

Резонансные процессы в активной среде

Д.А. Румянцев*, Д.М. Шленев** А.А. Ярков***

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова, Россия

В работе рассмотрены различные квантовые процессы с учетом резонанса на виртуальном фермионе.

*E-mail: rda@uniyar.ac.ru

**E-mail: ultrasickdoom@gmail.com

***E-mail: a12l@mail.ru

1 Введение

Нейтронные звёзды, обладая набором экстремальных характеристик, являются природными физическими лабораториями и одними из самых интересных объектов, известных в науке. Особое внимание учёных привлекают радиопульсары и магнитары, обладающие магнитными полями колоссальной напряжённости, к которой очень сложно приблизиться в земных условиях. У магнитного поля имеется характерное значение, называемое критическим, $B_e = m^2/e \simeq 4.41 \times 10^{13} \text{ Гс}$ ¹, при приближении к которому становится необходимым учитывать квантовые эффекты при движении в нём частиц. В радиопульсарах с магнитными полями порядка 10^{12} Гс и магнитарах – до 10^{16} Гс [1–3] такие условия выполняются.

Кроме сильных магнитных полей, в магнитосфере как радиопульсаров, так и магнитаров, присутствует достаточно горячая и плотная электрон-позитронная плазма [1]. Магнитное поле и плазма составляют две компоненты внешней активной среды, присутствие которой значительно изменяет характеристики протекающих в ней микропроцессов. Во-первых, активная среда может изменять закон дисперсии находящихся в ней частиц, что приводит к изменению кинематики процессов и вследствие чего могут открываться реакции и каналы реакций, которые запрещены в вакууме. Во-вторых, активная среда влияет на амплитуды процессов, в результате чего они могут приобретать резонансный характер. Именно эта составляющая влияния внешней активной среды рассматривается в данном обзоре. Вследствие резонанса вклад микропроцессов в макроскопические характеристики астрофизических процессов, такие как светимость и скорость изменения количества частиц, может многократно увеличиваться.

В сильном магнитном поле поперечная составляющая импульса фермиона квантуется. В таком случае энергия фермиона определяется так называемым

¹В работе используется естественная система единиц: $\hbar = c = k = 1$, m – масса электрона, $e > 0$ – элементарный заряд.

уровнем Ландау n и проекцией импульса вдоль магнитного поля p_z :

$$E_n = \sqrt{m_f^2 + p_z^2 + 2|e_f|Bn}, \quad (1)$$

где e_f и m_f - заряд и масса фермиона. Состояние с $n = 0$, в котором фермион движется вдоль силовой линии магнитного поля, называется основным уровнем Ландау.

Можно выделить несколько ситуаций в иерархии параметров среды: магнитного поля, температуры T , химического потенциала μ и энергии фермионов и фотонов, участвующих в реакциях. Предел сильного поля, когда фермионы будут занимать основной уровень Ландау, осуществляется при выполнении условия [4]:

$$\frac{B^2}{8\pi} \gg \frac{\pi^2(n_{e-} - n_{e+})^2}{eB} + \frac{eBT^2}{12}, \quad (2)$$

где n_{e-} и n_{e+} - концентрации электронов и позитронов плазмы. Такие условия могут, в частности, реализовываться в модели вспышки источников мягких повторяющихся гамма-всплесков (SGR) [1, 5], которые, как показывают недавние наблюдения, можно отождествить с магнитарами [6–11].

Даже в магнитарных магнитных полях при значениях плотности плазмы $\rho \geq 10^8$ г/см³, которые могут достигаться в границе между внешней и внутренней корой магнитара, условие 2, при котором магнитное поле является доминирующим параметром, перестаёт выполняться. В результате реакции, в которых имеются фермионы в промежуточном состоянии, могут приобретать резонансный характер. Это происходит вследствие того, что начинают возбуждаться высшие уровни Ландау виртуальных фермионов. Они становятся реальными с определённым законом дисперсии, садятся на массовую поверхность. В этом состоянии они являются нестабильными и распадаются за время, обратно пропорциональное вероятности их перехода на низшие уровни Ландау. Эффективность реакции при этом заметно увеличивается, что может иметь наблюдаемые астрофизические следствия.

Резонанс на фотоне наблюдается аналогичным образом: в активной среде поляризационный оператор фотона имеет реальную часть, которую можно

рассматривать как эффективную массу фотона. В кинематической области, в которой квадрат 4-импульса виртуального фотона будет равен реальной части его поляризационного оператора, виртуальный фотон станет реальным и нестабильным.

Настоящая статья организована следующим образом. В Разделе 2 обсуждаются различные методы представления решения уравнения Дирака во внешнем магнитном поле. В разделе 3 рассматриваются радиационные поправки в магнитном поле к массовому оператору частиц в промежуточном состоянии и получается выражение для пропагатора. Раздел 4 посвящён различным двухвершинным процессам, в которых может реализовываться резонанс на виртуальном фермионе и/или фотоне. В Разделе 5 описываются сингулярности в фазовых объёмах одновершинных процессов и методы их устранения.

2 Фермионы и фотоны во внешнем магнитном поле

2.1 Представление решений уравнения Дирака во внешнем магнитном поле.

В этом разделе обсудим влияние активной среды на волновые функции присутствующих в ней частиц: фермионов и фотонов. В случае фермионов искомые нами волновые функции являются решением уравнения Дирака в присутствии внешнего постоянного, однородного магнитного поля:

$$(i\partial_\mu\gamma^\mu + e_f A_\mu\gamma^\mu - m_f)\Psi_{p,n}^s(X) = 0, \quad (3)$$

где A_μ – 4-потенциал электромагнитного поля, который в калибровке Ландау имеет вид $A^\mu = (0, 0, xB, 0)$. Решением этого уравнения является набор собственных функций любого оператора, который коммутирует с гамильтонианом Дирака во внешнем магнитном поле: $H = \gamma_0(\boldsymbol{\gamma}\mathbf{P}) + m_f\gamma_0 + eA_0$, где $\mathbf{P} = -i\boldsymbol{\Delta} - e_f\mathbf{A}$. Существует два распространенных подхода к выбору этих операторов, подробное описание которых представлено в работах [12–17]. При первом из них, предложенным Джонсоном и Липпманом [18], решения

выбираются как собственные функции оператора обобщенной спиральности, $T_0 = \frac{1}{m_f}(\mathbf{\Sigma}\mathbf{P})$, где $\mathbf{\Sigma} = -\gamma_0\boldsymbol{\gamma}\gamma_5$ – трехмерный оператор спина. При этом две верхние компоненты биспиноров соответствуют состояниям фермиона с проекцией спина на направление магнитного поля, равной $1/2$ и $-1/2$.

Другой подход предложен Соколовым и Терновым [19]. Он состоит в выборе волновых функций как собственных функций ковариантного оператора μ_z , который строится следующим образом:

$$\hat{\mu}_z = m_f \Sigma_z - i\gamma_0\gamma_5 [\mathbf{\Sigma} \times \mathbf{P}]_z . \quad (4)$$

Его можно получить непосредственно из введенного в работе [19] обобщенного оператора спина, являющегося тензором третьего ранга, который можно записать в координатном представлении следующим образом:

$$F_{\mu\nu\lambda} = -\frac{i}{2} (P_\lambda \gamma_0 \sigma_{\mu\nu} + \gamma_0 \sigma_{\mu\nu} P_\lambda) , \quad (5)$$

где $\sigma_{\mu\nu} = (\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu)/2$, и $P_\lambda = i\partial_\lambda - e_f A_\lambda = (i\partial_0 - e_f A_0, -i\boldsymbol{\nabla} - e_f \mathbf{A})$ – оператор обобщенного 4-импульса. Заметим, что в работе [19] ковариантные билинейные формы были построены из матриц Дирака в обкладках биспиноров ψ^\dagger и ψ , тогда как в современной литературе (см., например [20]) билинейные формы строятся из матриц Дирака в обкладках биспиноров $\bar{\psi}$ и ψ . Из пространственных компонент $F_{\mu\nu 0}$ оператора (5) можно построить следующий векторный оператор:

$$\hat{\mu}_i = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} F_{jk0} , \quad (6)$$

где ε_{ijk} – тензор Леви-Чивита. Построенный таким образом объект (6) имеет смысл оператора поляризации [12, 19]. Его можно представить в виде:

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = m_f \mathbf{\Sigma} + i\gamma_0\gamma_5 [\mathbf{\Sigma} \times \hat{\mathbf{P}}] . \quad (7)$$

В нерелятивистском пределе оператор (7), отнесенный к квадрату массы фермиона: $\hat{\boldsymbol{\mu}}/m_f^2$, переходит в обычный оператор Паули для магнитного момента [21], который имеет явную физическую интерпретацию.

Решения уравнения Дирака с фиксированным значением спина, т. е. функции Джонсона являются одним из наиболее широко используемых (см. например [22–27]). Однако эти функции обладают рядом недостатков, которые проявляются при расчете конкретных характеристик процессов с двумя и более вершинами. Так, эти функции некорректно описывают спиновую зависимость конечной ширины распада промежуточного состояния, что приводит к неверным результатам вблизи резонансов, как было показано в работах [28, 29]. Кроме того, их использование сопряжено со значительными вычислительными сложностями, а именно: модуль амплитуды возводится в квадрат с учетом вклада всех диаграмм, суммирования и усреднения по поляризационным состояниям фермионов, вычисления следов от произведений биспиноров и матриц Дирака. С другой стороны, использование функции, предложенных Соколовым и Терновым, правильно описывает сечения процессов вблизи резонанса, а также позволяют найти парциальные вклады в амплитуду каждого поляризационного состояния частиц в отдельности, что упрощает расчеты. Однако, полученные парциальные вклады не обладают лоренц-инвариантностью при преобразованиях вдоль магнитного поля. Инвариантом остается только квадрат модуля амплитуды, просуммированный по всем поляризациям фермиона. В связи с ограничениями на применения волновых функций Джонсона и Липманна в резонансных явлениях, подробно опишем волновые функции в представлении Соколова и Тернова, являющиеся собственными функциями оператора 4:

$$\hat{\mu}_z \Psi_{p,n}^s(X) = s M_n \Psi_{p,n}^s(X), \quad (8)$$

где $s = \pm 1$ определяет проекцию спина вдоль магнитного поля.

Как уже упоминалось во Введении, состояния фермиона квантуются по энергетическим состояниям, которые называются уровни Ландау

$$E_n = \sqrt{p_z^2 + M_n^2}, \quad n = 0, 1, \dots, \quad (9)$$

где введены обозначения $M_n = \sqrt{2\beta + m_f^2}$, $\beta = |e_f|B$. Каждое состояние является бесконечно вырождено по p_z и дважды вырождено по s , кроме со-

стояния $n = 0$, где возможно лишь состояние $s = -1$. Решения уравнения Дирака 3 могут быть представлены следующим образом

$$\Psi_{p,\ell}^s(X) = \frac{e^{-i(E_\ell X_0 - p_y X_2 - p_z X_3)} U_\ell^s(\xi)}{\sqrt{4E_\ell M_\ell(E_\ell + M_\ell)(M_\ell + m_f)L_y L_z}}, \quad (10)$$

где

$$\xi(X_1) = \sqrt{\beta} \left(X_1 - \eta \frac{p_y}{\beta} \right). \quad (11)$$

Далее, используя обозначение для определения знака заряда фермиона $\eta = e_f/|e_f|$, становится удобным представить биспиноры $U_\ell^s(\xi)$ в виде отдельной суммы биспиноров соответствующих положительным и отрицательным зарядам $U_{\ell,\eta}^s(\xi)$:

$$U_\ell^s(\xi) = \frac{1 - \eta}{2} U_{\ell,-}^s(\xi) + \frac{1 + \eta}{2} U_{\ell,+}^s(\xi), \quad (12)$$

где

$$U_{\ell,-}^-(\xi) = \begin{pmatrix} -i\sqrt{2\beta\ell} p_z V_{\ell-1}(\xi) \\ (E_\ell + M_\ell)(M_\ell + m_f) V_\ell(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta\ell} (E_\ell + M_\ell) V_{\ell-1}(\xi) \\ -p_z (M_\ell + m_f) V_\ell(\xi) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

$$U_{\ell,-}^+(\xi) = \begin{pmatrix} (E_\ell + M_\ell)(M_\ell + m_f) V_{\ell-1}(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta\ell} p_z V_\ell(\xi) \\ p_z (M_\ell + m_f) V_{\ell-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta\ell} (E_\ell + M_\ell) V_\ell(\xi) \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$U_{\ell,+}^{-}(\xi) = \begin{pmatrix} i\sqrt{2\beta\ell} p_z V_{\ell}(\xi) \\ (E_{\ell} + M_{\ell})(M_{\ell} + m_f) V_{\ell-1}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta\ell} (E_{\ell} + M_{\ell}) V_{\ell}(\xi) \\ -p_z (M_{\ell} + m_f) V_{\ell-1}(\xi) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

$$U_{\ell,+}^{+}(\xi) = \begin{pmatrix} (E_{\ell} + M_{\ell})(M_{\ell} + m_f) V_{\ell}(\xi) \\ i\sqrt{2\beta\ell} p_z V_{\ell-1}(\xi) \\ p_z (M_{\ell} + m_f) V_{\ell}(\xi) \\ -i\sqrt{2\beta\ell} (E_{\ell} + M_{\ell}) V_{\ell-1}(\xi) \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$V_{\ell}(\xi)$ – нормированные функции гармонического осциллятора, которые следующим образом выражаются через полиномы Эрмита $H_{\ell}(\xi)$ [30]:

$$V_{\ell}(\xi) = \frac{\beta^{1/4} e^{-\xi^2/2}}{\sqrt{2^{\ell} \ell!} \sqrt{\pi}} H_{\ell}(\xi). \quad (17)$$

Далее эти решения уравнения Дирака (10) будут использованы для получения пропагаторов фермионов в разделе 3.

2.2 Поляризационные и дисперсионные свойства фотонов.

Дальнейшее описание квантовых процессов в активной среде без учета поляризационных и дисперсионных свойств фотона невозможно. В свою очередь эти свойства определяются поляризационным оператором фотона $\mathcal{P}_{\alpha\beta}$. Как было показано ранее в работе [31], в общем случае в замагниченной плазме фотон будет обладать эллиптической поляризацией и обладать тремя поляризационными состояниями. Однако в случае, когда магнитное поле является наибольшим параметром задачи $\beta \gg T^2, \omega^2, \mu^2$ (т.н. поледоминирующая среда), векторы поляризации фотона будут такими же, как и в чистом магнитном поле [32]:

$$\varepsilon_{\mu}^{(1)} = \frac{(q\varphi)_{\mu}}{\sqrt{q_{\perp}^2}}, \quad \varepsilon_{\mu}^{(2)} = \frac{(q\tilde{\varphi})_{\mu}}{\sqrt{q_{\parallel}^2}}. \quad (18)$$

Это заведомо выполняется в зарядово-симметричной плазме с $\mu = 0$, что имеет место в большинстве моделей магнитосфер радиопульсаров и магнитаров [33].

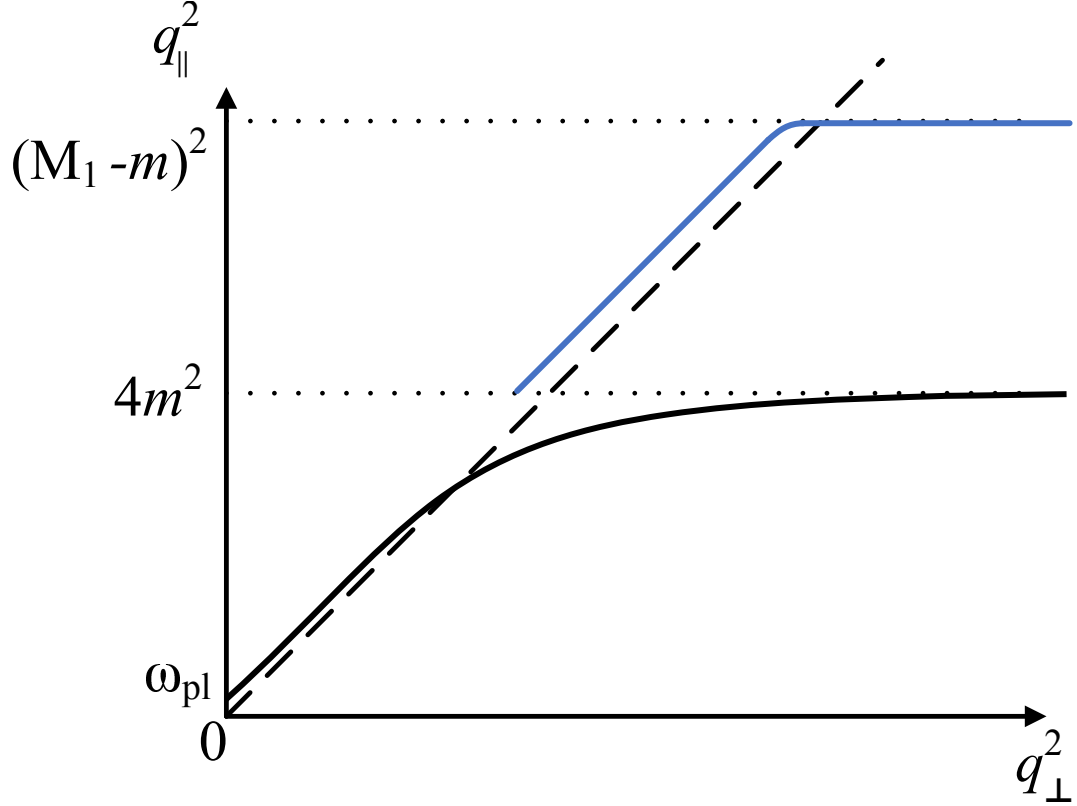


Рис. 1: Закон дисперсии моды 2 в зарядово симметричной плазме при $B \gtrsim B_e$ изображен сплошными линиями. Штриховой линией изображен вакуумный закон дисперсии, который совпадает законом дисперсии фотона моды 1. Дисперсионные кривые следует продолжить схожим образом и на область $q_{\parallel}^2 > (M_1 - m)^2$

Закон дисперсии для фотона моды 1 в рассматриваемой кинематической области незначительно отличается от вакуумного закона $q^2 = 0$. С другой стороны, закон дисперсии моды 2 (см рис. 1) значительно отличается от вакуумного в окрестности циклотронных резонансов [32],

$$q_{\parallel}^2 = (M_n \pm M_{n'})^2, \quad (19)$$

из-за наличия корневых сингулярностей в собственных значениях поляризованного оператора, $\mathcal{P}^{(\lambda)}(q)$, для мод $\lambda = 1, 2$ (за исключением точки

$q_{\parallel}^2 = 4m^2$ для моды 1). Поэтому в этих областях становится важным учет радиационных поправок к собственным значениям поляризационного оператора в замагниченной плазме. Этот учет приводит к перенормировке волновых функций фотона

$$\varepsilon_{\alpha}^{(\lambda)}(q) \rightarrow \varepsilon_{\alpha}^{(\lambda)} \sqrt{Z_{\lambda}}, \quad Z_{\lambda}^{-1} = 1 - \frac{\partial \mathcal{P}^{(\lambda)}(q)}{\partial \omega^2}. \quad (20)$$

3 Представление пропагаторов с учетом мнимой части.

Для вычисления различных физических величин в дальнейшем будет использоваться диаграммная техника Фейнмана. Начиная с двухвершинных процессов в диаграммах будут возникать внутренние фермионные и фотонные линии, которые являются виртуальными частицами и описываются соответствующими пропагаторами. Поэтому представляет интерес дать некоторое описание пропагаторов этих частиц, которые приводят к интересующим нас резонансам.

3.1 Пропагатор фермиона

Есть несколько вариантов представления пропагатора фермиона. Одно из них является точное определение в формализме собственного времени Фока [34]. В этом случае пропагатор фермиона является решением уравнения Дирака с δ -функцией в правой части или так называемой функцией Грина для уравнения Дирака:

$$(i\partial_{\mu}\gamma^{\mu} + e_f A_{\mu}\gamma^{\mu} - m_f)S(X, X') = \delta(X - X'). \quad (21)$$

Выражения для пропагатора являются точными и достаточно громоздкими для последующих вычислений. Поэтому удобно воспользоваться различными разложениями. Предел слабого магнитного поля, например, является актуальным для таких частиц, как W бозоны, так как их критическое поле $B_W = m_W^2/e \simeq 10^{24}$ Гс во много больше магнитных полей, существующих в

природе. С другой стороны, существование магнитных полей порядка критического значения для электрона $B \simeq B_e$ является установленным фактом. В таком случае для частиц, обладающих высоким удельным зарядом, удобно рассматривать пропагатор в виде разложения по уровням Ландау:

$$S(X, X') = \sum_{n,s} S_n^s(X, X'). \quad (22)$$

Для дальнейших вычислений удобно будет использовать следующие волновые функции

$$\phi_{p,\ell}^s(X_1) = \frac{U_\ell^s[\xi(X_1)]}{\sqrt{2M_\ell(E_\ell + M_\ell)(M_\ell + m_f)}}. \quad (23)$$

Используя точные решения уравнения Дирака 10 пропагатор можно представить следующим образом:

$$\hat{S}_n^s(X, X') = \int \frac{dp_0 dp_y dp_z}{(2\pi)^3} \frac{e^{-i(p(X-X'))_\parallel + ip_y(X_2-X'_2)}}{p_\parallel^2 - M_n^2 - \mathcal{R}_\Sigma^s(p) + i\mathcal{I}_\Sigma^s(p)} \phi_{p,n}^s(X_1) \bar{\phi}_{p,n}^s(X'_1), \quad (24)$$

где $\mathcal{R}_\Sigma^s(p)$ и $\mathcal{I}_\Sigma^s(p)$ – реальная и мнимая части массового оператора фермиона. Для их получения требуется вычислить радиационные поправки к массе фермиона в замагниченной плазме. Реальная часть массового оператора $\mathcal{R}_\Sigma^s(p)$ и $\mathcal{I}_\Sigma^s(p)$ определяет изменение закона дисперсии фермиона в присутствии замагниченной плазмы. Для случая сильного магнитного поля $B \gtrsim B_e$ без учета плазмы лидирующий вклад в сдвиг массы фермиона, находящегося на основном уровне Ландау, описывается квадратом логарифмической функцией [35]:

$$\mathcal{R}_\Sigma^s(p) = \frac{\alpha}{4\pi} m_f \ln^2(2\beta/m_f^2). \quad (25)$$

Даже для достаточно больших значений магнитного поля эта добавка является несущественной.

3.2 Пропагатор фотона

4 Резонансные двухвершинные процессы

4.1 Резонанс на виртуальном фотоне.

4.2 Резонанс на виртуальном электроне (фермионе).

4.3 Резонанс на виртуальном электроне и виртуальном фотоне.

5 Сингулярности в фазовых объемах одновершинных процессов и методы их устранения.

6 Заключение

Список литературы

- [1] Thompson C., Duncan R. C. The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars - I. Radiative mechanism for outbursts // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1995. Vol. 275. P. 255–300.
- [2] Thompson C., Duncan R. C. The soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars. II. Quiescent neutrino, X-Ray, and Alfvén wave emission // Astrophys. J. 1996. Vol. 473. P. 322–342.
- [3] Thompson C., Lyutikov M., Kulkarni S. R. Electrodynamics of magnetars: implications for the persistent x-ray emission and spindown of the soft gamma repeaters and anomalous x-ray pulsars // Astrophys. J. 2002. Vol. 574, no. 1. P. 332–355.
- [4] Румянцев . ., Чистяков . . Влияние фотон-нейтринных процессов на остывание магнитара // ЖЭТФ. 2008. Т. 134, № 4. С. 627–636.
- [5] Бисноватый-Коган . ., Чечеткин . . Неравновесные оболочки нейтронных звезд, их роль в поддержании рентгеновского излучения и нуклеосинтезе // Усп. физ. наук. 1979. Т. 127, № 2. С. 263–296.
- [6] Kouveliotou C. et al. An X-ray pulsar with a superstrong magnetic field in the soft gamma-ray repeater SGR 1806-20. // Nature. 1998. Vol. 393. P. 235–237.
- [7] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the soft gamma repeater SGR 1900+14 // Astrophys. J. 1999. Vol. 510. P. L115–118.
- [8] Gavril F. P., Kaspi V. M., Woods P. M. Magnetar - like x-ray bursts from an anomalous x-ray pulsar // Nature. 2002. Vol. 419. P. 142–144.
- [9] Ibrahim A. I., Safi-Harb S., Swank J. H. et al. Discovery of cyclotron resonance features in the soft gamma repeater SGR 1806-20 // Astrophys. J. 2002. Vol. 574. P. L51–L55.

- [10] Ibrahim A. I., Swank J. H., Parke W. New evidence for proton cyclotron resonance in a magnetar strength field from SGR 1806-20 // *Astrophys. J.* 2003. Vol. 584. P. L17–L22.
- [11] Olausen S. A., Kaspi V. M. The McGill magnetar catalog // *Astrophys. J. Suppl.* 2014. Vol. 212, no. 1. P. 6.
- [12] Melrose D. B., Parle A. J. Quantum electrodynamics in strong magnetic fields. I Electron States // *Aust. J. Phys.* 1983. Vol. 36. P. 755–774.
- [13] Соколов . ., Тернов . . Релятивистский электрон. Москва: Наука, 1983. 304 с.
- [14] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. Electroweak processes in external electromagnetic fields. New York: Springer-Verlag, 2003. 120 p.
- [15] Bhattacharya K., Pal P. B. Inverse beta decay of arbitrarily polarized neutrons in a magnetic field // *Pramana J. Phys.* 2004. Vol. 62. P. 1041–1058.
- [16] Balantsev I. A., Popov Yu. V., Studenikin A. I. On the problem of relativistic particles motion in strong magnetic field and dense matter // *J. Phys.* 2011. Vol. A44. P. 255301 (1–13).
- [17] Kuznetsov A., Mikheev N. Electroweak processes in external active media. 2013. Vol. 252. P. pp 1–271.
- [18] Johnson M. H., Lippmann B. A. Motion in a constant magnetic field // *Physical Review.* 1949. Vol. 76, no. 6. P. 828–832.
- [19] Соколов . ., Тернов . . Синхротронное излучение. М.: Наука, 1966. 228 с.
- [20] Пескин ., Шредер . Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: РХД, 2001. 784 с.
- [21] Ландау . ., Лифшиц . . Квантовая механика. Нерелятивистская теория. Москва: Наука, 1989. 768 с.

- [22] Canuto V. Quantum processes in strong magnetic fields // Ann. N. Y. Acad. Sci. 1975. Vol. 257, no. 1. P. 108–126.
- [23] Harding A. K., Daugherty J. K. Cyclotron Resonant Scattering and Absorption // Astrophys. J. 1991. Vol. 374. P. 687–699.
- [24] Suh I.-S., Mathews G. J. Weak reaction freeze-out constraints on primordial magnetic fields // Phys. rev. D. 1999. Vol. 59, no. 12. P. 123002.
- [25] Gonthier P. L., Harding A. K., Baring M. G. et al. Compton Scattering in Ultrastrong Magnetic Fields: Numerical and Analytical Behavior in the Relativistic Regime // Astrophys. J. 2000. Vol. 540, no. 2. P. 907–922.
- [26] Jones P. B. Electron-positron bremsstrahlung and pair creation in very high magnetic fields // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2010. Vol. 409, no. 4. P. 1719–1727.
- [27] Melrose D. B. Quantum kinetic theory for unmagnetized and magnetized plasmas // Rev. Mod. Plasma Phys. 2020. Vol. 4, no. 8.
- [28] Graziani C. Strong-Field Cyclotron Scattering. I. Scattering Amplitudes and Natural Line Width // Astrophys. J. 1993. Vol. 412. P. 351–362.
- [29] Gonthier P. L., Baring M. G., Eiles M. T. et al. Compton scattering in strong magnetic fields: Spin-dependent influences at the cyclotron resonance // Phys. Rev. 2014. Vol. D90, no. 4. P. 043014.
- [30] Градштейн . ., Рыжик . . Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Москва: Гос. изд-во физ.-мат. лит., 1963. 1108 с.
- [31] Шабад . . Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // Тр. ФИАН СССР “Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях”. 1988. Т. 192. С. 5–152.
- [32] Chistyakov M. V., Romyantsev D. A. Compton effect in strongly magnetized plasma // Int. J. Mod. Phys. 2009. Vol. A24. P. 3995–4008.

- [33] Beloborodov A. M., Thompson C. Corona of magnetars // *Astrophys. J.* 2007. Vol. 657, no. 2. P. 967–993.
- [34] Schwinger J. On Gauge Invariance and Vacuum Polarization // *Phys. Rev.* 1951. — Jun. Vol. 82. P. 664–679.
- [35] Jancovici B. Radiative Correction to the Ground-State Energy of an Electron in an Intense Magnetic Field // *Phys. Rev.* 1969. Vol. 187. P. 2275–2276.