

Lista de Exercícios

**Problemas Teóricos ou Computacionais** (Dedique seu tempo na implementação dos códigos para resolver os problemas abaixo, a menos que seja explícito o contrário).

1. Considere o problema transiente da troca de calor com radiação de  $t = 0$  a 50 segundos,

$$\frac{dT}{dt} = -\alpha(T^4 - T_a^4),$$
$$T(t = 0) = T_0$$

e sua solução analítica,

$$\tan^{-1}\left(\frac{T}{T_a}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{T_0}{T_a}\right) + \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{(T_0 - T_a)(T + T_a)}{(T - T_a)(T_0 + T_a)} \right] = 2\alpha T_a^3 t.$$

Para  $T_0 = 2500 \text{ K}$ ,  $T_a = 250 \text{ K}$  e  $\alpha = 4 \times 10^{-12} (\text{K}^3 \text{s})^{-1}$ , resolva os itens abaixo:

- Resolva a EDO pelo método de Euler Explícito, inicialmente utilizando  $\Delta t = 20 \text{ s}$  e repita o cálculo diminuindo o passo de tempo até obter convergência temporal. Avalie ainda:
    - O gráfico comparando as curvas obtidas para diferentes passos de tempo e a solução analítica.
    - O gráfico do erro absoluto e relativo para diferentes passos de tempo.
  - Repita a letra a, utilizando o método de Euler Implícito.
  - Para um mesmo passo de tempo, avalie os erros obtidos pelos diferentes métodos.
2. O deslocamento angular,  $\theta(t)$  em radianos, de um pêndulo sem fricção é dado pela equação:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin\theta = 0$$
$$\theta(0) = \theta_0$$
$$\theta'(0) = \theta'_0$$

onde  $g$  é a aceleração da gravidade ( $9,80665 \text{ m}^2/\text{s}$ ) e  $L$  é o comprimento do pêndulo ( $m$ ). Para pequenas oscilações, a equação pode ser aproximada com  $\sin\theta \approx \theta$ :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \theta = 0$$

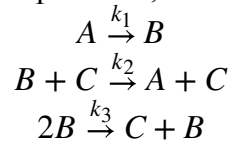
Para os itens abaixo, considere  $\theta'(0,0) = 0,0$ :

- Monte no papel o sistema de EDOs resultante considerando uma formulação explícita. Explícite o algoritmo de solução.
- Repita o procedimento da letra a. considerando uma formulação implícita.
- Resolva a EDO aproximada utilizando a formulação explícita, com as condições  $\theta(0,0) = 0,1$  e  $0,5$  radianos e  $L = 0,1, 1,0$  e  $10 \text{ m}$ . Utilize diferentes passos de tempo

para avaliar a convergência temporal.

- d. Repita a letra c. utilizando a EDO sem aproximação de pequenas oscilações.
- e. Para um mesmo passo de tempo, compare os resultados obtidos nas letras c. e d.

3. Em um sistema fechado com três componentes, ocorrem as seguintes reações:



com as equações de conservação de espécie química colocadas abaixo:

$$\frac{dC_A}{dt} = -k_1 C_A + k_2 C_B C_C$$

$$\frac{dC_B}{dt} = k_1 C_A - k_2 C_B C_C - k_3 C_B^2$$

$$\frac{dC_C}{dt} = k_3 C_B^2$$

$$C_A(0) = 1 \text{ kg/m}^3, \quad C_B(0) = C_C(0) = 0 \text{ kg/m}^3$$

Calcule a evolução temporal das concentrações para  $k_1 = 0,08 \text{ s}^{-1}$ ,  $k_2 = 2 \times 10^4 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  e  $k_3 = 6 \times 10^7 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-1}$  utilizando:

- a. Uma formulação explícita para solução das EDOs. Usem passos de tempo pequenos!!!
- b. Uma formulação implícita para solução das EDOs.
- c. Avalie as soluções em gráfico. Em consideração ao erro das aproximações, qual a diferença prática na aplicação da formulação explícita e implícita? E o custo computacional?