

# Модель распределения Больцмана

## Цель работы

Экспериментально получить распределение молекул по высоте в поле потенциальной силы (силы тяжести)

## Оборудование и программное обеспечение

- Поверхность, совершающая поступательное движение на высокой частоте (используется низкочастотный динамик)
- Небольшие шарики (бусинки)
- Сосуд
- Генератор сигналов
- библиотеки:
  - openCv (для получения и обработки результатов)
  - matplotlib (построение графиков)
  - numpy (расчеты)
- интерпретатор python
- камера

## Экспериментальная установка

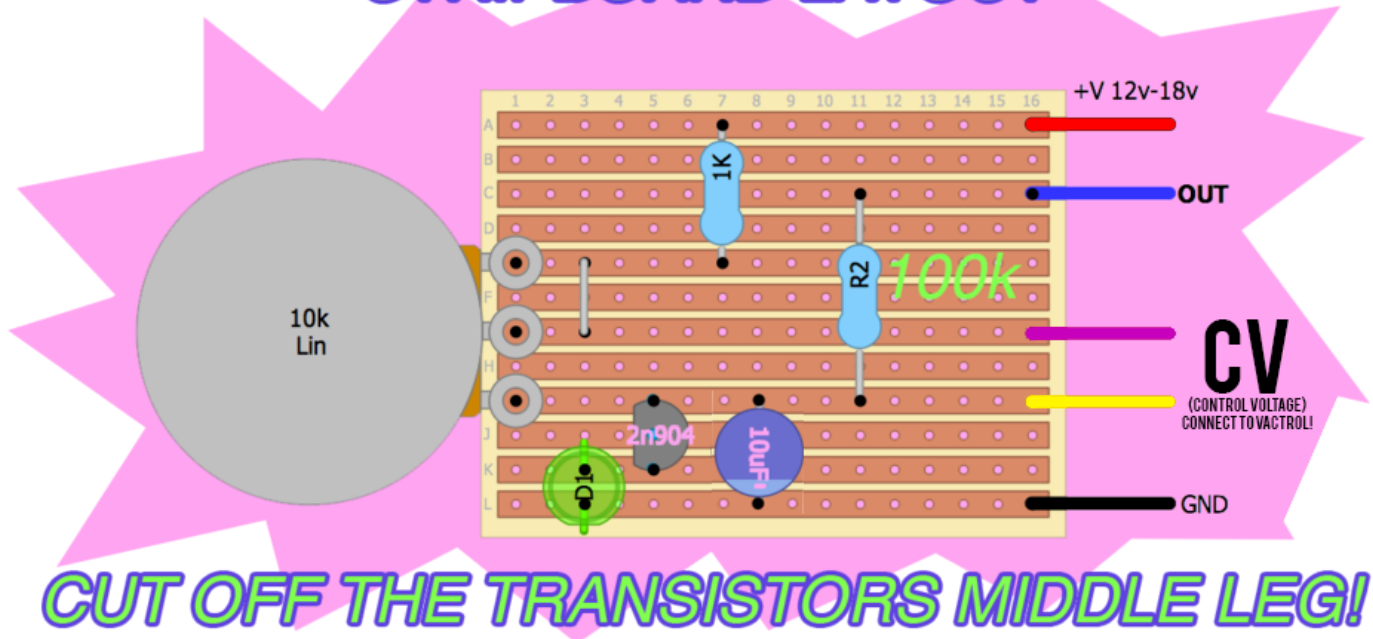
В качестве молекул идеального газа используем маленькие шарики. Если характерный размер сосуда много больше диаметра шарика, то столкновения шариков между собой маловероятны. Между шариками отсутствует дальнodelствующее взаимодействие. Таким образом **модель шариков подходит под описание модели идеального газа**.

Как же определить температуру в нашей модели? Как мы знаем  $U = (i/2)RT$ . То есть внутренняя энергия идеального газа пропорциональна температуре. Энергию шарикам будем передавать при помощи колеблющейся поверхности. Больше амплитуда колебаний поверхности → больше средняя кинетическая энергия шарика → больше внутренняя энергия газа → больше 'температура'.

Чтобы реализовать поверхность, совершающую колебания, соберем следующую конструкцию. К поверхности прикрепим металлическую шайбу. Под поверхностью разместим катушку. Металлическая шайба может притягиваться магнитным полем катушки. Если пропустить через катушку переменный электрический ток, система начнет колебаться. Данное устройство уже придумано, и его не нужно собирать. Прикрепим к низкочастотному широкополосному динамику панель, и получим нужную поверхность.

Для 'раскачки' колебательной системы требуется генератор частоты с высокой амплитудой. Можем использовать схему, основанную на эффекте лавинного пробоя транзистора. Она отлично подходит для данной задачи, так как точная настройка частоты не требуется.

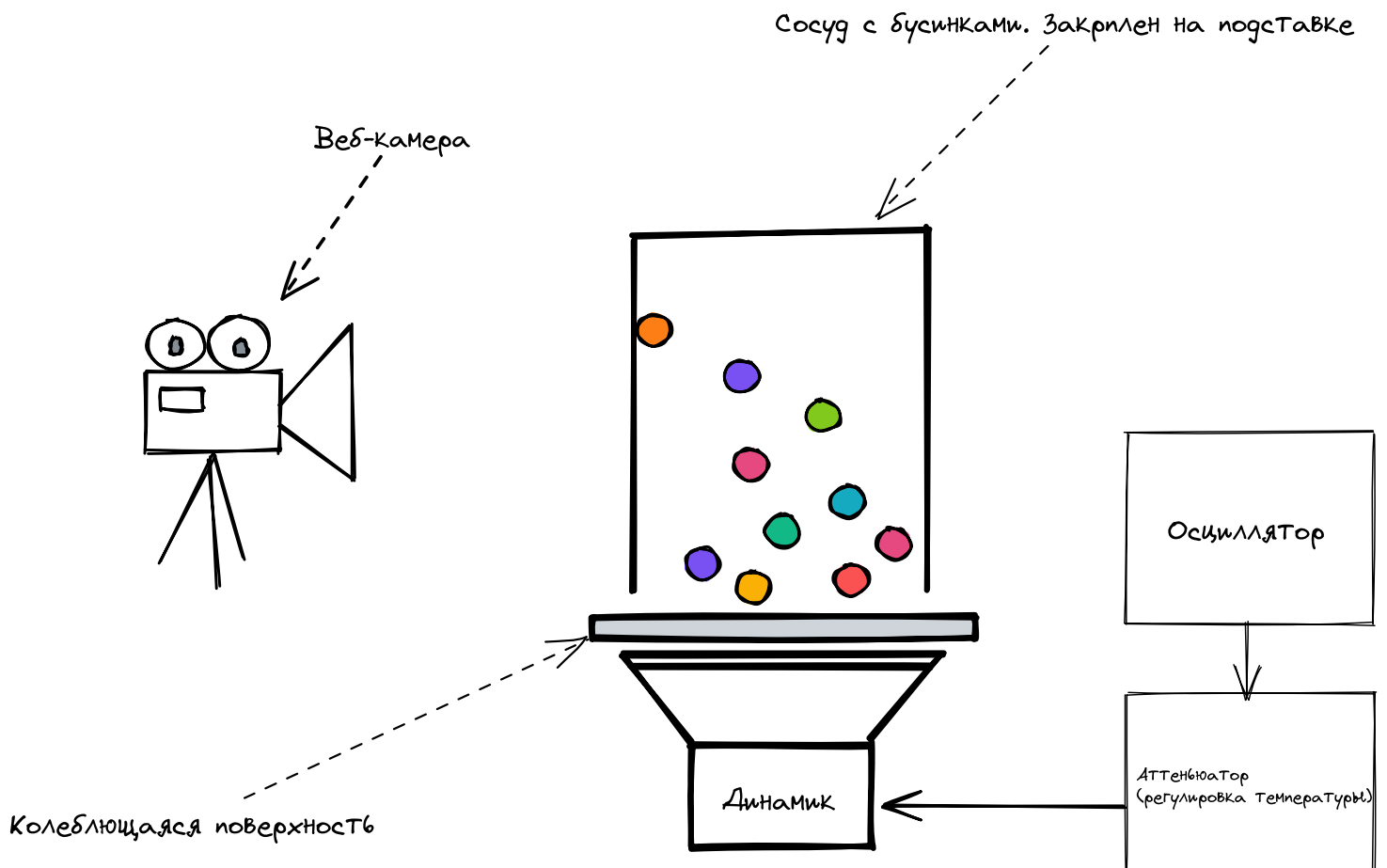
# STRIPBOARD LAYOUT



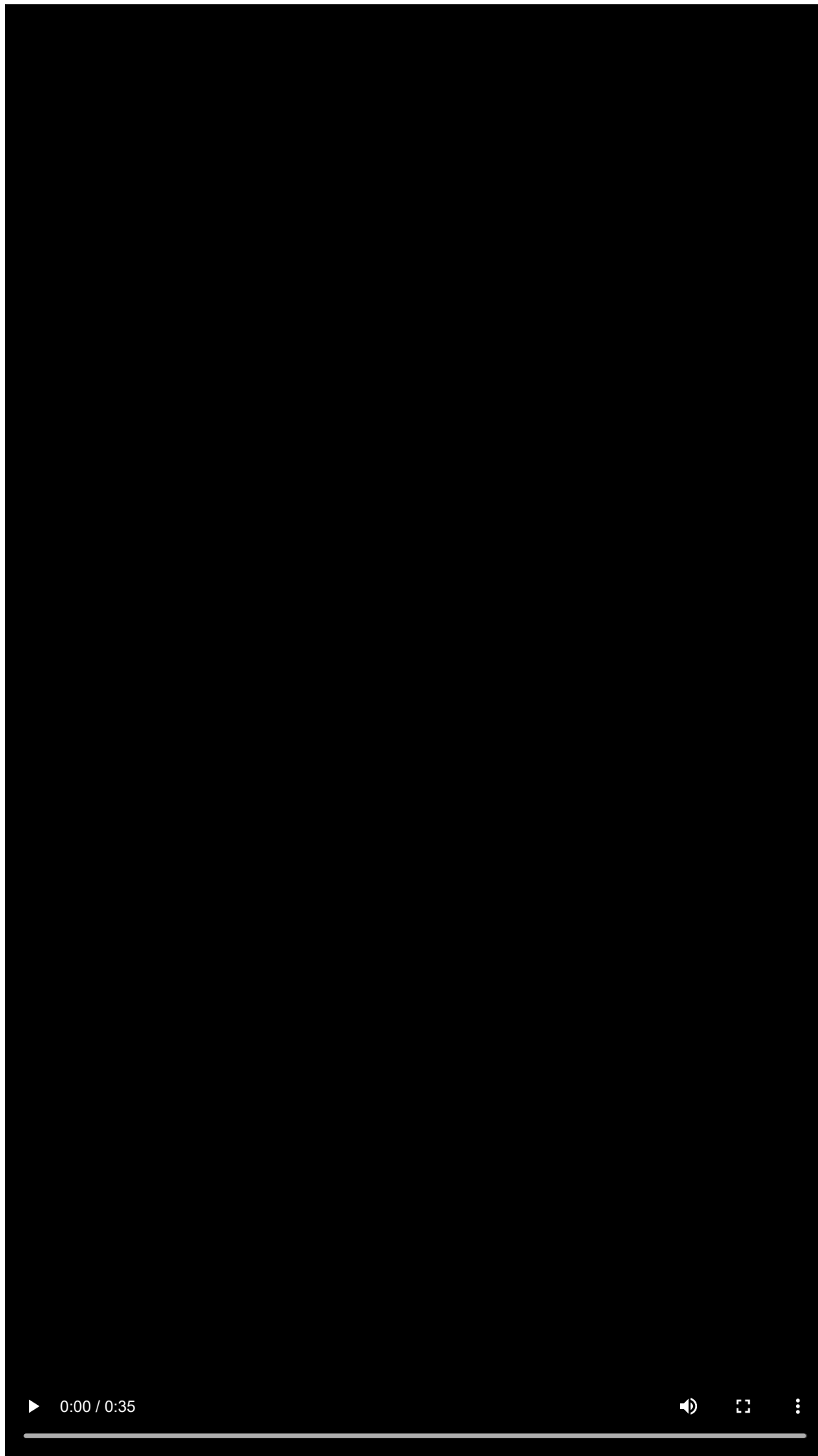
Подключим динамик к осциллятору через переменный резистор. Так мы сможем контролировать амплитуду колебаний.

Для анализа распределения 'молекул' по слоям используем веб-камеру и библиотеку OpenCv. Распределение Больцмана - непрерывное. Но шарики имеют достаточно большой размер - сосуд нельзя разбить на бесконечно малые слои. Из-за данных ограничений будем анализировать всего 4 слоя. На каждом необходимо посчитать количество молекул. Это можно делать вручную, а можно при помощи метода `.HoughCircles()` библиотеки OpenCv.

Схема установки:

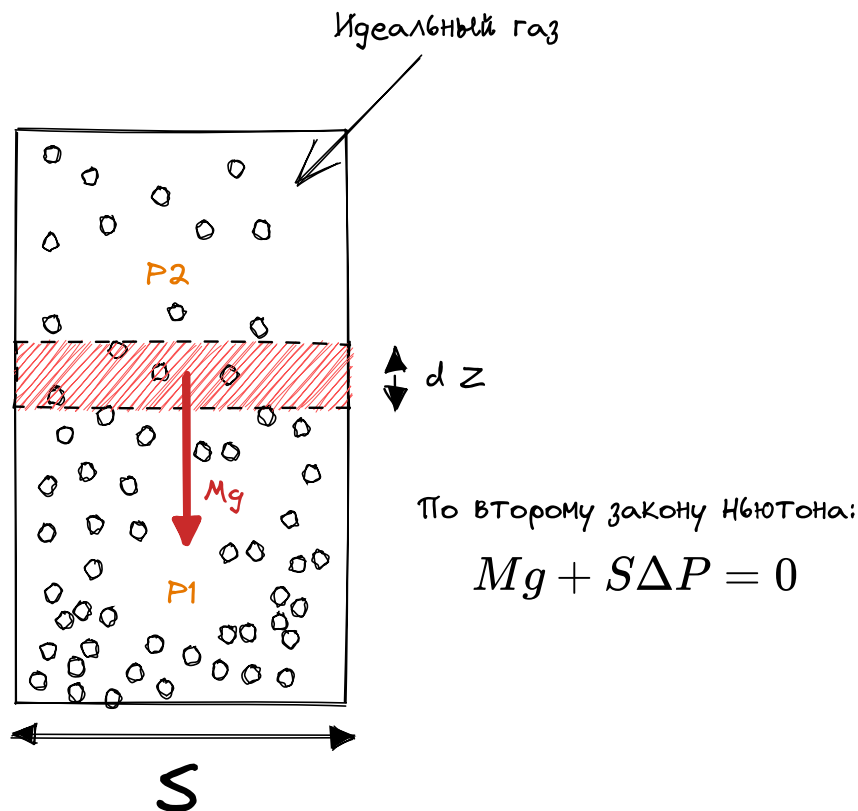


Демонстрация работы:



**Немного о распределении Больцмана**

Пусть вертикально расположенный сосуд наполнен идеальным газом. Тогда на все молекулы действует сила тяжести. Рассмотрим тонкий слой газа в сосуде:



$M$  - масса слоя газа - может быть выражена из концентрации:

$$Sdznm = M$$

Где  $m$  - масса одной молекулы. Из уравнения Клайперона - Менделеева ( $P = nkT$ ) получим:

$$kT \frac{dn}{dz} = -nmg$$

Перенесем  $n$  в левую часть выражения, а  $dz$  в правую. Получим:

$$\int kT \frac{dn}{n} = \int -mgdz$$

Проинтегрировав обе части получим:

$$n = n_0 \cdot e^{\frac{-mgz}{kT}}$$

То есть концентрация идеального газа при данной температуре зависит от высоты.

## Проведение и результаты эксперимента

Запустим веб-камеру и в некоторые моменты времени будем делать фотография сосуда с шариками. Разобьем изображение на 4 слоя и посчитаем количество молекул в каждом. Данные по всем экспериментам при каждой температуре усредним.

В результате работы получили следующие данные:

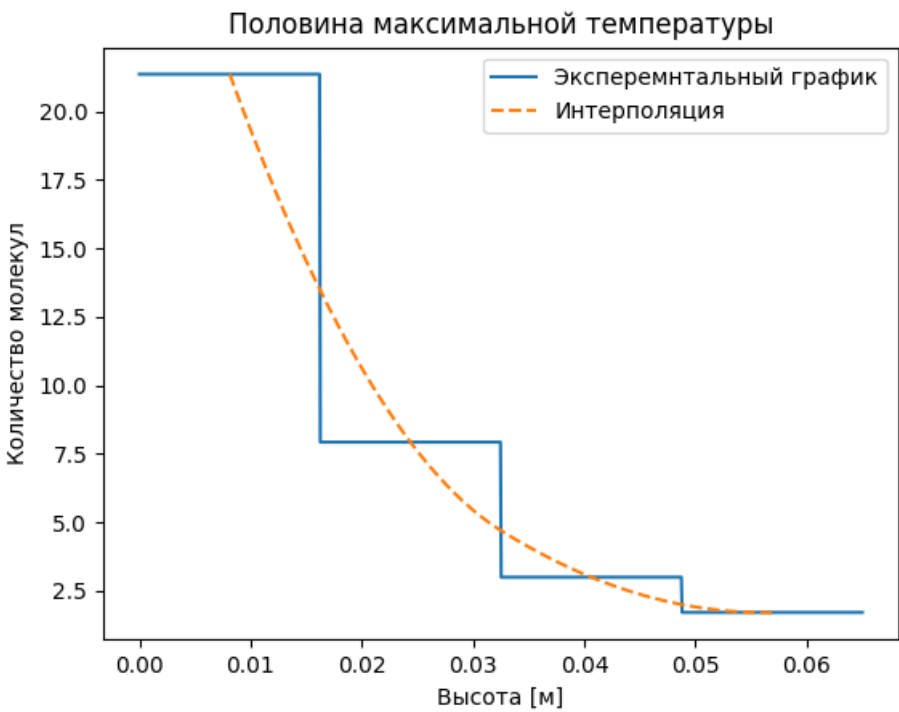
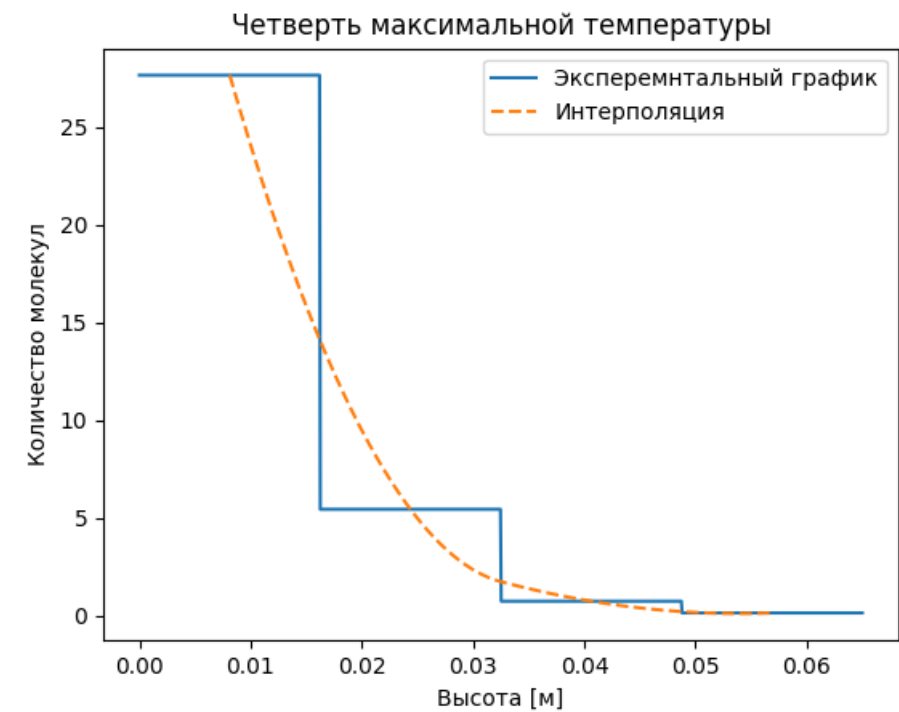
Температура	$\langle N_1 \rangle$	$\langle N_2 \rangle$	$\langle N_3 \rangle$	$\langle N_4 \rangle$
-----	-----	-----	-----	-----
$\frac{1}{4}T_{max}$	27.8	5.4	0.8	0.14

$\left  \frac{1}{2} T_{max} \right $	21.4	7.9	3	1.7
$\left  \frac{3}{4} T_{max} \right $	20.6	7.3	3.9	2.2

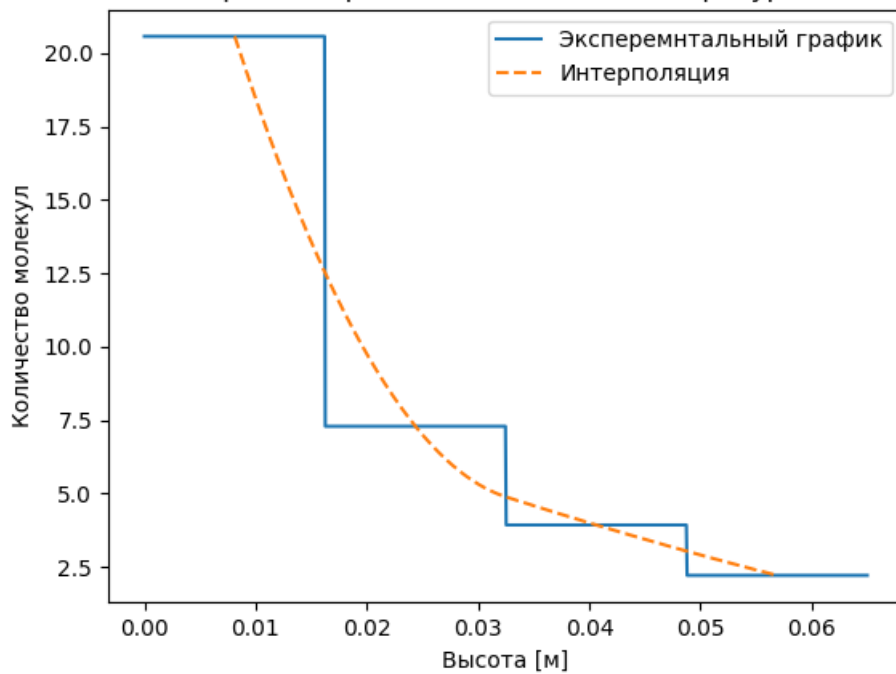
Где  $\langle N_i \rangle$  - среднее число молекул на  $i$  - ом слое

## Обработка результатов

Для каждого эксперимента построим график зависимости числа молекул от высоты

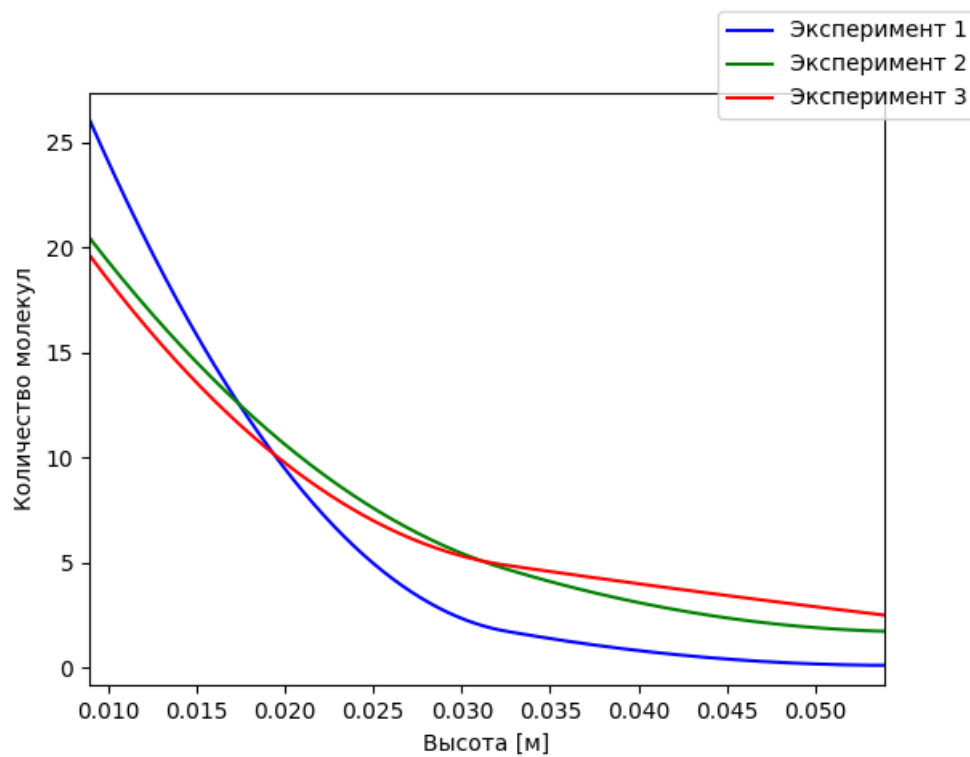


Три четверти максимальной температуры



Как видим, зависимость действительно похожа на экспоненциальную. Однако в связи с маленьким количеством слоев нельзя сделать вывододнозначно.

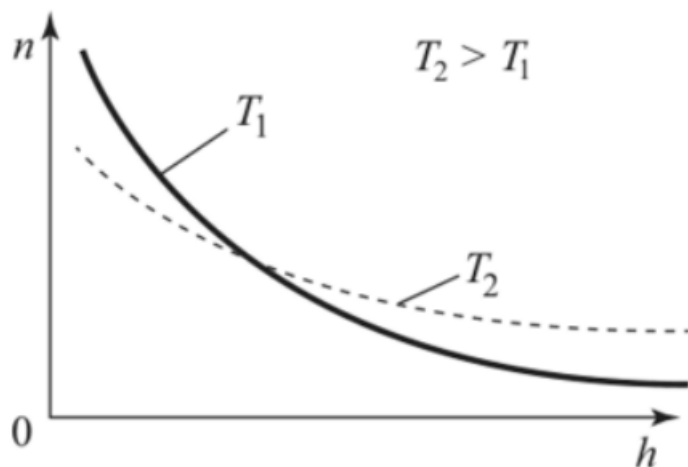
Соотнесем результаты всех экспериментов. Посмотрим, как изменение температуры влияет на



зависимость.

Как видим, чем выше температура - тем...

Графики похожи на экспериментально полученные зависимости идеального газа:



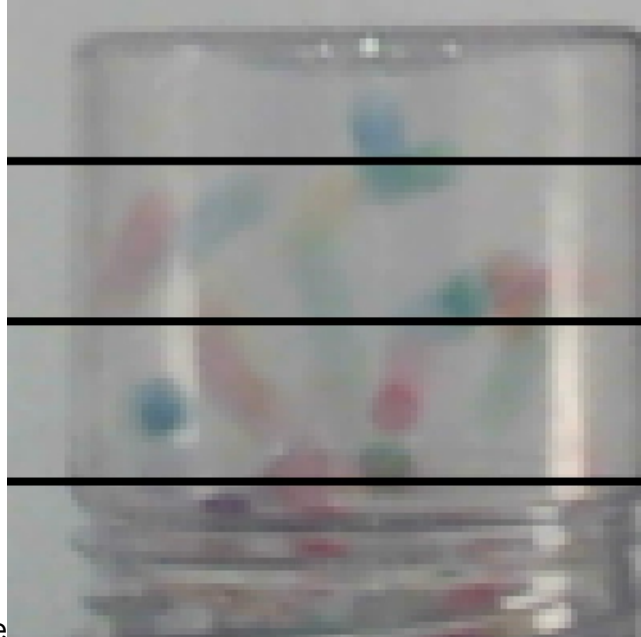
## Вывод

Модель позволяет подтвердить зависимость концентрации молекул от высоты при данной температуре. Позволяет понять характер изменения распределения с ростом температуры.

Однако в силу большого размера шариков, нельзя получить точный график распределения молекул по высоте.

## Приложение

Код будет доступен по ссылке: <https://github.com/ShmakovVladimir/Labs>



Фотографии, полученные в работе

