

# Определение температуры Кюри гадолиния

Шмаков Владимир Б04-105

Сентябрь, МФТИ

## Введение

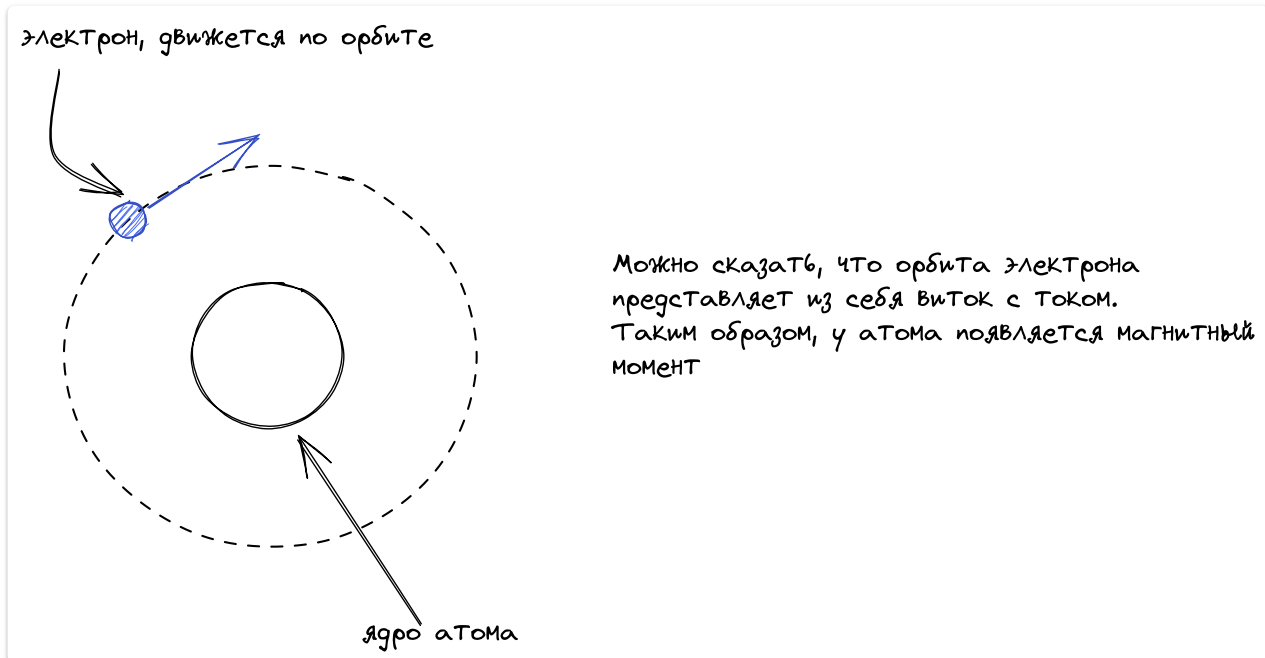
Целью данной работы является изучение температурной зависимости магнитной восприимчивости. Данные, полученные в работе, позволят вычислить температуру Кюри  $\Theta_p$  и парамагнитную температуру  $\Theta_k$ .

Эффект изменения магнитной восприимчивости вещества от температуры может быть использован для проектирования датчиков, измеряющих температуру окружающей среды.

Более широкое применение получил обратный эффект - эффект изменения температуры вещества от приложения внешнего магнитного поля (*магнитное охлаждение*). Существуют методы получения сверхнизких температур ( $< 1$  K), основанные на данном эффекте.

## Основные сведения о зависимости магнитной восприимчивости от температуры

**Парамагнетики** - вещества, атомы которых обладают магнитным моментом в отсутствие внешнего магнитного поля:



Пусть атомы некоторого парамагнетика обладают магнитным моментом  $m_a$ . Приложим внешнее поле  $B$ . Тогда энергия каждого из атомов определяется как скалярное произведение  $(\vec{B}, \vec{m}_a)$ . Максимальное значение данного произведения  $U_{max} = Bm_a$ .

Вещество находится в состоянии равновесия  $\rightarrow$  энергия атомов подчиняется распределению Гиббса:

$$dn \propto e^{-\frac{U(\alpha)}{k_B T}} d\alpha \quad (1)$$

Разложим экспоненту по формуле тейлора, получим:

$$n_+ = n_0 e^{m_a B / k_B T} \approx n_0 \left( 1 + \frac{m_a B}{k_B T} \right) \quad n_- \approx n_0 \left( 1 - \frac{m_a B}{k_B T} \right) \quad (2)$$

Где  $n_+$  - количество атомов, магнитный момент которых сонаправлен с внешним магнитным полем.

Из условия  $n_+ + n_- = n$  находим, что нормировочная константа  $n_0 = n/2$ .

Таким образом суммарный магнитный момент есть

$$M = n_+ m_a - n_- m_a = \frac{m_a^2 n}{k_B T} B = \frac{B}{\chi}$$

Таким образом, получили закон Кюри:

$$\chi \propto \frac{1}{T} \quad (5)$$

## Методика

### Оборудование

В эксперименте используется следующее оборудование:

- Катушка
- Образец из гадолиния
- Термостат
- Частотомер
- Цифровой вольтметр
- LC автогенератор
- Термопара медь-константан

### Экспериментальная установка

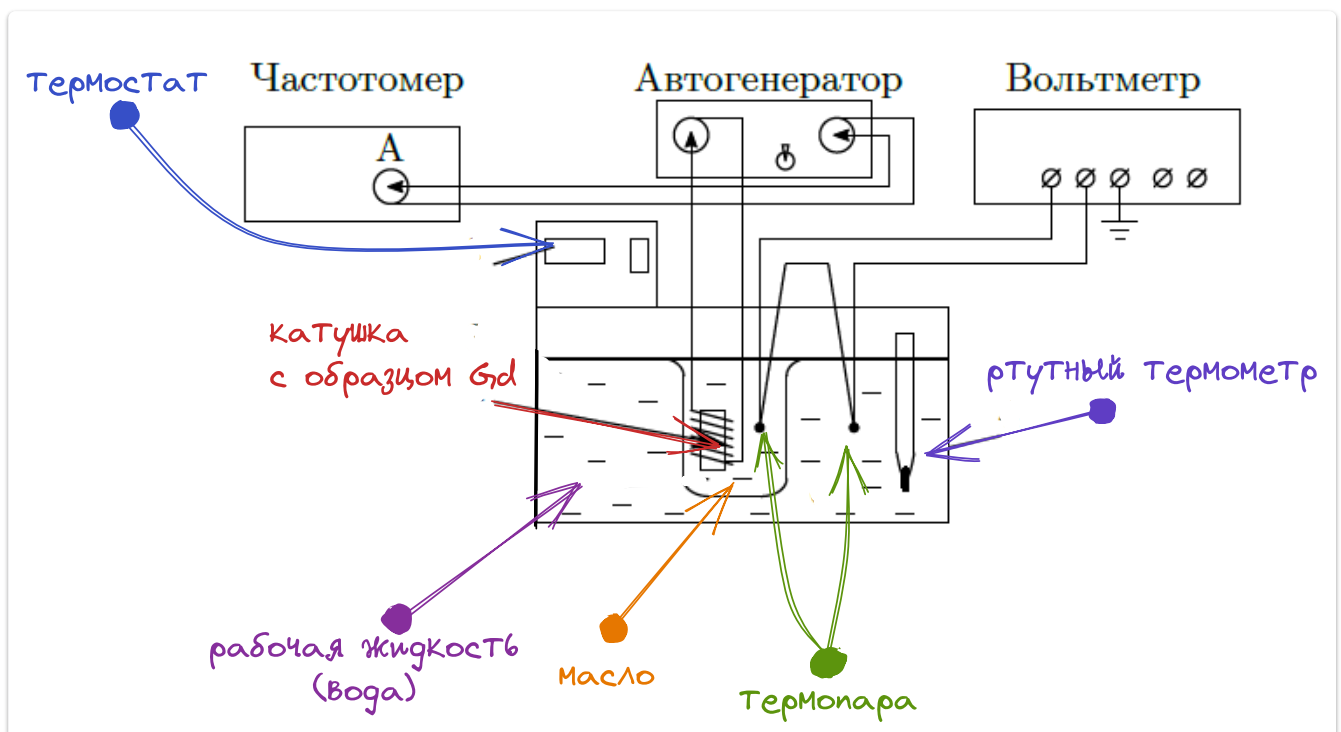


Схема экспериментальной установки изображена выше.

«Ядром» установки является автогенератор (LC контур). В катушку помещен образец гадолиния.

Таким образом величина ее индукции изменяется в зависимости от магнитной восприимчивости образца:

$$L - L_0 \propto \chi \quad (0)$$

Период колебаний  $LC$  контура находится по формуле:

$$\tau = 2\pi\sqrt{LC} \quad (1)$$

Таким образом, период колебаний без образца есть

$$\tau_0 = 2\pi\sqrt{L_0C} \quad (2)$$

Из формул 0,1,2 понимаем, что величина  $\chi$  пропорциональна разности квадратов периодов колебаний  $\tau$  и  $\tau_0$ :

$$\tau^2 - \tau_0^2 \propto L - L_0 \propto \chi \quad (3)$$

Таким образом, при выполнении закона Кюри - Вейсса:

$$\frac{1}{\tau^2 - \tau_0^2} \propto T - \Theta_p \quad (4)$$

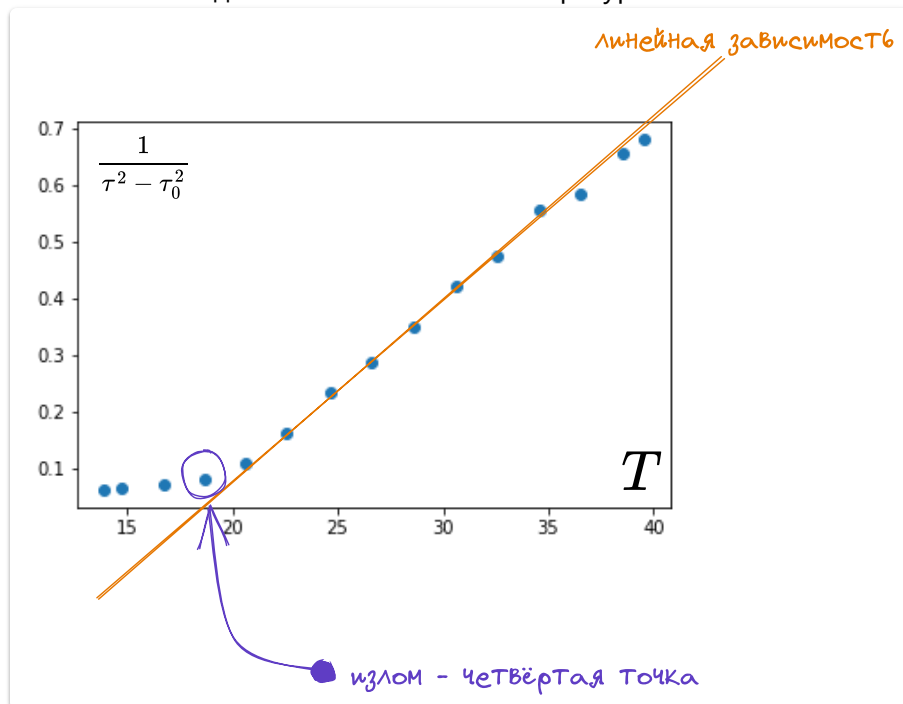
## Обработка результатов эксперимента

### Предварительный график

Для каждого измерения вычислим величину

$$\frac{1}{\tau^2 - \tau_0^2}$$

Построим график зависимости данной величины от температуры:



На графике видим характерный излом - отклонение от линейной зависимости.

### Линейная интерполяция

Из предварительного графика понимаем, что линейная зависимость ломается около четвертой точки. Интерполируем точки 5-15 методом наименьших квадратов. Получим:

Коэффициент наклона  $\alpha = 0.031 \pm 0.0005$

Пересечение с осью  $y$ :  $\beta = -0.5 \pm 0.01$

Теперь можем найти пересечение линейной интерполяции с осью  $x$ . Найденная точка является искомой температурой  $\Theta_p$ :

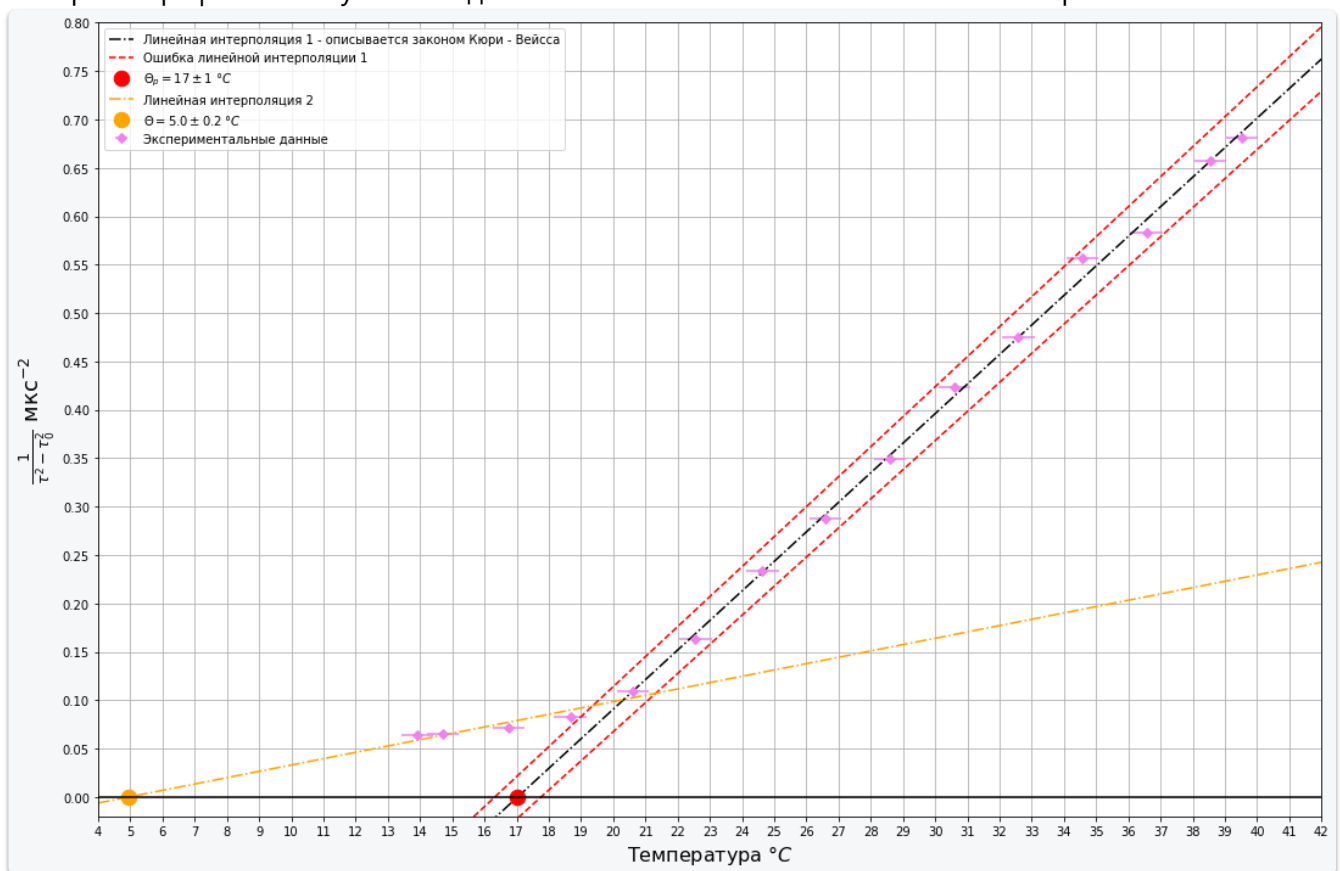
$$\Theta_p = -\frac{\beta}{\alpha}$$

Оценив погрешность получаем:  $\Theta_p = 17 \pm 1 \text{ } ^\circ\text{C}$

Используя участок нелинейной зависимости можем оценить температуру максимальной намагниченности  $\Theta$ . К сожалению, на этом участке всего 4 экспериментальные точки, поэтому достоверно восстановить исходную зависимость не является возможным. Попробую провести наилучшую прямую через данные точки.

### Итоговый график

Построим график по полученным данным. Нанесём на него вышеописанные прямые:



### Сравним полученные значения с табличными

Согласно источнику [википедия](#) температура Кюри Gd составляет примерно  $19 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

В эксперименте нашли парамагнитную температуру  $\Theta_p = 17 \pm 1 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

Как видим величина  $\Theta_p$  близка к  $\Theta_k$ . И они отличаются лишь на 5%.

По участку графика, отклоняющемуся от линейной зависимости, оценили величину  $\Theta$  - температуру максимальной намагниченности. По нашим данным она составила примерно  $5 \text{ } ^\circ\text{C}$ .

Согласно источнику [википедия](#), данная температура составляет примерно  $4.9^{\circ}\text{C}$ . Таким образом экспериментально вычисленное значение  $\Theta$  совпало с табличным.

## Вывод

Удалось вычислить величину  $\Theta_p$ . Как и ожидалось, она оказалась близка к температуре Кюри. Их различие составило всего 5%.

Погрешность измерения  $\Theta_p$  составила  $\sim 6\%$ .

Помимо  $\Theta_p$  удалось вычислить температуру максимальной намагниченности гадолиния.

Получилось  $\Theta = 5^{\circ}\text{C}$ .

## Приложение

Данные, полученные в ходе работы:

	tau [mus]	T [C]	deltaU [mV]
0	7.970000	14.200000	-0.012000
1	7.948000	15.070000	-0.015000
2	7.861500	17.120000	-0.015000
3	7.729300	19.100000	-0.018000
4	7.540100	21.090000	-0.020000
5	7.338700	23.080000	-0.022000
6	7.211700	25.090000	-0.019000
7	7.156100	27.070000	-0.020000
8	7.113000	29.070000	-0.020000
9	7.078000	31.080000	-0.020000
10	7.060000	33.060000	-0.020000
11	7.038000	35.060000	-0.020000
12	7.032200	37.040000	-0.020000
13	7.018400	39.030000	-0.020000
14	7.014700	40.000000	-0.020000

### Ссылки

Программа для расчетов может быть найдена в репозитории:

<https://github.com/ShmakovVladimir/Labs>

Табличные значения взяты из википедии