ממ"ן 14

שמוליק ערמון

1. א.

ב. צריך לבחור קבוצה בת 2k+1 איברים ואת המספר האמצעי בה, ואז למצוא את מספר האיברים שעלינו למצוא מכל צד. כמובן שגודל זה הוא k. לדוגמא אם גודל הקבוצה הוא 5 הרי ש-k הוא 2, איבר אחד במרכז ו-2 איברים מכל צד.

כל איבר כזה ניתן למצוא במספר אופנים שהוא

2. נשתמש בעיקרון ההכלה וההפרדה, כאשר הקבוצה האוניברסלית שלנו היא קבוצת כל הפונקציות האפשריות של A ל-A. לכל אחד מאיבר A אפשר להתאים איבר מ-A ב-6 אופנים ולכן -

כעת נמצא את עצמת קבוצת הפונקציות בהן לא מופיע בדיוק אחד מהמספרים מהתנאי, קיימות 3 פונקציות כאלה -

כל חיתוך בין שני קבוצות כאלה הוא קבוצת הפונקציות שבתמונתן אינן מכילות 2 מהאיברים –

וחיתוך בין שלושת הקבוצות הוא מספר הפונקציות שלא מכילות בתמונתן אף אחד מהאיברים –

לפי עיקרון ההכלה וההפרדה –

וזהו מספר הפונקציות שמקיימות את התנאי. מש"ל.

3. אנו יודעים שביום הבאג אין התייחסות לסדר התווים או לחזרות. מכאן למעשה אנו צריכים למצוא את קבוצת כל הצירופים ללא חזרות האפשריים מתוך 62 התווים, ולהחסיר משם את כל הצירופים שאינם כוללים אחד מהקבוצות. ססמא יכולה להיות בנויה מעד 100 תווים, אך אנו מתעלמים מכך כי למעשה בזכות הבאג אם לצירוף יותר תווים ממספר האיברים בקבוצתו, מדובר בחזרה, וממנה נתן להתעלם.

נחשב את עצמת קבוצת כל הצירופים האפשריים מתוך כל 62 התווים, ומכאן שצריך לסכום את כל הצירופים האפשריים מתוכם.

כעת נחשב את עצמת קבוצת כל הצירופים האפשריים המכילים רק איברים מקבוצה עם 22 תווים. יש לנו 2 קבוצות כאלו –

והקבוצת הצירופים האפשריים ל-10 תווים )0-9) -

כדי להשתמש בעיקרון ההכלה וההפרדה, נחשב את החיתוכים בין 3 הקבוצות כעת –

והחיתוך בין 3 הקבוצות הוא למעשה 0, משום שזוהי ססמא ריקה שלא תכיל תווים כלל.

ועתה נחשב לפי הכלה והפרדה, מספר הססמאות האפשריות באותו יום הוא –

4. נגדיר קבוצה U המכילה את כל הבוגרים והאורחים בטקס.

ונגדיר חלוקה למחלקות כך – בכל מחלקה יהיו כל האנשים שלחצו אחד לשני את הידיים. ואם אדם לא לחץ לאף אחד את היד, יהיה במחלקה לבד.

כך, במידה וקיימת מחלקה והיא גדולה מאחד, אנו יודעים שבמחלקה זו בוודאות יש לפחות שני אנשים שלחצו את אותו מספר הידיים.

במידה וקיימות רק מחלקות בגודל אחד הרי שאנו סותרים את הגדרות השאלה, שמכתיבה כי חלק מהאנשים (לפחות זוג) אכן לחצו ידיים במהלך הטקס.