})$$

$$(pu)_{\parallel} = Eu_0 - p_z u_z, \quad E = \sqrt{p_z^2 + m^2}.$$

Здесь верхний знак соответствует электронной, а нижний – позитронной компонентам плазмы.

С учетом этого замечания, в случае сильно замагниченной плазмы, когда магнитное поле является наибольшим параметром задачи,  $\beta \gg m^2, \mu^2, T^2$ , используя результаты работ [57, 145, 146, 148] для  $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$ , можно получить следующее разложение по обратным степеням магнитного поля:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\alpha\beta} = & \sum_{\lambda} \mathcal{P}^{(\lambda)} \frac{r_{\alpha}^{(\lambda)} (r_{\beta}^{(\lambda)})^*}{(r^{(\lambda)})^2} \simeq -\frac{2\alpha}{\pi} \beta \mathcal{D} \frac{(\tilde{\varphi}q)_{\alpha} (\tilde{\varphi}q)_{\beta}}{q_{\parallel}^2} + \\ & + \frac{\alpha}{3\pi} (\varphi q)_{\alpha} (\varphi q)_{\beta} + \frac{i\alpha}{\pi} \Delta N [\varphi_{\alpha\beta} (qu) + (q\varphi)_{\alpha} u_{\beta} - (q\varphi)_{\beta} u_{\alpha}] + \\ & + \frac{\alpha}{3\pi} \mathcal{V} (q^2 g_{\alpha\beta} - q_{\alpha} q_{\beta}) + O\left(\frac{1}{\beta}\right), \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

где

$$\mathcal{D} = -\mathcal{J}_1(q_{\parallel}) - H\left(\frac{q_{\parallel}^2}{4m^2}\right), \quad (\text{B.5})$$

$$\mathcal{J}_1(q_{\parallel}) = 2q_{\parallel}^2 m^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E} \frac{f_{-}(p) + f_{+}(p)}{q_{\parallel}^4 - 4(pq)_{\parallel}^2}, \quad (\text{B.6})$$

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{z(1-z)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{z}{1-z}} - 1, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned} H(z) = & -\frac{1}{2\sqrt{z(z-1)}} \ln \frac{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}} - 1 + \\ & + \frac{i\pi}{2\sqrt{z(z-1)}}, \quad z > 1, \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$$\Delta N = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E} (pu)_{\parallel} [f_{-}(p) - f_{+}(p)] = \frac{(2\pi)^2}{\beta} (n_{e^{-}} - n_{e^{+}}), \quad (\text{B.9})$$

$n_{e^{-}} - (n_{e^{+}})$  – концентрация электронов (позитронов) плазмы,

$$\mathcal{V} = \ln(B/B_e) - 1.792 + \frac{3}{2} \int_0^1 dx (1-x^2) \ln \left[ 1 - \frac{q^2}{4m^2} (1-x^2) \right]. \quad (\text{B.10})$$

В настоящей диссертации рассматривается система покоя плазмы, так, что  $(pu)_{\parallel} = E$ . При этом в разложении собственных векторов  $r_{\alpha}^{(\lambda)}$  по обратным степеням поля для получения самосогласованных результатов оказывается необходимым учесть следующий порядок малости по  $1/\beta$ . С учетом этих замечаний получим:

$$\begin{aligned} r_{\alpha}^{(1,3)} = & \left[ \mp \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} - q_{\perp}^2} \right] b_{\alpha}^{(1)} - i \frac{6\Delta N \omega}{q_{\parallel}^2} b_{\alpha}^{(3)} + \\ & + i \frac{\Delta N k_z q_{\perp}^2}{2\beta \mathcal{D} q_{\parallel}^2} \left[ \pm \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} + q_{\perp}^2} \right] b_{\alpha}^{(2)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

$$r_{\alpha}^{(2)} = b_{\alpha}^{(2)} - i \frac{\Delta N k_z}{2\beta \mathcal{D}} b_{\alpha}^{(1)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right). \quad (\text{B.12})$$

Коэффициенты  $A_i^{(\lambda)}$  в разложении (B.2) с точностью до членов  $O(1/\beta^2)$  имеют вид:

$$A_1^{(1,3)} = \mp \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} - q_{\perp}^2}, \quad (\text{B.13})$$

$$A_2^{(1,3)} = i \frac{\Delta N k_z q_{\perp}^2}{2\beta \mathcal{D} q_{\parallel}^2} \left[ \pm \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} + q_{\perp}^2} \right],$$

$$A_3^{(1,3)} = -i \frac{6\Delta N \omega}{q_{\parallel}^2}, \quad A_1^{(2)} = -i \frac{\Delta N k_z}{2\beta \mathcal{D}},$$

$$A_2^{(2)} = 1, \quad A_3^{(2)} = 0.$$

Соответствующие собственные значения в приближениях  $O(1/\beta^2)$  для  $\mathcal{P}^{(1,3)}$

и  $O(1/\beta)$  для  $\mathcal{P}^{(2)}$  запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}^{(1,3)} &= \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + \frac{\alpha}{6\pi} \left[ \mp \sqrt{q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2}} - q_{\perp}^2 \right] \times \\ &\times \left\{ 1 \mp \frac{3(\Delta N k_z)^2 q_{\perp}^2}{2\beta \mathcal{D} q_{\parallel}^2} \left[ q_{\perp}^4 + (6\Delta N \omega)^2 \frac{q^2}{q_{\parallel}^2} \right]^{-1/2} \right\} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$\mathcal{P}^{(2)} = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + \frac{2\alpha}{\pi} \beta \mathcal{D} + O\left(\frac{1}{\beta}\right). \quad (\text{B.15})$$

Как видно из полученного результата, даже в приближении сильно замагниченной плазмы определение дисперсионных свойств фотонов для всех трех поляризаций представляет собой достаточно сложную задачу. Однако в предельном случае зарядово симметричной плазмы формулы (B.13) – (B.15) значительно упрощаются.

А именно в случае зарядово симметричной плазмы  $\Delta N = 0$ , коэффициенты (B.13) примут вид:  $A_1^{(1)} = -2q_{\perp}^2$ ,  $A_2^{(2)} = 1$  (остальные коэффициенты равны нулю). Тогда, собственные векторы (B.11) – (B.12) и собственные значения (B.14) – (B.15) можно представить в виде:

$$r_{\alpha}^{(1)} = -2q_{\perp}^2 b_{\alpha}^{(1)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad r_{\alpha}^{(3)} = O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad (\text{B.16})$$

$$r_{\alpha}^{(2)} = b_{\alpha}^{(2)} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right). \quad (\text{B.17})$$

$$\mathcal{P}^{(1)} = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} - \frac{\alpha}{3\pi} q_{\perp}^2 + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad (\text{B.18})$$

$$\mathcal{P}^{(3)} = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \mathcal{V} + O\left(\frac{1}{\beta^2}\right), \quad (\text{B.19})$$

а собственное значение  $\mathcal{P}^{(2)}$  определяется формулой (B.15).

Нетрудно видеть, что полученные собственные векторы и собственные значения поляризационного оператора в зарядово симметричной плазме имеют тот

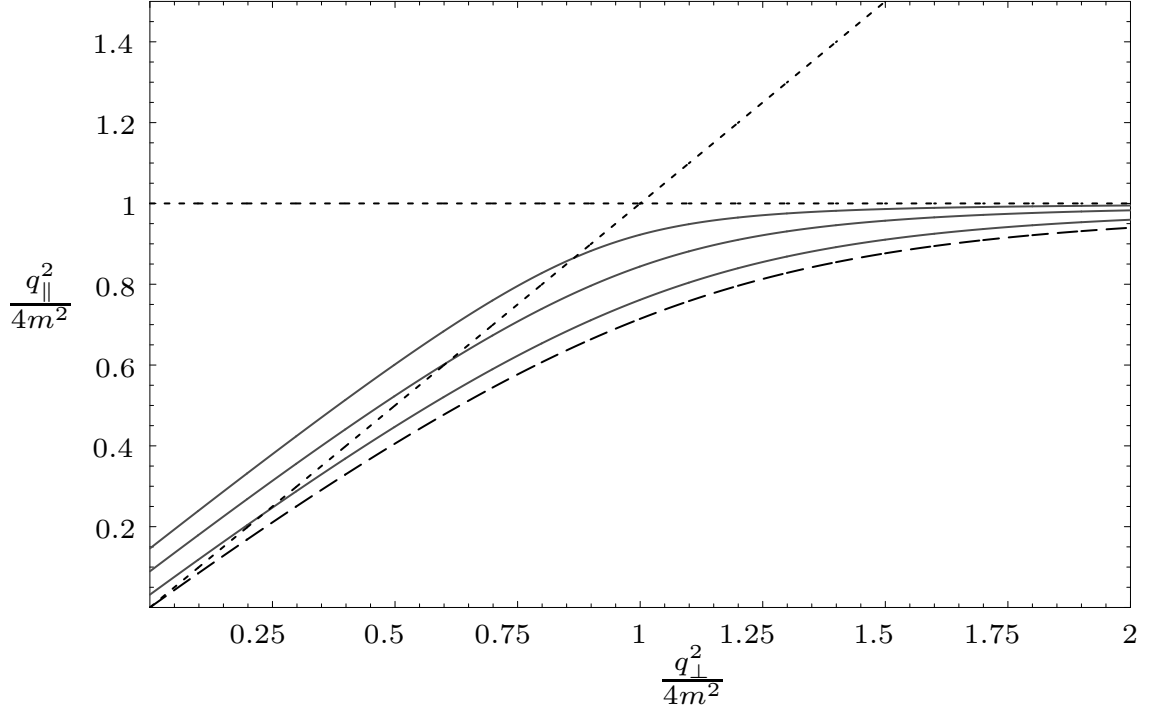


Рис. В.1. Законы дисперсии фотона моды 2 в сильном магнитном поле  $B/B_e = 200$  и нейтральной плазме ( $\mu = 0$ ) для различных значений температуры:  $T = 1$  МэВ (верхняя кривая),  $T = 0.5$  МэВ (средняя кривая),  $T = 0.25$  МэВ (нижняя кривая). Дисперсия фотона без плазмы обозначена штриховой линией. Диагональная штриховая линия соответствует вакуумному закону дисперсии,  $q^2 = 0$ . Угол между импульсом фотона и направлением магнитного поля равен  $\pi/2$ .

же вид, что и в замагниченном вакууме<sup>1</sup>. Поэтому для фотонов, находящихся в равновесии с плазмой, можно ввести два поляризационных состояния, определяемые векторами поляризации [47]

$$\varepsilon_{\alpha}^{(1)}(q) = \frac{(q\varphi)_{\alpha}}{\sqrt{q_{\perp}^2}}, \quad \varepsilon_{\alpha}^{(2)}(q) = \frac{(q\tilde{\varphi})_{\alpha}}{\sqrt{q_{\parallel}^2}}. \quad (\text{В.20})$$

Здесь символы 1 и 2 соответствуют  $\parallel$  и  $\perp$  поляризациям в чистом магнитном поле [149],  $X$  - и  $O$  - модам работы [50], и  $E$  - и  $O$  - модам в замагниченной плазме [11]. При этом вектор поляризации, соответствующий собственному значению  $\mathcal{P}^{(3)}$ , может быть устранен калибровочным преобразованием и поэтому не будет определять физическую моду фотона. Кроме того, в приближении  $O(1/\beta^2)$  закон дисперсии фотона моды 1 практически не отличается от вакуумного,  $q^2 \simeq 0$ . С другой стороны, дисперсионные свойства фотона моды 2

<sup>1</sup> Под термином «замагниченный вакуум» понимается магнитное поле без плазмы.



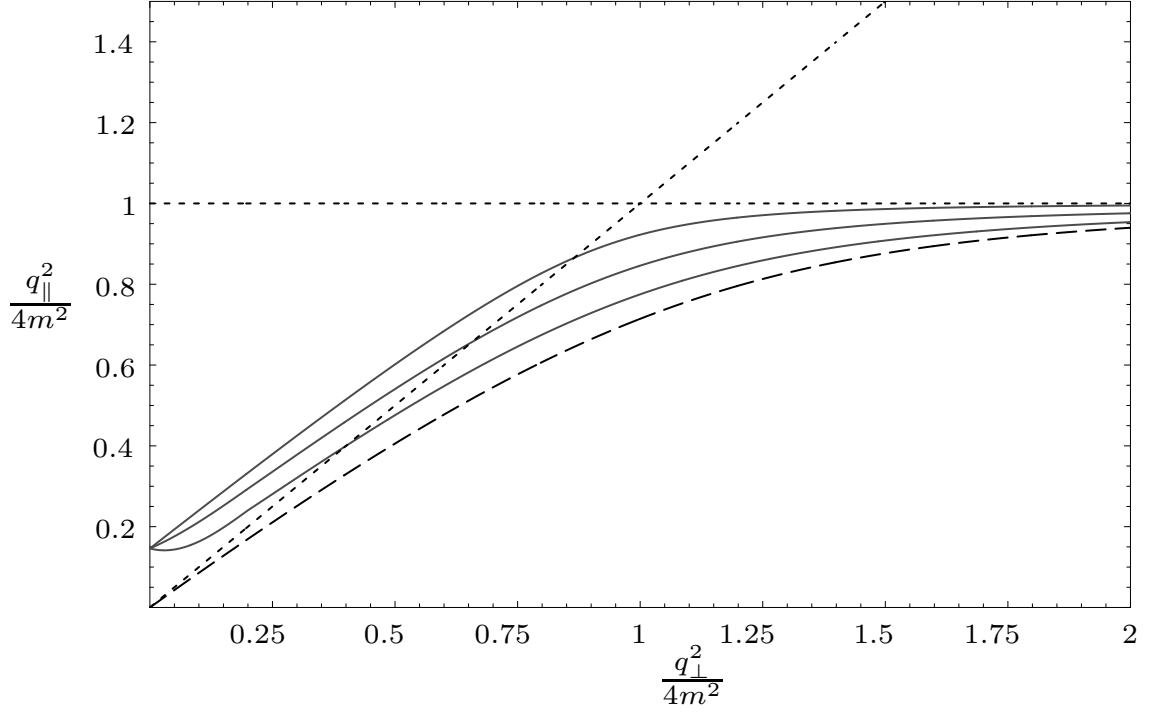


Рис. В.2. Законы дисперсии фотона моды 2 в сильном магнитном поле  $B/B_e = 200$  и нейтральной плазме ( $T = 1\text{МэВ}$ ) для различных значений угла между импульсом фотона и направлением магнитного поля  $\theta = \pi/2$  (верхняя кривая),  $\theta = \pi/6$  (средняя кривая),  $\theta = \pi/12$  (нижняя кривая). Дисперсия фотона без плазмы обозначена штриховой линией. Диагональная штриховая линия соответствует вакуумному закону дисперсии,  $q^2 = 0$ .

претерпевают существенные изменения даже по сравнению с замагниченным вакуумом и, следовательно, будут оказывать дополнительное влияние на кинематику процессов с участием фотонов этой моды.

На рис. В.1 и В.2 представлены законы дисперсии фотона моды 2, полученные в работе [47], как решения уравнения

$$q^2 - \mathcal{P}^{(2)} = 0 \quad (\text{В.21})$$

в замагниченной плазме для различных значений температур, углов и импульса фотона. Как нетрудно видеть, в противоположность чистому магнитному полю, в плазме существует область с  $q^2 > 0$  ниже первого циклотронного резонанса, определяемого условием  $q_{\parallel}^2 = 0$ . Этот факт связан с появлением плазменной частоты в представлении реальных электронов и позитронов среды, которая может быть определена из уравнения

$$\omega_p^2 - \mathcal{P}^{(2)}(\omega_p, \mathbf{k} \rightarrow 0) = 0. \quad (\text{B.22})$$

В результате может существенно измениться кинематика различных фотонных процессов. Например, наличие плазменной частоты приводит к возникновению порога для каналов рассеяния фотона моды 2 на электронах и позитронах плазмы,  $\gamma_2 e \rightarrow \gamma_1 e$ ,  $\gamma_2 e \rightarrow \gamma_2 e$ , который отсутствует в чистом магнитном поле. В то же время каналы расщепления  $\gamma_1 \rightarrow \gamma_2 \gamma_2$  и  $\gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \gamma_2$ , разрешенные в магнитном поле, в этой области кинематически закрыты [150]. Кроме того, в этой области становится возможным новый канал расщепления фотона  $\gamma_2 \rightarrow \gamma_1 \gamma_1$ , запрещенный в магнитном поле в отсутствие плазмы

## Список литературы

1. *Schwinger J.* On Gauge Invariance and Vacuum Polarization // *Phys. Rev.* 1951. Vol. 82. P. 664–679.
2. *Kuznetsov A., Mikheev N.* Electroweak processes in external active media. 2013. Vol. 252. 271 p.
3. *Gunn J. E., Ostriker J. P.* Magnetic Dipole Radiation from Pulsars // *Nature.* 1969. Vol. 221, no. 5179. P. 454–456.
4. *Pacini F.* The Nature of Pulsar Radiation // *Nature.* 1970. Vol. 226, no. 5246. P. 622–624.
5. *Kim V., Umirbayeva A., Aimuratov Y.* Estimates of the Surface Magnetic Field Strength of Radio Pulsars // *Universe.* 2023. Vol. 9(7), no. 334.
6. *Philippov A., Timokhin A., Spitkovsky A.* Origin of Pulsar Radio Emission // *Phys. Rev. Lett.* 2020. Vol. 124, no. 24, 245101.
7. *Trümper J., Pietsch W., Reppin C. et al.* Evidence for Strong Cyclotron Emission in the Hard X-Ray Spectrum of Her X-1 // *Astrophys. J. L.* 1978. Vol. 219. P. 105–110.
8. *Staubert, R., Trümper, J., Kendziorra, E. et al.* Cyclotron lines in highly magnetized neutron stars // *Astronomy & Astrophysics.* 2019. Vol. 622, no. A61.
9. *Mitrofanov I. G., Pavlov G. G.* Magnetic field strongly reduces critical luminosity of neutron stars and degenerate dwarfs // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1982. Vol. 200, no. 4. P. 1033–1037.
10. *Duncan R. C., Thompson C.* Formation of very strongly magnetized neutron stars - Implications for gamma-ray bursts // *Astrophys. J. L.* 1992. Vol. 392, no. 1. P. 9–13.
11. *Thompson C., Duncan R. C.* The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars - I. Radiative mechanism for outbursts // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1995. Vol. 275. P. 255–300.
12. *Thompson C., Duncan R. C.* The soft gamma repeaters as very strongly magne-

- tized neutron stars. II. Quiescent neutrino, X-Ray, and Alfven wave emission // *Astrophys. J.* 1996. Vol. 473. P. 322–342.
13. *Lai D.* Matter in strong magnetic fields // *Rev. Mod. Phys.* 2001. Vol. 73. P. 629–662.
  14. *Thompson C., Lyutikov M., Kulkarni S. R.* Electrodynamics of magnetars: implications for the persistent x-ray emission and spindown of the soft gamma repeaters and anomalous x-ray pulsars // *Astrophys. J.* 2002. Vol. 574, no. 1. P. 332–355.
  15. *Kouveliotou C. et al.* An X-ray pulsar with a superstrong magnetic field in the soft gamma-ray repeater SGR 1806-20. // *Nature.* 1998. Vol. 393. P. 235–237.
  16. *Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al.* Discovery of a magnetar associated with the soft gamma repeater SGR 1900+14 // *Astrophys. J. L.* 1999. Vol. 510. P. 115–118.
  17. *Gavriil F. P., Kaspi V. M., Woods P. M.* Magnetar - like x-ray bursts from an anomalous x-ray pulsar // *Nature.* 2002. Vol. 419. P. 142–144.
  18. *Ibrahim A. I., Safi-Harb S., Swank J. H. et al.* Discovery of cyclotron resonance features in the soft gamma repeater SGR 1806-20 // *Astrophys. J. L.* 2002. Vol. 574. P. 51–55.
  19. *Ibrahim A. I., Swank J. H., Parke W.* New evidence for proton cyclotron resonance in a magnetar strength field from SGR 1806-20 // *Astrophys. J. L.* 2003. Vol. 584. P. 17–22.
  20. *Olausen S. A., Kaspi V. M.* The McGill magnetar catalog // *Astrophys. J. Suppl.* 2014. Vol. 212, 6, no. 1.
  21. *Van Paradijs J., Taam R. E., van den Heuvel E. P. J.* On the nature of the 'anomalous' 6-s X-ray pulsars // *Astronomy & Astrophysics.* 1995. Vol. 299. P. 41–44.
  22. *Mazets E. P., Golenetskij S. V., Guryan Y. A.* Soft gamma-ray bursts from the source B1900+14 // *Pis'ma Astron. Zh.* 1979. Vol. 5. P. 641–643.
  23. *Mereghetti S., Stella L.* The Very Low Mass X-Ray Binary Pulsars: A New

- Class of Sources? // *Astrophys. J. L.* 1995. Vol. 442. P. 17–20.
24. *Yakovlev D. G., Pethick C. J.* Neutron Star Cooling // *Annu. Rev. Astron. & Astrophys.* 2004. Vol. 42, no. 1. P. 169–210.
  25. *Younes G., Baring M. G., Kouveliotou C. et al.* Broadband X-ray burst spectroscopy of the fast-radio-burst-emitting Galactic magnetar // *Nature Astronomy.* 2021. Vol. 5. P. 408–413.
  26. *Hurley K., Kouveliotou C., Woods P. et al.* Reactivation and Precise Interplanetary Network Localization of the Soft Gamma Repeater SGR 1900+14 // *Astrophys. J. L.* 1999. Vol. 510, no. 2. P. 107–109.
  27. *Hurley K., Cline T., Mazets E. et al.* A giant periodic flare from the soft  $\gamma$ -ray repeater SGR1900+14 // *Nature.* 1999. Vol. 397, no. 6714. P. 41–43.
  28. *Hurley K., Boggs S. E., Smith D. M. et al.* An exceptionally bright flare from SGR 1806-20 and the origins of short-duration  $\gamma$ -ray bursts // *Nature.* 2005. Vol. 434, no. 7037. P. 1098–1103.
  29. *Kaspi V. M., Beloborodov A. M.* Magnetars // *Annu. Rev. Astron. & Astrophys.* 2017. Vol. 55, no. 1. P. 261–301.
  30. *Кузнецов А. В., Мухеев М. В.* Взаимодействие нейтрино с сильно замагниченной электрон-позитронной плазмой // *ЖЭТФ.* 2000. Т. 118, № 4. С. 863–876.
  31. *Бисноватый-Коган Г. С., Чечеткин В. М.* Неравновесные оболочки нейтронных звезд, их роль в поддержании рентгеновского излучения и нуклеосинтезе // *Усп. физ. наук.* 1979. Т. 127, № 2. С. 263–296.
  32. *Соколов А. А., Тернов И. М.* Синхротронное излучение. М.: Наука, 1966. 228 с.
  33. *Miller M. C.* Constraints on hydrostatic models of soft gamma-ray repeaters // *Astrophys. J. L.* 1995. Vol. 448. P. 29–32.
  34. *Bulik T., Miller M. C.* Spectral effects of the vacuum resonance in soft gamma-ray repeaters // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1997. Vol. 288, no. 3. P. 596–608.

35. *Suleimanov V., Werner K.* Importance of Compton scattering for radiation spectra of isolated neutron stars with weak magnetic fields // *Astronomy & Astrophysics*. 2007. P. 661–668.
36. *Nobili L., Turolla R., Zane S.* X-ray spectra from magnetar candidates – II. Resonant cross-sections for electron–photon scattering in the relativistic regime // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2008. Vol. 389, no. 2. P. 989–1000.
37. *Taverna R., Muleri F., Turolla R. et al.* Probing magnetar magnetosphere through X-ray polarization measurements // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2014. Vol. 438, no. 2. P. 1686–1697.
38. *Rea N., Zane S., Turolla R. et al.* Resonant Cyclotron Scattering in Magnetars’ Emission // *Astrophys. J.* 2008. Vol. 686, no. 2. P. 1245–1260.
39. *Daugherty J. K., Harding A. K.* Compton scattering in strong magnetic fields // *Astrophys. J.* 1986. Vol. 309. P. 362–371.
40. *Baring M. G., Harding A. K.* Modeling the Non-Thermal X-ray Tail Emission of Anomalous X-ray Pulsars // *AIP Conference Proceedings*. 2008. Vol. 968, no. 1. P. 93–100.
41. *Sturrock C. A.* A model of pulsars // *Astrophys. J.* 1971. Vol. 164. P. 529–556.
42. *Medin Z., Lai D.* Condensed surfaces of magnetic neutron stars, thermal surface emission, and particle acceleration above pulsar polar caps // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2007. Vol. 382, no. 4. P. 1833–1852.
43. *Румянцев Д. А.* Резонансный механизм рождения  $e^+e^-$ -пар в сильном магнитном поле // *Ядерная физика*. 2013. Т. 76, № 12. С. 1605–1609.
44. *Herold H.* Compton and Thomson scattering in strong magnetic fields // *Phys. Rev. D*. 1979. Vol. 19, no. 10, 2868.
45. *Melrose D. B., Parle A. J.* Quantum electrodynamics in strong magnetic fields. I Electron States // *Aust. J. Phys.* 1983. Vol. 36. P. 755–774.
46. *Gonthier P. L., Harding A. K., Baring M. G. et al.* Compton Scattering in Ultrastrong Magnetic Fields: Numerical and Analytical Behavior in the Relativistic Regime // *Astrophys. J.* 2000. Vol. 540, no. 2. P. 907–922.

47. *Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A.* Compton effect in strongly magnetized plasma // *Int. J. Mod. Phys.* 2009. Vol. A24. P. 3995–4008.
48. *Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A., Stus' N. S.* Photon splitting and Compton scattering in strongly magnetized hot plasma // *Phys. Rev. D.* 2012. Vol. 86, no. 4, 043007.
49. *Gonthier P. L., Baring M. G., Eiles M. T. et al.* Compton scattering in strong magnetic fields: Spin-dependent influences at the cyclotron resonance // *Phys. Rev. D.* 2014. Vol. 90, no. 4, 043014.
50. *Mushtukov A. A., Nagirner D. I., Poutanen J.* Compton scattering S-matrix and cross section in strong magnetic field // *Phys. Rev. D.* 2016. Vol. 93, no. 10, 105003.
51. *Румянцев Д. А., Шленев Д. М., Ярков А. А.* Резонансы в комптоноподобных процессах рассеяния во внешней замагниченной среде // *ЖЭТФ*. 2017. Т. 152, № 3. С. 483–494.
52. *Wadiasingh Z., Baring M. G., Gonthier P. L., Harding A. K.* Resonant Inverse Compton Scattering Spectra from Highly-magnetized Neutron Stars // *Astrophys. J.* 2018. Vol. 854, no. 2, 98.
53. *Kostenko A., Thompson C.* QED Phenomena in an Ultrastrong Magnetic Field. I. Electron-Photon Scattering, Pair Creation, and Annihilation // *Astrophys. J.* 2018. Vol. 869, no. 1, 44.
54. *Клепиков Н. П.* Излучение фотонов и электрон-позитронных пар в магнитном поле // *ЖЭТФ*. 1954. Т. 26, № 1. С. 19–34.
55. *ERBER T.* High-Energy Electromagnetic Conversion Processes in Intense Magnetic Fields // *Rev. Mod. Phys.* 1966. Vol. 38. P. 626–659.
56. *Daugherty J. K.* Pair production in superstrong magnetic fields // *Astrophys. J.* 1983. Vol. 273. P. 761–773.
57. *Шабад А. Е.* Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // *Тр. ФИАН СССР “Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях”*. 1988. Т. 192. С. 5–152.

58. *Мухеев Н. В., Чистяков М. В.* Затухание фотона в результате рождения электрон-позитронной пары в сильном магнитном поле // *Письма в ЖЭТФ*. 2001. Т. 73, № 12. С. 726–730.
59. *Любарский Ю. Э.* Комptonизация в сверхсильном магнитном поле. I // *Астрофизика*. 1988. Т. 28, № 1.
60. *Basko M. M., Sunyaev R. A.* Radiative transfer in a strong magnetic field and accreting X-ray pulsars. // *Astronomy & Astrophysics*. 1975. Vol. 42, no. 3. P. 311–321.
61. *Basko M. M., Sunyaev R. A.* The limiting luminosity of accreting neutron stars with magnetic fields. // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1976. Vol. 175. P. 395–417.
62. *Nagel W.* Radiative transfer in a strongly magnetized plasma. I - Effects of anisotropy. II - Effects of Comptonization // *Astrophys. J.* 1981. Vol. 251. P. 278–296.
63. *Kaminker A. D., Pavlov G. G., Shibano Y. A.* Radiation from a strongly-magnetized plasma: the case of predominant scattering // *Astrophys. Space Sci.* 1982. Vol. 86, no. 2. P. 249–297.
64. *Yahel R. Z.* Cyclotron line formation in the atmosphere of a magnetized neutron star // *Astrophys. J. L.* 1979. Vol. 229. P. 73–79.
65. *Araya R. A., Harding A. K.* Cyclotron Line Features from Near-critical Magnetic Fields: The Effect of Optical Depth and Plasma Geometry // *Astrophys. J.* 1999. Vol. 517, no. 1. P. 334–354.
66. *Fernandez R., Thompson C.* Resonant Cyclotron Scattering in Three Dimensions and the Quiescent Nonthermal X-ray Emission of Magnetars // *Astrophys. J.* 2007. Vol. 660, no. 1. P. 615–640.
67. *Mushtukov A., Markozov I., Suleimanov V. et al.* Statistical features of multiple Compton scattering in a strong magnetic field // *Phys. Rev. D*. 2022. Vol. 105, no. 10, 103027.
68. *Burnard D. J., Klein R. I., Arons J.* Continuum radiative transfer in the polar



- columns of accretion powered pulsars - Incoherent scattering // *Astrophys. J.* 1990. Vol. 349. P. 262–273.
69. *Mushtukov A. A., Nagirner D. I., Poutanen J.* Relativistic kinetic equation for Compton scattering of polarized radiation in a strong magnetic field // *Phys. Rev. D.* 2012. Vol. 85, no. 10, 103002.
  70. *Chistyakov M. V., Rumyantsev D. A., Yarkov A. A.* Effect of a strongly magnetized plasma on the resonant photon scattering process // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2020. Vol. 1690, 012015.
  71. *Yarkov A. A., Rumyantsev D. A.* Photon Damping in a Strongly Magnetized Plasma // *Physics of Atomic Nuclei.* 2022. Vol. 85, no. 9. P. 1566–1569.
  72. *Ярков А. А., Румянцев Д. А.* Решение кинетического уравнения с учетом резонанса в комптоновском процессе в замагниченной среде // *Письма в ЭЧАЯ.* 2023. Т. 20, № 3(248). С. 422–427.
  73. *Yarkov A. A., Rumyantsev D. A.* Radiation Transfer in a Strong Magnetic Field with Resonance Effects Taken into Account // *Physics of Atomic Nuclei.* 2023. Vol. 80, no. 5. P. 890–893.
  - 74.
  75. *Ярков А. А., Румянцев Д. А.* Учёт конечной ширины поглощения электрона в комптоновском процессе в замагниченной среде // XV конференция молодых ученых “Фундаментальные и прикладные космические исследования”. М.: ИКИ РАН, 2018. С. 133–133.
  - 76.
  77. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. Т. 4. 720 с.
  78. *Trümper J., Pietsch W., Reppin C. et al.* Evidence for strong cyclotron line emission in the hard X-ray spectrum of Hercules X-1 // *Astrophys. J. L.* 1978. Vol. 219. P. 105–110.
  79. *Makishima K., Mihara T., Ishida M., et al.* Discovery of a prominent cyclotron absorption feature from the transient X-ray pulsar X0331 + 53 //

- Astrophys. J. L.* 1990. Vol. 365. P. 59–62.
80. *Grove J. E., Strickman M. S., Johnson W. N., et al.* The soft gamma-ray spectrum of A0535+26: Detection of an absorption feature at 110 keV by OSSE // *Astrophys. J. L.* 1995. Vol. 438. P. 25–28.
  81. *Mihara T., Makishima K., Ohashi T. et al.* New observations of the cyclotron absorption feature in Hercules X–1 // *Nature*. 1990. Vol. 346. P. 250–252.
  82. *Canuto V., Lodenguai J., Ruderman M.* Thomson Scattering in a Strong Magnetic Field // *Phys. Rev. D*. 1971. Vol. 3. P. 2303–2308.
  83. *Гнедин Ю. Н., Сюняев Р. А.* Рассеяние излучения на тепловых электронах в магнитном поле // *ЖЭТФ*. 1973. Т. 65, № 1. С. 102–116.
  84. *Borner G., Mészáros P.* Classical calculation of Thomson cross-sections in the presence of a strong magnetic field // *Plasma Phys.* 1979. Vol. 21, no. 4. P. 357–367.
  85. *Ventura J.* Scattering of light in a strongly magnetized plasma // *Phys. Rev. D*. 1979. Vol. 19. P. 1684–1695.
  86. *Melrose D. B., Parle A. J.* Quantum Electrodynamics in Strong Magnetic Fields III. Electron-photon interactions // *Aust. J. Phys.* 1983. Vol. 36. P. 799–824.
  87. *Bussard R. W., Alexander S. B., Meszaros P.* One- and two-photon Compton scattering in strong magnetic fields // *Phys. Rev. D*. 1986. Vol. 34. P. 440–451.
  88. *Özel F.* Surface Emission Properties of Strongly Magnetic Neutron Stars // *Astrophys. J.* 2001. Vol. 563, no. 1. P. 276.
  89. *Zavlin V. E., Pavlov G. G., Shibano Y. A.* Model neutron star atmospheres with low magnetic fields. I. Atmospheres in radiative equilibrium. // *Astronomy & Astrophysics*. 1996. Vol. 315. P. 141–152.
  90. *Alexander S. G., Meszaros P.* Cyclotron Harmonics in Accreting Pulsars and Gamma-Ray Bursters: Effect of Two-Photon Processes // *Astrophys. J.* 1991. Vol. 372. P. 565–572.
  91. *Ho W. C. G., Lai D.* Atmospheres and spectra of strongly magnetized neutron

- stars // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2001. Vol. 327, no. 4. P. 1081–1096.
92. *Lyutikov M., Gavriil F. P.* Resonant cyclotron scattering and Comptonization in neutron star magnetospheres // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2006. Vol. 368, no. 2. P. 690–706.
  93. *Potekhin A. Y., Lai D., Chabrier G., Ho W. C. G.* Electromagnetic Polarization in Partially Ionized Plasmas with Strong Magnetic Fields and Neutron Star Atmosphere Models // *Astrophys. J.* 2004. Vol. 612, no. 2. P. 1034–1043.
  94. *Schönherr G., Wilms J., Kretschmar P. et al.* A model for cyclotron resonance scattering features // *Astronomy & Astrophysics*. 2007. Vol. 472, no. 2. P. 353–365.
  95. *Nishimura O.* Formation Mechanism for Broad and Shallow Profiles of Cyclotron Lines in Accreting X-Ray Pulsars // *Astrophys. J.* 2008. Vol. 672, no. 2. P. 1127–1136.
  96. *Suleimanov V., Potekhin A. Y., Werner K.* Models of magnetized neutron star atmospheres: thin atmospheres and partially ionized hydrogen atmospheres with vacuum polarization // *Astronomy & Astrophysics*. 2009. Vol. 500, no. 2. P. 891–899.
  97. *Beloborodov A. M.* On the Mechanism of Hard X-Ray Emission from Magnetars // *Astrophys. J.* 2013. Vol. 762, 13, no. 1.
  98. *Daugherty J. K., Harding A. K.* Comptonization of Thermal Photons by Relativistic Electron Beams // *Astrophys. J.* 1989. Vol. 336. P. 861–874.
  99. *Harding A. K., Daugherty J. K.* Cyclotron Resonant Scattering and Absorption // *Astrophys. J.* 1991. Vol. 374. P. 687–699.
  100. *Соколов А. А., Тернов И. М.* Релятивистский электрон. Москва: Наука, 1983. 304 с.
  101. *Kuznetsov A. V., Mikheev N. V.* Electroweak processes in external electromagnetic fields. New York: Springer-Verlag, 2003. 120 p.
  102. *Bhattacharya K., Pal P. B.* Inverse beta decay of arbitrarily polarized neutrons in a magnetic field // *Pramana J. Phys.* 2004. Vol. 62. P. 1041–1058.

103. *Balantsev I. A., Popov Yu. V., Studenikin A. I.* On the problem of relativistic particles motion in strong magnetic field and dense matter // *J. Phys. A: Math. Theor.* 2011. Vol. 44, 255301.
104. *Johnson M. H., Lippmann B. A.* Motion in a constant magnetic field // *Phys. Rev.* 1949. Vol. 76, no. 6. P. 828–832.
105. *Пескин М., Шредер Д.* Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: РХД, 2001. 784 с.
106. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Москва: Наука, 1989. 768 с.
107. *Canuto V.* Quantum processes in strong magnetic fields // *Ann. N. Y. Acad. Sci.* 1975. Vol. 257, no. 1. P. 108–126.
108. *Suh I.-S., Mathews G. J.* Weak reaction freeze-out constraints on primordial magnetic fields // *Phys. Rev. D.* 1999. Vol. 59, no. 12, 123002.
109. *Jones P. B.* Electron-positron bremsstrahlung and pair creation in very high magnetic fields // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2010. Vol. 409, no. 4. P. 1719–1727.
110. *Melrose D. B.* Quantum kinetic theory for unmagnetized and magnetized plasmas // *Rev. Mod. Plasma Phys.* 2020. Vol. 4, no. 8.
111. *Graziani C.* Strong-Field Cyclotron Scattering. I. Scattering Amplitudes and Natural Line Width // *Astrophys. J.* 1993. Vol. 412. P. 351–362.
112. *Градуштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. 1108 с.
113. *Beloborodov A. M., Thompson C.* Corona of magnetars // *Astrophys. J.* 2007. Vol. 657, no. 2. P. 967–993.
114. *Kuznetsov A. V., Rumyantsev D. A., Shlenov D. M.* Generalized two-point tree-level amplitude  $jf \rightarrow j'f'$  in a magnetized medium // *Int. J. Mod. Phys.* 2015. Vol. A30, no. 11, 1550049.
115. *Weldon H. A.* Simple rules for discontinuities in finite temperature field theory // *Phys. Rev. D.* 1983. Vol. 28. P. 2007–2037.

116. *Schwarm F. W., Schönherr G., Falkner S. et al.* Cyclotron resonant scattering feature simulations. I. Thermally averaged cyclotron scattering cross sections, mean free photon-path tables, and electron momentum sampling // *Astronomy & Astrophysics*. 2017. Vol. 597, no. A3.
117. *Pavlov G. G., Bezchastnov V. G., Meszaros P., Alexander S. G.* Radiative widths and splitting of cyclotron lines in superstrong magnetic fields // *Astrophys. J.* 1991. Vol. 380. P. 541–549.
118. *Baier V. N., Katkov V. M.* Pair creation by a photon in a strong magnetic field // *Phys. Rev. D*. 2007. Vol. 75, no. 7, 073009.
119. *Schwarm F.-W.* Monte Carlo Simulation of Cyclotron Lines in Strong Magnetic Fields - Theory and Application: Ph.D. thesis / Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg. 2017.
120. *Mushtukov A. A., Suleimanov V. F., Tsygankov S. S., Poutanen J.* The critical accretion luminosity for magnetized neutron stars // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2015. Vol. 447, no. 2. P. 1847–1856.
121. *Tademaru E.* On the energy spectrum of relativistic electrons in the crab nebula // *Astrophys. J.* 1973. Vol. 183. P. 625–635.
122. *Boyanovsky D., de Vega H. J., Lee D.-S. et al.* Fermion damping in a fermion-scalar plasma // *Phys. Rev. D*. 1999. Vol. 59, no. 10, 105001.
123. *Киржниц Д. А.* Общие свойства электромагнитных функций отклика // *Усп. физ. наук*. 1987. Vol. 152, no. 7. P. 399–422.
124. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.* Теоретическая физика: ч. 2. Статистическая физика. Теория конденсированного состояния. ФИЗМАТЛИТ, 2001. Т. IX. 496 с.
125. *Harding A. C., Baring M. G., Gonthier P. L.* Photon splitting cascades in Gamma-Ray pulsars and the spectrum of PSR1509-58 // *Astrophys. J.* 1997. Vol. 476. P. 246–260.
126. *Meszaros P., Nagel W.* X-ray pulsar models. II. Comptonized spectra and pulse shapes. // *Astrophys. J.* 1985. Vol. 299. P. 138–153.

127. *Mihalas D.* The computation of radiation transport using feautrier variables I. Static media // *J. Comput. Phys.* 1985. Vol. 57, no. 1. P. 1–25.
128. *Fernandez R., Davis S. W.* The X-ray polarization signature of quiescent magnetars: effect of magnetospheric scattering and vacuum polarization // *Astrophys. J.* 2011. Vol. 730, no. 2, 131.
129. *Mushtukov A. A., Suleimanov V. F., Tsygankov S. S., Portegies Zwart S.* Spectrum formation in X-ray pulsars at very low mass accretion rate: Monte Carlo approach // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2021. Vol. 503, no. 4. P. 5193–5203.
130. *Meszaros P., Harding A. K., Kirk J. G., Galloway D. J.* Accreting X-ray pulsar atmospheres heated by Coulomb deceleration of protons // *Astrophys. J. L.* 1983. Vol. 266. P. 33–37.
131. *Harding A. K., Meszaros P., Kirk J. G., Galloway D. J.* Self-consistent models for Coulomb-heated X-ray pulsar atmospheres. // *Astrophys. J.* 1984. Vol. 278. P. 369–381.
132. *Nishimura O.* Properties of cyclotron lines in a line-forming region injected by an anisotropic continuum in accreting X-ray pulsars // *Astrophys. J.* 2015. Vol. 807, no. 2, 164.
133. *Компанеев А. С.* Об установлении теплового равновесия между квантами и электронами // *ЖЭТФ.* 1957. Т. 31, № 5.
134. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика: ч. 1. Статистическая физика. Теория конденсированного состояния. ФИЗМАТЛИТ, 2002. Т. V. 616 с.
135. *Рутус В. И.* Радиационные эффекты и их усиление в интенсивном электромагнитном поле // *ЖЭТФ.* 1969. Т. 57, № 6. С. 2176—2188.
136. *Jancovici B.* Radiative Correction to the Ground-State Energy of an Electron in an Intense Magnetic Field // *Phys. Rev.* 1969. Vol. 187. P. 2275–2276.
137. *Борисов А. В., Вшивцев А. С., Жуковский В. Ч., Эминов П. А.* Фотоны и лептоны во внешних полях при конечных температуре и плотности // *УФН.* 1997. Т. 167, № 3. С. 241–267.

138. Жуковский В. Ч., Мудодашвили П. Г., Эминов П. А. Мнимая часть массового оператора электрона в постоянном поле при конечной температуре и плотности // *ЖЭТФ*. 1994. Т. 106, № 4. С. 929–935.
139. Latal H. G. Cyclotron radiation in strong magnetic fields // *Astrophys. J.* 1986. Vol. 309. P. 372–382.
140. Kaminker A. D., Levenfish K. P., Yakovlev D. G. et al. Neutrino emissivity from  $e^-$  synchrotron and  $e^-e^+$  annihilation processes in a strong magnetic field: General formalism and nonrelativistic limit // *Phys. Rev. D.* 1992. Vol. 46. P. 3256–3264.
141. Kaminker A. D., Gnedin O. Y., Yakovlev D. G. et al. Neutrino emissivity from  $e^-e^+$  annihilation in a strong magnetic field: Hot, nondegenerate plasma // *Phys. Rev. D.* 1992. Vol. 46. P. 4133–4139.
142. Tsai W. Y. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields // *Phys. Rev. D.* 1974. Vol. 10, no. 8. P. 2699–2702.
143. Баталин И. А., Шабад А. Е. Функция Грина фотона в постоянном однородном электромагнитном поле общего вида // *ЖЭТФ*. 1971. Т. 60, № 3. С. 894–900.
144. Скобелев В. В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле // *Изв. вузов. Физика*. 1975. № 10. С. 142–143.
145. Перес Рохас У. Поляризационный оператор электрон-позитронного газа в постоянном внешнем магнитном поле // *ЖЭТФ*. 1979. Т. 76, № 1. С. 3–17.
146. Peres Rojas H., Shabad A. E. Absorption and dispersion of electromagnetic eigenwaves of electron-positron plasma in a strong magnetic field // *Annals of Physics*. 1982. Vol. 138. P. 1–35.
147. Мухеев Н. В., Румянцев Д. А., Чистяков М. В. Фоторождение нейтрино на электроны в плотной замагниченной среде // *ЖЭТФ*. 2014. Т. 146, № 2. С. 289–296.
148. Peres Rojas H., Shabad A. E. Polarization of relativistic electron and positron gas in a strong magnetic field. Propagation of electromagnetic waves // *Annals*

- of Physics*. 1979. Vol. 121, no. 2. P. 432–464.
149. *Adler S. L.* Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field. // *Annals of Physics*. 1971. Vol. 67. P. 599–647.
150. *Румянцев Д. А., Чистяков М. В.* Влияние сильно замагниченной плазмы на процесс расщепления фотона // *ЖЭТФ*. 2005. Т. 128, № 4. С. 740–751.