

空気状態量モデル (TRXH)

[1] 基礎理論

空調システムシミュレーションにおいては、空気状態量が必要になることが頻繁にある。ここでは空気線図の各状態量を求める基礎理論について述べる。

一般に空気は、乾き空気と湿り空気に区別して扱われる。乾き空気は酸素、窒素、炭酸ガス、アルゴン、ヘリウムなどの混合気体であり、空調分野においてこの組成は常に一定とみなしてよい。湿り空気は、この乾き空气にさらに水蒸気が混合されたものであり、通常、我々の周りにある空気は湿り空気である。そして、湿り空気中の水蒸気量は当然のことながら変化する。

今、湿り空気の絶対温度を T [K]、圧力を P [kgf/m²]、体積を V [m³]、重量を G [kgf] とし、乾き空気、水蒸気、水蒸気、重量をそれぞれ P_d, P_v, G_d, G_v とする。湿り空気、乾き空気、水蒸気が理想気体

とみなせることから、以下が成り立つ。ここで、 R_d, R_v, R はガス定数[kgf・m/(kgf・K)]である。

$$P = P_d + P_v \quad \text{dry vapor} \quad (1)$$

$$PV = GRT \quad (\text{湿り空気}) \quad (2)$$

$$P_d V = G_d R_d T \quad (\text{乾き空気}) \quad (3)$$

$$P_v V = G_v R_v T \quad (\text{水蒸気}) \quad (4)$$

絶対湿度の定義は、乾き空気の重量 1kgf 当たりの水蒸気重量である。よって、絶対湿度の単位は kgf/kgf であるが、乾き空気と水蒸気を明確に区別するために kgf/kgf(DA) または kgf/kgf' とした単位表記がなされている (DA は Dry Air の意)。

絶対湿度 x [kgf/kgf(DA)] は式(5)で表せる。

$$x = \frac{G_v}{G_d} = \frac{\frac{P_v V}{R_v T}}{\frac{P_d V}{R_d T}} = \frac{R_d}{R_v} \cdot \frac{P_v}{P_d} \quad (5)$$

ここで、ガス定数は、 $R_d = 29.24$ [kgf・m/(kgf(DA)・K)] , $R_v = 47.10$ [kgf・m/(kgf・K)] なので、式(5)は以下の通りとなる。

$$x = \frac{R_d}{R_v} \cdot \frac{P_v}{P_d} \cong 0.622 \frac{P_v}{P_d} \quad [\text{kgf/kgf(DA)}] \quad (6)$$

次に、相対湿度 r [%] は、飽和水蒸気圧 P_s [kgf/m²] に対する水蒸気分圧 P_v で表せるので、

$$r = \frac{P_v}{P_s} \times 100 \quad (7)$$

となる。

式(1)より $P_d = P - P_v$ 、式(7)より $P_v = \frac{rP_s}{100}$ なので、これらを式(6)に代入すれば、式(8)が得られる。ここで、湿り空気の圧力 P は、地上付近であれば $1\text{atm} = 1.033 \times 10^4 \text{kgf/m}^2$ として良いが、後述する飽和水蒸気圧 P_s の算出単位が mmHg で求められ、また、空気線図の水蒸気分圧も mmHg で表示されているので、湿り空気の圧力 P も $1\text{atm} = 760\text{mmHg}$ とする（単位の換算係数は分母・分子に共通にかかるので省略している）。

$$x = 0.622 \frac{\frac{rP_s}{100}}{P - \frac{rP_s}{100}} \quad (8)$$

式(8)は相対湿度と飽和水蒸気圧から絶対湿度を求める式である。逆に絶対湿度と飽和水蒸気圧から相対湿度を求める式は以下の通りである。

$$r = 100 \frac{P_x}{P_s(0.622 + x)} \quad (9)$$

湿り空気の比体積 v [m³/kgf(DA)] は、乾き空気の重量 1kgf(DA) 当たりの体積と定義される。まず、以下の式展開から R が得られる。

$$P_d = \frac{G_d R_d T}{V}, \quad P_v = \frac{G_v R_v T}{V} \text{ より}$$

$$PV = (P_d + P_v)V = (G_d R_d + G_v R_v)T = (G_d + G_v)RT$$

$$\text{よって, } R = \frac{G_d R_d + G_v R_v}{G_d + G_v} = \frac{R_d + x R_v}{1 + x} \quad (10)$$

したがって、比体積 v は、

$$v = \frac{V}{G_d} = \frac{GRT}{G_d P} = \frac{(G_d + G_v) \frac{R_d + xR_v}{1+x} T}{G_d P} = \frac{(1+x) \frac{R_d + xR_v}{1+x} T}{P} = \frac{R_d + xR_v}{P} T$$

$$= \frac{R_v \left(\frac{R_d}{R_v} + x \right)}{P} T = \frac{R_v (0.622 + x)}{P} T$$
(11)

ここで、本来は $P = 1.033 \times 10^4$ [kgf/m²] であるが、前述の通りに圧力を mmHg で表すこととすれば、 $1 \text{ atm} = 1.033 \times 10^4 \text{ kgf/m}^2 = 760 \text{ mmHg}$ より、

$$v = \frac{47.10(0.622 + x)}{\frac{1.033 \times 10^4}{760} P} T = \frac{3.465(0.622 + x)}{P} T$$
(12)

一方、比重量 g [kgf(DA)/m³]は比体積の逆数なので、式(13)となる。

$$g = \frac{1}{v} = \frac{P}{3.465(0.622 + x)T}$$
(13)

さらに、湿り空気の比エンタルピー h [kcal/kgf(DA)]は、次式で表せる。

湿り空気の比エンタルピー h

= 乾き空気の比エンタルピー h_d + 水蒸気の比エンタルピー h_v

$$h_d = c_{pd} \times t$$
(14)

$$h_v = (\gamma + c_{pv} \times t)x$$
(15)

$$h = h_d + h_v = c_{pd}t + (\gamma + c_{pv}t)x$$
(16)

ここで、

t : 乾球温度[°C]

c_{pd} : 乾き空気の定圧比熱[kcal/(kgf(DA)・°C)] (=0.240)

c_{pv} : 水蒸気の定圧比熱[kcal/(kgf・°C)] (=0.441)

γ : 飽和水蒸気の蒸発潜熱[kcal/kgf] (=597.3)

湿り空気の比エンタルピーにおける顕熱成分は $(c_{pd} + c_{pv}x)t$ であり、潜熱成分は γx である。

湿球温度 wt [$^{\circ}\text{C}$]については、下図のような空気の温湿度変化プロセスを考える。

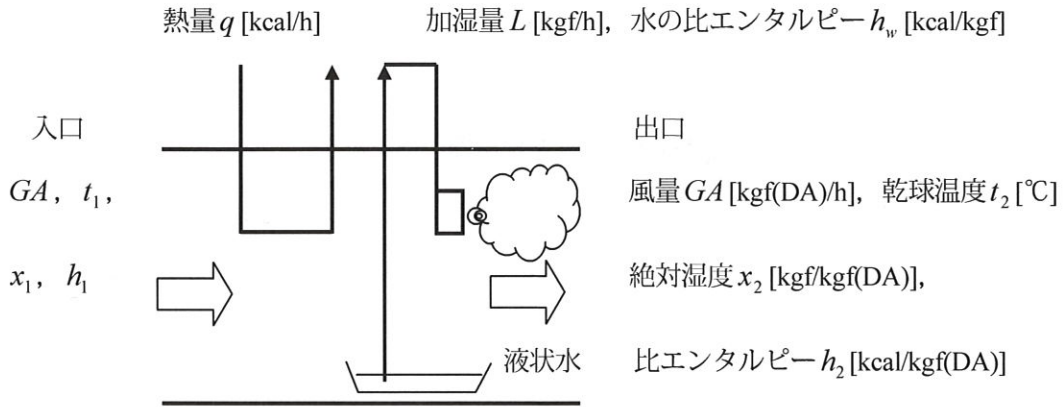


図1 空気の温湿度変化プロセス

系に入る熱量が $GA \times h_1 + q + L \times h_w$ ，系から出て行く熱量が $GA \times h_2$ ，さらに系に入る水分量が $GA \times x_1 + L$ ，系から出て行く水分量が $GA \times x_2$ であることから，熱量収支，水分収支より以下の式が得られる。

$$GA(h_2 - h_1) = q + Lh_w \quad (17)$$

$$GA(x_2 - x_1) = L \quad (18)$$

式(17)を式(18)で除すと，式(19)となりこれが熱水分比 u である。

$$\frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = \frac{q}{L} + h_w = u \quad (19)$$

さて、図1で断熱飽和過程を考える。噴霧の一部は蒸発して空気とともに流れ去るが、残りは液状水として流路底部に貯められ、再び循環して噴霧されるものとする。この装置の流路が十分に長く、周囲との熱交換がなければ出口空気は飽和空気になっていると考えられる。このとき出口空気の飽和温度は湿球温度に等しいことが実験的に確かめられている。出口空気の飽和温度、飽和絶対湿度、飽和エンタルピーを ts, xs, hs とすると、水の温度も空気の飽和温度に等しくなっているから、式(19)より、

$q=0$ ←

$$\frac{hs - h_1}{xs - x_1} = h_w = c_{pw} ts \quad (20)$$

ここで, c_{pw} : 水の定圧比熱[kcal/(kgf・°C)] (=1.0)

このときの ts が湿球温度 wt である.

最後に, 飽和水蒸気圧について述べる. 飽和水蒸気圧 P_s [mmHg] を求める式には, Goff-Gratch の式や Wexler-Hyland の式などがあるが, ここでは Goff-Gratch の式を示す. 両式で実用的にはほとんど差がない. 飽和水蒸気圧の式は乾球温度 t_d [°C] の関数となっている.

$$P_s = 760 \times 10^a \quad (22)$$

ここに,

$t_d \geq 0$ の場合

$$c = \frac{373.16}{273.16 + t_s}$$

$$b = c - 1$$

$$a = -7.90298b + 5.02808 \log_{10} c - 1.3816 \times 10^{-7} \{10^{11.344(b/c)} - 1\} \\ + 8.1328 \times 10^{-3} \{10^{-3.49149b} - 1\}$$

$t_d \leq 0$ の場合

$$c = \frac{273.16}{273.16 + t_s}$$

$$b = c - 1$$

$$a = -9.09718b - 3.56654 \log_{10} c + 0.876793(b/c) - 2.21988$$

[2] プログラム

(1) ステップ 1 (各定圧比熱や蒸発潜熱を定義する) (37-40)

(2) ステップ 2 (icod に従って空気状態量を計算する)

- icod=1 から icod=3 については GOFF により直接, 飽和水蒸気圧が計算される (45)
- いずれも式(7), 式(8), 式(16)の変形で計算される。
- icod=1 : (47-50)
- icod=2 : (52-55)
- icod=3 : (57-60)
- icod=4 : RGOF で飽和水蒸気圧から乾球温度を求める (65-68)
- icod=5 : 乾球温度を仮定し, それによって得られる比エンタルピーと既知の比エンタルピーを比較して, その差が小さくなるまで繰り返し計算を行う (72-94)
- icod=6 : (98-101)

(3) ステップ 3 (湿り空気の比体積と比重量を計算する) 式(12), 式(13) (105-106)

(4) ステップ 4 (湿球温度を計算する)

- imod=0 : 湿球温度を計算しない (999.9) (109-110)
- imod=1 : 湿球温度を計算する (112-137)
- まず湿球温度を仮定し, GOFF により湿球温度での飽和水蒸気圧を求める (116-118)
- 式(8)と式(16)から飽和絶対湿度と飽和エンタルピーを求める (119-120)
- 式(20)にあてはめて, 誤差が小さくなるように繰り返し計算を行う