**ממ"ן 14 - מתמטיקה בדידה**

**שמוליק ערמון**

1. א.

ב. על מנת לבחור 2k+1 איברים מתוך n ללא חשיבות לסדר נוכל לפעול על פי השיטה המצויינת באופן מורחב –

I. נבחר את i שזהו המספר האמצעי שלנו. אם נסדר 2k+1 מספרים שלמים על פי גודל, הרי המספר ה-k+1 יהיה האמצעי בינהם.

II. כעת נבחר k מספרים הקטנים מהמספר במקום ה-i.

III. כעת נבחר k מספרים הגדולים מהמספר במקום ה-i.

VI. על התהליך הזה נחזור ונסכום החל מהמספר הראשון שנוכל לבחור, שהוא k+1, ועד למספר האחרון שנוכל לבחור שהוא n-k.

והרי שבחרנו 2k+1 מספרים מתוך n. מצאנו את I, k איברים מלפניו ו-k איברים מאחריו, וסכמנו את כל האפשרויות.

כל איבר כזה ניתן למצוא במספר אופנים שהוא

נבדוק את הנוסחה על פי בקשת השאלה ונזכור כי k גדול שווה ל-n.

2. נשתמש בעיקרון ההכלה וההפרדה, כאשר הקבוצה האוניברסלית שלנו היא קבוצת כל הפונקציות האפשריות של A ל-A. לכל אחד מאיבר A אפשר להתאים איבר מ-A ב-6 אופנים ולכן -

כעת נמצא את עצמת קבוצת הפונקציות בהן לא מופיע בדיוק אחד מהמספרים מהתנאי, קיימות 3 פונקציות כאלה -

כל חיתוך בין שני קבוצות כאלה הוא קבוצת הפונקציות שבתמונתן אינן מכילות 2 מהאיברים –

וחיתוך בין שלושת הקבוצות הוא מספר הפונקציות שלא מכילות בתמונתן אף אחד מהאיברים –

לפי עיקרון ההכלה וההפרדה –

וזהו מספר הפונקציות שמקיימות את התנאי. מש"ל.

3. אנו יודעים שביום הבאג אין התייחסות לסדר התווים או לחזרות. מכאן למעשה אנו צריכים למצוא את קבוצת כל הצירופים ללא חזרות האפשריים מתוך 62 התווים, ולהחסיר משם את כל הצירופים שאינם כוללים אחד מהקבוצות (שהרי זוהי הפרה של תנאי הססמא החוקית). ססמא יכולה להיות בנויה מעד 100 תווים, אך אנו מתעלמים מכך כי למעשה בזכות הבאג אם לצירוף יותר תווים ממספר האיברים בקבוצתו, מדובר בחזרה, וממנה נתן להתעלם.

נחשב את עצמת קבוצת כל הצירופים האפשריים מתוך כל 62 התווים, ומכאן שצריך לסכום את כל הצירופים האפשריים מתוכם. נתחיל מקבוצה בעלת 3 איברים משום שבשום מקרה לא תהיה ססמא חוקית עם פחות מ-3 תווים.

כעת נחשב את עצמת קבוצת כל הצירופים האפשריים המכילים רק איברים מקבוצה עם 22 תווים. יש לנו 2 קבוצות כאלו –

והקבוצת הצירופים האפשריים ל-10 תווים )0-9) -

כדי להשתמש בעיקרון ההכלה וההפרדה, נחשב את החיתוכים בין 3 הקבוצות כעת –

והחיתוך בין 3 הקבוצות הוא למעשה 0, משום שזוהי ססמא ריקה שלא תכיל תווים כלל. ואת אלו לא הכללנו מלכתחילה.

ועתה נחשב לפי הכלה והפרדה, מספר הססמאות האפשריות באותו יום הוא –

4. נפתור על פי עקרון שובך היונים.

נגיד שמספר לחיצות הידיים האפשרי הוא n (מספר השובכים). n גדול מאפס שהרי בהגדרת השאלה נכתב כי התקיימה לפחות לחיצת יד אחת. לכל לחיצת יד שני משתתפים ומכאן שמספר המשתתפים שלחצו ידיים הוא n+1 (מספר היונים).

ולכן על פי עיקרון שובך היונים, נראה שבהכרח נשייך לפחות 2 משתתפים לאותו מספר אפשרי של לחיצות ידיים. מש"ל.