

13. а) Решите уравнение $tg^3 x + tg^2 x - 3tg x - 3 = 0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

Ответ: а) $\pm \frac{\pi}{3} + \pi; -\frac{\pi}{4} + \pi; n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{7\pi}{3}; \frac{8\pi}{3}; \frac{11\pi}{4}; \frac{10\pi}{3}$

14. В треугольной пирамиде ABCD двугранные углы при ребрах AD и BC равны.

AB=BD=DC=AC=5.

а) Докажите, что AD=BC.

б) Найдите объем пирамиды, если двугранные углы равны при AD и BC равны 60° .

Ответ: $\frac{10\sqrt{15}}{3};$

15. Решите неравенство:

$$(4^{x^2-x-6} - 1) \cdot \log_{0,25}(4^{x^2+2x+2} - 3) \leq 0$$

Ответ: $(-\infty; -2]; -1; [3; \infty)$

16. Прямая, проходящая через вершину B, прямоугольника ABCD, перпендикулярная диагонали AC и пересекает сторону AD в точке M, равноудаленной от вершин B и D.

а) Докажите, что BM и BD делят угол B на три равных угла

б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей прямоугольника ABCD до прямой CM, если $BC = 6\sqrt{21}$.

Ответ: 3.

17. В июле 2016 года планируется взять кредит в размере 4,2 млн. руб. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года.

- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга.

- в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остается равным 4,2 млн. руб.

- суммы выплат 2020 и 2021 годов равны

Найдите r , если долг выплачен полностью и общие выплаты составили 6,1 млн. рублей.

Ответ: 10%.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy^2 - 2xy - 6y + 12)\sqrt{6-x} = 0 \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения

Ответ: $\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}\right]; \left\{\frac{2}{3}\right\}$

19. Покажите, что для любого набора положительных чисел, каждое из которых не превосходит 11, а сумма которых больше 110, всегда можно выбрать несколько чисел так, чтобы их сумма была не больше 110, но больше:

а) 99

б) 101

в) 100

Ответ: а) да; б) нет; в) да