

پاسخ سوال برنامه نویسی

دوره استادی هوش مصنوعی درسمن

مفاهیم بنیادی در هوش مصنوعی



موضوع: ماتریس‌ها در جبر خطی - ضرب ماتریس‌ها

درجه سختی سؤال: ☒ آسان ☐ متوسط ☐ سخت

تمرین شماره ۱:

حاصل ضرب ماتریس‌های A و B را به صورت دستی بدست آورده و کد معادل آنرا با زبان پایتون بنویسید.

$$A \times B = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 5 \\ 9 & 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 9 & 0 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \\ 8 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 6 + 2 + 2 + 40 & 27 + 6 + 4 + 5 & 0 + 10 + 7 + 25 \\ 18 + 1 + 6 + 0 & 81 + 3 + 12 + 0 & 0 + 5 + 21 + 0 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} 50 & 42 & 42 \\ 25 & 96 & 26 \end{bmatrix}$$

```
#Question_1
import numpy as np
mat1=[ [3,2,1,5], [9,1,3,0]]
mat2=[ [2,9,0], [1,3,5], [2,4,7], [8,1,5]]
print(np.dot(mat1,mat2))
```

تمرین شماره ۲:

دترمینان ماتریس A را به صورت دستی بدست آورده و کد معادل آنرا با زبان پایتون بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 8 & -6 \\ 4 & 10 & -1 \\ -1 & 9 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = (3 \times [(10 \times 7) - (9 \times -1)]) - (8 \times [(4 \times 7) - (-1 \times -1)]) + (-6 \times [(4 \times 9) - (-1 \times 10)])$$

$$= (3 \times [(70) - (-9)]) - (8 \times [(28) - (1)]) + (-6 \times [(36) - (-10)])$$

$$= (3 \times [79]) - (8 \times [27]) + (-6 \times [46])$$

$$= (237) - (216) + (-276)$$

$$\Rightarrow \det(A) = -255$$

```
#Question_2
import numpy as np
A=[ [3,8,-6], [4,10,-1], [-1,9,7]]
print(np.linalg.det(A))
```

تمرین شماره ۳:

معکوس ماتریس A را به صورت دستی بدست آورده و کد معادل آنرا با زبان پایتون بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 3 & 7 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} & - \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} & + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \\ - \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} & + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} & - \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 7 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} & - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} & + \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} +(8-7) & -(6-3) & +(21-12) \\ -(6-7) & +(4-3) & -(14-9) \\ +(3-4) & -(2-3) & +(8-9) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & -3 & 9 \\ 1 & 1 & -5 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\det(A)=2 \quad A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 9 & -5 & -1 \end{bmatrix} \quad adj(A) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 1 \\ 9 & -5 & -1 \end{bmatrix}$$

```
#Question_3
import numpy as np
A=[[2,3,1],[3,4,1],[3,7,2]]
print(np.linalg.inv(A))
```

تمرین شماره ۴:

مقادیر ویژه ماتریس A را به صورت دستی بدست آورده و کد معادل آنرا با زبان پایتون بنویسید.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left| \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right| = 0 \Rightarrow |A - \lambda I| = 0$$

$$\Rightarrow \left| \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$\Rightarrow \left| \begin{bmatrix} -\lambda & 1 \\ -2 & -3-\lambda \end{bmatrix} \right| = \lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = -2$$

```
#Question_4
import numpy as np
A=[[0,1],[-2,-3]]
w, v=np.linalg.eig(A)
print(w)
```

تمرین شماره ۵:

نرم ماتریس A را به صورت دستی بدست آورده و به زبان پایتون برنامه ای بنویسید که نرم کلی ماتریس، و نرم سطرها و ستونهای ماتریس را محاسبه و چاپ کند.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 6 \\ 0 & -2 & 1 \\ 4 & 7 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Norm}(A) = \sqrt{|5|^2 + |3|^2 + |6|^2 + |0|^2 + |-2|^2 + |1|^2 + |4|^2 + |7|^2 + |2|^2}$$

$$\text{Norm}(A) = \sqrt{25 + 9 + 36 + 0 + 4 + 1 + 16 + 49 + 4}$$

$$\text{Norm}(A) = \sqrt{144}$$

$$\text{Norm}(A) = 12$$

```
#Question_5
import numpy as np
A=[[5,3,6],[0,-2,1],[4,7,2]]
norm=np.linalg.norm(A)
print(norm)
```

تمرین شماره ۶:

دستگاه دو معادله دو مجهول زیر را به روش حذفی حل کنید.

$$\Rightarrow \begin{cases} x - y = -1 \\ -2x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y = -1 \\ 2x - y = -5 \end{cases}$$

$$= (x - 2x) + (-y + y) = (-1 + 5) \\ = (-x) + 0 = 4$$

$$\Rightarrow \quad x = -4 \quad \Rightarrow \quad x - y = -1 \\ \Rightarrow \quad -4 - y = -1 \\ \Rightarrow \quad y = -3$$

تمرین شماره ۷:

برنامه ای بنویسید که پاسخ دستگاه معادله زیر را بدست آورده و چاپ کند.

$$\begin{cases} x - y + z = 10 \\ 3x + y + 2z = 34 \\ -5x + 2y - z = -14 \end{cases}$$

```
#Question_7
import numpy as np
a = np.array([[1,-1,1], [3,1,2],[-5,2,-1]])
b = np.array([10, 34,-14])
x = np.linalg.solve(a, b)
print(x)
```