

Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский физико-технический институт (государственный  
университет)»  
Факультет инноваций и высоких технологий  
Кафедра анализа данных

## Магистерская диссертация

Тема: **Название моей работы (TODO)**

Направление: 010400  
Прикладные математика и информатика

Выполнил:  
студент 093 группы \_\_\_\_\_ Попов М.В.

Научный руководитель:  
д.физ.-мат.н., проф.(todo) \_\_\_\_\_ Ромашенко А.Е.

г. Москва 2016

# Содержание

<b>Введение</b> . . . . .	<b>2</b>
<b>Коммуникационная сложность</b> . . . . .	<b>2</b>
1.1 Постановка задачи . . . . .	2
1.2 Подсекция . . . . .	3
<b>Коммуникационная сложность</b> . . . . .	<b>3</b>
2.1 Постановка задачи . . . . .	3

# Введение

(ToDo) Актуальность, новизна, краткая выжимка.

## Коммуникационная сложность

### 1.1 Постановка задачи

Мы будем рассматривать задачи следующего вида: пусть имеется два человека, которые хотят совместно вычислить значение некоторой функции от двух переменных  $f(x, y)$ . По традиции мы будем называть первого участника игры Алисой, а второго Бобом. Сложность у этой задачи в том, что Алиса знает только значение аргумента  $x$ , а Боб значение аргумента  $y$ . Алиса и Боб могут обмениваться сообщениями по каналу связи. Требуется вычислить значение  $f(x, y)$ , переслав по каналу связи минимальное количество информации.

Мы предполагаем, что Алиса и Боб заранее (до того, как им станут известны значения  $x$  и  $y$ ) договариваются о коммуникационном протоколе — о наборе соглашений, какие именно данные и в каком порядке они будут пересылать друг другу при тех или иных значениях  $x$  и  $y$ .

Опишем теперь всю задачу более формально. Пусть имеются конечные множества  $X, Y, Z$  и задана некоторая функция  $f : X \times Y \rightarrow Z$ .

**Определение.** Коммуникационным протоколом для вычисления некоторой функции  $f : X \times Y \rightarrow Z$  называется ориентированное двоичное дерево со следующей разметкой на вершинах и ребрах:

- каждая нелистовая вершина помечена буквой  $A$  или  $B$ ;
  - у вершин с пометкой  $A$  определена функция  $g_i : X \rightarrow \{0, 1\}$ ;
  - у вершин с пометкой  $B$  определена функция  $f_j : Y \rightarrow \{0, 1\}$ ;
- каждой листовой вершине сопоставлен элемент множества  $Z$ ;
- каждое ребро помечено 0 или 1.

Пусть Алиса и Боб договорились, что будут действовать по некоторому протоколу  $\mathcal{P}$ . Затем Алиса получила  $x \in X$ , а Боб получил  $y \in Y$ .

Поместим фишку в корневую вершину нашего протокола  $\mathcal{P}$  и будем перемещать ее вниз по дереву, последовательно удаляясь от корня, пока она не попадём в один из листьев. Перемещение фишки выполняется следующим образом. Если текущая вершина помечена буквой  $A$  это значит, что сейчас очередь Алисы. Она применяет функцию  $g_i$  текущей вершины к своему значению  $x$ . Алиса отправляет по каналу связи бит равный  $g_i(x)$  и перемещает фишку по ребру, помеченному как  $g_i(x)$ . Боб получает отправленный бит и понимает куда была сдвинута фишка. Для вершин помеченных буквой  $B$  поступают аналогично. Когда фишка попадает в лист дерева, записанное там значение  $z \in Z$  объявляется результатом выполнения протокола.

Мы говорим, что протокол  $\mathcal{P}$  вычисляет функцию  $f : X \times Y \rightarrow Z$ , если для любого  $x \in X$  и любого  $y \in Y$  при движении из корня по пути, соответствующему заданным  $x$  и  $y$ , мы попадаем в лист, помеченный  $z = f(x, y)$ .

**Определение.** *Сложностью коммуникационного протокола называется его глубина. Коммуникационной сложностью функции  $f$  называется минимальная сложность протокола, вычисляющего  $f$ . Мы будем обозначать её  $CC(f)$ .*

## 1.2 Подсекция

# Коммуникационная сложность

## 2.1 Постановка задачи