

# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ КУРСЫ УНИВЕРСИТЕТА ИННОПОЛИС

## МАТЕМАТИКА 10 КЛАСС

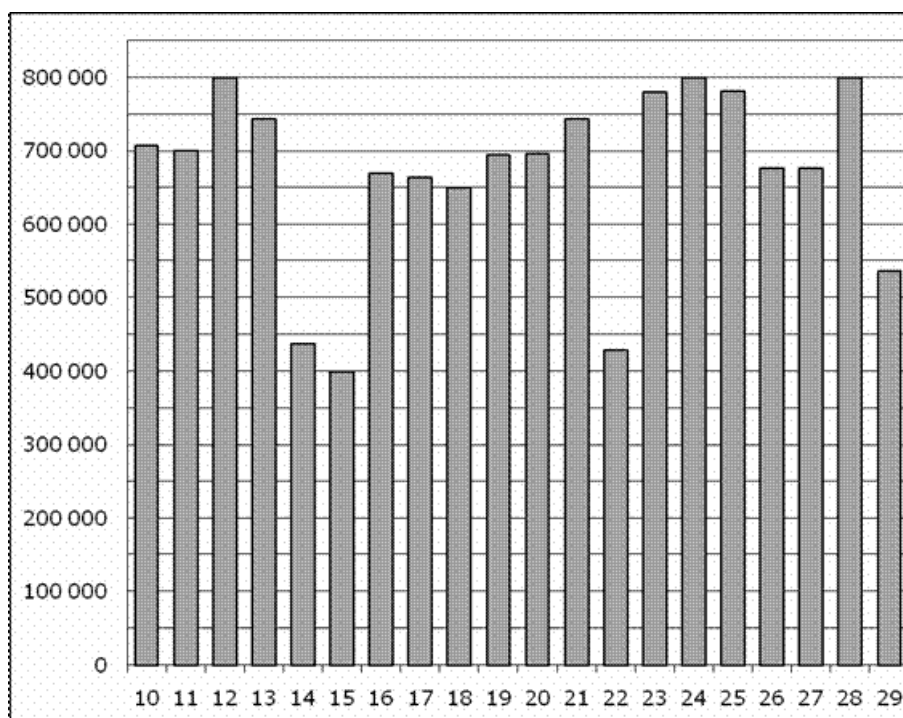
## СОДЕРЖАНИЕ

Вступительный тест

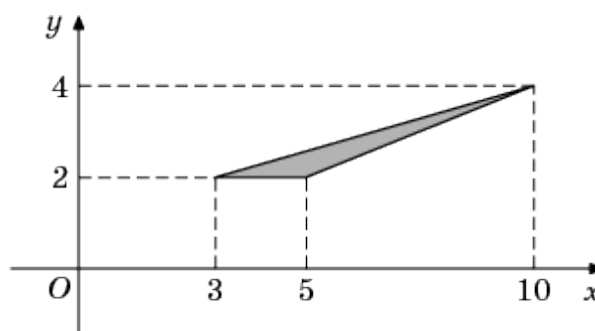
3

## ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ТЕСТ

1. В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 сентября составляли 137 куб. м воды, а 1 октября — 145 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за сентябрь, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 22 руб. 51 коп.? Ответ дайте в рублях.
2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день.

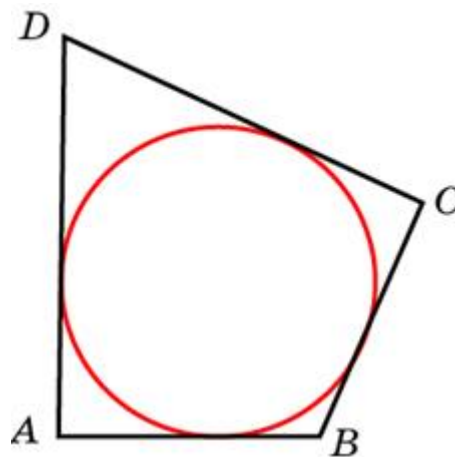


3. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

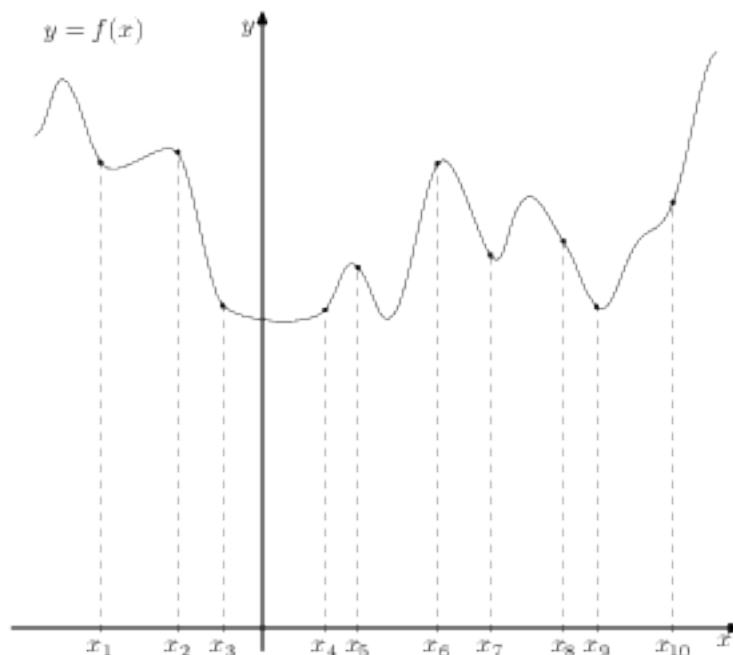


4. В классе 6 учащихся, среди них два друга — Михаил и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной группе.
5. Решите уравнение  $\sqrt{12 + 4x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

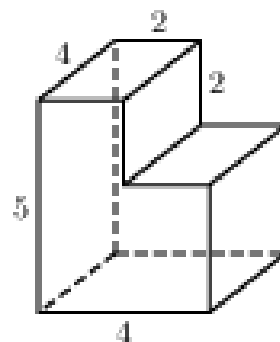
6. В четырёхугольник  $ABCD$ , периметр которого равен 56, вписана окружность,  $AB = 12$ . Найдите  $CD$ .



7. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и десять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  возрастает?



8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



9. Найдите значение выражения  $\sqrt{754^2 - 304^2}$ .
10. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время  $t$  падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  — расстояние в метрах,  $t$  — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,2 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.
11. Семь одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов десять таких же рубашек дороже куртки?

12. Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{55 + 6x - x^2}$ .
13. а) Решите уравнение  $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 10$ .  
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-1; 0]$ .
14. В правильном тетраэдре все ребра равны  $\sqrt{2}$ . Найдите высоту тетраэдра (расстояние от вершины до противоположной грани).
15. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 6x + 3}{x - 5} + \frac{6x - 39}{x - 7} \leq x + 5.$$

16. В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AK$  и  $CM$ . На них из точек  $M$  и  $K$  опущены перпендикуляры  $ME$  и  $KH$  соответственно.  
 а) Докажите, что прямые  $EH$  и  $AC$  параллельны  
 б) Найдите отношение  $EH : AC$ , если угол  $ABC$  равен  $30^\circ$ .
17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 1 млн рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:  
 – 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;  
 – со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
 – 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей

Год	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн. рублей.

18. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - x^2 + a^2} = x^2 + x - a$$

имеет ровно три различных решения.

19. На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа  $a$  и  $b$ , записанные на доске, заменяются на 2 числа: или  $a + b$  и  $2a - 1$ , или  $a + b$  и  $2b - 1$  (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).  
 а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 13.  
 б) Может ли после 200 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 400?  
 в) Сделали 513 ходов, причем на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?