

ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ КУРСЫ УНИВЕРСИТЕТА ИННОПОЛИС

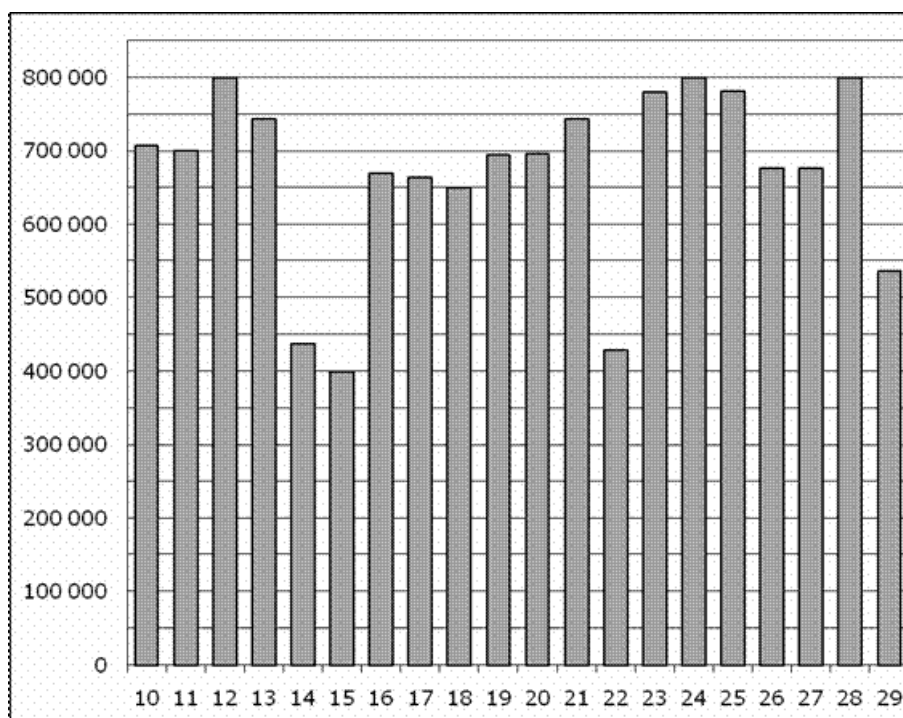
МАТЕМАТИКА 11 КЛАСС

СОДЕРЖАНИЕ

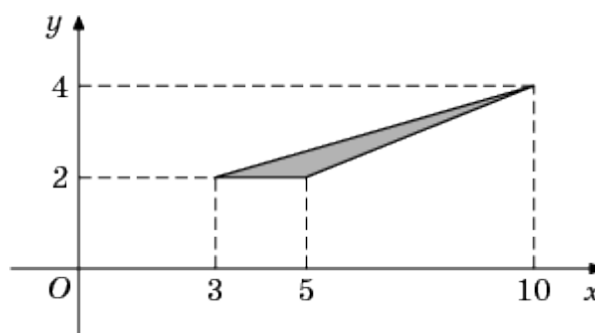
Вступительный тест	3
1. Задачи по теории вероятностей. Базовый уровень.	6
Задачи для самостоятельного решения.	7
2. Применение простейших вероятностных законов	11
Задачи для самостоятельного решения.	12
Домашнее задание.	14
3. Геометрия базовая	20
Задачи для самостоятельного решения.	23
Домашняя работа	29
4. Тест 1	32
5. Геометрия базовая	34
Задачи для самостоятельного решения.	35
Домашняя работа	39
6. Текстовые задачи. Движение и работа.	41
Задачи для самостоятельного решения.	42
Домашняя работа	46
7. Текстовые задачи. Проценты, смеси, сплавы.	47
Задачи для самостоятельного решения.	48
Домашняя работа	50
8. Тест 2	51
9. Преобразования тригонометрических выражений.	53
Задачи для самостоятельного решения.	53
10. Тригонометрические уравнения.	56
Задачи для самостоятельного решения.	57
Домашняя работа по тригонометрии.	59
11. Тригонометрические уравнения. Задачи ЕГЭ.	60
Задачи для самостоятельного решения.	60
12. Тест 3	63
13. Производная. Геометрический и физический смысл.	65
Задачи для самостоятельного решения.	67
14. Производная. Максимумы и минимумы.	73
Задачи для самостоятельного решения.	74
Домашняя работа по производной.	76
15. Стереометрия базовая	78
Задачи для самостоятельного решения.	79
Домашняя работа по стереометрии.	85
16. Тест 4	86

ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ТЕСТ

1. В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 сентября составляли 137 куб. м воды, а 1 октября — 145 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за сентябрь, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 22 руб. 51 коп.? Ответ дайте в рублях.
2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день.

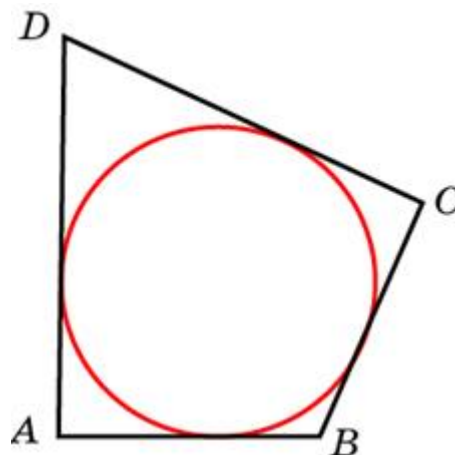


3. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

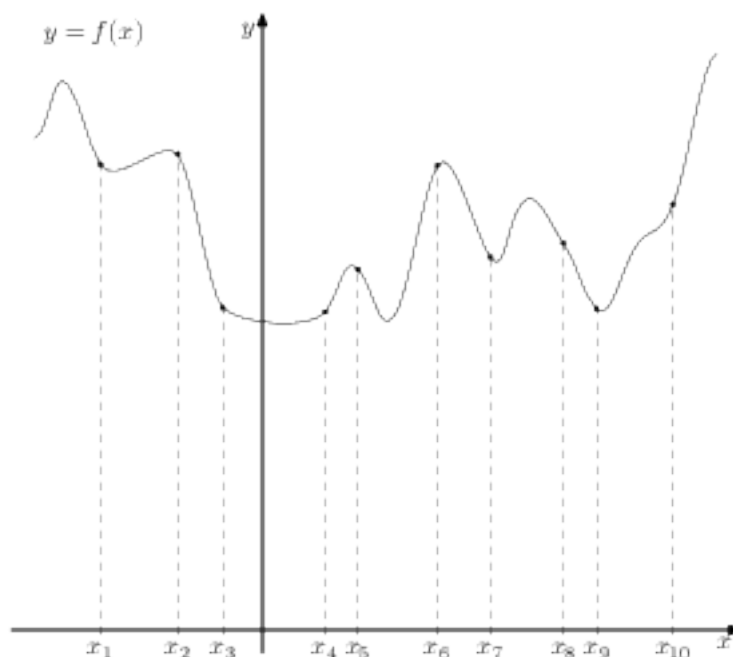


4. В классе 6 учащихся, среди них два друга — Михаил и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной группе.
5. Решите уравнение $\sqrt{12 + 4x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

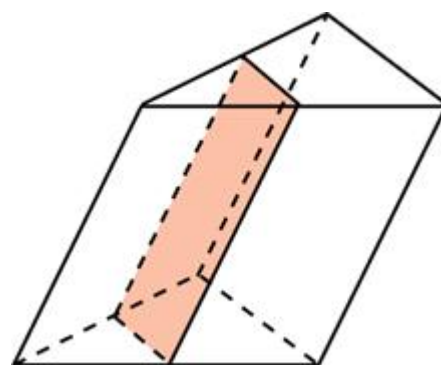
6. В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 56, вписана окружность, $AB = 12$. Найдите CD .



7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



8. Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы равна 8. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.



9. Найдите значение выражения $\frac{g(x-11)}{g(x-12)}$, если $g(x) = 7^x$.
10. Груз массой 0,43 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $v(t) = 2 \sin \pi t$, где t — время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза (в кг), v — скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее $4,3 \cdot 10^{-1}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

11. Семь одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов десять таких же рубашек дороже куртки?
12. Найдите наименьшее значение функции $e^{2x} - 14e^x - 1$ на отрезке $[1; 2]$.
13. а) Решите уравнение $2 \cos^2 x + 1 = 2\sqrt{2} \cos \left(\frac{3\pi - 2x}{2} \right)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{3\pi}{2}; 7\pi \right]$

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 6, а боковое ребро AA_1 равно 3. На ребре AB отмечена точка K так, что $AK = 1$. Точки M и L — середины ребер A_1C_1 и B_1C_1 соответственно. Плоскость γ параллельна прямой AC и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости γ .

б) Найдите расстояние от точки C до плоскости γ .

15. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 6x + 3}{x - 5} + \frac{6x - 39}{x - 7} \leq x + 5.$$

16. В треугольнике ABC проведены высоты AK и CM . На них из точек M и K опущены перпендикуляры ME и KH соответственно.

а) Докажите, что прямые EH и AC параллельны

б) Найдите отношение $EH : AC$, если угол ABC равен 30° .

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 1 млн рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей

Год	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн. рублей.

18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - x^2 + a^2} = x^2 + x - a$$

имеет ровно три различных решения.

19. На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа a и b , записанные на доске, заменяются на 2 числа: или $a + b$ и $2a - 1$, или $a + b$ и $2b - 1$ (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).

а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 13.

б) Может ли после 200 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 400?

в) Сделали 513 ходов, причем на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?

1. ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ.

Основная формула: $P(\text{событие}) = \frac{\text{количество благоприятствующих событию исходов}}{\text{количество всех исходов}}$.

Решаем вместе

1. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию $A = \{\text{сумма очков равна } 8\}$?
2. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7 или 11.
3. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет больше 4, но меньше 8?
4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что в первый раз выпадает решка, во второй и третий — орёл.
5. В случайном эксперименте бросают монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что орёл выпал два раза.
6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 6 спортсменов из Греции, 4 спортсмена из Болгарии, 3 спортсмена из Румынии и 7 — из Венгрии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Венгрии.
7. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 спортсменов из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.
8. Вероятность того, что новый принтер в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,069. В некотором городе из 1000 проданных принтеров в течение года в гарантийную мастерскую поступило 73 штуки. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?
9. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Бразилии окажется в третьей группе?
10. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 8, но не дойдя до отметки 11.

11. В классе 6 учащихся, среди них два друга — Михаил и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной группе.
12. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 120 сумок 3 сумки имеют какой-либо скрытый дефект. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.
13. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 120 качественных сумок приходится 5 сумок, имеющих скрытый дефект. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется без дефектов.
14. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из США будет выступать после группы из Англии и после группы из России? Результат округлите до сотых.
15. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся П. верно решит больше 10 задач, равна 0,61. Вероятность того, что П. верно решит больше 9 задач, равна 0,69. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 10 задач.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

1. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.
2. Игральный кубик бросают дважды. В сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.
3. Из множества натуральных чисел от 15 до 36 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 2?
4. Найдите вероятность того, что при двукратном бросании игральной кости (кубика) количества выпавших очков будут отличаться не больше, чем на два. Результат округлите до тысячных.
5. Какова вероятность того, что последние две цифры телефонного номера случайного абонента различны?
6. В чемпионате по гимнастике участвуют 76 спортсменок: 30 из России, 27 из Украины, остальные — из Белоруссии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Белоруссии.

7. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 40 докладов — первые два дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жребием. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
8. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 32 выступления, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день?
9. На семинар приехали 3 ученых из Финляндии, 7 из Венгрии и 5 из Румынии. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что первым окажется доклад ученого из Финляндии.
10. В сборнике билетов по биологии всего 15 билетов, в 9 из них встречается вопрос по курсу «Ботаника». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.
11. В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2490 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе. Результат округлите до тысячных.
12. В сборнике билетов по физике всего 20 билетов, в 6 из них встречается вопрос по оптике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по оптике.
13. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 45 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Испании и 9 прыгунов из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать четвертым будет выступать прыгун из США.
14. Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.
15. В группе туристов 4 человека. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?
16. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Квант» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Квант» проиграет жребий ровно один раз.

17. В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей; 23 из них чёрные с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтые с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.
18. В группе туристов 25 человек. Их вертолёт в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист У. полетит четвёртым рейсом вертолёта.
19. На олимпиаде по физике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 130 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
20. На борту самолёта 26 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир Б. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру Б. достанется удобное место, если всего в самолёте 100 мест.
21. В кармане у Дани было четыре конфеты — «Мишка», «Маска», «Белочка» и «Взлётная», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Дани случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Маска».
22. За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.
23. В среднем из 900 садовых насосов, поступивших в продажу, 9 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
24. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем $36,8^{\circ}\text{C}$, равна 0,87. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется $36,8^{\circ}\text{C}$ или выше.
25. При изготовлении подшипников диаметром 65 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,964. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 64,99 мм, или больше, чем 65,01 мм.
26. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 24 пассажиров, равна 0,86. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,63. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 23.

27. Пишется наудачу некоторое трехзначное число. Какова вероятность того, что сумма цифр этого числа равна 9?
28. А и Б стреляют в тире, но у них есть только один шестизарядный револьвер с одним патроном. Поэтому они договорились по очереди случайным образом крутить барабан и стрелять. Начинает А. Найдите вероятность того, что выстрел произойдет, когда револьвер будет у А. Результат округлите до сотых.
29. В городе, где живет Рассеянный Ученый, телефонные номера состоят из 7 цифр. Ученый легко запоминает телефонный номер, если этот номер палиндром, то есть он одинаково читается слева направо и справа налево. Например, номер 4435344 Ученый запоминает легко, потому что этот номер палиндром. А номер 3723627 не палиндром, поэтому Ученый такой номер запоминает с трудом. Найдите вероятность того, что телефонный номер нового случайного знакомого Ученый запомнит легко.
30. В классе 25 детей. Для дежурства наугад выбирают двоих. Вероятность того, что оба дежурных окажутся мальчиками, равна 0,12. Сколько в классе девочек?

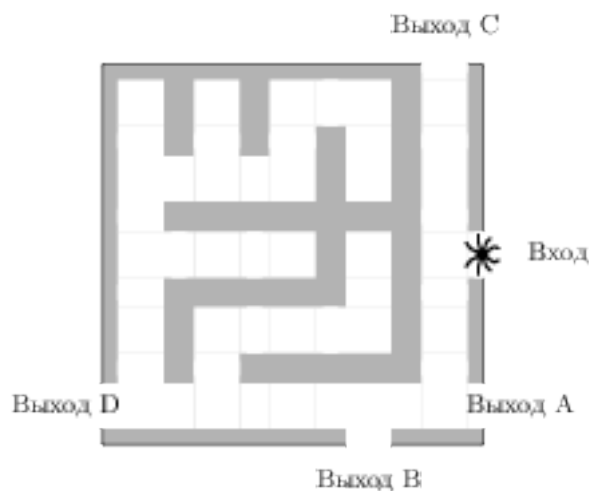
2. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАКОНОВ

1. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
2. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,18. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
3. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,04 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.
4. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая — 30%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стекол, а вторая — 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
5. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 95% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 80% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.
6. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения цели при первом выстреле равна 0,7, а при каждом последующем — 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?
7. Чтобы поступить на специальность «Международные отношения», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 68 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Таможенное дело», нужно набрать не менее 68 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент Р. получит не менее 68 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,7, по иностранному языку — 0,5 и по обществознанию — 0,6. Найдите вероятность того, что Р. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

1. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,1. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
2. Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.
3. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,07. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.
4. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,96. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
5. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,4. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.
6. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 9 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 7 очков, в случае ничьей — 2 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.
7. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 50% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.
8. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,2. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

9. По отзывам покупателей Андрей Андреевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,92. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Андрей Андреевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.
10. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Лифтёр» и «Монтёр». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.
11. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,8. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,02. Известно, что 55% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
12. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,05. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.
13. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
14. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу В.



ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ.

1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5. Результат округлите до сотых.
2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.
3. В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 24 из США, 13 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.
4. Фабрика выпускает сумки. В среднем 5 сумок из 50 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.
5. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Чехии, 4 спортсмена из Словакии, 4 спортсмена из Австрии и 9 — из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Австрии.
6. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 50 докладов — первые два дня по 11 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
7. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 45 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 27 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?
8. На конференцию приехали 5 учёных из Австрии, 4 из Германии и 6 из Сербии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что десятым окажется доклад учёного из Сербии.
9. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 13 спортсменов из России, в том числе Владимир Егоров. Найдите вероятность того, что в первом туре Владимир Егоров будет играть с каким-либо спортсменом из России.

10. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 7 из них встречается вопрос по теме «Производная». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Производная».
11. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 6 прыгунов из Германии и 10 прыгунов из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что одиннадцатым будет выступать прыгун из Германии.
12. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая — 30%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стекол, а вторая — 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
13. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
14. Даша, Оля, Дима и Денис бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.
15. В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:
1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5.
Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Китая окажется в пятой группе?
16. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,35. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
17. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
18. Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

19. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью $0,12$ независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.
20. Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна $0,22$. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.
21. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна $0,9$. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна $0,88$. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
22. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 55% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 35% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 45% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.
23. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной и больше 3?
24. Из множества натуральных чисел от 36 до 55 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 5?
25. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью $0,9$, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью $0,1$. На столе лежит 10 револьверов, из них только 3 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.
26. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?
27. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОРР (в первый раз выпадает орёл, во второй и третий — решка).
28. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Швеции будет выступать после группы из России и после группы из Китая? Результат округлите до сотых.

29. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 9 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 5 очков, в случае ничьей — 4 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.
30. В некотором городе из 4000 появившихся на свет младенцев 2020 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.
31. На борту самолёта 18 кресел расположены рядом с запасными выходами и 28 — за перегородками, разделяющими салоны. Все эти места удобны для пассажира высокого роста. Остальные места неудобны. Пассажир Д. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру Д. достанется удобное место, если всего в самолёте 200 мест.
32. На олимпиаде по биологии 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 150 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
33. В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.
34. В группе туристов 20 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Ф. полетит вторым рейсом вертолётa.
35. Вероятность того, что новый пылесос в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,093. В некотором городе из 1000 проданных пылесосов в течение года в гарантийную мастерскую поступило 97 штук. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?
36. При изготовлении подшипников диаметром 65 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,981. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 64,99 мм, или больше, чем 65,01 мм.
37. Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся У. верно решит больше 12 задач, равна 0,78. Вероятность того, что У. верно решит больше 11 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что У. верно решит ровно 12 задач.

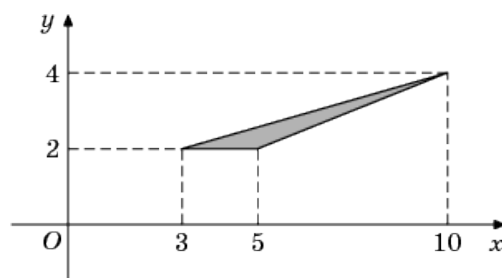
38. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 64 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Социология», нужно набрать не менее 64 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.
Вероятность того, что абитуриент Б. получит не менее 64 баллов по математике, равна 0,5, по русскому языку — 0,9, по иностранному языку — 0,8 и по обществознанию — 0,9.
Найдите вероятность того, что Б. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей.
39. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,7. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).
40. По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.
41. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 50% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.
42. На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 75% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.
43. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,3, а при каждом последующем — 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?
44. При производстве в среднем на каждые 992 исправных насоса приходится 8 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.
45. В среднем из 500 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

46. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,7 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 8 июля погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 11 июля в Волшебной стране будет отличная погода.
47. В кармане у Дани было четыре конфеты — «Коровка», «Белочка», «Василёк» и «Маска», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Даниа случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Белочка».
48. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 1, но не дойдя до отметки 4.
49. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,02. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.
50. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
51. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 78% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
52. За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки не будут сидеть рядом.
53. углый стол на 201 стул в случайном порядке рассаживаются 199 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.
54. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 155 качественных сумок приходится 15 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами. Результат округлите до сотых.

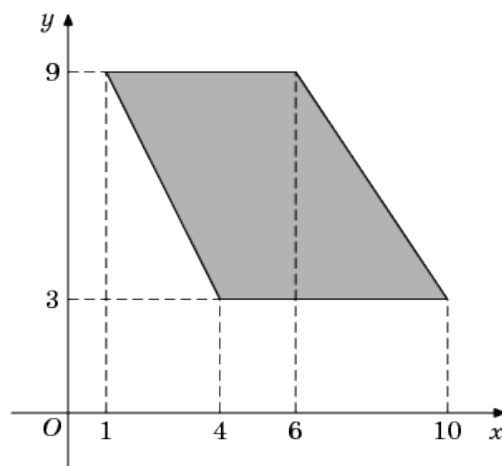
3. ГЕОМЕТРИЯ БАЗОВАЯ

Решаем вместе

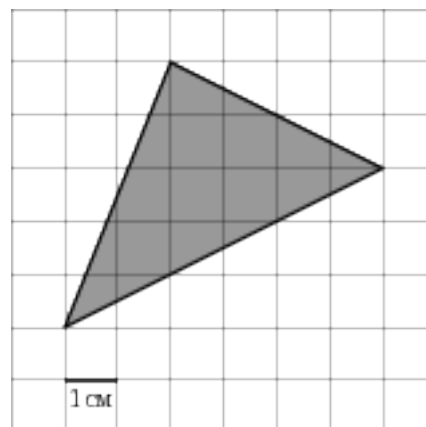
1. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



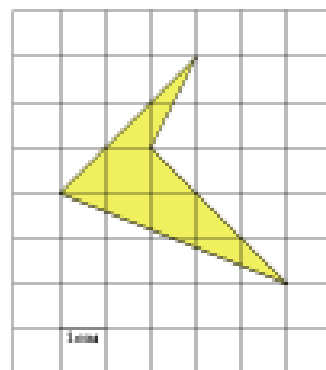
2. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты $(4; 3)$, $(10; 3)$, $(6; 9)$, $(1; 9)$.



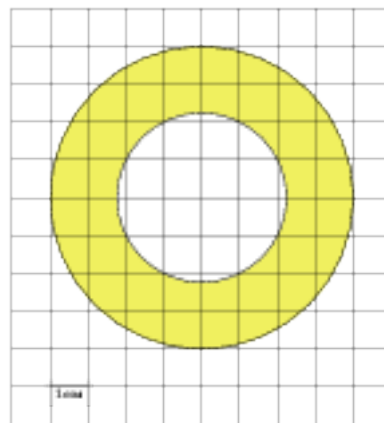
3. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



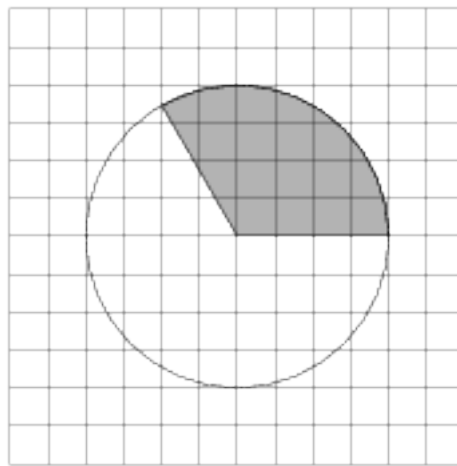
4. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



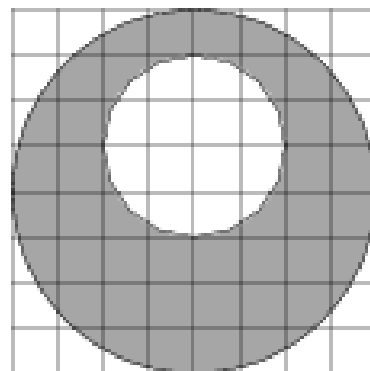
5. Найдите (в см^2) площадь S фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.



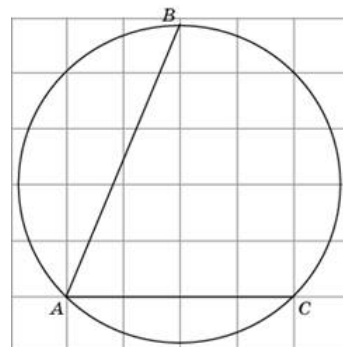
6. На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 30. Найдите площадь заштрихованного сектора.



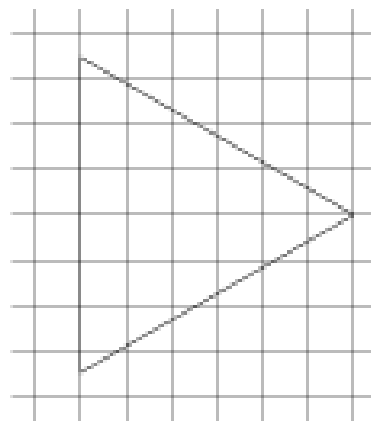
7. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 2. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



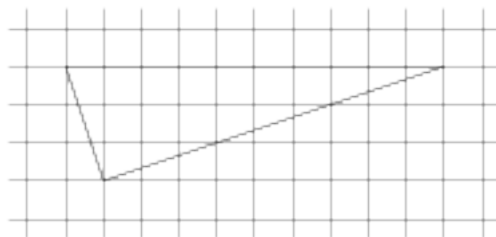
8. Найдите градусную меру дуги BC окружности, на которую опирается угол BAC . Ответ дайте в градусах.



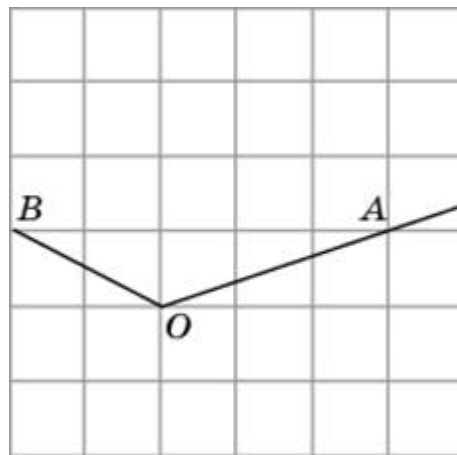
9. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



10. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

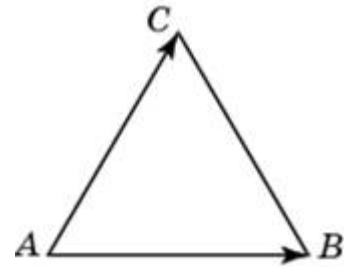


11. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



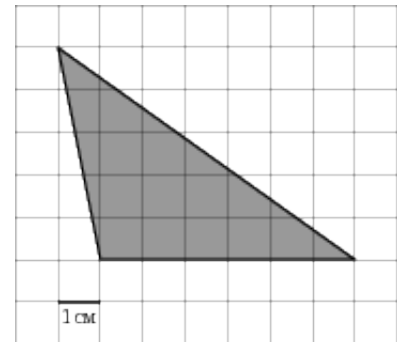
12. В треугольнике ABC DE — средняя линия. Площадь треугольника ADE равна 5. Найдите площадь треугольника ABC .
13. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 30. Точка E — середина стороны CD . Найдите площадь трапеции $ABED$.
14. Основания равнобедренной трапеции равны 4 и 10, а ее боковые стороны равны 5. Найдите площадь трапеции.
15. Найдите площадь ромба, если его стороны равны 49, а один из углов равен 150° .
16. Периметр прямоугольника равен 52, а площадь равна 25,5. Найдите диагональ этого прямоугольника.
17. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30° . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 729.
18. Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 62. Найдите его площадь.
19. Площадь сектора круга радиуса 46 равна 207. Найдите длину его дуги.
20. Точки $O(0; 0)$, $A(7; 12)$, $B(9; 15)$, $C(2; 3)$ являются вершинами четырехугольника. Найдите ординату точки P пересечения его диагоналей.

21. Стороны правильного треугольника ABC равны $14\sqrt{3}$. Найдите длину вектора $\vec{AB} + \vec{AC}$.

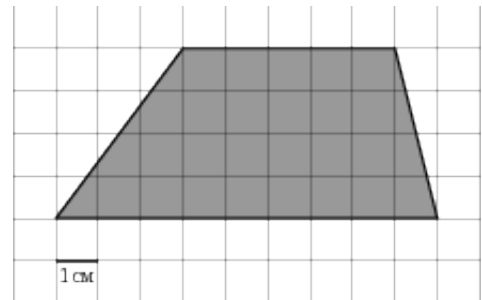


Задачи для самостоятельного решения.

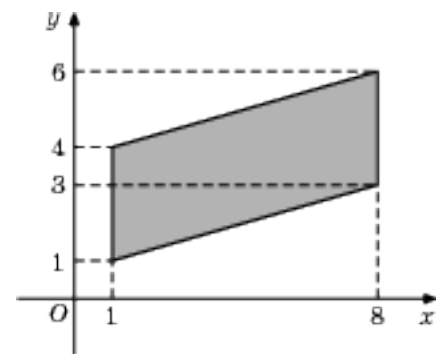
1. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



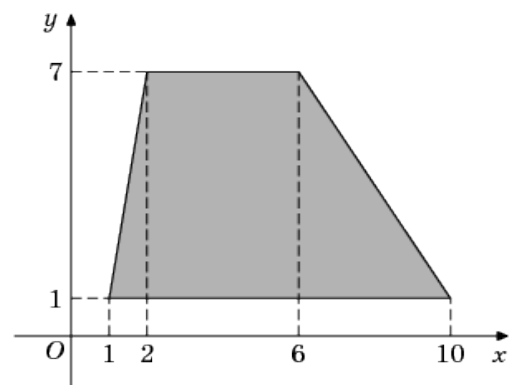
2. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



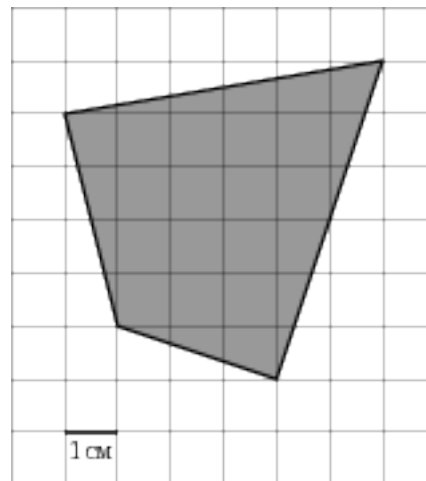
3. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



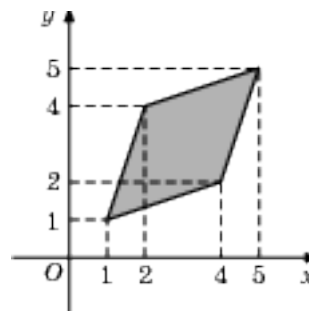
4. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты $(1; 1)$, $(10; 1)$, $(6; 7)$, $(2; 7)$.



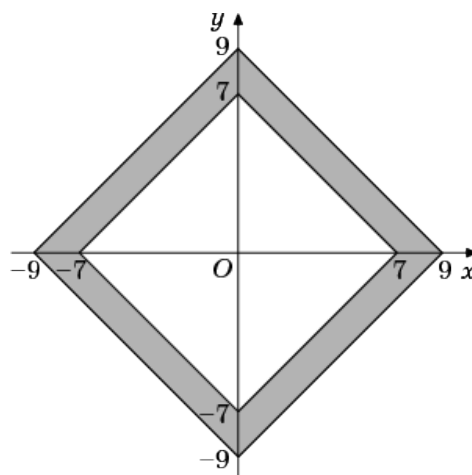
5. На клетчатой бумаге с клетками размером $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



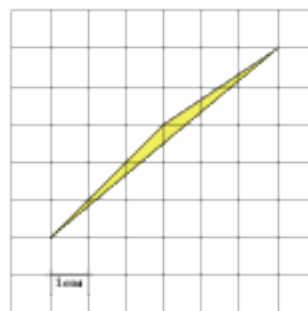
6. Найдите площадь ромба, изображенного на рисунке.



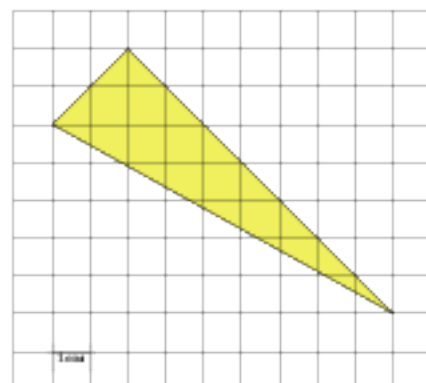
7. Найдите площадь закрашенной фигуры на координатной плоскости.



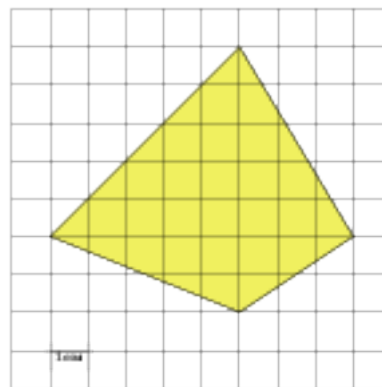
8. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



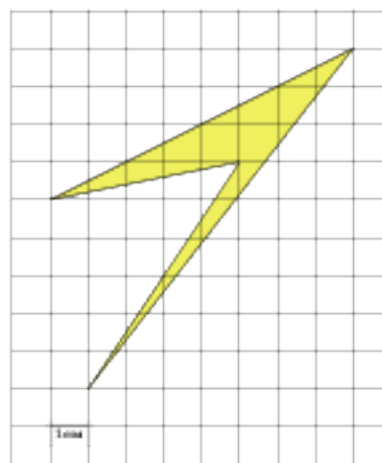
9. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



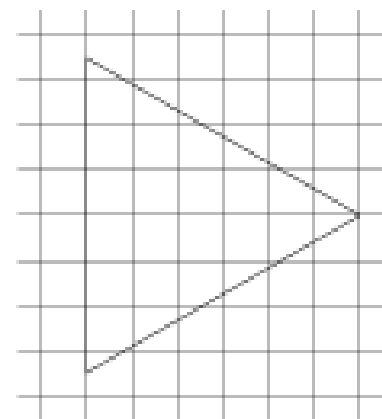
10. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



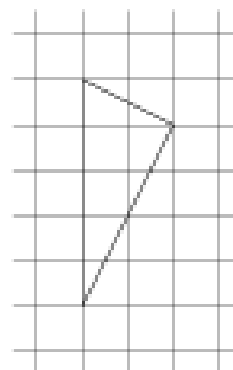
11. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



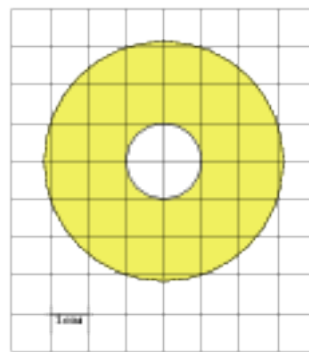
12. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус вписанной в него окружности.



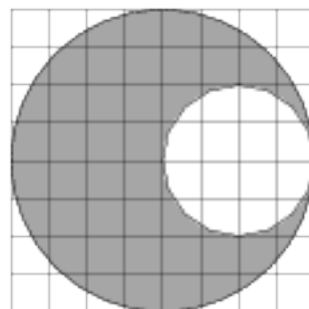
13. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



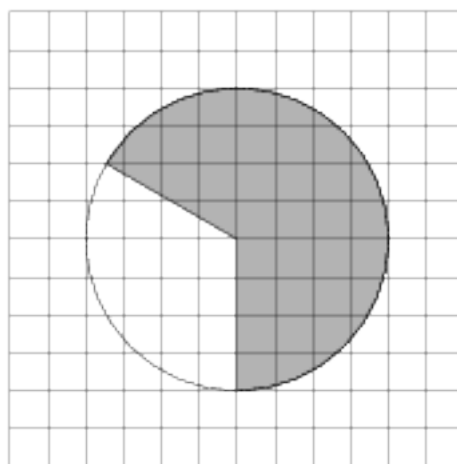
14. Найдите (в см^2) площадь S фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.



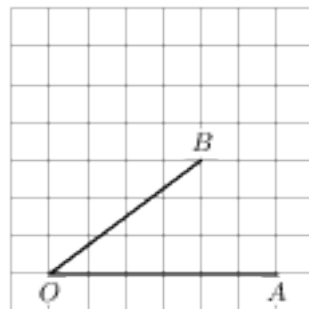
15. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 1. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



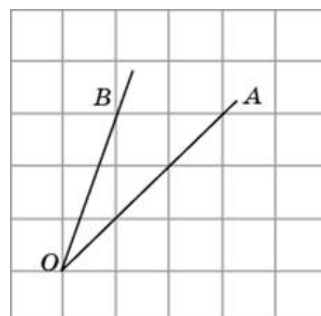
16. На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 60 ?



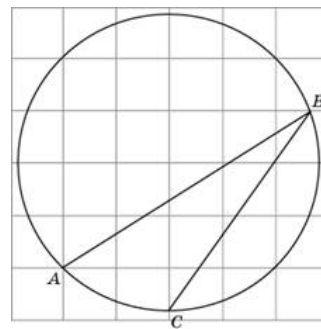
17. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



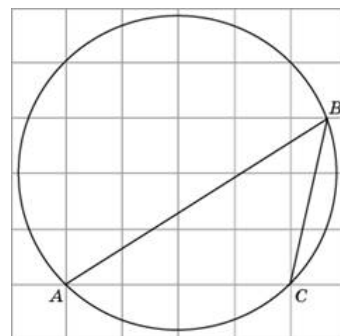
18. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



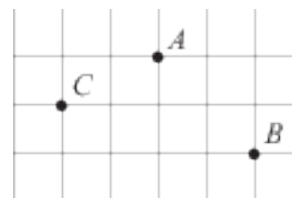
19. Найдите градусную меру дуги AC окружности, на которую опирается угол ABC . Ответ дайте в градусах.



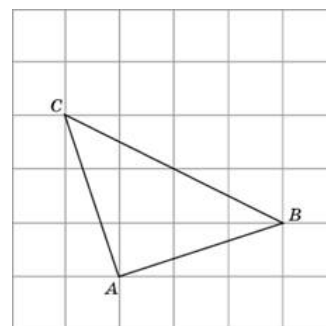
20. Найдите величину угла ABC . Ответ дайте в градусах.



21. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ отмечены точки A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC . Ответ выразите в сантиметрах.

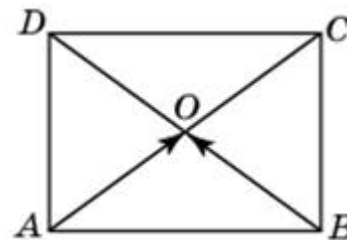


22. Найдите высоту треугольника ABC , опущенную на сторону BC , если стороны квадратных клеток равны $\sqrt{5}$.



23. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 164. Найдите площадь параллелограмма $A'B'C'D'$, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.
24. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 36. Точка E — середина стороны CD . Найдите площадь треугольника ADE .
25. Площадь треугольника ABC равна 12. DE — средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABDE$.
26. Периметр треугольника равен 20, а радиус вписанной окружности равен 2. Найдите площадь этого треугольника.
27. Высота трапеции равна 11, площадь равна 143. Найдите среднюю линию трапеции.
28. Найдите высоту трапеции, в которую вписана окружность радиуса 1.
29. Основания прямоугольной трапеции равны 6 и 18. Ее площадь равна 144. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.
30. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44, а отношение соседних сторон равно $3 : 8$.

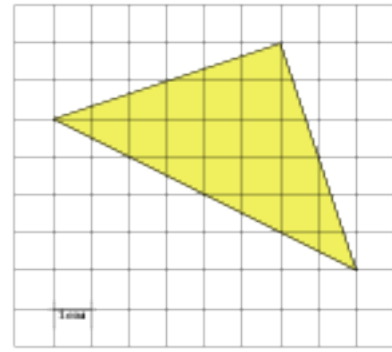
31. Периметр прямоугольника равен 16, а площадь равна 7,5. Найдите диагональ этого прямоугольника.
32. Площадь круга равна $\frac{441}{\pi}$. Найдите длину его окружности.
33. Найдите площадь сектора круга радиуса $\frac{19}{\sqrt{\pi}}$, центральный угол которого равен 90° .
34. Основания трапеции равны 17 и 27, боковая сторона, равная 16, образует с одним из оснований трапеции угол 150° . Найдите площадь трапеции.
35. Найдите расстояние от точки $A(-1; 4)$ до оси ординат.
36. Найдите абсциссу точки, симметричной точке $A(-6; 4)$ относительно начала координат.
37. Найдите ординату середины отрезка, соединяющего точки $A(-1; 5)$ и $B(5; 2)$.
38. Найдите длину отрезка, соединяющего точки $A(4; -6)$ и $B(-4; 9)$.
39. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки с координатами $(-1; 0)$ и $(0; 7)$.
40. Найдите ординату точки пересечения оси Oy и прямой, проходящей через точку $B(2; 12)$ и параллельной прямой, проходящей через начало координат и точку $A(2; 39)$.
41. Найдите ординату точки пересечения прямой, заданной уравнением $6x + 17y = 8,5$, с осью Oy .
42. Окружность с центром в начале координат проходит через точку $P(-12; -5)$. Найдите ее радиус.
43. Найдите абсциссу центра окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$, вершины которого имеют координаты соответственно $(7; 12)$, $(7; 4)$, $(1; 4)$, $(1; 12)$.
44. Найдите ординату центра окружности, описанной около треугольника, вершины которого имеют координаты $(10; 0)$, $(0; -24)$, $(10; -24)$.
45. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(2; 13)$, $(17; 15)$, $(17; 21)$.
46. Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 12 и 5. Найдите длину суммы векторов \vec{AB} и \vec{AD} .
47. Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 8 и 68. Диагонали пересекаются в точке O . Найдите длину разности векторов \vec{AO} и \vec{BO} .



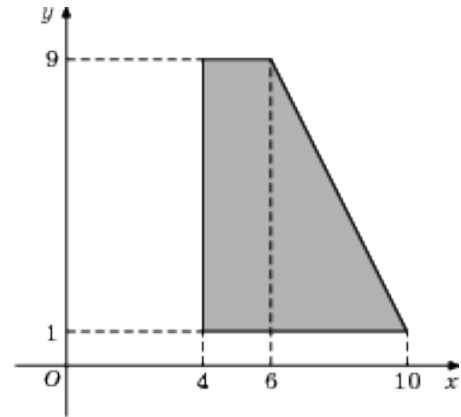
48. Диагонали ромба $ABCD$ равны 60 и 63. Найдите длину вектора $\vec{AB} - \vec{AC}$.
49. Вектор \vec{AB} с началом в точке $A(11; 4)$ имеет координаты $\{6; 6\}$. Найдите ординату точки B .
50. Вектор \vec{AB} с концом в точке $B(7; -3)$ имеет координаты $\{4; -13\}$. Найдите сумму координат точки A .

ДОМАШНЯЯ РАБОТА

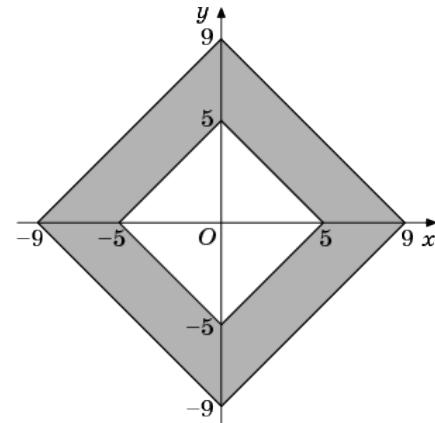
1. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



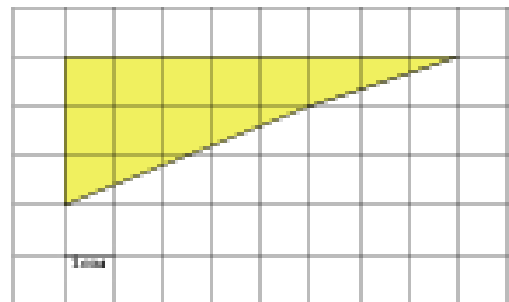
2. Найдите площадь прямоугольной трапеции, вершины которой имеют координаты $(4; 1)$, $(10; 1)$, $(6; 9)$, $(4; 9)$.



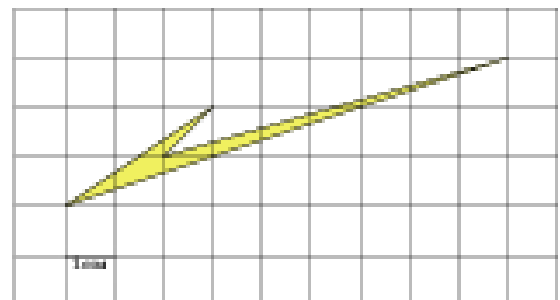
3. Найдите площадь закрашенной фигуры на координатной плоскости.



4. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

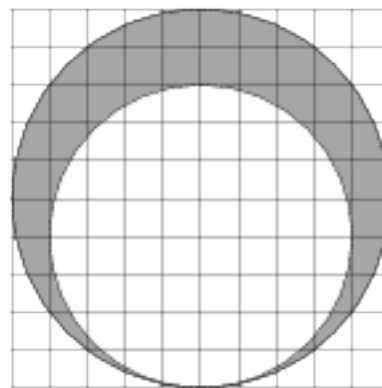


5. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$ (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

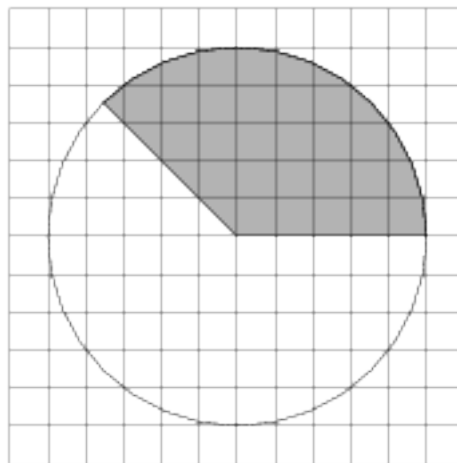


6. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты $(3; 0)$, $(6; 9)$, $(3; 10)$, $(0; 1)$.

7. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 16. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



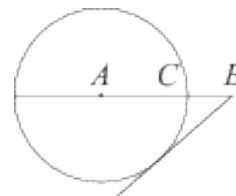
8. На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 33?



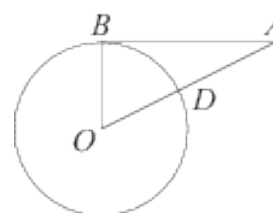
9. Площадь ромба равна 18. Одна из его диагоналей в 4 раза больше другой. Найдите меньшую диагональ.
10. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 20.
11. Найдите площадь параллелограмма, если две его стороны равны 15 и 11, а угол между ними равен 30° .
12. Найдите площадь ромба, если его стороны равны 27, а один из углов равен 150° .
13. Площадь круга равна $\frac{132,25}{\pi}$. Найдите длину его окружности.
14. Найдите площадь сектора круга радиуса $\frac{34}{\sqrt{\pi}}$, центральный угол которого равен 90° .
15. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 68, а отношение соседних сторон равно 3 : 14.
16. Периметр прямоугольника равен 48, а площадь равна 23,5. Найдите диагональ этого прямоугольника.
17. Площадь параллелограмма равна 290, две его стороны равны 20 и 110. Найдите большую высоту этого параллелограмма.
18. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 36 и 4.
19. Площадь прямоугольного треугольника равна 90. Один из его катетов на 3 больше другого. Найдите меньший катет.
20. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30° . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 49.
21. Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.

22. Высота трапеции равна 6, площадь равна 18. Найдите среднюю линию трапеции.
23. Основания прямоугольной трапеции равны 6 и 18. Ее площадь равна 144. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.
24. Основания равнобедренной трапеции равны 15 и 25, а ее боковые стороны равны 13. Найдите площадь трапеции.
25. Около окружности, радиус которой равен 2, описан многоугольник, периметр которого равен 29. Найдите его площадь.
26. Площадь сектора круга радиуса 3 равна 15. Найдите длину его дуги.

27. На отрезке AB выбрана точка C так, что $AC = 75$ и $BC = 10$. Построена окружность с центром A , проходящая через C . Найдите длину касательной, проведенной из точки B к этой окружности.



28. Отрезок $AB = 40$ касается окружности радиуса 75 с центром O в точке B . Окружность пересекает отрезок AO в точке D . Найдите AD .

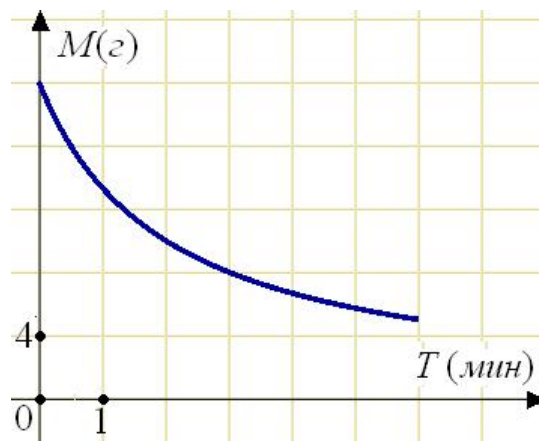


29. Найдите расстояние от точки A с координатами $(-2; 10)$ до оси ординат.
30. Найдите ординату точки, симметричной точке $A(2; -12)$ относительно начала координат.
31. Найдите абсциссу середины отрезка, соединяющего точки $A(-1; 2)$ и $B(2; 2)$.
32. Вектор \overrightarrow{AB} с концом в точке $B(1; -3)$ имеет координаты $(4; 16)$. Найдите сумму координат точки A .
33. Найдите длину вектора $\vec{a}(-12; 5)$.
34. Найдите синус угла наклона отрезка, соединяющего точки $O(0; 0)$ и $A(-24; -7)$, с осью абсцисс.
35. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки с координатами $(2; 0)$ и $(0; 5)$.
36. Прямая a проходит через точки с координатами $(0; 10)$ и $(1; 0)$. Прямая b проходит через точку с координатами $(0; 20)$ и параллельна прямой a . Найдите абсциссу точки пересечения прямой b с осью Ox .
37. Точки $O(0; 0)$, $A(2; 17)$, $B(2; 14)$, $C(0; -3)$ являются вершинами четырехугольника. Найдите абсциссу точки P пересечения его диагоналей.
38. Найдите абсциссу точки пересечения прямых, заданных уравнениями $23x - 24y = -4$ и $y = x$.
39. Какого радиуса должна быть окружность с центром в точке $P(6; 8)$, чтобы она касалась оси ординат?
40. Две стороны прямоугольника $ABCD$ равны 3 и 4. Найдите скалярное произведение векторов \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AD} .

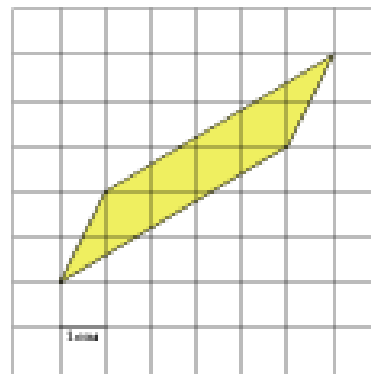
4. ТЕСТ 1

1. Налог на доходы составляет 13% от заработной платы. После удержания налога на доходы Мария Константиновна получила 28710 рублей. Сколько рублей составляет заработная плата Марии Константиновны?

2. В ходе химической реакции количество исходного вещества (реагента), которое еще не вступило в реакцию, со временем постепенно уменьшается. На рисунке эта зависимость представлена графиком. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента начала реакции, на оси ординат — масса оставшегося реагента, который еще не вступил в реакцию (в граммах). Определите по графику, сколько граммов реагента вступило в реакцию за три минуты?



3. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

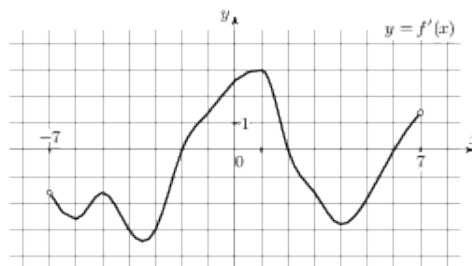


4. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

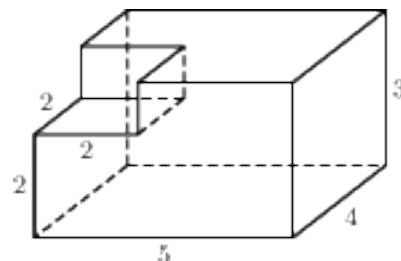
5. Найдите корень уравнения $\frac{1}{9}x^2 = 7\frac{1}{9}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 15$, $\operatorname{tg} A = \frac{55}{3\sqrt{55}}$. Найдите AB .

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 7)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 19$ или совпадает с ней.



8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

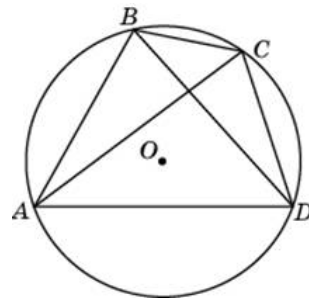


9. Найдите значение выражения $\frac{2,5^{\sqrt{5}-3}}{0,4^{-\sqrt{5}}}$.
10. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}(\text{°C})^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t° — температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.
11. Автомобиль выехал с постоянной скоростью 61 км/ч из города А в город В, расстояние между которыми равно 244 км. Одновременно с ним из города С в город В, расстояние между которыми равно 300 км, с постоянной скоростью выехал мотоциклист. По дороге он сделал остановку на 40 минут. В результате автомобиль и мотоцикл прибыли в город В одновременно. Найдите скорость мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.
12. Найдите наибольшее значение функции $x^5 - 5x^3 - 20x$ на отрезке $[-4; 1]$.
13. а) Решите уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = 0,25$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[3\pi; 4,5\pi]$.
14. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите двугранный угол между основанием и боковой гранью.
15. Решите неравенство $\sqrt{22+x} - \sqrt{3-x} < 5$.
16. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C проведена высота CD . Радиусы окружностей, вписанных в треугольники ACD и BCD , равны 0,6 и 0,8.
а) Докажите подобие треугольников ACD и BCD , ACD и ABC
б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .
17. Бизнес-проект «А» предполагает в течение первых двух лет рост вложенных в него сумм на 34,56% ежегодно и на 44% ежегодно в течение следующих двух лет. Проект «Б» предполагает рост на постоянное целое число n процентов ежегодно. Найдите наименьшее значение n , при котором за первые четыре года проект «Б» будет выгоднее проекта «А».
18. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система
- $$\begin{cases} (|x| - 6)^2 + (y - 12)^2 = 4, \\ (x - 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
- имеет единственное решение.
19. Каждое из чисел 13, 14, ..., 21 умножают на каждое из чисел 2, 3, ..., 7 и перед каждым из полученных произведений произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего все 54 полученных результата складывают.
а) Какую наибольшую сумму можно получить в итоге?
б) Можно ли получить 0?
в) Какую наименьшую по модулю сумму можно получить в итоге?

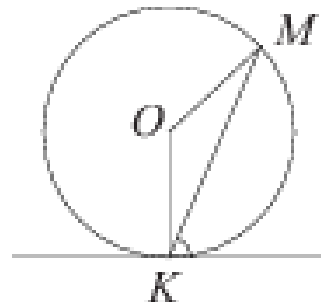
5. ГЕОМЕТРИЯ БАЗОВАЯ

Решаем вместе

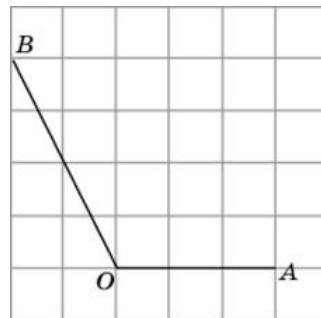
1. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 105° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.



2. Прямая касается окружности в точке K . Точка O — центр окружности. Хорда KM образует с касательной угол, равный 83° . Найдите величину угла OMK . Ответ дайте в градусах.

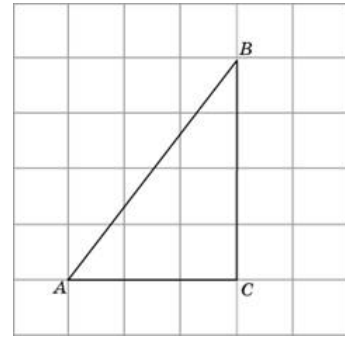


3. В треугольнике ABC CD — медиана, угол C равен 90° , угол B равен 39° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.
4. Найдите косинус (синус и тангенс) угла AOB . В ответе укажите значение косинуса, умноженное на $2\sqrt{5}$.



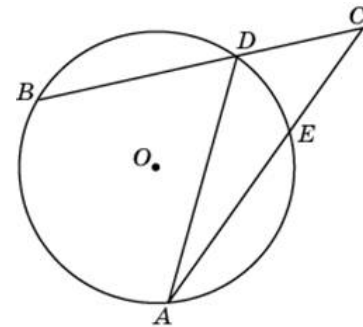
5. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 12$, $\cos A = \frac{5\sqrt{41}}{41}$. Найдите AC .
6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 35$, $\sin A = \frac{2}{7}$. Найдите AH .
7. В треугольнике ABC CD — медиана, угол ACB равен 90° , угол B равен 58° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.
8. Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.
9. Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.
10. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.
11. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, ее большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.

12. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC , считая стороны квадратных клеток равными 1.

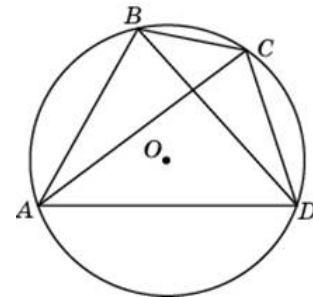


ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

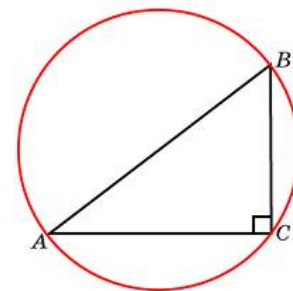
1. Найдите угол ACB , если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно 118° и 38° . Ответ дайте в градусах.



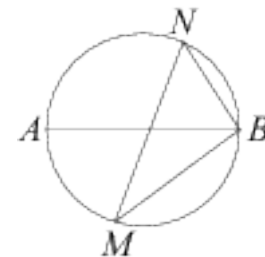
2. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 75° , угол CAD равен 35° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



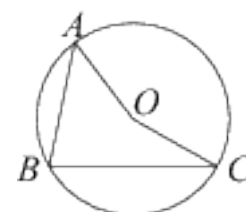
3. В треугольнике ABC $AC = 4$, $BC = 3$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



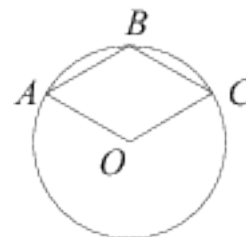
4. На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 36^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.



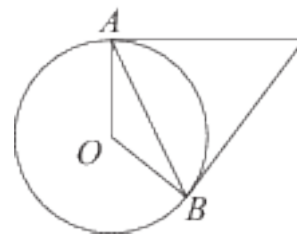
5. Точка O — центр окружности, на которой лежат точки A , B и C . Известно, что $\angle ABC = 75^\circ$ и $\angle OAB = 43^\circ$. Найдите угол BCO . Ответ дайте в градусах.



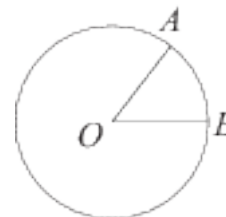
6. Точка O — центр окружности, на которой лежат точки A , B и C таким образом, что $OABC$ — ромб. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



7. Касательные к окружности с центром O в точках A и B пересекаются под углом 72° . Найдите угол ABO . Ответ дайте в градусах.



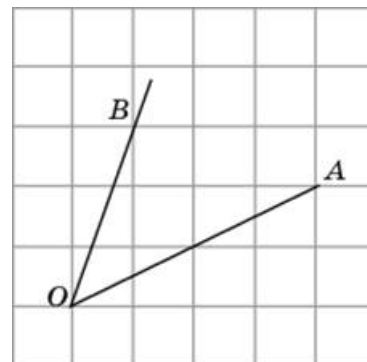
8. На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 66^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 99. Найдите длину большей дуги.



9. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 70° , угол CAD равен 49° . Найдите угол ABD . Ответ дайте в градусах.

10. Треугольник ABC вписан в окружность с центром в точке O . Найдите градусную меру угла C треугольника ABC , если угол AOB равен 27° .

11. Найдите синус угла AOB . В ответе укажите значение синуса, умноженное на $2\sqrt{2}$.



12. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = 0,77$. Найдите косинус внешнего угла при вершине B .

13. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 4$, $\cos A = 0,4$. Найдите AB .

14. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 10$, $\operatorname{tg} A = 0,7$. Найдите BC .

15. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} A = \frac{2\sqrt{21}}{21}$. Найдите $\cos B$.

16. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 25$, $\cos A = \frac{12}{13}$. Найдите AC .

17. В треугольнике ABC угол C равен 90° , косинус внешнего угла при вершине A равен $-\frac{3}{5}$, $AC = 1,5$. Найдите BC .

18. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{\sqrt{19}}{10}$, $BC = 9$. Найдите AB .

19. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 2\sqrt{41}$, $BC = 10$. Найдите тангенс внешнего угла при вершине A .

20. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} A = \frac{3\sqrt{7}}{7}$, $BC = 9$. Найдите AB .
21. В треугольнике ABC $AC = BC = 10$, $\sin B = \frac{3}{5}$. Найдите AB .
22. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC боковая сторона AB равна 15, а $\cos A = \frac{4\sqrt{14}}{15}$. Найдите высоту, проведенную к основанию.
23. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 14$, $\cos A = 0,7$. Найдите AC .
24. В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 12, $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{20}}{5}$. Найдите AC .
25. В треугольнике ABC $AC = BC$, высота AH равна 3, $BH = 3\sqrt{15}$. Найдите $\sin BAC$.
26. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC боковая сторона AB равна 8, а $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$. Найдите высоту, проведенную к основанию.
27. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AC = 5$, $AH = 2\sqrt{6}$. Найдите $\cos B$.
28. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 10\sqrt{3}$, $\sin A = 0,5$. Найдите высоту CH .
29. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 8$, $\cos A = \frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите BH .
30. Около окружности, радиус которой равен $2\sqrt{3}$, описан правильный шестиугольник. Найдите радиус окружности, описанной около этого шестиугольника.
31. В параллелограмме $ABCD$ $AB = 3$, $AD = 21$, $\sin A = \frac{6}{7}$. Найдите большую высоту параллелограмма.
32. В параллелограмме $ABCD$ $\cos A = \frac{\sqrt{51}}{10}$. Найдите $\sin B$.
33. Основания равнобедренной трапеции равны 43 и 73. Косинус острого угла трапеции равен $\frac{5}{7}$. Найдите боковую сторону.
34. Меньшее основание равнобедренной трапеции равно 23. Высота трапеции равна 39. Тангенс острого угла равен $\frac{13}{8}$. Найдите большее основание.
35. В треугольнике ABC угол C равен 58° , AD и BE — биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.
36. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен 21° . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.
37. Основания трапеции равны 3 и 2. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.
38. Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.

39. Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.
40. Радиус окружности равен 1. Найдите величину острого (тупого) вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.
41. Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.
42. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен $\frac{\sqrt{3}}{6}$. Найдите сторону этого треугольника.
43. Сторона ромба равна 1, острый угол равен 30° . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.
44. Сторона AB треугольника ABC равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол C , если известно, что он тупой. Ответ дайте в градусах.
45. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.
46. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен 60° , большее основание равно 12. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.
47. Углы A , B и C четырехугольника $ABCD$ относятся как $1 : 2 : 3$. Найдите угол D , если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.
48. Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.
49. Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 40. Найдите ее среднюю линию.
50. Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся (в последовательном порядке) как $1 : 2 : 3$. Найдите большую сторону этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 32.

ДОМАШНЯЯ РАБОТА

1. Хорда AB делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как $5 : 7$. Под каким углом видна эта хорда из точки C , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.
2. Угол A четырехугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 58° . Найдите угол C этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.
3. Точки A, B, C, D , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD , градусные величины которых относятся соответственно как $4 : 2 : 3 : 6$. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.
4. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 110° , угол ABD равен 70° . Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.
5. Хорда AB стягивает дугу окружности в 92° . Найдите угол ABC между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку B . Ответ дайте в градусах.
6. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 32° . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB . Ответ дайте в градусах.
7. Через концы A, B дуги окружности в 62° проведены касательные AC и BC . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.
8. Угол ACO равен 28° , где O — центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Найдите величину меньшей дуги AB окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.
9. В треугольнике ABC угол C равен 90° , косинус внешнего угла при вершине A равен $-\frac{2\sqrt{29}}{29}$, $BC = 4$. Найдите AC .
10. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 20$, $\operatorname{tg} A = \frac{4}{3}$. Найдите AC .
11. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\operatorname{tg} A = \frac{5}{12}$, $BC = 2$. Найдите AB .
12. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Найдите тангенс внешнего угла при вершине B .
13. В треугольнике ABC $AC = BC$, высота CH равна 7, $\cos A = 0,96$. Найдите AC .
14. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 2$, высота AH равна $\sqrt{3}$. Найдите $\cos A$.
15. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 34$, $\operatorname{tg} A = \frac{5}{3}$. Найдите BH .
16. Сторона AB треугольника ABC равна 1. Противлежащий ей угол C равен 30° . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.
17. В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна $2\sqrt{3}$. Найдите стороны этого треугольника.
18. В ромбе $ABCD$ угол ACD равен 43° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.
19. Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 24, две его стороны равны 5 и 6. Найдите большую из оставшихся сторон.

20. Основания равнобедренной трапеции равны 51 и 65. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.
21. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении $4 : 3$, считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 88.
22. Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.
23. Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.
24. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противоположащей основанию. Найдите периметр треугольника.
25. Угол между стороной правильного n -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен 54° . Найдите n .
26. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны $2 + \sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.
27. В треугольнике ABC угол A равен 60° , угол B равен 82° . AD , BE и CF — биссектрисы, пересекающиеся в точке O . Найдите угол AOF . Ответ дайте в градусах.
28. К окружности, вписанной в треугольник ABC , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.
29. Около окружности, радиус которой равен $\sqrt{8}$, описан квадрат. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.
30. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 1, угол при вершине, противоположащей основанию, равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.

6. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ. ДВИЖЕНИЕ И РАБОТА.

1. Два велосипедиста одновременно отправились в 154-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.
2. Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
3. Заказ на 240 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?
4. Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 238 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?
5. Первый час автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, следующие три часа – со скоростью 65 км/ч, а затем один час – со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
6. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 70 км/ч и 40 км/ч. Длина товарного поезда равна 800 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 2 минутам 24 секундам. Ответ дайте в метрах.
7. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 170 метров, второй – длиной 130 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 24 минуты после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 100 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?
8. Первый насос наполняет бак за 24 минуты, второй – за 42 минуты, а третий – за 56 минут. За сколько минут наполнят бак три насоса, работая одновременно?

9. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 10 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 4 минуты после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 54 минуты после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 45 км. Ответ дайте в км/ч.
10. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 1,5 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,2 км/ч, а другой — со скоростью 4,4 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча?
11. Плиточник должен уложить 240 м² плитки. Если он будет укладывать на 6 м² в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 9 дней раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?
12. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 30 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 4,9 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 7 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 49 минут?
13. Часы со стрелками показывают 4 часа 45 минут. Через сколько минут минутная стрелка в седьмой раз поравняется с часовой?

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

1. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 80 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 2 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 2 часа. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.
2. Два велосипедиста одновременно отправились в 130-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 3 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.
3. Моторная лодка прошла против течения реки 192 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
4. Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 308 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 44 часа после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.

5. От пристани А к пристани В отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью, на 1 км/ч большей, отправился второй. Расстояние между пристанями равно 182 км. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт В оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.
6. Заказ на 195 деталей первый рабочий выполняет на 2 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 2 детали больше?
7. На изготовление 80 деталей первый рабочий затрачивает на 2 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 90 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 1 деталь больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?
8. Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 140 литров она заполняет на 8 минут дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 84 литра?
9. Из А в В одновременно выехали два автомобилиста. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 10 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 60 км/ч, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 39 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
10. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 60 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 110 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 5,5 часов позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.
11. Лодка в 9:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 2 часа, лодка отправилась назад и вернулась в пункт А в 19:00. Определите (в км/час) собственную скорость лодки, если известно, что скорость течения реки 1 км/ч.
12. Пристани А и В расположены на озере, расстояние между ними 208 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из А в В. На следующий день она отправилась обратно со скоростью на 5 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 10 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость баржи на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.
13. В помощь садовому насосу, перекачивающему 10 литров воды за 1 минуту, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 6 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 35 литров воды?

14. Дима и Митя выполняют одинаковый тест. Дима отвечает за час на 28 вопросов текста, а Митя – на 30. Они одновременно начали отвечать на вопросы теста, и Дима закончил свой тест позже Мити на 8 минут. Сколько вопросов содержит тест?
15. Саше надо решить 70 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Саша решил 10 задач. Определите, сколько задач решил Саша в последний день, если со всеми задачами он справился за 5 дней.
16. Два пешехода отправляются одновременно в одном направлении из одного и того же места на прогулку по аллее парка. Скорость первого на 2,5 км/ч больше скорости второго. Через сколько минут расстояние между пешеходами станет равным 500 метрам?
17. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 45 секунд. Найдите длину поезда в метрах.
18. Игорь и Паша красят забор за 24 часа. Паша и Володя красят этот же забор за 28 часов, а Володя и Игорь – за 56 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?
19. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 8 километров. Определите, сколько километров прошел турист за четвертый день, если весь путь он прошел за 10 дней, а расстояние между городами составляет 170 километров.
20. Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 21 км/ч. Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 567 км/ч. Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.
21. По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 60 км/ч и 40 км/ч. Длина товарного поезда равна 900 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 3 минутам 45 секундам. Ответ дайте в метрах.
22. В помощь садовому насосу, перекачивающему 10 литров воды за 2 минуты, подключили второй насос, перекачивающий тот же объем воды за 4 минуты. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 45 литров воды?
23. Расстояние между городами А и В равно 370 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через три часа после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 90 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 280 км от города А. Ответ дайте в км/ч.
24. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,5 км от места отправления. Один идет со скоростью 4 км/ч, а другой — со скоростью 5 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдет их встреча?

25. Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 17 км. Турист прошёл путь из А в В за 11 часов. Время его движения на спуске составило 3 часа. С какой скоростью турист шёл на спуске, если скорость его движения на подъёме меньше скорости движения на спуске на 2 км/ч?
26. Плиточник должен уложить 450 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 5 м^2 в день больше, чем запланировал, то закончит работу на 3 дня раньше. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?
27. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 10 минут, второй и третий — за 14 минут, а первый и третий — за 15 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?
28. Иван и Алексей договорились встретиться в N-ске. Иван звонит Алексею и узнаёт, что тот находится в 201 км от N-ска и едет с постоянной скоростью 67 км/ч. Иван в момент разговора находится в 210 км от N-ска и ещё должен по дороге сделать 40-минутную остановку. С какой скоростью должен ехать Иван, чтобы прибыть в N-ск одновременно с Алексеем?
29. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали строить два одинаковых дома. В первой бригаде было 8 рабочих, а во второй - 15 рабочих. Через 9 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады, в результате чего оба дома были построены одновременно. Сколько дней потребовалось бригадам, чтобы закончить работу в новом составе?
30. Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 68 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 6 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 15 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 60 минут?

ДОМАШНЯЯ РАБОТА

1. Моторная лодка прошла против течения реки 195 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 14 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
2. На изготовление 16 деталей первый рабочий затрачивает на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 40 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий?
3. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 11 километров. Определите, сколько километров прошел турист за седьмой день, если весь путь он прошел за 10 дней, а расстояние между городами составляет 155 километров.
4. Расстояние между пристанями А и В равно 192 км. Из А в В по течению реки отправился плот, а через 3 часа вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт В, тотчас повернула обратно и возвратилась в А. К этому времени плот прошел 92 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.
5. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 140 метров, второй — длиной 110 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 200 метров. Через 29 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 1000 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?
6. Дорога между пунктами А и В состоит из подъёма и спуска, а её длина равна 49 км. Турист прошёл путь из А в В за 14 часов. Время его движения на спуске составило 7 часов. С какой скоростью турист шёл на спуске, если скорость его движения на подъёме меньше скорости движения на спуске на 3 км/ч?
7. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 8 минут, второй и третий — за 10 минут, а первый и третий — за 24 минуты. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?
8. Иван и Алексей договорились встретиться в N-ске. Иван звонит Алексею и узнаёт, что тот находится в 372 км от N-ска и едет с постоянной скоростью 72 км/ч. Иван в момент разговора находится в 270 км от N-ска и ещё должен по дороге сделать 40-минутную остановку. С какой скоростью должен ехать Иван, чтобы прибыть в N-ск одновременно с Алексеем?
9. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали строить два одинаковых дома. В первой бригаде было 2 рабочих, а во второй - 12 рабочих. Через 3 дня после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих из второй бригады, в результате чего оба дома были построены одновременно. Сколько дней потребовалось бригадам, чтобы закончить работу в новом составе?

7. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ. ПРОЦЕНТЫ, СМЕСИ, СПЛАВЫ.

1. Найдите 25% числа 20.
2. Найдите число, если 25% его равна 20.
3. Сколько процентов составляет 4 от 20?
4. На сколько процентов число 50 меньше числа 200?
5. На сколько процентов число 200 больше числа 50?
6. Брюки на 60% дешевле пиджака. На сколько процентов пиджак дороже брюк?
7. Найти положительное число, если 45% от него составляют столько же, сколько составляют 20% от числа, ему обратного.
8. Бизнесмен Баранкин получил в 2000 году прибыль в размере 1000000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 7% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Баранкин за 2002 год?
9. Цену на товар сначала повысили на 20%, а затем понизили на 20%. На сколько процентов и как изменилась первоначальная цена товара?
10. Свежие грибы содержат 90% влаги, а сушеные — 20%. Сколько сушеных грибов получится из 10 кг свежих?
11. Имеются два сосуда, содержащих 4 и 6 кг раствора кислоты разных концентраций. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 35% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 36% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в каждом сосуде?
12. В сосуде было 36 кг 100% соляной кислоты. Часть кислоты отлили, и сосуд долили водой. Затем снова отлили столько же и опять долили водой. Сколько жидкости отливали каждый раз, если в сосуде осталось 16 кг кислоты?
13. Имеются два слитка сплава золота с медью. Первый слиток содержит 230 г золота и 20 г меди, а второй слиток — 240 г золота и 60 г меди. От каждого слитка взяли по куску, сплавив их и получили 300 г сплава, в котором оказалось 84% золота. Определите массу (в граммах) куска, взятого от первого слитка.

14. Имеются три смеси, составленные из элементов A , B и C . В первую смесь входят только элементы A и B в весовом отношении $3 : 5$, во вторую смесь входят только элементы B и C в весовом отношении $1 : 2$, в третью смесь входят только элементы A и C в весовом отношении $2 : 3$. В каком отношении надо взять эти смеси, чтобы во вновь полученной смеси элементы A , B и C содержались в весовом отношении $3 : 5 : 2$?
15. Техническая реконструкция предприятия была проведена в 4 этапа. Каждый из этапов продолжался целое число месяцев и сопровождался падением производства. Ежемесячное падение производства составило на первом этапе 4% , на втором — $6\frac{2}{3}\%$, на третьем — $6\frac{1}{4}\%$ и на четвертом — $14\frac{2}{7}\%$ в месяц. По окончании реконструкции первоначальный объем производства на предприятии сократился на 37% . Определить продолжительность периода реконструкции.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

1. В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 7% , а в 2010 году — на 1% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?
2. В университете Иннополис в 2014 году было 40 преподавателей, в 2015 году количество преподавателей увеличилось на 40% , а в 2016 году — на 400% по сравнению с 2015 годом. Сколько преподавателей в университете Иннополис в 2016 году?
3. Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась втрое, общий доход семьи вырос бы на 108% . Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 2% . Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?
4. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 19400 рублей, через два года был продан за 15714 рублей.
5. Дима, Антон, Никита и Гоша учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Дима внес 27% уставного капитала, Антон — 55000 рублей, Никита — $0,1$ уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Гоша. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Гоше? Ответ дайте в рублях.
6. Смешали 30% -ный раствор соляной кислоты с 10% -ным и получили 600г 15% -ного раствора. Сколько граммов 10% -ного раствора было взято?
7. Смешали 9 литров 15% -процентного водного раствора некоторого вещества с 11 литрами 35% -процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
8. Первый сплав содержит 5% меди, второй — 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 12% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

9. Имеются два сосуда. Первый содержит 75 кг, а второй – 50 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 52% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 59% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?
10. Влажность сухой цементной смеси на складе составляет 18%. Во время перевозки из-за дождей влажность смеси повысилась на 2%. Найдите массу привезенной смеси, если со склада было отправлено 400 кг.
11. Цену на словарь повышали дважды. После второго повышения словарь стал стоить в два раза дороже, чем вначале. На сколько процентов повысили цену в первый раз, если во второй раз повышение составило 25%?
12. Бензин на заправке в ноябре подешевел на 20%, в декабре еще подешевел на 10% и стал стоить 18 рублей за литр. Сколько стоил бензин на этой заправке до начала падения цен?
13. В колбе было 200 г 80% -ного спирта. Провизор отлил из колбы некоторое количество этого спирта и затем добавил в нее столько же воды, чтобы получить 60% - ный спирт. Сколько граммов воды добавил провизор?
14. Свежие грибы содержат 92% воды, а сухие — 8%. Сколько получится сухих грибов из 23 кг свежих?
15. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 7600 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Ещё ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 836 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?
16. Латунь — сплав меди и цинка. Кусок латуни содержит меди на 60 кг больше, чем цинка. Этот кусок латуни сплавляли со 100 кг меди и получили латунь, в которой 70% меди. Определите процент содержания меди в первоначальном куске латуни.
17. Кусок сплава меди с оловом массой 15 кг содержит 20% меди. Сколько чистой меди необходимо добавить к этому сплаву, чтобы новый сплав содержал 40% олова?
18. Имеется два сплава, в одном из которых содержится 20%, а в другом 30% олова. Сколько нужно взять первого и второго сплавов, чтобы составить из них 10 кг нового сплава, содержащего 27% олова?
19. Имеются два слитка сплавов золота и меди. В первом слитке отношение золота и меди $1 : 2$, а во втором — $2 : 3$. Если сплавить $\frac{1}{3}$ первого слитка с $\frac{5}{6}$ второго, то в получившемся сплаве золота окажется столько, сколько в первом слитке было меди. Если $\frac{2}{3}$ первого слитка сплавить с половиной второго, то в получившемся сплаве окажется меди на 1 кг больше, чем было золота во втором слитке. Сколько золота было в первом слитке?
20. За время хранения вклада в банке проценты по нему начислялись ежемесячно сначала в размере 5%, затем 12%, потом $11\frac{1}{9}\%$ и, наконец, 12,5% в месяц. Известно, что под действием каждой новой процентной ставки вклад находился целое число месяцев, а по истечении срока хранения первоначальная сумма увеличилась на $104\frac{1}{6}\%$. Определите срок хранения вклада.

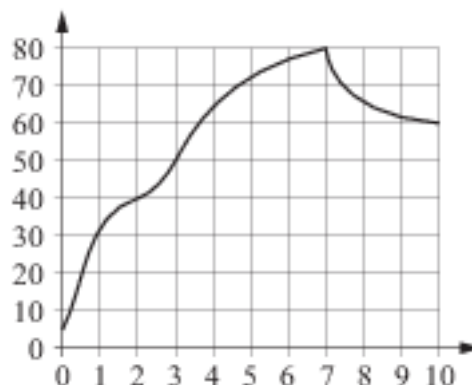
ДОМАШНЯЯ РАБОТА

1. На товар подняли цену на 45%, а затем еще на 20%. На сколько процентов увеличилась цена товара после двух повышений?
2. В банк поместили \$ 1 млн под 10% годовых. Сколько долларов будет на этом счете через 4 года после начисления процентов?
3. Сколько частей воды нужно взять на одну часть 80% уксусной эссенции, чтобы получить 8% уксус?
4. Смешали 6 литров 10-процентного водного раствора некоторого вещества с 9 литрами 5-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
5. К 100 г 20%-го раствора соли добавили 300 г ее 10%-го раствора. Определить концентрацию (в процентах) полученного раствора.
6. Имеются два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй — 10 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 13% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 31% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?
7. Клиент А. сделал вклад в банке в размере 6900 рублей. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Ровно через год на тех же условиях такой же вклад в том же банке сделал клиент Б. Ещё ровно через год клиенты А. и Б. закрыли вклады и забрали все накопившиеся деньги. При этом клиент А. получил на 759 рублей больше клиента Б. Какой процент годовых начислял банк по этим вкладам?
8. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 24 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому куску сплава, чтобы полученный сплав содержал 40% меди?
9. Аквариум частично заполнен водой. За месяц 40% воды испарилось. При этом объем воздуха увеличился на 60%. Какую часть (в процентах) объема аквариума занимала вода в конце месяца?
10. Зарплату повысили на $p\%$. Затем новую зарплату повысили на $2p\%$. В результате двух повышений зарплата увеличилась в 1,32 раза. На сколько процентов зарплата была повышена во второй раз?

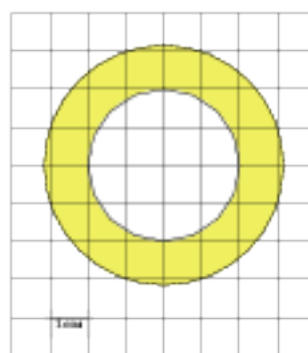
8. ТЕСТ 2

1. На бензоколонке один литр бензина стоит 33 руб. 20 коп. Водитель залил в бак 25 литров бензина и взял бутылку воды за 25 рублей. Сколько рублей сдачи он получит с 1000 рублей?

2. На графике изображена зависимость температуры от времени в процессе разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько минут двигатель нагревался до температуры 40°C .

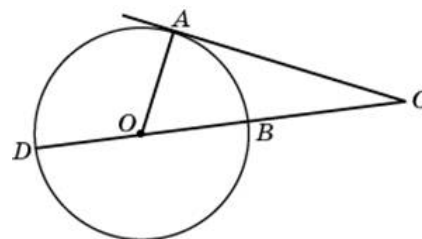


3. Найдите (в см^2) площадь S кольца, изображённого на клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ (см. рис.). В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.



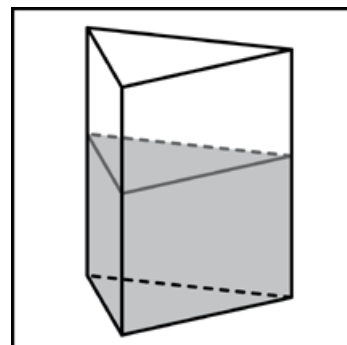
4. За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом.
5. Найдите корень уравнения $\frac{x+5}{7x+11} = \frac{x+5}{6x+1}$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

6. Найдите угол $\angle ACO$, если его сторона CA касается окружности, O — центр окружности, сторона CO пересекает окружность в точках B и D (см. рис.), а дуга AD окружности, заключённая внутри этого угла, равна 116° . Ответ дайте в градусах.



7. Прямая $y = 9x - 7$ является касательной к графику функции $ax^2 + 21x - 4$. Найдите a .

8. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если её перелить в другой сосуд такой же формы, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого? Ответ выразите в сантиметрах.



9. Найдите значение выражения $\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{11})^2}{8 + \sqrt{55}}$.

10. Высота над землей подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,2 + 10t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 3 метров?
11. В четверг акции компании подорожали на некоторое число процентов, а в пятницу подешевели на то же самое число процентов. В результате они стали стоить на 36% дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?
12. Найдите наименьшее значение функции $y = 8 + \frac{5\pi\sqrt{3}}{18} - \frac{5\sqrt{3}}{3}x - \frac{10\sqrt{3}}{3}\cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
13. а) Решите уравнение $4\cos^2 \frac{x}{2} - 1 = \sin x + \sin 2x$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-1, 5\pi; 0, 5\pi]$.
14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ACB_1 и A_1C_1B .
15. Решите неравенство $|x^2 - 5|x| + 4| \leq |2x^2 - 3|x| + 1|$.
16. Площадь треугольника ABC равна 10; площадь треугольника AHB , где H – точка пересечения высот, равна 8. На прямой CH взята такая точка K , что треугольник ABK – прямоугольный.
а) Докажите, что $S_{ABK}^2 = S_{ABC} \cdot S_{AHB}$.
б) Найдите площадь треугольника ABK .
17. 31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

18. Найти все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} \frac{(y^2 - xy - 7y + 4x + 12)\sqrt{x+4}}{\sqrt{7-y}} = 0, \\ a = x + y \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. На доске написано более 32, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 5, среднее арифметическое всех положительных из них равно 16, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -8 .
а) Сколько чисел написано на доске?
б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
в) Какое наибольшее количество отрицательных чисел может быть среди них?

9. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ.

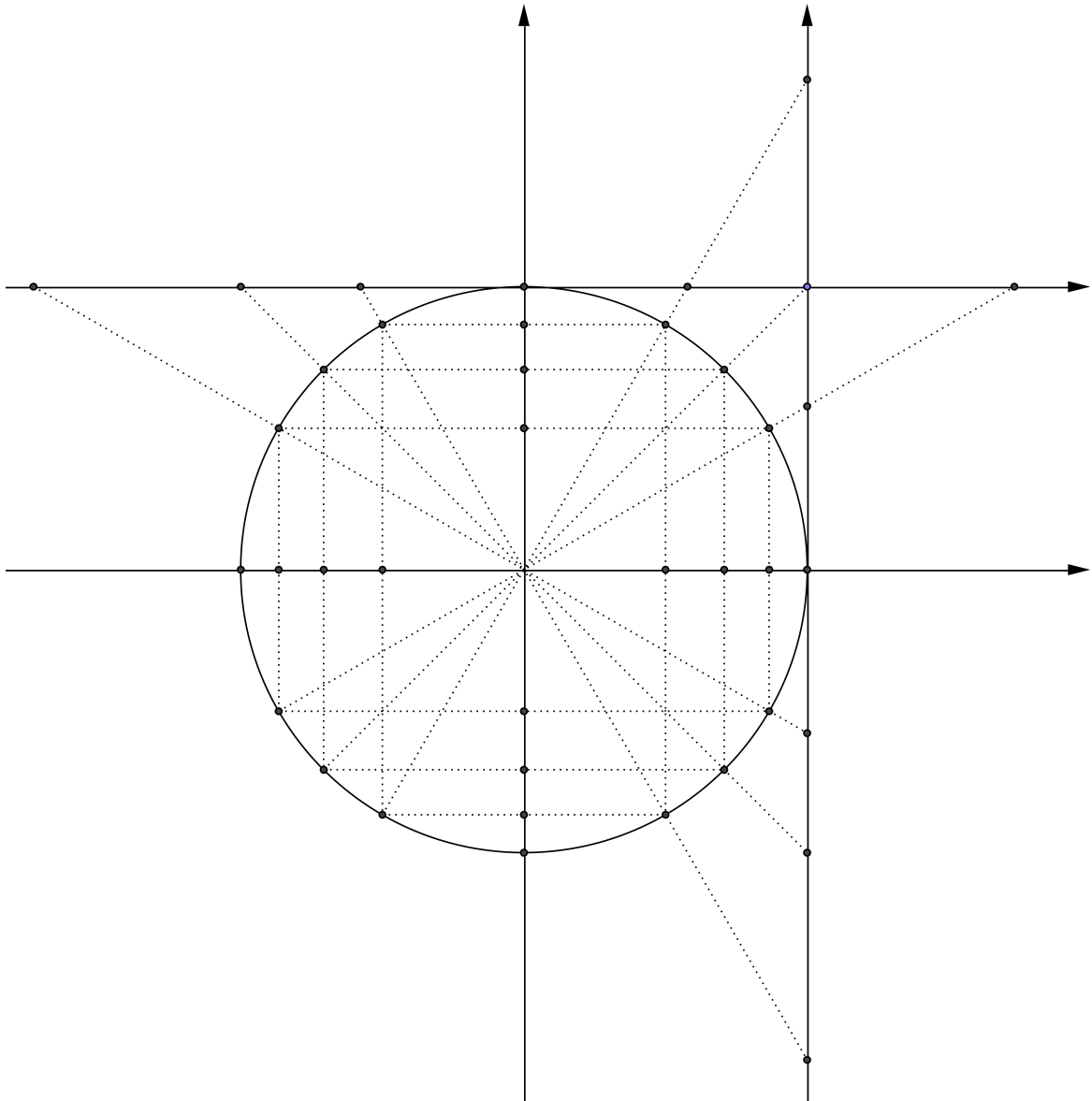
1. Найдите значение выражения $2\sqrt{3} \operatorname{ctg}(-300^\circ)$.
2. Найдите значение выражения $\cos \frac{2017\pi}{3}$.
3. Найдите значение выражения $\sqrt{5} \cos \alpha$ если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$ и $\pi < \alpha < 3\pi/2$.
4. Найдите значение выражения $120 \sin 2\alpha$, если $\sin \alpha = 0,6$, и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
5. Найдите значение выражения $\sin x$, если $\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = 0,6$;
6. Найдите значение выражения $(6 + 12\sqrt{6}) \cos(\alpha - \frac{\pi}{3})$, если $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
7. Найдите значение выражения $\frac{18}{\pi} \arcsin(\cos \frac{\pi}{3})$.
8. Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cos(\arcsin \frac{1}{2})$.
9. Найдите множество значений функции $y = 1 + 3 \cos 5x$.
10. Найдите множество значений функции $y = -2 \cdot (3 \sin^2 x - 8)$.
11. Найдите множество значений функции $y = 5 \sin x + 12 \cos x$.
12. Найдите множество значений функции $y = \cos x - \sqrt{3} \sin x$.
13. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{9}{3 \cos x + 4}$.
14. Найдите множество значений функции $y = \cos 2x + \cos x - 1$.
15. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции $y = \frac{24}{\pi} \arcsin(\sin x \cdot \cos x)$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

1. Найдите значение выражения $\cos^2 15^\circ + \cos^2 75^\circ$.
2. Найдите значение выражения $9 \operatorname{tg}^2 390^\circ$.
3. Найдите значение выражения $\sin(-\frac{7\pi}{6})$.
4. Найдите значение выражения $\sqrt{3} \cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

5. Найдите значение выражения $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
6. Найдите значение выражения $\cos \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{4}{3}$, и $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$.
7. Найдите значение выражения $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$, и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.
8. Найдите значение выражения $\frac{3 - \sin \alpha \cos \alpha}{6 \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -2$;
9. Найдите значение выражения $289 \cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{8}{17}$.
10. Найдите значение выражения $17 \sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{17}}$, и $-\pi < \alpha < 0$.
11. Найдите значение выражения $25 \sin 4\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{20}}$, и $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.
12. Найдите значение выражения $-\sqrt{45} \sin 2\alpha$, если $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$, и $\frac{5\pi}{2} < \alpha < 3\pi$.
13. Найдите значение выражения $\sin(\pi + 2\alpha)$, если $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$;
14. Найдите значение выражения $51 \sin 2\alpha$ если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{5}$;
15. Найдите значение выражения $\cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = -3$;
16. Найдите значение выражения $\frac{2 \sin(\alpha - 3\pi) - \cos(-\frac{\pi}{2} + \alpha)}{5 \sin(\alpha - \pi)}$.
17. Найдите $\frac{6 \cos \alpha + 15 \sin \alpha + 10}{5 \sin \alpha + 2 \cos \alpha + 2}$, если $\operatorname{tg} \alpha = -0,4$.
18. Найдите значение выражения $7 \sin(\alpha + \frac{\pi}{6})$, если $\sin \alpha = \frac{5\sqrt{3}}{14}$, и $-\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$.
19. Найдите значение выражения $2,8 \cos(\frac{\pi}{3} + 2\alpha)$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
20. Найдите значение выражения $\sin \frac{23\pi}{12} \cdot \cos \frac{23\pi}{12}$.
21. Найдите значение выражения $\sqrt{32} \cos^2 \frac{5\pi}{8} - \sqrt{32} \sin^2 \frac{5\pi}{8}$.
22. Найдите значение выражения $\sqrt{108} \cos^2 \frac{23\pi}{12} - \sqrt{27}$.

23. Найдите значение выражения $\sqrt{2} \sin(\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2}))$.
24. Найдите значение выражения $\frac{8}{\pi} \operatorname{arctg}(\cos \pi)$.
25. Найдите множество значений функции $y = \sqrt{3} \operatorname{ctg} x$ на промежутке $[30^\circ; 120^\circ]$.
26. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{8}{3 \sin x - 7}$.
27. Найдите множество значений функции $y = 3 \sin x + 4 \cos x$.
28. Найдите множество значений функции $y = \sin x \cos x$.
29. Найдите множество значений функции $y = \sqrt{2}(\sin 2x + \cos 2x)$.
30. Найдите множество значений функции $y = 2 \sin^2 x + \sin x + 1$.

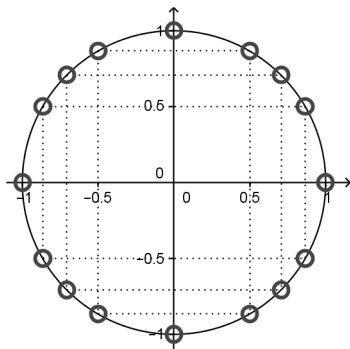


10. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.

1. Закрасьте множество точек

$$x = \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

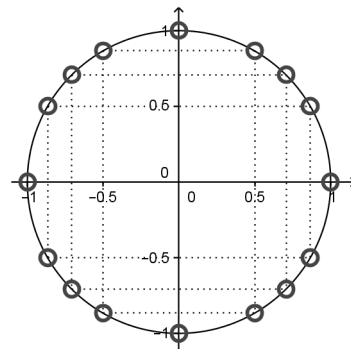
на тригонометрической окружности



2. Закрасьте множество точек

$$x = \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2}\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

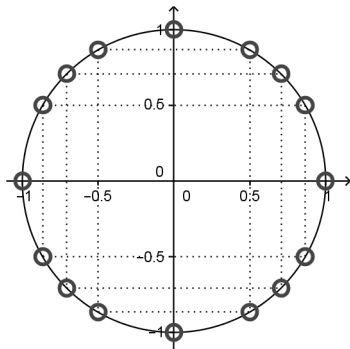
на тригонометрической окружности



3. Закрасьте множество точек

$$x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

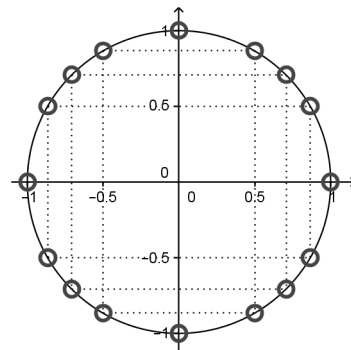
на тригонометрической окружности



4. Закрасьте множество точек

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2}\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

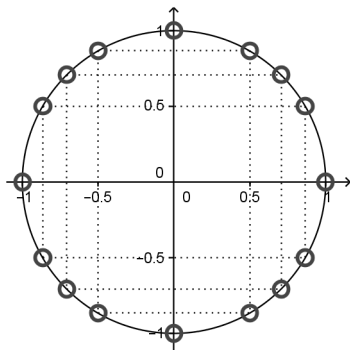
на тригонометрической окружности



5. Закрасьте множество точек

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

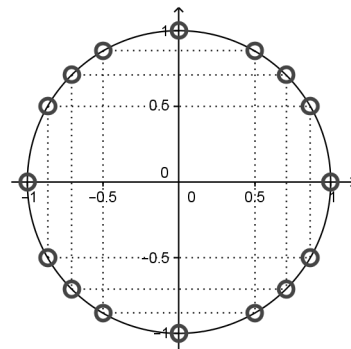
на тригонометрической окружности



6. Закрасьте множество точек

$$x = (-1)^n \frac{2\pi}{3} + \frac{1}{2}\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

на тригонометрической окружности



7. Решите уравнение
- $\sin x = 0,5$
- .

8. Решите уравнение
- $\cos x = 0,5$
- .

9. Решите уравнение
- $\sin 3x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- .

10. Решите уравнение
- $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- .

11. Решите уравнение
- $\operatorname{tg} \frac{2x}{5} = 1$
- .

12. Решите уравнение
- $\operatorname{ctg} \frac{\pi x - \pi}{4} = 1$
- .

13. Решите уравнение $\sqrt{3} + 2 \cos \frac{\pi x}{9} = 0$
на промежутке $8 < x < 30$.

15. Решите систему

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi n}{3}, & n \in \mathbb{Z}; \\ x = \pi k, & k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

17. Из множества точек

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

выберите те, которые принадлежат промежутку $[2014\pi; 2017\pi]$.

19. Решите уравнение $\frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}} = 0$.

14. Решите уравнение $1 - \sqrt{2} \sin \frac{\pi x}{4} = 0$
на промежутке $1 < x < 9$.

16. Решите систему

$$\begin{cases} \sin 2x = 0, \\ \cos \frac{x}{2} \neq 0. \end{cases}$$

18. Из множества точек

$$x = 4 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

выберите те, которые принадлежат промежутку $[-4\pi; -0, 5\pi]$.

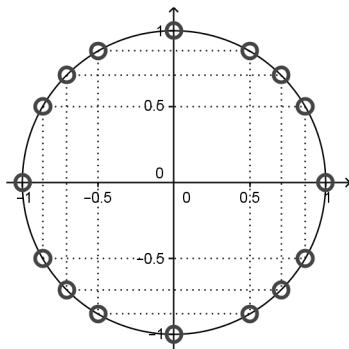
20. Решите уравнение $\frac{4 \sin^2 x - 3}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

1. Закрасьте множество решений уравнения

$$\operatorname{ctg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

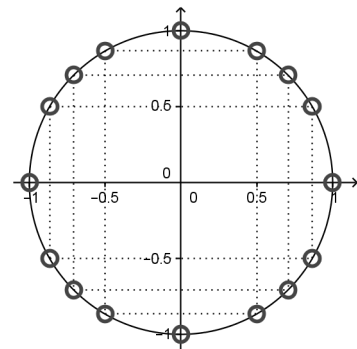
на тригонометрической окружности



2. Закрасьте множество решений уравнения

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

на тригонометрической окружности



3. Решите уравнение

$$2 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}.$$

5. Решите уравнение

$$\sqrt{3} \operatorname{tg}\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{3}\right) = 3.$$

7. Решите систему

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + \pi n, & n \in \mathbb{Z}; \\ x = (-1)^k \frac{\pi}{4} + \pi k, & k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

9. Решите уравнение

$$\frac{\cos x}{1 - \sin x} = 0.$$

4. Решите уравнение

$$2 \sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}.$$

6. Решите уравнение

$$\cos(x + 3) = \cos 3.$$

8. Решите систему

$$\begin{cases} x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, & n \in \mathbb{Z}; \\ x \neq (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k, & k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

10. Решите уравнение

$$\frac{\cos x - 0,5}{\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)} = 0.$$

11. Решите уравнение

$$\frac{\cos x + \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sin x - 0,5} = 0.$$

13. Решите уравнение

$$\cos x \left(\operatorname{tg}^2 x - \frac{1}{3} \right) = 0.$$

15. Решите уравнение

$$\frac{\sin x - \sin 3}{\cos x - \cos 3} = 0.$$

17. Найдите все корни уравнения

$$(2 \sin x + 1)(2 \sin x - \sqrt{3}) = 0,$$

удовлетворяющие неравенству
 $\cos x > 0$.

19. Найдите все корни уравнения

$$2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x = 0,$$

удовлетворяющие неравенству
 $\sin x < 0$.

21. Найдите все корни уравнения

$$\operatorname{tg}^2 x = \sqrt{3} \operatorname{tg} x,$$

удовлетворяющие неравенству
 $\cos x < 0$.

23. Решите уравнение

$$(2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cdot \cos x) \sqrt{11 \operatorname{tg} x} = 0.$$

12. Решите уравнение

$$\frac{2 \cos^2 x - 1}{\operatorname{tg} x + 1} = 0.$$

14. Решите уравнение

$$\frac{4 \cos^3 x - \cos x}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0.$$

16. Решите уравнение

$$\frac{\operatorname{tg} 6x}{\operatorname{tg} 4x} = 1.$$

18. Найдите все корни уравнения

$$(\operatorname{tg} x + \sqrt{3})(2 \cos x - 1) = 0,$$

удовлетворяющие неравенству
 $\sin x > 0$.

20. Найдите все корни уравнения

$$\sqrt{2} \sin^2 x = \sin x,$$

удовлетворяющие неравенству
 $\cos x < 0$.

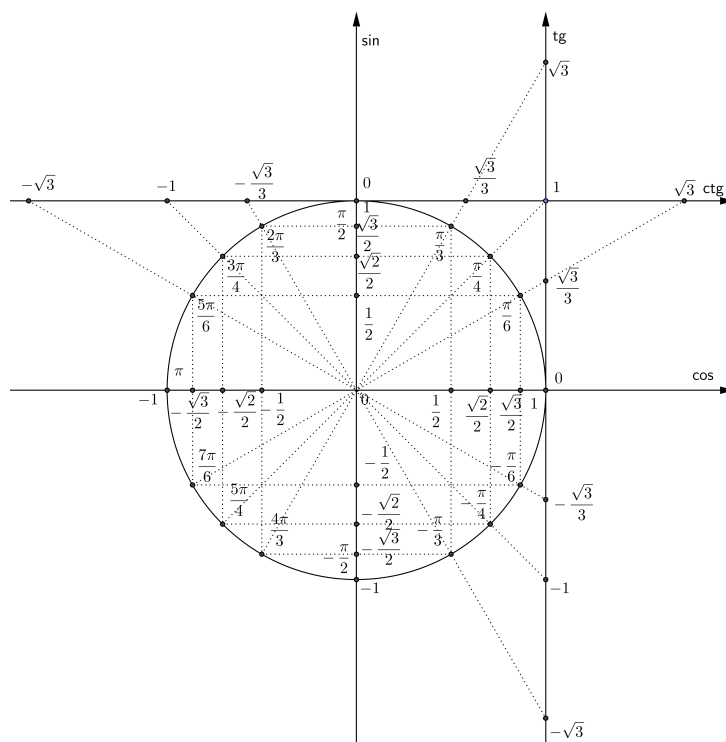
22. Найдите все корни уравнения

$$\cos^2 x = 1 - \sin x,$$

удовлетворяющие неравенству
 $\cos x \leq 0$.

24. Решите уравнение

$$\frac{35x^2 - 16\pi x - 3\pi^2}{\sqrt{\sin 2x + \cos x}} = 0.$$



ДОМАШНЯЯ РАБОТА ПО ТРИГОНОМЕТРИИ.

1. Найдите значение выражения $\sin \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$, и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.
2. Найдите значение выражения $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{5}{13}$, и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
3. Найдите значение выражения $\sqrt{72} \sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$, и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.
4. Найдите значение выражения $\sin \frac{13\pi}{6} \cdot \cos \frac{13\pi}{6}$.
5. Найдите значение выражения $\sqrt{32} - \sqrt{128} \sin^2 \frac{7\pi}{8}$.
6. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями функции

$$y = \frac{12}{\pi} \arccos(\sin x \cdot \cos x).$$

7. Решите уравнение $1 + 2 \cos \frac{\pi x}{6} = 0$ на промежутке $25 < x < 30$.
8. Решите уравнение $1 - \sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{3} = 0$ на промежутке $-17 < x < -11$.
9. Решите систему
10. Решите систему

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, & n \in \mathbb{Z}; \\ x = (-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \frac{\pi k}{3}, & k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cos 2x = 0, \\ \operatorname{tg} x \neq 1. \end{cases}$$

11. Из множества точек

$$x = -\frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

выберите те, которые принадлежат промежутку $[14\pi; 17\pi]$.

12. Из множества точек

$$x = 7 + \frac{\pi n}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

выберите те, которые принадлежат промежутку $[-2\pi; -0, 5\pi]$.

13. Решите уравнение

$$\frac{\sin \left(x - \frac{7\pi}{4} \right)}{\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}} = 0.$$

14. Решите уравнение

$$\frac{2 \sin^2}{\operatorname{ctg} x - \sqrt{3}} = 0.$$

15. Найдите все корни уравнения

$$(\sqrt{2} \sin x + 1)(2 \sin x - 3) = 0,$$

удовлетворяющие неравенству $\operatorname{tg} x < 0$.

16. Найдите все корни уравнения

$$(\operatorname{tg} x - 1)(\sqrt{2} \sin x + 1) = 0,$$

удовлетворяющие неравенству $\cos x < 0$.

17. Найдите все корни уравнения

$$(\sqrt{2} \cos x - 1)(2 \cos x + 1) = 0,$$

удовлетворяющие неравенству $\sin x < 0$.

18. Найдите все корни уравнения

$$(2 \cos x + \sqrt{3})(3 \cos x + 4) = 0,$$

удовлетворяющие неравенству $\operatorname{ctg} x > 0$.

19. Решите уравнение

$$(1 + \sqrt{3} \cdot \operatorname{tg} x) \sqrt{-17 \cos x} = 0.$$

20. Решите уравнение

$$(\cos 3x - 1) \cdot \sqrt{6 + 5x - x^2} = 0.$$

11. ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ. ЗАДАЧИ ЕГЭ.

Во всех задачах этой темы необходимо

а) Решить уравнение.

б) Указать все корни этого уравнения, принадлежащие данному отрезку.

1. а) $\sin 2x + \sqrt{2} \sin x = 0$. б) $[-1, 5\pi; 1, 5\pi]$.
2. а) $\cos x = \cos \frac{x}{2}$. б) $[3\pi; 6\pi]$.
3. а) $4 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 = \sin x + \sin 2x$. б) $[-1, 5\pi; 0, 5\pi]$.
4. а) $6 \operatorname{tg}^2 x + \frac{5}{\cos x} = 0$. б) $[-3, 5\pi; -0, 5\pi]$.
5. а) $(2 \cos x - 1) \sqrt{\sin(x + 1, 5\pi)} = 0$. б) $[2\pi; 5\pi]$.
6. а) $6 \sin x \cos 2x + 4 = 8 \sin x + 3 \cos 2x$. б) $[-2\pi; \pi]$.
7. а) $\sin^2 x - 2 \sin x \cdot \cos x - 3 \cos^2 x = 0$. б) $[-\pi; 0, 5\pi]$.
8. а) $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2$. б) $[-3\pi; -\pi]$.
9. а) $\frac{4^{\cos^2 \frac{x}{2}}}{(\sqrt{2})^{\sin x}} = (2^{\sin \frac{x}{2}})^{\sin \frac{x}{2}}$. б) $[-1, 5\pi; 0, 5\pi]$.
10. а) $\sin x \cdot \sin 5x = \cos 4x$. б) $[-2\pi; -0, 3\pi]$.
11. а) $(3 \cos x + 2)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$. б) $[\pi; 5\pi]$.
12. а) $\sqrt{\sin 3x} = \sqrt{1 + 2 \sin 4x \cos x}$. б) $[-\pi; 3\pi]$.
13. а) $\operatorname{tg}(x + 0, 25\pi) + 1 = 2(\sqrt{2} + 1) \operatorname{ctg} x$. б) $[-0, 25\pi; 1, 75\pi]$.
14. а) $\frac{24 \operatorname{ctg} 2x + 7}{50 \cos^2 x - 32} = 0$, б) $[7\pi; 10\pi]$.
15. а) $\sin 2x - 2 \sin(x + 2) + \sin 4 = 0$. б) $[-4\pi; -2\pi]$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

1. а) $\sqrt{2} \sin^2 x = \sin x$. б) $[-2, 5\pi; -1, 5\pi]$.
2. а) $3 \operatorname{tg}^2 x = 1$. б) $[0, 5\pi; 3\pi]$.
3. а) $\cos^2 x = 1 - \sin x$. б) $[2\pi; 3, 5\pi]$.
4. а) $\sin 2x = \sin x$. б) $[-\pi; 1, 5\pi]$.
5. а) $\sin x = \cos \frac{x}{2}$. б) $[-4\pi; -\pi]$.
6. а) $\cos x = \sin \frac{x}{2}$. б) $[\pi; 5\pi]$.

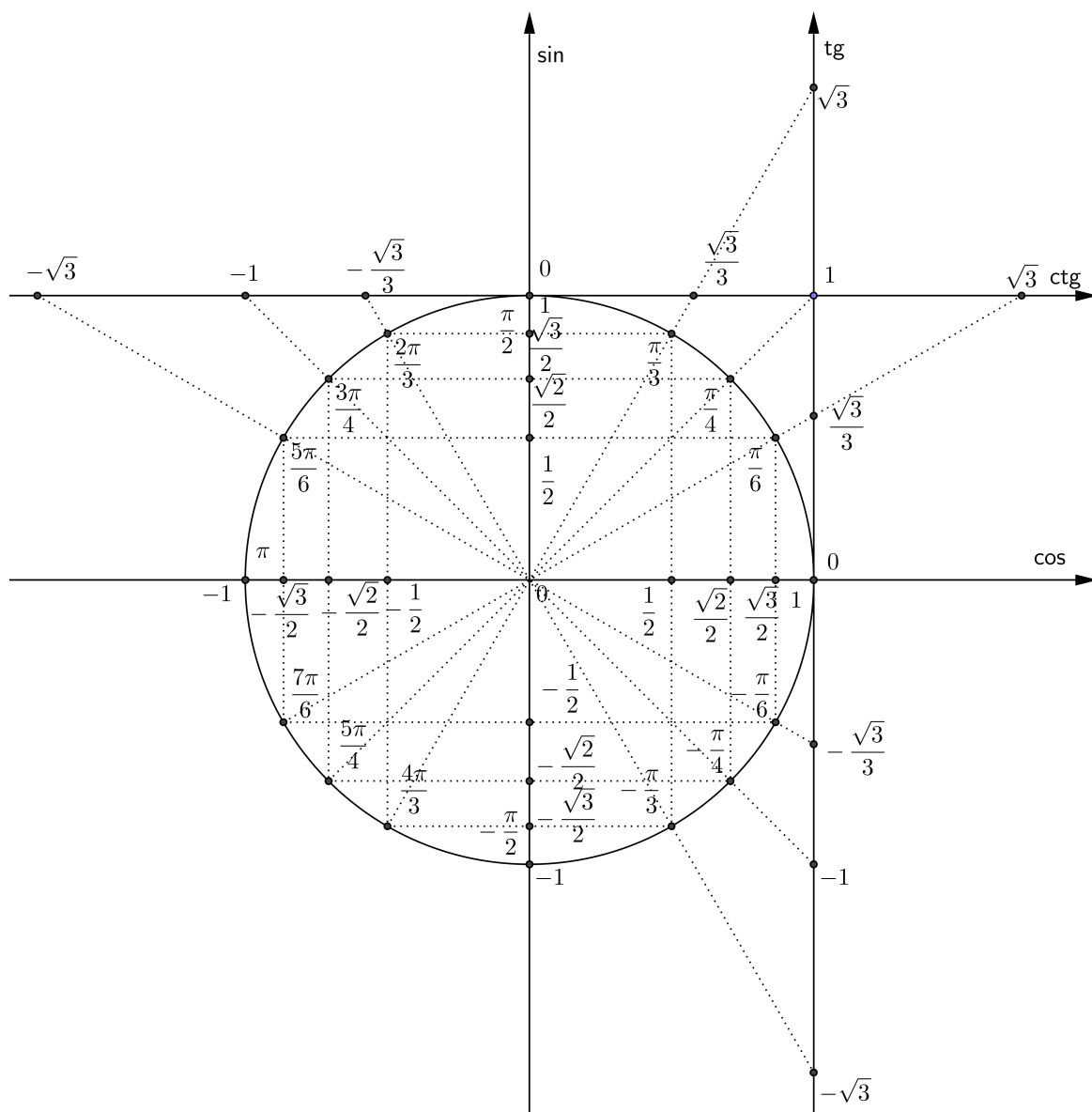
7. а) $\frac{4 \cos^3 x - \cos x}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0$. б) $[-3\pi; -\pi]$.
8. а) $\cos 2x + \sin^2 x = 0, 25$. б) $[3\pi; 9\pi/2]$.
9. а) $4 \cos^2 x - 8 \sin x + 1 = 0$. б) $[-3\pi; -3\pi/2]$.
10. а) $2 \sin^2 x - 3 \cos x - 3 = 0$. б) $[\pi; 3\pi]$.
11. а) $\frac{1}{\operatorname{tg}^2 x} - \frac{2}{\operatorname{tg} x} - 3 = 0$. б) $[2\pi; 3, 5\pi]$.
12. а) $2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x = 0$. б) $[-2\pi; -\pi]$.
13. а) $0, 5 \sin^2 x = \cos(1, 5\pi + x)$. б) $[\pi; 3\pi]$.
14. а) $3 \cos 2x + 13 \sin x - 9 = 0$. б) $[0, 5\pi; 3\pi]$.
15. а) $\cos 2x - 3 \sin 2x = \cos^2 x$. б) $[-5\pi; -1, 5\pi]$.
16. а) $4 \operatorname{tg} x - 3 \operatorname{ctg} x = 1$. б) $[2\pi; 3\pi]$.
17. а) $36^{\sin 2x} = 6^{2 \sin x}$. б) $[-3, 5\pi; -2, 5\pi]$.
18. а) $(1 + \operatorname{tg}^2 x) \cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 0$. б) $[1, 5\pi; 3\pi]$.
19. а) $4 \sin^3 x = 3 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$. б) $[3, 5\pi; 4, 5\pi]$.
20. а) $\sqrt{3} \cos x + 2 \sin^2 x + 1 = 0$. б) $[-2\pi; 0]$.
21. а) $\sqrt{3} \sin 2x - 2 = 4 \sin x - \sqrt{3} \cos x$. б) $[3\pi; 5\pi]$.
22. а) $\sin 2x - 2 \cos^2 x = \cos 2x$. б) $[13\pi; 15\pi]$.
23. а) $(\sin x - \sin 3)(\cos x - \cos 3) = 0$. б) $[1, 5\pi; 2, 5\pi]$.
24. а) $\cos x \cdot \cos 5x = \cos 6x$. б) $[-1, 2\pi; 0, 2\pi]$.
25. а) $4 \cos^2 \frac{x}{2} - 1 = \sin x + \sin 2x$. б) $[-1, 5\pi; 0, 5\pi]$.
26. а) $\sqrt{\cos 2x} = \sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{2})$. б) $[-1, 5\pi; \pi]$.

27. а) $\frac{2 \sin^2 x - \sin(1,5\pi + x) - 1}{\sqrt{\sin x}} = 0$. б) $[-3\pi; 0]$.

28. а) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$. б) $[-1, 5\pi; 3\pi]$.

29. а) $\frac{4 \operatorname{ctg}^2 x + 3 \operatorname{ctg} x}{5 \cos^2 x - 3 \cos x} = 0$, б) $[2\pi; 4\pi]$.

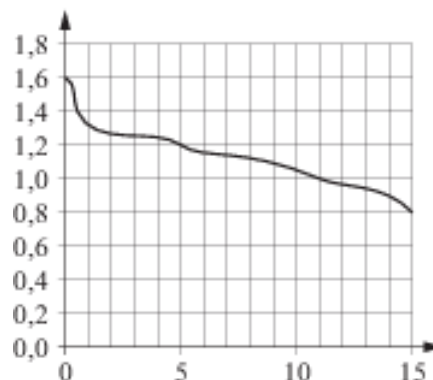
30. а) $\frac{(41 \sin^2 x - 16)(5 \operatorname{tg} x + 4)}{\sqrt{41} \cos^2 x - 5 \cos x} = 0$, б) $[2\pi; 4\pi]$.



12. ТЕСТ 3

1. Задачу №1 правильно решили 22010 человек, что составляет 71% от выпускников города. Сколько всего выпускников в этом городе?

2. При работе фонарика батарейка постепенно разряжается, и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, через сколько часов работы фонарика напряжение уменьшится до 1 вольта.



3. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

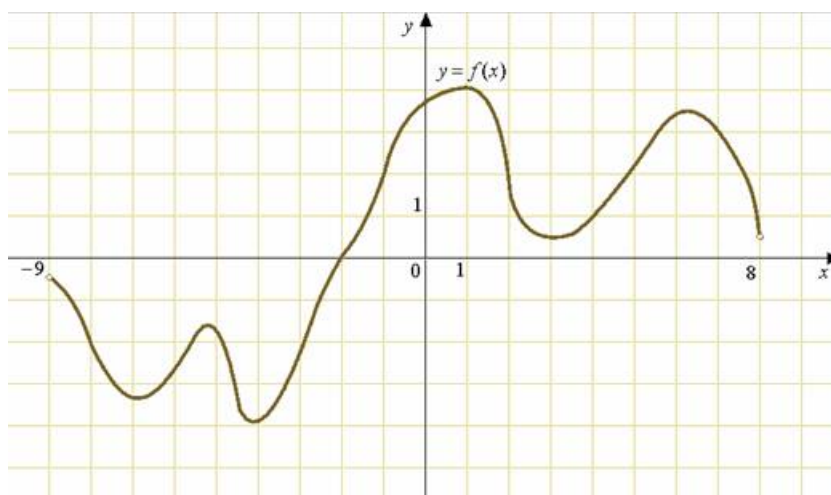


4. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 55% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 35% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 45% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

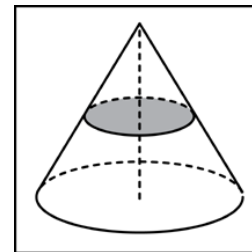
5. Найдите корень уравнения $\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

6. В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $BC = 12$, $\cos A = \frac{2\sqrt{6}}{5}$. Найдите BH .

7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 10$.



8. Объем конуса равен 120. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

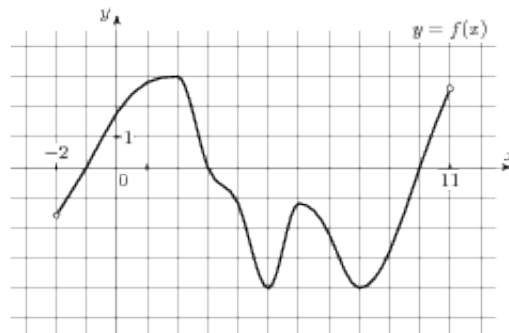


9. Найдите значение выражения $21\sqrt{6} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \sin \frac{\pi}{4}$.
10. При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 10^5 \text{Па} \cdot \text{м}^5$, где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа в кубических метрах, $k = \frac{5}{3}$. Найдите, какой объём V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p , равном $3,2 \cdot 10^6 \text{Па}$.
11. Первый и второй насосы наполняют бассейн за 6 минут, второй и третий — за 7 минут, а первый и третий — за 21 минуту. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?
12. Найдите наименьшее значение функции $y = 6 \cos x + \frac{24}{\pi}x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.
13. а) Решите уравнение $10^{\sin x} = 2^{\sin x} \cdot 5^{-\cos x}$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-2, 5\pi; -\pi]$.
14. Точка E — середина ребра AA_1 куба $ABCA_1B_1C_1D_1$. Найдите площадь сечения куба плоскостью C_1DE , если рёбра куба равны 2.
15. Решите неравенство $\sqrt{2x^2 + 3x - 35} + \sqrt{2x^2 + x - 36} \leq |2x + 1|$.
16. В треугольнике ABC основание $BC = 9,5$, площадь треугольника равна 28,5. Окружность, вписанная в треугольник, касается средней линии, параллельной основанию.
а) Докажите, что $AC + AB = 3BC$.
б) Найдите меньшую из боковых сторон.
17. В июле планируется взять кредит на сумму 8052000 рублей. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить некоторую часть долга
Сколько рублей нужно платить ежегодно, чтобы кредит был полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за 4 года)?
18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение
- $$a|x - 2| = \frac{3}{x + 1}$$
- на промежутке $[0; +\infty)$ имеет ровно два корня.
19. Каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11 по одному записывают на 10 карточках. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные десять сумм перемножают.
а) Может ли в результате получиться 0?
б) Может ли в результате получиться 1?
в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

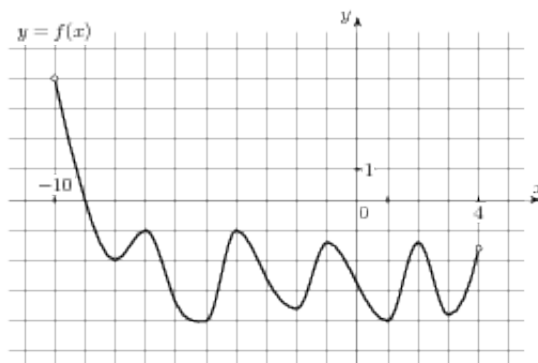
13. ПРОИЗВОДНАЯ. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ И ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ.

Определение: Производная — это скорость изменения функции.

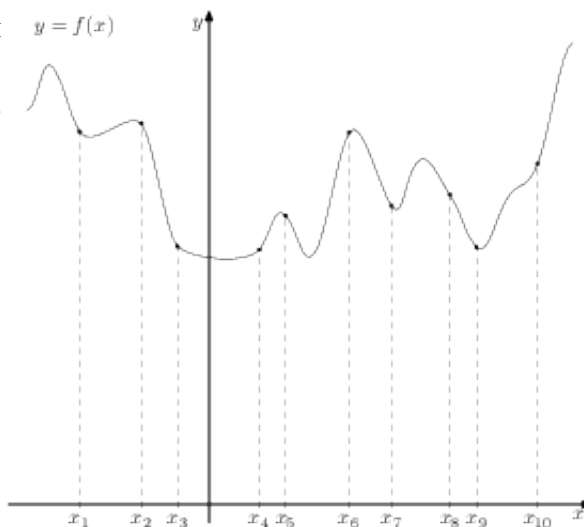
1. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{2}t^4 + 3t^3 + t^2 - 9$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 4$ с.
2. Точка совершает прямолинейное колебание по закону $x(t) = 12 \sin(5t + 8) + 7$ (см), где t измеряется в секундах. Найдите максимальное ускорение (в см/с²) точки.
3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 11)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



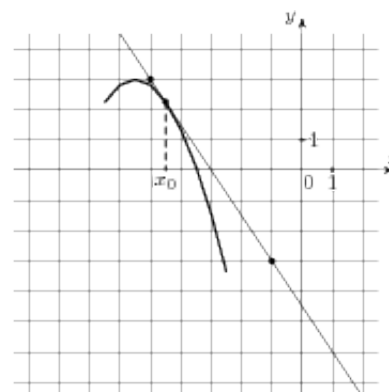
4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-10; 4)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 8$.



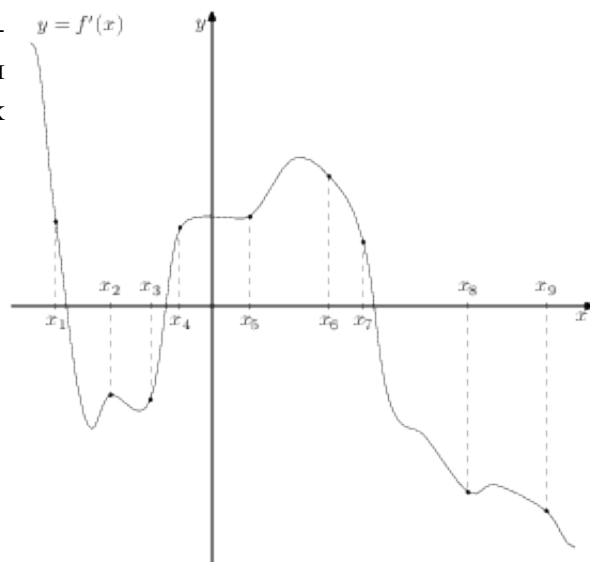
5. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и десять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



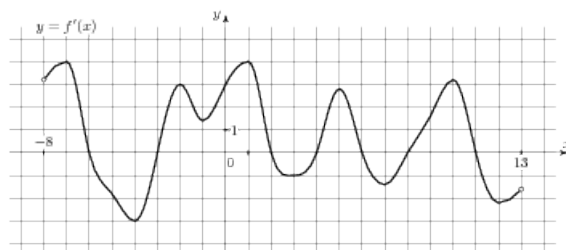
6. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



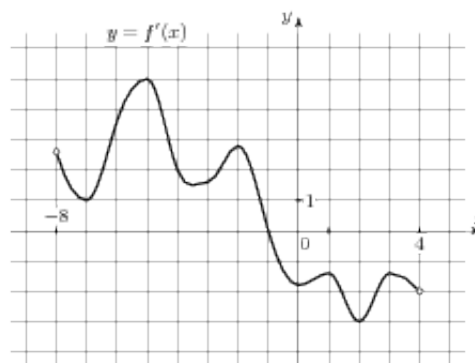
7. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и девять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



8. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 13)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-5; 12]$.



9. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 4)$. В какой точке отрезка $[-5; -3]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?

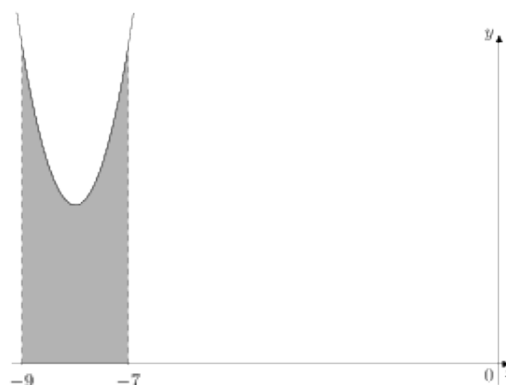


10. Прямая $y = 5x - 8$ является касательной к графику функции $6x^2 + bx + 16$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

11. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(6) - F(4)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



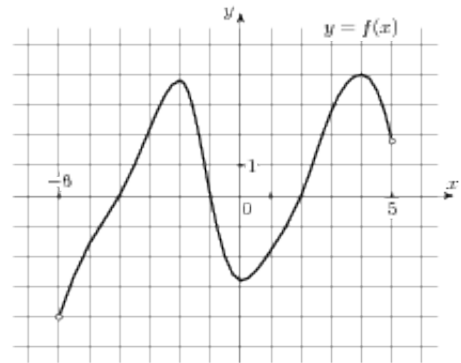
12. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = x^3 + 24x^2 + 195x - \frac{3}{4}$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



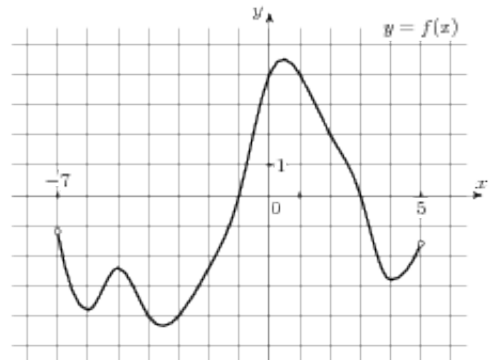
ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

1. Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.
2. Прямая $y = 3x + 1$ является касательной к графику функции $ax^2 + 2x + 3$. Найдите a .
3. Прямая $y = -5x + 8$ является касательной к графику функции $28x^2 + bx + 15$. Найдите b , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

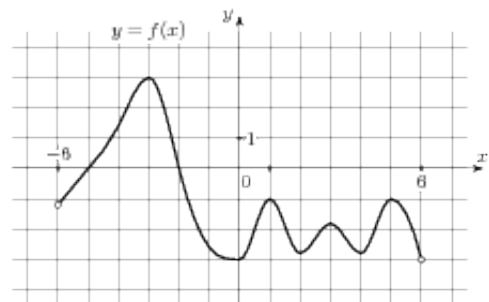
4. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции отрицательна.



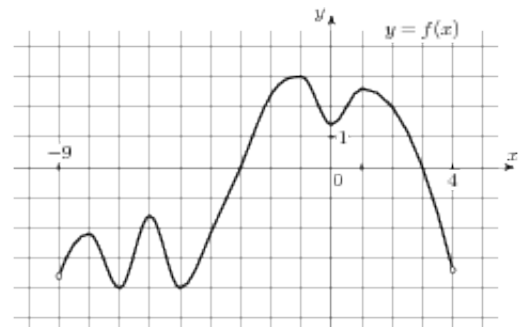
5. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



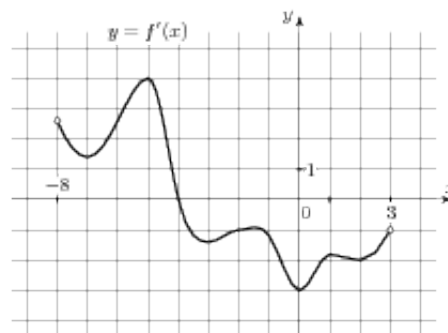
6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -12$.



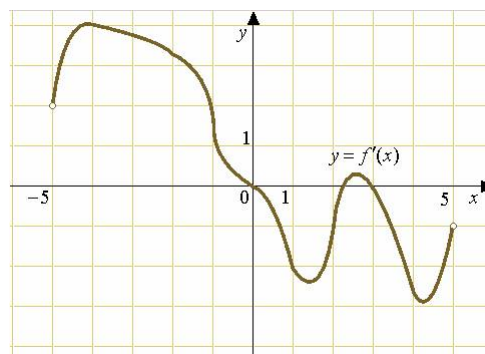
7. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 4)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



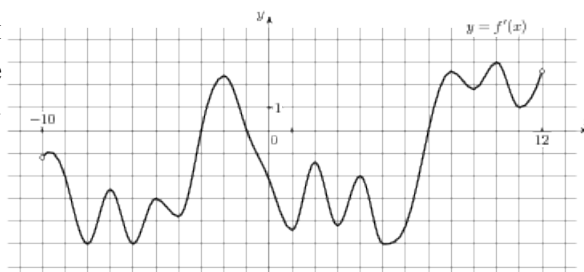
8. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[0; 2]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?



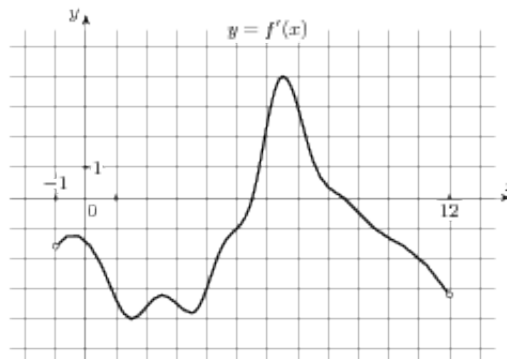
9. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-4; 4]$.



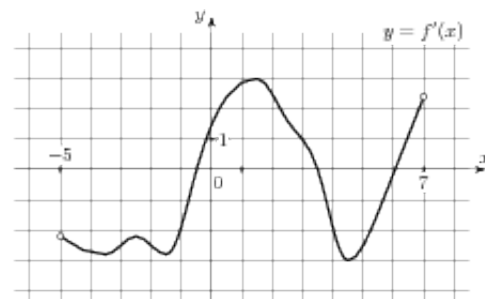
10. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-10; 12)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-9; 10]$.



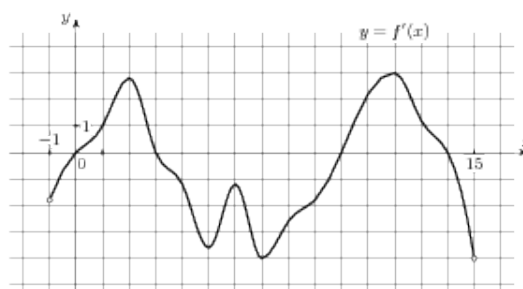
11. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 12)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



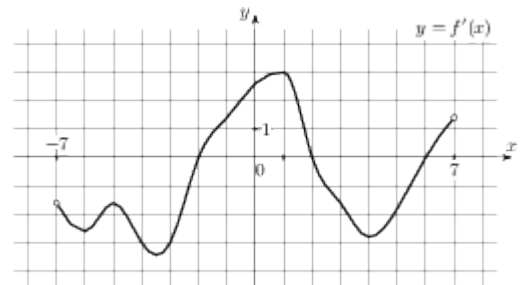
12. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 7)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



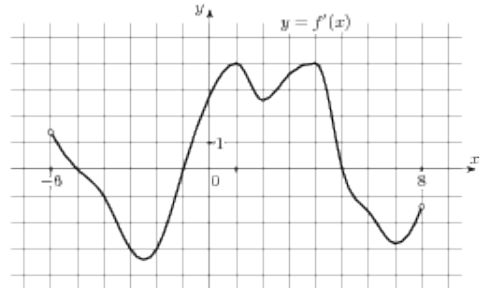
13. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 15)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



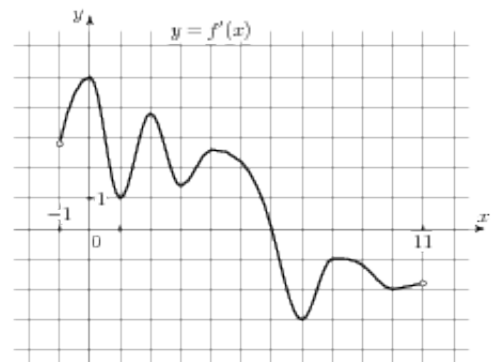
14. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 7)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 19$ или совпадает с ней.



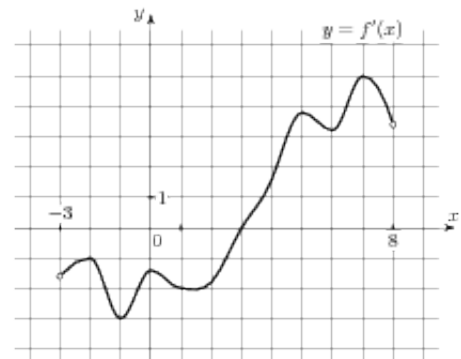
15. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -x - 3$ или совпадает с ней.



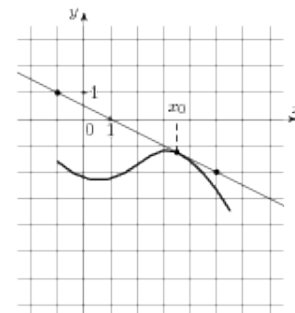
16. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 11)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[5; 10]$.



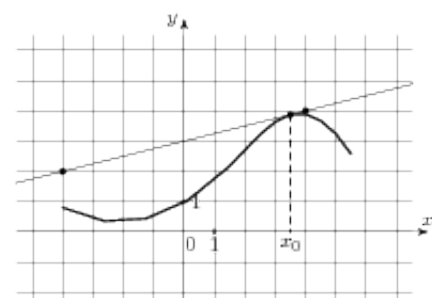
17. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[0; 7]$.



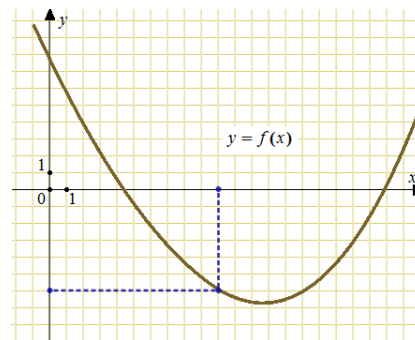
18. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



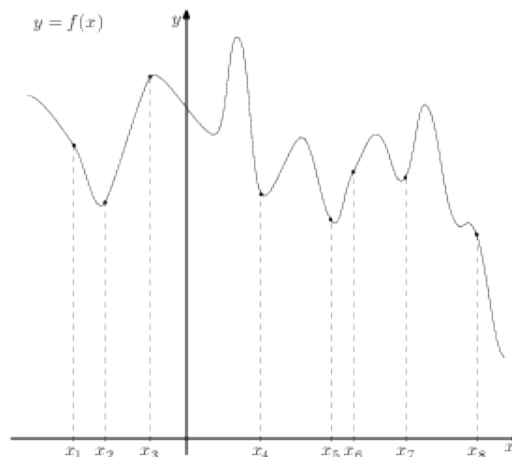
19. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



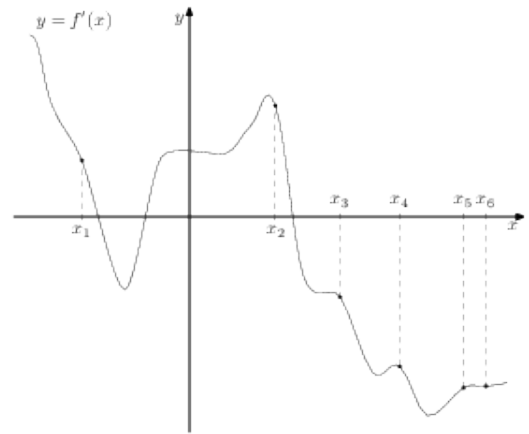
20. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 10. Найдите $f'(10)$.



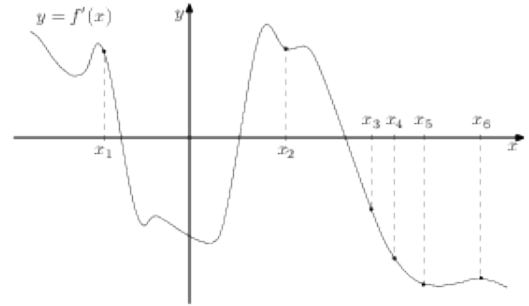
21. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 6$ с.
22. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 - 13t + 23$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?
23. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^3 + 6t^2 + 8t - 17$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 93 м/с?
24. Тело движется по прямой так, что расстояние S (в километрах) от него до неподвижной точки P этой прямой изменяется по формуле $S(t) = t^3 + 2t + 1$, где время t измеряется в часах. Через сколько часов скорость тела будет 50 км/ч?
25. При движении точки по прямой расстояние $S(t)$ (в метрах) от начальной точки M изменяется по закону $S(t) = t^4 - 4t^3 - 12t + 8$ (t — время в секундах). Каким будет ускорение тела (в м/с²) через 3 секунды?
26. Тело движется по прямой так, что расстояние S (в километрах) от него до неподвижной точки P этой прямой изменяется по формуле $S(t) = 5t^3 + 6t^2 + 2$, где время t измеряется в часах. Найдите скорость тела (в км/ч) через 3 часа после начала движения.
27. Тело движется по прямой так, что его скорость v (м/с) изменяется по закону $v(t) = 6t^2 - 12t + 12$ (t — время движения в секундах). Найдите скорость тела в момент, когда его ускорение будет равно 0.
28. Точка движется по координатной прямой согласно закону $x(t) = t^3 - 9t^2 + 24t + 6$. Укажите первый момент времени, когда она меняет направление своего движения.
29. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и восемь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ положительна?



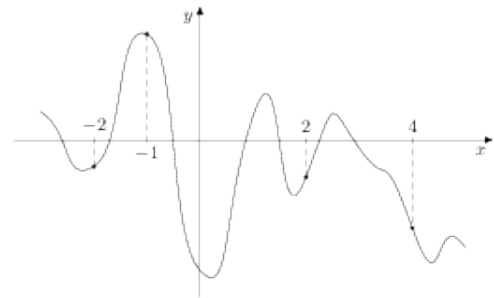
30. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



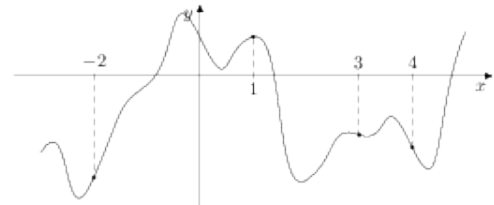
31. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и шесть точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ убывает?



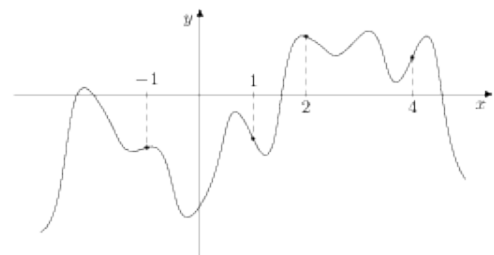
32. На рисунке изображен график функции $f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 2, 4$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



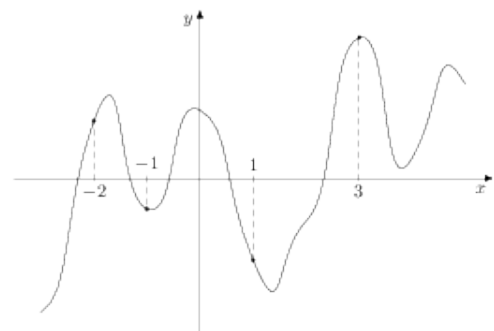
33. На рисунке изображен график функции $f(x)$ и отмечены точки $-2, 1, 3, 4$. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



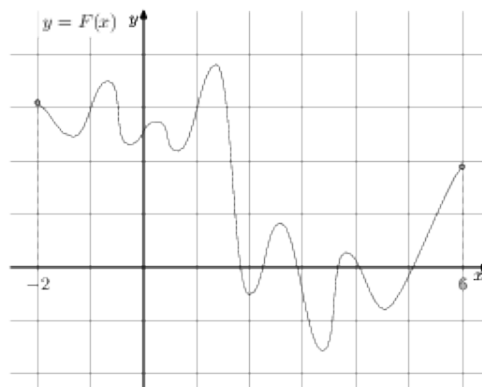
34. На рисунке изображен график функции $f(x)$ и отмечены точки $-1, 1, 2, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



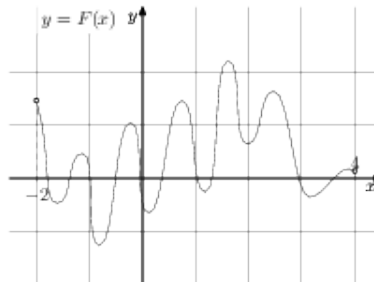
35. На рисунке изображен график функции $f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 1, 3$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



36. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 6)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-1; 5]$.



37. На рисунке изображён график функции $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2; 4)$. Пользуясь рисунком, определите количество решений уравнения $f(x) = 0$ на отрезке $[-1; 3]$.



38. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(6) - F(2)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



39. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция

$$F(x) = -\frac{4}{9}x^3 - \frac{34}{3}x^2 - \frac{280}{3}x - \frac{18}{5}$$

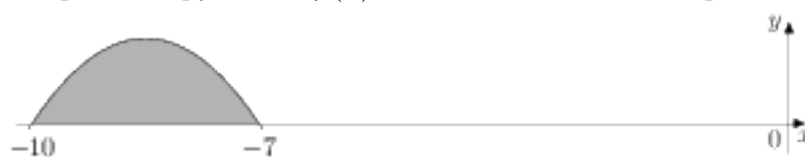
— одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



40. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция

$$F(x) = -\frac{1}{6}x^3 - \frac{17}{4}x^2 - 35x - \frac{5}{11}$$

— одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



14. ПРОИЗВОДНАЯ. МАКСИМУМЫ И МИНИМУМЫ.

1) Таблица производных простейших функций:

$f(x)$	C	x^a	\sqrt{x}	$\sin x$	$\cos x$	$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg} x$	e^x	a^x	$\log_a x$	$\ln x$
$f'(x)$	0	ax^{a-1}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\cos x$	$-\sin x$	$1 + \operatorname{tg}^2 x$	$-1 - \operatorname{ctg}^2 x$	e^x	$a^x \ln a$	$\frac{1}{x \ln a}$	$\frac{1}{x}$

2) Правила дифференцирования:

$$((f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x); \quad (f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x);$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \quad g(x) \neq 0; \quad (f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x).$$

Если во всех точках некоторого интервала производная функции $f(x)$ больше (соответственно меньше) нуля, то функция $f(x)$ возрастает (соответственно убывает) на этом интервале.

1. Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 48x + 19$.
2. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 15x^2 + 19$ на отрезке $[5; 15]$.
3. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 81}{x}$.
4. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 7)^2(x - 6)$ на отрезке $[6; 5; 19]$.
5. Найдите наибольшее значение функции $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3} \cdot x - 2\sqrt{3}\pi + 6$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
6. Найдите наименьшее значение функции $y = 7 \cos x - 17x + 7$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.
7. Найдите наименьшее значение функции $y = 2 \cos x + \frac{18}{\pi}x + 7$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.
8. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 6)e^{x-5}$ на отрезке $[4; 6]$.
9. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x + 5)^7 - 7x$ на отрезке $[-4; 5; 0]$.
10. Найдите точку минимума функции $y = (x + 14)e^{x-14}$.
11. Найдите точку минимума функции $y = (x^2 - 17x + 17)e^{x-17}$.
12. Найдите точку максимума функции $y = \sqrt{-35 + 12x - x^2}$.
13. Найдите точку максимума функции $y = 3^{13-4x-x^2}$.
14. Найдите наименьшее значение функции $e^{2x} - 11e^x - 6$ на отрезке $[-1; 2]$.
15. Найдите наибольшее значение функции $x^5 + 5x^3 - 140x$ на отрезке $[-5; 1]$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

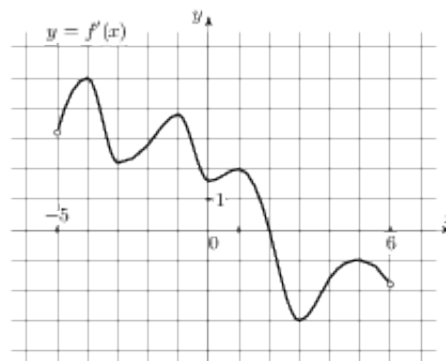
1. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - 18x^2 + 15$ на отрезке $[-3; 3]$.
2. Найдите точку максимума функции $y = x^3 + 12x^2 - 60x + 25$.
3. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 0,5x^2 - 10x + 20$ на отрезке $[0; 9]$.
4. Найдите наименьшее значение функции $y = 9x^2 - x^3 + 19$ на отрезке $[-7; 4]$.
5. Найдите точку максимума функции $y = \frac{242}{x} + 2x + 15$.
6. Найдите наибольшее значение функции $y = x + \frac{784}{x} + 17$ на отрезке $[-35; -0,5]$.
7. Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 225}$.
8. Найдите точку минимума функции $y = (x - 3)^2(x + 10) - 4$.
9. Найдите наибольшее значение функции $y = 12\sqrt{2} \cos x + 12x - 3\pi + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
10. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{22\sqrt{3}}{3} \cos x + \frac{11\sqrt{3}}{3}x - \frac{11\sqrt{3}\pi}{18} + 5$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
11. Найдите наименьшее значение функции $y = 6 + \frac{\sqrt{3}\pi}{2} - 3\sqrt{3} \cdot x - 6\sqrt{3} \cos x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
12. Найдите наименьшее значение функции $y = 7 \sin x - 8x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.
13. Найдите наибольшее значение функции $y = 4 \sin x - \frac{36}{\pi}x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.
14. Найдите наибольшее значение функции $y = 3 \operatorname{tg} x - 3x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.
15. Найдите наибольшее значение функции $y = 28 \operatorname{tg} x - 28x + 7\pi - 8$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.
16. Найдите точку максимума функции $y = (4 - x)e^{x+4}$.
17. Найдите точку максимума функции $y = (x + 4)^2(x - 9) + 1$.
18. Найдите точку минимума функции $y = (6 - x)e^{6-x}$.
19. Найдите точку минимума функции $y = (11 - x)e^{11-x}$.

20. Найдите точку максимума функции $y = (x + 7)e^{7-x}$.
21. Найдите наименьшее значение функции $y = 3x - \ln(x + 3)^3$ на отрезке $[-2, 5; 0]$.
22. Найдите наименьшее значение функции $y = 4x - 4 \ln(x + 4) + 8$ на отрезке $[-3, 5; 0]$.
23. Найдите точку минимума функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-36}$.
24. Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 9x + 9)e^{x+9}$.
25. Найдите точку минимума функции $y = (x - 7)^2 e^{x-4}$.
26. Найдите точку максимума функции $y = (x + 6)^2 e^{4-x}$.
27. Найдите наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 3x - \ln x + 13$ на отрезке $\left[\frac{3}{4}; \frac{5}{4}\right]$.
28. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} + 3x + 15$.
29. Найдите наибольшее значение функции $y = -\frac{4}{3}x\sqrt{x} + 3x + 6$ на отрезке $[0; 6, 25]$.
30. Найдите точку минимума функции $y = x^2 - 28x + 96 \ln x + 8$.
31. Найдите наименьшее значение функции $y = \sqrt{x^2 + 24x + 153}$.
32. Найдите наименьшее значение функции $y = \log_7(x^2 + 4x + 53) - 4$.
33. Найдите наибольшее значение функции $y = 3^{-219-30x-x^2}$.
34. Найдите точку максимума функции $y = \sqrt{-79 - 18x - x^2}$.
35. Найдите точку минимума функции $y = \log_6(x^2 + 24x + 147) + 2$.
36. Найдите точку минимума функции $y = (3 - 2x) \cos x + 2 \sin x + 12$ принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.
37. Найдите наименьшее значение функции $e^{2x} - 4e^x + 6$ на отрезке $[0; 3]$.
38. Найдите наименьшее значение функции $e^{2x} - 9e^x - 7$ на отрезке $[0; 2]$.
39. Найдите наибольшее значение функции $x^5 - 5x^3 - 20x$ на отрезке $[-4; 1]$.
40. Найдите наибольшее значение функции $3x^5 - 20x^3 - 18$ на отрезке $[-8; 1]$.

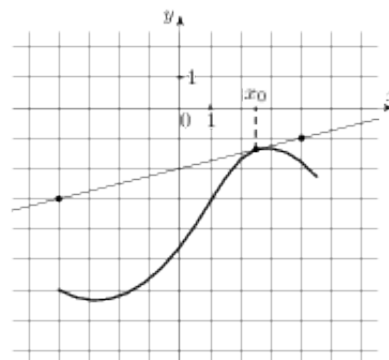
ДОМАШНЯЯ РАБОТА ПО ПРОИЗВОДНОЙ.

1. Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

2. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 6)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



3. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

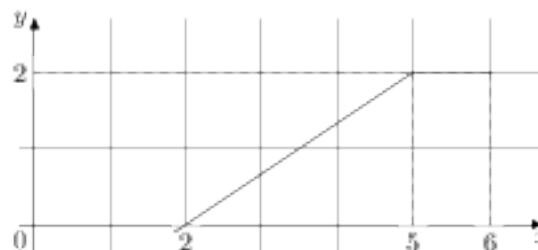


4. Прямая $y = -2x + 2$ является касательной к графику функции $ax^2 - 18x + 6$. Найдите a .

5. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{3}t^2 - t - 18$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. Найдите ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 9$ с.

6. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -t^3 + 3t^2 + 5t + 8$, где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения. В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 8 м/с?

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(6) - F(2)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



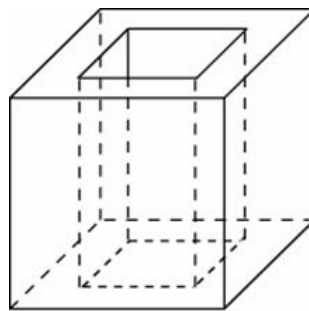
8. На рисунке изображён график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = -\frac{7}{27}x^3 - \frac{35}{6}x^2 - 42x - \frac{7}{4}$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.



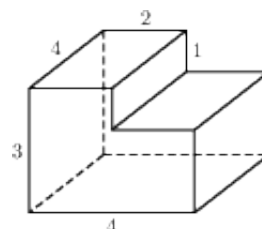
9. Найдите наибольшее значение функции $y = 7\sqrt{2} \cos x + 7x - \frac{7\pi}{4} + 9$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$.
10. Найдите наибольшее значение функции $y = 16x - 11 \sin x + 6$ на отрезке $[-\frac{\pi}{2}; 0]$.
11. Найдите наибольшее значение функции $y = 8 \cos x - \frac{27}{\pi}x + 8$ на отрезке $[-\frac{2\pi}{3}; 0]$.
12. Найдите точку максимума функции $y = (15 - x)e^{x+15}$.
13. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(12x) - 12x + 2$ на отрезке $[\frac{1}{24}; \frac{5}{24}]$.
14. Найдите точку максимума функции $y = (2x^2 - 26x + 26)e^{x+26}$.
15. Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 15x + 15)e^{5-x}$.
16. Найдите точку минимума функции $y = (x + 12)^2 e^{2-x}$.
17. Найдите точку минимума функции $y = 10x - \ln(x + 9) + 6$.
18. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 27)e^{x-26}$ на отрезке $[25; 27]$.
19. Найдите точку минимума функции $y = (x + 79)e^{x-79}$.
20. Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 300x + 19$.
21. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 48x + 14$ на отрезке $[0; 5]$.
22. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 12x^2 + 36x + 3$ на отрезке $[4; 12]$.
23. Найдите точку максимума функции $y = 3 + 27x - x^3$.
24. Найдите точку максимума функции $y = 6 + 12x - 2x^{\frac{3}{2}}$.
25. Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 3x + 27$ на отрезке $[2; 4]$.
26. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{x^2 + 676}{x}$ на отрезке $[-33; -2]$.
27. Найдите наименьшее значение функции $y = 2x + \frac{800}{x} + 11$ на отрезке $[0; 5; 30]$.
28. Найдите наименьшее значение функции $y = (3 - x)e^{4-x}$ на отрезке $[0; 5; 9]$.
29. Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 7x + 7)e^{x-5}$ на отрезке $[2; 8]$.
30. Найдите наименьшее значение функции $y = (x + 46)^2 e^{-46-x}$ на отрезке $[-48; -45]$.
31. Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 19)^2 e^{-17-x}$ на отрезке $[-18; -16]$.
32. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 144}$.
33. Найдите точку максимума функции $y = (x - 6)^2(x - 7) + 6$.
34. Найдите наибольшее значение функции $y = (x + 5)^2(x + 4) - 4$ на отрезке $[-15; -4,5]$.
35. Найдите наибольшее значение функции $y = \sqrt{36 - 16x - x^2}$.
36. Найдите точку максимума функции $y = 8^{-94-22x-x^2}$.
37. Найдите точку максимума функции $y = \ln(x + 8)^8 - 8x + 5$.
38. Найдите точку минимума функции $y = 0,5x^2 - 8x + 12 \ln x + 10$.
39. Найдите точку минимума функции $y = -\frac{x}{x^2 + 484}$.
40. Найдите наибольшее значение функции $3x^5 - 5x^3 - 19$ на отрезке $[-7; 0]$.

15. СТЕРЕОМЕТРИЯ БАЗОВАЯ

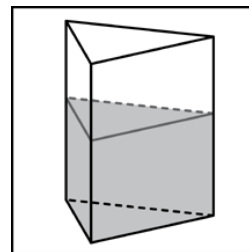
1. Из единичного куба вырезана правильная четырехугольная призма со стороной основания 0,5 и боковым ребром 1. Найдите площадь поверхности оставшейся части куба.



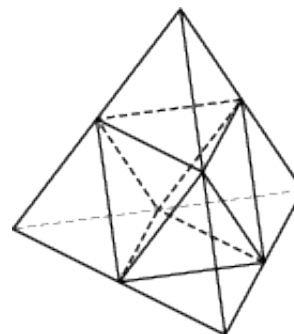
2. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



3. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили 1300 см^3 воды и полностью в нее погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся с отметки 25 см до отметки 28 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .



4. Дано два шара. Радиус первого шара в 5 раз больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
5. Объем тетраэдра равен 150. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются середины ребер данного тетраэдра.



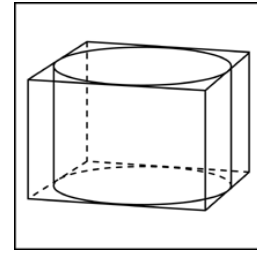
6. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $44\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



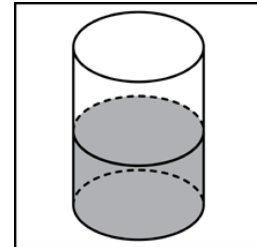
7. В правильной шестиугольной пирамиде боковое ребро равно 13, а сторона основания равна 5. Найдите высоту пирамиды.
8. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны $32\sqrt{5}$. Найдите расстояние между точками C и F_1 .

Задачи для самостоятельного решения.

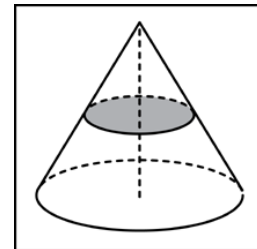
1. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1,5. Найдите объем параллелепипеда.



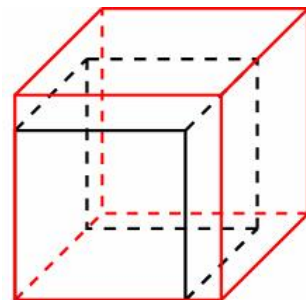
2. В цилиндрический сосуд налили 2000 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 12 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 9 см. Чему равен объем детали? Ответ выразите в см^3 .



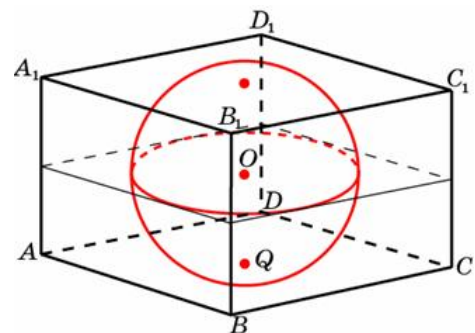
3. Объем конуса равен 168. Через середину высоты параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.



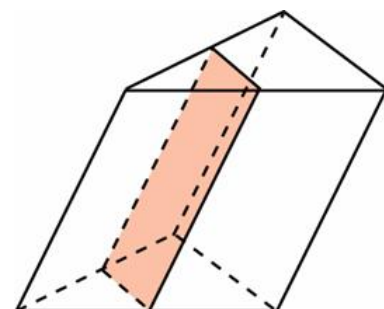
4. Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.



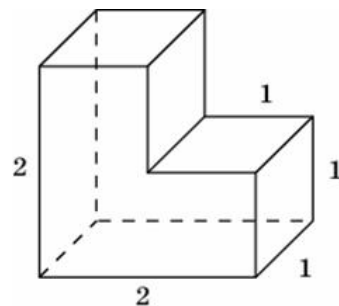
5. Прямоугольный параллелепипед описан около единичной сферы. Найдите его площадь поверхности.



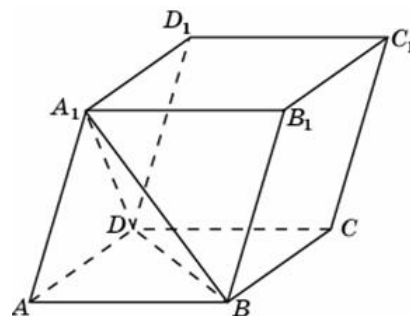
6. Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы.



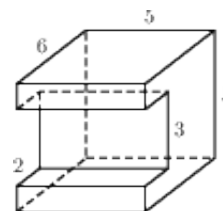
7. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы прямые).



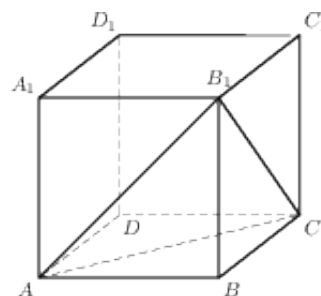
8. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 9. Найдите объем треугольной пирамиды $ABDA_1$.



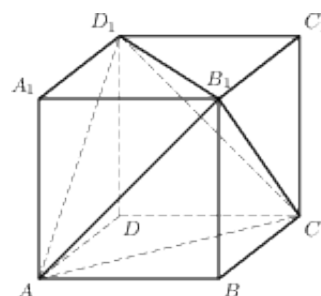
9. Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



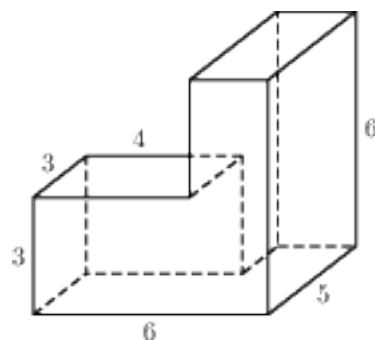
10. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 1.5. Найдите объем треугольной пирамиды $ABCB_1$.



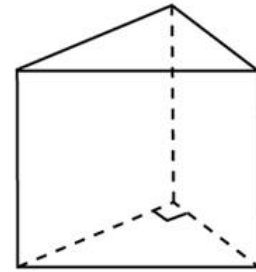
11. Объем параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен 3.6. Найдите объем треугольной пирамиды AD_1CB_1 .



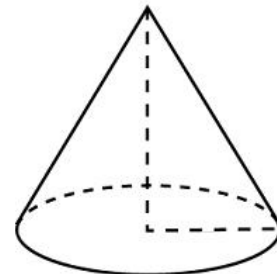
12. Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



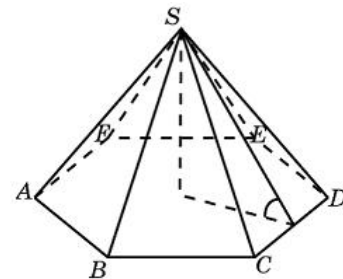
13. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 и 5, объём призмы равен 30. Найдите боковое ребро призмы.



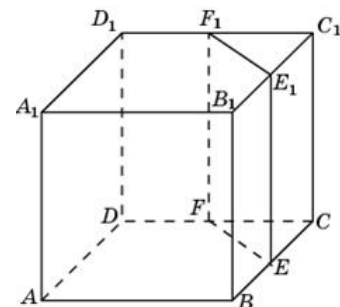
14. Во сколько раз уменьшится объём конуса, если его высота уменьшится в 3 раза, а радиус основания останется прежним?



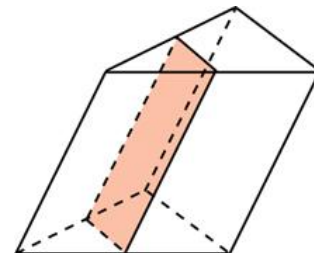
15. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 4, а угол между боковой гранью и основанием равен 45° . Найдите объём пирамиды.



16. Объём куба равен 12. Найдите объём треугольной призмы, отсекаемой от куба плоскостью, проходящей через середины двух рёбер, выходящих из одной вершины, и параллельной третьему ребру, выходящему из этой же вершины.

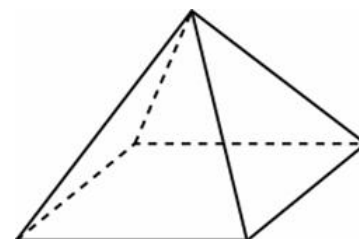


17. Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы равна 8. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.

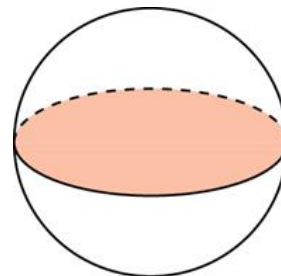


18. Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите объём этой призмы, если объём отсеченной треугольной призмы равен 8,5.

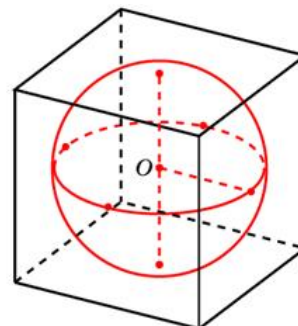
19. Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 6, боковые рёбра равны 5. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



20. Площадь большого круга шара равна 1. Найдите площадь поверхности шара.

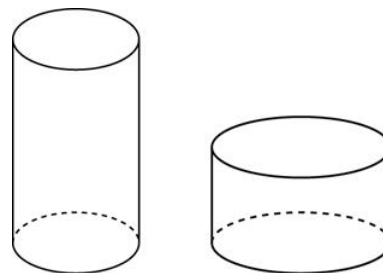


21. Куб описан около сферы радиуса 7. Найдите объём куба.



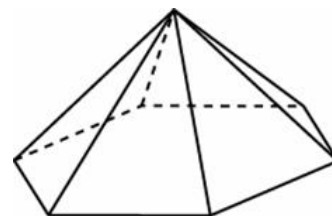
22. В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 4 и 9. Боковые ребра призмы равны $\frac{6}{\pi}$. Найдите объём цилиндра, описанного около этой призмы.

23. Дано два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 46. У второго цилиндра высота в 3 раза больше, а радиус основания в 2 раза меньше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.



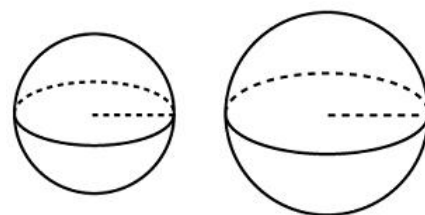
24. Радиус основания цилиндра равен 7, высота равна 10. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π .
25. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 9 и 40, и боковым ребром, равным 55.
26. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{75}$, а высота равна 4.
27. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 3.

28. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 10, боковые рёбра равны 13. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



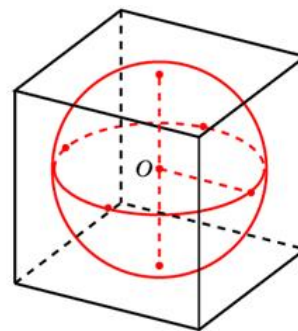
29. Найдите объём правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 3, а высота равна $6\sqrt{3}$.
30. Найдите объём призмы, в основаниях которой лежат правильные шестиугольники со сторонами 8, а боковые ребра равны $4\sqrt{3}$ и наклонены к плоскости основания под углом 30° .
31. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 12. Найдите объём пирамиды.

32. От треугольной призмы, объем которой равен 120, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объем оставшейся части.
33. От треугольной пирамиды, объем которой равен 20, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объем отсеченной треугольной пирамиды.
34. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 12 и 16. Диагональ параллелепипеда равна 52. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.
35. Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды, стороны основания которой равны 40 и высота равна 15.
36. Во сколько раз увеличится площадь поверхности октаэдра, если все его ребра увеличить в 5 раз?
37. Радиусы двух шаров равны 32 и 60. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров.

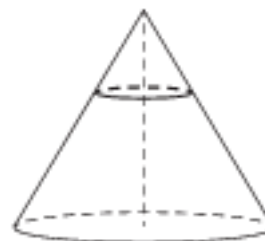


38. Ребра правильного тетраэдра равны 38. Найдите площадь сечения, проходящего через середины четырёх его ребер.
39. Объем куба равен 96. Найдите объем четырехугольной пирамиды, основанием которой является грань куба, а вершиной — центр куба.
40. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1, C_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB = 7, AD = 5, AA_1 = 10$.
41. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1 B_1 C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 7.
42. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 116. Найдите объем конуса.
43. Найдите угол ABD_1 прямоугольного параллелепипеда, для которого $AB = 17, AD = 8, AA_1 = 15$. Ответ дайте в градусах.
44. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 24, AD = 25, AA_1 = 7$. Найдите угол DBD_1 . Ответ дайте в градусах.
45. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 48. Найдите расстояние между точками D и B_1 .
46. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AB = 35, AD = 12, AA_1 = 43$. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины B, B_1 и D .
47. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро $CD = 2$, ребро $BC = 2\sqrt{2}$, ребро $CC_1 = 4$. Точка K — середина ребра DD_1 . Найдите площадь сечения, проходящего через точки C_1, B_1 и K .

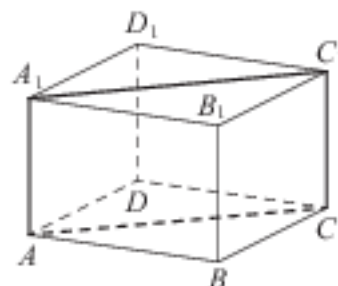
48. Шар, объём которого равен 35π , вписан в куб. Найдите объём куба.



49. Площадь основания конуса равна 48. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 15 и 45, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.

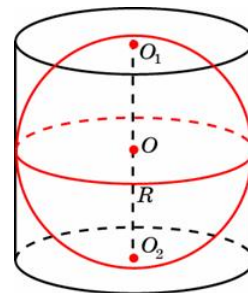


50. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро AA_1 равно 7, а диагональ BD_1 равна 25. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через точки A , A_1 и C .

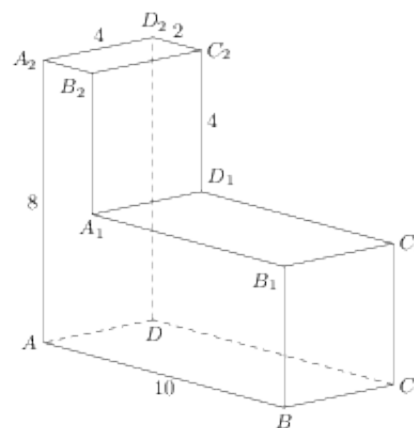


ДОМАШНЯЯ РАБОТА ПО СТЕРЕОМЕТРИИ.

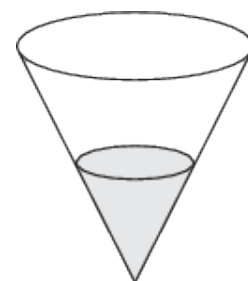
1. Диагональ куба равна $\sqrt{300}$. Найдите его объем.
2. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 5. Найдите объем параллелепипеда.
3. Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 42. Найдите площадь поверхности шара.



4. Гранью параллелепипеда является ромб со стороной 4 и острым углом 30° . Одно из ребер параллелепипеда составляет с плоскостью этой грани угол 30° и равно 6. Найдите объем параллелепипеда.
5. На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите расстояние между вершинами B и C_2 .



6. В сосуде, имеющем форму конуса, уровень жидкости достигает $\frac{1}{4}$ высоты. Объём жидкости равен 5 мл. Сколько миллилитров жидкости нужно долить, чтобы полностью наполнить сосуд?

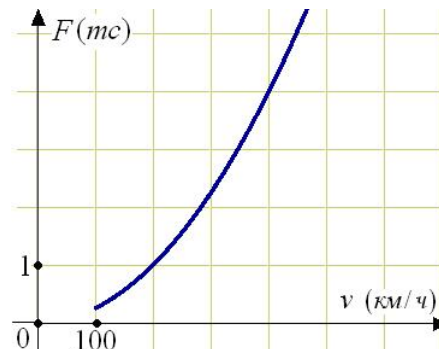


7. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины рёбер $AB = 16$, $AD = 12$, $AA_1 = 7$. Найдите синус угла между прямыми CD и $A_1 C_1$.
8. Объем одного шара в 1331 раз больше объема второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
9. Длина окружности основания конуса равна 7, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
10. Основанием пирамиды служит прямоугольник, одна боковая грань перпендикулярна плоскости основания, а три другие боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Высота пирамиды равна 9. Найдите объем пирамиды.

16. ТЕСТ 4

1. Больному прописано лекарство, которое нужно пить по 0,5 г 3 раза в день в течение 21 дня. В одной упаковке 10 таблеток лекарства по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс лечения?

2. Когда самолет находится в горизонтальном полете, подъемная сила, действующая на крылья, зависит только от скорости. На рисунке изображена эта зависимость для некоторого самолета. На оси абсцисс откладывается скорость (в километрах в час), на оси ординат — сила (в тоннах силы). Определите по рисунку, чему равна подъемная сила (в тоннах силы) при скорости 200 км/ч?



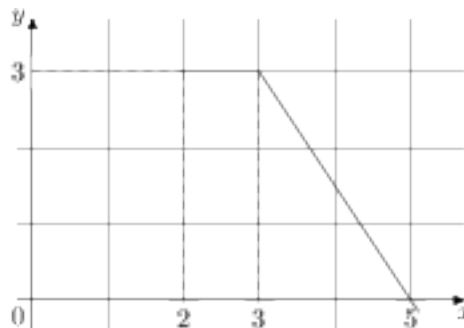
3. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты (1; 10), (9; 12), (9; 18), (1; 11).

4. Биатлонист 3 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.

5. Найдите корень уравнения $\operatorname{tg} \frac{\pi(2x+1)}{6} = \sqrt{3}$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

6. Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(5) - F(2)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.



8. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 5 и 12, и боковым ребром, равным 17.

9. Найдите значение выражения $(\sqrt{2\frac{2}{3}} - \sqrt{16\frac{2}{3}}) : \sqrt{2\frac{2}{27}}$.

10. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 18$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 36 метров. Ответ выразите в секундах.

11. Мише надо решить 390 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Миша решил 12 задач. Определите, сколько задач решил Миша в последний день, если со всеми задачами он справился за 10 дней.

12. Найдите точку минимума функции $y = (3x^2 - 51x + 51)e^{5-x}$.

13. а) Решите уравнение $\sin x - \cos x = \sqrt{\frac{3}{2}}$.
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[3\pi; 4, 5\pi]$.
14. Через середину диагонали куба проведена плоскость перпендикулярно этой диагонали.
а) Докажите, что в сечении получается правильный шестиугольник.
б) Найдите отношение площади сечения куба данной плоскостью к площади полной поверхности куба.
15. Решите неравенство $(\sqrt{3x+5} - \sqrt{x+3})(|x-4| - x^2 - 2) < 0$.
16. Площадь треугольника ABC равна 12. На прямой AC взята точка D так, что точка C является серединой отрезка AD . Точка K — середина стороны AB , прямая KD пересекает сторону BC в точке L .
а) Докажите, что $BL : LC = 2 : 1$.
б) Найдите площадь треугольника BLK .
17. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 100000 рублей. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг возрастает на $a\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга.
Найдите число a , если известно, что кредит был полностью погашен за два года, причем в первый год было переведено 55000 руб., а во второй 69000 рублей.
18. Найти все значения параметра a , при которых система
- $$\begin{cases} 2x - 2y - 2 = |x^2 + y^2 - 1|; \\ y = a(x - 1) \end{cases}$$
- имеет более двух решений.
19. Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театр мальчиков было не более $2/11$ от общего числа учащихся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $2/5$ от общего числа учащихся группы, посетивших кино.
а) Могло ли быть в группе 9 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся?
в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а) и б)?