### ыртр II

# Обобщенная амплитуда *n*-вершинного однопетлевого процесса в сильном магнитном поле

### 1 Введение

В настоящей главе рассматривается воздействие внешнего поля на петлевые квантовые процессы, где в конечном и начальном состоянии присутствуют только электрически нейтральные частицы, такие как фотоны, нейтрино, а также гипотетические аксионы, фамилоны и т.д. Воздействие внешнего поля на такие процессы обусловлено как чувствительностью заряженных виртуальных фермионов к влиянию поля, так и тем фактом, что сильное магнитное поле существенно меняет дисперсионные свойства фотонов, а значит, и их кинематику.

Исследование фотон-нейтринных петлевых процессов имеет довольно длинную историю. Двухвершинные петлевые процессы, к которым относятся переход  $\gamma \to \gamma$  (поляризационный оператор фотона во внешнем поле), распад  $\gamma \to \nu \bar{\nu}$ , переход  $\nu \to \nu \gamma$ , называемый также нейтринным черенковским процессом и т.д., изучались в сериях работ нескольких авторов, см., например, [21,34–39,42,45] и цитированные там работы. Наиболее общее выражение для двухвершинной петлевой амплитуды вида  $j \to f \bar{f} \to j'$  в постоянном однородном магнитном и скрещенном поле было получено в работе [101], где рассмотрены всевозможные комбинации скалярного, псевдоскалярного, векторного и псевдовекторного взаимодействий обобщенных токов j, j' с фермионами.

Наиболее известный петлевой процесс с тремя вершинами, в течение

многих лет находящийся в поле внимания теоретиков — запрещенное в вакууме расщепление фотона на два фотона в магнитном поле,  $\gamma \to \gamma \gamma$ . Этому процессу посвящено большое число статей, среди них отметим несколько недавних работ [76–80]. Еще один трехвершинный петлевой процесс — превращение фотонной пары в нейтринную  $\gamma \gamma \to \nu \bar{\nu}$  — интересен как возможный канал остывания звезд. Подробный обзор работ, посвященных этому процессу, можно найти, например, в статьях [102, 103].

Поскольку, в соответствии с теоремой Гелл-Манна [49], см. раздел 4.1.1, процесс  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  сильно подавлен в вакууме, в ряде работ рассматривался четырехвершинный петлевой процесс с дополнительным фотоном  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$ , который, несмотря на лишний фактор  $\alpha$ , имеет большую вероятность, чем двухфотонный процесс. Процесс  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  изучался как в вакууме [65,67,70–73], так и при стимулирующем влиянии сильного магнитного поля, в случае низких энергий фотонов [20,66,74,103].

Таким образом, вычисление амплитуды n-вершинного однопетлевого квантового процесса в сильном внешнем магнитном поле представляется актуальным, поскольку результаты такого расчета могут быть использованы для анализа интересных с астрофизической точки зрения процессов  $\gamma \gamma \to \nu \bar{\nu}$ ,  $\gamma \gamma \to \nu \bar{\nu} \gamma$ , а также, аксионного и фамилонного процессов  $\gamma \gamma \to \gamma \alpha$ ,  $\gamma \gamma \to \gamma \Phi$  и т.д. Основные результаты этой главы опубликованы в работах [102–107].

В разделе 2 проводится общий анализ амплитуды n-вершинного однопетлевого процесса в сильном магнитном поле.

В разделе 3 вычислена n-вершинная амплитуда, в которой одна из вершин взята в общем виде (скалярная S, псевдоскалярная P, векторная V или аксиальная A), а остальные вершины векторные и связаны с

фотонами. Данные выражения для амплитуды являются основным результатом настоящей главы.

Следующие разделы главы посвящены конкретным фотон-нейтринным процессам для n=3,4. В разделе 4 получено аналитическое выражение для амплитуды процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  в модели с нарушенной лево-правой симметрией. Показано, что в пределе низких энергий полученный результат для амплитуды согласуется с имеющимися в литературе формулами. Обсуждаются возможные астрофизические проявления данного процесса.

Раздел 5 посвящен расчету аналитического выражения для амплитуды процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$ . Впервые получено сечение процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  в предельном случае высоких энергий фотонов. Вычислена энергия, уносимая нейтрино из единицы объема звезды за единицу времени за счет процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$ .

# 2 Общий анализ *n*-вершинного однопетлевого процесса в сильном магнитном поле

Мы будем исходить из эффективного лагранжиана взаимодействия обобщенных токов j с электронами следующего вида:

$$\mathcal{L}(x) = \sum_{i} g_i[\bar{\psi}_e(x)\Gamma_i\psi_e(x)]j_i(x), \qquad (2.1)$$

где обобщенный индекс i=S,P,V,A нумерует матрицы  $\Gamma_i$ , так что  $\Gamma_S=1,\ \Gamma_P=\gamma_5,\ \Gamma_V=\gamma_\alpha,\ \Gamma_A=\gamma_\alpha\gamma_5,\ j$  – соответствующий квантовый объект, ток  $(j_S,j_P,j_{V\alpha}$  или  $j_{A\alpha})$  или вектор поля фотона,  $g_i$  – константы связи,  $\psi_e(x)$  – точное решение уравнения Дирака для электрона в постоянном внешнем магнитном поле. В частности, для электрон-фотонного

взаимодействия имеем  $g_V = e$ ,  $\Gamma_V = \gamma_\alpha$ ,  $j_{V\alpha}(x)$  имеет смысл векторного потенциала электромагнитного поля фотона.

Инвариантная амплитуда n-вершинного однопетлевого процесса, построенная с помощью эффективного лагранжиана (2.1), описывается диаграммой Фейнмана, изображенной на рис. 3. Используя представление

Рис. 3: Диаграмма Фейнмана для n-вершинного однопетлевого процесса в сильном магнитном поле.

пропагатора электрона (формула (Б.1) из приложения Б) в котором выделена трансляционно-инвариантная часть (Б.9) и трансляционно и калиброчно неинвариантная фаза (Б.2), амплитуду можно записать в следующем виде

$$\mathcal{M}_{n} = i^{n+1} \int \prod_{k=1}^{n-1} d^{4}Z_{k} \operatorname{Sp} \left\{ \prod_{l=1}^{n} \left[ g_{l} \Gamma_{l} j_{l} \hat{S}(Z_{l}) \right] \right\} e^{i\Phi_{\text{tot}}} e^{-i \sum_{j=1}^{n-1} (Q_{j} Z_{j})}, \quad (2.2)$$

$$Q_{k} = \sum_{i=1}^{k} q_{i}, \qquad Q_{n} = 0, \qquad \Phi_{tot} = -\frac{e}{2} \sum_{l=2}^{n-1} \sum_{k=1}^{l-1} (Z_{k} F Z_{l}),$$

где  $j_l$  – фурье-образ обобщенного тока  $j_l(x)$ .

Следует отметить, что использование пропагатора (Б.9) в n - вершин-

ной петле ведет в общем случае к очень громоздким выражениям. Поэтому для анализа амплитуды процесса (2.2) в сильном поле целесообразно использовать асимптотическое выражение электронного пропагатора из приложения Б. Подставляя пропагатор (Б.11) в амплитуду (2.2) и интегрируя по  $d^4Z_i$  с учетом формул (Г.2) и (Г.9) из приложения Г, находим:

$$\mathcal{M}_n \simeq \frac{i(-1)^n \beta}{(2\pi)^3} \exp\left(-\frac{R_{\perp n}}{2\beta}\right) \int d^2 p \operatorname{Sp}\left\{\prod_{k=1}^n [g_k \Gamma_k j_k S_{\parallel}(p-Q_k)]\right\}, \quad (2.3)$$

где  $S_{\parallel}(p)=\Pi_{-}((p\gamma)_{\parallel}+m_{e})/(p_{\parallel}^{2}-m_{e}^{2}+i0),\;\beta=eB,\;R_{\perp n}$  – билинейная комбинация поперечных компонент внешних импульсов, например:

$$R_{\perp 2} = q_{\perp 1}^2, \quad R_{\perp 3} = q_{\perp 1}^2 + q_{\perp 2}^2 + (q_1 \Lambda q_2) - i(q_1 \varphi q_2),$$

в общем случае, при  $n \ge 3$ :

$$R_{\perp n} = \sum_{k=1}^{n-1} Q_{\perp k}^2 - \sum_{k=2}^{n-1} \sum_{j=1}^{k-1} \left[ (Q_k \Lambda Q_j) - i(Q_k \varphi Q_j) \right].$$

Как видно из (2.3), в приближении, когда величина магнитного поля является максимальным физическим параметром,  $\beta \gg q_{\perp}^2, q_{\parallel}^2$ , амплитуда будет зависеть только от продольных компонент импульсов.

Отсюда можно вывести простое правило для расчета однопетлевой амплитуды в сильном магнитном поле. Необходимо заменить в выражении для амплитуды в вакууме фактор

$$\int rac{d^2 p_{_\perp}}{(2\pi)^2}$$
 на фактор  $rac{eta}{2\pi} \exp\left(-rac{R_{_\perp n}}{2eta}
ight)$ 

и занулить поперечные компоненты импульсов.

### 3 Процессы с участием фотонов

Пусть вершины  $\Gamma_1 \dots \Gamma_{n-1}$  являются векторными и связаны с фотонами, а вершина  $\Gamma_n$  остается произвольной. Полная амплитуда будет содержать (n-1)! диаграмм, соответствующих (n-1)! перестановкам фотонов. В приближении  $q_{\perp}^2 \ll \beta$  амплитуду (2.3) можно представить в виде:

$$\mathcal{M}_{n} \simeq i (-1)^{n} e^{n-1} g_{n} j_{n} \frac{\beta}{2\pi} \left\{ \prod_{i=1}^{n-1} \varepsilon_{\alpha_{i}}^{(i)} \right\} T_{\alpha_{1},\dots,\alpha_{n-1}} +$$

$$+ \text{ (всевозможные перестановки фотонов)},$$

$$(2.4)$$

где  $\varepsilon_{\alpha}^{(i)}$  – вектор поляризации i-го фотона с импульсом  $q_i$ , а тензор  $T_{\alpha_1,\dots,\alpha_{n-1}}$  имеет вид

$$T_{\alpha_{1},\dots,\alpha_{n-1}} = \int \frac{d^{2}p}{(2\pi)^{2}} \operatorname{Sp} \left\{ \Gamma_{n} S_{\parallel}(p) \prod_{i=1}^{n-1} [\gamma_{\parallel \alpha_{i}} S_{\parallel}(p-Q_{i})] \right\}.$$
 (2.5)

Следует заметить, что в амплитуде (2.5) из двух возможных поляризаций фотонов  $^1$ 

$$\varepsilon_{1\alpha} = \frac{\varphi_{\alpha\beta}q_{\beta}}{\sqrt{(q\varphi\varphi q)}}, \qquad \varepsilon_{2\alpha} = \frac{\widetilde{\varphi}_{\alpha\beta}q_{\beta}}{\sqrt{(q\widetilde{\varphi}\widetilde{\varphi}q)}}$$
(2.6)

проекционный оператор  $\Pi_{-}$  выделяет фотоны только одной, 2-й поляризации.

Покажем, что амплитуда вида  $SV_1 \dots V_{n-1}$  будет линейно расти с ростом напряженности магнитного поля только для нечетного числа вершин, а для амплитуд вида  $PV_1 \dots V_{n-1}, \ VV_1 \dots V_{n-1}$  и  $AV_1 \dots V_{n-1}$  линейный рост будет иметь место только для четного числа вершин.

 $<sup>^{1}{\</sup>rm B}$ обозначениях Адлера [89] — продольной и поперечной соответственно.

Используя дираковскую матрицу зарядового сопряжения

$$\hat{C} = \gamma_2 \gamma_0, \qquad \hat{C} = -\hat{C}^T, \qquad \hat{C}^2 = 1,$$

перепишем тензор  $T_{\alpha_1,...,\alpha_{n-1}}$  в виде:

$$T_{\alpha_{1},\dots,\alpha_{n-1}} = \int \frac{d^{2}p}{(2\pi)^{2}} \operatorname{Sp} \left\{ \hat{C}\Gamma_{n}\hat{C}\hat{C}\frac{(\hat{p}_{\parallel} + m_{e})}{p_{\parallel}^{2} - m_{e}^{2} + i0}\hat{C} \times \right. \\ \times \prod_{i=1}^{n-1} \hat{C}\gamma_{\parallel\alpha_{i}}\hat{C}\hat{C}\frac{[(\hat{p} - \hat{Q}_{i})_{\parallel} + m_{e}]}{(p - Q_{i})_{\parallel}^{2} - m_{e}^{2} + i0}\hat{C}\hat{C}\Pi_{-}\hat{C} \right\}.$$
(2.7)

С учетом соотношений

$$\hat{C}\gamma_{\parallel\alpha_i}\hat{C} \,=\, -\gamma_{\parallel\alpha_i}^T, \qquad \hat{C}\Pi_\pm\hat{C} \,=\, \Pi_\mp, \qquad \Pi_\pm^T \,=\, \Pi_\pm,$$

производя замену переменной  $p \to -p + Q_{n-1}$ , вместо (2.7) получим

$$T_{\alpha_{1},\dots,\alpha_{n-1}} = (-1)^{n-1} \int \frac{d^{2}p}{(2\pi)^{2}} \operatorname{Sp} \left\{ \frac{[(\hat{p} - \hat{Q}_{n-1})_{\parallel} + m_{e}]}{(p - Q_{n-1})_{\parallel}^{2} - m_{e}^{2} + i0} \hat{C} \Gamma_{n}^{T} \hat{C} \times \prod_{i=n-1}^{1} \frac{[(\hat{p} + \hat{Q}_{i} - \hat{Q}_{n-1})_{\parallel} + m_{e}]}{(p + Q_{i} - Q_{n-1})_{\parallel}^{2} - m_{e}^{2} + i0} \gamma_{\parallel\alpha_{i}} \Pi_{+} \right\}.$$

$$(2.8)$$

Заметим, что здесь под знаком произведения сомножители следуют в порядке убывания индекса i. Таким образом:

1) в случае, если вершина  $\Gamma_n$  – скаляр, из (2.8) получаем

$$T_{\alpha_1,\dots,\alpha_{n-1}} = (-1)^{n-1} T_{\alpha_{n-1},\dots,\alpha_1},$$

откуда следует, что

- при n=2k такие слагаемые в  $\mathcal{M}_n$  попарно сокращаются;
- при n=2k+1 такие слагаемые в  $\mathcal{M}_n$  попарно удваиваются;

2) в случае, если вершина  $\Gamma_n$  – псевдоскаляр, вектор или псевдовектор, то с учетом соотношения

$$\gamma_5 \Pi_{\pm} = \pm \frac{1}{2} (\gamma \tilde{\varphi} \gamma) \Pi_{\pm}$$

из (2.8) получаем

$$T_{\alpha_1,...,\alpha_{n-1}} = (-1)^n T_{\alpha_{n-1},...,\alpha_1},$$

откуда следует, что

- при n=2k+1 такие слагаемые в  $\mathcal{M}_n$  попарно сокращаются;
- при n=2k такие слагаемые в  $\mathcal{M}_n$  попарно удваиваются.

Дальнейшие вычисления можно значительно упростить, если воспользоваться разложением векторов поляризации  $\varepsilon_{\alpha}^{(i)}$ , обобщенного тока  $(j_n)_{\alpha}$  и тензора  $T_{\alpha_1,...,\alpha_{n-1}}$  по ортонормированному базису из 4-векторов. В общем случае на основе тензора магнитного поля и 4-импульса удобно построить базис вида

$$b_{\mu}^{(1)} = \frac{(\varphi q)_{\mu}}{\sqrt{q_{\perp}^{2}}}, \qquad b_{\mu}^{(2)} = \frac{(\widetilde{\varphi} q)_{\mu}}{\sqrt{q_{\parallel}^{2}}},$$

$$b_{\mu}^{(3)} = \frac{q_{\parallel}^{2} (\Lambda q)_{\mu} - q_{\perp}^{2} (\widetilde{\Lambda} q)_{\mu}}{\sqrt{q^{2} q_{\parallel}^{2} q_{\perp}^{2}}}, \qquad b_{\mu}^{(4)} = \frac{q_{\mu}}{\sqrt{q^{2}}}.$$
(2.9)

Заметим, что векторы  $b_{\mu}^{(i)}$  являются собственными векторами поляризационного оператора фотона в магнитном поле. Как уже отмечалось, структура амплитуд в сильном магнитном поле такова, что из базиса "выживает" только вектор  $b_{\mu}^{(2)}$ . При этом получаем

$$\varepsilon_{\alpha_i}^{(i)} = \frac{(q_i \widetilde{\varphi} \varepsilon^{(i)})(\widetilde{\varphi} q_i)_{\alpha_i}}{q_{\parallel i}^2}, \qquad (j_n)_{\alpha_n} = \frac{(q_n \widetilde{\varphi} j_n)(\widetilde{\varphi} q_n)_{\alpha_n}}{q_{\parallel n}^2}, \qquad (2.10)$$

$$T_{\alpha_1,\dots,\alpha_m} = \frac{\prod_{i=1}^{m} (\widetilde{\varphi}q_i)_{\alpha_i}}{\sum_{i=1}^{m} \prod_{i=1}^{m} (\widetilde{\varphi}q_i)_{\alpha_i}} I_m, \qquad (2.11)$$

где  $I_m=\sum_{\{2\}}T_{\alpha_1,\dots,\alpha_m}$ , знак  $\sum_{\{2\}}$  означает сумму по всевозможным сверткам произвольного тензора  $A_{\alpha_1,\dots,\alpha_m}$  с тензором  $\widetilde{\Lambda}_{\alpha_1\alpha_2}\dots\widetilde{\Lambda}_{\alpha_{m-1}\alpha_m}$  с учетом свойств симметрии  $\widetilde{\Lambda}_{\alpha\beta}$ , если m=2k, например, при m=4

$$\sum_{\{2\}} A_{\alpha_{1}\alpha_{2}\alpha_{3}\alpha_{4}} = A_{\alpha_{1}\alpha_{2}\alpha_{3}\alpha_{4}} \widetilde{\Lambda}_{\alpha_{1}\alpha_{2}} \widetilde{\Lambda}_{\alpha_{3}\alpha_{4}} +$$

$$+ A_{\alpha_{1}\alpha_{2}\alpha_{3}\alpha_{4}} \widetilde{\Lambda}_{\alpha_{1}\alpha_{3}} \widetilde{\Lambda}_{\alpha_{2}\alpha_{4}} + A_{\alpha_{1}\alpha_{2}\alpha_{3}\alpha_{4}} \widetilde{\Lambda}_{\alpha_{1}\alpha_{4}} \widetilde{\Lambda}_{\alpha_{2}\alpha_{3}};$$
(2.12)

или с тензором  $q_{j\alpha}\widetilde{\Lambda}_{\alpha_1\alpha_2}\dots\widetilde{\Lambda}_{\alpha\alpha_i}\dots\widetilde{\Lambda}_{\alpha_{m-1}\alpha_m}$ , если m=2k-1, например, при m=3

$$\sum_{\{2\}} A_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} = \sum_{j=1}^{3} \left\{ A_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} q_{j \parallel \alpha_3} \widetilde{\Lambda}_{\alpha_1 \alpha_2} + + A_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} q_{j \parallel \alpha_2} \widetilde{\Lambda}_{\alpha_1 \alpha_3} + A_{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} q_{j \parallel \alpha_1} \widetilde{\Lambda}_{\alpha_2 \alpha_3} \right\}.$$

$$(2.13)$$

Подставляя разложения (2.10) и (2.11) в амплитуду (2.5), получим: для нечетного числа вершин и скалярной связи  $(g_{2k+1}=g_S)$ 

$$\mathcal{M}_{2k+1}^{S} = -\frac{i e^{2k+1} B}{\pi} g_{S} j_{S} \frac{\prod_{i=1}^{2k} (q_{i} \widetilde{\varphi} \varepsilon^{(i)})}{\sum_{\{2\}} \prod_{i=1}^{2k} (\widetilde{\varphi} q_{i})_{\alpha_{i}}} \{I_{2k} + ((2k)!/2 - 1 \text{ перестановок фотонов})\}; \qquad (2.14)$$

для четного числа вершин и векторной связи  $(g_{2k} = g_V)$ 

$$\mathcal{M}_{2k}^{V} = \frac{i e^{2k} B}{\pi} g_{V} \frac{(q_{2k} \widetilde{\varphi} j_{V}) \prod_{i=1}^{2k-1} (q_{i} \widetilde{\varphi} \varepsilon^{(i)})}{\sum_{\{2\}} \prod_{i=1}^{2k} (\widetilde{\varphi} q_{i})_{\alpha_{i}}} \{I_{2k} + ((2k-1)!/2 - 1 \text{ перестановок фотонов})\}; \qquad (2.15)$$

для четного числа вершин и псевдовекторной связи  $(g_{2k}=g_A)$ 

$$\mathcal{M}_{2k}^{A} = -\mathcal{M}_{2k}^{V}[j_{V\alpha} \to (\widetilde{\varphi}j_{A})_{\alpha}, g_{V} \to g_{A}]; \tag{2.16}$$

для четного числа вершин и псевдоскалярной связи  $(g_{2k}=g_P)$ 

$$\mathcal{M}_{2k}^{P} = \frac{i e^{2k} B}{\pi} g_{P} j_{P} \frac{\prod_{i=1}^{2k-1} (q_{i} \widetilde{\varphi} \varepsilon^{(i)})}{\sum_{\{2\}} \prod_{i=1}^{2k-1} (\widetilde{\varphi} q_{i})_{\alpha_{i}}} \{I_{2k-1} + ((2k-1)!/2 - 1 \text{ перестановок фотонов})\}.$$
(2.17)

Как показывает анализ, вычисление амплитуды любого типа можно свести к вычислению скалярного интеграла вида

$$S_n(Q_1, \dots, Q_n) = \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \prod_{i=1}^n \frac{1}{(p-Q_i)^2 - m_e^2 + i0}.$$
 (2.18)

Следует отметить, что при вычислении (2.18) использование стандартной процедуры параметризации Фейнмана может оказаться нецелесообразным в силу увеличения кратности интеграла. Например, при n=3 двукратный интеграл (2.18) преобразуется в интеграл по двум фейнмановским переменным, а при n=4 таких переменных будет три, и т.д.

Предлагается другой способ – прямое вычисление двукратного интеграла по  $dp_0dp_z$  без введения фейнмановских переменных. Проинтегрируем (2.18) по  $p_0$  с использованием теории вычетов и выполним замену переменной  $p_z - Q_{iz} \to p_z$ . Получим:

$$S_{n}(Q_{1},...,Q_{n}) =$$

$$= -\frac{i}{4\pi} \sum_{i=1}^{n} \int_{0}^{+\infty} \frac{dp_{z}}{E} \prod_{\substack{l=1\\l\neq i}}^{n} \frac{1}{(E - d_{il\,0})^{2} - (p_{z} - d_{il\,z})^{2} - m_{e}^{2}} +$$

$$+(p_{z} \leftrightarrow -p_{z}), \qquad (2.19)$$

где введены обозначения  $E = \sqrt{p_z^2 + m_e^2}, d_{il\,\alpha} = Q_{i\,\alpha} - Q_{l\,\alpha}.$ 

Путем замены переменной,  $E + p_z = k$ , выражение (2.19) можно привести к следующему виду:

$$S_{n}(Q_{1},...,Q_{n})$$

$$= (-1)^{n} \frac{i}{4\pi} \sum_{i=1}^{n} \int_{m_{e}}^{+\infty} \frac{dk}{k} \prod_{\substack{l=1\\l\neq i}}^{n} \frac{k}{k^{2}(d_{il\,0} + d_{il\,z}) - k(d_{il})_{\parallel}^{2} + m_{e}^{2}(d_{il\,0} - d_{il\,z})} + (d_{il\,z} \leftrightarrow -d_{il\,z}), \qquad (2.20)$$

напомним, что  $a_{\parallel}^2=a_0^2-a_z^2$ ,  $(ab)_{\parallel}=a_0b_0-a_zb_z$ . Используя разложение подынтегрального выражения в (2.20) на простейшие дроби

$$\frac{1}{k} \prod_{\substack{l=1\\l \neq i}}^{n} \frac{k}{k^2 (d_{il\,0} + d_{il\,z}) - k d_{il}^2 + m_e^2 (d_{il\,0} - d_{il\,z})} = \sum_{\substack{l=1\\l \neq i}}^{n} \left[ \frac{A_{il}^{(1)}}{k - k_1} + \frac{A_{il}^{(2)}}{k - k_2} \right],$$

где

$$A_{il}^{(p)} = k_p^{n-2} \frac{d}{dk} \prod_{\substack{j=1\\j \neq i}}^n \frac{1}{k^2 (d_{ij\,0} + d_{ij\,z}) - k d_{ij}^2 + m_e^2 (d_{ij\,0} - d_{ij\,z})} \bigg|_{k=k_p},$$

 $k_1$  и  $k_2$  – корни уравнения

$$k^{2}(d_{il\,0} + d_{il\,z}) - kd_{il}^{2} + m_{e}^{2}(d_{il\,0} - d_{il\,z}) = 0,$$

проинтегрируем (2.20) по переменной k. Окончательно получим:

$$S_n(Q_1, \dots, Q_n) = \frac{i}{8m_e^2\pi} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{l=1\\l \neq i}}^n \left[ H\left(\frac{4m_e^2}{(d_{il})_{\parallel}^2}\right) + 1 \right] Re\left\{ \prod_{\substack{k=1\\k \neq i,l}}^n \frac{1}{Y_{ilk}} \right\}, (2.21)$$

где

$$Y_{ilk} = (d_{lk}d_{ik})_{{\scriptscriptstyle \parallel}} + i(d_{lk}\tilde{\varphi}d_{ik})\sqrt{\frac{4m_e^2}{(d_{il})_{{\scriptscriptstyle \parallel}}^2} - 1}.$$

Функция H(z) определяется выражениями

$$H(z) = \frac{-z}{2\sqrt{1-z}} \ln \frac{\sqrt{1-z}+1}{\sqrt{1-z}-1} - 1, \quad z < 0,$$

$$H(z) = \frac{1}{2} \left( \frac{z}{\sqrt{1-z}} \ln \left| \frac{\sqrt{1-z}-1}{\sqrt{1-z}+1} \right| - 2 + i\pi \frac{z}{\sqrt{1-z}} \right), \quad 0 < z < 1,$$

$$H(z) = \frac{z}{\sqrt{z-1}} \arctan \frac{1}{\sqrt{z-1}} - 1, \quad z > 1.$$

и имеет асимптотики

$$H(z) \simeq \frac{2}{3z} + \frac{8}{15z^2} + \frac{16}{35z^3}, \quad |z| \gg 1,$$
 (2.22)

$$H(z) \simeq -1 + \frac{z}{2} \ln \frac{|z|}{4}, \quad |z| \ll 1.$$
 (2.23)

### 4 Процесс $\gamma \gamma \rightarrow \nu \bar{\nu}$

### 4.1 Анализ процесса $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ в вакууме и слабом поле

#### 4.1.1 Стандартное электрослабое взаимодействие

По-видимому, историю исследований петлевого электрослабого процесса превращения фотонной пары в пару нейтрино - антинейтрино нужно отсчитывать от статьи Б. Понтекорво [108], указавшего на его возможную роль в астрофизике. Процесс описывается двумя диаграммами Фейнмана с виртуальным фермионом в петле и с перестановкой фотонов, рис. 4. Здесь большой кружок изображает эффективное слабое взаимодействие фермиона с нейтрино.

Рис. 4: Диаграммы Фейнмана для процесса  $\gamma \gamma \to \nu \bar{\nu}$ .

Для анализа имеющихся в литературе результатов амплитуду процесса, с учетом градиентной инвариантности электромагнитного взаимодействия, удобно записать в следующем самом общем виде

$$\mathcal{M}_{3} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{G_{F}}{\sqrt{2}} \left[ \bar{\nu}_{i}(p_{1}) R_{\alpha\beta\mu\nu} \nu_{i}(-p_{2}) \right] f_{1}^{\alpha\beta} f_{2}^{\mu\nu}, \qquad (2.24)$$

где индекс i определяет сорт нейтрино,  $i=e,\mu,\tau^2,\ f^{\alpha\beta}=q^\alpha\varepsilon^\beta-q^\beta\varepsilon^\alpha$  – тензор электромагнитного поля фотона в импульсном пространстве. Тензор  $R_{\alpha\beta\mu\nu}$ , который является дираковской матрицей, должен быть

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Выражение (2.24) легко обобщается на случай лептонного смешивания.

построен из имеющихся ковариантов и имеет размерность обратной мас-

Видимо, самое первое правильное заключение об этой амплитуде было сделано в работе [49], это теорема Гелл-Манна: в случае безмассовых нейтрино, реальных фотонов, и в локальном пределе стандартного слабого взаимодействия амплитуда строго равна нулю. Качественно это можно увидеть из следующего рассуждения: в системе центра инерции левое нейтрино и правое антинейтрино уносят полный угловой момент, равный единице. Однако, как впервые было показано Ландау [109], система из двух фотонов не может находиться в состоянии с таким угловым моментом (так называемая теорема Янга [110]). На языке тензорного анализа это означает, что с учетом киральности безмассовых нейтрино и бозесимметрии в задаче нет ковариантов для построения тензора  $R_{\alpha\beta\mu\nu}$ .

При любом отклонении от условий теоремы Гелл-Манна возникает ненулевая амплитуда (2.24). В случае массивных нейтрино процесс становится разрешенным [50,51] благодаря изменению киральности нейтрино, при этом амплитуда пропорциональна массе нейтрино. Чтобы проиллюстрировать лоренцевскую структуру, приведем здесь выражение для тензора  $R_{\alpha\beta\mu\nu}$  в случае низких энергий фотонов ( $\omega \ll m_e$ ), когда максимальный вклад в амплитуду дает электронная петля:

$$R_{\alpha\beta\mu\nu} = -\frac{i}{24} \left( 2\delta_{ie} - 1 \right) \frac{m_{\nu_i}}{m_e^2} \gamma_5 \,\varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu}. \tag{2.25}$$

При учете нелокальности слабого взаимодействия через W - бозон импульсы нейтрино и антинейтрино могут входить в амплитуду по отдельности, а не только в виде суммы, при этом возникает следующая струк-

тура [52–54]

$$R_{\alpha\beta\mu\nu} = \frac{8i}{3} \left( \ln \frac{m_W^2}{m_e^2} + \frac{3}{4} \right) \frac{1}{m_W^2} \times \left[ \gamma_\alpha g_{\beta\mu} (p_1 - p_2)_\nu + \gamma_\mu g_{\nu\alpha} (p_1 - p_2)_\beta \right] (1 + \gamma_5). \tag{2.26}$$

Видно, что в обоих случаях амплитуда имеет сильное подавление, за счет либо малой массы нейтрино в числителе, либо большой массы W - бозона в знаменателе.

Еще один случай появления ненулевой амплитуды реализуется, если один из фотонов [55] или оба фотона [56–58] находятся вне массовой поверхности. При этом  $q_{\mu}f^{\mu\nu}\neq 0$ , и импульсы фотонов могут участвовать в построении тензора  $R_{\alpha\beta\mu\nu}$ . В случае  $\omega\ll m_e$  имеем

$$R_{\alpha\beta\mu\nu} = -\frac{i}{24} \left( 2\delta_{ie} - 1 \right) \frac{1}{m_e^2} \gamma^{\rho} (1 + \gamma_5) \left( \varepsilon_{\rho\alpha\mu\nu} \, q_{1\beta} + \varepsilon_{\rho\mu\alpha\beta} \, q_{2\nu} \right), \quad (2.27)$$

где  $q_{1,2}$  – импульсы фотонов. Отметим, что с учетом безмассовости нейтрино в тензоре (2.27) можно сделать замену  $q_1 \leftrightarrow -q_2$ .

### 4.1.2 Обобщение стандартной модели с нарушенной лево-правой симметрией

Еще одно отклонение от условий теоремы Гелл-Манна, при котором процесс  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  также возможен, реализуется, когда в эффективном лагранжиане нейтрино - лептонного взаимодействия нейтрино меняет киральность. При записи лагранжиана в форме нейтральных токов к этому приводит связь скалярных и псевдоскалярных токов. Такой случай, рассматривавшийся в работе [59], имеет место в модели с нарушенной лево-правой симметрией и со смешиванием векторных бозонов, взаимодействующих с левыми и правыми заряженными слабыми тока-

ми [111]. Напомним, что в этой модели  $\nu eW$  - взаимодействия имеет вид

$$\mathcal{L} = \frac{g}{2\sqrt{2}} \left\{ \left[ \bar{e}\gamma_{\alpha} \left( 1 + \gamma_{5} \right) \nu_{e} \right] \left( W_{1}^{\alpha} \cos \zeta + W_{2}^{\alpha} \sin \zeta \right) + \left[ \bar{e}\gamma_{\alpha} \left( 1 - \gamma_{5} \right) \nu_{e} \right] \left( -W_{1}^{\alpha} \sin \zeta + W_{2}^{\alpha} \cos \zeta \right) + h.c. \right\}, \quad (2.28)$$

где  $W_{1,2}$  – состояния с определенной массой,  $\zeta$  – угол смешивания. Существующие ограничения на параметры данной модели получены в низкоэнергетических экспериментах на ускорителях и имеют вид [112]

$$M_{W_2} > 715 \,\Gamma \text{9B}, \quad \zeta < 0.013.$$
 (2.29)

Благодаря малости угла смешивания состояние  $W_2$  практически совпадает с правым бозоном  $W_R$ .

Существует также более жесткое ограничение на параметры модели, полученное из астрофизических данных, а именно, из анализа нейтринных событий от сверхновой SN1987A. В комбинации с ускорительными данными получено [113]

$$M_{W_R} > 23 \text{ T} \cdot \text{B}, \quad \zeta < 10^{-5}.$$
 (2.30)

Для реализации процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  важна та часть эффективного лагранжиана  $\nu\nu ee-$  взаимодействия, за счет которой рождающееся нейтрино или антинейтрино будет иметь "нестандартную" киральность. Это возможно именно благодаря смешиванию бозонов, когда в эффективном лагранжиане перемножаются левый и правый токи из (2.28). С учетом малости угла смешивания и отношения масс  $M_{W_1}/M_{W_2}$ , можно записать лагранжиан  $\nu\nu ee-$  взаимодействия в виде

$$\mathcal{L}_{eff} \simeq -4 \zeta \frac{G_{\rm F}}{\sqrt{2}} \left[ (\bar{e}e) \left( \bar{\nu}_e \nu_e \right) - \left( \bar{e}\gamma_5 e \right) \left( \bar{\nu}_e \gamma_5 \nu_e \right) \right]. \tag{2.31}$$

При этом существуют два новых по сравнению со стандартной моделью канала превращения фотонной пары в пару нейтрино - антинейтрино, а именно

$$\gamma \gamma \to (\nu_e)_L(\bar{\nu}_e)_L, \quad \gamma \gamma \to (\nu_e)_R(\bar{\nu}_e)_R.$$
 (2.32)

Здесь  $(\nu_e)_R$  и  $(\bar{\nu}_e)_L$  – состояния, "стерильные" относительно стандартного слабого взаимодействия. Полный спин нейтринных пар в (2.32) в системе центра инерции равен нулю, что открывает процесс  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ .

После несложных вычислений амплитуды процесса с эффективным лагранжианом (2.31) мы получили для тензора  $R_{\alpha\beta\mu\nu}$  следующее выражение

$$R_{\alpha\beta\mu\nu} = \frac{4\zeta m_e}{(q_1 q_2)} \left\{ \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( 1 - 4\tau \right) I(\tau) \right] g_{\alpha\nu} g_{\beta\mu} - \frac{i}{4} I(\tau) \gamma_5 \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \right\}, (2.33)$$

где

$$\tau = \frac{m_e^2}{2(q_1 q_2)}, \qquad I(\tau) = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \, \frac{1}{\tau - xy - i0}. \tag{2.34}$$

Отметим, что наш результат (2.33), совпадая по структуре с тензором, который можно извлечь из работы [59], отличается от него числовыми коэффициентами.

Амплитуда процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  в рассматриваемой модели также имеет подавление за счет малости угла смешивания  $\zeta$ .

### 4.2 Учет влияния внешнего поля на процесс $\gamma\gamma o uar u$

Как уже отмечалось, внешнее магнитное поле может усилить данный процесс. Поскольку в задаче возникает тензор электромагнитного поля  $F_{\mu\nu}$ , это открывает новую возможность для построения тензора  $R_{\alpha\beta\mu\nu}$  в

амплитуде (2.24). В действительности поле войдет в амплитуду в виде безразмерного тензора  $\mathcal{F}_{\mu\nu}=eF_{\mu\nu}/m_e^2$ , который может дать дополнительное усиление, если величина поля превышает швингеровское значение  $B_e=m_e^2/e$ .

В работе [60] процесс  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  исследовался в рамках стандартной модели в относительно слабом магнитном поле  $B \ll B_e$ , в низшем порядке разложения по  $B/B_e$ , и при малых энергиях фотонов  $\omega \ll m_e$  (именно в этом приближении уместно применение эффективного лагранжиана, полученного в [67] из амплитуды процесса  $\gamma\gamma \to \gamma\nu\bar{\nu}$  и использованного в [60]). Отметим, что полученная амплитуда, формулы (4), (5) из [60], записана в достаточно громоздком виде. Преобразуя амплитуду к форме (2.24), получим тензор  $R_{\alpha\beta\mu\nu}$  в виде

$$R_{\alpha\beta\mu\nu} = \frac{C_V}{90 \, m_e^2} \gamma^{\rho} (1 + \gamma_5) \left\{ 3 \, g_{\alpha\nu} g_{\beta\mu} \mathcal{F}_{\rho\sigma} (q_1 + q_2)^{\sigma} - \right. \\ \left. - 3 \, \mathcal{F}_{\alpha\beta} g_{\mu\rho} q_{1\nu} - 3 \, \mathcal{F}_{\mu\nu} g_{\alpha\rho} q_{2\beta} - \right. \\ \left. - 14 \, g_{\alpha\rho} q_1^{\sigma} (g_{\beta\mu} \mathcal{F}_{\nu\sigma} + \mathcal{F}_{\beta\mu} g_{\nu\sigma}) - 14 \, g_{\mu\rho} q_2^{\sigma} (g_{\nu\alpha} \mathcal{F}_{\beta\sigma} + \mathcal{F}_{\nu\alpha} g_{\beta\sigma}) \right\},$$

где  $C_V = \pm 1/2 + 2 \sin^2 \theta_W$ , здесь верхний знак относится к электронному нейтрино, нижний знак соответствует мюонному и тау-нейтрино. Видно, что амплитуда процесса линейно растет с полем. Однако, этот рост имеет место только при  $B \ll B_e$ , но в сильном поле,  $B \gg B_e$ , как показано в разделе 3 настоящей главы, амплитуда в случае стандартного слабого взаимодействия выходит на константу. Такой случай был рассмотрен в работах [85, 114].

В работах [61,62] процесс  $\gamma \gamma \to \nu \bar{\nu}$  и кроссинг-процессы исследовались также в слабом магнитном поле, но без ограничения малости энергий фотонов, при  $\omega < m_W$ . В пределе  $\omega \ll m_e$  амплитуда из [62] согласуется

с результатом работы [60]. К сожалению, амплитуда в [62] записана в очень громоздком виде, так что даже простейший тест на калибровочную инвариантность провести чрезвычайно затруднительно.

В более ранней работе [64] процесс  $\gamma \gamma \to \nu \bar{\nu}$  был исследован в сильном магнитном поле,  $B \gg B_e$ , при малых энергиях фотонов,  $\omega \ll m_e$ , без учета вклада Z – бозона.

### 4.3 Амплитуда и сечение процесса $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ в модели с нарушенной лево - правой симметрией

Для процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ , усиленного магнитным полем, в модели с эффективной скалярной  $\nu\nu ee$  - связью [102] (в этом случае  $\mathcal{M}_3 \equiv \mathcal{M}_3^s$ ), при произвольных значениях энергий фотонов из (2.14) и (2.21) получим тензор  $R_{\alpha\beta\mu\nu}$  в следующем виде

$$R_{\alpha\beta\mu\nu} = -\frac{B}{B_e} \zeta \,\widetilde{\varphi}_{\alpha\beta}\widetilde{\varphi}_{\mu\nu} \,R(q_{1_{\parallel}}, q_{2_{\parallel}}, q_{3_{\parallel}})$$
 (2.36)

$$R(q_{1\parallel}, q_{2\parallel}, q_{3\parallel}) = \frac{2m_{e}}{4m_{e}^{2}[(q_{1}q_{3})_{\parallel}^{2} - q_{1\parallel}^{2}q_{3\parallel}^{2}] + q_{1\parallel}^{2}q_{2\parallel}^{2}q_{3\parallel}^{2}} \times \left\{ \left[ q_{1\parallel}^{2}q_{3\parallel}^{2} - 2m_{e}^{2}(q_{3\parallel}^{2} + q_{1\parallel}^{2} - q_{2\parallel}^{2}) \right] H\left(\frac{4m_{e}^{2}}{q_{1\parallel}^{2}}\right) + \left[ q_{2\parallel}^{2}q_{3\parallel}^{2} - 2m_{e}^{2}(q_{3\parallel}^{2} + q_{2\parallel}^{2} - q_{1\parallel}^{2}) \right] H\left(\frac{4m_{e}^{2}}{q_{2\parallel}^{2}}\right) + \left[ q_{3\parallel}^{2}(4m_{e}^{2} - q_{3\parallel}^{2}) H\left(\frac{4m_{e}^{2}}{q_{3\parallel}^{2}}\right) - 2q_{3\parallel}^{2}(q_{1}q_{2})_{\parallel} \right\}, \quad (2.37)$$

где  $q_3 = p_1 + p_2$  – суммарный импульс нейтринной пары.

После подстановки поляризаций фотонов из (2.6) в (2.24) с использованием (2.36), (2.37), (2.22) и (2.23) получим асимптотические выражения для амплитуды  $\mathcal{M}_3^s$  в двух предельных случаях

а) при низких энергиях фотонов,  $\omega \lesssim m_e$ 

$$\mathcal{M}_{3}^{s} \simeq \frac{8\alpha}{3\pi} \frac{G_{\rm F}}{\sqrt{2}} \frac{\zeta}{m_e} \frac{B}{B_e} \left[ \bar{\nu}_e(p_1) \,\nu_e(-p_2) \right] \sqrt{q_{1\parallel}^2 q_{2\parallel}^2};$$
 (2.38)

б) при высоких энергиях фотонов,  $\omega \gg m_e$ , в главном логарифмическом приближении:

$$\mathcal{M}_{3}^{s} \simeq \frac{16\alpha}{\pi} \frac{G_{F}}{\sqrt{2}} \zeta \frac{B}{B_{e}} m_{e}^{3} \left[ \bar{\nu}_{e}(p_{1}) \nu_{e}(-p_{2}) \right] \frac{1}{\sqrt{q_{1\parallel}^{2} q_{2\parallel}^{2}}} \ln \frac{\sqrt{q_{1\parallel}^{2} q_{2\parallel}^{2}}}{m_{e}^{2}}, (2.39)$$

полностью согласующиеся с результатами работы [102], где вычисление интегралов вида (2.18) проводились с помощью фейнмановской параметризации.

Вычисляя стандартным путем сечения обоих процессов  $\gamma \gamma \to (\nu_e)_L(\bar{\nu}_e)_L$  и  $\gamma \gamma \to (\nu_e)_R(\bar{\nu}_e)_R$ , получаем, что они равны,  $\sigma_{LL} = \sigma_{RR} \equiv \sigma$ . В двух указанных предельных случаях выражения для сечения имеют вид

$$\sigma(\omega \lesssim m_e) \simeq \frac{2 \alpha^2 G_F^2 \zeta^2}{9\pi^3} \left(\frac{B}{B_e}\right)^2 \frac{q_{1\parallel}^2 q_{2\parallel}^2}{m_e^2},$$
 (2.40)

$$\sigma(\omega \gg m_e) \simeq \frac{2 \alpha^2 G_F^2 \zeta^2}{\pi^3} \left(\frac{B}{B_e}\right)^2 \frac{m_e^6}{q_{1\parallel}^2 q_{2\parallel}^2} \ln^2 \frac{q_{1\parallel}^2 q_{2\parallel}^2}{m_e^4}. \tag{2.41}$$

### 4.4 Проявления процесса $\gamma\gamma o uar{ u}$ в астрофизике

Наблюдаемой величиной в астрофизике является потеря энергии из единицы объема звезды в единицу времени, обусловленная выходом нейтрино (нейтринная излучательная способность – emissivity). В общем случае для процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  она может быть записана в виде

$$Q = \frac{1}{2} \int \frac{d^{3}q_{1}}{(2\pi)^{3}} \frac{2}{e^{\omega_{1}/T} - 1} \int \frac{d^{3}q_{2}}{(2\pi)^{3}} \frac{2}{e^{\omega_{2}/T} - 1} \times \left(\omega_{1} + \omega_{2}\right) \frac{(q_{1}q_{2})}{\omega_{1}\omega_{2}} \sigma(\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}).$$
(2.42)

Здесь T - температура фотонного газа. В нашем случае, учитывая, что в рассматриваемом процессе участвуют фотоны только одной поляризации (второй, в обозначениях (2.6)), в выражении (2.42) следует добавить фактор 1/4. Отметим также, что при интегрировании по импульсам фотонов в (2.42) важно учитывать нетривиальный закон дисперсии фотона в сильном магнитном поле, который определяется поляризационным оператором фотона  $^3$ . Кроме того, необходимо также учитывать большие радиационные поправки, которые сводятся к перенормировке волновой функции фотона  $-Z_1, Z_2$ . Принимая во внимание, что только "стерильное" (анти) нейтрино из пары, см. (2.32), свободно вылетает из горячей и плотной звездной среды (другое, участвующее в стандартном взаимодействии, имеет малую длину пробега и поглощается), в качестве сечения подставляем ( $\sigma_{LL} + \sigma_{RR}$ )/2 =  $Z_1 Z_2 \sigma$ , а  $\sigma$  из формул (2.40), (2.41).

### а) Случай низких температур, $T \lesssim m_e$ .

В этом пределе закон дисперсии для фотона второй моды может быть записан в виде

$$\omega^2 = \frac{q_\perp^2}{1+\xi} + q_z^2, \tag{2.43}$$

где для удобства введен параметр  $\xi = \frac{\alpha}{3\pi} \frac{B}{B_e}$ , который характеризует степень влияния магнитного поля. Так, в диапазоне величин магнитного поля  $10B_e \div 10^3 B_e$  параметр  $\xi$  меняется от  $0.77 \cdot 10^{-2}$  до 0.77 соответственно. В случае не слишком сильного поля,  $\beta \ll m_e^2/\alpha$ , когда параметром  $\xi$  можно пренебречь по сравнению с единицей, закон дисперсии для фотона второй моды будет мало отличаться от вакуумного. Кроме того, в этом случае  $Z_1 \simeq Z_2 \simeq 1$ .

 $<sup>^3</sup>$ Более подробно дисперсионные свойства фотонов во внешней активной среде рассмотрены в разделе 3 главы 3 настоящей диссертации.

С учетом этих замечаний, подставляя (2.40) в (2.42), получим

$$Q_{(B)} \simeq 2.5 \cdot 10^{13} \, \frac{\text{spr}}{\text{cm}^3 \, \text{c}} \, \left(\frac{\zeta}{0.013}\right)^2 \left(\frac{B}{B_e}\right)^2 \left(\frac{T}{m_e}\right)^{11}.$$
 (2.44)

Сравним эту величину со вкладами в нейтринную излучательную способность за счет других механизмов в процессе  $\gamma \gamma \to \nu \bar{\nu}$ , обсуждавшихся в разд. 4.1.1. Например, для вклада за счет учета следующего члена разложения амплитуды по обратным степеням поля в рамках стандартной модели в работе [114] было получено

$$Q_{(SM)} \simeq 1.1 \cdot 10^{19} \frac{\text{эрг}}{\text{c} \cdot \text{cm}^3} \left(\frac{T}{m_e}\right)^{13}.$$
 (2.45)

Для вклада за счет ненулевой массы нейтрино из работы [51] имеем

$$Q_{(m_{\nu})} \simeq 0.4 \cdot 10^5 \, \frac{\text{spr}}{\text{cm}^3 \,\text{c}} \, \left(\frac{m_{\nu}}{1 \,\text{sB}}\right)^2 \left(\frac{T}{m_e}\right)^{11}.$$
 (2.46)

С другой стороны, подставляя сечение, найденное с учетом нелокальности слабого взаимодействия [54], в выражение (2.42), находим

$$Q_{(NL)} \simeq 10 \frac{9 \text{pr}}{\text{cm}^3 \text{ c}} \left(\frac{T}{m_e}\right)^{13}.$$
 (2.47)

Видно, что для  $B \gtrsim B_e$ , даже в случае малого смешивания  $\zeta \sim 10^{-5}$ , индуцированный полем механизм реакции  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  в рамках модели с нарушенной лево - правой симметрией доминирует над механизмами связанными с массивностью нейтрино или нелокальностью слабого взаимодействия. Однако, по сравнению с тем же механизмом в рамках стандартной модели, он оказывается подавленным при величине магнитного поля  $B \lesssim 10^3 B_e$ , но будет доминировать над всеми механизмами при больших полях.

### б) Случай высоких температур, $T \gg m_e$ .

В пределе высоких температур,  $T\gg m_e$ , основной вклад в светимость будут давать фотоны, у которых квадрат продольного импульса лежит в области  $m_e^2\ll q_{_\parallel}^2\ll \beta$ . В этом случае закон дисперсии для фотона моды 2 может быть записан в виде

$$\omega^2 = q_\perp^2 + q_z^2 + 6 \,\xi \, m_e^2. \tag{2.48}$$

Тогда, подставляя (2.41) в (2.42), с учетом  $\xi \ll 1$  (и, следовательно,  $Z_1 \simeq Z_2 \simeq 1$ ), получим

$$Q_{(B)} \simeq 0.4 \cdot 10^{12} \, \frac{\text{spr}}{\text{cm}^3 \, \text{c}} \, \left(\frac{\zeta}{0.013}\right)^2 \left(\frac{B}{B_e}\right)^2 \left(\frac{T}{m_e}\right)^3 \ln^5 \frac{T}{m_e}.$$
 (2.49)

Величина Q за счет процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  со стандартным слабым взаимодействием при высоких температурах, но в относительно слабом магнитном поле вычислялась в работе [61]. В противоположном пределе сильного магнитного поля из работы [114] можно получить

$$Q_{(SM)} \simeq 2.7 \cdot 10^{18} \frac{\text{эрг}}{\text{c} \cdot \text{cm}^3} \left(\frac{T}{m_e}\right)^9. \tag{2.50}$$

Из (2.49) и (2.50) видно, что в горячем фотонном газе индуцированный полем механизм реакции  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  в рамках модели с нарушенной лево правой симметрией также подавлен по сравнению с тем же механизмом в рамках стандартной модели. Вместе с тем, рассматриваемая модель может играть определенную роль в механизме нейтринного остывания сверхновой.

Для численной оценки рассмотрим взрыв сверхновой с генерацией очень сильного магнитного поля  $B\sim 10^3~B_e~[10\text{--}13]$ , с температурой  $T\sim 35~\text{МэВ}$ , типичной для коры сверхновой [1], и  $V\sim 10^{19}~\text{см}^3$ . Для

вклада рассматриваемого индуцированного полем процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  в нейтринную светимость звезды (luminosity) получим

$$L \sim 10^{45} \frac{\text{эрг}}{\text{сек}} \left(\frac{\zeta}{0.013}\right)^2.$$
 (2.51)

Эта величина оказывается малой по сравнению с типичной нейтринной светимостью сверхновой  $10^{52}$  эрг/сек.

# 4.5 Влияние замагниченной электрон-позитронной плазмы на процесс $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ в модели с нарушенной лево - правой симметрией

Наличие замагниченной электрон-позитронной плазмы также приводит к отклонению от условий теоремы Гелл-Манна. При этом к амплитуде (2.24) необходимо добавить дополнительное слагаемое  $\mathcal{M}_{pl}$ , которое соответствует когерентному рассеянию фотонов на реальных электронах и позитронах среды без изменения их состояния (рассеяние "вперед") с излучением нейтринной пары. Графически такие акты рассеяния на электронах плазмы могут быть представлены шестью диаграммами на рис. 5.

Отметим, что поскольку в магнитном поле можно построить базис вида (2.9), нет необходимости в использовании вектора 4-скорости плазмы  $u^{\alpha}$  при построении тензора  $R_{\alpha\beta\mu\nu}$ . Используя технику вычислений, подробно описанную в главе 3, для вклада покоящейся, сильнозамагни-

Рис. 5: Дополнительное рассеяние фотонов на электронах среды с излучением нейтринной пары в магнитном поле в присутствии плазмы. Рассеянию на позитронах будут соответствовать диаграммы с заменой  $p \to -p$ . Крестик на конце электронной линии означает, что частица принадлежит среде.

ченной  $(eB\gg T^2,\mu^2)$  плазмы в амплитуду процесса  $\gamma\gamma\to \nu\bar{\nu}$  получаем

$$\mathcal{M}_{pl} = -\frac{8\alpha\zeta G_{F}}{\pi\sqrt{2}} \frac{B}{B_{e}} \left[\bar{\nu}_{e}(p_{1})\nu_{e}(-p_{2})\right] m_{e} \times \\ \times \frac{(q_{1}\widetilde{\varphi}\varepsilon^{(1)})(q_{2}\widetilde{\varphi}\varepsilon^{(2)})}{4m_{e}^{2}[(q_{1}q_{3})_{\parallel}^{2} - q_{1_{\parallel}}^{2}q_{3_{\parallel}}^{2}] + q_{1_{\parallel}}^{2}q_{2_{\parallel}}^{2}q_{3_{\parallel}}^{2}} \times \\ \times \left\{ \left[ q_{1_{\parallel}}^{2}q_{3_{\parallel}}^{2} - 2m_{e}^{2}(q_{3_{\parallel}}^{2} + q_{1_{\parallel}}^{2} - q_{2_{\parallel}}^{2}) \right] \mathcal{J}^{(+)}(q_{1_{\parallel}}) + \right. \\ \left. + \left[ q_{2_{\parallel}}^{2}q_{3_{\parallel}}^{2} - 2m_{e}^{2}(q_{3_{\parallel}}^{2} + q_{2_{\parallel}}^{2} - q_{1_{\parallel}}^{2}) \right] \mathcal{J}^{(+)}(q_{2_{\parallel}}) + \right. \\ \left. + q_{3_{\parallel}}^{2}(4m_{e}^{2} - q_{3_{\parallel}}^{2})\mathcal{J}^{(+)}(q_{3_{\parallel}}) \right\}. \tag{2.52}$$

Функция  $\mathcal{J}^{(+)}(q_{\scriptscriptstyle\parallel})$  определяется следующим образом

$$\mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}) = 2q_{\parallel}^2 m_e^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_z}{E_p} \frac{f_{-}(E_p) + f_{+}(E_p)}{q_{\parallel}^4 - 4(pq)_{\parallel}^2}, \qquad q_{\parallel}^2 < 4m_e^2, \tag{2.53}$$

$$\mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}) = 2q_{\parallel}^{2} m_{e}^{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_{z}}{E_{p}} \frac{f_{-}(E_{p}) + f_{+}(E_{p})}{q_{\parallel}^{4} - 4(pq)_{\parallel}^{2}} - i\pi \frac{m_{e}^{2}}{\sqrt{q_{\parallel}^{2}(q_{\parallel}^{2} - 4m_{e}^{2})}} \left\{ f_{-}(E^{-}) + f_{+}(E^{-}) + f_{+}(E^{+}) + f_{+}(E^{+}) \right\}, \qquad q_{\parallel}^{2} > 4m_{e}^{2}.$$

$$(2.54)$$

Здесь:

$$E_p = \sqrt{p_z^2 + m_e^2}, \quad E^{\pm} = \frac{\omega}{2} \pm \frac{q_z}{2} \sqrt{1 - z}, \quad z = \frac{4m_e^2}{q_{\parallel}^2},$$
 
$$f_{\mp}(p) = \frac{1}{e^{\frac{p_0 \mp \mu}{T}} + 1}$$

– равновесные функции распределения электронов и позитронов в плазме, имеющей температуру T и химический потенциал  $\mu$ .

В частных случаях выражение для  $\mathcal{J}^{(+)}$  значительно упрощается и может быть записано в виде:

а) в случае низких энергий фотонов ( $\omega \ll m_e$ )

$$\mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}) \simeq \int_{m_e}^{\infty} dE_p \, \frac{d}{dp_z} \left[ f_{-}(E_p) + f_{+}(E_p) \right] \,; \tag{2.55}$$

б) вблизи первого циклотронного резонанса  $(q_{\scriptscriptstyle \parallel}^2 \simeq 4 m_e^2)$ 

$$\mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}) \simeq \frac{\pi}{2\sqrt{1-z}} \left( \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x + \operatorname{ch} \eta} - 1 \right), \quad x = \frac{\omega}{2T}, \quad \eta = \frac{\mu}{T}; \quad (2.56)$$

в) в случае больших энергий фотонов  $(\omega \gg m_e)$ 

$$\mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}) \simeq z \int_{0}^{\infty} \frac{dp_{z}}{E_{p}} \left[ f_{-}(E_{p}) + f_{+}(E_{p}) \right] . \tag{2.57}$$

В пределе холодной вырожденной плазмы,  $\mu \gg T$ , интеграл  $\mathcal{J}(q_{\scriptscriptstyle \parallel})$  до конца вычисляется, и может быть представлен в виде:

$$\mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel}) = -\frac{z}{2\sqrt{z-1}} \left( \arctan\left[ \frac{z(v_F - v_{\phi}) + v_F(v_{\phi}^2 - 1)}{(v_{\phi}^2 - 1)\sqrt{z-1}} \right] + \arctan\left[ \frac{z(v_F + v_{\phi}) + v_F(v_{\phi}^2 - 1)}{(v_{\phi}^2 - 1)\sqrt{z-1}} \right] \right), \qquad z > 1,$$

$$v_F = \frac{\sqrt{\mu^2 - m_e^2}}{\mu}, \quad v_{\phi} = \frac{\omega}{q_z}.$$
(2.58)

В общем случае зависимость  $\mathcal{J}^{(+)}(q_{_{\parallel}}^2)$  для горячей зарядово- симметричной плазмы представлена на рис. 6 и 7.

Рис. 6: Графики функции  $\mathcal{J}^{(+)}(q_{\parallel})$  при  $q_{\parallel}^2 < 4m_e^2$  и температуре T=5МэВ и  $\mu=0$  при различных значениях  $q_z$ :  $q_z^2/4m_e^2=0$  – сплошная кривая,  $q_z^2/4m_e^2=10$  – показана штрихами,  $q_z^2/4m_e^2=50$  – пунктирная кривая.

Из асимптотических формул и рис. 6 и 7 следует, что в области  $q_{\scriptscriptstyle \parallel}^2 < 4m_e^2$  функция  $\mathcal{J}^{(+)} \leq 0$  и нейтринная светимость будет подавляться электрон-позитронной плазмой, а в области высоких температур, нао-оборот,  $Re~\mathcal{J}^{(+)} \geq 0$  и, следовательно, будет иметь место небольшое усиление нейтринного излучения за счет процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ .

### 5 Процесс $\gamma \gamma \rightarrow \nu \bar{\nu} \gamma$

Влияние магнитного поля на амплитуду процесса  $\gamma \gamma \to \nu \bar{\nu} \gamma$  изучалось в рамках стандартной модели в низкоэнергетическом пределе в

Рис. 7: Тоже, что и на рис. 6 для 
$$Re \, \mathcal{J}^{(+)}(q_{\scriptscriptstyle \parallel})$$
 при  $q_{\scriptscriptstyle \parallel}^2 > 4 m_e^2.$ 

работе [66]. Этот процесс может быть получен из амплитуды перехода  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ , которой соответствует шесть диаграмм Фейнмана с виртуальным фермионом в петле и с перестановкой фотонов, рис. 8. Здесь большой кружок, так же, как и на рис. 4, изображает эффективное слабое взаимодействие фермиона с нейтрино.

Амплитуда процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  при произвольных энергиях фотонов может быть получена из (2.15), (2.16) и (2.21) в виде:

$$\mathcal{M}_{4}^{V} + \mathcal{M}_{4}^{A} = -\frac{8ie^{3}}{\pi^{2}} \frac{B}{B_{e}} \frac{G_{F}}{\sqrt{2}} m_{e}^{2} \times \times (q_{1}\widetilde{\varphi}\varepsilon^{(1)}) (q_{2}\widetilde{\varphi}\varepsilon^{(2)}) (q_{3}\widetilde{\varphi}\varepsilon^{(3)}) [C_{V}(j\widetilde{\varphi}q_{4}) + C_{A}(j\widetilde{\varphi}\widetilde{\varphi}q_{4})] \times \times \frac{1}{D} \{I_{4}(q_{1_{\parallel}}, q_{2_{\parallel}}, q_{3_{\parallel}}) + I_{4}(q_{2_{\parallel}}, q_{1_{\parallel}}, q_{3_{\parallel}}) + I_{4}(q_{1_{\parallel}}, q_{3_{\parallel}}, q_{2_{\parallel}})\}. (2.59)$$

Напомним, что  $C_V$ ,  $C_A$  – векторная и аксиальная константы эффективного  $\nu\nu ee$  - лагранжиана стандартной модели,  $C_V=\pm 1/2+2\sin^2\theta_W,\ C_A=$ 

Рис. 8: Диаграммы Фейнмана для процесса  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  в сильном магнитном поле.

 $\pm 1/2$ , (см. главу 1);  $j_{\alpha}=[\bar{\nu}_e(p'')\gamma_{\alpha}(1+\gamma_5)\nu_e(-p')]$  – фурье-образ нейтринного тока;  $q_4=p'+p''$  – суммарный импульс нейтринной пары;

$$D = (q_1 q_2)_{\parallel} (q_3 q_4)_{\parallel} + (q_1 q_3)_{\parallel} (q_2 q_4)_{\parallel} + (q_1 q_4)_{\parallel} (q_2 q_3)_{\parallel}.$$

Формфактор  $I_4(q_{1_\parallel},q_{2_\parallel},q_{3_\parallel})$  имеет вид:

$$I_{4}(q_{1\parallel}, q_{2\parallel}, q_{3\parallel}) = S_{3}(q_{1\parallel} + q_{2\parallel}, q_{4\parallel}, 0) + S_{3}(q_{1\parallel}, q_{4\parallel}, 0) + + S_{3}(q_{1\parallel} + q_{2\parallel}, q_{1\parallel}, 0) + S_{3}(q_{2\parallel} - q_{3\parallel}, q_{2\parallel}, 0) + + [6m^{2} - (q_{1} + q_{2})_{\parallel}^{2} - (q_{2} - q_{3})_{\parallel}^{2}] S_{4}(q_{1\parallel}, q_{1\parallel} + q_{2\parallel}, q_{4\parallel}, 0).$$
 (2.60)

Используя асимптотики функции H(z), получим:

а) в случае низких энергий фотонов,  $\omega_{1,2,3} \ll m_e$ :

$$\mathcal{M}_{4}^{V} + \mathcal{M}_{4}^{A} \simeq -\frac{2e^{3}}{15\pi^{2}} \frac{B}{B_{e}} \frac{G_{F}}{\sqrt{2}} \frac{1}{m_{e}^{4}} \times (q_{1}\widetilde{\varphi}\varepsilon^{(1)})(q_{2}\widetilde{\varphi}\varepsilon^{(2)})(q_{3}\widetilde{\varphi}\varepsilon^{(3)})[C_{V}(j\widetilde{\varphi}q_{4}) + C_{A}(j\widetilde{\varphi}\widetilde{\varphi}q_{4})], \quad (2.61)$$

в полном согласии с результатами работ [74, 115]. Амплитуда процесса  $\gamma \gamma \to \nu \bar{\nu} \gamma$ , полученная в этом же приближении в работе [66], по нашему мнению, завышена в два раза;

б) при высоких энергиях фотонов,  $\omega_{1,2,3} \gg m_e$ , в главном логарифмическом приближении:

$$\mathcal{M}_{4}^{V} + \mathcal{M}_{4}^{A} \simeq -\frac{8e^{3}}{3\pi^{2}} \frac{G_{F}}{\sqrt{2}} \frac{B}{B_{e}} m_{e}^{4} \times \\
\times (q_{1}\widetilde{\varphi}\varepsilon^{(1)}) (q_{2}\widetilde{\varphi}\varepsilon^{(2)}) (q_{3}\widetilde{\varphi}\varepsilon^{(3)}) [C_{V}(j\widetilde{\varphi}q_{4}) + C_{A}(j\widetilde{\varphi}\widetilde{\varphi}q_{4})] \times \\
\times \frac{1}{q_{1\parallel}^{2} q_{2\parallel}^{2} q_{3\parallel}^{2} q_{4\parallel}^{2}} \ln \frac{\sqrt{q_{1\parallel}^{2} q_{2\parallel}^{2} q_{3\parallel}^{2}}}{m_{e}^{3}}.$$
(2.62)

Этот результат, насколько нам известно, получен впервые.

Подставляя поляризации фотонов из (2.6) в (2.61) и (2.62) и вычисляя стандартным путем сечение процесса  $\gamma \gamma \to \nu \bar{\nu} \gamma$ , получим, что в пределе  $\omega_{1,2,3} \ll m_e$  оно будет в четыре раза меньше, чем соответствующий результат работы [66]. В противоположном пределе  $\omega_{1,2,3} \gg m_e$  сечение может быть представлено в виде:

$$\sigma(\omega_{1,2,3} \gg m_e) \simeq \frac{32 \,\alpha^3 \,G_{\rm F}^2}{3\pi^4} \,\left(\frac{B}{B_e}\right)^2 \times \frac{m_e^8}{q_{1_{\parallel}}^2 q_{2_{\parallel}}^2 q^2} \,\ln^2 \frac{\sqrt{q_{1_{\parallel}}^2 q_{2_{\parallel}}^2}}{m_e^4} J\left(\frac{\sqrt{q_{\parallel}^2}}{2m_e}, \frac{\sqrt{q_{\perp}^2}}{2m_e}\right), \tag{2.63}$$

где  $q=q_1+q_2$  – суммарный импульс начальных фотонов.

Зависимость от импульсов  $q_{\scriptscriptstyle \parallel}$  и  $q_{\scriptscriptstyle \perp}$  определяется интегралом

$$J(x,y) = \int \frac{d^3s}{2\pi s_0(s_0^2 - s_3^2)} \left\{ \overline{C_A^2} + 4(\overline{C_V^2} - \overline{C_A^2}) \frac{x(x - s_0) - y(y - s_1)}{4x(x - s_0) + s_0^2 - s_3^2} \right\} \times \Theta[x(x - s_0) - y(y - s_1)], \tag{2.64}$$

где  $d^3s = ds_1ds_2ds_3$ ,  $s_0 = \sqrt{1 + s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}$ .

Стоящие под знаком интеграла (2.64) константы  $\overline{C}_V^2=0.93$  и  $\overline{C}_A^2=0.75$  – результат суммирования по всем каналам рождения нейтрино типов  $\nu_e,\nu_\mu,\nu_ au$ .

Результат численного вычисления интеграла (2.64) представлен на рис. 9.

Рис. 9: Результат численного расчета функции J(x,y), определенной в формуле (2.64) и входящей в сечение процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  (2.41).

Как уже отмечалось ранее, наблюдаемой величиной в астрофизике является потеря энергии из единицы объема звезды в единицу времени. Она определяется через амплитуду процесса (2.59) следующим образом

$$Q_{\nu} = \frac{(2\pi)^{4}}{2} \sum_{i} \int |\mathcal{M}|^{2} Z_{1} Z_{2} Z_{3} \, \delta^{4}(q_{1} + q_{2} - q_{3} - p' - p'') \times$$

$$\times (E'_{i} + E''_{i}) \, \frac{d^{3}q_{1}}{(2\pi)^{3} 2\omega_{1}} f(\omega_{1}) \, \frac{d^{3}q_{2}}{(2\pi)^{3} 2\omega_{2}} f(\omega_{2}) \times$$

$$\times \frac{d^{3}q_{3}}{(2\pi)^{3} 2\omega_{3}} [1 + f(\omega_{3})] \, \frac{d^{3}p'}{(2\pi)^{3} 2E'_{i}} \, \frac{d^{3}p''}{(2\pi)^{3} 2E''_{i}}.$$

$$(2.65)$$

Здесь  $\mathcal{M} = \mathcal{M}_4^V + \mathcal{M}_4^A$ ,  $E_i'$ ,  $E_i''$  - энергии нейтрино и антинейтрино определенного типа  $i = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ;  $f(\omega) = [\exp(\omega/T) - 1]^{-1}$  – функция плотности равновесного фотонного газа при температуре T. Отметим, что при инте-

грировании по импульсам фотонов в (2.65), так же, как и в (2.42) важно учитывать нетривиальный закон дисперсии фотона в сильном магнитном поле, который определяется поляризационным оператором фотона. Кроме того, в общем случае, необходимо также учитывать большие радиационные поправки, которые сводятся к перенормировке волновой функции фотона,  $Z_1, Z_2, Z_3$ .

### а) Случай низких температур, $T \lesssim m_e$ .

Этот предел впервые был рассмотрен в работе [66] без учета дисперсионных свойств фотонов в сильном магнитном поле. Поэтому имеет смысл уточнить результат работы [66] с учетом замечания к формуле  $(2.61)^4$ . Кроме того, следует сравнить вклад в величину нейтринной светимости за счет канала  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  со вкладом кроссинг канала  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  (канал  $\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma\gamma$  кинематически закрыт в рассматриваемом пределе). Для нахождении светимости за счет канала  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  достаточно в (2.65) сделать замену  $(1+f(\omega_3)) \to f(\omega_3)$  и  $q_3 \to -q_3$ . В случае  $\xi \ll 1$  (при этом  $Z_1 \simeq Z_2 \simeq Z_3 \simeq 1$ ) для величин нейтринных светимостей за счет разрешенных каналов находим следующие значения

$$Q_{\gamma\gamma\to\nu\bar{\nu}\gamma}^{LT} = \frac{16384 \,\alpha^3 G_F^2}{603394666875 \,\pi^2 \,m_e^8} \left(\frac{B}{B_e}\right)^2 T^{17} \times \left\{ 2457 \overline{C_V^2} \left[ 683 \pi^4 \zeta(7) + 13750 \pi^2 \zeta(9) + 25575 \zeta(11) \right] + 22 \overline{C_A^2} \left[ 2764 \pi^6 \zeta(5) + 95823 \pi^4 \zeta(7) + 872235 \pi^2 \zeta(9) + 3992625 \zeta(11) \right] \right\} \simeq 10^{17} \frac{\text{spr}}{\text{c} \cdot \text{cm}^3} \left(\frac{B}{B_e}\right)^2 \left(\frac{T}{m_e}\right)^{17},$$

$$(2.66)$$

 $<sup>^4</sup>$ Численная оценка нейтринной светимости, полученная авторами [66] при температуре  $T \simeq m_e$  является ошибочной.

$$Q_{\gamma\gamma\gamma\to\nu\bar{\nu}}^{LT} = \frac{8192 \,\alpha^3 G_F^2}{3013959375 \,\pi^8 \,m_e^8} \left(\frac{B}{B_e}\right)^2 T^{17} \times \left\{ \overline{C_V^2} \left[ 1901 \pi^{12} \zeta(5) + 11340 \zeta(7) (\pi^{10} + 75600 \zeta^2(5)) \right] + 35 \overline{C_A^2} \left[ 26 \pi^{12} \zeta(5) + 162 \pi^{10} \zeta(7) + 9185400 \zeta^2(5) \zeta(7) + 567 \pi^8 \zeta(9) \right] \right\} \simeq 5.7 \cdot 10^{16} \frac{9 \text{pr}}{\text{c} \cdot \text{cm}^3} \left(\frac{B}{B_e}\right)^2 \left(\frac{T}{m_e}\right)^{17} . \tag{2.67}$$

Здесь, так же, как в (2.64) константы  $\overline{C_V^2}=0.93$  и  $\overline{C_A^2}=0.75$  – результат суммирования по всем каналам рождения нейтрино типов  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ . Из (2.66) и (2.67) видно, что вклад в нейтринную светимость процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  оказывается сравнимым с вкладом реакции  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ , что говорит о необходимости их совместного учета. Кроме того, из сравнения полученных результатов с (2.45) следует, что при температуре T=100кэВ нейтринная светимость процессов  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  и  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  будет меньше светимости реакции  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  при величине магнитного поля  $S \lesssim 250 B_e$ . В более сильном магнитном поле процессы  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  и  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  начинают преобладать над процессом  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\nu$ . Однако в этом случае условие  $\xi \ll 1$  уже не выполняется, что говорит о небходимости учитывать для реакций  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  и  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  дисперсию и перенормировку волновой функции фотона, которые, как было показано в работе [114], могут существенно изменить результат.

### б) Случай высоких температур, $T \gg m_e$ .

С учетом закона дисперсии (2.48), кинематически разрешенными в этом пределе будут каналы  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  и  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$ . Для численных оценок в качестве амплитуды в (2.65) подставляем (2.62) и учитываем, что

в области высоких температур перенормировка волновых функций фотонов несущественна, т.е.  $Z_1 \simeq Z_2 \simeq Z_3 \simeq 1$ . Эти оценки для нейтринной светимости за счет каналов  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  и  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  в зависимости от температуры представлены на рис. 10 и 11 для значений магнитного поля  $B=100B_e$  и  $B=1000B_e$  соответственно.

Рис. 10: Зависимость нейтринной светимости (в  $\frac{3 \mathrm{p} \Gamma}{\mathrm{c} \cdot \mathrm{c} \mathrm{m}^3}$ ) фотонного газа от температуры при  $T \gg m_e$  и  $B = 100 B_e$  для каналов  $\gamma \gamma \gamma \to \nu \bar{\nu}$  (сплошная линия) и  $\gamma \gamma \to \nu \bar{\nu} \gamma$  (штриховая линия).

Из рис. 10 и 11 видно, что так же как и в случае холодного фотонного газа каналы  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  и  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  дают сравнимый вклад в Q. Если теперь провести сравнительный анализ полученных результатов со светимостью двухфотонного процесса  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$ , то мы получим двоякую ситуацию. С одной стороны, светимость горячего фотонного газа за счет каналов  $\gamma\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  и  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}\gamma$  будет сильно подавлена массой электрона по сравнению со светимостью, полученной в рамках стандартной модели за счет канала  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  (формула (2.50)). С другой стороны, нейтринная светимость за счет процессов с тремя фотонами значитель-

Рис. 11: То же, что и на рис. 10 для величины магнитного поля  $B=1000B_e$ .

но превосходит светимость за счет того же двухфотонного процесса, но полученную в рамках модели с нарушенной лево - правой симметрией (формула (2.49)). Таким образом, и в случае  $T\gg m_e$  каналы  $\gamma\gamma\gamma\to\nu\bar{\nu}$  и  $\gamma\gamma\to\nu\bar{\nu}\gamma$  также могут играть определенную роль в механизме нейтринного остывания сверхновой.

### Список литературы

- [1] Raffelt G.G. Stars as Laboratories for Fundamental Physics. Chicago: University of Chicago Press, 1996. 664 p.
- [2] Хлопов М.Ю. Основы космомикрофизики. М.: Едиториал УРСС, 2004. 368 с.
- [3] Клапдор-Клайнгротхаус Г.В., Цюбер К. Астрофизика элементарных частиц. М.: Редакция журнала "Успехи физических наук", 2000. 496 с.
- [4] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the Soft Gamma Repeater SGR 1900+14 // Astrophys. J. 1999. V. 510. No. 2. P. L115-L118.
- [5] Hurley K., Cline T., Mazets E. et al. A giant, periodic flare from the soft gamma repeater SGR1900+14 // Nature 1999. V. 397. P. 41-43.
- [6] Kouveliotou C., Dieters S., Strohmayer T. et al. An X-ray pulsar with a superstrong magnetic field in the soft  $\gamma$ -ray repeater SGR1806 20 //Nature. 1998. V. 393. P.235-237.
- [7] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the soft gamma repeater SGR 1900+14 Astrophys. J. Lett. 1999. V. 510. P. L115-L118.
- [8] Kouveliotou C., Tennant A., Woods P.M. et al. Multiwavelength observations of the soft gamma repeater SGR 1900+14 during its 2001 april activation Astrophys. J. Lett. 2001. V. 558. P. L47-L50.

- [9] Israel G.L., Belloni T., Stella L. et al. Discovery of rapid X-ray oscillations in the tail of the SGR 1806-20 hyperflare. Preprint astro-ph/0505255.
- [10] Бисноватый-Коган Г.С. Взрыв вращающейся звезды как механизм сверхновой // Астрон. журн. 1970. Т. 47. С. 813.
- [11] Duncan R.C., Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars: implications for gamma-ray bursts // Astrophys. J. 1992. V. 392. No. 1. P. L9-L13.
- [12] Bocquet P., Bonazzola S., Gourgoulhon E., Novak J. Rotating neutron star models with magnetic field // Astron. Astrophys. 1995. V. 301. No. 9. P. 757-775.
- [13] Cardall C.Y., Prakash M., Lattimer J.M. Effects of strong magnetic fields on neutron star structure // Astrophys. J. 2001. V. 554. No. 1. P. 322-339.
- [14] Vachaspati T. Magnetic fields from cosmological phase transitions // Phys. Lett. 1991. V. B265. No. 3,4. P. 258-261.
- [15] Ambjørn J., Olesen P. Electroweak magnetism, W-codensation and anti-screening // In: Proc. of 4th Hellenic School on Elementary Particle Physics, Corfu, 1992 (preprint hep-ph/9304220).
- [16] Grasso D., Rubinstein H.R. Magnetic fields in the early Universe // Phys. Rep. 2001. V. 348. No. 3. P. 163-266.

- [17] В. И. Ритус, в сб. Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле, Труды ФИАН СССР, 111 (Наука, Москва, 1979), с. 5;
   А. И. Никишов, там же, с. 152.
- [18] Скобелев В.В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле // Изв. вузов. Физика. 1975. № 10. С. 142-143.
- [19] Loskutov Yu.M., Skobelev V.V. Nonlinear electrodynamics in a superstrong magnetic field // Phys. Lett. 1976. V. A56. No. 3. P. 151-152.
- [20] Скобелев В.В. Фотогенерация нейтрино и аксионов на при стимулирующем влиянии сильного магнитного поля // ЖЭТФ. 2001. Т. 120. № 4. С. 786-796.
- [21] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. The radiative decay of a massive neutrino in the external electromagnetic fields // Phys. Rev. 1996. V. D54. No. 9. P. 5674-5685.
- [22] Mikheev N.V., Parkhomenko A.Ya., Vassilevskaya L.A. Axion in an external electromagnetic field // Phys. Rev. 1999. V. D60. No. 3. P. 035001 (1-11).
- [23] Байер В.Н., Катков В.М. Рождение пары нейтрино при движении электрона в магнитном поле // ДАН СССР. 1966. Т. 171. № 2. С. 313-316.
- [24] Чобан Э.А., Иванов А.Н. Рождение лептонных пар высокоэнергетическими нейтрино в поле сильной электромагнитной волны // ЖЭТФ. 1969. Т. 56. № 1. С. 194-200.

- [25] Борисов А.В., Жуковский В.Ч., Лысов Б.А. Рождение электрон позитронной пары нейтрино в магнитном поле // Изв. вузов. Физика. 1983. № 8. С. 30-34.
- [26] Книжников М.Ю., Татаринцев А.В. Рождение электрон позитронной пары нейтрино в постоянном внешнем поле // Вестн. МГУ. Физ., астрон. 1984. Т. 25. № 3. С. 26-30.
- [27] Borisov A.V., Ternov A.I., Zhukovsky V.Ch. Electron-positron pair production by a neutrino in an external electromagnetic field // Phys. Lett. 1993. V. B318. No. 3. P. 489-491.
- [28] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Neutrino energy and momentum loss through the process  $\nu \to \nu e^- e^+$  in a strong magnetic field // Phys. Lett. 1997. V. B394. No. 1,2. P. 123-126.
- [29] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Нейтринное рождение электрон-позитронных пар в магнитном поле // ЯФ. 1997. Т. 60. № 11.
   С. 2038-2047.
- [30] Борисов А.В., Заморин Н.Б. Рождение электрон позитронной пары в распаде массивного нейтрино в постоянном внешнем поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 9. С. 1647-1656.
- [31] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Rumyantsev D.A. Lepton pair production by high-energy neutrino in an external electromagnetic field // Mod. Phys. Lett. 2000. V. A15. No. 8. P. 573-578.
- [32] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Нейтринное рождение лептонных пар во внешнем электромагнитном поле // ЯФ. 2002.
   Т. 65. № 2. С. 303-306.

- [33] Баталин И.А., Шабад А.Е. Функция Грина фотона в постоянном однородном электромагнитном поле общего вида. // ЖЭТФ. 1971.
   Т. 60. № 3. С. 894-900.
- [34] Tsai W.-Y. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields // Phys. Rev. 1974. V. D10. No. 8. P. 2699-2702.
- [35] Shabad A.E. Photon dispersion in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N.Y.). 1975. V. 90. No. 1. P. 166-195.
- [36] Шабад А.Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // Тр. ФИАН СССР "Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях". М.: Наука, 1988. Т. 192. С. 5-152.
- [37] Гальцов Д.В., Никитина Н.С. Фотонейтринные процессы в сильном поле // ЖЭТФ. 1972. Т. 62. № 6. С. 2008-2012.
- [38] Скобелев В.В. О реакциях  $\gamma \to \nu \bar{\nu}$  и  $\nu \to \gamma \nu$  в сильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. № 4. С. 1263-1267.
- [39] DeRaad Jr. L.L., Milton K.A., Hari Dass N.D. Photon decay into neutrinos in a strong magnetic field // Phys. Rev. 1976. V. D14. No. 12. P. 3326-3334.
- [40] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. The magnetic catalysis of the radiative decay of a massive neutrino in the standard model with lepton mixing // Phys. Lett. 1992. V. B289. No. 1,2. P. 103-108.

- [41] Василевская Л.А., Гвоздев А.А., Михеев Н.В. Распад массивного нейтрино  $\nu_i \to \nu_j \gamma$  в скрещенном поле // Ядер. физ. 1994. Т. 57. N 1. С. 124-127.
- [42] Скобелев В.В. Распад массивного нейтрино в сильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1995. Т. 108. № 1. С. 3-13.
- [43] Zhukovsky V.Ch., Eminov P.A., Grigoruk A.E. Radiative decay of a massive neutrino in the Weinberg - Salam model with mixing in a constant uniform magnetic field // Mod. Phys. Lett. 1996. V. A11. No. 39-40. P. 3119-3126.
- [44] D'Olivo J.C., Nieves J.F., Pal P.B. Cherenkov radiation by massless neutrinos // Phys. Lett. 1996. V. B365. No. 1-4. P. 178-184.
- [45] Ioannisian A.N., Raffelt G.G. Cherenkov radiation by massless neutrinos in a magnetic field // Phys. Rev. 1997. V. D55. No. 11. P. 7038-7043.
- [46] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. Resonance neutrino bremsstrahlung  $\nu \to \nu \gamma$  in a strong magnetic field // Phys. Lett. 1997. V. B410. No. 2-4. P. 211-215.
- [47] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. Photon splitting  $\gamma \to \nu \bar{\nu}$  in an external magnetic field // Phys. Lett. 1998. V. B427. No. 1,2. P. 105-108.
- [48] Василевская Л.А., Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Индуцированное магнитным полем нейтрино-фотонное ννγ-взаимодействие // ЯФ. 1999. Т. 62. № 4. С. 715-722.

- [49] Gell-Mann M. The reaction  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  // Phys. Rev. Lett. 1961. V. 6. No. 2. P. 70-71.
- [50] Crewther R.J., Finjord J., Minkowski P. The annihilation process  $\nu\bar{\nu} \rightarrow \gamma\gamma$  with massive neutrino in cosmology // Nucl. Phys. 1982. V. B207. No. 2. P. 269-287.
- [51] Dodelson S., Feinberg G. Neutrino two-photon vertex // Phys. Rev. 1991. V. D43. No. 3. P. 913-920.
- [52] Levine M.J. The process  $\gamma + \gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}$  // Nuovo Cim. 1967. V. A48. No. 1. P. 67-71.
- [53] Dicus D.A. Stellar energy-loss rates in a convergent theory of weak and electromagnetic interactions // Phys. Rev. 1972. V. D6. No. 4. P. 941-949.
- [54] Dicus D.A., Repko W.W. Photon neutrino scattering // Phys. Rev. 1993. V. D48. No. 11. P. 5106-5108.
- [55] Rosenberg L. Electromagnetic interactions of neutrinos // Phys. Rev. 1963. V. 129. No. 6. P. 2786-2788.
- [56] Cung V.K., Yoshimura M. Electromagnetic interaction of neutrinos in gauge theories of weak interactions // Nuovo Cim. 1975. V. A29. No. 4. P. 557-564.
- [57] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Compton-like interaction of massive neutrinos with virtual photons // Phys. Lett. 1993. V. B299. No. 3-4. P. 367-369.

- [58] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Амплитуда процесса  $\nu_i \gamma^* \to \nu_j \gamma^*$  с виртуальными фотонами и тормозное излучение при рассеянии нейтрино в кулоновском поле ядра // ЯФ. 1993. Т. 56. № 6. С. 108-114.
- [59] Liu J. Low-energy neutrino-two-photon interactions // Phys. Rev. 1991. V. D44. No. 9. P. 2879-2891.
- [60] Shaisultanov R. Photon neutrino interactions in magnetic fields // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. No. 8. P. 1586-1587.
- [61] Chyi T.K., Hwang C.-W., Kao W.F. et al. Neutrino photon scattering and its crossed processes in a background magnetic field // Phys. Lett. 1999. V. B466. No. 2-4. P. 274-280.
- [62] Chyi T.K., Hwang C.-W., Kao W.F. et al. The weak-field expansion for processes in a homogeneous background magnetic field // Phys. Rev. 2000. V. D62. No. 10. P. 105014 (1-13).
- [63] Dicus D.A., Repko W.W. Neutrino photon scattering in a magnetic field // Phys. Lett. 2000. V. B482. No. 1-3. P. 141-144.
- [64] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. Двухфотонное рождение нейтрино в сильном внешнем поле // Вестн. МГУ: физ., астрон. 1981. Т. 22. № 4. С. 10-13.
- [65] Нгуен Ван Хьеу, Шабалин Е.П. О роли процесса  $\gamma + \gamma \to \gamma + \nu + \bar{\nu}$  в нейтринном излучении звезд // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. № 3. С. 1003-1007.

- [66] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. Эффективный лагранжиан  $A^3(\nu\bar{\nu})$  взаимодействия и процесс  $\gamma\gamma \to \gamma(\nu\bar{\nu})$  в двумерном приближении квантовой электродинамики // ТМФ. 1987. Т. 70. № 2. С. 303-308.
- [67] Dicus D.A., Repko W.W. Photon neutrino interactions // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. No. 4. P. 569-571.
- [68] Harris M., Wang J., Teplitz V.L. Astrophysical effects of  $\nu\gamma \to \nu\gamma\gamma$  and its crossed processes. Preprint astro-ph/9707113.
- [69] Abada A., Matias J., Pittau R. Five-leg photon-neutrino interactions // In: Proc. XXIX ICHEP (Vancouver). Preprint hep-ph/9809418.
- [70] Abada A., Matias J., Pittau R. Inelastic photon-neutrino interactions using an effective Lagrangian // Phys. Rev. 1999. V. D59. No. 1. P. 013008 (1-7).
- [71] Abada A., Matias J., Pittau R. Direct computation of inelastic photonneutrino processes in the Standard Model // Nucl. Phys. 1999. V. B543. No. 1-2. P. 255-268.
- [72] Abada A., Matias J., Pittau R. Low-energy photon-neutrino inelastic processes beyond the Standard Model // Phys. Lett. 1999. V. B450. No. 1-3. P. 173-181.
- [73] Dicus D.A., Kao C., Repko W.W.  $\gamma\nu \to \gamma\gamma\nu$  and crossed processes at energies below  $m_W$  // Phys. Rev. 1999. V. D59. No. 1. P. 013005 (1-6).
- [74] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Фоторождение нейтрино на ядрах в сильном магнитном поле // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. № 9.
   С. 531-534.

- [75] Папанян В.О., Ритус В.И. Трехфотонное взаимодействие в интенсивном поле // Тр. ФИАН СССР "Проблемы квантовой электродинамики интенсивного поля". М.: Наука, 1986. Т. 168. С. 120-140.
- [76] Adler S.L., Schubert C. Photon splitting in a strong magnetic field: recalculation and comparison with previous calculations // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. No. 9. P. 1695-1698.
- [77] Baier V.N., Milstein A.I., Shaisultanov R.Zh. Photon splitting in a very strong magnetic field // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. No. 9. P. 1691-1694.
- [78] Байер В.Н., Мильштейн А.И., Шайсултанов Р.Ж. Расщепление фотона в сверхсильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. № 1.
   С. 52-62.
- [79] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Photon splitting above the pair creation threshold in a strong magnetic field // Phys. Lett. 1998. V. B434. No. 1. P. 67-73.
- [80] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Чистяков М.В. Расщепление фотона на два фотона в сильном магнитном поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 9.
   С. 1638-1646.
- [81] Baring M.G. Magnetic photon splitting: The S-matrix formulation in the Landau representation //Phys. Rev. 2000. V. D62. P. 016003 (1-16).
- [82] Weise J.I., Baring M.G., Melrose D.B. Photon splitting in strong magnetic fields: S-matrix calculations //Phys. Rev. 1998. V. D57.
   P. 5526-5538; Erratum //Phys. Rev. 1999. V. D60. P. 099901 (1-2).

- [83] Wilke C., Wunner G. Photon splitting in strong magnetic fields: asymptotic approximation formulas versus accurate numerical results //Phys. Rev. 1997. V. D55. P. 997-1000.
- [84] Weise J.I. Photon splitting in the electromagnetic vacuum // Phys. Rev. 2004. V. D69. P. 105017 (1-16).
- [85] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. The transitions  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  and  $\gamma \to \gamma\gamma$  in a strong magnetic field // In: Proceedings of the Ringberg Euroconference "New Trends in Neutrino Physics", Ringberg Castle, Tegernsee, Germany, 1998. Edited by B. Kniehl, G. Raffelt and N. Schmitz. World Scientific Publishing Co., 1999. P. 245-254.
- [86] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Photon splitting in a strong magnetic field // In: Proceedings of the 10th International Seminar "Quarks-98", Suzdal, Russia, 1998. Edited by F.L. Bezrukov et al. Inst. Nucl. Res., Moscow, 1999. V. 1. P. 299-308.
- [87] Melrose D.B. A relativistic quantum theory for processes in collisionless plasmas //Plasma Phys. 1974. V. 16. P. 845-864.
- [88] Де Ля Инсера В., Феррер Э., Шабад А.Е. Однопетлевые вычисления расщепления фотона в релятивистской квантовой плазме методом функций Грина // Тр. ФИАН СССР. М.: Наука, 1986. Т. 169. С. 183-198.
- [89] Adler S.L. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N.Y.). 1971. V. 67. No. 2. P. 599-647.
- [90] Bulik T. Photon splitting in strongly magnetized plasma // Acta Astronomica. 1998. V. 48. P. 695-710.

- [91] Elmfors P., Skagerstam B. Thermally induced photon splitting // Phys. Lett. 1998. V. B427. No 1-2. P. 197-205.
- [92] Gies H. QED effective action at finite temperature: Two-loop dominance //Phys. Rev. 2000. V. D61. P. 085021 (1-18).
- [93] Martinez Resco J. M., Valle Basagoiti M. A. Matter-induced vertices for photon splitting in a weakly magnetized plasma // Phys. Rev. 2001. V. D64. P. 016006 (1-6).
- [94] Борисов А.В., Вшивцев А.С., Жуковский В.Ч., Эминов П.А. Фотоны и лептоны во внешних полях при конечных температуре и плотности //УФН. 1997. Т. 167. № 3. С. 241-267.
- [95] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 528 с.
- [96] Фрадкин Е.С. Метод функций Грина в теории квантованных полей и квантовой статистике // Тр. ФИАН СССР. М.: Наука, 1965. Т. 29. С. 7-138.
- [97] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика, ч.2. М.: Наука, 1978. 448 с.
- [98] Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. 728 с.
- [99] Имшенник В.С., Надежин Д.К. Сверхновая 1987А в Большом Магеллановом Облаке: наблюдения и теория // УФН. 1988. Т. 156. № 4. С. 561-651.

- [100] Nadyozhin D.K. Five year anniversary of Supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud // In: Particles and Cosmology, Proc. Baksan Int. School, ed. by V.A. Matveev et al. Singapore: World Sci., 1992. P. 153-190.
- [101] Боровков М.Ю., Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Однопетлевая амплитуда перехода  $j \to f\bar{f} \to j'$  во внешнем электромагнитном поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 9. С. 1714-1722.
- [102] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Процесс  $\gamma\gamma\to\nu\bar{\nu}$  в сильном магнитном поле // ЯФ. 2003. Т. 66. № 2. С. 319-327.
- [103] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Обобщенная амплитуда *п*-вершинного однопетлевого процесса в сильном магнитном поле // ЯФ. 2004. Т. 67. № 2. С. 324-331.
- [104] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Превращение фотонной пары в нейтрино в сильном магнитном поле // Актуальные проблемы физики. Выпуск 3: Сборник научных трудов молодых ученых, аспирантов и студентов. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2001. С.31-36.
- [105] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Процесс  $\gamma\gamma \to \nu\bar{\nu}$  в сильно замагниченной электрон-позитронной плазме // Актуальные проблемы физики. Выпуск 4: Сборник научных трудов молодых ученых, аспирантов и студентов. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2003. С.28-34.
- [106] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Обобщенная амплитуда n-вершинного однопетлевого процесса в сильном магнитном

- поле // Исследования по теории элементарных частиц и твердого тела. Выпуск 4: Сборник трудов, посвященный 30-летию кафедры теоретической физики ЯрГУ. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2003. C.47-54.
- [107] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Rumyantsev D.A. General amplitude of the *n*-vertex one-loop process in a strong magnetic field. // In: Proceedings of the 12th International Seminar "Quarks'2002", edited by V.A. Matveev, V.A. Rubakov, S.M. Sibiryakov and A.N. Tavkhelidze. Moscow: Institute for Nuclear Research of Russian Academy of Sciences, 2004, P. 192-201.
- [108] Понтекорво Б.М. Универсальное взаимодействие Ферми и астрофизика // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. № 5. С. 1615-1616.
- [109] Ландау Л.Д. О моменте системы из двух фотонов // ДАН СССР. 1948. Т. 60. С. 207.
- [110] Yang C.N. Selection rules for the dematerialization of a particle into two photons // Phys. Rev. 1950. V. 77. No. 2. P. 242-245.
- [111] Bég M.A.B., Budny R.V., Mohapatra R.N., Sirlin A. Manifest left-right symmetry and its experimental consequences // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 38. No. 22. P. 1252-1255.
- [112] Eidelman S., Hayes K.G., Olive K.A. et al. (Particle Data Group).
  Review of Particle Physics // Phys. Lett. 2004. V. B592. No. 1-4. P. 1-1109.
- [113] Barbieri R., Mohapatra R.N. Limits on right-handed interactions from SN 1987A observations // Phys. Rev. 1989. V. D39. No. 4. P. 1229-1232.

- [114] Chistyakov M.V., Mikheev N.V. Photon neutrino interactions in strong magnetic field //Mod. Phys. Lett. 2002. V. A17. No. 39. P. 2553-2562.
- [115] Gies H., Shaisultanov R.Zh. Axial vector current in an electromagnetic field and low-energy neutrino-photon interactions. // Phys. Rev. 2000. V. D62. No. 7. P. 073003.
- [116] Harding A.C., Baring M.G., Gonthier P.L. Photon splitting cascades in gamma-ray pulsars and the spectrum of PSR1509-58 // Astrophys. J. 1997. V.476. P.246-260.
- [117] Baring M.G., Harding A.C. Radio-quiet pulsars with ultrastrong magnetic fields // Astrophys. J. Lett. 1998. V.507. P.L55-L58.
- [118] Bialynicka-Birula Z., Bialynicki-Birula I. Nonlinear effects in quantum electrodynamics. Photon propagation and photon splitting in an external field // Phys. Rev. 1970. V. D2. No. 10. P. 2341-2345.
- [119] Папанян В.О., Ритус В.И. Поляризация вакуума и расщепление фотонов в интенсивном поле // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. № 6. С. 2231-2241.
- [120] Румянцев Д.А., Чистяков М.В. Расщепление фотона в сильно замагниченной плазме // Лептоны: Юбилейный сборник статей, посвященный 80-летию Э.М. Липманова. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2004. С.171-179.
- [121] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Electroweak processes in external electromagnetic fields. New York: Springer-Verlag, 2003.

- [122] Mikheev N.V., Parkhomenko A.Ya., Vassilevskaya L.A. Magnetic-field influence on radiative axion decay into photons of the same polarization //ЯΦ. 2000. Т. 63 № 6. С. 1122-1125.
- [123] Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization // Phys. Rev. 1951. V. 82. No. 5. P. 664-679.
- [124] Tsai W., Erber T. The propagation of photons in homogeneous magnetic fields: index of refraction. //Phys.Rev. 1975. V. D12. P. 1132-1137.
- [125] Melrose D.B., Stoneham R.J. Vacuum polarization and photon propagation in a magnetic field. //Nuovo Cim. 1976. V. A32. P.435-447.
- [126] Светозарова Г.И. Цытович В.Н. О пространственной дисперсии релятивистской плазмы в магнитном поле //Изв. вузов. Радиофизика. 1962. Т.5. № 4. С. 658-670.
- [127] Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981. 432 с.