

ыртр I

Нейтринное рождение лептонных пар во внешнем электромагнитном поле

1 Введение

Как уже отмечалось, интенсивное электромагнитное поле делает возможными процессы, кинематически запрещенные в вакууме, такие, например, как нейтринное рождение лептонных пар $\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+$ ($\ell = e, \mu, \tau$). Отметим, что в силу специфической кинематики заряженной частицы в электромагнитном поле $\ell^- \ell^+$ -пара может иметь достаточно большой по абсолютной величине пространственноподобный суммарный импульс, поэтому для ультрарелятивистских нейтрино процесс становится чисто диагональным по аромату нейтрино и нечувствительным к его массе, а также к смешиванию в лептонном секторе.

При этом возможна ситуация, когда при движении релятивистской частицы в относительно слабом электромагнитном поле, $F < B_e$ ($F = E$ и/или B), так называемый полевой динамический параметр $e(p_\alpha F_{\alpha\beta} F_{\beta\sigma} p_\sigma)^{1/2}$ может оказаться самым большим размерным параметром задачи, здесь p_α — 4-импульс частицы, $F_{\alpha\beta}$ — тензор внешнего электромагнитного поля. Тогда в системе покоя этой частицы поле может заметно превышать критическое значение и будет очень близко к скрещенному полю. Следовательно, вычисления в скрещенном поле представляют самостоятельный интерес. Мы будем использовать технику расчетов, развитую в работах А.И. Никишова и В.И. Ритуса, см., например [17].

Исследование процесса нейтринного рождения электрон - позитрон-

ных пар в пределе скрещенного поля имеет довольно длинную историю [24–32, 42]. Уже в первой из указанных работ [24] была найдена правильная зависимость лидирующего вклада в вероятность от динамического параметра χ ,

$$\chi^2 = \frac{e^2(PFFP)}{m_e^6},$$

в главном логарифмическом приближении, вида $\sim \chi^2 \ln \chi$, однако числовой коэффициент был ошибочным. В последующих работах проводилось уточнение этого коэффициента и вычисление пост-логарифмических поправок, которые могут оказаться весьма существенными при не очень большом значении $\ln \chi$.

Следует отметить, что по самой постановке задачи речь может идти только об ультрарелятивистском нейтрино, которое, благодаря киральному характеру его взаимодействия в рамках стандартной модели, существует практически только левополяризованным, даже в том случае, когда его масса отлична от нуля. Это утверждение остается в силе, даже если допустить существование у нейтрино экзотических свойств, которые могли бы приводить в определенных физических условиях к деполаризационным эффектам (до сих пор не наблюдавшимся). Непонимание того, что в природе не бывает неполяризованных ультрарелятивистских нейтринных потоков, часто приводило к появлению ошибочного фактора $1/2$ в формулах для вероятностей процессов с нейтрино в начальном состоянии из-за нефизического усреднения по его поляризациям, см. например [30, 42].

В результатах для вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ в скрещенном поле, полученных в указанных работах, имеются существенные различия. В работе [30], посвященной изучению распада массивного нейтрино

$\nu_i \rightarrow \nu_j e^- e^+$ ($m_i > m_j + 2m_e$) во внешнем поле, также проводилось сравнение различных формул для вероятности процесса, однако в [30] говорится о взаимном согласии результатов, которое, по нашему мнению, отсутствует.

Действительно, вероятность процесса в пределе $\chi \gg 1$ можно представить в следующем виде

$$W(\nu \rightarrow \nu e^- e^+) = K W_0 \chi^2 \left(\ln \chi - \frac{1}{2} \ln 3 - \gamma_E + \Delta \right), \quad (1.1)$$

где

$$W_0 = \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_e^6}{27\pi^3 E}, \quad (1.2)$$

$\gamma_E = 0.577\dots$ – постоянная Эйлера, E – энергия начального нейтрино. Константы K и Δ , входящие в выражение (1.1), были получены разными авторами в следующем виде, см. таблицу 1. При этом в работах [24, 30] вычисление проводилось с учетом электрон - нейтринного взаимодействия только через W - бозон. Для сравнения формулы (1.1) с результатами этих работ нужно положить в ней соответственно $C_V = C_A = 1$ [24] и $C_V = C_A = |U_{ei}U_{e3}|$ [30]. Потеря фактора m_e/E в формулах для вероятности статьи [26] является не числовой, а физической ошибкой, так как ведет к утрате релятивистской инвариантности величины EW .

Как уже отмечалось, формула (1.1) для вероятности описывает достаточно частный случай $\ln \chi \gg 1$. В то же время в ряде физических задач реализуется ситуация, когда динамический параметр принимает умеренно большие значения, так что $\chi \gg 1$, однако $\ln \chi \sim 1$. При этом приближение скрещенного поля применимо, но упомянутое условие $\ln \chi \gg 1$ не выполняется, и в формуле (1.1) необходим учет следующих членов разложения по обратным степеням большого параметра χ . Содержащиеся в

Таблица 1: Константы K и Δ из выражения (1.1), полученные в разных работах

		K	Δ
Чобан, Иванов	1969 [24]	$\frac{29}{1024\pi}$	—
Борисов и др.	1983 [25]	1	$-2 \ln 2 - \frac{389}{384} + \frac{9}{128} \frac{C_V^2 - C_A^2}{C_V^2 + C_A^2}$
Книжников и др.	1984 [26]	$\frac{9}{16} \frac{E}{m_e}$	—
Борисов и др.	1993 [27]	$\frac{1}{2}$	$+\frac{5}{4}$
Кузнецов, Михеев	1997 [29]	1	$-\frac{29}{24}$
Борисов, Заморин	1999 [30]	$\frac{1}{2}$	$-\frac{29}{24}$

перечисленных статьях формулы для произвольных значений χ имеют вид многократных интегралов и неудобны для анализа.

Таким образом, задача вычисления вероятности нейтринного рождения лептонной (электрон-позитронной или мюонной) пары в скрещенном поле при произвольном значении параметра χ представляется актуальной. В то же время анализ нейтринного рождения e^-e^+ - и $\mu^-\mu^+$ -пар будет в определенном смысле неполным без рассмотрения процессов с рождением $e^-\mu^+$ - и $e^+\mu^-$ -пар за счет стандартного μ -распадного взаимодействия, поскольку последние процессы кинематически более открыты, нежели рождение $\mu^-\mu^+$ -пары. В настоящей главе мы приведем найденное нами достаточно простое выражение для вероятности процесса $\nu_i \rightarrow \nu_j \ell_n^- \ell_m^+$, удобное для численного анализа. Основные результаты этой главы опубликованы в работах [31, 32].

2 Расчет дифференциальной вероятности на основе решений уравнения Дирака

Мы будем рассматривать случай относительно малых передач импульса, $|q^2| \ll m_W^2$. При этом слабое взаимодействие нейтрино с лептонами можно описывать в локальном пределе эффективным лагранжианом самого общего вида

$$\mathcal{L} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\ell}_n \gamma_\alpha (C_V + C_A \gamma_5) \ell_m] [\bar{\nu}_j \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \nu_i]. \quad (1.3)$$

Здесь C_V , C_A – векторная и аксиальная электрослабые константы

$$\begin{aligned} C_V &= U_{in} U_{jm}^* - \frac{1}{2} \delta_{ij} \delta_{nm} (1 - 4 \sin^2 \theta_W), \\ C_A &= U_{in} U_{jm}^* - \frac{1}{2} \delta_{ij} \delta_{nm}, \end{aligned}$$

где индексы i, j нумеруют состояния нейтрино с определенными массами, U_{in} – элементы матрицы смешивания в лептонном секторе. Без учета смешивания, $U_{in} = \delta_{in}$ (как уже отмечалось, для рассматриваемого процесса во внешнем поле эффекты смешивания в лептонном секторе несущественны), константы лагранжиана (1.3) для конкретных процессов принимают следующий вид.

В случае, когда вклад дает обмен как Z -, так и W -бозоном,

$$\nu_e \rightarrow \nu_e e^- e^+, \nu_\mu \rightarrow \nu_\mu \mu^- \mu^+, \quad C_V = 1/2 + 2 \sin^2 \theta_W, C_A = 1/2. \quad (1.4)$$

Для процессов, где присутствует только обмен Z -бозоном,

$$\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu e^- e^+, \nu_e \rightarrow \nu_e \mu^- \mu^+, \quad C_V = -1/2 + 2 \sin^2 \theta_W, C_A = -1/2, \quad (1.5)$$

где θ_W – угол Вайнберга.

Для процессов обратного μ -распада, где присутствует только W -бозон

$$\nu_\mu \rightarrow \nu_e \mu^- e^+, \nu_e \rightarrow \nu_\mu e^- \mu^+, \quad C_V = 1, C_A = 1. \quad (1.6)$$

Используя лагранжиан нейтрино-лептонного взаимодействия (1.3) и решения для электрона и позитрона в скрещенном поле, приведенные в формуле (А.3) приложения А, обобщенные на случай лептонов с массами m_1 и m_2 (будем считать, что $m_1 \geq m_2$), получаем S -матричный элемент процесса $\nu(P) \rightarrow \nu(P') + \ell_1(p) + \bar{\ell}_2(p')$ в следующем виде

$$\begin{aligned} S_{if} &= i \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2EV2E'V2\varepsilon V2\varepsilon'V}} \times \\ &\times \int d^4x \exp \left[-i \left((Qx) - r^3 \varkappa^3 (\varphi_0 \varphi^2 + \frac{1}{3} \varphi^3) \right) \right] \times \\ &\times \left[\bar{u}(p) \left(1 - \frac{e \hat{a} \hat{k}}{2(kp)} \varphi \right) \hat{j}(C_V + C_A \gamma_5) \left(1 + \frac{e \hat{k} \hat{a}}{2(kp')} \varphi \right) u(-p') \right], \end{aligned} \quad (1.7)$$

где j_α – нейтринный ток, и введены обозначения: $Q = P - P' - p - p' = q - p - p'$,

$$r = \left(\frac{\chi_q}{2\chi_1\chi_2} \right)^{1/3}, \quad \varkappa^2 = -\frac{e^2(aa)}{m_1^2}, \quad \varphi_0 = -\frac{e(qFp)}{m_1^4 \varkappa \chi_q}. \quad (1.8)$$

Кроме того удобно ввести следующие инварианты:

$$\begin{aligned} \chi_q &= \left(\frac{e^2(qFFq)}{m_1^6} \right)^{1/2} = \frac{\varkappa(qk)}{m_1^2}, \\ \chi_1 &= \left(\frac{e^2(pFFp)}{m_1^6} \right)^{1/2} = \frac{\varkappa(pk)}{m_1^2}, \\ \chi_2 &= \left(\frac{e^2(p'FFp')}{m_1^6} \right)^{1/2} = \frac{\varkappa(p'k)}{m_1^2}, \\ \chi &= \left(\frac{e^2(PFFP)}{m_1^6} \right)^{1/2} = \frac{\varkappa(Pk)}{m_1^2}. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Выбирая систему отсчета, в которой

$$k^\mu = (k_0, k_0, 0, 0), \quad a^\mu = (0, 0, -a, 0), \quad (1.10)$$

при этом фаза φ и напряженности электрического и магнитного полей $\vec{\mathcal{E}}$ и \vec{B} принимают вид

$$\varphi = (kx) = k_0(t - x), \quad \vec{\mathcal{E}} = (0, \mathcal{E}, 0), \quad \vec{B} = (0, 0, B), \quad \mathcal{E} = B = k_0 a,$$

можем записать

$$(Qx) = (Q_0 - Q_x)t - Q_y y - Q_z z + s\varphi, \quad s = \frac{Q_x}{k_0},$$

и интегрирование по координате x удобно заменить на интегрирование по переменной φ .

Снимая интегралы по t, y, z , преобразуем S -матричный элемент (1.7) к виду

$$\begin{aligned} S_{if} &= \frac{iG_F(2\pi)^3\delta^2(\vec{Q}_\perp)\delta((kQ))}{\sqrt{2}\sqrt{2EV}2E'V2\varepsilon V2\varepsilon'V} \int_{-\infty}^{\infty} d\varphi \left[\bar{u}(p)\gamma_\mu L^{\mu\nu} j_\nu (C_V + C_A\gamma_5)u(-p') \right] \times \\ &\times \exp \left[-i \left(s\varphi - r^3 \varkappa^3 (\varphi_0 \varphi^2 + \frac{1}{3} \varphi^3) \right) \right], \end{aligned} \quad (1.11)$$

где

$$L^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} + \kappa_- F^{\mu\nu} \varphi + i\kappa_+ \gamma_5 \tilde{F}^{\mu\nu} \varphi - \frac{e^2 \varkappa^2}{2m_1^4 \chi_1 \chi_2} (FF)^{\mu\nu} \varphi^2, \quad (1.12)$$

$$\kappa_\pm = \frac{e\varkappa}{2m_1^2} \left(\frac{1}{\chi_1} \pm \frac{1}{\chi_2} \right). \quad (1.13)$$

Совершая в интеграле сдвиг по переменной φ , $\varphi \rightarrow \varphi - \varphi_0$, можно избавиться от членов в показателе экспоненты, пропорциональных φ^2 :

$$s\varphi - r^3 \varkappa^3 (\varphi_0 \varphi^2 + \frac{1}{3} \varphi^3) \rightarrow \bar{s}\varphi - \frac{1}{3} r^3 \varkappa^3 \varphi^3 + A,$$

где

$$\bar{s} = s + r^3 \kappa^3 \varphi_0^2,$$

а величина A , не зависящая от φ , приведет к появлению в S -матричном элементе постоянного фазового множителя, который несуществен. С учетом симметричности пределов интегрирования данная процедура сдвига по φ позволяет выразить результаты через функцию Эйри:

$$\Phi(y) = \int_0^\infty dz \cos \left(yz + \frac{z^3}{3} \right), \quad (1.14)$$

которая удовлетворяет уравнению

$$\Phi''(y) - y\Phi(y) = 0. \quad (1.15)$$

При этом имеющиеся интегралы по φ запишутся в следующем виде:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\varphi \exp \left(-i(\bar{s}\varphi - \frac{1}{3}r^3 \kappa^3 \varphi^3) \right) = \frac{2}{r\kappa} \Phi(y), \quad (1.16)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\varphi \varphi \exp \left(-i(\bar{s}\varphi - \frac{1}{3}r^3 \kappa^3 \varphi^3) \right) = -\frac{2i}{r^2 \kappa^2} \Phi'(y), \quad (1.17)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\varphi \varphi^2 \exp \left(-i(\bar{s}\varphi - \frac{1}{3}r^3 \kappa^3 \varphi^3) \right) = -\frac{2}{r^3 \kappa^3} \Phi''(y), \quad (1.18)$$

где

$$y = -\frac{\bar{s}}{r\kappa}. \quad (1.19)$$

Вероятность процесса определяется выражением

$$W(\nu \rightarrow \nu \ell_1 \bar{\ell}_2) = \frac{1}{T} \int |S_{if}|^2 \frac{d^3 P' V}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p V}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p' V}{(2\pi)^3} \quad (1.20)$$

При подстановке матричного элемента следует, как обычно, учесть, что

$$\delta^2(\vec{Q}_\perp = 0) = \frac{L_y L_z}{(2\pi)^2}, \quad \delta(kQ = 0) = \frac{T}{2\pi k_0}.$$

Интегрирование с δ -функциями по импульсам одного из лептонов дает

$$\int \frac{d^3 p'}{E'} \delta^2(\vec{Q}_\perp) \delta(kQ) \{ \dots \} = \frac{\varkappa}{m_1^2 \chi_2} \{ p' \rightarrow q - p - sk; \chi_2 \rightarrow \chi_q - \chi_1 \}.$$

Для интегрирования по импульсам второго лептона удобно ввести переменные τ и u

$$\tau = \frac{e(q\tilde{F}p)}{m_1^4 \chi_q}, \quad u = 1 - 2\frac{\chi_1}{\chi_q}, \quad (1.21)$$

так что

$$\chi_1 = \frac{1-u}{2} \chi_q, \quad \chi_2 = \frac{1+u}{2} \chi_q, \quad (1.22)$$

при этом

$$\int \frac{d^3 p}{E} \frac{1}{\chi_2} = \frac{2m_1^2 \varkappa}{\chi_q} \int_{-1}^1 \frac{du}{1-u^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int d\varphi_0,$$

но, как показывает расчет, подынтегральное выражение не содержит зависимости от φ_0 . Вспоминая связь между φ и x , заключаем, что интеграл по φ_0 отражает произвол выбора точки начала отсчета координаты x . При решении задачи в конечном объеме квантования $V = L_x L_y L_z$ область интегрирования по φ_0 конечна и равна $k_0 L_x$, т. е.

$$\int d\varphi_0 = k_0 \int dx_0 = k_0 L_x.$$

Аргумент функции Эйри (1.19) в обозначениях (1.21) имеет вид

$$y = r^2 \left(\tau^2 + 1 - \frac{\chi_1 \chi_2}{\chi_q^2} \frac{q^2}{m_1^2} - \frac{\chi_1}{\chi_q} (1 - \lambda^2) \right), \quad (1.23)$$

$$r = \left(\frac{2}{\chi_q (1 - u^2)} \right)^{1/3}, \quad \lambda = \frac{m_2}{m_1}.$$

Для вероятности процесса получаем следующее выражение

$$\begin{aligned}
W = & \frac{G_F^2(C_V^2 + C_A^2)m_1^2}{2(2\pi)^6 E} \int \frac{d^3 P'}{E'} \int_{-1}^1 r du \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \times \\
& \times \left\{ -i_0 \left[\left(-\frac{\tau^2(1+3u^2)}{1-u^2} + \frac{q^2}{4m_1^2}(1+u^2) + \frac{1}{2} u (1-\lambda^2) + \lambda \right) \times \right. \right. \\
& \times \left. \left[\Phi(y) \right]^2 + \frac{1}{2} r \chi_q (1+3u^2) \left[\Phi'(y) \right]^2 \right] - \\
& - i_1 \left[\frac{1}{\chi_q^2} \left(\frac{q^2(1-3u^2)}{4m_1^2} - \frac{q^2}{m_1^2} - \frac{1}{2}(1-\lambda^2) \left(1-\lambda^2 + \frac{q^2(1-3u)}{m_1^2} \right) + \right. \right. \\
& + \left. \left. 2r^3 \chi_q \tau^2 \left(\frac{q^2(1+3u^2)}{4m_1^2} - (1-\lambda)^2 \right) \right) \right] \left[\Phi(y) \right]^2 - \\
& - \frac{2r}{\chi_q} \left(\frac{q^2(1+3u^2)}{4m_1^2} - (1-\lambda)^2 \right) \left[\Phi'(y) \right]^2 + \\
& + i_2 \left(-2 \frac{\tau^2}{\chi_q^2} \left[\Phi(y) \right]^2 + \frac{r}{\chi_q} (1-u^2) \left[\Phi'(y) \right]^2 \right) + \\
& + i_4 \frac{r^2}{\chi_q^2} \left[(1+u^2)(1-\lambda^2) + 2u(1-\lambda)^2 - \frac{q^2}{m_1^2} u(1-u^2) \right] \Phi(y) \Phi'(y) + \\
& + \frac{2C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} \lambda \left[i_0 \left[\Phi(y) \right]^2 + 4i_1 \frac{r}{\chi_q} \left(-r^2 \tau^2 \left[\Phi(y) \right]^2 + \left[\Phi'(y) \right]^2 \right) + \right. \\
& + \left. 4i_4 \frac{r^2}{\chi_q^2} u \Phi(y) \Phi'(y) \right] + \\
& + \frac{8C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \left[i_3 \left(1 - \frac{1}{2}(1-\lambda^2)(1-u) - \frac{q^2(1-u^2)}{4m_1^2} \right) \frac{r^2}{\chi_q^2} \Phi(y) \Phi'(y) + \right. \\
& + \left. i_5 \left(\frac{1}{4\chi_q^2} \left(1-\lambda^2 + \frac{q^2}{m_1^2} u - \frac{8\tau^2 u}{1-u^2} \right) \left[\Phi(y) \right]^2 + \frac{r}{\chi_q} u \left[\Phi'(y) \right]^2 \right) \right] \Big\}, \tag{1.24}
\end{aligned}$$

где введены инварианты, построенные из нейтринного тока и тензора

ПОЛЯ

$$\begin{aligned}
i_0 &= (jj^*), \quad i_1 = \frac{e^2(jFFj^*)}{m_1^4}, \quad i_2 = \frac{e^2(q\tilde{F}j)(q\tilde{F}j^*)}{m_1^6}, \\
i_3 &= \frac{e^3\text{Re}[(q\tilde{F}j)(qFFj^*)]}{m_1^8}, \quad i_4 = -i\frac{e^3\text{Im}[(qFj)(qFFj^*)]}{m_1^8}, \\
i_5 &= -i\frac{e^2\text{Im}[(qFj)(q\tilde{F}j^*)]}{m_1^6}.
\end{aligned} \tag{1.25}$$

Для вычисления входящих в выражение (1.24) интегралов по переменной τ :

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau [\Phi(y)]^2, \quad I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \tau^2 [\Phi(y)]^2, \\
I_3 &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau [\Phi'(y)]^2, \quad I_4 = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \Phi(y)\Phi'(y)
\end{aligned} \tag{1.26}$$

воспользуемся известными соотношениями для функции Эйри, см. [17], с. 80, 83, формулы (46), (48), (58):

$$y[\Phi(y)]^2 + [\Phi'(y)]^2 = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dy^2} [\Phi(y)]^2, \tag{1.27}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{dt}{\sqrt{t}} [\Phi(t+a)]^2 = \frac{\pi}{2} \int_{2^{2/3}a}^{\infty} dy \Phi(y), \tag{1.28}$$

$$\int_0^{\infty} dt t^{\sigma} [\Phi(t+a)]^2 = \frac{\sigma}{2(2\sigma+1)} \left(\frac{d^2}{da^2} - 4a \right) \int_0^{\infty} dt t^{\sigma-1} [\Phi(t+a)]^2, \quad \sigma > 0. \tag{1.29}$$

Интегралы (1.26) равны

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{\pi}{2r} \Phi_1(U), \quad I_2 = \frac{2^{1/3}\pi}{8r^3} [-\Phi'(U) - U\Phi_1(U)], \\
I_3 &= \frac{2^{1/3}\pi}{8r} [-3\Phi'(U) - U\Phi_1(U)], \quad I_4 = -\frac{2^{2/3}\pi}{4r} \Phi(U),
\end{aligned} \tag{1.30}$$

где обозначено

$$\Phi_1(U) = \int_U^\infty dy \Phi(y),$$

$$U = \left(\frac{4}{\chi_q(1-u^2)} \right)^{2/3} \left(1 - \frac{q^2(1-u^2)}{4m_1^2} - \frac{1}{2}(1-u)(1-\lambda^2) \right). \quad (1.31)$$

В результате вероятность процесса принимает вид следующего интеграла по импульсу конечного нейтрино

$$\begin{aligned} W = & \frac{G_F^2(C_V^2 + C_A^2)m_1^2}{8(2\pi)^5 E} \int \frac{d^3 P'}{E'} \int_{-1}^1 du \left\{ i_0 \left[\frac{1+3u^2}{(1-u^2)^{1/3}} \left(\frac{\chi_q}{4} \right)^{2/3} \Phi'(U) - \right. \right. \\ & - \left(\lambda + \frac{q^2(1+u^2)}{4m_1^2} + \frac{u}{2}(1-\lambda^2) \right) \Phi_1(U) \Big] + \\ & + i_1 \left[\frac{1}{4(1-u^2)^{1/3}} \left(\frac{4}{\chi_q} \right)^{4/3} \left(\frac{q^2(1+3u^2)}{4m_1^2} - (1-\lambda)^2 \right) \Phi'(U) - \right. \\ & - \frac{1}{\chi_q^2} \left(\frac{q^2}{m_1^2} - \frac{q^4(1-3u^2)}{4m_1^4} + \frac{1}{2}(1-\lambda^2) \left(1 - \lambda^2 - \frac{q^2(1-3u)}{m_1^2} \right) \right) \Phi_1(U) \Big] - \\ & - i_2 \frac{1}{8}(1-u^2)^{2/3} \left(\frac{4}{\chi_q} \right)^{4/3} \Phi'(U) + i_4 \frac{1}{32(1-u^2)^{2/3}} \left[\frac{q^2}{m_1^2} u(1-u^2) - \right. \\ & - 2u(1-\lambda)^2 - (1-\lambda^2)(1+u^2) \Big] \left(\frac{4}{\chi_q} \right)^{8/3} \Phi(U) + \\ & + \frac{C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} \lambda \left[i_0 2\Phi_1(U) - i_1 \frac{1}{(1-u^2)^{1/3}} \left(\frac{4}{\chi_q} \right)^{4/3} \Phi'(U) - \right. \\ & - i_4 \frac{u}{4(1-u^2)^{2/3}} \left(\frac{4}{\chi_q} \right)^{8/3} \Phi(U) \Big] - \frac{C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \left[i_3 \frac{4}{\chi_q^2} U \Phi(U) + \right. \\ & + i_5 \left(\frac{u}{(1-u^2)^{1/3}} \left(\frac{4}{\chi_q} \right)^{4/3} \Phi'(U) - \frac{2}{\chi_q^2} \left(1 - \lambda^2 + \frac{q^2}{m_1^2} u \right) \Phi_1(U) \right) \Big] \Big\}. \quad (1.32) \end{aligned}$$

Существует второй способ вычисления дифференциальной вероятности распада $\nu \rightarrow \nu \ell_1 \bar{\ell}_2$, основанный на использовании соотношения унитарности. Этот способ использовался, в случае одинаковых масс лептонов, авторами работы [29]. Кроссинг-процессом нейтринного рождения пары $\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+$ является реакция превращения нейтрино-антинейтринной пары в лептонную пару $\nu \bar{\nu} \rightarrow \ell^- \ell^+$. Как известно, сечение такой реакции связано с мнимой частью амплитуды перехода $\nu \bar{\nu} \rightarrow \nu \bar{\nu}$ через лептонную (электронную или мюонную) петлю соотношением унитарности

$$\sigma(\nu \bar{\nu} \rightarrow \ell^- \ell^+) = \frac{1}{q^2} \text{Im } \mathcal{M}(\nu \bar{\nu} \rightarrow \nu \bar{\nu}). \quad (1.33)$$

Легко видеть, что соотношение (1.33) позволяет найти вероятность процесса $\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+$, если произвести в нем дополнительное интегрирование по фазовому объему конечного нейтрино

$$w(\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+) E = \frac{1}{16\pi^3} \int \frac{d^3 P'}{E'} \text{Im } \mathcal{M}(\nu \bar{\nu} \rightarrow \nu \bar{\nu}). \quad (1.34)$$

В результате получим выражение, несколько отличающееся от (1.33) при $\lambda = 1$, которое, однако, сводится к последнему с помощью интегрального соотношения для функции Эйри

$$\int_0^1 du \left[\left(1 - \frac{q^2(1-3u^2)}{4m^2} \right) \Phi_1(U) + \frac{3-7u^2}{3(1-u^2)^{1/3}} \left(\frac{\chi_q}{4} \right)^{2/3} \Phi'(U) \right] = 0. \quad (1.35)$$

Данное соотношение легко доказывается двукратным интегрированием по частям, с учетом уравнения для функции Эйри (1.15).

3 Полная вероятность процесса

Для интегрирования в выражении (1.33) по импульсу конечного нейтрино введем новые инвариантные безразмерные переменные κ , ξ и ϕ

$$\kappa = -\frac{q^2}{[4e^2(PFFP)]^{1/3}}, \quad \xi = \sqrt{\frac{(qFFq)}{(PFFP)}}, \quad \phi = \arctg \frac{(PFP')}{(P\tilde{F}P')}.$$

Угол ϕ в системе отсчета, где импульс начального нейтрино $\mathbf{P} \perp \mathbf{B}$, имеет смысл азимутального угла в плоскости, перпендикулярной вектору \mathbf{P} , между проекцией вектора \mathbf{P}' на эту плоскость и направлением магнитного поля. В этих переменных

$$\int \frac{d^3 P'}{E'} = 4\pi m_1^2 \left(\frac{\chi}{4}\right)^{2/3} \int_0^1 d\xi \int_0^\infty d\kappa \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi}. \quad (1.36)$$

После интегрирования по ϕ выражение (1.33) принимает вид

$$\begin{aligned} W = & \frac{G_F^2(C_V^2 + C_A^2)m_1^6\chi^2}{32\pi^4 E} \int_{-1}^1 du \int_0^1 d\xi \int_0^\infty d\kappa \left\{ \left[-2\kappa^2(1-u^2) - \right. \right. \\ & - \left. \left(\frac{4}{\chi} \right)^{2/3} \left(\kappa(1-\lambda) + \left(\frac{4}{\chi} \right)^{2/3} \frac{1-\xi}{4\xi^2} (1-\lambda^2)^2 - \right. \right. \\ & - \left. \left. \kappa(1-\lambda^2) \left(\frac{1}{2}(1-u) + \frac{u(1-\xi)}{\xi^2} \right) \right) \right] \Phi_1(U) - \\ & - \frac{\kappa}{\xi^{4/3}(1-u^2)^{1/3}} \left[\frac{1}{3}(2-2\xi+\xi^2)(9-u^2) + \right. \\ & + \left. 2 \left(\frac{4}{\chi} \right)^{2/3} (1-\xi)(1-\lambda)^2 \right] \Phi'(U) - \\ & - \frac{2C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} \lambda \left(\frac{4}{\chi} \right)^{2/3} \left[\kappa \Phi_1(U) + 4 \frac{1-\xi}{\xi^{4/3}} \frac{1}{(1-u^2)^{1/3}} \Phi'(U) \right] - \end{aligned} \quad (1.37)$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \left[\kappa \frac{2 - \xi}{2\xi} \left(\left(\frac{4}{\chi} \right)^{2/3} (1 - \lambda^2) - 4\kappa u \right) \Phi_1(U) - \right. \\
& \left. - 4\kappa \frac{2 - \xi}{\xi^{1/3}} \frac{u}{(1 - u^2)^{1/3}} \Phi'(U) \right] \Bigg\}.
\end{aligned}$$

Выполняя интегрирование по переменной κ , вероятность процесса можно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned}
W(\nu \rightarrow \nu \ell_1 \bar{\ell}_2) &= \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_1^3 m_2^3 \bar{\chi}^2}{54\pi^4 E} \int_{-1}^1 du \int_0^1 x dx z \Phi(z) \times (1.38) \\
&\times \left\{ \frac{3 + x^2}{(1 - u^2)(1 - x)} + \frac{3}{8}(1 - 3x) + \frac{9(1 - \lambda^2)u}{16\lambda y} (1 + x + \right. \\
&+ 2 \frac{1 - x}{x} \ln(1 - x)) + \frac{9(1 - \lambda^2)^2(1 - u^2)}{64\lambda^2 y^2} \left(1 + 4 \frac{1 - x}{x} \ln(1 - x) \right) + \\
&+ \frac{9(1 - \lambda)^2(5 + x)}{16\lambda y} + \frac{9}{4} \frac{C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} \frac{5 + x}{y} + \frac{3}{4} \frac{C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \frac{1 - \lambda^2}{\lambda y} \frac{3 - x^2}{1 - x} \Bigg\}.
\end{aligned}$$

В выражении (1.38) введены обозначения

$$y = \frac{1 + \lambda^2}{2\lambda} + u \frac{1 - \lambda^2}{2\lambda}, \quad z = y \left(\frac{4}{\bar{\chi}(1 - u^2)(1 - x)} \right)^{2/3}.$$

Кроме того в (1.38) введен динамический параметр $\bar{\chi}$ в форме, симметричной по массам лептонов:

$$\bar{\chi}^2 = \frac{e^2(PFFP)}{m_1^3 m_2^3}.$$

Выражение для вероятности (1.38) можно далее преобразовать к виду однократного интеграла, однако в общем случае, $m_1 \neq m_2$, получается достаточно громоздкая формула, неудобная для дальнейшего анализа. При одинаковых массах лептонов $m_1 = m_2 = m_\ell$, т. е. для процессов (1.4), (1.5) вероятность можно записать в сравнительно простом виде

однократного интеграла

$$\begin{aligned}
 W(\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+) &= \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_\ell^6 \chi_\ell^2}{27\pi^4 E} \int_0^1 u^2 du \tau \Phi(\tau) \times \\
 &\times \left\{ \frac{4}{1-u^2} \left(2L(u) - \frac{29}{24} \right) - \frac{15}{2} L(u) - \frac{47}{48} + \right. \\
 &+ \frac{1}{8} (1 + (1-u^2)L(u)) \left(33 - \frac{47}{4}(1-u^2) \right) + \\
 &\left. + \frac{9}{16} \frac{C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} [48L(u) + 2 - (1 + (1-u^2)L(u)) (28 - 3(1-u^2))] \right\}.
 \end{aligned} \tag{1.39}$$

Здесь $\chi_\ell^2 = e^2(PFFP)/m_\ell^6$,

$$\tau = \left(\frac{4}{\chi_\ell(1-u^2)} \right)^{2/3}, \quad L(u) = \frac{1}{2u} \ln \frac{1+u}{1-u}.$$

В случае $\chi_\ell \ll 1$ из выражения (1.39) немедленно получаем формулу для вероятности, содержащую хорошо известное экспоненциальное подавление:

$$W(\chi_\ell \ll 1) = \frac{3\sqrt{6} G_F^2 m_\ell^6}{(16\pi)^3 E} (3C_V^2 + 13C_A^2) \chi_\ell^4 \exp\left(-\frac{8}{3\chi_\ell}\right), \tag{1.40}$$

которая согласуется с соответствующей формулой работы [27].

В случае $\chi_\ell \gg 1$ из выражения (1.39) нетрудно получить формулу (1.1), где $K = 1$, $\Delta = -29/24$, в согласии с результатом [29].

$$W(\chi_\ell \gg 1) \simeq \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_\ell^6 \chi_\ell^2}{27\pi^3 E} \left(\ln \chi_\ell - \frac{1}{2} \ln 3 - \gamma_E - \frac{29}{24} \right). \tag{1.41}$$

Кроме того из выражения (1.39) нетрудно также найти следующий член разложения по обратным степеням параметра χ_ℓ , что дает:

$$\begin{aligned}
 W(\chi_\ell \gg 1) &\simeq \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_\ell^6 \chi_\ell^2}{27\pi^3 E} \left\{ \ln \chi_\ell - \frac{1}{2} \ln 3 - \gamma_E - \frac{29}{24} - \right. \\
 &\left. - \frac{1}{\chi_\ell^{2/3}} \frac{9}{56} \frac{3^{1/3} \pi^2}{[\Gamma(\frac{2}{3})]^4} \frac{19C_V^2 - 63C_A^2}{C_V^2 + C_A^2} \right\},
 \end{aligned} \tag{1.42}$$

где $\Gamma(x)$ – гамма-функция, $\Gamma(2/3) = 1.354\dots$.

Из общего выражения для вероятности (1.38) можно также найти приближенную формулу для вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu \ell_1 \bar{\ell}_2$ при $m_1 \neq m_2$:

$$w(\bar{\chi} \gg 1) = \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) m_1^3 m_2^3 \bar{\chi}^2}{27\pi^3 E} \left\{ \ln \bar{\chi} - \frac{1}{2} \ln 3 - \gamma_E - \frac{29}{24} + \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \frac{C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \ln \frac{m_1}{m_2} \right\}. \quad (1.43)$$

Из формулы (1.42) видно, что поправочный член $\sim \chi_\ell^{-2/3}$ уже не имеет универсального характера. Он относительно мал и отрицателен для случая, когда аромат нейтрино совпадает с ароматом заряженного лептона ($\nu_e \rightarrow \nu_e e^- e^+$, $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu \mu^- \mu^+$). Когда ароматы нейтрино и заряженного лептона различны ($\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu e^- e^+$, $\nu_e \rightarrow \nu_e \mu^- \mu^+$), этот член положителен и относительно велик.

На графиках рис. 1 и 2 изображены вероятности процессов $\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+$ в зависимости от динамического параметра в области умеренно больших значений χ_ℓ . Из рисунков видно, что в этой области поправочный член $\sim \chi_\ell^{-2/3}$ скорее ухудшает описание поведения вероятности. Это может объясняться тем, что следующий член разложения по параметру χ_ℓ , по-видимому, имеет характер $\sim \chi_\ell^{-4/3} \ln \chi_\ell$ и достаточно велик, однако выделить его представляется затруднительным.

Из рисунков видно также, что величина вероятности, рассчитанная по точной формуле (1.39), при любых χ_ℓ больше приближенного значения (1.41), например при $\chi_\ell = 20$ – в 1.6 раза для совпадающих и в 2.3 раза для различных ароматов нейтрино и лептона. При $\chi_\ell \lesssim 10$ приближенная формула (1.41) теряет смысл.

Таким образом, при детальном анализе вероятности процесса нейтринного рождения лептонной пары во внешнем электромагнитном поле

Рис. 1: Зависимость вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+$ от динамического параметра в области умеренно больших значений χ_ℓ для случая, когда аромат нейтрино совпадает с ароматом заряженного лептона ($\nu_e \rightarrow \nu_e e^- e^+, \dots$), рассчитанной: *a)* по точной формуле (1.39); *b)* по приближенной формуле (1.41); *c)* по формуле (1.42) с “поправкой” $\sim \chi_\ell^{-2/3}$.

Рис. 2: Зависимость вероятности процесса $\nu \rightarrow \nu \ell^- \ell^+$ от динамического параметра в области умеренно больших значений χ_ℓ для случая, когда ароматы нейтрино и заряженного лептона различны ($\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu e^- e^+, \dots$), рассчитанной: *a)* по точной формуле (1.39); *b)* по приближенной формуле (1.41); *c)* по формуле (1.42) с “поправкой” $\sim \chi_\ell^{-2/3}$.

в области умеренно больших значений параметра χ_ℓ следует пользоваться полученной нами точной формулой (1.39).

4 Средняя потеря энергии и импульса нейтрино

Следует заметить, что практический интерес для астрофизики имеет скорее не вероятность процесса, а средняя потеря энергии и импульса нейтрино в сильном магнитном поле, которую можно определить 4-вектором

$$Q^\alpha = E \int dW q^\alpha = (-dE/dt, -d\vec{p}/dt)E. \quad (1.44)$$

Его нулевая компонента связана со средней энергией, теряемой нейтрино за единицу времени. Пространственные компоненты вектора (1.44) связаны аналогичным образом с потерей импульса нейтрино за единицу времени.

Мы приведем здесь вектор Q^α в случае одинаковых масс лептонов $m_1 = m_2 = m_\ell$, т. е. для процессов (1.4), (1.5) и в пределе, когда динамический параметр $\chi_\ell \gg 1$ (т.е. $eB \ll E_\nu^2 \sin \theta$):

$$\begin{aligned} Q^\alpha = & \frac{7G_F^2 m_\ell^6 \chi_\ell^2 (C_V^2 + C_A^2)}{432\pi^3} \left[p^\alpha (\ln \chi_\ell - 1.888) - \sqrt{3} \frac{\beta}{\chi_\ell} (\varphi \varphi p)^\alpha + \right. \\ & \left. + 7.465 \frac{C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \frac{\beta}{\chi_\ell^{2/3}} (\tilde{\varphi} p)^\alpha \right]. \end{aligned} \quad (1.45)$$

Это выражение совпадает с соответствующей формулой статьи [29], с точностью до знака перед членом $C_V C_A$, который в указанной работе ошибочен. Доля энергии, теряемая нейтрино при прохождении магнит-

ного поля может быть оценена из (1.45)

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{tot}} &\sim 1.6 \cdot 10^{-6} \left(\frac{B}{10^{15} \text{ Гс}} \right)^2 \left(\frac{\bar{E}}{20 \text{ МэВ}} \right) \left(\frac{\Delta\ell}{10 \text{ км}} \right) \times \\ &\times \left[5.2 + \ln \left(\frac{B}{10^{15} \text{ Гс}} \frac{\bar{E}}{20 \text{ МэВ}} \right) \right], \end{aligned} \quad (1.46)$$

где \mathcal{E}_{tot} – полная энергия, уносимая нейтрино при взрыве сверхновой,

$$\bar{E} = \left(\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{E}{e^{E/T_\nu} + 1} \right) / \left(\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{e^{E/T_\nu} + 1} \right) \simeq 3T_\nu \quad (1.47)$$

– энергия нейтрино, усредненная по спектру, T_ν – температура нейтринного газа, $\Delta\ell$ есть характерный размер области, где поле меняется существенно. Здесь мы взяли масштабы энергий и химического потенциала нейтрино ($\mu_\nu = 0$), которые считаются типичными для взрыва сверхновой [99, 100].

Для сравнения приведем здесь оценку для $\Delta\mathcal{E}/\mathcal{E}_{tot}$ в предельном случае сильного магнитного поля $eB \gg E_\nu^2 \sin \theta$, [29]

$$\frac{\Delta\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{tot}} \sim 0.6 \cdot 10^{-2} \left(\frac{B}{10^{17} \text{ Гс}} \right) \left(\frac{\bar{E}}{10 \text{ МэВ}} \right)^3 \left(\frac{\Delta\ell}{10 \text{ км}} \right), \quad (1.48)$$

что значительно больше, чем в случае скрещенного поля. Этот факт может оказать существенное влияние на такую интересную астрофизическую характеристику, как асимметрия вылета нейтрино

$$A = \frac{|\sum_i \mathbf{p}_i|}{\sum_i |\mathbf{p}_i|}. \quad (1.49)$$

В пределе $eB \ll E_\nu^2 \sin \theta$ получим для асимметрии следующую оценку

$$A \sim 7 \cdot 10^{-6} \left(\frac{B}{10^{15} \text{ Гс}} \right)^{7/3} \left(\frac{\bar{E}}{20 \text{ МэВ}} \right)^{1/3} \left(\frac{\Delta\ell}{10 \text{ км}} \right). \quad (1.50)$$

С другой стороны, оценка этого параметра в пределе сильного поля, полученная в работе [29]

$$A \sim 2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{B}{10^{17} \text{ Гс}} \right) \left(\frac{\bar{E}}{10 \text{ МэВ}} \right)^3 \left(\frac{\Delta\ell}{10 \text{ км}} \right) \quad (1.51)$$

значительно превышает асимметрию в пределе скрещенного поля. Таким образом в тех областях нейтриносферы, где присутствует относительно слабое магнитное поле, асимметрия вылета нейтрино не будет играть существенной роли.

В настоящей главе рассмотрен, в рамках стандартной модели, процесс нейтринного рождения лептонной пары ($\nu \rightarrow \nu \ell_1 \bar{\ell}_2$) во внешнем электромагнитном поле. Получено сравнительно простое точное выражение для вероятности процесса, удобное для численного анализа. Проанализированы возможные астрофизические приложения рассмотренного процесса.

Список литературы

- [1] Raffelt G.G. Stars as Laboratories for Fundamental Physics. Chicago: University of Chicago Press, 1996. 664 p.
- [2] Хлопов М.Ю. Основы космомикрoфизики. М.: Едиториал УРСС, 2004. 368 с.
- [3] Кладдор-Клайнгротхаус Г.В., Цюбер К. Астрофизика элементарных частиц. М.: Редакция журнала “Успехи физических наук”, 2000. 496 с.
- [4] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the Soft Gamma Repeater SGR 1900+14 // Astrophys. J. 1999. V. 510. No. 2. P. L115-L118.
- [5] Hurley K., Cline T., Mazets E. et al. A giant, periodic flare from the soft gamma repeater SGR1900+14 // Nature 1999. V. 397. P. 41-43.
- [6] Kouveliotou C., Dieters S., Strohmayer T. et al. An X-ray pulsar with a superstrong magnetic field in the soft γ -ray repeater SGR1806 - 20 // Nature. 1998. V. 393. P.235-237.
- [7] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the soft gamma repeater SGR 1900+14 Astrophys. J. Lett. 1999. V. 510. P. L115-L118.
- [8] Kouveliotou C., Tennant A., Woods P.M. et al. Multiwavelength observations of the soft gamma repeater SGR 1900+14 during its 2001 april activation Astrophys. J. Lett. 2001. V. 558. P. L47-L50.

- [9] Israel G.L., Belloni T., Stella L. et al. Discovery of rapid X-ray oscillations in the tail of the SGR 1806-20 hyperflare. Preprint astro-ph/0505255.
- [10] Бисноватый-Коган Г.С. Взрыв вращающейся звезды как механизм сверхновой // Астрон. журн. 1970. Т. 47. С. 813.
- [11] Duncan R.C., Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars: implications for gamma-ray bursts // Astrophys. J. 1992. V. 392. No. 1. P. L9-L13.
- [12] Bocquet P., Bonazzola S., Gourgoulhon E., Novak J. Rotating neutron star models with magnetic field // Astron. Astrophys. 1995. V. 301. No. 9. P. 757-775.
- [13] Cardall C.Y., Prakash M., Lattimer J.M. Effects of strong magnetic fields on neutron star structure // Astrophys. J. 2001. V. 554. No. 1. P. 322-339.
- [14] Vachaspati T. Magnetic fields from cosmological phase transitions // Phys. Lett. 1991. V. B265. No. 3,4. P. 258-261.
- [15] Ambjørn J., Olesen P. Electroweak magnetism, W -condensation and anti-screening // In: Proc. of 4th Hellenic School on Elementary Particle Physics, Corfu, 1992 (preprint hep-ph/9304220).
- [16] Grasso D., Rubinstein H.R. Magnetic fields in the early Universe // Phys. Rep. 2001. V. 348. No. 3. P. 163-266.

- [17] В. И. Ритус, в сб. *Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле*, Труды ФИАН СССР, **111** (Наука, Москва, 1979), с. 5; А. И. Никишов, там же, с. 152.
- [18] Скобелев В.В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле // Изв. вузов. Физика. 1975. № 10. С. 142-143.
- [19] Loskutov Yu.M., Skobelev V.V. Nonlinear electrodynamics in a superstrong magnetic field // Phys. Lett. 1976. V. A56. No. 3. P. 151-152.
- [20] Скобелев В.В. Фотогенерация нейтрино и аксионов на при стимулирующем влиянии сильного магнитного поля // ЖЭТФ. 2001. Т. 120. № 4. С. 786-796.
- [21] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. The radiative decay of a massive neutrino in the external electromagnetic fields // Phys. Rev. 1996. V. D54. No. 9. P. 5674-5685.
- [22] Mikheev N.V., Parkhomenko A.Ya., Vassilevskaya L.A. Axion in an external electromagnetic field // Phys. Rev. 1999. V. D60. No. 3. P. 035001 (1-11).
- [23] Байер В.Н., Катков В.М. Рождение пары нейтрино при движении электрона в магнитном поле // ДАН СССР. 1966. Т. 171. № 2. С. 313-316.
- [24] Чобан Э.А., Иванов А.Н. Рождение лептонных пар высокоэнергетическими нейтрино в поле сильной электромагнитной волны // ЖЭТФ. 1969. Т. 56. № 1. С. 194-200.

- [25] Борисов А.В., Жуковский В.Ч., Лысов Б.А. Рождение электрон - позитронной пары нейтрино в магнитном поле // Изв. вузов. Физика. 1983. № 8. С. 30-34.
- [26] Книжников М.Ю., Татаринцев А.В. Рождение электрон - позитронной пары нейтрино в постоянном внешнем поле // Вестн. МГУ. Физ., астрофиз. 1984. Т. 25. № 3. С. 26-30.
- [27] Borisov A.V., Ternov A.I., Zhukovsky V.Ch. Electron-positron pair production by a neutrino in an external electromagnetic field // Phys. Lett. 1993. V. B318. No. 3. P. 489-491.
- [28] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Neutrino energy and momentum loss through the process $\nu \rightarrow \nu e^- e^+$ in a strong magnetic field // Phys. Lett. 1997. V. B394. No. 1,2. P. 123-126.
- [29] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Нейтринное рождение электрон-позитронных пар в магнитном поле // ЯФ. 1997. Т. 60. № 11. С. 2038-2047.
- [30] Борисов А.В., Заморин Н.Б. Рождение электрон - позитронной пары в распаде массивного нейтрино в постоянном внешнем поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 9. С. 1647-1656.
- [31] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Rumyantsev D.A. Lepton pair production by high-energy neutrino in an external electromagnetic field // Mod. Phys. Lett. 2000. V. A15. No. 8. P. 573-578.
- [32] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Нейтринное рождение лептонных пар во внешнем электромагнитном поле // ЯФ. 2002. Т. 65. № 2. С. 303-306.

- [33] Баталин И.А., Шабад А.Е. Функция Грина фотона в постоянном однородном электромагнитном поле общего вида. // ЖЭТФ. 1971. Т. 60. № 3. С. 894-900.
- [34] Tsai W.-Y. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields // Phys. Rev. 1974. V. D10. No. 8. P. 2699-2702.
- [35] Shabad A.E. Photon dispersion in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N.Y.). 1975. V. 90. No. 1. P. 166-195.
- [36] Шабад А.Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // Тр. ФИАН СССР “Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях”. М.: Наука, 1988. Т. 192. С. 5-152.
- [37] Гальцов Д.В., Никитина Н.С. Фотонейтринные процессы в сильном поле // ЖЭТФ. 1972. Т. 62. № 6. С. 2008-2012.
- [38] Скобелев В.В. О реакциях $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ и $\nu \rightarrow \gamma\nu$ в сильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. № 4. С. 1263-1267.
- [39] DeRaad Jr. L.L., Milton K.A., Hari Dass N.D. Photon decay into neutrinos in a strong magnetic field // Phys. Rev. 1976. V. D14. No. 12. P. 3326-3334.
- [40] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. The magnetic catalysis of the radiative decay of a massive neutrino in the standard model with lepton mixing // Phys. Lett. 1992. V. B289. No. 1,2. P. 103-108.

- [41] Василевская Л.А., Гвоздев А.А., Михеев Н.В. Распад массивного нейтрино $\nu_i \rightarrow \nu_j \gamma$ в скрещенном поле // Ядер. физ. 1994. Т. 57. № 1. С. 124-127.
- [42] Скобелев В.В. Распад массивного нейтрино в сильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1995. Т. 108. № 1. С. 3-13.
- [43] Zhukovsky V.Ch., Eminov P.A., Grigoruk A.E. Radiative decay of a massive neutrino in the Weinberg - Salam model with mixing in a constant uniform magnetic field // Mod. Phys. Lett. 1996. V. A11. No. 39-40. P. 3119-3126.
- [44] D'Olivo J.C., Nieves J.F., Pal P.B. Cherenkov radiation by massless neutrinos // Phys. Lett. 1996. V. B365. No. 1-4. P. 178-184.
- [45] Ioannisian A.N., Raffelt G.G. Cherenkov radiation by massless neutrinos in a magnetic field // Phys. Rev. 1997. V. D55. No. 11. P. 7038-7043.
- [46] Gvozdev A.A., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. Resonance neutrino bremsstrahlung $\nu \rightarrow \nu \gamma$ in a strong magnetic field // Phys. Lett. 1997. V. B410. No. 2-4. P. 211-215.
- [47] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. Photon splitting $\gamma \rightarrow \nu \bar{\nu}$ in an external magnetic field // Phys. Lett. 1998. V. B427. No. 1,2. P. 105-108.
- [48] Василевская Л.А., Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Индуцированное магнитным полем нейтрино-фотонное $\nu \nu \gamma$ -взаимодействие // ЯФ. 1999. Т. 62. № 4. С. 715-722.

- [49] Gell-Mann M. The reaction $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ // Phys. Rev. Lett. 1961. V. 6. No. 2. P. 70-71.
- [50] Crewther R.J., Finjord J., Minkowski P. The annihilation process $\nu\bar{\nu} \rightarrow \gamma\gamma$ with massive neutrino in cosmology // Nucl. Phys. 1982. V. B207. No. 2. P. 269-287.
- [51] Dodelson S., Feinberg G. Neutrino - two-photon vertex // Phys. Rev. 1991. V. D43. No. 3. P. 913-920.
- [52] Levine M.J. The process $\gamma + \gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ // Nuovo Cim. 1967. V. A48. No. 1. P. 67-71.
- [53] Dicus D.A. Stellar energy-loss rates in a convergent theory of weak and electromagnetic interactions // Phys. Rev. 1972. V. D6. No. 4. P. 941-949.
- [54] Dicus D.A., Repko W.W. Photon neutrino scattering // Phys. Rev. 1993. V. D48. No. 11. P. 5106-5108.
- [55] Rosenberg L. Electromagnetic interactions of neutrinos // Phys. Rev. 1963. V. 129. No. 6. P. 2786-2788.
- [56] Cung V.K., Yoshimura M. Electromagnetic interaction of neutrinos in gauge theories of weak interactions // Nuovo Cim. 1975. V. A29. No. 4. P. 557-564.
- [57] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Compton-like interaction of massive neutrinos with virtual photons // Phys. Lett. 1993. V. B299. No. 3-4. P. 367-369.

- [58] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Амплитуда процесса $\nu_i \gamma^* \rightarrow \nu_j \gamma^*$ с виртуальными фотонами и тормозное излучение при рассеянии нейтрино в кулоновском поле ядра // ЯФ. 1993. Т. 56. № 6. С. 108-114.
- [59] Liu J. Low-energy neutrino-two-photon interactions // Phys. Rev. 1991. V. D44. No. 9. P. 2879-2891.
- [60] Shaisultanov R. Photon - neutrino interactions in magnetic fields // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. No. 8. P. 1586-1587.
- [61] Chyi T.K., Hwang C.-W., Kao W.F. et al. Neutrino - photon scattering and its crossed processes in a background magnetic field // Phys. Lett. 1999. V. B466. No. 2-4. P. 274-280.
- [62] Chyi T.K., Hwang C.-W., Kao W.F. et al. The weak-field expansion for processes in a homogeneous background magnetic field // Phys. Rev. 2000. V. D62. No. 10. P. 105014 (1-13).
- [63] Dicus D.A., Repko W.W. Neutrino - photon scattering in a magnetic field // Phys. Lett. 2000. V. B482. No. 1-3. P. 141-144.
- [64] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. Двухфотонное рождение нейтрино в сильном внешнем поле // Вестн. МГУ: физ., астрофиз. 1981. Т. 22. № 4. С. 10-13.
- [65] Нгуен Ван Хьеу, Шабалин Е.П. О роли процесса $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$ в нейтринном излучении звезд // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. № 3. С. 1003-1007.

- [66] Лоскутов Ю.М., Скобелев В.В. Эффективный лагранжиан $A^3(\nu\bar{\nu})$ - взаимодействия и процесс $\gamma\gamma \rightarrow \gamma(\nu\bar{\nu})$ в двумерном приближении квантовой электродинамики // ТМФ. 1987. Т. 70. № 2. С. 303-308.
- [67] Dicus D.A., Repko W.W. Photon - neutrino interactions // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. No. 4. P. 569-571.
- [68] Harris M., Wang J., Teplitz V.L. Astrophysical effects of $\nu\gamma \rightarrow \nu\gamma\gamma$ and its crossed processes. Preprint astro-ph/9707113.
- [69] Abada A., Matias J., Pittau R. Five-leg photon-neutrino interactions // In: Proc. XXIX ICHEP (Vancouver). Preprint hep-ph/9809418.
- [70] Abada A., Matias J., Pittau R. Inelastic photon-neutrino interactions using an effective Lagrangian // Phys. Rev. 1999. V. D59. No. 1. P. 013008 (1-7).
- [71] Abada A., Matias J., Pittau R. Direct computation of inelastic photon-neutrino processes in the Standard Model // Nucl. Phys. 1999. V. B543. No. 1-2. P. 255-268.
- [72] Abada A., Matias J., Pittau R. Low-energy photon-neutrino inelastic processes beyond the Standard Model // Phys. Lett. 1999. V. B450. No. 1-3. P. 173-181.
- [73] Dicus D.A., Kao C., Repko W.W. $\gamma\nu \rightarrow \gamma\gamma\nu$ and crossed processes at energies below m_W // Phys. Rev. 1999. V. D59. No. 1. P. 013005 (1-6).
- [74] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Фоторождение нейтрино на ядрах в сильном магнитном поле // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. № 9. С. 531-534.

- [75] Папанян В.О., Ритус В.И. Трехфотонное взаимодействие в интенсивном поле // Тр. ФИАН СССР “Проблемы квантовой электродинамики интенсивного поля”. М.: Наука, 1986. Т. 168. С. 120-140.
- [76] Adler S.L., Schubert C. Photon splitting in a strong magnetic field: recalculation and comparison with previous calculations // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. No. 9. P. 1695-1698.
- [77] Baier V.N., Milstein A.I., Shaisultanov R.Zh. Photon splitting in a very strong magnetic field // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. No. 9. P. 1691-1694.
- [78] Байер В.Н., Мильштейн А.И., Шайсултанов Р.Ж. Расщепление фотона в сверхсильном магнитном поле // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. № 1. С. 52-62.
- [79] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Photon splitting above the pair creation threshold in a strong magnetic field // Phys. Lett. 1998. V. B434. No. 1. P. 67-73.
- [80] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Чистяков М.В. Расщепление фотона на два фотона в сильном магнитном поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 9. С. 1638-1646.
- [81] Baring M.G. Magnetic photon splitting: The S-matrix formulation in the Landau representation // Phys. Rev. 2000. V. D62. P. 016003 (1-16).
- [82] Weise J.I., Baring M.G., Melrose D.B. Photon splitting in strong magnetic fields: S-matrix calculations // Phys. Rev. 1998. V. D57. P. 5526-5538; Erratum // Phys. Rev. 1999. V. D60. P. 099901 (1-2).

- [83] Wilke C., Wunner G. Photon splitting in strong magnetic fields: asymptotic approximation formulas versus accurate numerical results // Phys. Rev. 1997. V. D55. P. 997-1000.
- [84] Weise J.I. Photon splitting in the electromagnetic vacuum // Phys. Rev. 2004. V. D69. P. 105017 (1-16).
- [85] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. The transitions $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ and $\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ in a strong magnetic field // In: Proceedings of the Ringberg Euroconference “New Trends in Neutrino Physics”, Ringberg Castle, Tegernsee, Germany, 1998. Edited by B. Kniehl, G. Raffelt and N. Schmitz. World Scientific Publishing Co., 1999. P. 245-254.
- [86] Chistyakov M.V., Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Photon splitting in a strong magnetic field // In: Proceedings of the 10th International Seminar “Quarks-98”, Suzdal, Russia, 1998. Edited by F.L. Bezrukov et al. Inst. Nucl. Res., Moscow, 1999. V. 1. P. 299-308.
- [87] Melrose D.B. A relativistic quantum theory for processes in collisionless plasmas // Plasma Phys. 1974. V. 16. P. 845-864.
- [88] Де Ля Инсера В., Феррер Э., Шабад А.Е. Однопетлевые вычисления расщепления фотона в релятивистской квантовой плазме методом функций Грина // Тр. ФИАН СССР. М.: Наука, 1986. Т. 169. С. 183-198.
- [89] Adler S.L. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N.Y.). 1971. V. 67. No. 2. P. 599-647.
- [90] Bulik T. Photon splitting in strongly magnetized plasma // Acta Astronomica. 1998. V. 48. P. 695-710.

- [91] Elmfors P., Skagerstam B. Thermally induced photon splitting // Phys. Lett. 1998. V. B427. No 1-2. P. 197-205.
- [92] Gies H. QED effective action at finite temperature: Two-loop dominance // Phys. Rev. 2000. V. D61. P. 085021 (1-18).
- [93] Martinez Resco J. M., Valle Basagoiti M. A. Matter-induced vertices for photon splitting in a weakly magnetized plasma // Phys. Rev. 2001. V. D64. P. 016006 (1-6).
- [94] Борисов А.В., Вшивцев А.С., Жуковский В.Ч., Эминов П.А. Фотоны и лептоны во внешних полях при конечных температуре и плотности // УФН. 1997. Т. 167. № 3. С. 241-267.
- [95] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979. 528 с.
- [96] Фрадкин Е.С. Метод функций Грина в теории квантованных полей и квантовой статистике // Тр. ФИАН СССР. М.: Наука, 1965. Т. 29. С. 7-138.
- [97] Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Статистическая физика, ч.2. М.: Наука, 1978. 448 с.
- [98] Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. 728 с.
- [99] Имшенник В.С., Надежин Д.К. Сверхновая 1987А в Большом Магеллановом Облаке: наблюдения и теория // УФН. 1988. Т. 156. № 4. С. 561-651.

- [100] Nadyozhin D.K. Five year anniversary of Supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud // In: Particles and Cosmology, Proc. Baksan Int. School, ed. by V.A. Matveev et al. Singapore: World Sci., 1992. P. 153-190.
- [101] Боровков М.Ю., Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Однопетлевая амплитуда перехода $j \rightarrow f \bar{f} \rightarrow j'$ во внешнем электромагнитном поле // ЯФ. 1999. Т. 62. № 9. С. 1714-1722.
- [102] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в сильном магнитном поле // ЯФ. 2003. Т. 66. № 2. С. 319-327.
- [103] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Обобщенная амплитуда n -вершинного однопетлевого процесса в сильном магнитном поле // ЯФ. 2004. Т. 67. № 2. С. 324-331.
- [104] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Превращение фотонной пары в нейтрино в сильном магнитном поле // Актуальные проблемы физики. Выпуск 3: Сборник научных трудов молодых ученых, аспирантов и студентов. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2001. С.31-36.
- [105] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Процесс $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ в сильно замагниченной электрон-позитронной плазме // Актуальные проблемы физики. Выпуск 4: Сборник научных трудов молодых ученых, аспирантов и студентов. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2003. С.28-34.
- [106] Кузнецов А.В., Михеев Н.В., Румянцев Д.А. Обобщенная амплитуда n -вершинного однопетлевого процесса в сильном магнитном

поле // Исследования по теории элементарных частиц и твердого тела. Выпуск 4: Сборник трудов, посвященный 30-летию кафедры теоретической физики ЯрГУ. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2003. С.47-54.

- [107] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Rumyantsev D.A. General amplitude of the n -vertex one-loop process in a strong magnetic field. // In: Proceedings of the 12th International Seminar “Quarks’2002”, edited by V.A. Matveev, V.A. Rubakov, S.M. Sibiryakov and A.N. Tavkhelidze. Moscow: Institute for Nuclear Research of Russian Academy of Sciences, 2004, P. 192-201.
- [108] Понтекорво Б.М. Универсальное взаимодействие Ферми и астрофизика // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. № 5. С. 1615-1616.
- [109] Ландау Л.Д. О моменте системы из двух фотонов // ДАН СССР. 1948. Т. 60. С. 207.
- [110] Yang C.N. Selection rules for the dematerialization of a particle into two photons // Phys. Rev. 1950. V. 77. No. 2. P. 242-245.
- [111] Bég M.A.B., Budny R.V., Mohapatra R.N., Sirlin A. Manifest left-right symmetry and its experimental consequences // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 38. No. 22. P. 1252-1255.
- [112] Eidelman S., Hayes K.G., Olive K.A. et al. (*Particle Data Group*). Review of Particle Physics // Phys. Lett. 2004. V. B592. No. 1-4. P. 1-1109.
- [113] Barbieri R., Mohapatra R.N. Limits on right-handed interactions from SN 1987A observations // Phys. Rev. 1989. V. D39. No. 4. P. 1229-1232.

- [114] Chistyakov M.V., Mikheev N.V. Photon - neutrino interactions in strong magnetic field // Mod. Phys. Lett. 2002. V. A17. No. 39. P. 2553-2562.
- [115] Gies H., Shaisultanov R.Zh. Axial vector current in an electromagnetic field and low-energy neutrino-photon interactions. // Phys. Rev. 2000. V. D62. No. 7. P. 073003.
- [116] Harding A.C., Baring M.G., Gonthier P.L. Photon splitting cascades in gamma-ray pulsars and the spectrum of PSR1509-58 // Astrophys. J. 1997. V.476. P.246-260.
- [117] Baring M.G., Harding A.C. Radio-quiet pulsars with ultrastrong magnetic fields // Astrophys. J. Lett. 1998. V.507. P.L55-L58.
- [118] Bialynicka-Birula Z., Bialynicki-Birula I. Nonlinear effects in quantum electrodynamics. Photon propagation and photon splitting in an external field // Phys. Rev. 1970. V. D2. No. 10. P. 2341-2345.
- [119] Папанян В.О., Ритус В.И. Поляризация вакуума и расщепление фотонов в интенсивном поле // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. № 6. С. 2231-2241.
- [120] Румянцев Д.А., Чистяков М.В. Расщепление фотона в сильно замагниченной плазме // Лептоны: Юбилейный сборник статей, посвященный 80-летию Э.М. Липманова. Ярославль. Яросл. гос. ун-т. 2004. С.171-179.
- [121] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Electroweak processes in external electromagnetic fields. New York: Springer-Verlag, 2003.

- [122] Mikheev N.V., Parkhomenko A.Ya., Vassilevskaya L.A. Magnetic-field influence on radiative axion decay into photons of the same polarization // ЯФ. 2000. Т. 63 № 6. С. 1122-1125.
- [123] Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization // Phys. Rev. 1951. V. 82. No. 5. P. 664-679.
- [124] Tsai W., Erber T. The propagation of photons in homogeneous magnetic fields: index of refraction. // Phys.Rev. 1975. V. D12. P. 1132-1137.
- [125] Melrose D.B., Stoneham R.J. Vacuum polarization and photon propagation in a magnetic field. // Nuovo Cim. 1976. V. A32. P.435-447.
- [126] Светозарова Г.И. Цытович В.Н. О пространственной дисперсии релятивистской плазмы в магнитном поле // Изв. вузов. Радиофизика. 1962. Т.5. № 4. С. 658-670.
- [127] Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981. 432 с.