

# 卒論 ノート

氏名：久野証

所属：東大工学部計数工学科数理情報工学コース

学籍番号: 03-210599

2023 年 9 月 25 日

## 目次

1	Papers	2
1.1	Emergence of a resonance in machine learning . . . . .	2
2	Lectures	7
2.1	Josef Teichmann: Reservoir Computing for SDEs . . . . .	7
3	TODOs	9

## 概要

2023 年 A セメスターの卒論執筆に際して、勉強したことや考えたことのメモをここにまとめた。

# 1 Papers

## 1.1 Emergence of a resonance in machine learning

Zheng-Meng Zhai , 1 Ling-Wei Kong , 1 and Ying-Cheng Lai 1,2,\* 1School of Electrical, Computer and Energy Engineering, Arizona State University, Tempe, Arizona 85287, USA 2Department of Physics, Arizona State University, Tempe, Arizona 85287, USA.

(Received 9 June 2022; revised 1 March 2023; accepted 26 July 2023; published 24 August 2023)

キーワード : Resonance in nonlinear dynamical systems,

### 1.1.1 要旨

1. 入力信号にノイズを挿れた場合の Reservoir Computing を考える。
  - (a) hyperparameters が最適化されていない時でも、ノイズを挿れることで予測の精度をあげることができる。
  - (b) もっとも良い精度を達成するには、hyperparameters が最適化されていなければならない。
    - i. Hyperparameters に対する Bayesian optimization で最適化可能。
    - ii. 確率共鳴があると決定づけるために、ノイズの振幅を hyperparameter に数える。
2. Macky-Glass (MG) system と Kuramoto-Sivashinsky (KS) system に対して、シミュレーションを行う。
3. 物理側から、確率共鳴が生まれる原理を考える。

### 1.1.2 状況設定

1. hyperparameters:
  - (a)  $\rho$ : the spectral radius of the reservoir network.
  - (b)  $\gamma$ : the scaling factor of the input weights.
  - (c)  $\alpha$ : the leakage parameter
  - (d)  $\beta$ : the regularization coefficient
  - (e)  $p$ : the link connection probability of the random network in the hidden layer.
  - (f)  $\sigma$ : the noise amplitude

### 1.1.3 面白いと思ったところ

1. Introduction でも述べられているが、ノイズを入れることによって、初期値鋭敏性を持つカオスシステムに対して。短期的にも長期的にも予測の精度を上げられるということ。

### 1.1.4 論文を受けての今後の研究方向

### 1.1.5 疑問点

1. Fig.4 と Fig.5 について、MG system における  $\tau$  の値が 30 から 17 に変えると、 $\sigma$  にどのような影響があるか。なぜその影響が生まれるか。
2. なぜ、Fig.2 の（逆）ピークを与える  $\sigma$  帯と Fig.6(c) の（逆）ピークを与える  $\sigma$  帯が重なるのか。
3. III で、Machine learning における resonance が生まれる Physical reason を挙げているが、これは対象を正しく説明できているか。extraordinarily complicated な hidden layer の中身を解析することなく、physical reason を与えることが、なにを説明しているのか/なにを説明していないのか。

### 1.1.6 関連する文献

#### 1.1.7 用語まとめ

#### 1.1.8 Abstract

1. stochastic/coherence resonance:
2. nonlinear dynamical system:
3. regularizer/regularization:
4. reservoir computing:
5. state variables/attractor:
6. hyperparameters:

#### 1.1.9 I. Introduction

1. model-free/data-driven:
2. oscillation/Lyapunov times:
3. trajectory:
4. basin boundary:
5. robustness:
6. Bayesian optimization:

#### 1.1.10 II. Result

1. SURROGATEOPT function (MATLAB):
2. surrogate approximation function:
3. objective function:
4. global minimum:
5. sampling/updating:
6. radial basis function:
7. Mackey-Glass (MG) system:
8. spatiotemporal chaotic Kuramoto-Sivashinsky (KS) system:

#### 1.1.11 A. Emergence of a resonance from short-term prediction

1. transient behavior:
2. z-score normalization:
3. periodic boundary condition:
4. Prediction horizon/stability:

#### 1.1.12 B. Emergence of a resonance from long-term prediction

1. collapse:
2. wider/narrower resonance:

#### 1.1.13 III. HEURISTIC REASON FOR THE OCCURRENCE OF A RESONANCE

1. time-scale match:
2. the mean first-passage time:
3. nonlinear activation:
4. linear reservoir computing:
5. noise-enhanced temporal regularity:
6. vector autoregressive process (VAR):

#### 1.1.14 IV. DISCUSSION

1. magnitude:

#### 1.1.15 Appendix A

1. recurrent neural network(RNN):
2. input/hidden/output layer:
3. linear regression:
4. adjacency matrix:
5. state vector:

6. dynamical state/evolution:
7. neuron:
8. leakage parameter  $\alpha$ :
9. link probability  $p$ :
10. spectral radius:

## 2 Lectures

### 1. Reservoir Computing

- (a) [Reservoir Computing for SDEs\(Josef Teichmann:\)](#)
- (b) [Reservoir Computing & Dynamical Systems - Second Sumposium on Machine Learning and Dynamical Systems\(Josef Teichmann\)](#)
- (c) [Introduction to Next Generation Reservoir Computing\(Daniel Gauthier\)](#)

### 2. Machine Learning in general

- (a) [Machine Learning in Finance\(Josef Teichmann\)](#)

### 2.1 Josef Teichmann: Reservoir Computing for SDEs

[Access from here.](#)

#### 1. We consider differential equations of the form

$$dY_t = \sum_i V_i(Y_t) du_t^i, Y_0 = y \in E$$

to construction evolutions in state space  $E$  (could be a manifold of finite or infinite dimension) depending on local characteristics, initial value  $y \in E$  and the control  $u$ .

2. Theorem (Universality) Let  $\text{Evol}$  be a smooth evolution operator on a convenient vector space  $E$  which satisfies (again the time derivative is taken with respect to the forward variable  $t$ ) a controlled ordinary differential equation

$$d\text{Evol}_{s,t}(x) = \sum_{i=1}^d V_i(\text{Evol}_{s,t}(x)) du^i(t).$$

Then for any smooth (test) function  $f : E \rightarrow \mathbb{R}$  and for every  $M \geq 0$  there is a time-homogenous linear  $W = W(V_1, \dots, V_d, f, M, x)$  from  $\mathbb{A}_d^M$  to the real numbers  $\mathbb{R}$  such that

$$f(\text{Evol}_{s,t}(x)) = W(\pi_M(\text{Sig}_{s,t}(1))) + \mathcal{O}((t-s)^{M+1})$$

for  $s \leq t$

#### 3. Signature as universal dynamical system

- (a) This explains that any solution can be represented - up to a linear readout - by a universal reservoir, namely signature. Similar constructions can be done in regularity structures, too (branched rough paths, etc).
- (b) This is used in many instances of provable machine learning by, e.g., groups in Oxford (Harald Oberhauser, Terry Lyons, etc), and also ...
- (c) ... at JP Morgan, in particular great recent work on 'Nonparametric pricing and hedging of exotic derivatives' by Terry Lyons, Sina Nejad and Imanol Perez Arribas.
- (d) in contrast to reservoir computing: signature is high dimensional (i.e. infinite dimensional) and a precisely defined, non-random object.
- (e) Can we approximate signature by a lower dimensional random object with similar properties?



### 3 TODOs

1. [reservoirpy](#) 関連
  - (a) [Understand and optimize ESN hyperparameters](#) などの Tutorial ページを読む.
2. Reservoir Computing について学ぶ.
  - (a) レクチャーノートなどを通じて、知識を準備する。
  - (b) Github 環境を整備する。