

Reservoir Computer による外力付きカオス時系列モデルの予測と 生体リズム研究への応用

発表者：久野証

東京大学工学部計数工学科数理情報工学コース

November 29, 2023

目次

- ① 研究の目的
- ② 先行研究
- ③ 実験方法と結果
- ④ 理論的展開
- ⑤ Appendix
 - その他の主な結果
 - ReservoirPy (v0.3.10)
 - Hyperparameters の最適化
- ⑥ 参考資料

研究の目的

- 現実の問題は非線形で、高次元・複雑→完全な数理モデルを作ることは難しい。
- 非線形力学システムの未来予測は一般に困難
 - ▶ 特にカオスの場合は初期値鋭敏性により、（外部からの干渉も影響し）不完全な数理モデルでは予測に用いにくい。
- Reservoir Computer を用いて高い精度の予測が可能

Reservoir Computer

内部にランダムニューラルネットワーク（Reservoir）を持つ Recurrent Neural Network の手法。Backpropagation が不必要・出力層のみの学習で計算効率が良い。

- カオス時系列モデルの長期予測は生体リズムの研究に応用可能
 - ▶ 位相シフト付きの周期外力を含む LD Cycle モデルは、外力の振幅を強めることでカオス的に振る舞う。
 - ▶ 応用：クロニックジェットラグがシフトワーカーの生体リズムにもたらす影響についての研究など。

先行研究

- Bollt, E. On explaining the surprising success of reservoir computing forecaster of chaos? The universal machine learning dynamical system with contrast to VAR and DMD. *Chaos*, 31(1), 013108 (2021).
 - ▶ Reservoir Computer による力学系時系列モデルの予測の原理に関する説明
 - ▶ Reservoir Computer と NVAR との関連
- Kong, L.-W., Weng, Y., Glaz, B., Haile, M., and Lai, Y.-C. Digital twins of nonlinear dynamical systems. arXiv:2210.06144 (2022).
 - ▶ 外力付きカオス時系列モデルの未来予測
 - ▶ 外力の振幅や位相の変数によって bifurcation map (統計量) などを調べる.
 - ▶ 観測されない変数がある場合も含めて, 外力を実データで更新し続けた場合の continual forecasting を行う.

Y. C. Lai et al. (2022) (1/3)

Reservoir Computer は Input, Hidden, Output の三つの層から構成される。

Reservoir Computer の構成 : Y. C. Lai et al. (2022)

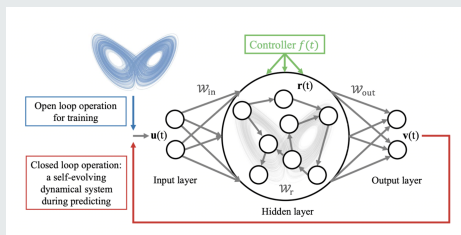


Fig.1 from Y. C. Lai et al. (2022)

- $u(t) \in \mathbb{R}^{D_{in}}$: input signal.
- $r(t) \in \mathbb{R}^{D_r}$: hidden layer state vector.
- $f(t)$: (control) external driving signal.
- $W_{in} \in D_r \times D_{in}$: Weighted input matrix.
- W_c : Controller matrix.
- $W_r \in D_r \times D_r$: Weighted network matrix inside.
- $W_{out} : D_{out} \times D_r$: Output weighted matrix.

$u(t)$ に時系列モデル (low/high-dimensional Lorenz-96 climate network, driven chaotic laser system など), $f(t)$ には sinusoidal 関数などを使用する (e.g. $f(t) = A \sin(\Omega t) + F$).

Y. C. Lai et al. (2022) (2/3)

学習期間全体の $\mathbf{u}(t)$, 全期間の $\mathbf{v}(t)$ を記録する行列をそれぞれ \mathcal{R}' , \mathcal{V} とする.

- $\mathcal{W}_{\text{in}}, \mathcal{W}_c, \mathcal{W}_r$ は Reservoir の学習に前もってランダムに定められる.
- 学習期間において, $\mathbf{u}(t)$ と $f(t)$ の実データが入力される. 学習期間の後の self-evolving 期間では, Reservoir による出力 $\mathbf{v}(t)$ と $f(t)$ の実データが予測の入力に用いられる.
 - ▶ $\mathbf{r}(t)$ は 学習期間, self-evolving 期間においてそれぞれ次の式で決定される.

$$\mathbf{r}(t + \Delta t) = (1 - \alpha)\mathbf{r}(t) + \alpha \tanh [\mathcal{W}_r \mathbf{r}(t) + \mathcal{W}_{\text{in}} \mathbf{u}(t) + \mathcal{W}_c f(t)] \quad (1)$$

$$\mathbf{r}(t + \Delta t) = (1 - \alpha)\mathbf{r}(t) + \alpha \tanh [\mathcal{W}_r \mathbf{r}(t) + \mathcal{W}_{\text{in}} \mathcal{W}_{\text{out}} \mathbf{r}'(t) + \mathcal{W}_c f(t)] \quad (2)$$

- 複数の $f(t)$ に対して Reservoir を sequential に学習させることで, 未知の外力がある場合でも予測できるようにする. また, Hyperparameter に関する最適化を行う (後述).
- Reservoir に次式における $\mathcal{V}, \mathcal{R}'$ 間の Linear Regression を通じて \mathcal{W}_{out} を学習させる.

$$\mathcal{W}_{\text{out}} = \mathcal{V} \cdot \mathcal{R}'^T (\mathcal{R}' \cdot \mathcal{R}'^T + \beta \mathbf{I})^{-1} \quad (3)$$

Y. C. Lai et al., 2022 (3/3)

A driven chaotic ecological system のモデル： N が観測できなくても予測が可能。

$$\frac{dN}{dt} = I - f(t)NP - qN \quad (4)$$

$$\frac{dP}{dt} = f(t)NP - P \quad (5)$$

$$f(t) = A \sin(\omega_{\text{eco}} t) \quad (6)$$

- P (学習期間のみ) と外力 $f(t)$ を入力に短期予測. 定期的に P を実データで更新すれば P, N 両方の continual forecasting が可能.

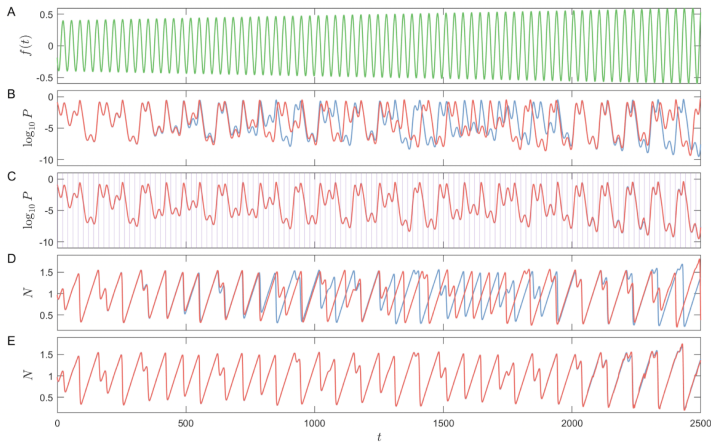


Fig.10 from Y. C. Lai et al. (2022)

実験方法

実験方法

結果

結果

結果

結果

理論的展開

ReservoirPy (v0.3.10)

ReservoirPy (v0.3.10)

Hyperparameters の最適化

Hyperparameters の最適化 : Hyperopt

Hyperparameters の最適化 : Optuna

参考資料