214124134

ГЛАВА 1

НАТУРАЛЬНЫЕ, ЦЕЛЫЕ, ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА. ДЕЛИМОСТЬ.

Натуральные, целые, простые и составные числа, признаки делимости чисел изучаются еще в младших классах. В кружковой работе, на факультативных занятиях как внеурочный материал можно изучать следующий дополнительный материал :

1. **Основная теорема арифметики:** каждое натуральное число $n > 1$ единственным образом представимо в виде

$$n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k},$$

где $p_1 < p_2 < \ldots < p_k$ – простые числа, и $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k$ – некоторые натуральные числа. Такое представление числа n называется его *каноническим разложением* на простые сомножители.

2. Если натуральное число есть точный квадрат, то в его разложение каждый простой сомножитель входит в четной степени. Действительно, пусть $n = m^2$, где n и m – натуральные числа. Из основной теоремы арифметики следует, что существует каноническое разложение

$$m = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k}.$$

Следовательно,

$$n = m^2 = (p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k})^2 = p_1^{2\alpha_1} \cdot p_2^{2\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{2\alpha_k}.$$

3. Если натуральное число есть точный квадрат, то число делителей его нечетно; если не точный квадрат – четное число. Это не трудно доказать: если число не точный квадрат, то каждому делителю найдется пара, значит число делителей есть четное число. А если число есть точный квадрат, одному делителю не найдется пара, отличная от него.

4. Точный квадрат никогда не оканчивается цифрами 2, 3, 7, 8.

5. Пусть каноническое разложение $n = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot p_k^{\alpha_k}$. Тогда число делителей числа n вычисляется по формуле:

$$\tau(n) = (\alpha_1 + 1) \cdot (\alpha_2 + 1) \cdot \ldots \cdot (\alpha_k + 1).$$

6. Среди последовательных трех натуральных чисел есть хотя бы одно число, делящееся на 3 (в дальнейшем под словом “делимость” будем понимать “делимость” без остатка), а также, хотя бы одно четное число.

7. Как следствие признака 6, можем сказать, что произведение трех последовательных чисел всегда делится на 6.

8. Произведение двух последовательных четных чисел делится на 8 без остатка.

9. При делении суммы цифр натурального числа на 3 получается такой же остаток, как и при делении данного натурального числа на 3. Этот признак получается из признака делимости натурального числа на 3.