**ממ"ן 15**

**שמוליק ערמון**

1.א. אם נחשב על פי ספירה, נראה שכאשר n שווה לאפס, ניתן לבנות רק סדרה אחת ריקה. אם n שווה 1, הרי אורך הסדרה הוא 3 שכן ניתן להכניס כל איבר מהסדרה פעם אחת בלי חשש לרצפים. ואם n שווה 2, הרי ניתן לבחור כל איבר בסדרה בשלוש אופנים, זאת ניתן לעשות ב-9 אופנים, אך צריך להחסיר משם את הרצפים האסורים בכך יוצאים לנו 7 איברים.

ננסה ליצור סדרה כזו ב-n איברים, ונראה שלמעשה קיימים שני מקרים.

במקרה ובחרנו 0 בתור המקום הראשון בסדרה, לאחריה לא תוכל להמשיך סדרה המתחילה ב-0 או 1 ונאלץ לבחור את 2. מספר האופנים להמשיך אם כן הוא מספר האופנים בהן ניתן לבנות סדרות עם n-2 איברים כי לאחר 2 יכול להגיע כל איבר.

במקרה ובחרנו ב-1 או 2, לאחריהן הסדרה תוכל להמשיך בכל ספרה, משמע שנוכל לבחור בשני אופנים סדרה בעלת n-1 איברים. ומכאן יחס הנסיגה.

נבדוק שוב על פי חישוב זה את המספרים שמצאנו קודם בחישוב ישיר.

ב. נפתור את יחס הנסיגה – נחל בהצבה -

נחלק במכנה משותף על מנת לפשט את המשוואה -

כעת, נוסיף משתנים כלשהם A ו-B, ונבנה פונקציה –

נציב את הפתרונות הקיימים שיש לנו לאיברים התחיליים –

כעת נציב בנוסחא –

2. נשתמש בנוסחא ii הנמצאת בסוף הממן. קיבלנו מראש את תוצאת המכפלה של f(x)\*g(x) וכך כל שנותר הוא ליצור את המשוואה ממציאת הנוסחא למקדם לכל איבר בכפל והשוואתו לתוצאה שקיבלנו מהמכפלה. (כל המקדמים למעשה חוץ מהמקום ה-0 השווה לאחד שווים לאפס)

3. נמצא פונקציה יוצרת על פי תנאי השאלה, שלפיה כל אחד מהאיברים גדול שווה ל-2 (לא יכול להיות 0 או 1). למרות שבעיקרון אנו יכולים ליצור סדרות סופיות עד x29 , נעדיף סדרות אינסופיות ונחפש בהן רק את המקדמים שאנו צריכים.

מכאן –

נפתח על ידי מציאת מכנה משותף -

כעת, נחפש מקדם מתאים ל-x29 בנוסחא שקיבלנו, אך קודם נזכור כי לא נתון אילוו איברים זוגיים ואילו אי זוגיים, ולכן נכפול את התוצאה במספר האופנים בהן ניתן לבחור 3 איברים מתוך השישה שיהיו הזוגיים, וה-3 האחרים יהיו אי זוגיים בהתאם. התוצאה תהיה התשובה לשאלה.

אנו רוצים למצוא את המקדם של x14 אך הטור שלנו מתקדם ריבועית, לכן נחפש למעשה את המקדם של x7 כך שכאשר נציב נקבל את המקדם הרצוי

*4.א. נפתח את הפונקציה f ונבחין כי מדובר בנוסחאת בינום. ניתן להרחיב נוסחאת בינום לאינסוף, שכן בכל מקרה כאשר מוצב k גדול מ-n ב-C, התוצאה היא תמיד 0, ולכן הסכום ישאר אותו הדבר כאשר נצא מגבולות האינדקס (i>9)*

מכאן על פי הגדרת הנוסחא -

לפי נוסחא iii בממ"ן אנו מוצאים ישירות כי -

*ב. לפי נוסחאת כפל הפונקציות (ii בממן)*

ונציב על מנת לקבל את הזהות –

*ג.*