

Исследование взаимной диффузии газов

Шмаков Владимир Евгеньевич

МФТИ, Март 2022

1 Цель работы

Рассчитать коэффициент взаимной диффузии бинарной смеси. Узнать о границах применимости закона Фика. Оценить длину свободного пробега атомов гелия при различных условиях.

2 Оборудование

В работе используются сосуды объёмами $V_1 = V_2 = 1200 \text{ cm}^3$, система подачи газов, форвакуумный насос, датчики теплопроводности, мост Уинстона.

3 Обработка результатов эксперимента

3.1 Вычисление коэффициента взаимной диффузии

Убедимся, что процесс подчиняется закону:

$$\Delta n = \Delta n_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

Для этого построим графики зависимости напряжения от времени, и по оси y выберем логарифмический масштаб:

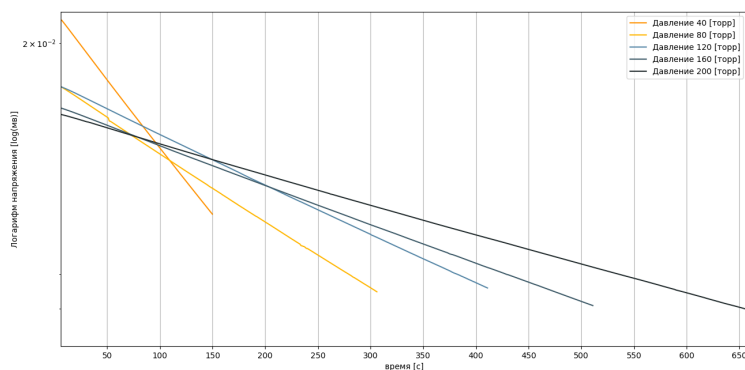


Рис. 1: Зависимость напряжения от времени

Методом наименьших квадратов вычислим коэффициенты наклона прямых, и по формуле $U = U_0 \exp(-t/\tau)$ найдем характерное время процесса. Получим результаты:

Номер эксперимента	Коэффициент наклона	Время процесса
1	$a_1 = -0.0047 \pm 4 \cdot 10^{-6}$	$\tau_1 = 213.3 \pm 0.2c$
2	$a_2 = -0.0024 \pm 3 \cdot 10^{-6}$	$\tau_2 = 423.8 \pm 0.5c$
3	$a_3 = -0.0017 \pm 1 \cdot 10^{-8}$	$\tau_3 = 580.9 \pm 0.3c$
4	$a_4 = -0.0013 \pm 7 \cdot 10^{-7}$	$\tau_4 = 739.8 \pm 0.4c$
5	$a_5 = -0.001 \pm 7 \cdot 10^{-7}$	$\tau_5 = 969.0 \pm 0.7c$

Таблица 1: Вычисление угловых коэффициентов и характерного времени процесса

Зная характерное время процесса можем вычислить значение коэффициента диффузии при данных условиях:

$$D = \frac{VL}{2\tau S} \quad (1)$$

Методом частных производных оценим погрешности вычислений:

$$\sigma_V = \Delta V \cdot \frac{\partial D}{\partial V} = \Delta V \cdot \frac{D}{V}$$

$$\sigma_\tau = \Delta \tau \cdot \frac{\partial D}{\partial \tau} = \Delta \tau \cdot \frac{D}{\tau}$$

$$\frac{L}{S} = \Delta \frac{L}{S} \cdot \frac{\partial D}{\partial \frac{L}{S}} = \Delta \frac{L}{S} \cdot \frac{DS}{L}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\frac{L}{S}}^2 + \sigma_\tau^2 + \sigma_V^2}$$

В результате получим:

$$P_1 = 40 \text{торр} \quad D_1 = 1.5 \cdot 10^{-3} \pm 1 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

$$P_2 = 80 \text{торр} \quad D_2 = 7.8 \cdot 10^{-4} \pm 7 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

$$P_3 = 120 \text{торр} \quad D_3 = 5.6 \cdot 10^{-4} \pm 5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

$$P_4 = 160 \text{торр} \quad D_4 = 4.5 \cdot 10^{-4} \pm 4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

$$P_5 = 200 \text{торр} \quad D_5 = 3.4 \cdot 10^{-4} \pm 3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

Убедимся в линейной зависимости коэффициента взаимной диффузии от обратного давления, для этого по оси x отложим значение $1/P$, а по оси y соответствующее значение коэффициента взаимной диффузии D :

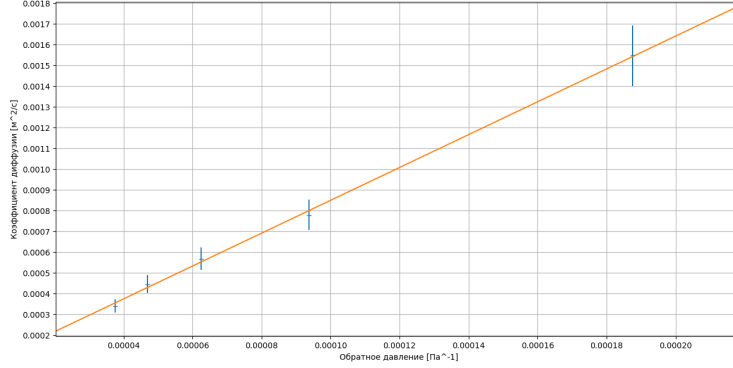


Рис. 2: Зависимость коэффициента взаимной диффузии от обратного давления

3.2 Вычисление длины свободного пробега

Длина свободного пробега атомов гелия может быть вычислена по формуле:

$$\lambda = \frac{3D}{\bar{u}} \quad (2)$$

Где \bar{u} - средняя тепловая скорость. Считаем температуру неизменной на протяжении всего эксперимента $T = 293 \pm 1\text{К}$. Концентрация гелия в работе гораздо меньше концентрации воздуха $n_{\text{He}} \ll n_{\text{Возд}}$, кроме того атомы гелия существенно легче молекул составляющих воздух $\mu_{\text{He}} \ll \mu_{\text{O}_2}$, $\mu_{\text{He}} \ll \mu_{\text{N}_2}$. Поэтому перемешивание газов в работе можно приближенно описывать как диффузию примеси лёгких частиц He на практически стационарном фоне воздуха.

Найдем среднюю тепловую скорость частиц гелия:

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu_{\text{He}}}}$$

Оценим погрешность:

$$\sigma = \Delta T \cdot \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8R}{T\pi\mu_{\text{He}}}}$$

По формуле (2) найдем длину свободного пробега в условиях эксперимента:¹

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 3.7 \cdot 10^{-6} \pm 4 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ \lambda_2 &= 1.9 \cdot 10^{-6} \pm 2 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ \lambda_3 &= 1.4 \cdot 10^{-6} \pm 1 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ \lambda_4 &= 1.0 \cdot 10^{-6} \pm 1 \cdot 10^{-7} \text{ м} \\ \lambda_5 &= 8.2 \cdot 10^{-7} \pm 8 \cdot 10^{-8} \text{ м}\end{aligned}$$

Таблица 2: Длина свободного пробега в различных экспериментах

4 Вывод

С точностью 8% удалось вычислить коэффициент взаимной диффузии газов. D линейно зависит от обратного давления $1/P$, что обосновывается формулой (2). Выразим P как функцию $P = f(n_{He}, n_{возд}, T) = (n_{He} + n_{возд})kT$, и получим, что D пропорциональна $1/P$. Наибольший вклад в ошибку вычисления коэффициента диффузии вносит систематическая погрешность, связанная с физическими размерами установки – объемами сосудов, длиной и площадью сечения соединяющей трубки. Стоит отметить, что методика измерений, не позволяет вычислить коэффициент взаимной диффузии при равных концентрациях газов. В этом случае придется учитывать теплоемкости всей смеси, а не только воздуха. Также методика не подходит для экспериментов с разреженными газами, так как в таком случае невозможно измерить теплоемкость резистивными датчиками.

С точностью 10% удалось вычислить длину свободного пробега частиц гелия. Данная величина, как и коэффициент взаимной диффузии, убывает с ростом давления. Очевидно, ведь при низком давлении в вакуумных средах длина свободного пробега может быть порядка $10^{-1} - 10^3 \text{ м}$.

¹Ознакомиться с вычислениями можно по ссылке: <https://github.com/ShmakovVladimir/Labs>