

Модель распределения Больцмана

Цель работы

Экспериментально получить распределение молекул по высоте в поле потенциальной силы(силы тяжести)

Оборудование и программное обеспечение

- Поверхность, совершающая поступательное движение на высокой частоте(используется низкочастотный динамик)
- Небольшие шарики(бусинки)
- Сосуд
- Генератор сигналов
- библиотеки:
 - openCv(для получения и обработки результатов)
 - matplotlib(построение графиков)
 - numpy(расчеты)
- интерпретатор python
- камера

Экспериментальная установка

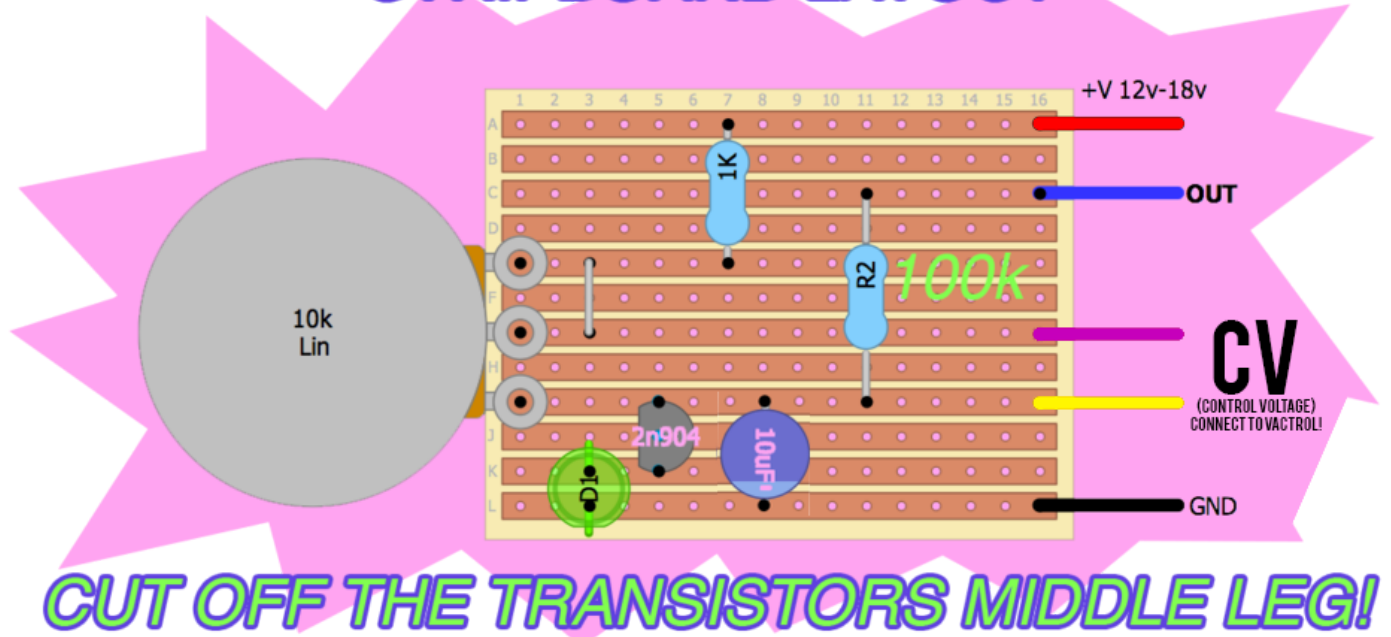
В качестве молекул идеального газа используем маленькие шарики. Если характерный размер сосуда много больше диаметра шарика, то столкновения шариков между собой маловероятны. Между шариками отсутствует дальнедействующее взаимодействие. Таким образом **модель шариков подходит под описание модели идеального газа.**

Как же определить температуру в нашей модели? Как мы знаем $U = (i/2)RT$. То есть внутренняя энергия идеального газа пропорциональна температуре. Энергию шарикам будем передавать при помощи колеблющейся поверхности. Больше амплитуда колебаний поверхности -> больше средняя кинетическая энергия шарика -> больше внутренняя энергия газа -> больше 'температура'.

Чтобы реализовать поверхность, совершающую колебания, соберем следующую конструкцию. К поверхности прикрепим металлическую шайбу. Под поверхностью разместим катушку. Металлическая шайба может притягиваться магнитным полем катушки. Если пропустить через катушку переменный электрический ток, система начнет колебаться. Данное устройство уже придумано, и его не нужно собирать. Прикрепим к низкочастотному широкополосному динамику панель, и получим нужную поверхность.

Для 'раскачки' колебательной системы требуется генератор частоты с высокой амплитудой. Можем использовать схему, основанную на эффекте лавинного пробоя транзистора. Она отлично подходит для данной задачи, так как точная настройка частоты не требуется.

STRIPBOARD LAYOUT

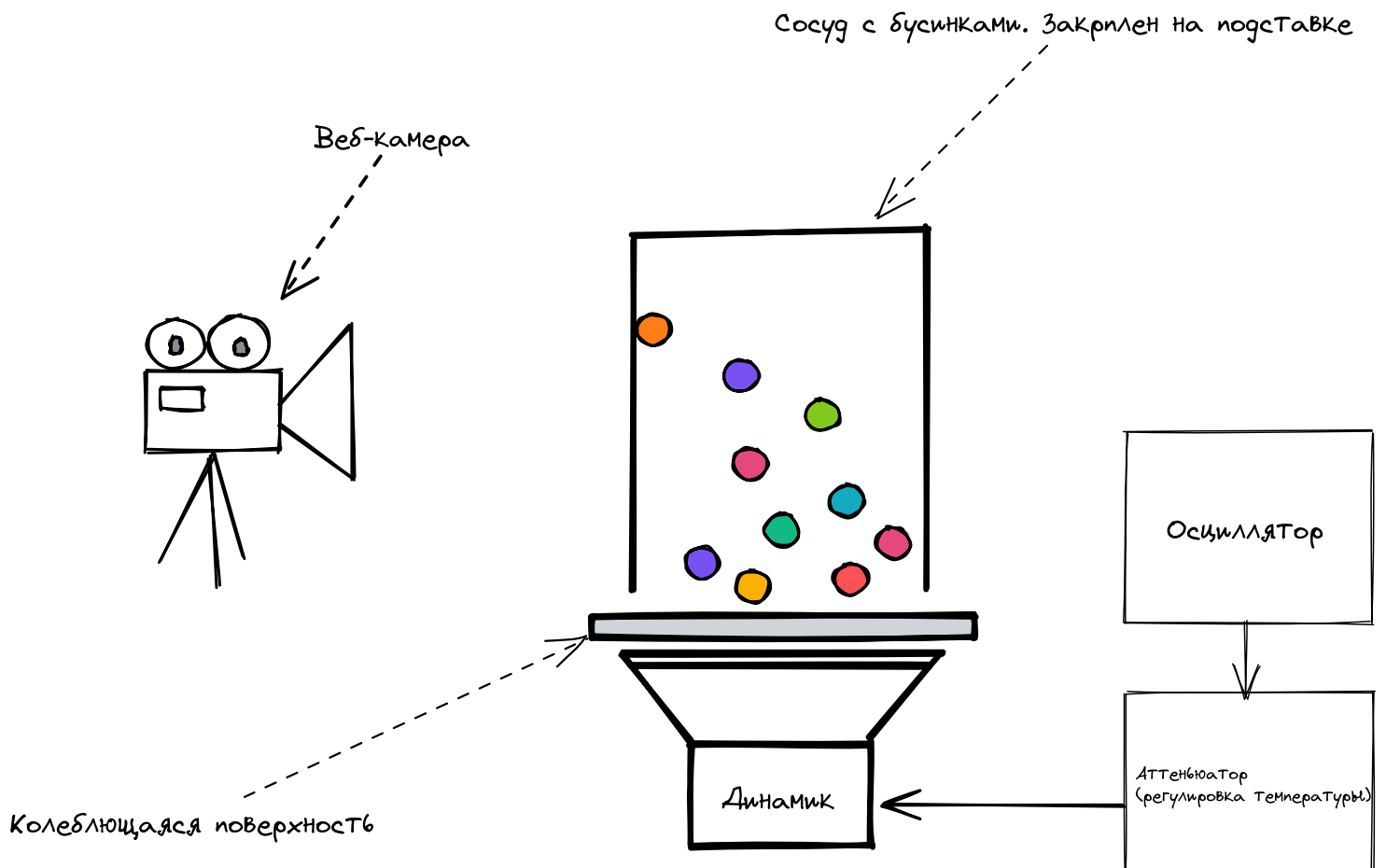


CUT OFF THE TRANSISTORS MIDDLE LEG!

Подключим динамик к осциллятору через переменный резистор. Так мы сможем контролировать амплитуду колебаний.

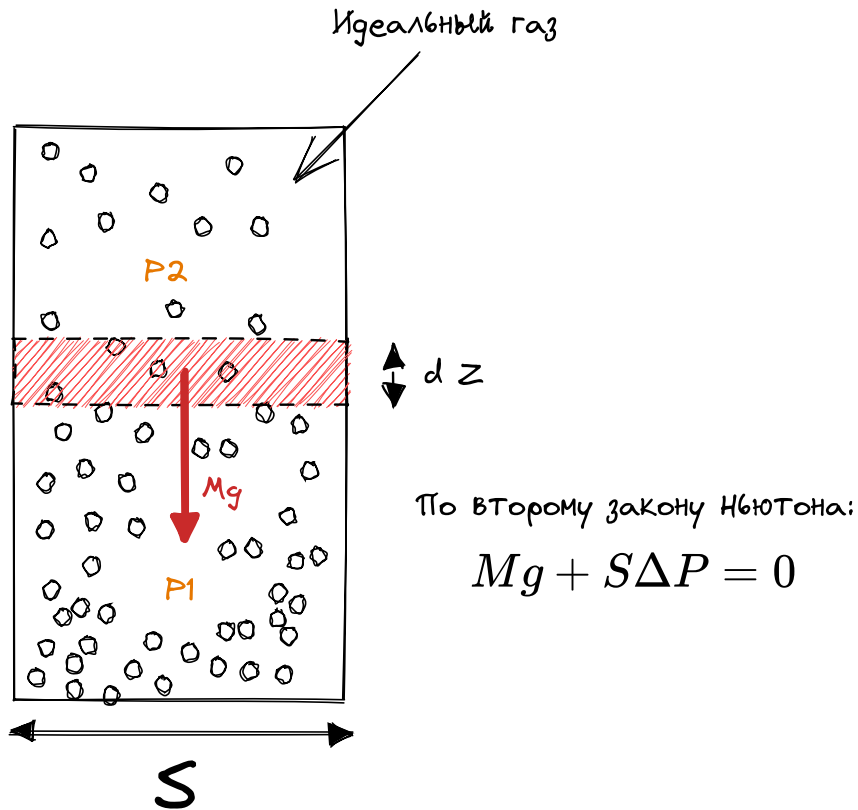
Для анализа распределения 'молекул' по слоям используем веб-камеру и библиотеку OpenCv. Распределение Больцмана - непрерывное. Но шарики имеют достаточно большой размер - сосуд нельзя разбить на бесконечно малые слои. Из-за данных ограничений будем анализировать всего 4 слоя. На каждом необходимо посчитать количество молекул. Это можно делать вручную, а можно при помощи метода `.HoughCircles()` библиотеки OpenCv.

Схема установки:



Немного о распределении Больцмана

Пусть вертикально расположенный сосуд наполнен идеальным газом. Тогда на все молекулы действует сила тяжести. Рассмотрим тонкий слой газа в сосуде:



M - масса слоя газа - может быть выражена из концентрации:

$$Sdznm = M$$

Где m - масса одной молекулы. Из уравнения Клайперона - Менделеева ($P = nkT$) получим:

$$kT \frac{dn}{dz} = -nmg$$

Перенесем n в левую часть выражения, а dz в правую. Получим:

$$\int kT \frac{dn}{n} = \int -mgdz$$

Проинтегрировав обе части получим:

$$n = n_0 \cdot e^{\frac{-mgz}{kT}}$$

То есть концентрация идеального газа при данной температуре зависит от высоты.

Проведение и результаты эксперимента

Запустим веб-камеру и в некоторые моменты времени будем делать фотографию сосуда с шариками. Разобьем изображение на 4 слоя и посчитаем количество молекул в каждом. Данные по всем экспериментам при каждой температуре усредним.

В результате работы получили следующие данные:

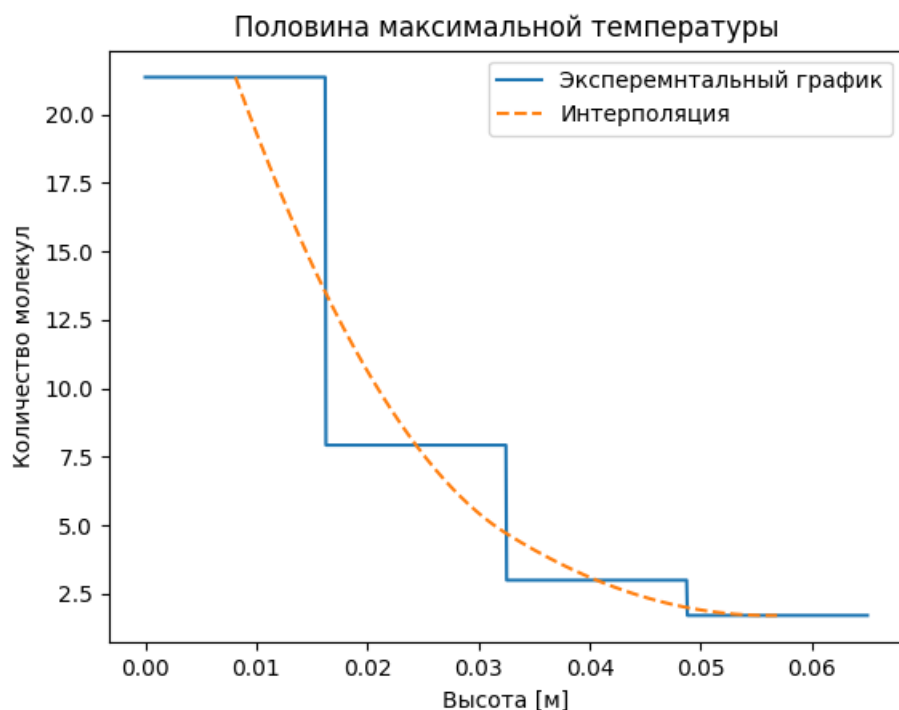
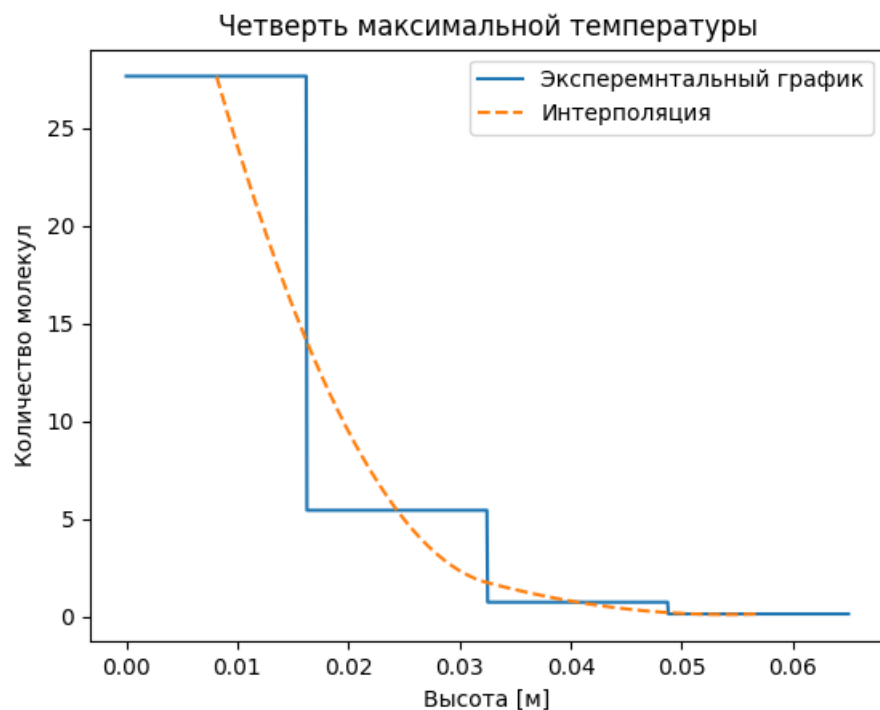
Температура	$\langle N_1 \rangle$	$\langle N_2 \rangle$	$\langle N_3 \rangle$	$\langle N_4 \rangle$
-------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------	-----------------------

Температура	$\langle N_1 \rangle$	$\langle N_2 \rangle$	$\langle N_3 \rangle$	$\langle N_4 \rangle$
$\frac{1}{4}T_{max}$	27.8	5.4	0.8	0.14
$\frac{1}{2}T_{max}$	21.4	7.9	3	1.7
$\frac{3}{4}T_{max}$	20.6	7.3	3.9	2.2

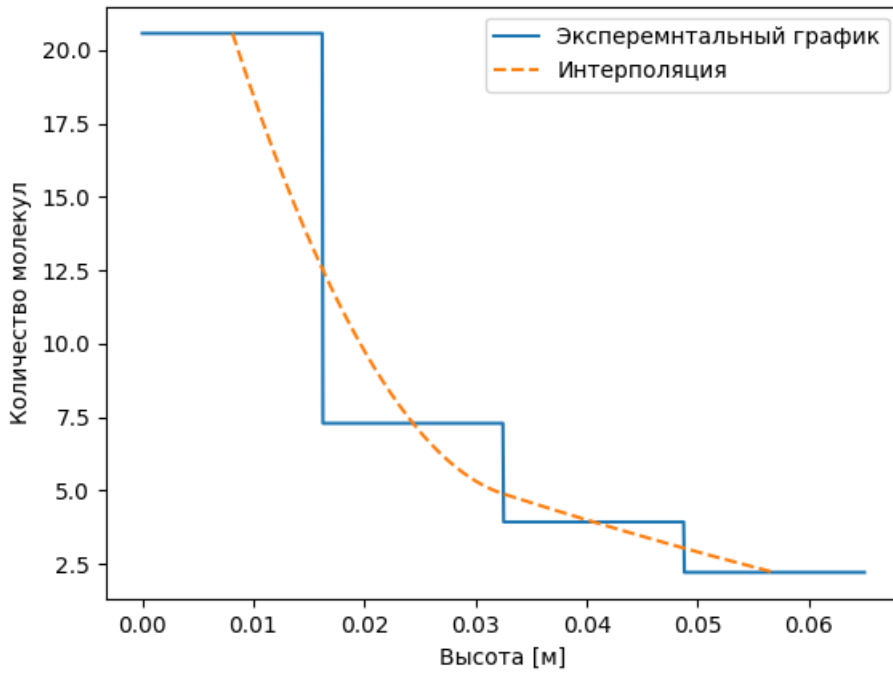
Где $\langle N_i \rangle$ - среднее число молекул на i - ом слое

Обработка результатов

Для каждого эксперимента построим график зависимости числа молекул от высоты

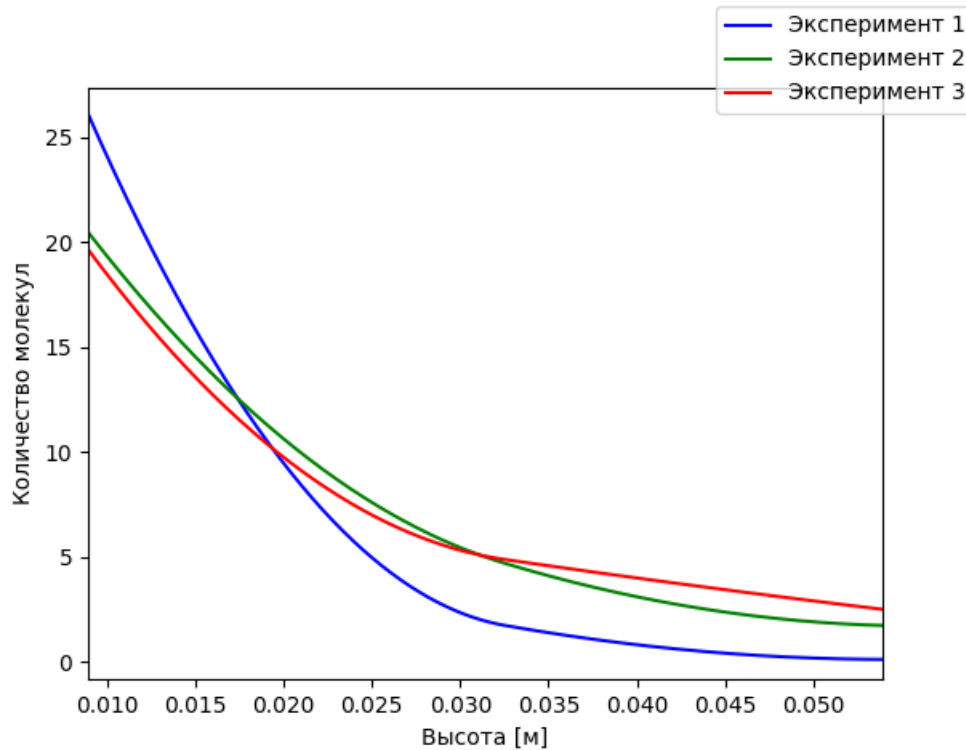


Три четверти максимальной температуры



Как видим, зависимость действительно похожа на экспоненциальную. Однако в связи с маленьким количеством слоев нельзя сделать вывод однозначно.

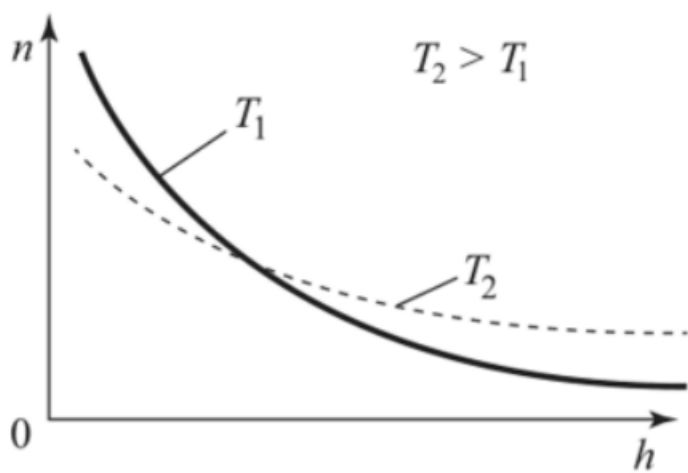
Соотнесем результаты всех экспериментов. Посмотрим, как изменение температуры влияет на



зависимость.

Графики похожи на экспериментально полученные зависимости концентрации от высоты идеального газа (O_2). Заметно, что графики замечают одинаковую площадь. Так происходит потому, что $\int n(h) \cdot dh$

есть полное количество молекул.



Вывод

Модель позволяет подтвердить зависимость концентрации молекул от высоты при данной температуре. Позволяет понять характер изменения распределения с ростом температуры.

Однако в силу большого размера шариков, нельзя получить точный график распределения молекул по высоте.