

$$\begin{aligned}
 K(u+v) &= K \begin{bmatrix} a_1 + a_2 & 0 \\ 0 & b_1 + b_2 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} K(a_1 + a_2) & 0 \\ 0 & K(b_1 + b_2) \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} Ka_1 + Ka_2 & 0 \\ 0 & Kb_1 + Kb_2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} Ka_1 & 0 \\ 0 & Kb_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Ka_2 & 0 \\ 0 & Kb_2 \end{bmatrix}$$

$$= K \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & b_1 \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} a_2 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}$$

$$\boxed{K(u+v) = Ku + Kv}$$

Axioms 08

$$(c+d)u = cu + du$$

$$\begin{aligned}
 (c+d)u &= (c+d) \begin{bmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & b_1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} (c+d)a_1 & 0 \\ 0 & (c+d)b_1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} ca_1 + da_1 & 0 \\ 0 & cb_1 + db_1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$