

# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЕ КУРСЫ ХОГВАРТС

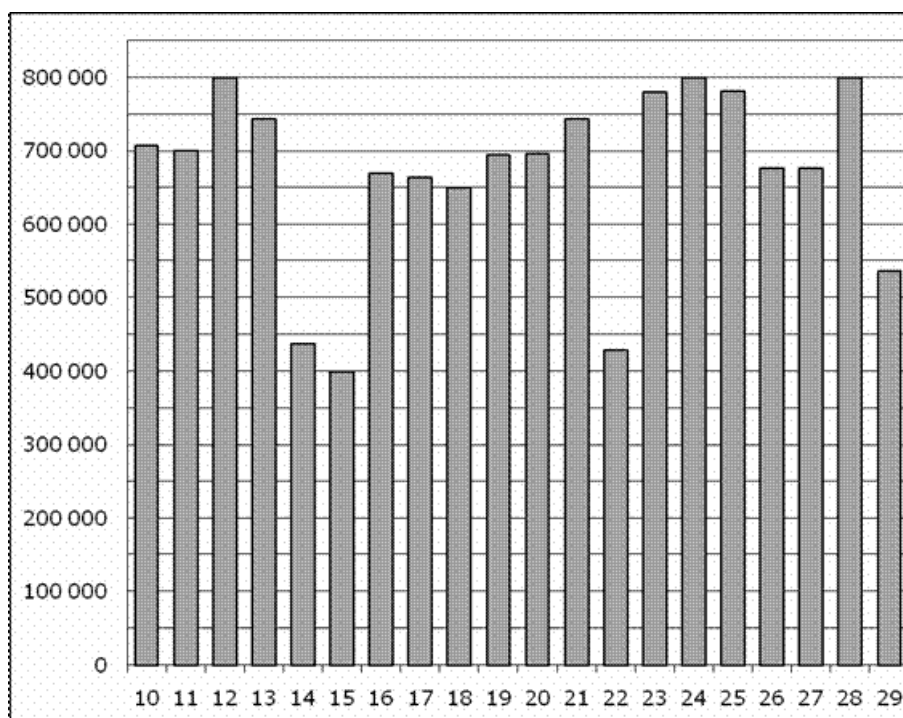
МАТЕМАТИКА 11 КЛАСС

## СОДЕРЖАНИЕ

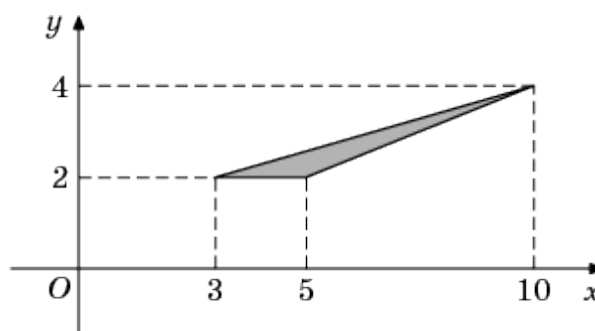
Вступительный тест	3
1. Задачи по теории вероятностей. Базовый уровень.	6
Задачи для самостоятельного решения.	7
2. Применение простейших вероятностных законов	11
Задачи для самостоятельного решения.	12
Домашнее задание.	14
3. Геометрия базовая	20
Задачи для самостоятельного решения.	23
Домашняя работа	29
4. Геометрия базовая	32
Задачи для самостоятельного решения.	33
Домашняя работа	37

## ВСТУПИТЕЛЬНЫЙ ТЕСТ

1. В квартире установлен прибор учёта расхода холодной воды (счётчик). Показания счётчика 1 сентября составляли 137 куб. м воды, а 1 октября — 145 куб. м. Сколько нужно заплатить за холодную воду за сентябрь, если стоимость 1 куб. м холодной воды составляет 22 руб. 51 коп.? Ответ дайте в рублях.
2. На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости во все дни с 10 по 29 ноября 2009 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта за данный день. Определите по диаграмме, во сколько раз наибольшее количество посетителей больше, чем наименьшее количество посетителей за день.

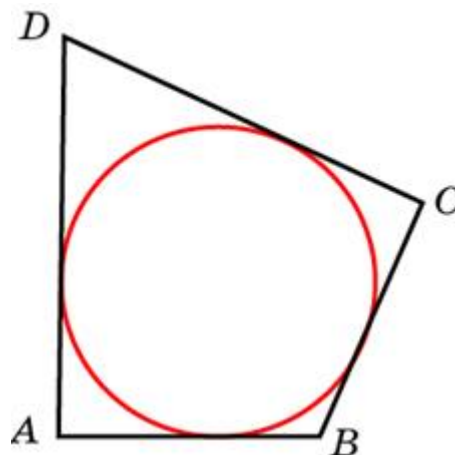


3. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.

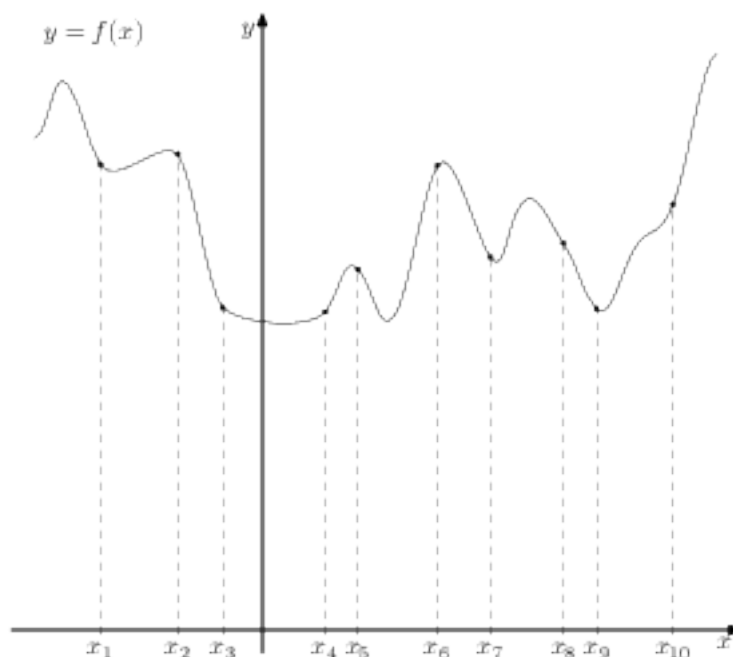


4. В классе 6 учащихся, среди них два друга — Михаил и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной группе.
5. Решите уравнение  $\sqrt{12 + 4x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

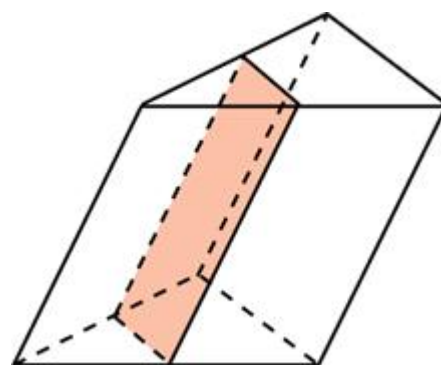
6. В четырёхугольник  $ABCD$ , периметр которого равен 56, вписана окружность,  $AB = 12$ . Найдите  $CD$ .



7. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и десять точек на оси абсцисс:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{10}$ . В скольких из этих точек функция  $f(x)$  возрастает?



8. Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсеченной треугольной призмы равна 8. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.



9. Найдите значение выражения  $\frac{g(x-11)}{g(x-12)}$ , если  $g(x) = 7^x$ .
10. Груз массой 0,43 кг колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону  $v(t) = 2 \sin \pi t$ , где  $t$  — время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  — масса груза (в кг),  $v$  — скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет не менее  $4,3 \cdot 10^{-1}$  Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

11. Семь одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов десять таких же рубашек дороже куртки?
12. Найдите наименьшее значение функции  $e^{2x} - 14e^x - 1$  на отрезке  $[1; 2]$ .
13. а) Решите уравнение  $2 \cos^2 x + 1 = 2\sqrt{2} \cos \left( \frac{3\pi - 2x}{2} \right)$ .  
 б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[ \frac{3\pi}{2}; 7\pi \right]$
14. В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $AA_1$  равно 3. На ребре  $AB$  отмечена точка  $K$  так, что  $AK = 1$ . Точки  $M$  и  $L$  — середины ребер  $A_1C_1$  и  $B_1C_1$  соответственно. Плоскость  $\gamma$  параллельна прямой  $AC$  и содержит точки  $K$  и  $L$ .  
 а) Докажите, что прямая  $BM$  перпендикулярна плоскости  $\gamma$ .  
 б) Найдите расстояние от точки  $C$  до плоскости  $\gamma$ .

15. Решите неравенство

$$\frac{x^2 - 6x + 3}{x - 5} + \frac{6x - 39}{x - 7} \leq x + 5.$$

16. В треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AK$  и  $CM$ . На них из точек  $M$  и  $K$  опущены перпендикуляры  $ME$  и  $KH$  соответственно.  
 а) Докажите, что прямые  $EH$  и  $AC$  параллельны  
 б) Найдите отношение  $EH : AC$ , если угол  $ABC$  равен  $30^\circ$ .
17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 1 млн рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:  
 – 1-го числа каждого месяца долг возрастает на целое число  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;  
 – со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;  
 – 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей

Год	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение  $r$ , при котором общая сумма выплат будет составлять менее 1,2 млн. рублей.

18. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^4 - x^2 + a^2} = x^2 + x - a$$

имеет ровно три различных решения.

19. На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа  $a$  и  $b$ , записанные на доске, заменяются на 2 числа: или  $a + b$  и  $2a - 1$ , или  $a + b$  и  $2b - 1$  (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).  
 а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 13.  
 б) Может ли после 200 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 400?  
 в) Сделали 513 ходов, причем на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?

## 1. ЗАДАЧИ ПО ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ. БАЗОВЫЙ УРОВЕНЬ.

**Основная формула:**  $P(\text{событие}) = \frac{\text{количество благоприятствующих событию исходов}}{\text{количество всех исходов}}$ .

**Решаем вместе**

1. Игральный кубик бросают дважды. Сколько элементарных исходов опыта благоприятствуют событию  $A = \{\text{сумма очков равна } 8\}$ ?
2. Игральный кубик бросают дважды. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7 или 11.
3. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет больше 4, но меньше 8?
4. В случайном эксперименте симметричную монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что в первый раз выпадает решка, во второй и третий — орёл.
5. В случайном эксперименте бросают монету бросают три раза. Найдите вероятность того, что орёл выпал два раза.
6. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 6 спортсменов из Греции, 4 спортсмена из Болгарии, 3 спортсмена из Румынии и 7 — из Венгрии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Венгрии.
7. Перед началом первого тура чемпионата по теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 76 теннисистов, среди которых 7 спортсменов из России, в том числе Анатолий Москвин. Найдите вероятность того, что в первом туре Анатолий Москвин будет играть с каким-либо теннисистом из России.
8. Вероятность того, что новый принтер в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,069. В некотором городе из 1000 проданных принтеров в течение года в гарантийную мастерскую поступило 73 штуки. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?
9. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Бразилии окажется в третьей группе?
10. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 8, но не дойдя до отметки 11.

11. В классе 6 учащихся, среди них два друга — Михаил и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Михаил и Олег окажутся в одной группе.
12. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 120 сумок 3 сумки имеют какой-либо скрытый дефект. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.
13. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 120 качественных сумок приходится 5 сумок, имеющих скрытый дефект. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется без дефектов.
14. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из США будет выступать после группы из Англии и после группы из России? Результат округлите до сотых.
15. Вероятность того, что на тестировании по истории учащийся П. верно решит больше 10 задач, равна 0,61. Вероятность того, что П. верно решит больше 9 задач, равна 0,69. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 10 задач.

#### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

1. В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.
2. Игральный кубик бросают дважды. В сумме выпало 8 очков. Найдите вероятность того, что во второй раз выпало 3 очка.
3. Из множества натуральных чисел от 15 до 36 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 2?
4. Найдите вероятность того, что при двукратном бросании игральной кости (кубика) количества выпавших очков будут отличаться не больше, чем на два. Результат округлите до тысячных.
5. Какова вероятность того, что последние две цифры телефонного номера случайного абонента различны?
6. В чемпионате по гимнастике участвуют 76 спортсменок: 30 из России, 27 из Украины, остальные — из Белоруссии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Белоруссии.

7. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 40 докладов — первые два дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жребием. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
8. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 32 выступления, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день?
9. На семинар приехали 3 ученых из Финляндии, 7 из Венгрии и 5 из Румынии. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что первым окажется доклад ученого из Финляндии.
10. В сборнике билетов по биологии всего 15 билетов, в 9 из них встречается вопрос по курсу «Ботаника». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по ботанике.
11. В некотором городе из 5000 появившихся на свет младенцев 2490 девочек. Найдите частоту рождения мальчиков в этом городе. Результат округлите до тысячных.
12. В сборнике билетов по физике всего 20 билетов, в 6 из них встречается вопрос по оптике. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по оптике.
13. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 45 спортсменов, среди них 4 прыгуна из Испании и 9 прыгунов из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двадцать четвертым будет выступать прыгун из США.
14. Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.
15. В группе туристов 4 человека. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?
16. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Квант» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Квант» проиграет жребий ровно один раз.



17. В фирме такси в наличии 50 легковых автомобилей; 23 из них чёрные с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтые с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.
18. В группе туристов 25 человек. Их вертолёт в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист У. полетит четвёртым рейсом вертолёта.
19. На олимпиаде по физике 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 130 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
20. На борту самолёта 26 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир Б. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру Б. достанется удобное место, если всего в самолёте 100 мест.
21. В кармане у Дани было четыре конфеты — «Мишка», «Маска», «Белочка» и «Взлётная», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Дани случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Маска».
22. За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом.
23. В среднем из 900 садовых насосов, поступивших в продажу, 9 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
24. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем  $36,8^{\circ}\text{C}$ , равна 0,87. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется  $36,8^{\circ}\text{C}$  или выше.
25. При изготовлении подшипников диаметром 65 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,964. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 64,99 мм, или больше, чем 65,01 мм.
26. Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 24 пассажиров, равна 0,86. Вероятность того, что окажется меньше 11 пассажиров, равна 0,63. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 11 до 23.

27. Пишется наудачу некоторое трехзначное число. Какова вероятность того, что сумма цифр этого числа равна 9?
28. А и Б стреляют в тире, но у них есть только один шестизарядный револьвер с одним патроном. Поэтому они договорились по очереди случайным образом крутить барабан и стрелять. Начинает А. Найдите вероятность того, что выстрел произойдет, когда револьвер будет у А. Результат округлите до сотых.
29. В городе, где живет Рассеянный Ученый, телефонные номера состоят из 7 цифр. Ученый легко запоминает телефонный номер, если этот номер палиндром, то есть он одинаково читается слева направо и справа налево. Например, номер 4435344 Ученый запоминает легко, потому что этот номер палиндром. А номер 3723627 не палиндром, поэтому Ученый такой номер запоминает с трудом. Найдите вероятность того, что телефонный номер нового случайного знакомого Ученый запомнит легко.
30. В классе 25 детей. Для дежурства наугад выбирают двоих. Вероятность того, что оба дежурных окажутся мальчиками, равна 0,12. Сколько в классе девочек?

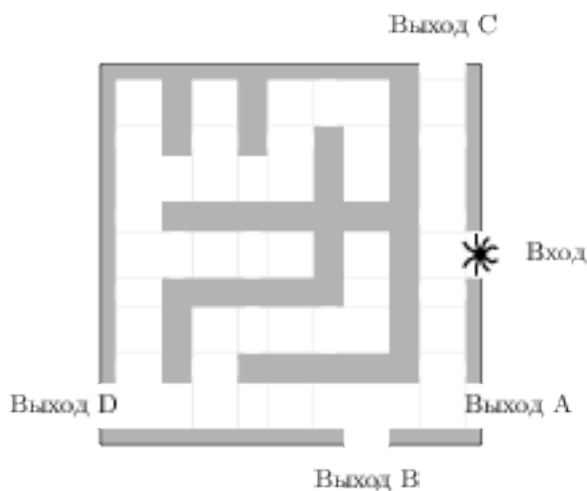
## 2. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОСТЕЙШИХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ЗАКОНОВ

1. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
2. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,18. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
3. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,04 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.
4. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая — 30%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стекол, а вторая — 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
5. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 95% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 80% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.
6. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения цели при первом выстреле равна 0,7, а при каждом последующем — 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?
7. Чтобы поступить на специальность «Международные отношения», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 68 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Таможенное дело», нужно набрать не менее 68 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание. Вероятность того, что абитуриент Р. получит не менее 68 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку — 0,7, по иностранному языку — 0,5 и по обществознанию — 0,6. Найдите вероятность того, что Р. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей.

## ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

1. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,3. Вероятность того, что это вопрос по теме «Тригонометрия», равна 0,1. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
2. Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 4 раза попал в мишени, а последний раз промахнулся. Результат округлите до сотых.
3. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,07. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.
4. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,96. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
5. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,9, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,4. На столе лежит 10 револьверов, из них только 4 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.
6. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 9 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 7 очков, в случае ничьей — 2 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.
7. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 50% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.
8. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,2. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).

9. По отзывам покупателей Андрей Андреевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,92. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Андрей Андреевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.
10. Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Статор» по очереди играет с командами «Ротор», «Лифтёр» и «Монтёр». Найдите вероятность того, что «Статор» будет начинать только первую и последнюю игры.
11. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,8. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,02. Известно, что 55% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
12. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,05. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.
13. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,05. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
14. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу В.



## ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ.

1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 5. Результат округлите до сотых.
2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.
3. В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 24 из США, 13 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.
4. Фабрика выпускает сумки. В среднем 5 сумок из 50 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.
5. В соревнованиях по толканию ядра участвуют 3 спортсмена из Чехии, 4 спортсмена из Словакии, 4 спортсмена из Австрии и 9 — из Швейцарии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий последним, окажется из Австрии.
6. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 50 докладов — первые два дня по 11 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвёртым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?
7. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 45 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 27 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?
8. На конференцию приехали 5 учёных из Австрии, 4 из Германии и 6 из Сербии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что десятым окажется доклад учёного из Сербии.
9. Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 13 спортсменов из России, в том числе Владимир Егоров. Найдите вероятность того, что в первом туре Владимир Егоров будет играть с каким-либо спортсменом из России.

10. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 7 из них встречается вопрос по теме «Производная». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Производная».
11. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 6 прыгунов из Германии и 10 прыгунов из США. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что одиннадцатым будет выступать прыгун из Германии.
12. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 70% этих стекол, вторая — 30%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стекол, а вторая — 3%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
13. Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,34. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
14. Даша, Оля, Дима и Денис бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.
15. В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:  
1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5.  
Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Китая окажется в пятой группе?
16. На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Внешние углы», равна 0,35. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,2. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.
17. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,16. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.
18. Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

19. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью  $0,12$  независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.
20. Помещение освещается фонарём с тремя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна  $0,22$ . Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.
21. Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна  $0,9$ . Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна  $0,88$ . Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.
22. Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах.  $55\%$  яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства —  $35\%$  яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает  $45\%$  яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.
23. На клавиатуре телефона 10 цифр, от 0 до 9. Какова вероятность того, что случайно нажатая цифра будет чётной и больше 3?
24. Из множества натуральных чисел от 36 до 55 наудачу выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 5?
25. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью  $0,9$ , если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью  $0,1$ . На столе лежит 10 револьверов, из них только 3 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся.
26. В группе туристов 8 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Какова вероятность того, что турист Д., входящий в состав группы, пойдёт в магазин?
27. В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что наступит исход ОРР (в первый раз выпадает орёл, во второй и третий — решка).
28. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Швеции будет выступать после группы из России и после группы из Китая? Результат округлите до сотых.



29. Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 9 очков в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 5 очков, в случае ничьей — 4 очка, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,4.
30. В некотором городе из 4000 появившихся на свет младенцев 2020 мальчиков. Найдите частоту рождения девочек в этом городе. Результат округлите до тысячных.
31. На борту самолёта 18 кресел расположены рядом с запасными выходами и 28 — за перегородками, разделяющими салоны. Все эти места удобны для пассажира высокого роста. Остальные места неудобны. Пассажир Д. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру Д. достанется удобное место, если всего в самолёте 200 мест.
32. На олимпиаде по биологии 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 150 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.
33. В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.
34. В группе туристов 20 человек. Их вертолётom в несколько приёмов забрасывают в труднодоступный район по 5 человек за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Ф. полетит вторым рейсом вертолётa.
35. Вероятность того, что новый пылесос в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,093. В некотором городе из 1000 проданных пылесосов в течение года в гарантийную мастерскую поступило 97 штук. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?
36. При изготовлении подшипников диаметром 65 мм вероятность того, что диаметр будет отличаться от заданного не больше, чем на 0,01 мм, равна 0,981. Найдите вероятность того, что случайный подшипник будет иметь диаметр меньше, чем 64,99 мм, или больше, чем 65,01 мм.
37. Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся У. верно решит больше 12 задач, равна 0,78. Вероятность того, что У. верно решит больше 11 задач, равна 0,88. Найдите вероятность того, что У. верно решит ровно 12 задач.

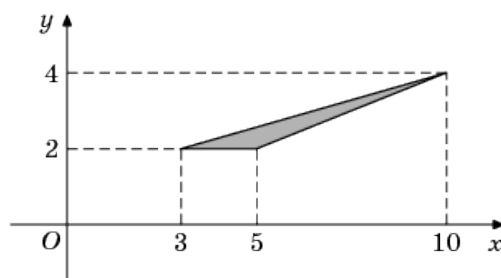
38. Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 64 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и иностранный язык. Чтобы поступить на специальность «Социология», нужно набрать не менее 64 баллов по каждому из трёх предметов — математика, русский язык и обществознание.  
Вероятность того, что абитуриент Б. получит не менее 64 баллов по математике, равна 0,5, по русскому языку — 0,9, по иностранному языку — 0,8 и по обществознанию — 0,9.  
Найдите вероятность того, что Б. сможет поступить на одну из двух упомянутых специальностей.
39. В магазине три продавца. Каждый из них занят с клиентом с вероятностью 0,7. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени все три продавца заняты одновременно (считайте, что клиенты заходят независимо друг от друга).
40. По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.
41. На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 50% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.
42. На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 75% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.
43. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,3, а при каждом последующем — 0,8. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?
44. При производстве в среднем на каждые 992 исправных насоса приходится 8 неисправных. Найдите вероятность того, что случайно выбранный насос окажется неисправным.
45. В среднем из 500 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

46. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,7 погода завтра будет такой же, как и сегодня. 8 июля погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 11 июля в Волшебной стране будет отличная погода.
47. В кармане у Дани было четыре конфеты — «Коровка», «Белочка», «Василёк» и «Маска», а так же ключи от квартиры. Вынимая ключи, Дани случайно выронил из кармана одну конфету. Найдите вероятность того, что потерялась конфета «Белочка».
48. Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 1, но не дойдя до отметки 4.
49. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,02. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.
50. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.
51. Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 78% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.
52. За круглый стол на 5 стульев в случайном порядке рассаживаются 3 мальчика и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки не будут сидеть рядом.
53. углый стол на 201 стул в случайном порядке рассаживаются 199 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.
54. Фабрика выпускает сумки. В среднем на 155 качественных сумок приходится 15 сумок, имеющих скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами. Результат округлите до сотых.

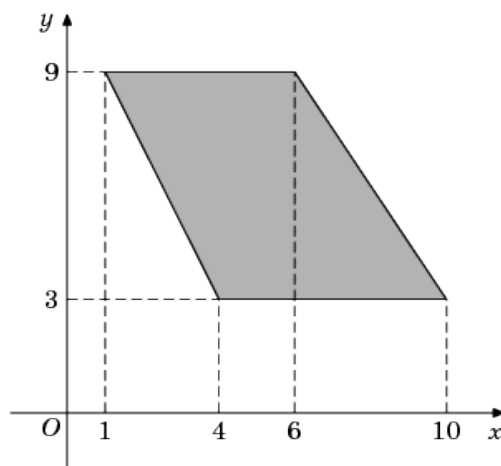
## 3. ГЕОМЕТРИЯ БАЗОВАЯ

## Решаем вместе

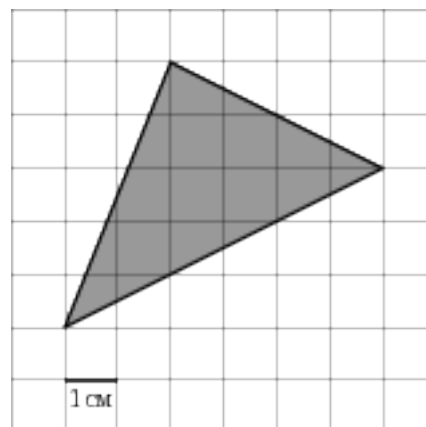
1. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке.



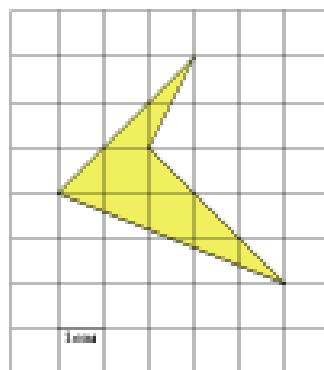
2. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты  $(4; 3)$ ,  $(10; 3)$ ,  $(6; 9)$ ,  $(1; 9)$ .



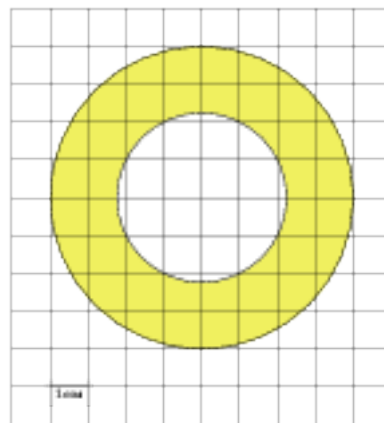
3. На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



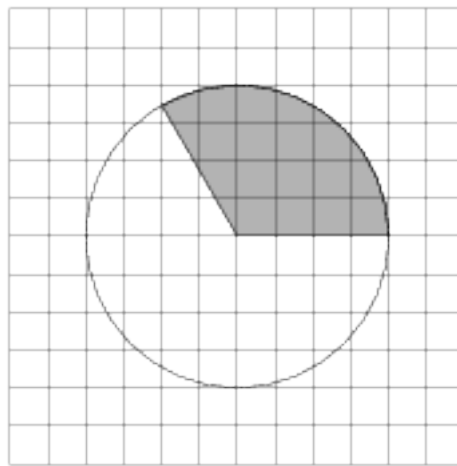
4. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



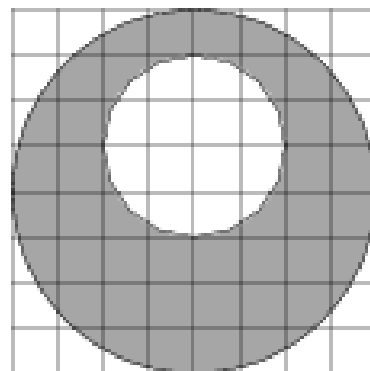
5. Найдите (в  $\text{см}^2$ ) площадь  $S$  фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). В ответе запишите  $\frac{S}{\pi}$ .



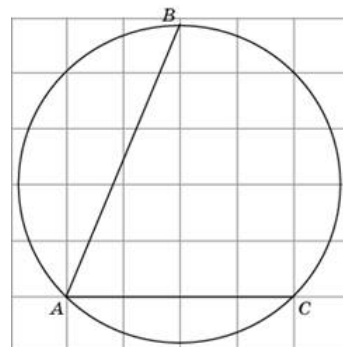
6. На клетчатой бумаге нарисован круг площадью 30. Найдите площадь заштрихованного сектора.



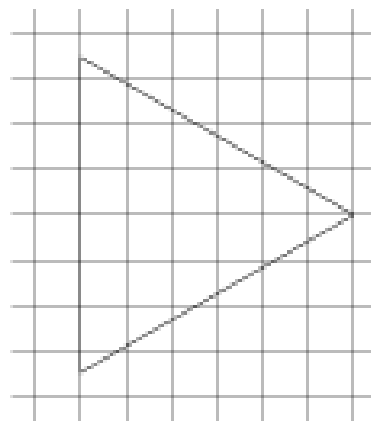
7. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 2. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



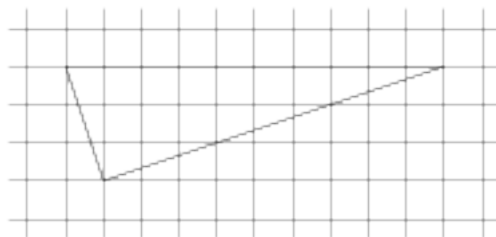
8. Найдите градусную меру дуги  $BC$  окружности, на которую опирается угол  $BAC$ . Ответ дайте в градусах.



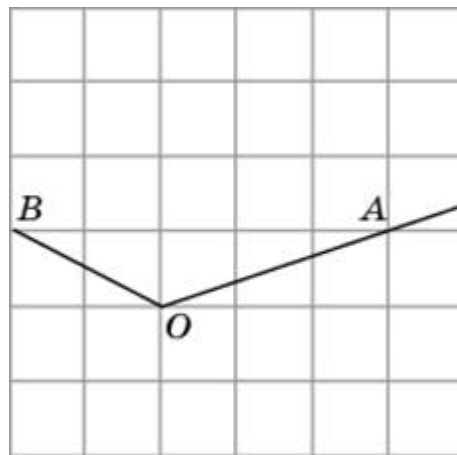
9. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус описанной около него окружности.



10. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольный треугольник. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

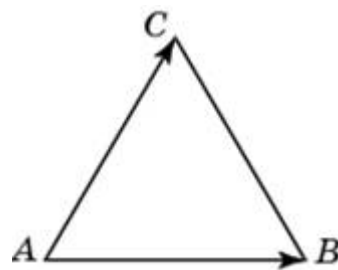


11. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



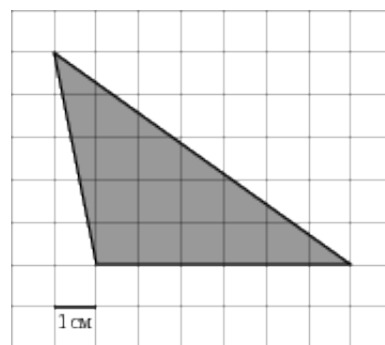
12. В треугольнике  $ABC$   $DE$  — средняя линия. Площадь треугольника  $ADE$  равна 5. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .
13. Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 30. Точка  $E$  — середина стороны  $CD$ . Найдите площадь трапеции  $ABED$ .
14. Основания равнобедренной трапеции равны 4 и 10, а ее боковые стороны равны 5. Найдите площадь трапеции.
15. Найдите площадь ромба, если его стороны равны 49, а один из углов равен  $150^\circ$ .
16. Периметр прямоугольника равен 52, а площадь равна 25,5. Найдите диагональ этого прямоугольника.
17. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 729.
18. Около окружности, радиус которой равен 3, описан многоугольник, периметр которого равен 62. Найдите его площадь.
19. Площадь сектора круга радиуса 46 равна 207. Найдите длину его дуги.
20. Точки  $O(0; 0)$ ,  $A(7; 12)$ ,  $B(9; 15)$ ,  $C(2; 3)$  являются вершинами четырехугольника. Найдите ординату точки  $P$  пересечения его диагоналей.

21. Стороны правильного треугольника  $ABC$  равны  $14\sqrt{3}$ . Найдите длину вектора  $\vec{AB} + \vec{AC}$ .

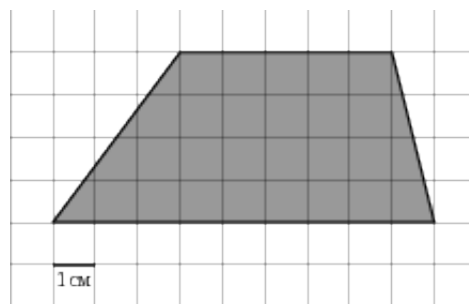


### Задачи для самостоятельного решения.

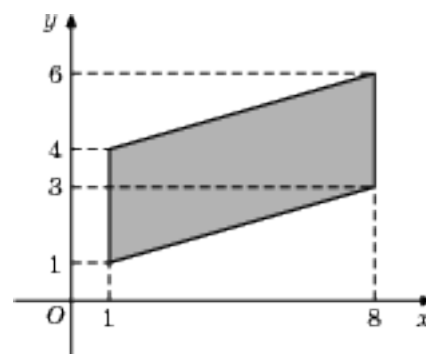
1. На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  изображен треугольник (см. рисунок). Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



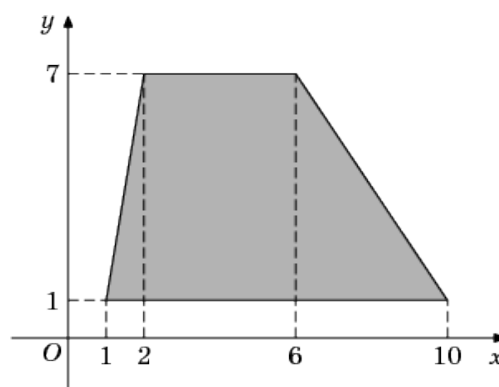
2. На клетчатой бумаге с клетками размером  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  изображена трапеция (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



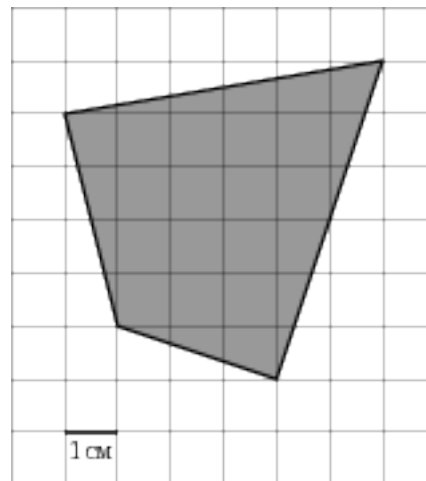
3. Найдите площадь параллелограмма, изображенного на рисунке.



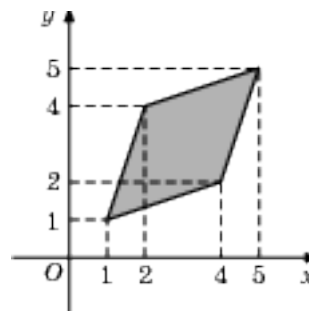
4. Найдите площадь трапеции, вершины которой имеют координаты  $(1; 1)$ ,  $(10; 1)$ ,  $(6; 7)$ ,  $(2; 7)$ .



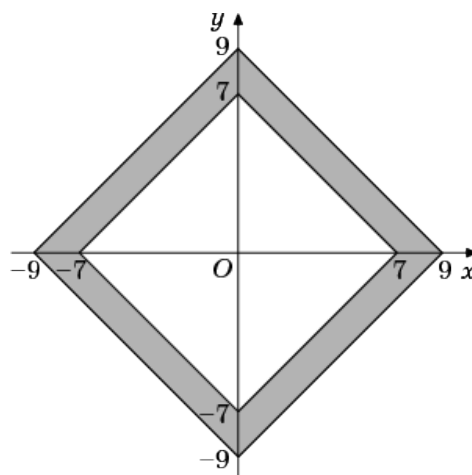
5. На клетчатой бумаге с клетками размером  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  изображена фигура (см. рисунок). Найдите ее площадь в квадратных сантиметрах.



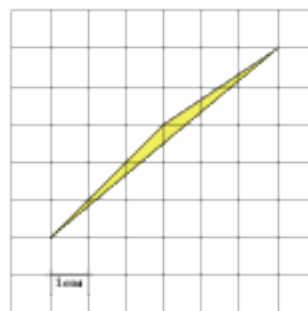
6. Найдите площадь ромба, изображенного на рисунке.



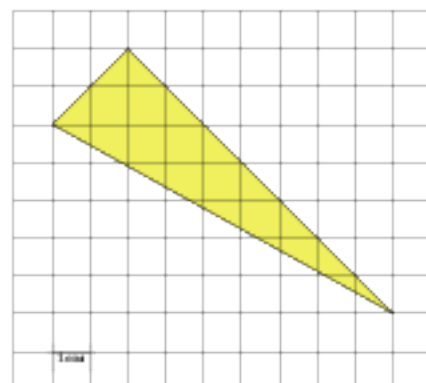
7. Найдите площадь закрашенной фигуры на координатной плоскости.



8. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

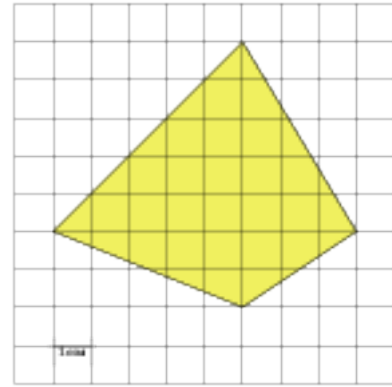


9. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

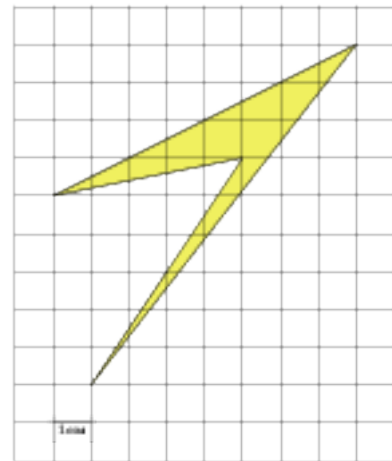




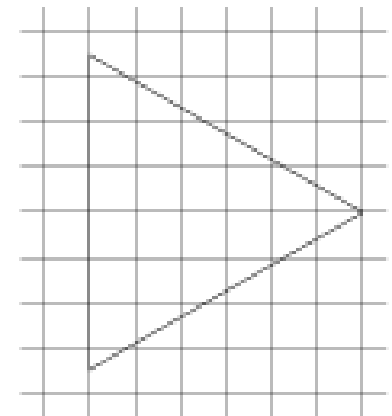
10. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



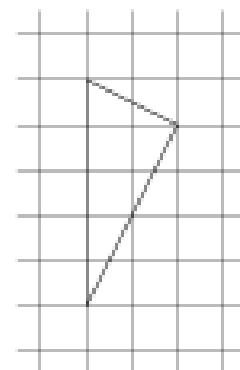
11. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



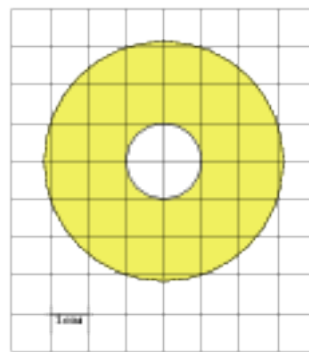
12. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён равносторонний треугольник. Найдите радиус вписанной в него окружности.



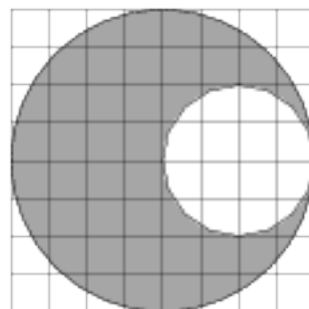
13. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольный треугольник. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



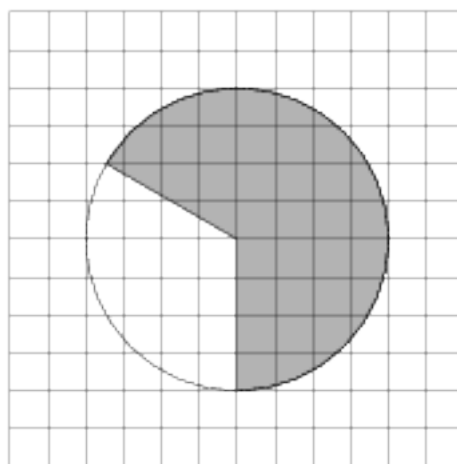
14. Найдите (в  $\text{см}^2$ ) площадь  $S$  фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). В ответе запишите  $\frac{S}{\pi}$ .



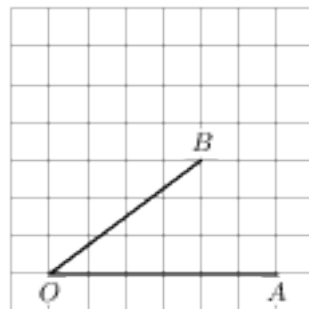
15. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 1. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



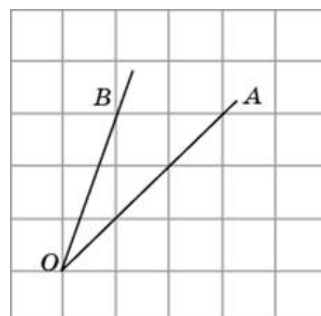
16. На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна  $60$ ?



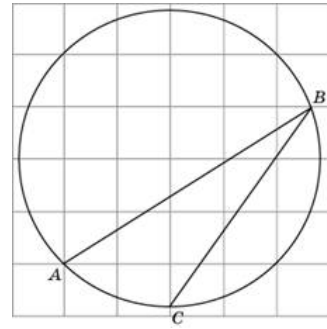
17. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



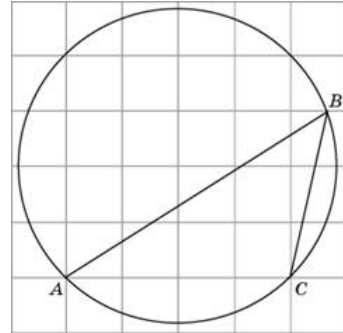
18. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён угол. Найдите тангенс этого угла.



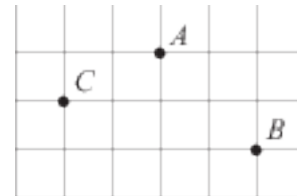
19. Найдите градусную меру дуги  $AC$  окружности, на которую опирается угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



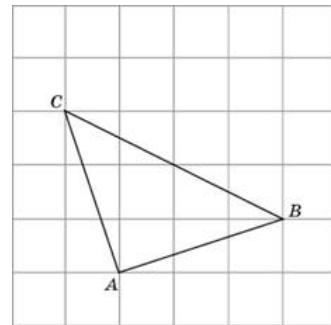
20. Найдите величину угла  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



21. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1\text{ см} \times 1\text{ см}$  отмечены точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до середины отрезка  $BC$ . Ответ выразите в сантиметрах.

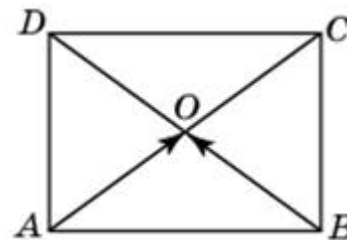


22. Найдите высоту треугольника  $ABC$ , опущенную на сторону  $BC$ , если стороны квадратных клеток равны  $\sqrt{5}$ .



23. Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 164. Найдите площадь параллелограмма  $A'B'C'D'$ , вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.
24. Площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 36. Точка  $E$  — середина стороны  $CD$ . Найдите площадь треугольника  $ADE$ .
25. Площадь треугольника  $ABC$  равна 12.  $DE$  — средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь трапеции  $ABDE$ .
26. Периметр треугольника равен 20, а радиус вписанной окружности равен 2. Найдите площадь этого треугольника.
27. Высота трапеции равна 11, площадь равна 143. Найдите среднюю линию трапеции.
28. Найдите высоту трапеции, в которую вписана окружность радиуса 1.
29. Основания прямоугольной трапеции равны 6 и 18. Ее площадь равна 144. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.
30. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 44, а отношение соседних сторон равно  $3 : 8$ .

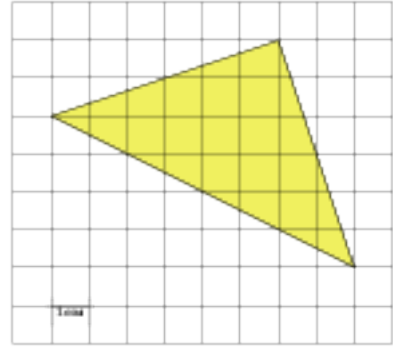
31. Периметр прямоугольника равен 16, а площадь равна 7,5. Найдите диагональ этого прямоугольника.
32. Площадь круга равна  $\frac{441}{\pi}$ . Найдите длину его окружности.
33. Найдите площадь сектора круга радиуса  $\frac{19}{\sqrt{\pi}}$ , центральный угол которого равен  $90^\circ$ .
34. Основания трапеции равны 17 и 27, боковая сторона, равная 16, образует с одним из оснований трапеции угол  $150^\circ$ . Найдите площадь трапеции.
35. Найдите расстояние от точки  $A(-1; 4)$  до оси ординат.
36. Найдите абсциссу точки, симметричной точке  $A(-6; 4)$  относительно начала координат.
37. Найдите ординату середины отрезка, соединяющего точки  $A(-1; 5)$  и  $B(5; 2)$ .
38. Найдите длину отрезка, соединяющего точки  $A(4; -6)$  и  $B(-4; 9)$ .
39. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки с координатами  $(-1; 0)$  и  $(0; 7)$ .
40. Найдите ординату точки пересечения оси  $Oy$  и прямой, проходящей через точку  $B(2; 12)$  и параллельной прямой, проходящей через начало координат и точку  $A(2; 39)$ .
41. Найдите ординату точки пересечения прямой, заданной уравнением  $6x + 17y = 8,5$ , с осью  $Oy$ .
42. Окружность с центром в начале координат проходит через точку  $P(-12; -5)$ . Найдите ее радиус.
43. Найдите абсциссу центра окружности, описанной около прямоугольника  $ABCD$ , вершины которого имеют координаты соответственно  $(7; 12)$ ,  $(7; 4)$ ,  $(1; 4)$ ,  $(1; 12)$ .
44. Найдите ординату центра окружности, описанной около треугольника, вершины которого имеют координаты  $(10; 0)$ ,  $(0; -24)$ ,  $(10; -24)$ .
45. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты  $(2; 13)$ ,  $(17; 15)$ ,  $(17; 21)$ .
46. Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 12 и 5. Найдите длину суммы векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AD}$ .
47. Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 8 и 68. Диагонали пересекаются в точке  $O$ . Найдите длину разности векторов  $\vec{AO}$  и  $\vec{BO}$ .



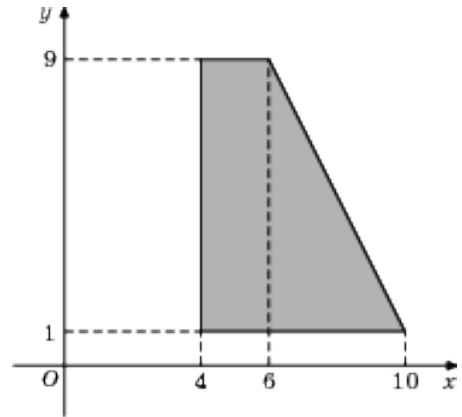
48. Диагонали ромба  $ABCD$  равны 60 и 63. Найдите длину вектора  $\vec{AB} - \vec{AC}$ .
49. Вектор  $\vec{AB}$  с началом в точке  $A(11; 4)$  имеет координаты  $\{6; 6\}$ . Найдите ординату точки  $B$ .
50. Вектор  $\vec{AB}$  с концом в точке  $B(7; -3)$  имеет координаты  $\{4; -13\}$ . Найдите сумму координат точки  $A$ .

## ДОМАШНЯЯ РАБОТА

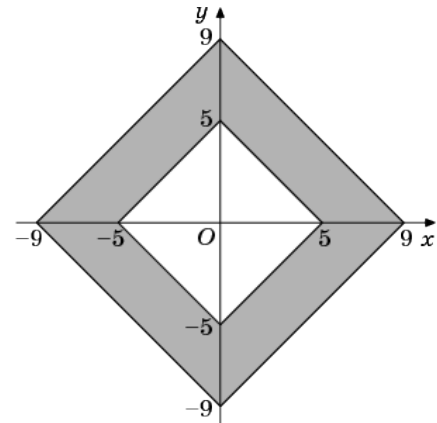
1. Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



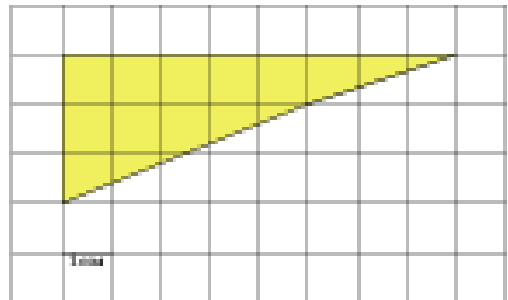
2. Найдите площадь прямоугольной трапеции, вершины которой имеют координаты  $(4; 1)$ ,  $(10; 1)$ ,  $(6; 9)$ ,  $(4; 9)$ .



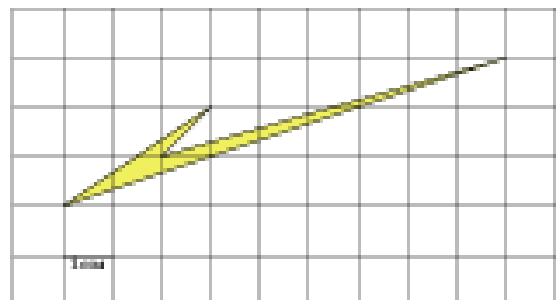
3. Найдите площадь закрашенной фигуры на координатной плоскости.



4. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

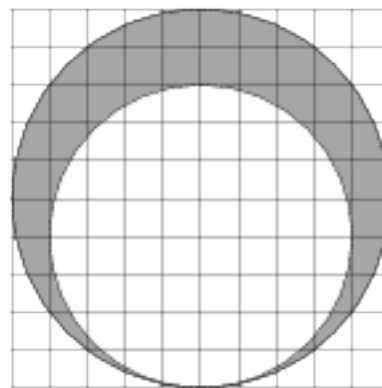


5. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$  (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

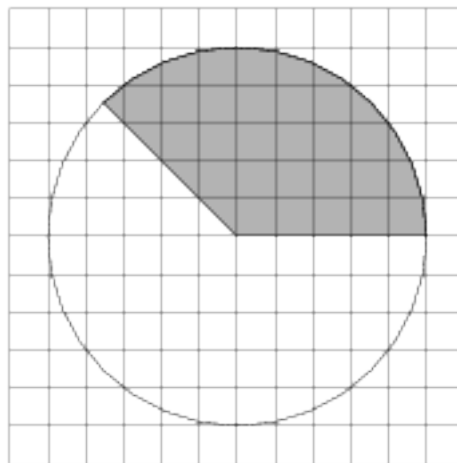


6. Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты  $(3; 0)$ ,  $(6; 9)$ ,  $(3; 10)$ ,  $(0; 1)$ .

7. На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 16. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



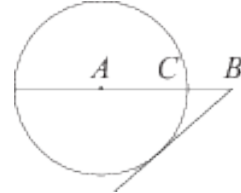
8. На клетчатой бумаге изображён круг. Какова площадь круга, если площадь заштрихованного сектора равна 33?



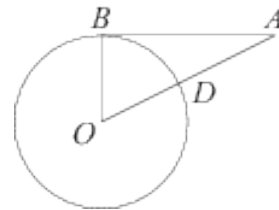
9. Площадь ромба равна 18. Одна из его диагоналей в 4 раза больше другой. Найдите меньшую диагональ.
10. Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 20.
11. Найдите площадь параллелограмма, если две его стороны равны 15 и 11, а угол между ними равен  $30^\circ$ .
12. Найдите площадь ромба, если его стороны равны 27, а один из углов равен  $150^\circ$ .
13. Площадь круга равна  $\frac{132,25}{\pi}$ . Найдите длину его окружности.
14. Найдите площадь сектора круга радиуса  $\frac{34}{\sqrt{\pi}}$ , центральный угол которого равен  $90^\circ$ .
15. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 68, а отношение соседних сторон равно 3 : 14.
16. Периметр прямоугольника равен 48, а площадь равна 23,5. Найдите диагональ этого прямоугольника.
17. Площадь параллелограмма равна 290, две его стороны равны 20 и 110. Найдите большую высоту этого параллелограмма.
18. Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 36 и 4.
19. Площадь прямоугольного треугольника равна 90. Один из его катетов на 3 больше другого. Найдите меньший катет.
20. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен  $30^\circ$ . Найдите боковую сторону треугольника, если его площадь равна 49.
21. Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.

22. Высота трапеции равна 6, площадь равна 18. Найдите среднюю линию трапеции.
23. Основания прямоугольной трапеции равны 6 и 18. Ее площадь равна 144. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.
24. Основания равнобедренной трапеции равны 15 и 25, а ее боковые стороны равны 13. Найдите площадь трапеции.
25. Около окружности, радиус которой равен 2, описан многоугольник, периметр которого равен 29. Найдите его площадь.
26. Площадь сектора круга радиуса 3 равна 15. Найдите длину его дуги.

27. На отрезке  $AB$  выбрана точка  $C$  так, что  $AC = 75$  и  $BC = 10$ . Построена окружность с центром  $A$ , проходящая через  $C$ . Найдите длину касательной, проведенной из точки  $B$  к этой окружности.



28. Отрезок  $AB = 40$  касается окружности радиуса 75 с центром  $O$  в точке  $B$ . Окружность пересекает отрезок  $AO$  в точке  $D$ . Найдите  $AD$ .

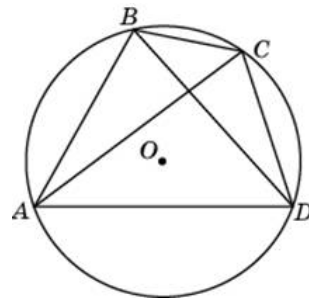


29. Найдите расстояние от точки  $A$  с координатами  $(-2; 10)$  до оси ординат.
30. Найдите ординату точки, симметричной точке  $A(2; -12)$  относительно начала координат.
31. Найдите абсциссу середины отрезка, соединяющего точки  $A(-1; 2)$  и  $B(2; 2)$ .
32. Вектор  $\overrightarrow{AB}$  с концом в точке  $B(1; -3)$  имеет координаты  $(4; 16)$ . Найдите сумму координат точки  $A$ .
33. Найдите длину вектора  $\vec{a}(-12; 5)$ .
34. Найдите синус угла наклона отрезка, соединяющего точки  $O(0; 0)$  и  $A(-24; -7)$ , с осью абсцисс.
35. Найдите угловой коэффициент прямой, проходящей через точки с координатами  $(2; 0)$  и  $(0; 5)$ .
36. Прямая  $a$  проходит через точки с координатами  $(0; 10)$  и  $(1; 0)$ . Прямая  $b$  проходит через точку с координатами  $(0; 20)$  и параллельна прямой  $a$ . Найдите абсциссу точки пересечения прямой  $b$  с осью  $Ox$ .
37. Точки  $O(0; 0)$ ,  $A(2; 17)$ ,  $B(2; 14)$ ,  $C(0; -3)$  являются вершинами четырехугольника. Найдите абсциссу точки  $P$  пересечения его диагоналей.
38. Найдите абсциссу точки пересечения прямых, заданных уравнениями  $23x - 24y = -4$  и  $y = x$ .
39. Какого радиуса должна быть окружность с центром в точке  $P(6; 8)$ , чтобы она касалась оси ординат?
40. Две стороны прямоугольника  $ABCD$  равны 3 и 4. Найдите скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{AB}$  и  $\overrightarrow{AD}$ .

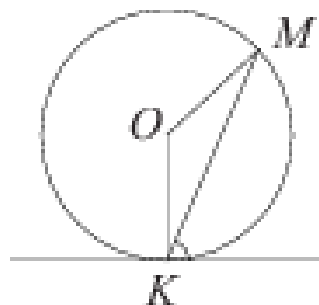
## 4. ГЕОМЕТРИЯ БАЗОВАЯ

## Решаем вместе

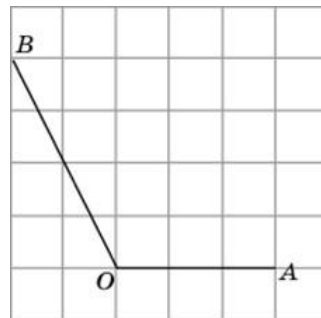
1. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $105^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $35^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



2. Прямая касается окружности в точке  $K$ . Точка  $O$  — центр окружности. Хорда  $KM$  образует с касательной угол, равный  $83^\circ$ . Найдите величину угла  $OMK$ . Ответ дайте в градусах.



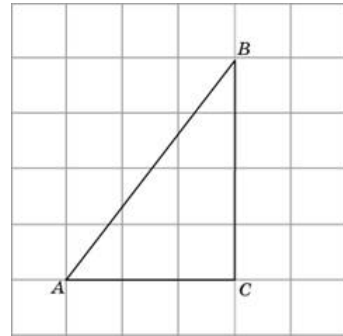
3. В треугольнике  $ABC$   $CD$  — медиана, угол  $C$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $39^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.
4. Найдите косинус (синус и тангенс) угла  $AOB$ . В ответе укажите значение косинуса, умноженное на  $2\sqrt{5}$ .



5. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 12$ ,  $\cos A = \frac{5\sqrt{41}}{41}$ . Найдите  $AC$ .
6. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $BC = 35$ ,  $\sin A = \frac{2}{7}$ . Найдите  $AH$ .
7. В треугольнике  $ABC$   $CD$  — медиана, угол  $ACB$  равен  $90^\circ$ , угол  $B$  равен  $58^\circ$ . Найдите угол  $ACD$ . Ответ дайте в градусах.
8. Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.
9. Чему равен острый вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.
10. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.
11. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 22, ее большая боковая сторона равна 7. Найдите радиус окружности.

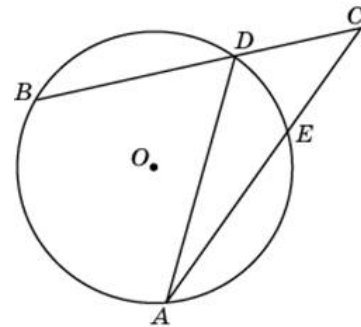


12. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , считая стороны квадратных клеток равными 1.

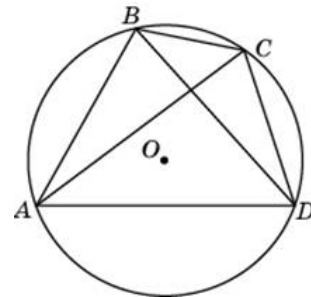


### Задачи для самостоятельного решения.

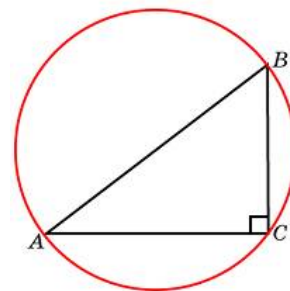
1. Найдите угол  $ACB$ , если вписанные углы  $ADB$  и  $DAE$  опираются на дуги окружности, градусные величины которых равны соответственно  $118^\circ$  и  $38^\circ$ . Ответ дайте в градусах.



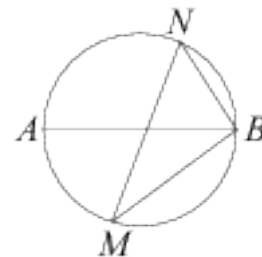
2. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $75^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $35^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



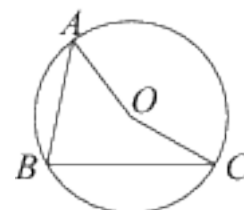
3. В треугольнике  $ABC$   $AC = 4$ ,  $BC = 3$ , угол  $C$  равен  $90^\circ$ . Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



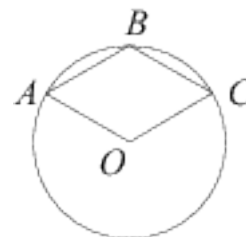
4. На окружности по разные стороны от диаметра  $AB$  взяты точки  $M$  и  $N$ . Известно, что  $\angle NBA = 36^\circ$ . Найдите угол  $NMB$ . Ответ дайте в градусах.



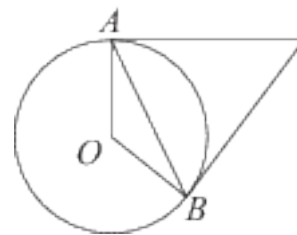
5. Точка  $O$  — центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Известно, что  $\angle ABC = 75^\circ$  и  $\angle OAB = 43^\circ$ . Найдите угол  $BCO$ . Ответ дайте в градусах.



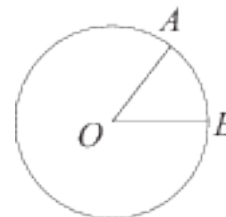
6. Точка  $O$  — центр окружности, на которой лежат точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  таким образом, что  $OABC$  — ромб. Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



7. Касательные к окружности с центром  $O$  в точках  $A$  и  $B$  пересекаются под углом  $72^\circ$ . Найдите угол  $ABO$ . Ответ дайте в градусах.



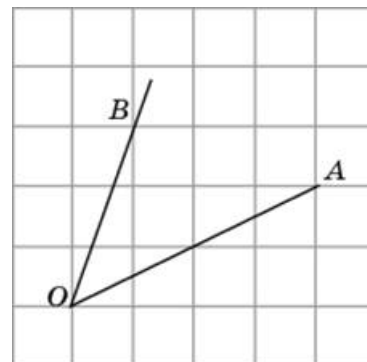
8. На окружности с центром  $O$  отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что  $\angle AOB = 66^\circ$ . Длина меньшей дуги  $AB$  равна 99. Найдите длину большей дуги.



9. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $70^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $49^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.

10. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром в точке  $O$ . Найдите градусную меру угла  $C$  треугольника  $ABC$ , если угол  $AOB$  равен  $27^\circ$ .

11. Найдите синус угла  $AOB$ . В ответе укажите значение синуса, умноженное на  $2\sqrt{2}$ .



12. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = 0,77$ . Найдите косинус внешнего угла при вершине  $B$ .

13. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 4$ ,  $\cos A = 0,4$ . Найдите  $AB$ .

14. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 10$ ,  $\operatorname{tg} A = 0,7$ . Найдите  $BC$ .

15. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{2\sqrt{21}}{21}$ . Найдите  $\cos B$ .

16. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 25$ ,  $\cos A = \frac{12}{13}$ . Найдите  $AC$ .

17. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , косинус внешнего угла при вершине  $A$  равен  $-\frac{3}{5}$ ,  $AC = 1,5$ . Найдите  $BC$ .

18. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\cos A = \frac{\sqrt{19}}{10}$ ,  $BC = 9$ . Найдите  $AB$ .

19. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 2\sqrt{41}$ ,  $BC = 10$ . Найдите тангенс внешнего угла при вершине  $A$ .

20. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{3\sqrt{7}}{7}$ ,  $BC = 9$ . Найдите  $AB$ .
21. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC = 10$ ,  $\sin B = \frac{3}{5}$ . Найдите  $AB$ .
22. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  боковая сторона  $AB$  равна 15, а  $\cos A = \frac{4\sqrt{14}}{15}$ . Найдите высоту, проведенную к основанию.
23. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 14$ ,  $\cos A = 0,7$ . Найдите  $AC$ .
24. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , высота  $CH$  равна 12,  $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{20}}{5}$ . Найдите  $AC$ .
25. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , высота  $AH$  равна 3,  $BH = 3\sqrt{15}$ . Найдите  $\sin BAC$ .
26. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  с основанием  $AC$  боковая сторона  $AB$  равна 8, а  $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$ . Найдите высоту, проведенную к основанию.
27. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $AC = 5$ ,  $AH = 2\sqrt{6}$ . Найдите  $\cos B$ .
28. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 10\sqrt{3}$ ,  $\sin A = 0,5$ . Найдите высоту  $CH$ .
29. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $BC = 8$ ,  $\cos A = \frac{\sqrt{15}}{4}$ . Найдите  $BH$ .
30. Около окружности, радиус которой равен  $2\sqrt{3}$ , описан правильный шестиугольник. Найдите радиус окружности, описанной около этого шестиугольника.
31. В параллелограмме  $ABCD$   $AB = 3$ ,  $AD = 21$ ,  $\sin A = \frac{6}{7}$ . Найдите большую высоту параллелограмма.
32. В параллелограмме  $ABCD$   $\cos A = \frac{\sqrt{51}}{10}$ . Найдите  $\sin B$ .
33. Основания равнобедренной трапеции равны 43 и 73. Косинус острого угла трапеции равен  $\frac{5}{7}$ . Найдите боковую сторону.
34. Меньшее основание равнобедренной трапеции равно 23. Высота трапеции равна 39. Тангенс острого угла равен  $\frac{13}{8}$ . Найдите большее основание.
35. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $58^\circ$ ,  $AD$  и  $BE$  — биссектрисы, пересекающиеся в точке  $O$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.
36. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен  $21^\circ$ . Найдите меньший угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.
37. Основания трапеции равны 3 и 2. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.
38. Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.

39. Чему равен тупой вписанный угол, опирающийся на хорду, равную радиусу окружности? Ответ дайте в градусах.
40. Радиус окружности равен 1. Найдите величину острого (тупого) вписанного угла, опирающегося на хорду, равную  $\sqrt{2}$ . Ответ дайте в градусах.
41. Сторона правильного треугольника равна  $\sqrt{3}$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.
42. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен  $\frac{\sqrt{3}}{6}$ . Найдите сторону этого треугольника.
43. Сторона ромба равна 1, острый угол равен  $30^\circ$ . Найдите радиус вписанной окружности этого ромба.
44. Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна радиусу описанной около него окружности. Найдите угол  $C$ , если известно, что он тупой. Ответ дайте в градусах.
45. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.
46. Боковая сторона равнобедренной трапеции равна ее меньшему основанию, угол при основании равен  $60^\circ$ , большее основание равно 12. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.
47. Углы  $A$ ,  $B$  и  $C$  четырехугольника  $ABCD$  относятся как  $1 : 2 : 3$ . Найдите угол  $D$ , если около данного четырехугольника можно описать окружность. Ответ дайте в градусах.
48. Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.
49. Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 40. Найдите ее среднюю линию.
50. Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся (в последовательном порядке) как  $1 : 2 : 3$ . Найдите большую сторону этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 32.

## ДОМАШНЯЯ РАБОТА

1. Хорда  $AB$  делит окружность на две части, градусные величины которых относятся как  $5 : 7$ . Под каким углом видна эта хорда из точки  $C$ , принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.
2. Угол  $A$  четырехугольника  $ABCD$ , вписанного в окружность, равен  $58^\circ$ . Найдите угол  $C$  этого четырехугольника. Ответ дайте в градусах.
3. Точки  $A, B, C, D$ , расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги  $AB, BC, CD$  и  $AD$ , градусные величины которых относятся соответственно как  $4 : 2 : 3 : 6$ . Найдите угол  $A$  четырехугольника  $ABCD$ . Ответ дайте в градусах.
4. Четырехугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $110^\circ$ , угол  $ABD$  равен  $70^\circ$ . Найдите угол  $CAD$ . Ответ дайте в градусах.
5. Хорда  $AB$  стягивает дугу окружности в  $92^\circ$ . Найдите угол  $ABC$  между этой хордой и касательной к окружности, проведенной через точку  $B$ . Ответ дайте в градусах.
6. Угол между хордой  $AB$  и касательной  $BC$  к окружности равен  $32^\circ$ . Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой  $AB$ . Ответ дайте в градусах.
7. Через концы  $A, B$  дуги окружности в  $62^\circ$  проведены касательные  $AC$  и  $BC$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.
8. Угол  $ACO$  равен  $28^\circ$ , где  $O$  — центр окружности. Его сторона  $CA$  касается окружности. Найдите величину меньшей дуги  $AB$  окружности, заключенной внутри этого угла. Ответ дайте в градусах.
9. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ , косинус внешнего угла при вершине  $A$  равен  $-\frac{2\sqrt{29}}{29}$ ,  $BC = 4$ . Найдите  $AC$ .
10. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 20$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{4}{3}$ . Найдите  $AC$ .
11. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{5}{12}$ ,  $BC = 2$ . Найдите  $AB$ .
12. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{2}{\sqrt{5}}$ . Найдите тангенс внешнего угла при вершине  $B$ .
13. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ , высота  $CH$  равна 7,  $\cos A = 0,96$ . Найдите  $AC$ .
14. В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 2$ , высота  $AH$  равна  $\sqrt{3}$ . Найдите  $\cos A$ .
15. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $CH$  — высота,  $AB = 34$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{5}{3}$ . Найдите  $BH$ .
16. Сторона  $AB$  треугольника  $ABC$  равна 1. Противлежащий ей угол  $C$  равен  $30^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.
17. В равностороннем треугольнике  $ABC$  высота  $CH$  равна  $2\sqrt{3}$ . Найдите стороны этого треугольника.
18. В ромбе  $ABCD$  угол  $ACD$  равен  $43^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.
19. Периметр четырехугольника, описанного около окружности, равен 24, две его стороны равны 5 и 6. Найдите большую из оставшихся сторон.

20. Основания равнобедренной трапеции равны 51 и 65. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.
21. Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении  $4 : 3$ , считая от вершины острого угла. Найдите большую сторону параллелограмма, если его периметр равен 88.
22. Перпендикуляр, опущенный из вершины тупого угла на большее основание равнобедренной трапеции, делит его на части, имеющие длины 10 и 4. Найдите среднюю линию этой трапеции.
23. Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.
24. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник, делит в точке касания одну из боковых сторон на два отрезка, длины которых равны 5 и 3, считая от вершины, противоположащей основанию. Найдите периметр треугольника.
25. Угол между стороной правильного  $n$ -угольника, вписанного в окружность, и радиусом этой окружности, проведенным в одну из вершин стороны, равен  $54^\circ$ . Найдите  $n$ .
26. Катеты равнобедренного прямоугольного треугольника равны  $2 + \sqrt{2}$ . Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.
27. В треугольнике  $ABC$  угол  $A$  равен  $60^\circ$ , угол  $B$  равен  $82^\circ$ .  $AD$ ,  $BE$  и  $CF$  — биссектрисы, пересекающиеся в точке  $O$ . Найдите угол  $AOF$ . Ответ дайте в градусах.
28. К окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , проведены три касательные. Периметры отсеченных треугольников равны 6, 8, 10. Найдите периметр данного треугольника.
29. Около окружности, радиус которой равен  $\sqrt{8}$ , описан квадрат. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.
30. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 1, угол при вершине, противоположащей основанию, равен  $120^\circ$ . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.